DUPLICADO

T. 17

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

•

**FENOMENOS DE RESONANCIA
POR ESTRUCTURAS PERIODICAS
Y CUASI PERIODICAS CON DIFERENTES
ESTADOS DE COHERENCIA**

T E S I S

para optar al título de Doctor en Física

Cecilia Maria Victoria Colautti

1989

Esta tesis ha sido desarrollada en el Centro de Investigaciones Opticas (Ciop-CIC), bajo la dirección del doctor Mario J. Garavaglia y la co-dirección del doctor Enrique E. Sicre.

Durante la realización de la misma la autora se desempeñó como becaria del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

Parte del contenido original de esta tesis esta incluido en las siguientes publicaciones:

"Incoherent optical spatial filtering based on the Lau effect", C. Colautti, E.E. Sicre and M. Garavaglia. Optics Communications 57, 16 (1986).

"Lau effect using circular gratings", C. Colautti, L.M. Zerbino, E.E. Sicre and M. Garavaglia. Applied Optics 26, 2061 (1987).

"Walsh functions: analysis of their properties under Fresnel diffraction", C. Colautti, B. Ruiz, E.E. Sicre and M. Garavaglia. Journal of Modern Optics 34, 1385 (1987)

"An analysis of the Lau effect using Walsh functions", C. Colautti, E.E. Sicre and M. Garavaglia. Optics Letters 13, (1988).

"Code transmission through aberrating media using selfimaging", C. Colautti, S.I. Grosz and E.E. Sicre. Optik en prensa.

INDICE

CAPITULO I

1.-INTRODUCCION	2
2.-EFECTO TALBOT.....	7
3.-EFECTO LAU.....	19
REFERENCIAS.....	32

CAPITULO II

1.-INTRODUCCION.....	36
2.-PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES DE WALSH BAJO DIFRACCION DE FRESNEL.....	38
3.-INTERACCION ENTRE EL CAMPO LUMINOSO Y UNA APERTURA: ESTUDIO REALIZADO UTILIZANDO FUNCIONES DE WALSH.....	47
4.-RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	48
5.-CONCLUSIONES.....	55
REFERENCIAS.....	57
APENDICE.....	58

CAPITULO III

III A.- FILTRADO ESPACIAL INCOHERENTE BASADO EN EL EFECTO LAU	
1.- INTRODUCCION.....	63
2.-FILTRADO ESPACIAL EN LA REGION DE FRESNEL.....	64
3.-FILTRADO ESPACIAL EN EL CASO DE ILUMINACION	

ESPACIALMENTE INCOHERENTE.....	66
4.-RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	72
5.-PSEUDOCOLOREADO DE FRECUENCIAS ESPACIALES.....	75
6.-CONCLUSIONES.....	77
III B.- EFECTO LAU USANDO FUNCIONES DE WALSH	
1.-INTRODUCCION.....	77
2.-PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES DE WALSH AL SER ILUMINADAS CON LUZ INCOHERENTE.....	78
3.-DISCUSION.....	88
REFERENCIAS.....	90

CAPITULO IV

IV A.- EFECTO LAU EMPLEANDO REDES CIRCULARES	
1.-INTRODUCCION.....	94
2.-EFECTO LAU GENERALIZADO.....	95
3.-RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	102
IV B.- TRANSMISION DE CODIGOS A TRAVES DE MEDIOS ABERRANTES	
1.-DESARROLLO DEL METODO.....	105
2.-RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	108
3.-DISCUSION.....	112
REFERENCIAS	

CAPITULO V

CONCLUSIONES.....	117
-------------------	-----

CAPITULO I

1.- INTRODUCCION

Cuando se ilumina una red de transmisión con una onda plana monocromática, el campo luminoso detrás de dicha red es periódico, no solo transversalmente, sino también longitudinalmente. Es decir que el campo difractado presenta resonancias similares a imágenes de la red y a distancias periódicas de la misma. Estas periodicidades longitudinales constituyen lo que se ha dado en llamar efecto Talbot o fenómeno de formación de autoimágenes.

Un fenómeno relacionado con el anterior, pero que se observa cuando la iluminación es incoherente, es el llamado efecto Lau. En 1948, E. Lau examinó el patrón de interferencia producido por dos redes idénticas, colocadas una detrás de la otra e iluminadas por una fuente extensa de luz blanca. Para ciertos valores de la distancia que separaba las redes, observó la aparición de franjas coloreadas en el infinito. Tanto el efecto Talbot como el efecto Lau ofrecen la posibilidad de implementar procesadores ópticos sencillos y muy versátiles. Por ejemplo, pueden ser aplicados para construir interferómetros, espectrómetros simples, filtros espaciales que no involucren el uso de lentes, o para implementar sintetizadores ópticos. En esta tesis se realiza un estudio teórico-experimental de ambos fenómenos, que contempla,

también, su posible aplicación a la interferometría y al filtrado espacial.

A continuación se presenta un breve resumen del contenido de este trabajo, según los capítulos que lo forman.

En las restantes secciones de este primer capítulo se analizan detalladamente el efecto Talbot y el efecto Lau, realizando una rápida revisión de los trabajos más significativos.

En el Capítulo 2 se presenta un análisis de las propiedades, en propagación libre, del campo luminoso difractado por una apertura, empleando un formalismo basado en las funciones de Walsh. Estas constituyen un conjunto ortogonal y completo, de forma que pueden sintetizar cualquier clase de apertura finita. Esto implica una clara ventaja sobre aquellos tratamientos ya existentes, que empleaban para este tipo de análisis las funciones de Rademacher (que son funciones periódicas asociadas directamente con las redes de Ronchi) que no forman base puesto que se trata de un conjunto incompleto. Por otra parte, las funciones de Walsh no son estrictamente periódicas, sino que presentan una periodicidad cíclica. Este hecho traería aparejado la no formación de autoimágenes, ya que como se verá una condición relacionada directamente con el efecto Talbot es la periodicidad de

la apertura de entrada. Sin embargo, se demostrará que bajo ciertas condiciones que serán especificadas, las funciones de Walsh pueden generar autoimágenes. Con este formalismo se analizan también las propiedades de filtrado espacial para distintos arreglos de aperturas. En el Apéndice de este capítulo se presenta un estudio desde el punto de vista matemático de las funciones de Walsh y de sus propiedades.

En el Capítulo 3 se investiga el problema del filtrado espacial bajo iluminación incoherente. La primera parte de este capítulo esta dedicada al desarrollo de un método que basado en el efecto Lau, permite llevar a cabo operaciones de filtrado espacial, sobre cierto tipo particular de transparencias que pueden ser sintetizadas por funciones de Rademacher . Se discute el mecanismo de sintonía de las bandas que se desea filtrar, y la selectividad que es posible lograr; se muestran, también, resultados experimentales. Tomando en cuenta la dependencia de la condición de resonancia de Lau, con la longitud de onda, se extiende el método para realizar un pseudocoloreado de las frecuencias espaciales componentes del objeto de entrada. En la segunda parte del Capítulo 3 se presenta un experimento similar al efecto Lau en el que se emplean como aperturas difractantes objetos sintetizados por funciones de Walsh. Como ya se mencionó estas funciones no son periódicas (condición necesaria para que se verifique la

relación de resonancia de Lau), pero sin embargo se encuentra una condición de resonancia equivalente a la condición de Lau. Al igual que en el caso coherente se implementa un dispositivo para realizar operaciones de filtrado espacial, de forma que sea posible seleccionar alguna de las funciones de Walsh que componen la transparencia de entrada del sistema.

En el Capítulo 4 se presentan algunas posibles aplicaciones del fenómeno de formación de autoimágenes y del efecto Lau. En primer término se analiza el efecto Lau generalizado, como el patrón de interferencia producido por las dos redes. para el caso en que estas presenten geometría circular. Este tipo de dispositivo puede ser empleado en la construcción de un interferómetro, para analizar objetos de fase para los cuales el gradiente radial contenga información mas significativa, que la que contiene la derivada lineal. Tal es el caso, por ejemplo, en el estudio de aberraciones de lentes esféricas.

Finaliza el Capítulo 4, con un estudio de la transmisión de códigos a través de medios aberrantes, empleando el fenómeno de formación de autoimágenes . Los códigos que se desea transmitir han sido sintetizados por funciones de Walsh. El método para la transmisión se basa en el hecho que la mínima distorsión, en la imagen final, se consigue cuanto más próximos se encuentren el código que se

quiere transmitir y el medio aberrante. Para lograr esta situación se propone superponer una autoimagen del objeto con el medio aberrante, de manera que los efectos de dicho medio sean minimizados. Todas las aplicaciones mencionadas están acompañadas por sus correspondientes resultados experimentales.

Finalmente, en el Capítulo 5 se exponen las conclusiones generales de esta tesis.

2.- EFECTO TALBOT

El efecto Talbot, conocido también como fenómeno de formación de autoimágenes, fue observado por primera vez por H.F.Talbot en 1836 /1/. Al iluminar una red de transmisión con una onda plana monocromática, se originan por propagación libre del campo difractado, un conjunto de imágenes del objeto equiespaciadas entre sí. Este fenómeno fue primeramente estudiado por Lord Rayleigh, en 1881 /2/, en relación al problema del copiado de redes de difracción. Lord Rayleigh dedujo cuál es el valor de la distancia entre la red de constante d , y su primer autoimagen cuando la iluminación es espacialmente coherente con longitud de onda λ .

Para realizar una interpretación teórica del efecto Talbot, se considera un objeto periódico sobre el que incide un campo luminoso, tal como se ha representado en la Figura 1, si este campo tiene una expresión del tipo:

$$u(x; z = 0^-) = e^{ikz} \quad (1)$$

y si se supone que el objeto periódico G tiene una transmitancia dada por

$$t(x) = \sum_n a_n e^{2\pi i n \nu x}; \quad \nu = 1/d \quad (2)$$

FIGURA 1

Dispositivo experimental para observar el efecto Talbot

al considerar la propagación libre a partir de G la distribución luminosa, empleando la aproximación de Fresnel, será:

$$u(x; z) = \int_{-\infty}^{+\infty} t(x') \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z} (x - x')^2\right] dx' . \quad (3)$$

Reemplazando con la ecuación (2), que da la expresión de $t(x)$, en la ecuación (3), se obtiene:

$$u(x; z) = \sum_n a_n \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z} \left[x^2 - (x - n\lambda z\nu)^2\right]\right] \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z} \left[x' - (x - n\lambda z\nu)\right]^2\right] dx' . \quad (4)$$

La integral de la ecuación (4) es la integral de Fresnel que corresponde sólo a un factor de fase, de forma que puede no ser tomado en cuenta, con lo que se obtiene la siguiente expresión,

$$u(x; z) = \sum_n a_n e^{i\pi\lambda z(n\nu)^2} e^{2\pi i n \nu x} . \quad (5)$$

Este es el campo luminoso resultante, luego que se ha producido la interacción del campo incidente con la red G, a una distancia z de dicha red. Claramente, se puede ver que para aquellos valores de z para los cuales se verifica la

relación

$$\pi(n\nu)^2 \lambda z = 2\pi ; \quad (6)$$

o lo que es lo mismo

$$z = z_0 = \frac{2d}{\lambda} \quad \text{con } d = \frac{1}{\nu} \quad (7)$$

la distribución de campo luminoso será igual a la transmitancia de la red G. Las distancias dadas por la ecuación (7) determina el llamado "primer plano de Talbot"; obviamente en los múltiplos enteros de la distancia z_0 , también se reproducirá la red G. Por otra parte, para aquellas distancias que sean iguales a múltiplos semienteros de z_0 , se observarán imágenes de la red con contraste invertido; estos planos de observación se denominan "planos de Talbot negativos".

En el año 1957, Cowley y Moodie /3/ estudian el problema de la difracción por un objeto periódico plano, cuando éste es iluminado por una fuente puntual situada a una distancia finita sobre el eje óptico. En este trabajo, se da el nombre de "imágenes de Fourier" a aquellas imágenes que se forman en ausencia de cualquier elemento óptico, y que reproducen exactamente el objeto de entrada. En 1959 Hiedemann y Breazeale /4/, realizan un estudio del efecto

Talbot, pero en el caso en que las redes de transmisión son reemplazadas por ondas ultrasónicas. La primer aplicación del efecto Talbot propuesta en 1961 por A.W.Lohmann /5/ , se trata de un espectrómetro de Fourier formado por dos redes idénticas, colocadas una detrás de la otra. Dado que el campo luminoso luego de interactuar con la primera red, presenta una periodicidad longitudinal que depende de la longitud de onda del mismo, se produce un "efecto espectrómetro" cuando este campo atraviesa la segunda red. Con el fin de obtener información sobre las líneas espectrales, se barre el campo luminoso detrás de la primera red con la otra red. Esta especie de barrido dará una medida del contraste que poseen las autoimágenes. Este será función de la distancia z medida a partir de la primera red, y como ya se ha mostrado el mejor contraste se obtiene para la distancia z_0 o para sus múltiplos, distancia que es inversamente proporcional a la longitud de onda. De manera que, para poder resolver las líneas de un doblete, z_0 deberá ser grande. Obviamente, no podrá ser aumentada indefinidamente, pues existen limitaciones inherentes al tamaño y al período de las redes que forman el espectrómetro. La resolución espectral estará dada por $\lambda/\Delta\lambda = 2N$, donde N es el número de períodos de la red. Sobre esta aplicación a la espectrometría, Klages en 1967 presenta un estudio más detallado y una optimización de esta clase de

espectrómetros.

En relación también con el efecto Talbot, Winthrop y Worthington en el año 1965 /7/, realizan un estudio de lo que denominan "imágenes de Fresnel", que son aquellas que se forman en planos intermedios a los de las autoimágenes. Es decir que estas pueden ser consideradas como casos particulares de las imágenes de Fresnel que ellos analizan. Los resultados teóricos que se alcanzan en este trabajo, se hallan en buen acuerdo con los resultados experimentales presentados por Rogers /8/, que utilizando métodos computacionales, calculó los patrones de difracción de Fresnel de una red en distintos planos detrás de ella.

W.D.Montgomery es autor de dos trabajos /8, 9/ donde desarrolla un estudio matemático riguroso del fenómeno de formación de autoimágenes. En el primer trabajo se hallan la condición necesaria y suficiente para que un objeto plano infinito, iluminado en forma normal por una onda plana monocromática, de lugar a la formación de su imagen en ausencia de lentes o cualquier otro elemento óptico. Esta consiste en que el espectro de Fourier de dicho objeto sea distinto de cero solamente sobre los círculos de una placa zonal de Fresnel cuyos radios deberán ser proporcionales a las raíces cuadradas de los números enteros.

