

Utilidad de la simulación en la enseñanza de la estadística básica

Autores: Aldo Sacerdoti, Mónica Giuliano.

e-mail: asacerdo@unlm.edu.ar ; mgiulia@unlm.edu.ar

Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas
Universidad Nacional de la Matanza.

Florencio Varela 1903. San Justo. Buenos Aires. Tel/Fax: 4480-8952

Resumen

En general la técnica de simulación es explicada en cursos de segundo nivel estadístico. La propuesta es incluirla en los primeros cursos universitarios, en el momento de introducir el concepto de cambio de variable. Se busca familiarizar al alumno con la técnica y con diferentes visiones de aplicación de la misma. Se considera a las simulaciones como representaciones artificiales de la realidad que permiten contrastar modelos teóricos y análisis muestrales. Cuando se aplican estas técnicas deberá mantenerse un claro balance entre los conceptos teóricos, los algoritmos de cálculo y los problemas prácticos simulados para que no se caiga en una simple operatoria matemática ni en una aplicación de recetas.

Este artículo resume una propuesta didáctica e incluyen varios ejemplos, además de una descripción del uso de la técnica de simulación con la utilización de Microsoft Excel®. Se presentan problemas contextualizados principalmente en el marco de la Ingeniería, pero también aplicables en cursos de otras disciplinas.

Palabras claves: Simulación - Estadística – Enseñanza universitaria – Variables aleatorias

III Workshop de Tecnología Informática Aplicada en Educación (WTIAE).

Introducción

Son conocidas las dificultades de los alumnos al inicio de carreras universitarias en comprender el significado de la modelización de fenómenos o hechos. Se han realizado estudios con alumnos ingresantes a las carreras de Ingeniería y en alumnos que inician el cursado de la asignatura Probabilidad y Estadística en la Universidad Nacional de la Matanza. Observándose se registran dificultades en la interpretación de la relación modelo–realidad y en la diferenciación entre los modelos determinísticos y los probabilísticos. Una de las dificultades propias en la didáctica de la estadística es hacer entender la diferencia entre el modelo teórico y la realidad.

En general la forma de enseñar la estadística básica no ha cambiado a lo largo de los últimos años a pesar de amplia difusión de los medios informáticos; esto podría retrasar el aprendizaje y favorece las concepciones de una ciencia no integrada. La informática brinda una oportunidad de enfoque didáctico diferente de la estadística y sus aplicaciones, desde el comienzo mismo del desarrollo de los temas, por ejemplo a través del uso de la técnica de simulación. La propuesta consiste en incluir la técnica en cursos básicos de estadística universitaria, con la introducción del cambio de variable y no postergarlo a cursos de segundo nivel estadístico. Se considera que el uso adecuado de la simulación puede facilitar aprendizaje de conceptos como aleatoriedad, muestra, modelo, etc. más aún si se dispone de una herramienta sencilla y accesible como es Microsoft Excel®.

Algunos profesores comienzan el dictado de su materia con estadística descriptiva como base para introducir los modelos matemáticos, otros comienzan con los modelos matemáticos para luego hablar de la toma de datos y el armado del modelo. En ambas alternativas se crean dificultades de comprensión que deben ser manejadas con sumo cuidado. Por ejemplo es frecuente que se confunda media μ y valor promedio \bar{x} , variancia σ^2 y estimador de la variancia S^2 ; frecuencia y probabilidad, etc.

Las simulaciones no presentan situaciones reales sino representaciones artificiales de las mismas o sea que permiten contrastar modelos teóricos y análisis muestrales. El uso de esta técnica permite acercar al alumno a una realidad más tangible con resultados numéricos que pueden estar involucrando, problemáticas de otras asignaturas de la carrera. Cuando se aplican estas técnicas deberá mantenerse un claro balance entre los conceptos teóricos, los algoritmos de cálculo, y los problemas prácticos simulados para que no se caiga en una simple operatoria matemática ni en una aplicación de recetas. Este artículo resume una propuesta didáctica, incluye descripción del uso de la técnica de simulación en distintos tipos de ejemplos y aplicación.

