

# Capítulo 1

## Introducción

La importancia de las simetrías en la construcción de modelos de interés en la Física de Partículas y Campos así como en la de la Materia Condensada ha ido en continuo crecimiento en esta segunda mitad del siglo.

Evidentemente la simetría de gauge, en la base de la descripción de los fenómenos electrodébiles y también de las interacciones fuertes, ocupa un lugar central entre las simetrías que se utilizan como “herramienta” para la construcción de Lagrangianos o Hamiltonianos que describen la dinámica de sistemas físicos.

En los últimos 20 años y en contextos diferentes, otra simetría local ha venido a ocupar un papel también central en la física teórica: **la simetría conforme en espacios bidimensionales**. Fue Polyakov (Polyakov, 1970) a principios de los años 70 quien conjeturó que los sistemas estadísticos devienen invariantes conformes cerca del punto crítico. Esto implica, en dos dimensiones donde el grupo conforme es infinito dimensional, un tal número de restricciones que los modelos resultan completamente resolubles. Es de notar que la invarianza conforme aparece naturalmente en la Mecánica Estadística bidimensional puesto que las fluctuaciones de las variables dinámicas devienen invariantes conforme en las transiciones de fase de 2<sup>do</sup> orden. Luego, la interacción de las variables dinámicas está descrita por una teoría conforme bidimensional. Como gran número de sistemas de interés en la Materia Condensada pueden ser descriptos por modelos bidimensionales la observación de

Polyakov reviste gran interés y fue inmediatamente aplicada al análisis de diferentes problemas. El aporte de Belavin, Polyakov y Zamolodchikov en el año 1984, fue el siguiente paso decisivo en la fundación de un dominio que hoy se conoce como el de la Teoría Cuántica de Campos Conforme. En efecto, en ese trabajo, Belavin, Polyakov y Zamolodchikov lograron transformar la conjetura de Polyakov en una poderosa herramienta de cálculo aplicable a la clasificación y estudio de sistemas críticos.

También en el dominio de las interacciones fundamentales la invarianza conforme, cuyo papel central había sido señalado por Virasoro en la década del 70, es básica para la construcción de modelos de cuerdas y supercuerdas, candidatos a una teoría unificada de todas las interacciones (incluida la gravitación). En este caso, la invarianza conforme está asociado al espacio bidimensional sustentado por la hoja de universo de la cuerda.

Así, en las teorías de cuerdas, la teoría conforme constituyen uno de los pilares de las compactificaciones clásicas. Describe también las variables dinámicas de los modelos de cuerdas e impone fuertes restricciones sobre la dimensión crítica del espacio tiempo así como sobre los grados de libertad internos.

El generador local de las transformaciones conformes bidimensionales en el tensor de energía impulso y sus modos de Fourier satisfacen un álgebra de Lie infinita dimensional conocida como *álgebra de Virasoro*. Esta álgebra es una extensión central del álgebra clásica de operadores conformes.

En virtud de la simetría conforme, las funciones de correlación de una teoría de campos conforme se ven obligadas a satisfacer un número ilimitado de igualdades (identidades de Ward conformes). Para valores determinados de la carga central de Virasoro, estas identidades determinan completamente *todas las funciones de correlación* y la teoría es totalmente resoluble.

Las teorías que poseen, sumado a la invarianza frente a transformaciones conformes, una invarianza frente a un álgebra quiral se denominan **teorías racionales**.

Ejemplos de teorías racionales son las teorías de fermiones libres sin masa y los modelos  $\sigma$  no lineales con un término de Wess-Zumino-Witten. La simetría adicional está generada por las corrientes quirales que satisfacen un álgebra de Kac-Moody con una carga central llamada nivel de Kac-Moody.

El propósito de esta tesis es estudiar dos aspectos centrales ligados a la realización de simetrías a nivel cuantico así como a su eventual violación. Para ello, utilizando el marco de la integral funcional, analizaremos varios modelos bidimensionales que son de interés en la Teoría Cuántica de Campos, en la Teoría de Cuerdas y en la Mecánica Estadística.

Comenzaremos por el análisis del llamado modelo de Gross-Neveu (Gross-Neveu, 1974) introducido originalmente para describir la ruptura dinámica de simetría en una teoría que goza de libertad asintótica. Ya en 1975 Dashen y Frishman habían revelado que para ciertos valores de la constante de acoplamiento el modelo deviene invariante conforme lo cual pareciera estar en contradicción con la generación dinámica de masa.

Uno de los aportes originales de esta tesis es el de dar un tratamiento cuidadoso de las propiedades conformes del modelo, mostrando en particular bajo que condiciones deviene invariante conforme. Este estudio se basa en la técnica de bosonización no abeliana que ha permitido, tanto en su formulación operacional (Witten, 1984) como vía la integración funcional, la resolución de un gran número de modelos bidimensionales.

También los modelos fermiónicos constreñidos se han revelado de gran interés en el estudio de propiedades conformes. Son modelos fermiónicos libres a los que se les impone como vínculo la anulación de ciertas corrientes asociadas a un subgrupo  $H$  de la simetría original  $G$ . Resultan corresponder a teorías racionales conformes que dan realizaciones explícitas de la llamada construcción del coset (ver Cabra, Moreno y von Reichenbach, 1990). El interés de estos modelos abarca la compactificación del espacio-tiempo en Teorías de Cuerdas así como la realización en Teorías de Campos

de modelos estadísticos bidimensionales (Modelos de Ising, de Potts, etc.).