En el segundo trabajo /9/, Montgomery realiza una formulación algebraica del problema de la difracción

aplicada a la formación de autoimágenes. Las condiciones para que se produzca este fenómeno se hallan a partir del espectro matemático de un operador al que llama operador de difracción. Para el caso particular de la apertura finita, los campos que producen autoimágenes se hallan matemáticamente, como autofunciones de un operador que corresponde a las operaciones secuenciales de insertar una pantalla en el campo incidente, despreciar el efecto de las ondas evanescentes, y analizar la difracción por propagación libre una distancia z .

Desde principios de la década del '70 comienzan a publicarse trabajos que proponen distintas aplicaciones del efecto Talbot. En particular, se citarán, a continuación, aquellas relacionadas con la interferometría.

Es posible construir un interferómetro, basado en el efecto Talbot, si se inserta una segunda red, idéntica a la primera, en un plano de los que se ha denominado planos de Talbot. Estos, como ya se ha mencionado, se encontrarán a distancias determinadas por la relación $z = nd^2/\lambda$, medidas a partir de la primera red. Ahora bien, si se coloca un objeto de fase entre ambas redes, la forma de la onda difractada por la primera red cambiará, de manera que la autoimagen estará distorsionada. Esta distorsión se puede detectar si se analizan las franjas de moiré que se producen entre la autoimagen distorsionada y la segunda red. A

partir de este análisis se puede obtener información sobre el objeto de fase en cuestión. La imagen que se obtenga contendrá la información sobre la derivada $\partial u / \partial x$ del objeto de fase $u(x, y)$. Utilizando este método Yokozeki y Suzuki /11/ dan una interpretación teórica de un interferómetro de "shearing" modificado, utilizando una red como divisor de haz y realizan aplicaciones para la medida de gradientes de fase y aberraciones de lentes. Lohmann y Silva /12,13/ proponen un interferómetro en el que las redes tengan geometría circular. La ventaja de este dispositivo consiste en que con él se puede obtener información sobre la derivada radial $\partial u(r, \varphi) / \partial r$, la que en algunos casos contiene información más significativa que la derivada lineal $\partial u / \partial x$. Con este interferómetro también se puede hallar la derivada segunda $\partial^2 u / \partial r^2$ si se realiza un proceso de filtrado espacial a la salida del mismo.

, Una posible aplicación de este tipo de interferómetro fue propuesta por Silva /14/, con el fin de medir el grado de colimación de un haz. Partiendo del hecho de que si un haz no está perfectamente colimado, la autoimagen que se forme de la red, tendrá un cierto aumento, de manera que el espaciado de las franjas de moiré, en términos del aumento y del período de dicha red, será $P = \frac{Md}{|M - 1|}$. De modo que se puede concluir que el espaciado de las franjas da una medida cuantitativa del grado de colimación. Si la

colimación fuera perfecta, la magnificación de la autoimagen sería 1 y por lo tanto el período del moiré infinito.

Más recientemente se ha propuesto un interferómetro de Talbot en el que las redes que lo forman son redes generadas por computadora /15/; este tipo de interferómetro es llamado interferómetro de moiré generado por computadora (CGM). El mismo fue utilizado para el testeo de elementos ópticos esféricos. El método no es muy sensible, pero resulta muy útil en aplicaciones que no requieran un alto orden de precisión y sensibilidad, tal el caso de lentes plásticas o bifocales.

Entre otras posibles aplicaciones, además de aquellas relacionadas con la interferometría y la espectrometría, se mencionarán las siguientes: réplica de imágenes, detección de fallas en objetos periódicos y codificación de información empleando procesos de pseudocoloreado

Bryngdahl /16/ presenta dos métodos para la obtención de imágenes múltiples a partir de un solo objeto empleando el efecto Talbot. En uno de ellos emplea una disposición de "pinholes" iluminada en forma incoherente a través del objeto que se desea replicar, de manera que en los planos de Talbot del arreglo de pinholes aparecerán múltiples imágenes del objeto de entrada. La otra técnica utiliza una fibra óptica, esta deberá dividir el haz como si este proviniera de un gran número de objetos, de forma que se obtendrá una

autoimagen de estos objetos siempre que $L = \frac{n2d^2}{\lambda}$ donde L es la longitud y d es el lado de la sección cuadrada de la fibra.

Danman y otros /17/ desarrollan un método para obtener imágenes restauradas de redes que presentan fallas. Dado que, en principio, solo los objetos periódicos forman autoimágenes, si un objeto de estas características presenta fallas no periódicas, al propagarse el campo luminoso, luego de la interacción con el objeto, se formarán autoimágenes de la parte periódica, mientras que los detalles no periódicos no aparecerán al cabo de la propagación a través de algunos planos de Talbot, con lo que se obtiene finalmente, una imagen de la red restaurada.

Con el mismo principio empleado para la implementación de los espectrómetros de Fourier /5,6/ se ha propuesto la construcción de un filtro sintonizable para eliminar bandas de frecuencias en objetos binarios /18/. Estos objetos están compuestos por secciones de redes de Ronchi. De manera que, es posible eliminar algunas de estas componentes en forma variable, si se desplaza una réplica de la red a través de los diferentes planos de Talbot negativos (como se ha mencionado, en estos planos las autoimágenes presentan el contraste invertido con respecto al objeto de entrada). Esto mismo es factible realizarlo si se reemplaza la segunda red, por un espejo que deberá estar situado a la mitad de la

distancia que determina los planos de Talbot negativos. Cada red de Ronchi que compone el objeto de entrada podrá ser eliminada si la réplica o el espejo se encuentran en alguno de sus planos de Talbot con contraste invertido.

Se ha desarrollado, también, otro dispositivo de filtrado espacial /19/ relacionado con el anterior, pero que involucra múltiples interacciones, esto permite incrementar la selectividad. Para esto, se construyeron dos líneas de transmisión análogas, una relacionada con el interferómetro de Fabry-Perot y la otra con el filtro de Lyot-Öhman. Los resultados experimentales verifican que la selectividad mejora aunque se observa un aumento en la cantidad de ruido que es introducido por las imperfecciones de las superficies ópticas.

Otra aplicación posible del efecto Talbot está relacionada con la codificación de información sobre un objeto no plano /20/; el método emplea técnicas de pseudocoloreado para almacenar información sobre los distintos planos del objeto en cuestión. Si un objeto se coloca en el campo de difracción de Fresnel de una red, las autoimágenes de ésta determinan contornos sobre el mismo. Si la imagen del objeto con las autoimágenes superpuestas es filtrada y normalizada, se genera una imagen con regiones brillantes que corresponden a los contornos del objeto. Si se realizan varias imágenes iluminando con diferentes

longitudes de onda se obtendrá que cada imagen filtrada puede ser asignada a un color diferente, de manera de producir una visualización pseudocoloreada de la información en profundidad del objeto.

3.- EFECTO LAU

En 1948 Ernst Lau describió una experiencia de difracción, en la cual dos redes, colocadas una detrás de la otra a una distancia de algunos centímetros, eran iluminadas por una fuente extensa de luz blanca /21/. Como resultado de la interacción de la luz con ambas redes, observó la aparición de franjas coloreadas en el infinito. Lau mismo, da una sencilla explicación de este efecto. Supone que las dos redes del dispositivo esquematizado en la Figura 2, son idénticas y que el ancho de sus rendijas es pequeño si se lo compara con la separación entre las mismas. Si la iluminación es monocromática y espacialmente incoherente, entonces cada una de las rendijas de G_1 actúa como una fuente lineal secundaria que emite una onda cilíndrica, tal como se observa en la siguiente figura

FIGURA 3

Explicación geométrica del efecto Lau

FIGURA 2

Dispositivo experimental para observar el efecto Lau

En primer lugar se considera solo una rendija S de G_1 . Debido a la diferencia de trayectoria desde S hasta las distintas rendijas de G_2 , habrá cambios relativos de fase en la iluminación de cada una de ellas. Para ciertos valores de estos cambios de fase las ondas secundarias emergentes de P_0 , P_1 , etc , interferirán constructivamente en el infinito.

Aplicando simples consideraciones pitagóricas y utilizando la aproximación parabólica, se concluye que si la separación entre ambas redes es

$$z_0 = \frac{d^2}{2\lambda} , \quad (8)$$

entonces los cambios de fase relativos entre diferentes rendijas son múltiplos de 2π . En esta situación se observará un patrón de franjas en el infinito. Para la luz emergente de las otras rendijas de G_1 se dan los mismos cambios de fase relativos en la iluminación de las diversas rendijas de G_2 . Esto significa que todas las rendijas de G_1 producen el mismo patrón de interferencia en el infinito. Dado que la iluminación es espacialmente incoherente todos estos patrones suman sus intensidades. Finalmente el análisis muestra que también para los múltiplos de z_0 aparecerán franjas de alto contraste. En la Figura 4 se pueden observar franjas de Lau para distintos valores de la distancia existente entre las redes.

FIGURA 4

Franjas de Lau para distintos valores de z_0

Se han desarrollado variadas teorías que explican el efecto Lau, algunas de las cuales serán presentadas en esta sección.

Jahns y Lohmann /22/ lo explican aplicando conceptos de la óptica geométrica y de la teoría escalar de la difracción. Se demuestra que la distribución de intensidad óptica en el infinito (o en el plano focal de una lente positiva, colocada a la salida de las dos redes), es la correlación de la distribución de intensidad, luego de haberse producido la interacción con la primer red, con el cuadrado del módulo de la transformada de Fresnel de la transmitancia en amplitud de la segunda red. Si la distancia entre ambas redes satisface la condición de Lau , $z_0 = nd^2/2\lambda$, la distribución de intensidad en la correlación indicada es una distribución del tipo de la de una red. De igual manera esta correlación es válida cuando las redes son reemplazadas por transparencias más generales.

En forma practicamente simultánea, Gori /23/ y Sudol y Thompson /24/ explicaron este efecto utilizando la teoría de coherencia. Según este formalismo las franjas de Lau son interpretadas como el resultado de la correspondencia o el ajuste establecido entre las transmitancia de la segunda red y el grado de coherencia complejo del campo incidente sobre la misma. La primera red, G_1 , es iluminada por luz espacialmente incoherente, de manera que se puede considerar

que G_1 actúa como un arreglo periódico de fuentes incoherentes con respecto a la segunda red. Aplicando el teorema de van Cittert-Zernike /25/ se calcula el grado de coherencia complejo del campo incidente sobre G_2 . Debido a que la relación que existe entre la distribución de intensidad de la fuente (que en este caso corresponde a la transmitancia periódica en amplitud de G_1) y la función coherencia, es una transformada de Fourier, el grado de coherencia complejo producido en el campo por propagación desde la primera red hasta la segunda, será una función periódica de período $\lambda z_0/d$. De manera que, la segunda red estará iluminada por un haz de intensidad uniforme con un grado complejo de coherencia periódico. Para una red compuesta de rendijas suficientemente estrechas, se observarán, en el infinito, franjas de alto contraste, siempre que el período de la función de coherencia sea un múltiplo racional del período de la red. Dado que la función coherencia depende de la separación entre las redes, el ajuste de los períodos de estas dos funciones se logra variando esta separación. Conceptualmente, la teoría de coherencia tiene un aspecto intuitivo, basado en la naturaleza periódica del sistema. A continuación se describe lo expuesto en términos matemáticos, empleando la función densidad espectral de potencia, que es la transformada de Fourier de la función intensidad mutua. Sea

una transparencia G_1 , con transmitancia $g(x)$, iluminada por una fuente plana espacialmente incoherente S . La función densidad espectral de potencia luego que la luz ha interactuado con la transparencia, será:

$$W_{G_1}^+(x_1, x_2, \omega) = |g(x_1)|^2 i_\omega \delta(x_1 - x_2) \quad (9)$$

donde i_ω es una cantidad real y positiva asociada con la intensidad óptica de la fuente a la frecuencia ω .

Justamente antes de la segunda transparencia, la función densidad espectral será

$$W_{G_2}^-(u_1, u_2, \omega) = \frac{1}{(\lambda z_0)^2} \exp\left[\frac{ik(u_1^2 - u_2^2)}{2z_0}\right] \times \quad (10)$$

$$\times \int |g(x_1)|^2 i_\omega \exp\left[\frac{ik(u_1 - u_2)x_1}{z_0}\right] dx_1$$

De forma que la intensidad en el plano focal posterior de L es luego de haberse producido la interacción con $t(u)$ que es la transmitancia de G_2

$$I_F = \frac{1}{f^2} \int_{-\infty}^{+\infty} W_{G_2}^-(u_1, u_2, \omega) t(u_1) t^*(u_2) \times \quad (11)$$

$$\times \exp\left[\frac{-ik(u_1 - u_2)y}{f}\right] du_1 du_2$$

Si ahora se supone que tanto G_1 como G_2 son dos redes periódicas idénticas, de amplitud binaria y período d , es decir

$$|g(y)|^2 = |t(y)|^2 = t(y) \quad t(y + d) = t(y) \quad (12)$$

las redes podran ser representadas en serie de Fourier, o sea

$$t(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{2\pi i n x / d} \quad (13)$$

con

$$C_n = \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{+d/2} t(x) e^{-2\pi i n x / d} dx \quad (14)$$

Reemplazando con estas expansiones en las ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$\begin{aligned} W_{\sigma_2}^-(u+\sigma, u, \omega) &= \frac{i\omega}{\lambda z_o} e^{ik\sigma u/z_o} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{i\pi\lambda z_o n^2/d^2} \times \\ &\times C_n \delta\left[\sigma - \frac{\lambda z n_o}{d}\right] \end{aligned} \quad (15)$$

y

$$I_F(y, \omega) = \frac{1}{f^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} W_{a_2}^-(\sigma+u, u, \omega) t(u+\sigma) \times$$

$$\times t^*(u) e^{-iky\sigma/f} d\sigma du \quad (16)$$

donde se ha hecho el cambio de variables $u = u_2$ y $\sigma = u_1 - u_2$.

La función densidad espectral de potencia en el plano de la segunda red, es periódica con período $\lambda z_0/d$. De manera que, la intensidad también será dependiente de este período. Reemplazando la ecuación (15) en la ecuación (16) resulta,

$$I_F(y, \omega) = \frac{i\omega}{\lambda z_0 f^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n B_n \exp \left[i\pi \lambda z_0 \left(\frac{n}{d} \right)^2 \right] \times$$

$$\times \exp \left[\frac{-2\pi i n y f}{d z_0} \right] \quad (17)$$

donde

$$B_n = \int_{-\infty}^{+\infty} t^*(u) t \left(u + \frac{\lambda z_0 n}{d} \right) \exp \left(\frac{2\pi i n u}{d} \right) du \quad (18)$$

Si no se tiene en cuenta un factor de fase cuadrático en la expresión de la intensidad en el infinito, la misma aparece como la representación en serie de Fourier de la correlación de dos funciones. Una de estas funciones tiene coeficientes B_n , que dependen del período de la función densidad espectral de potencia $\lambda z_0/d$, y para aquellos

valores de z_0 que satisfacen la condición

$$z_0 = n \frac{d^2}{\lambda} \quad (19)$$

la ecuación (17) representa franjas de alto contraste en el infinito para una dada longitud de onda

Swanson y Leith /26/ presentan el efecto Lau como un caso particular de los interferómetros de dos redes "in tandem", descritos por Weinberg y Wood /27/, en los que una red forma múltiples imágenes de la otra. Es decir que, consideran este efecto como un caso particular de formación de franjas en un interferómetro de redes generalizado. Así, las franjas de Lau surgen como un conjunto particular de franjas caracterizadas por formarse en el infinito cuando ambas redes tienen igual constante.

