Capítulo 3

El Modelo de Gross-Neveu

3.1 Introducción y Generalidades

En este capítulo y los siguientes estudiaremos algunas teorías bidimensionales de campos desde el punto de vista de sus simetrías. Como señalabamos en la introducción estos modelos simples presentan características y propiedades que serían bienvenidas en teorías realistas en 4 dimensiones (libertad asintótica, generación dinámica de masa, invarianza de escala, etc.). Este capítulo será dedicado al modelo de Gross-Neveu (G-N) quiral. Este modelo, que consta de N fermiones de Dirac sin masa con una interacción cuártica, fue introducido por D.Gross y A.Neveu en 1974 para estudiar la ruptura dinámica de simetría en teorías de campos asintóticamente libres (Gross y Neveu, 1974).

Los autores, en su trabajo original, analizaron esta teoría usando la aproximación 1/N (N es el n° de fermiones) y obtuvieron dos importantes resultados: 1) la teoría es asintóticamente libre y 2) ocurre una ruptura dinámica de simetría con la correspondiente aparición de un bosón de Goldstone. Sin embargo este último resultado es contradictorio pues se opone a la tesis del teorema de Coleman (Coleman, 1974) la cual asegura que no existen bosones de Goldstone en 2 dimensiones. Esta contradicción fue resuelta por Witten (Witten, 1978) quien usando técnicas de bosonización bidimensional demostró que el modelo de G-N no presenta ruptura de simetría y que por lo tanto aunque existe un bosón no masivo este *no es un bosón de Goldstone*. Asimismo mostró que la aproximación 1/N es una buena guía para conocer todas las propiedades de la teoría excepto para saber si existe ruptura de simetría.

El lagrangiano propuesto por Gross y Neveu tiene la forma:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} i\gamma.\partial\Psi + g^2N/4N[(\bar{\Psi}\Psi)^2 - (\bar{\Psi}\gamma^5\Psi)^2] \tag{3.1}$$

donde Ψ es un espinor de Dirac de N componentes. Este lagrangiano es invariante frente a las siguientes transformaciones globales:

a) U(1) vectorial

$$\Psi \longrightarrow e^{i\theta}\Psi \ , \ \bar{\Psi} \longrightarrow \bar{\Psi}e^{-i\theta} \tag{3.2}$$

b) U(1) quiral

$$\Psi \longrightarrow e^{i\theta\gamma5}\Psi \ , \ \bar{\Psi} \longrightarrow \bar{\Psi}e^{i\theta\gamma5} \tag{3.3}$$

(en ambos casos θ en una fase constante)

c) SU(N) vectorial

$$\Psi \longrightarrow e^{i\bar{\phi}}\tilde{\Psi} \ , \ \bar{\Psi} \longrightarrow \bar{\Psi}e^{-i\bar{\phi}} \tag{3.4}$$

con $\bar{\phi}$ perteneciente al álgebra de Lie de SU(N).

El lagrangiano (3.1) puede llevarse, por medio de una transformación de Fierz (Mitter y Weisz, 1973), a la forma:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} i\gamma.\partial\Psi - \frac{1}{2}g_A^2 j_\mu j^\mu - \frac{1}{2}g_N^2 j_\mu^a j^{\mu a} \tag{3.5}$$

donde $g_A^2 = g_N^2/2N$ y j_μ, j_μ^a son las corrientes de Noether asociadas a las simetrías vectoriales U(1) y SU(N) respectivamente:

$$j^\mu = \bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi \tag{3.6}$$

$$j^{\mu a} = \bar{\Psi}\gamma^{\mu}t^{a}\Psi \tag{3.7}$$

(t^a son los generadores de SU(N)). Esta forma del lagrangiano de G-N es muy conveniente pues pone claramente de manifiesto las simetrías de la teoría y permite, como veremos, proceder a la bosonización de manera tal que estas invarianzas continuen explícitas.

Mencionemos finalmente una propiedad de este modelo descubierta por R.Dashen y Y.Frishman (Dashen y Frishman, 1975). Estudiando la función β de Callan-Symanzik del lagrangiano en su versión (3.5) encontraron que el modelo deviene invariante conforme para un valor determinado de la constante de acoplamiento g_N. Notemos que este resultado parece contradictorio con el de generación dinámica de masa obtenido por Gross y Neveu. En las secciones siguientes utilizando técnicas de bosonización no abeliana en el marco de la integral funcional, reobtendremos este resultado dentro de un resultado más general.