La técnica elemental de simulación

Simular una variable aleatoria es generar valores de la misma a través de un cambio de variable partiendo de valores de una variable Random

La variable random o número al azar es un número real equiprobable entre 0 y 1, lógicamente para el cálculo se deberá tomar una cantidad de cifras decimales limitadas que dependerán de las posibilidades de cálculo y la precisión establecida. Existen algoritmos que permiten generar valores random. Las calculadoras científicas suelen tener una tecla **RAN** para obtenerlos. En Excel esta función se denomina **ALEATORIO()**.

A continuación se describe la forma genérica para simular variables categóricas, discretas y continuas. En el caso de algunas variables particulares (Normal, Gamma, Exponencial, Beta, etc.) hay formas alternativas sencillas para simularlas.

La simulación de variables categóricas

Para simular sucesos de una variable categórica se debe estructurar una tabla de equivalencia entre los resultados de la variable por categorías y los intervalos de los números random, de tal manera que las Probabilidades de los sucesos equivalentes sean iguales. Por ejemplo para simular si una moneda cae “cara” (Probabilidad 50%) bastará asociarle el suceso {random<0.5} para que sean probabilísticamente equivalentes.

Otro ejemplo, se muestra en la tabla I, donde se tiene un espacio muestral de personas según sexo y fumador con una probabilidad arbitraria asignada para cada suceso y la correspondiente probabilidad acumulada, además del suceso equivalente en el espacio random.

Categorías	Probabilidad	Prob. acumulados	Intervalos equivalentes
Hombres fumadores	0,20	0,20	0,00 <random≤ 0,20
Hombres no fumadores	0,27	0,47	0,20 <random≤ 0,47
Mujeres fumadoras	0,32	0,79	0,47 <random≤ 0,79
Mujeres no fumadoras	0,21	1,00	0,79 <random≤ 1,00

Tabla I: Asignación de probabilidades a las categorías y a los sucesos equivalentes random.

Si se quiere simular una de estas categorías, se obtiene un número random, por ejemplo 0,382 y se observa en cual intervalo de los random está comprendido, corresponde en el ejemplo la categoría “hombre no fumador”.

Utilizando la función condicional **SI** se pueden obtener valores simulados, si son pocas las categorías; en este caso se coloca en la celda A1 el número random generado con la instrucción =aleatorio(), en la columna siguiente se inserta la siguiente instrucción =si(A1<0,2;”Hombres fumadores”; si(A1<=0,47; ”Hombre no fumador”; si A1<=0,79; ”Mujer fumadora”;”mujer no fumadora”)))

Otra forma para simular valores de una variable categórica es utilizar la función **BUSCARV**. Es particularmente más conveniente en casos donde es necesario simular valores para más de 7 categorías. Se arma previamente una tabla como la mostrada en la tabla II; con el cuidado de mantener un desplazamiento de la columna de probabilidades acumuladas e incrementarlas con un mínimo valor, ya que la función antedicha busca el valor más cercano por defecto en la primer columna (A) y devuelve el valor de la segunda, B.

A	B
0	Hombres fumadores
0,2000001	Hombres no fumadores
0,4700001	Mujeres fumadoras
0,7900001	Mujeres no fumadoras

Tabla II: Tabla para asignar valores en Excel a través de la función BUSCARV

En cualquiera de los dos casos los resultados son equivalentes, puede observarse un ejemplo en la tabla III. Esta tabla puede permanecer “activa” o sea que cambiará con la tecla F9.