Otra explicación del efecto Lau emplea la función de transferencia óptica /28/. En este desarrollo se considera un dispositivo tipo Lau, aunque algo modificado (Figura 5), en el que la segunda red esta colocada junto a una lente. Este hecho simplifica el tratamiento matemático y reduce el efecto de "vigneteo" debido a la lente, además de ser, este tipo de dispositivo espacialmente invariante bajo iluminación coherente. De manera que es posible describirlo en términos de la teoría de OTF

FIGURA 5

Dispositivo Lau modificado

Con este formalismo se demuestra que se produce un ajuste entre los máximos del espectro de Fourier de la primera red, con las ventanas de la OTF asociadas a la segunda red (esta se calcula como la autocorrelación de la función pupila generalizada). Este ajuste conduce a hallar las distancias para las que se observa el efecto Lau. Es de notar que en este tratamiento no se ha puesto ninguna clase de restricciones sobre el tamaño de las redes, o sobre el ancho y espaciado de sus rendijas, restricciones que sí aparecerían al utilizar la teoría de coherencia. Es posible hacer uso del hecho de que la OTF desenfocada puede ser

visualizada, simultáneamente, para todas las frecuencias y todos los valores desenfocados, por la función Ambigüedad calculada a partir de la función pupila. De manera que, es posible realizar un tratamiento geométrico para el ajuste del espectro de Fourier, con la OTF actuando como filtro espacial.

También es posible describir el efecto Lau, en términos de la función transferencia óptica, pero relacionando esta función con las funciones de Bloch, de la física del estado sólido, para un electrón en una red periódica. La OTF exhibe propiedades similares a las funciones de Bloch, tales como la invariancia bajo translación espacial sobre un múltiplo entero de períodos de la red, y la condición de contorno periódica sobre la frecuencia espacial que surge debido a la invariancia translacional discreta. Haciendo uso de estas dos propiedades, y relacionandolas al efecto Lau se halla nuevamente la condición para observar franjas de alto contraste en el infinito .

Existe también una descripción parageométrica que unifica los efectos Talbot y Lau /30/. En esta teoría se utiliza el concepto de transformada de Fourier virtual junto con el tratamiento ondulatorio de aberraciones. Esta teoría no está restringida a la aproximación paraxial ni a objetos que presenten periodicidad lateral.

Existen diversas aplicaciones del efecto Lau, alguna de las cuales serán desarrolladas a lo largo de esta tesis. Hasta aquí se ha realizado una breve recorrida por algunos de los trabajos que se han publicado con referencia tanto al efecto Talbot, como al efecto Lau. En los capítulos siguientes se presenan aspectos originales sobre los mismos, y que constituyen el núcleo de esta tesis.

REFERENCIAS

- /1/ H.F.Talbot, Phil.Mag. 1836
- /2/ "Copying diffraction-gratings, and on some phenomena connected therewith". Lord Rayleigh Phil.Mag. XI, 196 (1881)
- /3/ J.M.Cowley and A.F.Moodie, Proc.Phys.Soc. B70, 486 (1957)
- /4/ E.A.Hiedemann and M.A.Breazeale, J.Opt.Soc.Am. 49, 372 (1959)
- /5/ "A new Fourier spectrometer consisting of a two-gratings-interferometer". A.W.Lohmann (K.J.Habbell Ed., London 1961 Butterworth)
- /6/ "Fourier spectrometry based on grating resonances" H.Klages, Journal de Physique 28, C2-40 (1967)
- /7/ "Theory of Fresnel images. I- Plane periodic objects in monochromatic light". J.T.Winthrop and C.R.Worthington, J.Opt.Soc.Am. 55, 373 (1965)
- /8/ "Self-imaging objects of infinite aperture". W.D.Montgomery, J.Opt.Soc.Am. 57, 772 (1967).
- /9/ "Algebraic formulation of diffraction and self-imaging". W.D.Montgomery, J.Opt.Soc.Am. 58, 1112 (1968).
- /10/ A.W.Lohmann and D.E.Silva, Opt.Comm. 2, (1971)
- /11/ "Shearing interferometer using the grating as the beam

- splitter". S.Yokozeki and T.Suzuki, App.Opt. 10, 1575 (1971).
- /12/ "A Talbot interferometer with circular gratings". A.W.Lohmann and D.E.Silva, Opt.Comm. 4, 326 (1972).
- /13/ "Talbot interferometer for radial and lateral derivatives". D.E.Silva, App.Opt. 11, 2613 (1972).
- /14/ "A simple interferometric method of beam collimation". D.E.Silva, App.Opt. 10, 980 (1971).
- /15/ "Talbot interferometer with computer generated gratings". C.S.Lim and V.Srinivasan, Opt.Comm. 44, 219 (1983).
- /16/ "Imaging formation using self-imaging techniques". Olof Bryngdahl, J.Opt.Soc.Am. 63, 416 (1973).
- /17/ "Restoration of faulty images of periodic objects by means of self-imaging". H.Damman, G.Groh and M.Kock, App.Opt. 10, 1454 (1971).
- /18/ "Tunable bandstop filter for binary objects: a self-imaging technique". J.Ojeda-Castañeda and E.E.Sicre, Opt.Comm. 47, 183 (1983).
- /19/ "Multiple interaction bandstop filters based on the Talbot effect". A.W.Lohmann, J.Ojeda-Castañeda and E.E.Sicre, Opt.Comm. 49, 388 (1984).
- /20/ "Pseudocolor encoding of depth information using Talbot effect". P.Chavel and T.C.Strand, Proc. ICO: Optics in Four Dimensions, 431 (1980).

- /21/ "Beugungsercheinungen and doppelratern". E.Lau, Ann.Phys. 6, 417 (1948).
- /22/ "The Lau effect (a diffraction experiment with incoherent illumination)". J.Jahns and A.W.Lohmann, Opt.Comm. 28, 263 (1979).
- /23/ "Lau effect and coherence theory". F.Gori, Opt.Comm. 31, 4 (1979).
- /24/ "An explanation of the Lau effect based on coherence theory". R.Sudol and B.J.Thompson, Opt.Comm. 31, 105 (1979).
- /25/ "Principles of optics". M.Born and E.Wolf (Pergamon Press, 1964).
- /26/ "Lau effect and grating imaging". G.J.Swanson and E.N.Leith, J.Opt.Soc.Am. 72, 552 (1982).
- /27/ "Interferometers based of four diffraction gratings". F.O.Weinberg and N.B.Wood, J.Sci.Instrum. 36, 227 (1959).
- /28/ "Lau effect: OTF theory". K.-H.Brenner, A.W.Lohmann and J.Ojeda-Castañeda, Opt.Comm. 46, 14 (1983).
- /29/ "Bloch function and Lau effect". J.Sethuraman, Opt.Comm. 52, 377 (1985).
- /30/ "Talbot an Lau effects, a parageometrical approach". J.Jahns, A.W.Lohmann and J.Ojeda-Castañeda, Opt.Acta 31, 313 (1984).

CAPITULO II

1.-INTRODUCCION

Las propiedades de difracción de gran parte de los sistemas formadores de imágenes se pueden describir, en forma relativamente sencilla, en términos de la óptica de Fourier. La señal de entrada de este tipo de sistemas puede ser considerada como una superposición lineal de funciones sinusoidales; de manera que, tomando en cuenta el efecto del sistema óptico sobre cada una de estas componentes individuales se obtiene, al realizar una síntesis adecuada, la señal de salida.

Este tipo de tratamiento es muy adecuado, para el análisis de sistemas ópticos que involucren la interacción del campo luminoso con, por ejemplo, lentes o filtros espaciales (dado que en el caso de iluminación coherente es bastante sencillo trabajar con el espectro de Fourier). Una dificultad mayor se presenta si se desea analizar la interacción del campo difractado con un arreglo de aperturas. En este caso no existe una localización espacial de las componentes espectrales de la señal, sino que la interacción luz-apertura ocurre en la región de Fresnel donde aún se superponen la información espectral y espacial del objeto. Por otra parte, en el procesamiento digital de imágenes, la transformada de Walsh-Hadamard (ver Apéndice) es muy útil para el análisis y la síntesis de diferentes

tipos de señales. Esto se debe al hecho que las operaciones son llevadas a cabo utilizando funciones que sólo toman los valores ± 1 ; lo que permite que sean utilizadas en el desarrollo de algoritmos rápidos.

Está claro, entonces, que tanto las funciones sinusoidales como las funciones de Walsh, tienen un alcance bien definido en el campo del procesamiento de imágenes.

Las funciones de Walsh tienen la propiedad particular de ser cíclicamente periódicas /1/. Esto implica que las mismas pueden ser descritas como funciones de onda cuadrada, donde el ancho de los escalones que la forman, cambia a intervalos periódicos. De manera que, cabría esperar, que las funciones de Walsh, se comportaran en propagación libre de la luz de forma relativamente similar, a estructuras periódicas tales como las redes de Ronchi. Por otra parte, una condición suficiente para que se produzca el fenómeno de formación de autoimágenes es, como ya se ha mencionado, que la transparencia de entrada presente periodicidad espacial /2-5/. Según se acaba de ver, las funciones de Walsh no son estrictamente periódicas, de lo cual se seguiría que no originan el fenómeno autoimágenes. Sin embargo, se demostrará que bajo ciertas condiciones las funciones de Walsh generan autoimágenes. De esta manera, a pesar de la naturaleza discontinua de estas funciones, se encontrará que un formalismo basado en las

funciones de Wash resulta adecuado para estudiar las propiedades de aquellos sistemas ópticos donde tanto la propagación libre de la luz como la interacción entre el campo y la apertura son relevantes. Se comenzará analizando el comportamiento de las funciones de Walsh bajo difracción de Fresnel según sus propiedades de periodicidad. Este análisis será extendido a una apertura más general, sintetizada como una superposición lineal de funciones de Walsh. Se presentan resultados experimentales que ilustran este análisis.

2.- PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES DE WALSH BAJO DIFRACCION DE FRESNEL

En un dominio finito $|x| < x_0/2$, el conjunto ortogonal y completo de las funciones de Walsh $\{Wal_n(x); n = 1, 2, \dots\}$ se puede escribir como

$$\begin{aligned} Wal_n(x) &= \prod_{k=0}^m [R_k(x)]^{g_k} ; \quad |x| < x_0/2 \\ &= \prod_{k=0}^m \left\{ \text{sign} \left[\text{sen} \left(\frac{2^k \pi x}{x_0} \right) \right] \right\}^{g_k} \end{aligned} \quad (1)$$

En la Ec.(1), $\{R_k(x)\}$ denota el conjunto de las funciones de

Rademacher, que son funciones de ondas cuadradas, periódicas, de amplitud ± 1 , con período $d_k = 2^{1-k}x_0$. El número entero m es el rango de la expansión binaria de n , en la que g_k son los bits correspondientes 0 o 1; esto significa $n = 2^m g_m + \dots + 2^0 g_0$. Se utilizan las funciones de Walsh en lugar de las funciones de Rademacher puesto que las últimas forman un conjunto ortogonal pero incompleto, de manera que no constituyen una base apropiada para sintetizar señales ópticas. Con fines prácticos, resulta más conveniente reescribir las funciones de Walsh restringiéndolas a tomar los valores 0 o 1 en lugar de ± 1 ; así se obtiene :

$$W_n(x) = \frac{1}{2} [1 + \text{Wal}_n(x)] \text{rect}(x/x_0) \quad (2)$$

A continuación, se considera una apertura binaria, con una transmitancia dada por una función de Walsh, según está escrita en la ecuación (2). Si esta transparencia es iluminada por una onda plana monocromática que se propaga en la dirección del eje z , la amplitud del campo difractado $u_n(x; z)$, en la región de Fresnel, será

$$u_n(x; z) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_n(x') \exp\left[\left(i\pi/\lambda z\right)(x - x')^2\right] dx'. \quad (3)$$

Reemplazando en la ecuación (3) con las expresiones dadas en las ecuaciones (1) y (2), se obtiene para $u_n(x; z)$ la

siguiente expresión

$$\begin{aligned}
 u_n(x; z) = & \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[1 + K \sum_{k_1} \dots \sum_k c_{k_1}^{g_1} \dots c_{k_m}^{g_m} \right] \times \\
 & \times \exp \left[2\pi i x' \sum_i \frac{g_i k_i}{d_i} \right] \text{rect} \left(\frac{x'}{x_0} \right) \times \\
 & \times \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda z} (x - x')^2 \right]
 \end{aligned} \quad (4)$$

donde K es una constante de normalización. En la ecuación (4) se han reemplazado las funciones de Rademacher por sus correspondientes expansiones de Fourier, en las que los coeficientes c_{k_j} son distintos de cero solamente para los valores impares de k_j . La ecuación (4) se puede reescribir de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 u_n(x; z) = & \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{rect} \left(\frac{x'}{x_0} \right) \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda z} (x - x')^2 \right] dx' + \\
 & + \frac{K}{2} \exp \left[\frac{i\pi x^2}{\lambda z} \right] \sum_{k_1} \dots \sum_k \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[\frac{i\pi x'^2}{\lambda z} \right] \text{rect} \left(\frac{x'}{x_0} \right) \times \\
 & \times \exp \left[\frac{-2\pi i x'}{\lambda z} \left(x - \lambda z \sum_i \frac{g_i k_i}{d_i} \right) \right] \sum dx'
 \end{aligned} \quad (5)$$

El primer término de la ecuación (5) corresponde al patrón de Fresnel, producido por una apertura uniforme finita $(-x_0/2, x_0/2)$, de manera que se lo puede ignorar y

reescribir la ecuación como

$$\begin{aligned}
 u_n(x; z) \simeq \frac{K}{2} \exp\left[\frac{i\pi x^2}{\lambda z}\right] \sum_{k_1} \dots \sum_{k_m} c_{k_1}^{g_1} \dots c_{k_m}^{g_m} \times \\
 \times \exp\left[-i\pi\lambda z \left(\frac{x}{\lambda z} - \sum_{k_i} \frac{g_i k_i}{d_i}\right)^2\right] * \\
 * \text{sinc} \left[x_0 \left(\frac{x}{\lambda z} - \sum_i \frac{g_i k_i}{d_i} \right) \right] ,
 \end{aligned} \tag{6}$$

donde * significa la operación de convolución entre ambas funciones.