3.2 El Campo Vectorial Auxiliar

Esta sección y las siguientes estarán dedicadas al estudio de las simetrías del modelo G-N quiral con el auxilio de técnicas funcionales. Los resultados que obtendremos constituyen una de las contribuciones originales de esta tesis. Parte de ellos han sido expuestos en la referencia (Moreno y Schaposnik, 1989).

Recordemos que lagrangiano del modelo G-N podía ser escrito luego de efectuar una transformación de Fierz, de la forma:

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}i\gamma.\partial\Psi - \frac{1}{2}g_A^2 j^{\mu}j_{\mu} - \frac{1}{2}g_N^2 j^{\mu a}j^a_{\mu} \tag{3.8}$$

Como ya habíamos mencionado las constantes g_A y g_N son proporcionales, sin embargo generalizaremos este modelo al considerarlas constantes independientes. Recordemos también que el lagrangiano (3.8) es invariante frente a los grupos de transformaciones globales U(1) x U(1) quiral y SU(N) vectorial.

Resulta útil para nuestros propósitos eliminar los términos de interacción cuárticos introduciendo campos vectoriales auxiliares. Por ejemplo, el término de interacción proporcional a g_N^2 puede escribirse:

$$\exp\{-\frac{i}{2}g_\mu^2 \int dx^2 j^{\mu a} j_\mu^a\} = \int DA_\mu^a \exp\{i \int d^2x (\frac{1}{2}A_\mu^a A^{\mu a} - g_N A_\mu^a j^{\mu a})\} \tag{3.9}$$

donde A_μ^a es el campo vectorial auxiliar con un índice en el álgebra de SU(N). Una ecuación similar se encuentra para el término de interacción del sector U(1) proporcional a g_A^2 introduciendo un campo vectorial abeliano a_μ. En término de estos nuevos campos la funcional generatriz del modelo toma la forma:

$$Z = \int D\bar{\Psi} D\Psi DA_\mu^a D_\mu^a \exp\{i \int d^2x (\mathcal{L}_{EF} + \mathcal{L}_{FUENTES})\} \tag{3.10}$$

donde:

$$\mathcal{L}_{EF} = \bar{\psi}\gamma.(\partial - g_A a - g_N A)\Psi + \frac{1}{2}a_\mu a^\mu + tr(A_\mu A^\mu) \tag{3.11}$$

Hemos definido $A_\mu = A_\mu^a t^a$ siendo t^a los generadores hermíticos de SU(N) en la representación fundamental:

$$[t^a, t^b] = i f^{abc} t^c \tag{3.12}$$

normalizados según $tr(t^a t^b) = \frac{1}{2}\delta^{ab}$.

Notemos que aunque los campos vectoriales A_μ y a_μ interactúan minimamente con los campos fermiónicos la teoría no es invariante de gauge debido a la presencia de los términos cuadráticos a^2 y A^2.

A causa del papel manifiestamente distinto que juegan las simetrías U(1) respecto de la SU(N) es conveniente tratarlas separadamente. Destinaremos la siguiente sección al análisis del sector se simetría U(1) y la subsiguiente al análisis del sector SU(N).

3.3 Bosonización. Sector U(1)

Es posible factorizar fácilmente la contribución U(1) de los campos fermiónicos realizando un adecuado cambio de variables. En efecto puesto que en 2 dimensiones todo campo vectorial bajo ciertas condiciones generales, puede descomponerse en la suma $\bar{a} = rot\phi + div\eta$ podemos entonces realizar la siguiente transformación (Furuya, Gamboa Saraví y Schaposnik, 1982):

$$a_\mu = \frac{1}{g_A}(\varepsilon_{\mu\nu}\partial_\nu\phi - \partial_\mu\eta) \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned} \Psi &= e^{(i\eta+i\gamma_5\phi)}\chi = U_o\chi \\ \bar{\Psi} &= \bar{\chi}e^{(-i\eta+i\gamma_5\phi)} = \bar{\chi}\bar{U}_o \end{aligned} \tag{3.14}$$

Teniendo en cuenta las particulares propiedades de las matrices de Dirac en 2 dimensiones, es fácil mostrar que el anterior cambio de variables desacopla completamente al campo a_μ de los campos fermiónicos en el lagrangiano (3.11). Estas transformaciones, cuando se las introduce en la funcional generatriz Z, no están libres de un jacobiano.