En particular, es importante estudiar como se modifican las propiedades conformes cuando se tiene en cuenta sectores topológicos no triviales al implementar los vínculos en modelos constreñidos. Este problema está estrechamente ligado a la propuesta de Dotsenko y Fateev (Dotsenko y Fateev, 1984) para calcular funciones de correlación de una teoría conforme general, relacionada con la imposición de condiciones de contorno no triviales a un sistema de bosones libres, lo que resulta en la aparición de un término adicional en el tensor de energía-impulso  $T_{\mu\nu}$ .

Nuestro estudio de modelos constreñidos con topología no trivial (Cabra, Moreno, 1989) confirmó la analogía sugerida. En efecto, pudo obtenerse un término adicional en  $T_{\mu\nu}$  similar al de Dotsenko y Fateev con la carga topológica jugando el papel de la carga de background utilizada por estos autores. Estos resultados constituyen otra de las contribuciones originales de esta tesis.

Un aspecto central relacionado con las simetrías de un modelo físico es su eventual violación a nivel cuántico con la consiguiente aparición de “anomalías” en las leyes de conservación asociadas. En efecto, es bien sabido que el proceso de cuantificación de una teoría puede, eventualmente, no respetar una simetría de la acción clásica. Se obtiene entonces una teoría cuántica inconsistente. Numerosos ejemplos de este fenómeno han surgido luego del descubrimiento debido a J. Steinberger (Steinberger, 1949) de la anomalía axial en el proceso de decaimiento  $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ . Mencionemos por ejemplo la anomalía de gauge no abeliana que surge en una teoría de fermiones quirales en presencia de un campo de gauge no abeliano y la anomalía gravitacional que viola la conservación del tensor de energía impulso. El primer caso es de interés en la construcción de modelos consistentes para describir interacciones electrodébiles y fuertes. El segundo es fundamental para las teorías de cuerdas.

En el marco de la integral funcional las anomalías surgen debido a la imposibilidad de definir la medida de integración de manera invariante. Este hecho fue descubierto por Fujikawa (Fujikawa 1979, 1980, 1981) quien pudo calcular de manera

simple las anomalías quirales, conformes y gravitatorias así como las identidades de Ward anómalas que afectan a diversas teorías.

La búsqueda de un mecanismo de cancelación de anomalías es un tema central en la física de partículas. En la teoría de supercuerdas una elección cuidadosa del grupo de simetría permite la cancelación de las anomalías gravitacionales y las de gauge y en la teoría de Weinberg-Salam la cancelación está asegurada por el exacto balance entre el contenido de quarks y leptones.

Entre las diversas teorías anómalas una clase especial es la integrada por ciertos modelos  $\sigma$  no lineales acoplados a fermiones de Weyl. En particular son relevantes los modelos  $\sigma$  no lineales homogéneos en los que las variables dinámicas toman valores en el espacio homogéneo  $G/H$  donde  $G$  es un grupo de Lie y  $H$  un subgrupo. Estos modelos describen una teoría efectiva a bajas energías proveniente de una teoría original con simetría quiral  $G$  que por rotura espontánea de simetría por debajo de cierta escala energética deviene a una teoría con simetría  $H$ . De esta manera la teoría efectiva describe entonces a los bosones de Goldstone que toman valores en  $G/H$ . Una característica importante de esta teoría es que las anomalías pueden cancelarse agregando contratérminos adecuados (Manohar, Moore y Nelson, 1985; Alvarez Gaumé y Ginsparg, 1985; Bagger, Nemeschansky y Yankielowicz, 1985). Sin embargo una propuesta alternativa es presentada en esta tesis de manera de obtener una teoría consistente. Esta propuesta, basada en un tratamiento cuidadoso de los grados de libertad en  $H$ , esta inspirada en las ideas de Polyakov (Polyakov, 1981), Babelon, Schaposnik y Viallet (Babelon, Schaposnik y Viallet, 1986) y Faddeev y Shatashvili (Faddeev y Shatashvili, 1986) sobre cuantificación de teorías en presencia de anomalías que conducen a teorías consistentes.

Esta tesis está organizada en 7 capítulos.

En el capítulo II se da una breve introducción a la teoría de campos conforme y las teorías racionales. En el capítulo III se analiza el modelo de Gross-Neveu desde el punto de vista de sus simetrías usando técnicas de bosonización en el formalismo

de la integral funcional. En el capítulo IV se estudia el álgebra de Virasoro de un modelo fermiónico constreñido en presencia de un campo con estructura topológica no trivial. En el capítulo V se presenta una breve introducción a las anomalías, en particular las anomalías axial abeliana y de gauge no abeliana. En el capítulo VI se discute el modelo  $\sigma$  no lineal acoplado a fermiones de Weyl. En particular se propone el método de cuantificación consistente antes mencionado. Finalmente las conclusiones se presentan en el capítulo VII.