El próximo paso será analizar las propiedades de $u_n(x; z)$. Para que el fenómeno de formación de autoimágenes tenga lugar, se deberá encontrar que la distribución de amplitud $u_n(x; z)$, se asemeje a la función de Walsh que sintetiza la señal de entrada; tal como ocurre para el efecto Talbot producido por aperturas periódicas infinitas. Con este fin, se deberá minimizar el efecto del tamaño finito de la apertura sobre $u_n(x; z)$. Para lograr esto deberá ser posible aproximar las funciones seno cardinal, denotadas por $\text{sinc}(x; k_1, \dots, k_m)$, por funciones delta de Dirac. Si esta aproximación es factible, se conseguirá eliminar la superposición entre distintas funciones sinc, con excepción del caso en el que los máximos respectivos sean

coincidentes. Para hallar las condiciones en que esta aproximación es válida hay que analizar tanto el ancho medio de las funciones sinc, como la separación entre máximos sucesivos, y la relación que existe entre ambas distancias.

El ancho medio es el mismo para todo el conjunto de funciones seno cardinal y vale $\Delta x = \lambda z / x_0$. La separación entre máximos sucesivos de la función $\text{sinc}(x; k_p = 1, \dots, k_{j-1} = 1, k_j, k_{j+1} = 1, \dots, k_m = 1)$ es $\delta x_j = 2^j \lambda z / x_0$ (ver Figura 1), con $p < j < m$; donde p corresponde al menor orden de las funciones de Rademacher que están presentes en $W_n(x)$.

FIGURA 1

Conjunto de funciones seno cardinal

Dado que para diferentes funciones sinc la distancia entre máximos sucesivos, es siempre un múltiplo par de $\lambda z / x_0$, se

tendrá que $\delta x_j / \delta x_p = 2^{j-p}$; es decir que habrá coincidencia entre los máximos de las diferentes funciones sinc. La mínima distancia entre máximos adyacentes del arreglo completo será $\delta x = \delta x_p = 2^p \lambda z / x_0$. De forma que para eliminar la superposición mencionada, entre distintas funciones sinc y poder reemplazar estas por funciones delta de Dirac, se deberá satisfacer la siguiente condición: $\delta x \gg \Delta x$; lo que es equivalente a que $2^p \gg 1$. Esto implica una restricción sobre las funciones de Rademacher que formen parte de la función de Walsh, cuyas autoimágenes se desean observar, puesto que solo podrá haber funciones de Rademacher cuyo orden satisfaga la condición antedicha. Si ahora se restringe el análisis solamente a funciones de Walsh para las cuales sea válido que $2^p \gg 1$, entonces la distribución de amplitud del campo difractado será

$$\begin{aligned}
 u_n(x; z) \simeq & \frac{K}{2} \exp\left(\frac{i\pi x^2}{\lambda z}\right) \sum_{k_p} \dots \sum_{k_m} c_{k_p}^{g_p} \dots c_{k_m}^{g_m} \times \\
 & \times \exp\left[-i\pi\lambda z \left(\frac{x}{\lambda z} - \sum_i \frac{g_i k_i}{d_i}\right)^2\right] * \\
 & * \delta\left[x_0 \left(\frac{x}{\lambda z} - \sum_i \frac{g_i k_i}{d_i}\right)\right]
 \end{aligned} \quad (7)$$

Una vez que se lleva a cabo la convolución indicada se obtiene

$$\begin{aligned}
u_n(x; z) \simeq & \frac{K}{2} \sum_{k_p} \dots \sum_{k_m} c_{k_p}^{g_p} \dots c_{k_m}^{g_m} \exp \left(-2\pi i x \sum_{i=p} \frac{g_i k_i}{d_i} \right) \times \\
& \times \exp \left[-i\pi \lambda z \left(\sum_{i \geq p} \frac{g_i k_i}{d_i} \right)^2 \right] .
\end{aligned} \tag{8}$$

Para hallar las condiciones que se deben satisfacer para obtener autoimágenes es conveniente reescribir la ecuación (8) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
u_n(x; z) \simeq & \frac{K}{2} \sum_{k_p} \dots \sum_{k_{j-1}} \sum_{k_{j+1}} \sum_{k_m} c_{k_p}^{g_p} \dots c_{k_{j-1}}^{g_{j-1}} \times \\
& \times c_{k_{j+1}}^{g_{j+1}} \dots c_{k_m}^{g_m} \exp \left(-2\pi i x \sum_{r=j} \frac{g_r k_r}{d_r} \right) \times \\
& \times \sum_{k_j} c_{k_j} \exp \left(\frac{-2\pi i x k_j}{d_j} \right) \times \\
& \times \exp \left[-i\pi \lambda z \left(\sum_{r=j} \frac{g_r k_r}{d_r} + \frac{k_j}{d_j} \right)^2 \right]
\end{aligned} \tag{9a}$$

o:

$$u_n(x; z) \simeq \frac{K}{2} \sum_{k_p} \dots \sum_{k_{j-1}} \sum_{k_{j+1}} \dots \sum_{k_m} c_{k_p}^{g_p} \dots c_{k_m}^{g_m} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \exp \left[-2\pi i x \sum_{r=j} \frac{g_r k_r}{d_r} \right] \exp \left[-i\pi \lambda z \left(\sum_{r=j} \frac{g_r k_r}{d_r} \right)^2 \right] \times \\
& \times \sum_{k_j} c_{k_j} \exp \left[\frac{-2\pi i x k_j}{d_j} \right] \exp \left[\frac{-i\pi \lambda z k_j^2}{d_j^2} \right] \times \quad (9b) \\
& \times \exp \left[-2\pi i \frac{\lambda z k_j}{d_j} \sum_{r=j} \frac{g_r k_r}{d_r} \right] .
\end{aligned}$$

A partir de las ecuaciones (9a) y (9b) se pueden obtener las condiciones que se deben cumplir para obtener una autoimagen de $R_j(x)$ que es una de las componentes de la función de Walsh. Estas son

$$\frac{\lambda z k_j^2}{d_j^2} = 2h \quad \text{y} \quad \frac{\lambda z k_j}{d_j} \sum_{r=j} \frac{g_r k_r}{d_r} = q , \quad (10)$$

donde h y q son enteros positivos. Ambas condiciones se satisfacen siempre que :

$$z^{(j)} = \frac{2\alpha x_0^2}{\lambda 2^{p+j-2}} , \quad \alpha = 1, 2, \dots \quad (11)$$

Para estos valores de z , la distribución de amplitud dada por las ecuaciones (9a) y (9b) puede ser considerada como una autoimagen positiva de $R_j(x)$ que estará espacialmente

modulada por las restantes funciones de Rademacher que en ese plano actuarán como una fuente de ruido. Ahora se debe tomar en cuenta que

$$z^{(j)} = 2^{(m-j)} z^{(m)} \quad , \quad p < j < m \quad ; \quad (12)$$

lo que significa que la primer autoimagen de $R_j(x)$ coincidirá con la autoimagen número $\alpha = 2^{m-j}$ de $R_m(x)$, con lo que se deduce rápidamente que en los planos de las autoimágenes asociadas a $R_p(x)$, todas las funciones de Rademacher que forman $W_n(x)$ estarán correctamente enfocadas. De forma que para las distancias

$$z = \alpha z_0 = \frac{2\alpha x_0^2}{\lambda 2^{2p-2}} \quad , \quad \alpha = 1, 2, 3, \dots \quad ; \quad (13)$$

se obtiene

$$u_n(x; z) \simeq \frac{K}{2} \left[1 + \text{Wal}_n(x) \right] \quad (14)$$

que es la distribución de amplitud correspondiente a una autoimagen de la función de Walsh $W_n(x)$ con contraste directo.

3.-INTERACCION ENTRE EL CAMPO LUMINOSO Y UNA APERTURA :

ESTUDIO REALIZADO UTILIZANDO LAS FUNCIONES DE WALSH

Se analizará a continuación la interacción entre el campo luminoso y una apertura dada, desde el punto de vista de las propiedades de las funciones de Walsh, discutidas en el párrafo anterior. Dado que estas funciones forman un conjunto ortogonal y completo dentro de un dominio finito, cualquier transparencia limitada por una cierta pupila, puede considerarse como sintetizada por funciones de Walsh, en lugar del análisis mas es habitual, utilizando las funciones sinusoidales. Si esta transparencia, así sintetizada, es el objeto de entrada de un sistema iluminado por una onda plana coherente, entonces cada función de Walsh componente de la transparencia se comporta en propagación libre según el estudio realizado. Teniendo en cuenta la naturaleza binaria de estas funciones, es bastante sencillo comprender la interacción del campo difractado con una apertura binaria arbitraria, que se encuentre a una cierta distancia z del objeto (al menos en la aproximación de Kirchhoff, en la cual el producto de la amplitud luminosa con la función transmitancia de la apertura se puede considerar como el campo transmitido). Todas las funciones de Walsh enfocadas en el plano de la apertura como autoimágenes positivas serán transmitidas por el sistema sin que exista una distorsión o atenuación apreciable, aquellas

enfocadas como autoimágenes negativas serán canceladas, mientras que las restantes funciones de Walsh, que componen la síntesis, se verán severamente distorsionadas o atenuadas. Está claro, que la interacción para aquellas componentes que no se encuentran en foco, en el plano de la apertura, será muy complicada. Por esta razón, parece apropiado considerar este tipo de análisis en aquellos casos que estén involucradas muchas interacciones entre el campo difractado y la apertura. De manera que, al crecer el número de interacciones, el campo resultante estará sintetizado, principalmente, por aquellas funciones de Walsh que no presenten una atenuación o distorsión apreciable a medida que van interactuando con el arreglo de aperturas que forman el sistema. En trabajos previos /6,7/ se utiliza un análisis de este tipo para explicar las propiedades de filtrado espacial en disposiciones periódicas y no periódicas, de aperturas. Sin embargo, en estos casos las aperturas se suponían sintetizadas por funciones de Rademacher, las que, como ya se mencionó, no constituyen una base.

4.- RESULTADOS EXPERIMENTALES

Experimentalmente se ha verificado el tratamiento teórico expuesto en el párrafo 2. En primer lugar, se ha

sintetizado una apertura por medio de una función de Walsh (en su forma normalizada, tal como esta expresada en la ecuación (2)). Cuando esta apertura es iluminada por una onda plana, surgen autoimágenes de la misma, de acuerdo con las ecuaciones (9) a (14). El dispositivo experimental empleado está esquematizado en la Figura 2. La Figura 3a muestra una función de Walsh compuesta por dos funciones de Rademacher, estas son $R_8(x)$ y $R_9(x)$. La Figura 3b corresponde a la distribución de intensidad registrada en el plano correspondiente a la primera autoimagen de $R_9(x)$, que como se puede observar es idéntica a una red de Ronchi. La Figura 3c muestra la distribución de intensidad debida a la superposición de la primera autoimagen de $R_8(x)$, con la segunda de $R_9(x)$; de manera que constituye la primer autoimagen de $W_{768}(x) = R_8(x)R_9(x)$.

La Figura 4a presenta la función de Walsh compuesta por tres funciones de Rademacher $R_7(x)$, $R_8(x)$ y $R_9(x)$. En la Figura 4b la primer autoimagen de $R_8(x)$ y la segunda de $R_9(x)$ están bien enfocadas, pero se detecta la presencia de ruido, debido a que la autoimagen de $R_7(x)$ está desenfocada.

En la Figura 4c las tres funciones de Rademacher que componen la función $W_{996}(x)$ están en foco, de manera que producen la primer autoimagen de esta función de Walsh. Se puede observar que la autoimagen de la función de Walsh $W_{996}(x)$ presenta más ruido que la de la función $W_{768}(x)$.

Este hecho se debe a que la función de Rademacher de menor orden de $W_{2^p}(x)$ es $R_7(x)$, mientras que la de $W_{768}(x)$ es $R_8(x)$, y como ya se ha mencionado la existencia de las autoimágenes de una dada función de Walsh está supeditada a que se cumpla la condición $2^p \gg 1$; donde p es el menor orden de las funciones de Rademacher que están presentes en la función de Walsh.

FIGURA 2

Dispositivo experimental

FIGURA 3a

Funcion de Walsh $W_{768}(x) = R_9(x) \times R_8(x)$

FIGURA 3b

Primera autoimagen de $R_9(x)$

FIGURA 3c

Primera autoimagen de $W_{768}(x)$

FIGURA 4a

Funcion de Walsh $W_{996} = R_9(x) \times R_8(x) \times R_7(x)$

FIGURA 4b

Primer autoimagen de $R_8(x)$ y segunda autoimagen de $R_9(x)$

FIGURA 4c

Primer autoimagen de la función de Walsh $W_{996}^{(x)}$

5.- CONCLUSIONES

Desde el punto de vista matemático tanto la síntesis de Walsh como la de Fourier pueden ser adecuadas para sintetizar cualquier clase de aperturas finitas. Cuál de estos dos tratamientos es el más adecuado para el procesamiento de la información, es una cuestión que aún no está completamente definida en el campo de la digitalización de imágenes.

En el caso de sistemas ópticos, se puede tener en cuenta una especie de razón señal-ruido que caracterice al sistema en cuestión. Si ciertas funciones de Walsh son, o bien perfectamente canceladas o bien perfectamente transmitidas, por una apertura binaria, la energía que llevan asociada puede considerarse como un nivel de señal. Las restantes funciones de Walsh presentes en la amplitud de campo (que estarán desenfocadas en el plano de la apertura) estarán severamente distorsionadas debido a la transmisión, y por lo tanto, contribuirán como nivel de ruido. De manera que, un tratamiento basado en el esquema de las funciones de Walsh será adecuado para aquellos casos en los cuales estén involucradas múltiples interacciones entre el campo difractado y una cierta apertura; en este caso se tendrá un nivel de señal que permanece prácticamente constante,

mientras que el nivel de ruido se va haciendo menor. Un ejemplo de este tipo de dispositivos, es el de un arreglo de aperturas periódico tal como el análogo en línea de un interferómetro de Fabry-Perot.