Consideremos por ejemplo la transformación (3.13). Puede demostrarse fácilmente que su jacobiano asociado es de la forma:

$$Da_oDa_1 = \det(-\frac{1}{g_A^2}\partial_\mu\partial^\mu)D\phi D\eta. \tag{3.15}$$

Este determinante se puede exponenciar utilizando ghosts anticonmutantes ξ y $\bar{\xi}$:

$$\det(-\frac{1}{g_A^2}\partial_\mu\partial^\mu) = \int D\bar{\xi}D\xi\exp\{\frac{i}{g_A^2}\int d^2x\bar{\xi}\Box\xi\} \tag{3.16}$$

Denominaremos Z_{gh} a esta contribución a la funcional generatriz, que por no depender de los campos η, ϕ ni ξ, solo tendrá relevancia en el cálculo de aquellas magnitudes que involucren a la métrica (por ejemplo el tensor de energía impulso).

Mencionaremos que una teoría de ghosts como la definida en (3.16) es invariante conforme. Las componentes holomórficas y antiholomórficas del tensor de energía impulso:

$$\begin{aligned} T_{GH}(Z) &= \,:\partial_Z\bar{\xi}\partial_Z\xi: \\ \bar{T}_{GH}(\bar{Z}) &= \,:\partial_{\bar{Z}}\bar{\xi}\partial_{\bar{Z}}\xi: \end{aligned} \tag{3.17}$$

satisfacen álgebras de Virasoro con carga central $c = -2$.

El jacobiano asociado al cambio de variables fermiónicas (ec. (3.15)) requiere más cuidado. Fujikawa (Fujikawa, 1979) ha mostrado que siendo la medida de integración fermiónica sensible a los cambios quirales, la transformación (3.15) involucra un jacobiano no trivial dependiente de los campos ϕ y η. Este jacobiano puede evaluarse usando diferentes técnicas de regularización como el método de función ξ de Riemann (Gamboa Saraví, Muschietti, Schaposnik y Solomin, 1984) o el método del núcleo de la ecuación del calor (heat-kermel) (Fujikawa, 1979,1980). El resultado es: (Furunya, Gamboa Saraví y Schaposnik, 1982, 1987):

$$J_\tau = \exp\{\frac{i}{2\pi}\int d^2x\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi\}\exp\{\frac{iag_A^2}{2\pi}\int d^2x a_\mu a_\mu\} \tag{3.18}$$

donde a es un parámetro indeterminado relacionado con la prescripción de regularización utilizada. En particular el valor de $a = 0$ corresponde a una regularización invariante de gauge (regularización que no está justificada en nuestro caso pues el lagrangiano (3.11) *no* es invariante de gauge).

En términos de las nuevas variables, la funcional generatriz Z se escribe:

$$Z = Z_{SU(N)}.Z_{U(1)}.Z_{Gh} \tag{3.19}$$

donde

$$Z_{SU(N)} = \int D\bar{\chi}D\chi DA_\mu \exp\{i\int d^2x[\bar{\chi}\gamma.(i\partial - g_N A)\chi + trA_\mu A^\mu\} \tag{3.20}$$

y

$$\begin{aligned} Z_{U(1)} = \int D\phi D\eta \exp\{\tfrac{i}{2\pi}\int d^2x[(1 + a + \tfrac{\pi}{g_\mu^2})\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi + \\ (a + \tfrac{\Pi}{g_A^2}).\partial_\mu\eta\partial_\mu\eta]\} \end{aligned} \tag{3.21}$$

La funcional *"semi-bosonizada"* (3.19), (3.20) y (3.21) permite ver fácilmente cómo se desacoplan del resto las excitaciones no masivas asociadas a la simetría U(1). Evaluemos por ejemplo la función de correlación de 2 puntos $< \Psi(\chi)\bar{\Psi}(0) >$. Una vez realizadas las transformaciones (3.13) y (3.15) descubrimos que la contribución U(1) se factoriza:

$$
\begin{aligned}
<\Psi(x)\bar{\Psi}(0)> &= <U_o\chi(x)\bar{\chi}\bar{U}_o(0)> \\
&= <\chi(x)\bar{\chi}(o)>_{SU(N)}<U_o(x)U_o^*(o)>_{U(1)}
\end{aligned} \tag{3.22}
$$

