Apéndice

Demostraremos en este apéndice la identidad (3.32) del Capítulo III que relaciona el determinante de la derivada covariante en la representación adjunta con el mismo en la representación fundamental del grupo G.

La derivada covariante en la representación adjunta se define:

$$D_\mu(A)^{ADJ} = i\partial_\mu - g_N[A_\mu,] \tag{A.1}$$

donde $A_\mu = A_\mu^a t^a$ siendo t^a los generadores del grupo en la representación fundamental que satisfacen:

$$[t^a, t^b] = if^{abc}t^c \tag{A.2}$$

$$trt^a t^b = \frac{1}{2}\delta^{ab} \tag{A.3}$$

La ecuación (A.1) puede escribirse en términos de los generadores de la representación adjunta T^a:

$$D_\mu(A)_{ab} = i\partial_\mu \delta_{ab} - g_N A_\mu^c (T^c)_{ab} \tag{A.4}$$

donde los generadores T^a están definidos:

$$(T^a)_{bc} = -if^{abc} \tag{A.5}$$

y satisfacen el álgebra (A.2) en virtud de la identidad de Jacobi.

Volvamos ahora al jacobiano (3.27) del Capítulo III:

$$J_F = \frac{\det(\gamma.(i\partial - g_N A))}{\det \gamma.i\partial} \tag{A.6}$$

Este determinante se calcula usando alguna regularización adecuada (por ejemplo el método del Heat-Kernel) y se obtiene, en un paso previo al resultado final (3.28), el valor (ver por ej. (Schaposnik, 1978))

$$\begin{aligned}\ln[\frac{\det \gamma.(i\partial - g_N A)}{\det \gamma.i\partial}] &= tr(t^a t^b)\{-\frac{i}{4\pi}\int_0^1 dt \int d^2x \varepsilon^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^{at}\phi^b + \\ &+ i2\alpha g_N^2 \int d^2x A_\mu^a A_\mu^b\} \end{aligned} \tag{A.7}$$

donde $F^t_{\mu\nu}$ es la curvatura asociada al campo A^t_μ:

$$F^t_{\mu\nu} = \partial_\mu A^t_\nu - \partial_\nu A^t_\mu + ig_N[A^t_\mu, A^t_\nu] \tag{A.8}$$

y

$$\gamma.A^t = \frac{i}{g^N} e^{-\gamma_5 \phi t} \gamma.\partial e^{\gamma_5 \phi t} \tag{A.9}$$

El resultado (A.7) muestra que el valor del determinante solo depende de la representación elegida de los campos en el factor $tr(t^a t^b)$. Para la representación adjunta tenemos:

$$trT^a T^b = -f^{aij} f^{bji} = C_G \delta^{ab} \tag{A.10}$$

donde C_G es el Casimir en la representación adjunta. Teniendo en cuenta la normalización (A.3) para los generadores en la representación fundamental obtenemos finalmente el resultado deseado:

$$\ln \left[\frac{\det D(A)^{ADJ}}{\det D(0)^{ADJ}} \right] = 2C_G \ln \left[\frac{\det D(A)^{FUND}}{\det D(0)^{FUND}} \right] \tag{A.11}$$