REFERENCIAS

- /1/ "Walsh functions and their applications".
K.G.Beauchamp (Academic Press, New York).
- /2/ "Theory of Fresnel images. I-Plane periodic objects in
monochromatic light". J.T.Winthrop and C. R.
Worthington, J.Opt.Soc.Am. 55, 373 (1965).
- /3/ "Self-imaging objectr of infinite aperture".
W.D.Montgomery, J.Opt.Soc.Am. 57, 772 (1967).
- /4/ "Algebraic formulation of diffraction and
self-imaging". W.D.Montgomery, J.Opt.Soc.Am. 58, 1112
(1968).
- /5/ "Spatial periodicities in coherent and partially
coherent fields" A.W.Lohmann, J.Ojeda-Castañeda and
N.Streibl, Optica Acta 30, 1259 (1983).
- /6/ "Tunable bandstop filter for binary objects: a
self-imaging technique". J.Ojeda-Castañeda and
E.E.Sicre, Opt.Comm. 47, 183 (1983).
- /7/ "Multiple interaction bandstop filters based on the
Talbot effect". A.W.Lohmann, J.Ojeda-Castañeda and
E.E.Sicre, Opt.Comm. 49, 388 (1984).
- /8/ "Sinusoids versus Walsh functions". N.M.Blachman, Proc
IEEE 62, 346 (1974).

APENDICE

El propósito de este apéndice es presentar un breve resumen matemático de dos clases de funciones ortogonales no sinusoidales. Estas son las funciones de Rademacher y las funciones de Walsh. Cada una de ellas puede identificarse por medio de un parámetro denominado orden o secuencia de la función. Así como para las funciones sinusoidales, se denomina frecuencia al número de ciclos completos generados por unidad de tiempo, o lo que es lo mismo al número de cruces por cero que presenta; se puede también hablar de una frecuencia generalizada (orden o secuencia) que será el número de cruces por cero de una función no periódica.

FUNCIONES DE RADEMACHER

Las funciones de Rademacher forman un conjunto ortonormal e incompleto. La función de Rademacher de orden m que se denotará por $R_m(x)$, es un tren de pulsos rectangulares con 2^{m-1} en el intervalo abierto $(-x_0/2, x_0/2)$, que toma los valores 1 y -1. y que se define como

$$R_m(x) = \text{sign} \left\{ \sin \left[2^{m-1} \pi \frac{x}{x_0} \right] \right\} ; \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

La representación gráfica de estas funciones es la siguiente

Figura 1

Dado que estas funciones forman un conjunto incompleto no cualquier objeto podrá ser sintetizado como una superposición de funciones de Rademacher. En particular las funciones pares no se podrán expresar en términos de las mismas.

FUNCIONES DE WALSH

En 1923 J.L. Walsh desarrolla un conjunto ortonormal completo de funciones y demuestra las propiedades de convergencia de las mismas. Estas funciones que serán designadas por $Wal_n(x)$, presentan cierta semejanza con las funciones seno y coseno que se emplean habitualmente en los desarrollos de Fourier. Las funciones de Walsh toman los valores 1 y -1, y cambian de signo siempre que su argumento sea una potencia de $1/2$. El orden n indica el número de veces que la función cambia de signo en el intervalo

unitario. Para definir la función de Walsh de orden n es necesario en primer lugar expresar este orden en forma binaria

$$n = \sum_{k=0}^{m-1} 2^k g_k$$

donde $\{g_k\}$ son los dígitos 0 o 1. De forma que la función de Walsh estará expresada por:

$$\text{Wal}_n(x) = \prod_{k=0}^{m-1} \left\{ \text{sign} \left(\text{sen } 2^{k-1} \pi \frac{x}{x_0} \right) \right\}^{g_k}$$

En la Figura 2 están representadas gráficamente las funciones de Walsh

Figura 2

Como las funciones de Walsh constituyen un conjunto completo pueden ser utilizadas para realizar la expansión de una función $g(x)$ en el intervalo $(-x_0/2, x_0/2)$

$$g(x) = \sum_{n=0}^{\infty} w_n \text{Wal}_n(x) ,$$

donde

$$w_n = \frac{1}{x_0} \int_{-x_0/2}^{x_0/2} g(x) \text{Wal}_n(x/x_0) dx .$$

Existe un algoritmo rápido para calcular los coeficientes $\{w_n\}$ denominado Fast-Walsh Hadamard- Transform, que tiene la propiedad de ser considerablemente más veloz que su análogo para funciones sinusoidales , la transformada rápida de Fourier (FFT).

CAPITULO III

III-A .- FILTRADO ESPACIAL INCOHERENTE BASADO EN EL EFECTO LAU

1.- INTRODUCCION

Las operaciones de filtrado espacial son llevadas a cabo, normalmente, empleando sistemas ópticos coherentes, dado que en estos casos existe una localización bien definida tanto de la información espacial del objeto de entrada, como de la información espectral del mismo. De manera que es posible conseguir diversos cambios en el objeto, insertando un filtro espacial adecuado en el plano de Fourier (o de frecuencias espaciales) del sistema. Por otra parte, también se han propuesto tratamientos donde las frecuencias espaciales son seleccionadas en el plano mismo del objeto /1, 2/. En este último caso la selectividad angular para el campo difractado por una red, es responsable del efecto de filtrado espacial. También se ha presentado un método para este tipo de operaciones, donde el filtro (que en realidad es una réplica del objeto) estaba colocado en la región de Fresnel del campo difractado /3, 4/.

El plan de trabajo de la primera parte de este capítulo es el siguiente: en primer término se realiza una breve descripción de los filtros espaciales que operan en la región de difracción de Fresnel, basada en el fenómeno de

formación de autoimágenes. Luego se extiende este tratamiento del filtrado espacial al caso en que se emplea iluminación espacialmente incoherente. Se explicará el efecto de filtrado espacial resultante como una consecuencia de la periodicidad espacial que presenta la función intensidad mutua; de la misma forma que en el caso coherente se hacía uso de la periodicidad de la amplitud de campo. Finalmente, se desarrolla como aplicación de este análisis un método de pseudocoloreado de las frecuencias espaciales componentes de la transparencia de entrada.

2.-FILTRADO ESPACIAL EN LA REGION DE FRESNEL

Si se considera una transparencia objeto iluminada por una onda plana monocromática, la distribución en amplitud del campo, justamente detrás del objeto, contendrá, exclusivamente, información espacial sobre el mismo. Por otra parte, en la propagación libre de la luz, el proceso de difracción realiza una transformación de Fourier, de manera que, en la región de Fraunhofer, la amplitud de campo contiene, solamente, información sobre las frecuencias espaciales del objeto de entrada. Si se considera una región intermedia (donde se cumple la aproximación de Fresnel) la amplitud contiene tanto información sobre las

componentes espaciales como espectrales de la transparencia. Debido a esta superposición de ambas informaciones, la región de Fresnel no parece ser muy adecuada para colocar un filtro, que seleccione alguna banda espectral en especial. Sin embargo, existe una clase muy importante de objetos, para los cuales es posible desarrollar dispositivos sencillos, de forma de llevar a cabo operaciones de filtrado espacial en la región de Fresnel. Estos objetos son aquellos que pueden ser sintetizados como superposición lineal de redes periódicas binarias.

En el fenómeno de formación de autoimágenes /5/, la interferencia de los distintos órdenes difractados por una red binaria produce, como ya se ha mencionado, dos conjuntos de imágenes de la red igualmente espaciados. Uno de ellos corresponde a las imágenes con contraste positivo y el otro a aquellas con contraste negativo; que determinan los planos de Talbot positivos y negativos, respectivamente /6/. De manera que, si se ilumina con una onda plana monocromática, una transparencia objeto sintetizada por redes de distintos períodos espaciales, se origina a lo largo del eje de transmisión una descomposición dual de estas redes componentes. Si, tal como se vió en el Capítulo 2, se coloca una réplica del objeto, a cierta distancia detrás del mismo, aquellas redes componentes enfocadas con contraste positivo en el plano de la réplica, serán transmitidas sin

atenuación o distorsión notable; mientras que aquellas enfocadas con contraste negativo serán canceladas. Las restantes componentes, que no están en foco para la distancia seleccionada estarán muy distorsionadas o atenuadas. Es decir, que el comportamiento de los filtros espaciales en la región de Fresnel, puede ser explicado en términos del fenómeno de formación de autoimágenes bajo iluminación coherente, lo que es equivalente a las periodicidades de la amplitud de campo en propagación libre. Se debe notar, también, que es posible mejorar la selectividad de la banda espectral filtrada, dado que como la geometría involucrada en este tipo de operaciones es sencilla, se pueden utilizar sistemas en los que se produzcan múltiples interacciones entre el campo luminoso y las aperturas /4/.

3.- FILTRADO ESPACIAL EN EL CASO DE ILUMINACION ESPACIALMENTE INCOHERENTE

Este método de filtrado espacial está muy relacionado con el efecto Lau/7-12/, que según se recordará, puede ser considerado como análogo al efecto Talbot pero bajo iluminación incoherente. Como se expuso en el capítulo de introducción, en el experimento de Lau, dos redes idénticas

separadas por una distancia z_0 , son iluminadas por una fuente luminosa extensa. Colocando una lente detrás de la segunda red, se observan en el plano focal de la misma, franjas de alto contraste para ciertos valores discretos de z_0 . Estos valores están dados por la relación $z_0 = (n/m)d^2/\lambda$, siendo n y m enteros positivos, y d el período espacial de las redes. Con referencia a la Figura 1 se considerará una transparencia objeto O sintetizada por una superposición lineal de redes binarias. Por simplicidad, el análisis se realizará para el caso unidimensional. La transmitancia en amplitud de O será:

$$t(x) = \sum_n a_n r_n(x) \quad (1)$$

El conjunto $\{r_n(x)\}$ está formado por funciones periódicas binarias. Un gran número de funciones podrían ser usadas en la ecuación (1) pero en este caso el análisis se restringirá a las funciones de Rademacher /13/. Estas funciones forman un conjunto ortogonal pero incompleto dentro del intervalo $(-x_0/2, x_0/2)$, de manera que se puede definir de la siguiente manera:

$$r_n(x) = \frac{1}{2} \left[1 + R_n(x) \right] \quad (2a)$$

FIGURA 1

Dispositivo experimental

donde

$$\begin{aligned}
 R_n(x) &= \text{sign} \left[\text{sen} \left(\frac{2^n \pi x}{x_0} \right) \right] & |x| < x_0/2 \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} b_{2m-1} \exp \left[\frac{2\pi i (2m-1)x}{d_n} \right] & (2b)
 \end{aligned}$$

En la ecuación (2b) el período espacial de $R_n(x)$ es d_n y esta dado por : $d_n = 2^{1-n} x_0$. Se ha de notar que las funciones de Rademacher tienen la propiedad que su representación en serie de Fourier consiste solamente de términos impares, de manera que no todos los objetos binarios podrán representarse como superposición de $R_n(x)$, tal es el caso de todas las funciones pares. Si el objeto O está iluminado con luz monocromática y espacialmente incoherente, se puede describir la propagación de la luz através del sistema empleando la función intensidad mutua $\Gamma(x_1, x_2)$ /14/. De manera que, en el plano $z = 0$ (donde se produce la primera interacción entre la luz y el objeto), se tiene:

$$\begin{aligned}
 \Gamma(x_1, x_2; 0) &= t(x_1) t^*(x_2) \delta(x_1 - x_2) \\
 &= |t(x)|^2 \delta(\Delta x) \quad .
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

En la ecuación (3) se ha realizado el siguiente cambio de

coordenadas: $x = (x_1 + x_2)/2$ y $\Delta x = (x_1 - x_2)$. Trabajando en la aproximación paraxial y aplicando la transformación para la propagación en el espacio libre a la función intensidad mutua, se obtiene:

$$\begin{aligned}\Gamma^{(-)}(x, \Delta x; z_0) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(x', \Delta x'; 0) \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z_0} \times \right. \\ &\quad \times \left. \left[(x - x')^2 + (\Delta x - \Delta x')^2 \right] \right] dx' d(\Delta x') \\ &= \exp\left[\frac{2\pi i x \Delta x}{\lambda z_0}\right] \sum_{n,m} a_n b_{2m-1} \times \\ &\quad \times \delta\left[\Delta x - (2m-1)\frac{\lambda z_0}{d_n}\right], \quad (4)\end{aligned}$$

que representa el estado de coherencia de la luz que se refleja en el espejo M, en el plano $z = z_0$ (justamente antes que se produzca la segunda interacción entre el objeto y la luz). Entonces, detrás de la transparencia, la función intensidad mutua puede ser expresada como

$$\begin{aligned}\Gamma^{(+)}(x, \Delta x; z_0) &= t\left[x + \frac{\Delta x}{2}\right] t^*\left[x - \frac{\Delta x}{2}\right] \Gamma^{(-)}(x, \Delta x; z_0) \\ &= \sum_{n,m} \sum_{p,q} a_n a_p^* a_q^* b_{2m-1} R_p\left[x + \frac{\Delta x}{2}\right] \\ &\quad (5)\end{aligned}$$

$$R_q \left[x - \frac{\Delta x}{2} \right] \exp \left[\frac{2\pi i x \Delta x}{\lambda z_o} \right] \delta \left[\Delta x - (2m-1) \frac{\lambda z_o}{d_n} \right]$$

Para interpretar la ecuación (5) se procederá en forma similar al trabajo de Gori /9/ que explica el efecto Lau trabajando con la teoría de coherencia. Sin tener en cuenta el factor de fase, la ecuación (5) es el producto de tres funciones periódicas; éstas son: las dos funciones de Rademacher con períodos espaciales $d_p = x_o / 2^{p-1}$ y $d_q = x_o / 2^{q-1}$ desplazadas en una cantidad Δx , y una función peine de Dirac con período espacial $2\lambda z_o / d_n$. De manera que, las condiciones que se deben satisfacer para obtener un máximo de $\Gamma^{(+)}(x, \Delta x; z_o)$ son:

$$p = q = n ; \text{ y } \Delta x = \alpha d_n = 2\beta \frac{\lambda z_o}{d_n}; \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Si estas condiciones se satisfacen, entonces se encuentra un "ajuste" entre las correspondientes funciones de Rademacher que componen $t(x)$ y la intensidad mutua $\Gamma^{(-)}(x, \Delta x; z_o)$. Las componentes espectrales de "onda cuadrada" de $t(x)$ cuyos períodos espaciales d_n satisfacen la siguiente condición:

$$z_o = \frac{\alpha d_n^2}{2\beta \lambda} \quad , \quad (7)$$

dan lugar, en el plano focal de la lente L_2 , a un sistema de franjas de alto contraste. Por otra parte, las restantes componentes espectrales de $t(x)$ originan franjas de muy bajo contraste (debido al bajo grado de coherencia asociado a estas frecuencias). El filtro espacial F colocado en el plano focal, transmite cada función de Rademacher que compone la transparencia de entrada, de acuerdo a la visibilidad de las franjas que la misma origine. Si el filtro está colocado, justamente, en un cero de las franjas, entonces la función de Rademacher que produce dichas franjas estará ausente en la imagen final I .