	A	B
1	Nro. aleatorio	Categoría asociada
2	0,301550415	Hombres no fumadores
3	0,804611569	Mujeres no fumadoras
4	0,176824487	Hombres fumadores
5	0,213111241	Hombres no fumadores
6	0,183586375	Hombres fumadores
7	0,298744757	Hombres no fumadores
8	0,712054518	Mujeres fumadoras
9	0,572803251	Mujeres fumadoras

Tabla III: ejemplo reducido de asignación de valores en la columna B a la variable categórica según los números aleatorios obtenidos en la columna A (volátil)

Una tabla de este tipo, pero lógicamente más extensa, es un ejemplo de un “muestreo” simulado, con estos datos se puede calcular la frecuencia relativa de cada categoría. Se obtiene así la tabla resumen siguiente donde para las categorías simuladas se indican los valores de las frecuencias relativas en comparación con los porcentajes originales. Si se tecldea F9 se recalcularán todas las tablas y se podrá observar la variabilidad entre “muestras”.

Tabla de simulación		%muestral	% teórico
0	Hombres fumadores	19,8%	20,0%
0,2000001	Hombres no fumadores	24,1%	27,0%
0,4700001	Mujeres fumadoras	33,7%	32,0%
0,7900001	Mujeres no fumadoras	22,4%	21,0%
			100,0%

Tabla IV: Tabla de frecuencia muestral (volátil) y teórica (fija) obtenida del Excel.

La simulación de variables discretas

Se estructura una tabla de la misma manera que en caso anterior, nótese que los intervalos random son los intervalos entre los valores de la Función de Distribución de probabilidad (o acumulada)

Ejemplo: tabla para simular una variable aleatoria Binomial como la cantidad de éxitos en 5 ensayos con probabilidad de éxito 0,3, la tabla V muestra la equivalencia de sucesos.

r Cant. exitos	P(r) Probabilidada	F(r) Prob Acumulada	Intervalos random equivalentes para simulación
0	16,8	16,8	0 <random≤ 16,8
1	36,0	52,8	16,8 <random≤ 52,8
2	30,9	83,8	52,8 <random≤ 83,8
3	13,2	97,0	83,8 <random≤ 97,0
4	2,8	99,8	97,0 <random≤ 99,8
5	0,2	100,0	99,8 <random≤ 100,0

Tabla V para simular valores de una variable binomial de n=5 p=0,3

En la tabla VI se observa una serie de valores binomiales de n=5 p=0,3 simulados (parcial) y su tabla de frecuencias en comparación con los porcentajes originales.

	A	B
1	Nro. aleatorio	Valores simulados de la variable Binomial
2	0,954789559	3
3	0,199582306	1
4	0,309158992	1
5	0,461792037	1
6	0,470918857	1
7	0,1054252	0
8	0,59221775	2
9	0,38185397	1

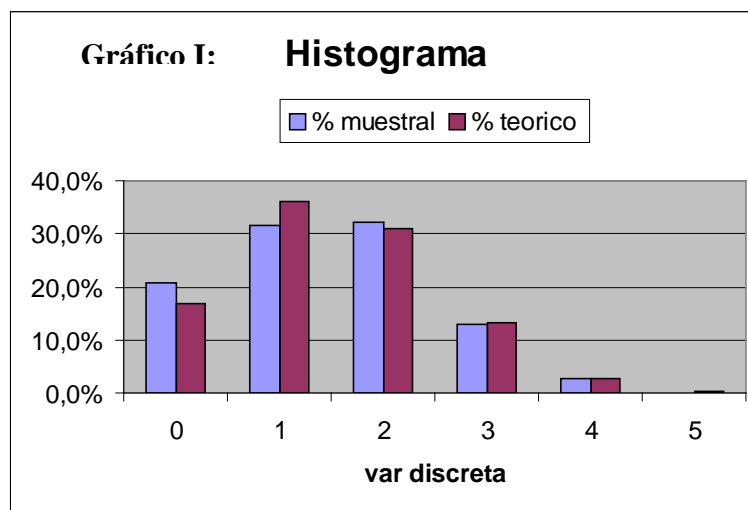
Tabla VI: Parte del resultado de la simulación de una variable Binomial con n=5, p= 0.3 (volátil).