El primer valor de expectación se obtiene a partir de la funcional $Z_{SU(N)}$ (ecuación (3.20)) y el segundo a partir de $Z_{U(1)}$ (ecuación (3.21)). Este último cálculo puede hacerse exactamente en forma simple:

$$
<U_o(x)U_o^*(o)>=(\mu|\chi|)^{-H(G_A)} \tag{3.23}
$$

con

$$
H(g_A)=\frac{g_A^2}{2\pi+\frac{2g_A^2}{a}}\left[1-\frac{1}{1+\frac{g_A^2/\pi}{1+g_A^2a/\pi}}\right]\geq 0 \tag{3.24}
$$

El fenómeno del desacoplamiento de las excitaciones no masivas así como el comportamiento tipo potencia en lugar de exponencial decreciente asociado a la ruptura de simetría para el valor de expectación (3.23) fue predicho por Witten quien afirmó de acuerdo a este resultado que el modelo no presenta ruptura de simetría. Es importante notar que si $g_A=g_N/N$ se obtiene en el límite $N\rightarrow\infty$ un valor de expectación no nulo para grandes distancias, es decir que la simetría está realmente rota en $N=\infty$ como adelantaron Gross y Neveu.

3.4 Bosonización. Sector SU(N)

Estudiemos ahora el sector de simetría SU(N). Es posible desacoplar el campo A_μ de las variables fermiónicas realizando un cambio de variables similar al realizado en la sección anterior. Escribamos

$$
\chi_L=g^1\eta_L \quad , \quad \chi_R=h^{-1}\eta_R \tag{3.25}
$$

para las componentes fermiónicas de quiralidad izquierda y derecha respectivamente. Los campos bosónicos g y h toman valores en el grupo SU(N) y estan relacionados con A_μ a través de las ecuaciones:

$$\begin{aligned} A_+ &= -(\frac{i}{g_N})g^{-1}\partial_+ g \\ A_- &= -(\frac{i}{g_N})h^{-1}\partial_- h \end{aligned} \tag{3.26}$$

Estos cambios de variables desacoplan totalmente las variables fermiónicas de las bosónicas y como en el caso abeliano tienen asociados jacobianos cuando se efectúan en la medida integración de la funcional generatriz.

Comencemos analizando la transformación fermiónica (3.25). Su jacobiano asociado es:

$$J_F = \frac{\det[\gamma.(i\partial - g_N A)]}{i\gamma.\partial} \tag{3.27}$$

donde ambos determinantes deben calcularse mediante una regularización adecuada. Usando las técnicas ya mencionadas para el caso abeliano se obtiene el resultado (Polyakov y Weigmann, 1983).

$$J_F = \exp\{-iW[gh^{-1}] - i\alpha Tr[\int d^2x g^{-1}\partial_+ g h^{-1}\partial_- h]\} \tag{3.28}$$

donde $W[U]$ es la acción de W-Z-W definida en el capítulo II (ecuación (2.95). Nuevamente encontramos un parámetro indeterminado, α , que refleja las distintas posibilidades de regularización en el cálculo de los determinantes. Por ejemplo el valor $\alpha = 0$ corresponde a una regularización invariante de gauge ($J_F(\alpha = 0)$ es un escalar bajo las transformaciones locales $g \to g\mho$ y $h \to h\mho$ con $\mho \in SU(N)$); en cambio el valor $\alpha = -1/4\pi$ corresponde a una regularización que preserva la simetría global quiral SU(N) (es decir $g \to gV$ y $h \to hW$ con $V, W \in SU(N)$. Este último resultado se verifica fácilmente usando la identidad de Polyakov-Weigmann (ecuación (2.91) del Capítulo II), pues en este caso J_F toma la forma:

$$J_F(\alpha = -1/4\pi) = \exp\{-iW[g] - iW[h^1]\} \tag{3.29}$$

y la simetría es obvia.