4.- RESULTADOS EXPERIMENTALES

El método que se ha presentado posibilita sintonizar diversas bandas espectrales en una forma muy sencilla; basta con trasladar el espejo M a lo largo del eje z . Como se puede deducir de la ecuación (7), para cada valor de z_0 que se seleccione, habrá bandas de frecuencias espaciales de ondas cuadradas que pueden ser fácilmente filtradas. Es decir, que variando z_0 , el filtro espacial es sintonizado con cualquiera de las componentes espectrales del objeto de entrada. Por otra parte, la sensibilidad del método no es muy alta debido a la naturaleza incoherente de la fuente de iluminación. La fuente extendida introduce en el sistema

una alta redundancia que reduce el rango dinámico de la señal filtrada.

Este efecto puede ser observado en los resultados experimentales que se muestran en la Figura 2. En este caso, la transparencia de entrada es una red binaria con frecuencia variable en forma sinusoidal. Las Figuras 2a y 2b muestran las imágenes filtradas en el caso en que $z_0=3\text{cm}$.

Como es de esperar, existe un compromiso entre el tamaño del filtro (que en este caso es una rendija) y el contraste de las bandas de frecuencias espaciales filtradas. Si el ancho de la rendija es grande comparado con el período de las franjas, el contraste de las bandas será muy bajo. Por otra parte, si se estrecha la rendija, se obtiene una mejora en el contraste, pero también aparece un efecto de "vigneteo" para la imagen filtrada I, debido a la no localización de las componentes espectrales del objeto en el plano del filtro espacial. Está claro, que este último efecto es una consecuencia directa de la naturaleza no coherente del método.

FIGURA 2

Imágenes filtradas para un mismo valor
de z_0 y diferentes tamaño del filtro

5.- PSEUDOCOLOREADO DE FRECUENCIAS ESPACIALES

Como ya se ha mencionado, la condición de Lau (Ec.7) es dependiente de la longitud de onda. Esto implica que, si se utiliza una fuente extensa de luz blanca para iluminar el objeto, cada frecuencia espacial de onda cuadrada da lugar, en el plano del filtro espacial F, a un sistema de franjas de alto contraste solamente para un valor de la longitud de onda; este es $\lambda = \alpha d_n^2 / 2\beta z_0$. De esta manera, para cada valor fijo de z_0 , se obtiene una codificación de las frecuencias espaciales que será dependiente de la longitud de onda. Entonces, a la salida del sistema se obtiene una imagen pseudocoloreada del objeto O. Se observa una falta de saturación en los colores, debida a que, como se estableció en el parágrafo 4, existe una pérdida de contraste para las bandas de frecuencias espaciales filtradas que surge por la iluminación no coherente. Con objeto de mejorar la saturación de los colores, y por consiguiente la discriminación que puede realizar el ojo, se debe estrechar el ancho del filtro espacial F.

En el método que se presenta, el procedimiento de codificación se realiza por un fenómeno de interferencia (el efecto Lau) que establece una relación entre las frecuencias espaciales del objeto y las longitudes de onda de la fuente luminosa. Sin embargo, esta correspondencia no es unívoca,

dado que dos frecuencias espaciales diferentes pueden estar codificadas por el mismo color. Este hecho limita el rango útil de frecuencias espaciales que podrá ser pseudocoloreado. Este es el mismo problema que surge en otros métodos de pseudocoloreado de frecuencias espaciales /15-17/. La Figura 3 ilustra el procedimiento.

FIGURA 3
Imagen pseudocoloreada de un objeto compuesto por tres
redes de distinta frecuencia

6.- CONCLUSIONES

Las operaciones de filtrado espacial llevadas a cabo en la región de Fresnel del campo difractado se presentan como una herramienta útil para el procesamiento óptico de imágenes. En el método que hasta aquí se ha presentado, se extiende este tipo de tratamiento al caso en que la iluminación es espacialmente incoherente. La utilidad y las limitaciones son prácticamente las mismas para ambos tipos de iluminación. En el caso de luz coherente, la superposición entre la información espacial y la información espectral, impone una restricción sobre la clase de objetos que pueden ser colocados a la entrada del sistema para que se pueda llevar a cabo una operación de filtrado espacial adecuada. En el caso incoherente, aparece la misma limitación sobre la clase de objetos de entrada, pero en este caso debido a que existe una localización parcial del espectro del objeto en el plano del filtro.

III B.- EFECTO LAU USANDO FUNCIONES DE WALSH

1.- INTRODUCCION

En el Capítulo II se analizaron las propiedades de difracción de las funciones de Walsh /13/, cuando estas

sintetizaban aperturas iluminadas con luz coherente. Se halló que a pesar de no ser estrictamente periódicas (condición suficiente para generar el fenómeno de autoimágenes), las funciones de Walsh, que satisfacen ciertas condiciones, dan lugar a la formación de autoimágenes. A continuación, se estudiará un experimento similar al de Lau donde ahora las aperturas difractantes estarán sintetizadas por funciones de Walsh, y se analizarán las posibilidades de implementar con este tipo de dispositivo operaciones de filtrado espacial. .

En primer lugar, se estudiará cuál es la distribución de intensidad en el plano focal de una lente positiva (ver Figura 4). Esta distribución se debe a luz espacialmente incoherente, que ha interactuado sucesivamente, con las dos aperturas idénticas sintetizadas por una función de Walsh. De igual manera que para el efecto Lau, se encuentra una condición de resonancia, para la obtención de franjas de alto contraste. Luego se discute un dispositivo óptico para llevar a cabo operaciones de filtrado espacial. Se muestran resultados experimentales.

2.-PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES DE WALSH AL SER ILUMINADAS CON LUZ INCOHERENTE

Tal como se expresó en el Capítulo II, dentro de un

cierto dominio finito $|x| < x_0/2$, el conjunto ortogonal y completo de las funciones de Walsh puede ser escrito como

$$\text{Wal}_n(x) = \prod_{k=0}^m \left[R_k(x) \right]^{g_k} ; \quad |x| < x_0/2 \quad (8a)$$

$$= \prod_{k=0}^m \left\{ \text{sign} \left[\text{sen} \left[\frac{2^k \pi x}{x_0} \right] \right] \right\}^{g_k} \quad (8b)$$

En el presente contexto, resultará más útil reescribir las funciones de Walsh, definiéndolas en todo el espacio y restringiéndolas a que tomen los valores 0 o 1 en lugar de ± 1 ; por consiguiente se tendrá:

$$W_n(x) = -\frac{1}{2} \left[1 + \text{Wal}_n(x) \right] \text{rect}(x/x_0) \quad (9)$$

Haciendo referencia al sistema óptico que se muestra en la Figura 4, se analizará la propagación de la luz entre los planos $z = 0$ y $z = z_0 + 2f$. La apertura de entrada, G, cuya transmitancia en amplitud $t(x)$ representa una función de Walsh $W_n(x)$, tal como se expresa en la ecuación (9), está iluminada con luz cuasi-monocromática, espacialmente incoherente. De forma que la función intensidad mutua $\Gamma(x_1, x_2; z=0^+)$ justo detrás de G está dada por:

$$\Gamma(x_1, x_2; z=0^+) = W_n(x_1) W_n(x_2) \delta(x_1-x_2) \quad (10)$$

Aplicando la transformación para la propagación libre, siempre trabajando en la aproximación paraxial, se obtiene :

$$\begin{aligned} \Gamma(y_1, y_2; z_0^-) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(x_1, x_2; z=0^+) \times \\ &\times \exp\left\{ \frac{i\pi}{\lambda z_0} \left[(y_1-x_1)^2 - (y_2-x_2)^2 \right] \right\} dx_1 dx_2 \\ &= \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z_0} (y_1^2 - y_2^2) \right] \iint_{-\infty}^{+\infty} W_n(x_1) W_n(x_2) \times \\ &\times \delta(x_1-x_2) \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z_0} (x_1^2 - x_2^2) \right] \exp\left[\frac{-2\pi i}{\lambda z_0} \times \right. \\ &\times (y_1 x_1 - y_2 x_2) \left. \right] dx_1 dx_2 \\ &= \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z_0} (y_1^2 - y_2^2) \right] \int_{-\infty}^{+\infty} W_n(x_1) \times \\ &\times \exp\left[\frac{-2\pi i}{\lambda z_0} x_1 (y_1 - y_2) \right] dx_1 \end{aligned} \quad (11)$$

En el plano $z = z_0$, se ha colocado una segunda apertura G' (idéntica a G). Por consiguiente, la coherencia espacial de la luz detrás de G' es:

$$\begin{aligned}
\Gamma(y_1, y_2; z_0^+) &= \Gamma(y_1, y_2; z_0^-) W_n(y_1) W_n(y_2) \\
&= \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda z_0} (y_1^2 - y_2^2) \right] \bar{W}_n \left(\frac{y_1 - y_2}{\lambda z_0} \right) \times \\
&\quad \times W_n(y_1) W_n(y_2)
\end{aligned} \tag{12}$$

donde $\bar{W}_n(u)$ representa la transformada de Fourier de $W_n(x)$. En el plano focal posterior de la lente positiva L_1 la intensidad mutua $\Gamma_F(\xi_1, \xi_2)$ está dada por

$$\begin{aligned}
\Gamma_F(\xi_1, \xi_2) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(y_1, y_2; z_0^+) \times \\
&\quad \times \exp \left[\frac{-2\pi i}{\lambda f} (y_1 \xi_1 - y_2 \xi_2) \right] dy_1 dy_2 .
\end{aligned} \tag{13}$$

Reemplazando en la ecuación (13) con la expresión dada por la ecuación (12) para $\Gamma(y_1, y_2; z_0^+)$ y haciendo $\xi_1 = \xi_2 = \xi$, se obtendrá la distribución de intensidad $I_F(\xi)$:

$$\begin{aligned}
I_F(\xi) &= \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda z_0} (y_1^2 - y_2^2) \right] \bar{W}_n \left(\frac{y_1 - y_2}{\lambda z_0} \right) \times \\
&\quad \times W_n(y_1) W_n(y_2) \exp \left[\frac{-2\pi i x}{\lambda f} (y_1 - y_2) \right] dy_1 dy_2
\end{aligned} \tag{14}$$

Introduciendo en la ecuación (9) las expansiones de Fourier de las funciones de Rademacher que componen la función de

Walsh, se tiene:

$$W_n(x) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + K \sum_{k_1} \dots \sum_{k_m} c_{k_1}^{g_1} \dots c_{k_m}^{g_m} \times \right. \quad (15)$$

$$\left. \times \exp \left[2\pi i x \left(\frac{g_1 k_1}{d_1} + \dots + \frac{g_m k_m}{d_m} \right) \right] \right\} \text{rect} \left(\frac{x}{x_0} \right)$$

donde K es una constante de normalización, y los coeficientes c_{k_j} son distintos de cero solamente para valores impares de k_j . Por lo que la expresión correspondiente a $\bar{W}_n \left(\frac{y_1 - y_2}{\lambda z_0} \right)$ será:

$$\bar{W}_n \left(\frac{y_1 - y_2}{\lambda z_0} \right) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_n(x) \exp \left[\frac{-2\pi i x}{\lambda z_0} (y_1 - y_2) \right] dx$$

$$= 1 + K \sum_{k_1} \dots \sum_{k_m} c_{k_1}^{g_1} \dots c_{k_m}^{g_m} \times \quad (16)$$

$$\times \text{sinc} \left[y_1 - y_2 - \sum_j \frac{g_j k_j}{d_j} \right]$$

Reemplazando con la expresión de la ecuación (16) en la ecuación (14), se obtiene:

$$I_F(\xi) = C + K \sum_{k_1} \dots \sum_{k_m} c_{k_1}^{g_1} \dots c_{k_m}^{g_m} \iint_{-\infty}^{+\infty} W_n(y_1) W_n(y_2) \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \delta \left(y_1 - y_2 - \lambda z_o \sum_j \frac{g_j k_j}{d_j} \right) \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda z_o} (y_1^2 - y_2^2) \right] \times \\
& \times \exp \left[\frac{-2\pi i x}{\lambda f} (y_1 - y_2) \right] dy_1 dy_2 \quad , \quad (17)
\end{aligned}$$

donde la constante $\mathbb{C}$ es proporcional al área definida por $W_n(x)$. En la ecuación (17), el arreglo de funciones sinc, que surge como resultado de la convolución de la transformada de Fourier del $\text{rect}(x/x_o)$ con el arreglo dado por $\delta(u - \sum_j g_j k_j / d_j)$ ha sido aproximado por funciones δ . Tal como se discutió en el Capítulo II, se asegura la validez de esta aproximación siempre que $2^p \gg 1$, siendo p el orden más bajo de las funciones de Rademacher presentes en $W_n(x)$ (esto significa que el orden n de la función de Walsh se podrá expresar como: $n = 2^m g_m + \dots + 2^p g_p$). La expresión final para $I_F(\xi)$ está dada por:

$$\begin{aligned}
I_F(\xi) = & \mathbb{C} + K \sum_{k_1} \dots \sum_{k_m} c_{k_1}^{g_1} \dots c_{k_m}^{g_m} \iint_{-\infty}^{+\infty} W_n(y) \times \\
& \times W_n \left(y - \lambda z_o \sum_j \frac{g_j k_j}{d_j} \right) \exp \left[2\pi i y \sum_j \frac{g_j k_j}{d_j} \right] \times \\
& \times \exp \left[-i\pi \lambda z_o \left(\sum_j \frac{g_j k_j}{d_j} \right)^2 \right] \exp \left[2\pi i x \frac{z_o}{f} \sum_j \frac{g_j k_j}{d_j} \right] \quad . \quad (18)
\end{aligned}$$

En la ecuación (18) se halla presente una versión muestreada

de la función Ambigüedad /21/ asociada a $W_n(x)$, dada por

$$A_n(k_1, \dots, k_m; z_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_n(y) W_n\left(y - \lambda z_0 \sum_j \frac{g_j k_j}{d_j}\right) \times \\ \times \exp\left[2\pi i y \sum_j \frac{g_j k_j}{d_j}\right] dy \quad (19)$$

A partir de la ecuación (18) se puede calcular la condición que debe satisfacerse para obtener franjas de alto contraste en el plano focal posterior de L_1 ; ésta es

$$z_0 = \frac{2hx_0^2}{\lambda 2^{2p-2}}, \quad h = 1, 2, 3, \dots \quad (20)$$

Tomando estos valores para z_0 , $I_F(\xi)$ tendrá la siguiente expresión:

$$I_F(\xi) = C + K \sum_{k_1} \dots \sum_{k_m} c_{k_1}^{g_1} \dots c_{k_m}^{g_m} A_n(h; \beta) \times \\ \times \exp\left[2\pi i x \frac{z_0}{f} \sum_j \frac{g_j k_j}{d_j}\right] \quad (21)$$

siendo

$$A_n(h; \beta) = \int_{-\infty}^{\infty} W_n(y) W_n(y - 2\beta h d_p) \exp\left[\frac{2\pi i y \beta}{d_p}\right] dy \quad (22)$$

En la ecuación (22), $\beta = \sum_{j=p}^m g_j k_j 2^{j-p}$ es un entero impar y $d_p = 2^{1-p} x_0$ es el período de la función de Rademacher del orden menor entre las que componen la función $W_n(x)$. El patrón de franjas descrito por la ecuación (21) se asemeja a la función de Walsh original $W_n(x)$, pero tiene presente un factor de escala dado por (z_0/f) y los coeficientes c_{k_j} están pesados por los valores que toma la función Ambigüedad $A_n(h; \beta)$. En la Figura 5 se muestra el patrón de intensidad asociado a $I_F(\xi)$, para dos valores diferentes de z_0 , cuando se ha utilizado como función apertura la función de Walsh $W_{768}(x) = R_9(x) R_8(x)$.