A partir de la tabla anterior se realiza el cálculo del valor promedio y la variancia muestral en comparación con los valores teóricos de la variable, que a modo de ejemplo se muestra en la tabla VII.

tabla de simulación		% muestral	% teórico
0	0	17,4%	16,8%
0,16807	1	36,3%	36,0%
0,52822	2	27,9%	30,9%
0,83692	3	15,1%	13,2%
0,96922	4	3,2%	2,8%
0,99757	5	0,0%	0,2%
			100,0%
		muestral	teórico
Media		1,503	1,5
Desvío		1,047	1,025
Variancia		1,096	1,050

Tabla VII: Frecuencias, medias, desvíos y variancia muestrales (volátil) y teóricas (fija) obtenida del Excel

Otra forma interesante de comparar los valores muestrales y los teóricos de frecuencia es construyendo un gráfico activo que se corresponde a los valores anteriores y también se modificara con sucesivos F9. En el gráfico I, se observa una muestra, a modo de ejemplo.



La simulación de variables continuas

Una variable continua se genera con la función inversa de la de distribución (acumulada) y se iguala a un número random, luego se “despeja” la variable que queda así en función del número random. Por ejemplo:

Si X tiene una función de distribución $F(x) = x^2 / 64$ para $0 < x < 8$; se iguala a “random” y se despeja, resulta entonces:

$$F(x) = x^2 / 64 \quad \rightarrow \quad X = 8 * \sqrt{\text{random}}$$

Con esta fórmula pueden generarse entonces valores simulados de esta variable para luego analizarlos con estimadores y gráficos que serán comparados con el modelo teórico. La posibilidad de recalculiar automáticamente los valores muestrales y los estimadores (F9 en Excel) da

rápida idea de la variabilidad y el acercamiento al “verdadero” valor de los parámetros (ver tabla VIII).

	A	B
1	Nro. aleatorio	Valores simulados de la variable X
2	0,4391756	5,302
3	0,3545543	4,764
4	0,2892727	4,303
5	0,1582528	3,182
6	0,4121371	5,136
7	0,8098519	7,199
8	0,7670476	7,007
9	0,3857035	4,968

Tabla VIII (parcial) de simulación obtenida con Excel

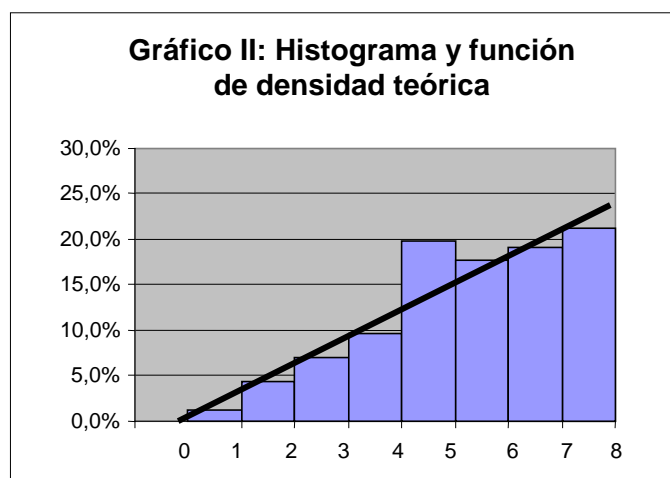
Ejemplo: con la función anterior se generó la tabla IX de frecuencias muestrales y probabilidad

tabla de simulación	var	Frecuencia muestral	% muestral	probabilidad
0	0	0	0,0%	0,0000
0,015625	1	4	1,2%	0,0313
0,0625	2	13	3,8%	0,0625
0,140625	3	31	9,0%	0,0938
0,25	4	33	9,6%	0,1250
0,390625	5	56	16,3%	0,1563
0,5625	6	52	15,1%	0,1875
0,765625	7	67	19,5%	0,2188
1	8	88	25,6%	0,2500

	muestral	teórico
n	344	
media	5,384	5,333
desvío	1,896	1,886
variancia	3,596	3,556

Tabla IX: Frecuencia muestral (volátil) y teórica (fija), media y desvío.

En el gráfico II se pueden observar y comparar el histograma y la función densidad teórica.