Analicemos ahora los jacobianos asociados a las transformaciones (3.26). Tenemos:

$$
\begin{aligned}
DA_+ &= J[g]Dg \\
DA_- &= J[h]Dh
\end{aligned}
\tag{3.30}
$$

y es fácil ver, considerando una transformación infinitesimal en (3.26), que:

$$
J[g] = \det(\frac{A_+(g)}{g^{-1}\delta g}) = \det D^{ADJ}(A_+) \tag{3.31}
$$

donde $D^{ADJ}(A)$ es la derivada covariante en la representación adjunta. Existe un resultado que relaciona el determinante en la representación fundamental con el determinante en la representación adjunta. En efecto, como se muestra en el apéndice vale la siguiente identidad:

$$
\det\left[\frac{D^{ADJ}(A_+)}{D^{ADJ}(0)}\right] = \left\{\det\left[\frac{D^{FUND}(A_+)}{D^{FUND}(0)}\right]\right\}^{2C_{SU(N)}} \tag{3.32}
$$

donde $C_{SU(N)}$ es el Casimir del grupo SU(N) η la representación adjunta. Para nuestra elección de los generadores tenemos:

$$
C_{SU(N)} = N \tag{3.33}
$$

Una vez calculadas todas las contribuciones a $Z_{SU(N)}$ podemos finalmente escribir:

$$
\begin{aligned}
Z_{SU(N)} &= \int D\bar{\eta}D\eta e^{i\int d^2x\bar{\eta}\bar{\partial}\eta} \\
&\quad . \int DgDhe^{i\{-(2N+1)W[gh^{-1}]-(\frac{1}{g_N^2}+(2N+1)\alpha)\int d^1xtr(g^{-1}\partial+g1h^{-1}\partial-h)} \\
&\quad . \det(\partial_+^{ADJ})\det(\partial_-^{ADJ})
\end{aligned}
\tag{3.34}
$$

Los 2 últimos determinantes (que provienen de las ecuaciones (3.31) y (3.32)) pueden exponenciarse usando ghosts anticonmutantes $\rho_\pm^a, \varepsilon^a$ en la representación adjunta de

SU(N).

$$\det(\partial_+^{ADJ})\det(\partial_-^{ADJ}) =$$

$$\int D\rho_+^a D\rho_-^a D\bar{\varepsilon} D\varepsilon \exp\{i\int d^2x(\rho_+^a\partial_-\bar{\varepsilon}^a + \rho_-^a\partial_+\varepsilon^a)\} \quad (3.35)$$

Llamaremos $\bar{Z}$ a esta contribución, que como en el caso abeliano corresponde a una teoría conforme. Puede comprobarse que $\det\partial_+^{ADJ}$ solo contribuye a la componente holomórfica del tensor de energía impulso y $\det\partial_-^{ADJ}$ a la antiholomórfica. Ambas componentes satisfacen un álgebra de Virasoro con una carga central $c = -2\dim SU(N) = -2(N^2-1)$.

3.5 Invarianza Conforme

Mostraremos en esta sección que la funcional generatriz (3.34) corresponde a una teoría invariante conforme cuando la constante de acoplamiento g_N toma determinados valores.

Es inmediato ver de la ecuación (3.34) que un posible modelo invariante conforme se obtiene ajustando la constante de acoplamiento g_N de manera tal que cancele el término cuadrático A_+A_-, es decir que se verifique:

$$\frac{1}{g_N^2} + (1+2N)\alpha = 0 \quad (3.36)$$

Para esta elección de g_N (que llamarenos g_N^*) la acción efectiva $Z_{SU(N)}$ posee una invarianza *local* $SU(N)$: $g \to gU(x), h \to hU(x)$ $(U \in SU(N))$. Debido a esta invarianza local, la definición correcta de la funcional generatriz exige que se divida por el volumen del grupo de integración $\Omega_{SU(N)}$. Luego si redefinimos $U = gh^{-1}$ (la medida de integración Dg es la medida invariante de Haar) obtenemos:

$$\frac{Z_{SU(N)}}{\Omega_{SU(N)}} = \int D\bar{\eta}D\eta e^{i\int d^1x\bar{\eta}\bar{\partial}\eta}.\bar{Z}_{gh}.\int DUe^{-i(2N+1)W[U]} \quad (3.37)$$

puesto que la integración en h es trivial y se cancela con $\Omega_{SU(N)}$. Es decir , obtuvimos una acción efectiva constituida por tres factores independientes, cada uno de los cuales corresponde a una teoría invariante conforme:

a) fermiones libres.

b) ghosts libres.

c) bosones con una acción de W-Z-W.