FIGURA 5

Franjas de Lau para dos valores diferentes de z_0

3.- DISCUSION

Empleando las propiedades de las funciones de Walsh que se han discutido, es posible desarrollar un método para llevar a cabo operaciones de filtrado espacial con iluminación incoherente. Para una apertura dada, objeto de entrada del sistema óptico mostrado en la Figura 4, un filtro espacial colocado en el plano F, actúa sobre el sistema de franjas originado por las funciones de Walsh que sintetizan la apertura mencionada. De manera que, cuando el filtro espacial esté colocado en un cero de un dado sistema de franjas, aquellas funciones de Walsh que originan dicho sistema (o sea que para el z_0 seleccionado satisfacen la condición dada por la ecuación (20) estarán canceladas en el plano imagen final I. Este método está ilustrado en la Figura 6, donde la apertura de entrada está sintetizada por una sola función de Walsh. En este caso, la función de Rademacher componente $R_p(x)$ está ausente en la imagen filtrada que ha sido registrada.

Este mismo método podría ser usado en diversas aplicaciones tales como discriminación de texturas, pseudocolores de frecuencias espaciales, e interferometría de corrimiento (shearing).

FIGURA 6

Imagen filtrada de la apertura de entrada

REFERENCIAS

- /1/ "Image restoration using volume diffraction gratings"
D.Peri and A.A.Friesen, Opt.Lett. 3, 124 (1978).
- /2/ "Fourier processing in the object plane" S.K.Case,
Opt.Lett. 4, 286 (1979).
- /3/ "Tunable bandstop filter for binary objects: a
self-imaging technique" J.Ojeda-Castañeda and
E.E.Sicre, Opt.Comm. 47, 183 (1983).
- /4/ "Multiple interaction bandstop filters based on the
Talbot effect" A.W.Lohmann, J.Ojeda-Castañeda and
E.E.Sicre, Opt.Comm. 49, 388 (1984).
- /5/ J.M.Cowley and A.F.Moodie, Proc.Phys.Soc. B70, 486
(1957).
- /6/ "Optical information processing" A.W.Lohmann (editado
por el autor, Erlangen, 1978).
- /7/ "Beugungsercheinungen an Doppelrastern" E.Lau,
Ann.Phys. 6, 417 (1948).
- /8/ "The Lau effect (a diffraction experiment with
incoherent illumination)" J.Jahns and A.W.Lohmann,
Opt.Comm. 28, 263 (1979).
- /9/ "Lau effect and coherence theory" F.Gori, Opt.Comm.
31, 4 (1979).
- /10/ "An explanation of the Lau effect based on coherence
theory" R.Sudol and B.J.Thompson, Opt.Comm. 31, 105

(1979).

- /11/ "Lau effect: OTF theory" K.-H.Brenner, A.W. Lohmann and J.Ojeda-Castañeda, Opt.Comm. 46, 14 (1983).
- /12/ "Lau effect and grating imaging" G.J.Swanson and E.N.Leith, J.Opt.Soc.Am. 72, 552 (1982).
- /13/ "Walsh functions and their applications" K.G.Beauchamp (Academic Press, New York, 1975).
- ~~/14/~~ "Principles of Optics" M. Born and E. Wolf (Pergamonn Press, 1964)
- /15/ "Spatial frequency pseudocoloring by interference: application to texture" L. Dettwiller and P. Chavel, App,Opt. 23, 1647 (1984).
- /16/ "Spatial frequency pseudocolor encoding using coarse gratings" D.Courjon, J.Bulabois and C.Mered, App.Opt. 23,1642 (1984).
- /17/ "Spatial frequency pseudocoloring with binary filters" H.Bartlet and S.K.Case, Opt.Comm. 42, 162 (1982).
- /18/ "Theory of Fresnel images.I.- Plane periodic objects in monochromatic light" J.T.Winthrop and C.R.Worthington, J.Opt.Soc.Am. 55, 373 (1965).
- /19/ "Selfimaging objects of infinite aperture" W.D.Montgomery, J.Opt.Soc.Am. 57, 772 (1967).
- /20/ "Walsh functions: analysis of their aperture under Fresnel diffraction" C.Colautti, B.Ruiz, E.E.Sicre and M.Garavaglia, J. of Modern Optics 34, 1385 (1987).

/21/ "Ambiguity function in Fourier optics" A.Papoulis,
J.Opt.Soc.Am. 64, 779 (1974).

CAPITULO IV

IV A.- EFECTO LAU EMPLEANDO REDES CIRCULARES

I.- INTRODUCCION

Como ya se ha mencionado en los capítulos anteriores, el efecto Lau es un fenómeno de interferencia, que consiste en la formación de franjas de alto contraste en el infinito, cuando dos redes idénticas son iluminadas con luz incoherente. En los últimos años, se han propuesto diversos dispositivos interferométricos basados en este efecto /1-3/.

Todos ellos emplean redes lineales, de forma que la información que se obtiene del objeto que está siendo examinado, surge de la derivada de primer orden de la función de fase, calculada con respecto a un eje perpendicular a las líneas de las redes. En un trabajo de Bartelt y Li /4/ se propone un interferómetro basado en el efecto Lau pero que utiliza redes cruzadas. Con este tipo de geometría, es posible analizar la estructura del objeto de fase en dos direcciones perpendiculares, simultáneamente. Por otra parte, se presenta el caso de aquellos objetos para los cuales el gradiente radial provee más información que la derivada lineal; tal es el caso cuando se está investigando el problema de las aberraciones en una lente esférica. Para este tipo de problemas, se ha propuesto una solución relacionada con el interferómetro Talbot, pero con redes

circulares, de forma de obtener un corrimiento radial /5/. En este capítulo se propone una solución alternativa empleando redes circulares pero con luz incoherente. Es decir que se realiza un estudio del efecto Lau generalizado, como el patrón de interferencia producido por dos redes circulares.

2.- EFECTO LAU GENERALIZADO

En el dispositivo óptico esquematizado en la Figura 1, una fuente extensa cuasi-monocromática ilumina la primer red circular G_1 . La luz se propaga libremente a través de una distancia z_0 , e interactúa con una segunda red circular G_2 . Finalmente, en el plano focal posterior de una lente convergente se observa el patrón de difracción de Fraunhofer del campo transmitido. A continuación, se estudiarán las condiciones que se deben satisfacer para observar franjas contrastadas, o lo que es equivalente encontrar para esta situación la condición de Lau que relacione la constante de la red, la distancia z_0 entre ambas redes y la longitud de onda λ de la luz.

FIGURA 1
Dispositivo experimental

Como se ha expuesto en el Capítulo I, existen distintas teorías que explican el efecto Lau. En particular, se adoptará aquí aquella relacionada con la teoría de coherencia /6,7/. Desde este punto de vista, el patrón de franjas de interferencia en el infinito, podrá observarse siempre que exista una correspondencia adecuada entre la función transmitancia de intensidad asociada a G_2 y el grado de coherencia complejo de la luz en un plano justamente anterior a G_2 . Si se supone que la distribución de intensidad que emerge de G_1 es de la forma:

$$I(\xi, \eta) = \sum_{n=1}^N I_n \delta(\rho - n\rho) ; \quad \rho = (\xi^2 + \eta^2)^{1/2} \quad (1)$$

Es decir, que se considera que G_1 es una red circular finita que consiste en N anillos delgados, igualmente espaciados. De manera que se calcula el grado de coherencia complejo en el plano $z=z_0$, de acuerdo con el teorema de Van Cittert-Zernike /8/, ésto es

$$\begin{aligned} \mu(x_1, y_1; x_2, y_2; z_0) = K \iint_{-\infty}^{+\infty} I(\xi, \eta) \exp \left\{ \frac{-2\pi i}{\lambda z_0} \times \right. \\ \left. \times [(x_1 - x_2)\xi + (y_1 - y_2)\eta] \right\} d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (2)$$

Teniendo en cuenta la simetría circular de $I(\xi, \eta)$, la

expresión de la ecuación (2) es una transformada de Fourier-Bessel. De forma que el grado de coherencia complejo será:

$$\mu(\Delta r; z_0) = K \sum_{n=1}^N 2\pi n I_n p J_0(2\pi n p \Delta r / \lambda z_0) \quad , \quad (3)$$

en la que $J_0(x)$ es la función de Bessel de primer tipo y de orden cero, y Δr es el módulo del vector diferencia entre $\vec{r}_1 = (x_1, y_1)$ y $\vec{r}_2 = (x_2, y_2)$; ésto es $\Delta r = \left[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 \right]^{1/2}$. La ecuación (3) será conveniente reescribirla utilizando la siguiente expresión asintótica para la J_0 de Bessel,

$$J_0(\beta) \simeq \left[\frac{2}{\pi\beta} \right]^{1/2} \cos \left[\beta - \frac{\pi}{4} \right] \quad , \quad (4)$$

con lo que se obtiene:

$$\mu(\Delta r; z_0) = K \sum_{n=1}^N 2I_n \left[\frac{np\lambda z_0}{\Delta r} \right]^{1/2} \cos \left[\frac{2\pi np \Delta r}{\lambda z_0} - \frac{\pi}{4} \right]. \quad (5)$$

Para trabajar con esta ecuación se introducirá el concepto de derivada fraccional de una función que se pueda expandir en serie de Fourier. En primer término, se trabajará con la expansión en serie de una función de este tipo; ésto es

$$F(\beta) = \sum_n A_n \cos(2\pi n\beta + \alpha_n) \quad (6)$$

Como ya es sabido, la derivada de primer orden de esta función es:

$$F'(\beta) = \sum_n 2\pi n A_n \cos(2\pi n\beta + \alpha_n + \frac{\pi}{2}) \quad (7)$$

De forma que es posible definir una derivada de orden fraccional, en analogía con esta derivada de primer orden. De esta manera se tendrá para la derivada de orden $1/2$ la siguiente expresión,

$$F^{(1/2)}(\beta) = \sum_n (2\pi n)^{1/2} A_n \cos(2\pi n\beta + \alpha_n \pm \frac{\pi}{4}) \quad (8)$$

Si ahora se utiliza la siguiente relación

$$\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^N \cos 2\pi n\beta = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[N + \frac{1}{2}\right] \text{sinc} \left[2\pi \left[N + \frac{1}{2}\right](\beta - k)\right], \quad (9)$$

y a esta expresión se le calcula su derivada de orden semientero, se obtiene

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N (2\pi n)^{1/2} \cos \left[2\pi n\beta - \frac{\pi}{4}\right] &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[N + \frac{1}{2}\right] \left[2 \left[N + \frac{1}{2}\right]\right]^{1/2} \times \\ &\times \text{sinc}^{1/2} \left[2\pi \left[N + \frac{1}{2}\right](\beta - k)\right], \end{aligned} \quad (10)$$

donde $\text{sinc}^{1/2}(\beta)$ es la derivada de orden semientero de la función $\text{sinc}(\beta)$. Introduciendo la ecuación (10) en la expresión dada por la ecuación (5), ésta se puede reescribir como:

$$\mu(\Delta r; z_o) = K I_o \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (2N + 1) \left[\frac{(N + 1/2)p\lambda}{\pi \Delta r} z_o \right] \times \quad (11)$$

$$\times \text{sinc}^{1/2} \left[2\pi \left(N + \frac{1}{2} \right) \left(\frac{p \Delta r}{\lambda z_o} - k \right) \right] .$$

En la ecuación (11) se ha considerado, por simplicidad, que la intensidad era la misma para todos los valores de n . Las principales propiedades de la función dada en la ecuación (11) son: (a) el patrón de interferencia consiste en "ring lobes" cuya amplitud disminuye con un factor de escala, que para el k -ésimo orden es $k^{1/2}$; (b) los "ring lobes" no poseen un pico simétrico (ver Figura 2); (c) los órdenes no están igualmente separados.

FIGURA 2

Patron de interferencia

Si se considera el caso límite de una red circular infinita, la ecuación (11) se podrá reescribir como:

$$\begin{aligned} \mu(\Delta r; z_o)|_N \infty \simeq K I_o \left[\frac{\lambda z_o}{p} \delta(\Delta r) + \left(\frac{p \lambda z_o}{2\pi \Delta r} \right)^{1/2} \times \right. \\ \left. \times \sum_{k=1}^{\infty} \delta^{(1/2)} \left(\frac{p \Delta r}{\lambda z_o} - k \right) \right] \end{aligned} \quad (12)$$

En este caso los perfiles radiales de los "ring lobes" contienen derivadas de orden semientero de una función delta de Dirac. Comparando las ecuaciones (1) y (12) es sencillo ver que se producirá un ajuste entre $\mu(\Delta r; z_o)$ y la transmitancia de la red G_2 , de manera de maximizar el estado de coherencia de la luz transmitida por G_2 , si se satisface la siguiente relación:

$$\Delta r = \frac{m \lambda z_o}{p} = n p \quad ; \quad m, n = 1, 2, \dots \quad (13)$$

Este conjunto de valores de z_o , es equivalente a aquel asociado con el efecto Lau lineal, que se debía satisfacer para originar un patrón de franjas unidimensionales de alto contraste. En este caso del efecto Lau empleando redes circulares, se obtiene un alto grado de coherencia para la luz transmitida por G_2 solamente en la dirección radial. De forma que es de esperar un patrón de franjas de

interferencia con simetría rotacional con un contraste más bien bajo.

3.- RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para verificar el análisis anterior, se ha empleado el dispositivo esquematizado en la Figura 1, de manera de registrar el patrón de interferencia resultante en el plano que se ha llamado F. Se ha de notar que, en forma similar al efecto Lau lineal, las franjas registradas que se muestran en la Figura 3, presentan perfil triangular, tal como se observa en la curva densitométrica de la Figura 4.

El dispositivo que se ha presentado hasta aquí, puede ser empleado como interferómetro si se coloca un filtro espacial de geometría circular en el plano F una segunda lente que forme imagen del objeto de fase a estudiar, el cual estará colocado entre ambas redes. De esta forma, las franjas observadas a la salida del interferómetro proporcionarán información sobre el gradiente radial de la función de fase del objeto, tal como se puede observar en la foto de la Figura 5 para el caso en que el objeto de fase sea una lente convergente sin correcciones.