Otras técnicas para simular variables

Excel también permite operar de otras maneras para generar valores de variables aleatorias

1) Utilizando la función inversa:

El soft dentro de funciones estadísticas tiene algunas funciones inversas, que cuando se indica el valor de probabilidad devuelve el valor asociado de la variable por ej: `distr.normal.inv`; `distr.gamma.inv`, `distr.beta.inv` y otras

En estos casos se selecciona en el *menú Insertar / función / Estadísticas* la función, por ejemplo, **DISTR.NORMAL.INV** y se completa el casillero *probabilidad* con **ALEATORIO()**, se obtiene como resultado un valor simulado de la variable, en el gráfico III se muestra esta aplicación para una variable de Normal de media 100 desvío 10

Gráfico III: Cuadro obtenido a partir del *menú Insertar / función / Estadísticas/ distr.normal.inv*

De existir la función inversa de la variable deseada este método es el más expeditivo y sencillo. Se tiene la ventaja que se mantienen “volátiles” los números random (*ALEATORIO()*) lo que permite “cambiar” la muestra con sólo teclear F9.

2) Utilizando fórmulas

Algunas variables se pueden simular con fórmulas específicas.

Por ejemplo, la variable Binomial es una suma de n ceros y unos generados como variable Bernoulli: $r = \sum^n b_i$. Tomando como caso particular $n=5$ y $p=0,4$, las cinco celdas A4 hasta E7 se completan con la fórmula `=SI(ALEATORIO(<$$1;1;0))` y en la columna F se suman los valores desde A hasta E (ver la tabla X), se obtiene así un valor de esta variable Binomial. Con esta metodología puede mostrarse la relación entre las variables Binomial, Pascal, Geométrica, integradas en el Proceso Estocástico Bernoulli.

	A	B	C	D	E	F
1	Var. Binomial:	p =	0,4	n=	5	
2						
3	Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5	r : variable binomial
4	0	1	1	0	1	3
5	0	1	1	1	1	4
6	0	0	0	1	0	1
7	1	0	1	0	1	3

Tabla X: Simulación de valores de una variable Binomial a partir de la suma de variables Bernoulli.

En la misma línea didáctica se pueden integrar las variables exponencial y Gamma del Proceso Poisson:

Exponencial $t = -\lambda * \text{LN}(\text{aleatorio}())$ λ tasa de éxitos

Gamma (Erlang) $t_\gamma = \sum^k t_i$ (suma de k valores exponenciales)

Otros ejemplos son la variable Uniforme y la variable Normal:

Uniforme $u = (b-a) * \text{aleatorio}() + a$ a: mínimo de la variable uniforme
b: máximo de la variable uniforme

Normal $x = (\sum^{12} \text{aleatorio}() - 6) * \sigma_x + \mu_x$ σ_x desvío de la var. normal
 μ_x media de la variable normal

En este caso se considera que la suma de 12 variables uniformes es suficiente aproximación a la Normal (teorema central del límite).

3) Utilizando la instrucción Excel: “Generación de números aleatorios”

El soft Excel permite simular directamente algunas variables entrando en el *menú / Herramientas / Análisis de datos / Generación de números aleatorios*, solamente que en ese caso los valores generados no estarán activos y no se podrá “probar” otras muestras sin realizar toda la tarea de simulación nuevamente.

La utilización en la enseñanza

En el uso de esta herramienta deberá tenerse especial cuidado en aclarar que las muestras, en el trabajo profesional, NO se obtienen de una simulación sino de la realidad; el uso de valores simulados es en este caso puramente didáctico porque permite comparar una “realidad artificial” con los modelos teóricos.

Ejemplos de aplicación didáctica

A continuación se presentan distintos tipos de ejemplos de aplicación de la técnica de simulación.

a) Objetivo: mostrar como varían los resultados muestrales con diferentes tamaños de muestra.

Actividad: se armará el histograma comparativo con los valores obtenidos en la muestra simulada con la función “verdadera”. Por sucesivos cambios en la muestra (realizados instantáneamente recalculando F9) se podrá observar como los sucesivos histogramas oscilan alrededor la función “verdadera”.

b) Objetivo: Verificar el teorema central del límite.