Concluímos entonces, a la luz de los resultados del Capítulo II, que para el valor de la constante de acoplamiento:

$$g^{*2} = -\frac{1}{(1+2N)\alpha} \tag{3.38}$$

la teoría es racional conforme y las corrientes asociadas a las simetrías quirales $SU(N)_L \times SU(N)_R$ del modelo de W-Z-W:

$$\begin{aligned} J_+ &= i(2N+1)U^{-1}\partial_+ U \\ J_- &= i(2N+1)U\partial_- U^{-1} \end{aligned} \tag{3.39}$$

satisfacen un álgebra de Kac-Moody con nivel $K = 2N+1$ y teniendo en cuenta las contribuciones de los ghosts y la de los campos abelianos ϕ y η, el álgebra de Virasoro que satisface el tensor de energía impulso total posee una carga central:

$$c = 1 \tag{3.40}$$

Notemos que la simetría quiral $U \to \Omega(x^-)U\Lambda^{-1}(X^+)$ que posee el modelo en este punto, es trivial debido a nuestra elección de la parametrización de los campos A_+ y A_- en función de los campos g y h, y por lo tanto no corresponde a una simetría de los fermiones originales.

Es posible encontrar otro valor crítico de g_N para el cual la teoría tambien presenta invarianza conforme. Utilizando la identidad de Polyakov-Wiegmann podemos escribir a $Z_{SU(N)}$ de la forma:

$$\begin{aligned} Z_{SU(N)} = Z_F \quad . \quad & \bar{Z}_{gh} . \int DgDh e^{i\{-(2N+1)W[g]-(2N+1)W[h^{-1}\}} \\ . \quad & e^{-i\{\frac{1}{g_N^2}+(2N+1)(\alpha+\frac{1}{4\pi})\}\int d^2x Tr(g^{-2}\partial + gh^{-1}\partial - h)} \end{aligned} \tag{3.41}$$

(Z_F es la función generatriz de los fermiones libres). Se ve entonces claramente que fijando g_N, de tal manera que anula la última exponencial:

$$g_N^{**2} = -\frac{1}{(2N+1)(\alpha + 1/4\pi)} \tag{3.42}$$

la funcional generatriz corresponde nuevamente a un modelo invariante conforme. En este caso la carga central de Virasoro (teniendo en cuenta la totalidad de los campos) será:

$$c = 2N^2 - N \tag{3.43}$$

Es importante notar que en este último caso la acción efectiva tiene una invarianza quiral global SU(N) x SU(N) frente a transformaciones de la forma:

$$g \to gA \ , \ h \to hB \ \ (A, B \epsilon SU(N)) \tag{3.44}$$

que se corresponden exactamente con las transformaciones quirales de las variables fermiónicas originales:

$$\Psi_L \to A^{-1}\Psi_L \ , \ \Psi_R \to B^{-1}\Psi_R \tag{3.45}$$

como puede verse de las ecuaciones (3.25). Es decir que para el valor de acoplamiento g^{**} , la simetría vectorial se extiende a una simetría quiral.

Concluímos entonces que existen dos valores críticos de la constante de acoplamiento g_N , dados en (3.38) y (3.42) para los cuales el modelo deviene racional conforme y la simetría vectorial global SU(N) se extiende a una simetría vectorial *local* SU(N) en el primer caso y a una simetría *quiral* global SU(N) en el segundo.

Como habíamos mencionado en la introducción R.Dashen y Y.Frishman habían notado parte de este fenómeno. En efecto ellos mostraron que para ciertos valores de g_N el modelo presenta simetría conforme. Eligiendo en nuestro modelo bosonizado la regularización $\alpha = -1/4\pi$ (que asegura la equivalencia entre la acción de W-Z-W y una acción de fermiónes libres) obtenemos el valor crítico hallado por Dashen y

Frishman:

$$g_N^{*2} = \frac{4\pi}{2N+1} \tag{3.46}$$

(en la referencia Dashen y Frishman, 1975) aparece incorrectamente $(N+1)$ en el denominador de (3.46)).

Para esta regularización no existe ningún valor finito de g_N^{2**} como puede verse de la ecuación (3.42). En este caso g_N^{*2} es el único punto crítico de la teoría.

Concluimos señalando que el haber hallado que el modelo de Gross-Neveu es invariante conforme para ciertos valores de la constante de acoplamiento es uno de los resultados importantes de esta tesis. En particular confirmamos por primera vez en forma explícita el comportamiento predicho por el teorema C de Zamalodchikov (Zamolodchikov, 1986; Ludwig y Cardy, 1986). En efecto vemos que el modelo corresponde a una teoría en la que puede definirse una función C(g) tal que $C(g^*)$ y $C(g^{**})$ corresponden a valores de la carga central de Virasoro en los puntos g^* y g^{**} donde el modelo es invariante conforme.