

Capítulo 7

Conclusiones

Como señalamos en la introducción, el propósito de esta Tesis fue el analizar la realización de simetrías a nivel cuántico, así como su eventual violación, utilizando como laboratorio modelos bidimensionales relevantes en distintos campos de la Física. Hemos utilizado para este propósito el formalismo de la integral funcional. Es importante notar que los fenómenos que describimos no dependen esencialmente del hecho de que trabajemos en $d=2$ dimensiones, por lo que son de esperar en $d=3,4,\dots$

El primer modelo tratado fue el de Gross-Neveu quiral, introducido originalmente para estudiar la generación dinámica de masa en teorías con libertad asintótica, fenómeno este de interés en modelos que pretenden describir interacciones fundamentales. La bosonización completa del modelo nos permitió obtener de manera sencilla dos importantes resultados. En primer lugar, mostrarnos como las excitaciones no masivas del vector $U(1)$ se desacoplan del resto. Este fenómeno, predicho por Witten a partir de un análisis heurístico, (Witten, 1978) se obtiene de manera muy simple y clara con nuestra técnica de bosonización no abeliana. En segundo lugar, al analizar el sector de simetría $SU(N)$ pudimos mostrar que el modelo deviene invariante conforme para dos familias de valores de la constante de acoplamiento:

$$i) \quad g_\mu^2 = -1/(2N + 1)\alpha$$

(α es un parámetro arbitrario que determina la regularización elegida para el cálculo

del determinante fermiónico).

$$ii) \quad g_{\mu}^2 = -1/(2N + 1)(\alpha + \pi/4)$$

En ambos la simetría clásica vectorial global $SU(N)$ se amplía: Para los valores de la constante de acoplamiento correspondientes al caso (i) la realización que da el modelo de los generadores del grupo conforme corresponde a un álgebra conforme con una carga central $c=1$. En este caso la simetría clásica se extiende a una simetría vectorial local $SU(N)$. En cambio, para los valores de la constante de acoplamiento dados por (ii) la teoría conforme que resulta posee una carga central $c = 2N^2 - N$ y la simetría original se extiende a una simetría global quiral $SU(N)$.

Es importante señalar que esta extensión de la simetría clásica debida a la cuantificación del modelo es un fenómeno de mucho interés que puede encontrar aplicaciones en otros campos de la Física. En el caso presente está ligada al “teorema C de Zamolodchikov” que describe la posibilidad de que un dado modelo (no necesariamente bidimensional) devenga invariante conforme según las propiedades de una función $C(g)$ de la constante de acoplamiento, ligada a la función beta de la teoría.

El segundo modelo que analizamos corresponde a una teoría de fermiones sometidos a un vínculo a través de un multiplicador de Lagrange con topología no trivial. Dada la estructura topológica no trivial del vínculo el modelo no puede bosonizarse en forma ingenua. La teoría efectiva resultante contiene un sector bosónico que puede ser escrito como una acción de bosones sin masa en interacción con un campo gravitatorio convenientemente elegido. Este sector, que incluye una interacción con la curvatura, recuerda la construcción de Dotsenko y Fateev (Dotsenko y Fateev, 1984, 1985) para obtener las funciones de correlación de una teoría general.

En efecto, la construcción de Dotsenko y Fateev corresponde a una teoría de bosones libres con condiciones de contorno no triviales por el agregado de una carga en el infinito. Esta carga aparece en nuestro modelo como la carga topológica N del vórtice que actúa como fondo (“background”). El álgebra de Virasoro resultante

posee una carga central $c = 3N^2 - 1$.

Hemos así mostrado que la técnica de bosonización vía integración funcional no solamente da lugar a una formulación sencilla en el caso de simetrías no abelianas sino que también permite en forma natural el estudio de fenómenos asociados a propiedades topológicas de los campos.

Finalmente analizamos en esta Tesis el modelo sigma no lineal homogéneo acoplado a fermiones de Weyl, que es objeto de mucho interés por su relevancia en la construcción de modelos de cuerdas y supercuerdas.

El modelo de bosones en un espacio homogéneo G/H presenta anomalías cuando los fermiones de Weyl no se transforman en una representación libre de anomalías del subgrupo H . En este contexto hemos presentado una propuesta de cuantificación consistente aun cuando las anomalías internas de la teoría están presentes. Nuestra propuesta está basada en un tratamiento cuidadoso de los grados de libertad asociados al subgrupo H , que aunque clásicamente se desacoplan, reaparecen a nivel cuántico a través de una acción de Wess-Zumino. Este nuevo término cancela exactamente la variación anómala de la medida de integración fermiónica y así la simetría global G se restaura.

Nuestra propuesta está inspirada en las ideas de Polyakov sobre cuantificación de la cuerda y fue aplicada con éxito a la cuantificación de teorías de gauge anómalas (Faddeev y Shatavili, 1986; Babelón, Schaposnik y Viallet, 1986). En el caso presente, los grados de libertad en H que reaparecen en la acción de Wess-Zumino son equivalentes al modo de dilatación de la métrica que reaparece en la acción de Liouville en la cuantificación de la cuerda.

Nuestra propuesta puede ser también conectada con la formulada por otros autores (Manohar, Moore y Nelson; Alvarez Gaumé y Ginsparg; Bagger, Nemeschansky y Yankielowicz) que obtienen una cancelación de anomalías por el agregado de contraterminos a la acción. La diferencia básica con este tratamiento es que en nuestro caso el término de Wess-Zumino no debe ser agregado ad-hoc sino que surge natu-

ralmente en el proceso de cuantificación.

Como colofón a nuestro estudio de simetrías en modelos fermiónicos podemos señalar que la cuantificación de una teoría afecta profundamente las simetrías que esta tiene a nivel clásico, más allá de las eventuales anomalías que puedan aparecer a causa de la necesidad de regularización. En efecto, hemos visto que una simetría clásica puede extenderse por efectos cuánticos (fenómeno este opuesto al de aparición de anomalías, que son violaciones a simetrías clásicas). Por ello, el tratamiento de los grados de libertad asociados a las simetrías de un modelo debe ser muy cuidadoso. Aún cuando tales grados de libertad estén ausentes a nivel clásico, el proceso de cuantificación puede hacerlos reaparecer enriqueciendo así las propiedades del modelo. Este fenómeno, descubierto por Polyakov en la cuantificación de la cuerda y en el origen de la aparición de la acción de Liouville, ha sido revelado por nuestro análisis en conexión con simetrías globales, conformes y de gauge.