Actividad: Se puede generar una cantidad de variables y sumarlas, con la variable resultante se observará que el histograma asume una forma de campana de Gauss, se podrá también realizar un ensayo de bondad de ajuste.

c) Objetivo: Mostrar como el “verdadero” valor de un parámetro está “casi siempre” dentro de un intervalo de confianza

Actividad: Se genera una muestra de una variable conocida con sus parámetros y se calculan los intervalos de confianza ya sea de la media, de la variancia, de un porcentaje etc. Se puede verificar cómo al realizar repetidos recálculos el verdadero valor del parámetro que se utilizó para la simulación está casi siempre dentro el intervalo, además se puede aprovechar esta situación para hacer recordar el concepto de Nivel de Confianza.

d) Objetivo: Resolver problemas sencillos con simulación y verificación teórica.:

Actividad 1: Se verifica que la suma de dos uniformes es una variable triangular a partir de un par de valores de variable uniforme, al sumarlas el histograma de la variable suma adquiere la forma triangular.

Actividad 2: Encontrar en forma teórica la $f(y)$ a partir de un cambio de variable $y=\Phi(x)$ que luego se verifica experimentalmente. Por ejemplo, se simulan valores de la variable X exponencial y se transforma con $y=x^2$, luego se realiza el histograma de y para compararlo con la función $f(y)$ obtenida matemáticamente.

e) Objetivo: Observar el resultado (como histograma) de la mezcla de dos variables aleatorias y comparar con la función teórica y comprobar que la mezcla de dos variables normales NO es Normal.

Actividad: Se generan valores de dos variables Normales de distinta media en proporciones diferentes y se analiza el histograma resultante. Podrá modificarse el porcentaje de mezcla para observar el efecto. Por ejemplo, si un mayorista compra el 70% de las ciruelas que provienen de la huerta A cuyos pesos son v.a. Normal de media 60 y desvío 5, y el resto de la huerta B que tienen media 80 y desvío 8. ¿Cómo será la distribución de las ciruelas mezcladas que vende el mayorista?

f) Objetivo: Verificar ensayos de hipótesis.

Actividad: Se generan las muestras con parámetro igual al de la hipótesis nula y se verifica que sólo pocas veces se rechaza (error tipo I) y luego con un parámetro alternativo se verifica el error tipo II (% de veces que se acepta). Por ejemplo, suponiendo que se deba controlar el funcionamiento de una máquina, en cuanto a su porcentaje de defectuosas, con un control que establezca detener la misma si se encuentran 2 o más de defectuosas en una muestra de 40. Se calcula teóricamente la probabilidad de error tipo I, y tipo II con algún supuesto de % de defectuosas y se verifica cuantas veces se acepta continuar la producción cuando debiera detenerse y viceversa.

g) Objetivo: Elaborar un ensayo de bondad de ajuste y “probar” rápidamente que sucede con distintas muestras y diferentes variables.

Actividad: Se generan valores de una variable cualquiera, se estiman sus parámetros y se prueban diferentes modelos verificando cuantas veces resulta aceptable y cuantas no.

h) Objetivo: Comparar las distintas pruebas de bondad de ajuste: χ^2 , Kolmogorov-Smirnov etc.

Actividad: Se generan valores de variables Normales y de otras, se estiman sus parámetros y se utilizan los diferentes métodos y observándose cuantas veces se acierta en la aceptación y en el rechazo en cada una de las pruebas.

i) Objetivo: Verificar la asociación entre las variables del proceso Bernoulli: Binomial, Geométrica, Pascal, Binomial negativa.

Actividad: a partir de una secuencia de ceros y unos generados con P constante, si contamos los unos para una cantidad fija de ensayos se obtendrá un histograma de variable Binomial. Si se cuentan los ensayos hasta que aparezca el primer uno la forma será geométrica, si se cuentan los ensayos hasta el $r^{\text{ésimo}}$ uno la variable será Pascal, si se cuentan los fracasos hasta el $r^{\text{ésimo}}$ uno la variable será Binomial negativa.

De la misma manera se pueden mostrar las variables del Proceso Poisson: Poisson, Exponencial, y Gamma.

j) Objetivo: Mostrar la potencialidad del método de Montecarlo

Actividad: Se pueden resolver problemas matemáticamente complejos por métodos de simulación, haciendo énfasis en gran dificultad para resolverlos con modelos determinísticos. Por ejemplo modelos de colas, de stock, de juegos de azar y apuesta etc. Por ejemplo si sólo se puede realizar un tiro extra en el juego de generala y el resultado actual es 5; 5; 4; 3; 2 debe resolverse si conviene apostar al “5” o apostar a “escalera”.

k) Objetivo: Hacer trabajar al alumno en situaciones “casi” reales planteando trabajos prácticos con valores muestrales simulados (sin que el alumno conozca los parámetros ni las funciones) para luego verificar la coincidencia entre el modelo elaborado y el “real”.

Actividad: A modo de ilustración se transcribe un trabajo práctico propuesto a los alumnos de un curso de Ingeniería. El mismo contempla conceptos de simulación integrados con conceptos teóricos de casi toda la asignatura. La resolución implica revisión conceptual, manejo del soft Excel, toma de decisiones y manejo de restricciones presupuestarias.

TP ESTADISTICA. Elabore un informe dirigido por ejemplo al gerente de la empresa, donde se maneje el lenguaje coloquial y el estadístico. Considere que Ud. acaba de ser contratado por una granja agrícola productora de huevos para:

- a) elaborar un informe sobre el tamaño con que se producen.
- b) ídem % de rotos y sucios
- c) peso bruto y neto de los maples de una docena
- d) funcionamiento de una máquina clasificadora por tamaño
- e) Establecer un criterio de separación por peso de los maples sospechados de contener huevos rotos
- f) diseñar un ensayo para comparar si distintos alimentos A y B afectan en el tamaño de los huevos y en el % de roturas

Restricciones presupuestarias

- a) Cada dato cuesta 4 \$ (por huevo)
- b) Su presupuesto es de 3000 \$
- c) La hora de trabajo suya vale 20 \$
- d) Peso maple vacío es Normal de media 30 gr desvío 3
- e) Clasificación: (chicos diámetro $x < 4$) (medianos $4 < x < 4,5$) (grandes $x > 4,5$) centímetros
- f) La máquina tiene probabilidades de clasificar erróneamente
- g) Si un huevo se rompe pierde el 20% de su peso
puede pedir más información si la necesita, se le dará si es posible.

A continuación se representa en la tabla XI, un ejemplo de la planilla de Excel activa que reciben los alumnos, junto con el enunciado de las consignas del trabajo práctico.

	A	B	C	D	E	F
	Para tener datos muestrales copie la fila 13 estire la cantidad deseada y luego fije los valores					
	huevo	peso	diámetro	tamaño de clasificación	Condición roto/sucio/ bueno (en blanco)	Tipo de alimentación
3		gr	cm	C / M / G	roto/sucio	A / B
4	1	70	4,4	M	sucio	B
5	2	90	5,0	G		B
6	3	81	4,0	C		B
7	4	96	4,5	G		A
8	5	93	4,6	G	roto	A
9	6	87	4,2	M		A
10	7	79	3,8	C		B
11	8	81	4,4	M		A
12	9	90	4,8	G		B
13	10	87	4,0	C	sucio	A

Tabla XI: Ejemplo de una tabla activa entregada a los alumnos.

Consideraciones finales

La técnica de simulación permite “acortar” la distancia que existe entre un aprendizaje en el aula y las situaciones reales con las que se va a enfrentar el futuro profesional. La utilización del Soft Excel, hoy en día muy difundido y accesible para los alumnos permite realizar esta tarea en forma sencilla.

La inclusión en los cursos de estas técnicas de simulación es una estrategia didáctica motivadora, tanto sea en clases demostrativas elaboradas por el profesor como en clases de laboratorio donde cada alumno pueda utilizarla. Por otra parte, refuerza el significado de los conceptos teóricos implícitos y hace que el alumno no sea un simple espectador sino un partícipe del acto de resolución y lo inspira a “probar” nuevas situaciones o alternativas.

El planteo de “problemas” casi reales junto con la exigencia de requerir informes que sean claros, tanto para estadísticos como para “no estadísticos”, implica en los alumnos un esfuerzo adicional beneficioso, ya que saber explicar requiere haber entendido la problemática y lo entrena en la comunicación necesaria para su futuro profesional.

Bibliografía:

- Alvarez, M. Giuliano, M. Nemirovsky, I. Sacerdoti, M.V. Santorsola, M. Vázquez, S. (2003). Estudio Preliminar del Desarrollo de un Test para el Relevamiento de Concepciones sobre la Naturaleza de la Ciencia. y la Tecnología en Alumnos de Ingeniería. Memorias del Congreso Latinoamericano de Educación Superior en el Siglo XXI. San Luis – Argentina.
- Alvarez, M. Giuliano, M. Nemirovsky, S. Pérez I. Sacerdoti, C. Romero, M. Vázquez, S. (2004). Análisis de concepciones sobre aspectos sociales de la naturaleza de la ciencia en alumnos de ingeniería. Memorias del IV Encuentro Nacional y Latinoamericano: La Universidad como objeto de investigación.
- Campistrous Pérez, Rizo Cabrera, 2002. La calculadora y el desarrollo del pensamiento. Actas Latinoamericanas de Matemática Educativa. Vol 15 Tomo 2, pp 914-922.
- Fourez, G. 1997. Alfabetización científica y tecnológica. Acerca de las finalidades de la enseñanza de las ciencias. Colihue, Buenos Aires.
- García Vega, Influencia de las NTIC en la enseñanza. Revista Digital Contexto Educativo, Nro 15.

- Glennan, Thomas K. y Melmed Arthur: *Fostering the Use of Educational Technology: Elements of a National Strategy*, Rand, 1996.
- Godino, J. D. (1995) ¿Qué aportan los ordenadores a la enseñanza y aprendizaje de la estadística? <http://www.ugr.es/>
- Havlik, J. 2003. Impacto de la informática en los tiempos y espacios escolares. *Novedades Educativas*. Nro 152. Pp. 22-23.
- Lesh. R. , 1997. Matemización: la necesidad real de la fluidez en las representaciones. *Revista Enseñanza de las Ciencias*, vol. 15 (3).
- Litwin, E. 1995 (comp). *Tecnología Educativa*. Editorial Paidós.
- Modelos Bayesianos para la Diferencia de Probabilidades en Universos Independientes y Universos Multinomiales. Jornada Bayesiana de la Universidad Nacional de la Matanza, 6 de julio de 2002.
- Muñoz Gracia, M. Cobo Valeri, E. y otros (2001) *Iniciativa para mejorar le aprendizaje de la Estadística en la Universidad*.
- Polya, G. 1976. *Como plantear y resolver problemas*. México. Editorial Trillas.
- Rodríguez, J. Caraballo, A. Cruz, T, Hernández, O. 1997. *Razonamiento matemático, fundamentos y aplicaciones*. International Thomson Editores, S.A: México.
- Sacerdoti, A. Balaña, G. 2000 “Modelo Hipergeométrico Integrado (Bayesiano)”. *Actas del Coloquio Argentino de Estadística*, Agosto 2000.
- Sacerdoti, A. Giuliano, M. 2002. *Los Procesos Aleatorios y sus Variables Asociadas*. (una forma de explicar las variables aleatorias particulares). VI Reunión De Didáctica De La matemática Del Cono Sur 22 al 26 de julio de 2002. Organizada por la Sociedad Argentina De Educación matemática y El Instituto Superior del Profesorado “Joaquín V. González”