FIGURA 3

Franjas de Lau para redes de geometria circular

FIGURA 5

Imagen filtrada de las franjas de Lau

FIGURA 4

Curva densitometrica de las franjas de la Figura 3

IV B.- TRANSMISION DE CODIGOS A TRAVES DE MEDIOS ABERRANTES UTILIZANDO EL FENOMENO DE FORMACION DE AUTOIMAGENES

1.- DESARROLLO DEL METODO

Otra de las posibles aplicaciones del efecto Talbot, al procesamiento óptico de la información, está referida a la transmisión de códigos a través de medios que presentan inhomogeneidades. La formación de imágenes a través de medios no homogéneos ha sido intensivamente estudiada, por ejemplo /17, 18/, sobre todo en su conexión con los efectos producidos por la atmósfera sobre los sistemas ópticos. La atmósfera o cualquier otro medio inhomogéneo limita severamente el poder de resolución, debido a los cambios arbitrarios que introduce en las trayectorias ópticas. Entre los diversos métodos que se han desarrollado para tratar este tipo de problemas, se destacan aquellos que emplean técnicas holográficas. Las mismas, permiten reducir los efectos perjudiciales que se observan en las imágenes transmitidas a través de medios inhomogéneos de extensión limitada, que se hallen entre el objeto y la región donde se realiza el registro /19-24/

Para el registro holográfico, se ha señalado en un trabajo de J. Goodman /19/, que la influencia del medio inhomogéneo es mínima cuando el mismo se halla cercano ya

seal objeto, o al plano del holograma. Partiendo de este hecho, en este capítulo se propone el empleo del fenómeno de formación de autoimágenes/25/, de forma de superponer una autoimagen del objeto de entrada con el medio aberrante. De esta manera, el efecto de las inhomogeneidades del medio podrá ser minimizado.

A continuación se expone un tratamiento para la transmisión de códigos a través de medios aberrantes. Los códigos que se desea transmitir estarán sintetizados por funciones de Walsh /26/, las que como ya se ha analizado bajo ciertas condiciones dan lugar a la formación de autoimágenes /27-29/. De esta manera, aquellas funciones de Walsh enfocadas como autoimágenes positivas en el plano del medio aberrante, serán transmitidas sin los efectos perjudiciales más importantes.

Tal como se ha mencionado en el Capítulo II, se puede redefinir las funciones de Walsh en un dominio infinito y restringirlas a tomar los valores 0 o 1, de modo que se expresan de la siguiente manera

$$W_n(x) = \frac{1}{2} \left[1 + \text{Wal}_n(x) \right] \text{rect} \left(\frac{x}{x_0} \right) \quad . \quad (14)$$

Luego, es posible considerar códigos binarios cuya transmitancia en amplitud esté dada por funciones de Walsh tal como están expresadas en la ecuación (14). Tomando como

referencia el sistema óptico esquematizado en la Figura 6, se analizará la propagación de la luz entre los planos localizados en $z = 0$ y $z = z_0 + 4f$. En el plano $z = z_0$ está situado el medio aberrante, cuyo efecto sobre las imágenes transmitidas se estudia en este capítulo.

El código que se desea transmitir es iluminado por una onda plana monocromática, de manera que el campo difractado en la región de Fresnel será:

$$u_n(x; z) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_n(x') \exp \left[\frac{i\pi}{\lambda z} (x - x')^2 \right] dx' \quad (15)$$

Como se demostró en el Capítulo II, aquellas funciones de Walsh que satisfacen la condición $2^p \gg 1$ (donde p es el menor orden de la función de Rademacher presente en $W_n(x)$) originan autoimágenes en los planos determinados por

$$z_0 = \frac{2\alpha x_0^2}{\lambda 2^{p-2}} \quad \alpha = 1, 2, \dots \quad (16)$$

De modo que para estas distancias se tiene

$$u_n(x; z) \simeq \frac{K}{2} [1 + W_n(x)] \quad (17)$$

lo que representa una autoimagen con contraste positivo de la función de Walsh $W_n(x)$.

En el plano donde se forma la autoimagen se produce la interacción entre el campo luminoso difractado y el medio aberrante. En este caso, el medio puede ser aproximado por un conjunto de lentes delgadas de diferente distancia focal y diferente apertura numérica. Como es sabido, en el proceso de formación de imágenes, cuando un objeto se aproxima al plano principal de una lente delgada, su imagen también lo hace, y si ambos se encuentran en el mismo plano son idénticos. De forma que si la autoimagen del código, que se desea transmitir, está situada en el mismo plano que el medio aberrante, la imagen que éste transmitirá será idéntica a dicha autoimagen. Luego, la información que contiene el código podrá ser transmitida sin los efectos más notorios que normalmente introduce un medio inhomogéneo.

2.- RESULTADOS EXPERIMENTALES

Para ilustrar los resultados obtenidos en la sección anterior, se ha sintetizado un código a través de una sola función de Walsh: $W_{708}(x) = R_8(x)R_9(x)$. Este código se coloca en el plano $z = 0$ (ver dispositivo esquematizado en la Figura 6) y se lo ilumina con un frente de onda plano monocromático. La Figura 7 muestra el código que se desea transmitir, La Figura 8a corresponde a la distribución de intensidad para el caso en que el plano donde se forma la

FIGURA 6
Dispositivo experimental

autoimagen no coincide con el plano donde se situa el medio aberrante. Se puede ver que la información del código se ha perdido al producirse la interacción entre el campo difractado y el medio aberrante. Finalmente, la Figura 8b muestra la distribución de intensidad cuando el plano del medio aberrante coincide con el de la primera autoimagen del código. Se puede observar que los efectos del medio inhomogéneo están minimizados con respecto a la Figura 8a.

FIGURA 7

Código que se desea transmitir

FIGURA 8a

Distribucion de intensidad en el caso en que
el codigo no forma autoimagen sobre el medio aberrante

FIGURA 8b

Distribucion de intensidad cuando la autoimagen
del codigo se forma en el plano del medio aberrante

3.- DISCUSION

Las técnicas holográficas ofrecen diversas ventajas en aquellos problemas de formación de imágenes en presencia de medios aberrantes. Leith y Uptanieks /30/ han demostrado que el efecto de un medio aberrante sobre el proceso de reconstrucción de un frente de onda, puede ser cancelado si se introducen en él perturbaciones de fase idénticas a aquellas que estuvieron presentes en el proceso de registro.

Con posterioridad se propuso un método /19/ donde no era necesario duplicar el medio perturbativo en el proceso de reconstrucción. Para esto se emplea una geometría de registro denominada "holograma de Fourier sin lente" en la cual tanto el haz de referencia como el haz objeto deben atravesar el medio aberrante. Así el holograma no se ve afectado por dicho medio. Se puede emplear esta técnica relacionándola con el método presentado en el párrafo anterior. Para esto se reemplaza el objeto por una autoimagen del mismo, la que deberá estar en el mismo plano del medio aberrante, de forma que tal como se expuso no se vea severamente afectada por él. De esta forma se podrá registrar un holograma del código en cuestión que ignorará los efectos del medio perturbativo, y por lo tanto, será posible recuperar la información que contiene el código que se ha registrado.

REFERENCIAS

- /1/ E. Lau, "Beugungserscheinungen an Doppelrastern",
Ann. Phys. 6, 417 (1948).948).
- /2/ J. Jahns and A.W. Lohmann, "The Lau effect: A
diffraction experiment with incoherent illumination",
Opt. Commun. 28,263 (1979).
- /3/ F. Gori, "Lau effect and coherence theory", Opt.
Commun. 31, 4 (1979).979).
- /4/ R. Sudol and B.J. Thompson, "Lau effect, theory and
experiment", App. Opt. 20, 1107 (1981).
- /5/ G.J. Swanson and E.N. Leith, "Lau effect and grating
imaging", J.Opt. Soc. Am. 72, 552 (1982).
- /6/ K.-H. Brenner, A.W. Lohmann and J. Ojeda-Castañeda,
"Lau effect:OTF theory", Opt. Comm. 46, 14 (1983).3).
- /7/ J. Jahns, A.W. Lohmann and J. Ojeda-Castañeda, "Talbot
and Lau effects, a parageometrical approach", Opt.
Acta 31, 313 (1984).4).
- /8/ J. Ojeda-Castañeda and E.E. Sicre, "Quasi ray-optical
approach to longitudinal periodicities of free and
bounded wavefields", Opt. Acta 32, 17 (1985).
- /9/ H. Bartelt and J. Jahns, "Interferometry based on the
Lau effect", Opt. Commun. 30, 268 (1979).
- /10/ K. Patorski, "Heuristic explanation of grating
shearing interferometry using incoherent

- illumination", Opt. Acta 31, 33 (1984).
- /11/ N. Bolognini, J. Ojeda-Castañeda and E.E. Sicre, "Interferometry based on the Lau effect. A quasi-ray description", Opt. Acta 32, 409 (1985).
- /12/ H. Bartelt and Y. Li "Lau interferometry with cross gratings", Opt. Comm. 48, 1 (1983).
- /13/ A.W. Lohmann and D.E. Silva, "A Talbot interferometer with circular gratings", Opt. Comm. 4, 326 (1972).
- /14/ M. Born and E. Wolf, "Principles of Optics", (Pergamon Press, New York, 1975), Cap. 10.
- /15/ R.N. Bracewell and A.R. Thompson, "The main beam and ringlobes of an east-west rotation-synthesis array", Astrophys. Journal 182, 77 (1973).
- /16/ D. Tichenor and R.N. Bracewell, "Fraunhofer diffraction of concentric annular slits", J. Opt. Soc. Am. 63, 1620 (1973).
- /17/ G.O. Reynolds and T.J. Skinner, J. Opt. Soc. Am. 54, 1302 (1964).
- /18/ M.J. Beran and G.B. Parrent Jr., "Theory of partial coherence" (Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs N.J., 1964).
- /19/ J.W. Goodman, W.H. Hunlley, D.W. Jackson and M. Lehmann, Appl. Phys. Lett. 8, 311 (1966).
- /20/ J.D. Gaskill, J. Opt. Soc. Am. 58, 600 (1968).
- /21/ O. Bryngdahl and A.W. Lohmann, "Holographic penetration

- in inhomogeneous medium" J. Opt. Soc. Am. 59, 1245 (1969).
- /22/ A.W. Lohmann and C.A. Shuman, "Image holography through convective fog" Opt. Comm. 7, 93 (1973).
 - /23/ C. Liu and A.W. Lohmann, "High resolution image formation through the turbulent atmosphere" Opt. Comm. 8, 372 (1973).
 - /24/ A.W. Lohmann and H. Schmallfuss, "Holography through fog. A new version" Opt. Comm. 26, 318 (1978).
 - /25/ J.T. Winthrop and C.R. Worthington, "Theory of Fresnel images. I. Plane periodic objects in monochromatic light" J. Opt. Soc. Am. 55, 373 (1965).
 - /26/ K.G. Beauchamp, "Walsh functions and their applications" (Academic Press, New York, 1975).
 - /27/ W.D. Montgomery, "Self imaging object of infinite aperture" J. Opt. Soc. Am. 57, 772 (1967).
 - /28/ W.D. Montgomery, "Algebraic formulation of diffraction and self imaging" J. Opt. Soc. Am. 58, 1112 (1968).
 - /29/ C. Colautti, B. Ruiz, E.E. Sicre and M. Garavaglia, "Walsh functions and their properties under Fresnel diffraction" J. Mod. Opt. 34, 1385 (1987).
 - /30/ Leith and Upatnieks, J. Opt. Soc. Am. 56, 523 (1966).

CAPITULO V

CONCLUSIONES

El fenómeno de formación de autoimágenes, o las periodicidades longitudinales de un campo luminoso ondulatorio fue descubierto por Talbot al iluminar una red con una onda colimada cuasi-monocromática. Un fenómeno relacionado con este, pero que ocurre cuando la fuente es espacialmente incoherente fue descubierto por Lau. Ambos fenómenos han sido el objeto de estudio de esta tesis, en relación con su aplicabilidad al procesamiento de imágenes. Una característica de estos fenómenos es que pueden ser empleados para la implementación de procesadores ópticos sencillos, por ejemplo, interferómetros basados tanto en el efecto Talbot como Lau, espectrómetros de Fourier, etc.

Según se expresó en el primer capítulo de esta tesis, al hacer referencia al trabajo de W.D. Motgomery, una condición suficiente para la formación de autoimágenes de una dada apertura es que la misma sea periódica. Aunque esta condición no es necesaria, en todos los trabajos que se habían desarrollado en relación con este fenómeno, las aperturas de entrada eran, de hecho, periódicas lo que imponía una limitación en la aplicación de este fenómeno al procesamiento de imágenes. En tal sentido, en esta tesis se presenta un estudio detallado de las propiedades de un conjunto de funciones no periódicas, denominadas funciones

de Walsh, y de su comportamiento bajo difracción de Fresnel.

Se demuestra que este tipo de funciones da lugar a la generación de autoimágenes aún cuando no son de naturaleza estrictamente periódica. Teniendo en cuenta que las funciones de Walsh constituyen un conjunto ortogonal y completo, cualquier apertura finita podrá estar sintetizada por una combinación lineal de ellas, lo que resultará muy útil en relación con el tratamiento óptico de la información. Para un sistema óptico formador de imágenes, se emplea tradicionalmente el análisis de Fourier, que permite interpretar en forma relativamente sencilla la interacción del campo luminoso con lentes y filtros espaciales. Esta sencillez desaparece si el sistema consta de aperturas situadas en planos donde no existe una localización espacial de las componentes espectrales de la apertura de entrada, sino que la interacción luz-apertura ocurre en la región de Fresnel, donde hay superposición de información espacial y espectral del objeto. Para estos sistemas ópticos, el empleo de las funciones de Walsh resulta de gran utilidad, dado que el principal interés de análisis se encuentra en la interacción entre el campo difractado y el conjunto de aperturas. Esta clase de sistemas ópticos pueden ser caracterizados por una razón señal-ruido obtenida a partir del comportamiento de las funciones de Walsh. Aquellas funciones de Walsh, presentes

en la amplitud de campo, que al producirse la interacción luz-apertura sean perfectamente canceladas o perfectamente transmitidas se pueden, por consiguiente, considerar como un nivel de señal, mientras que las restantes funciones de Walsh presentes en la amplitud de campo, y que estarán severamente distorsionadas contribuirán al nivel de ruido. De aquí se puede concluir que aquellos sistemas que involucren múltiples interacciones entre el campo luminoso y un conjunto de aperturas podrá ser estudiado con grandes ventajas si se utiliza el formalismo de las funciones de Walsh propuesto en esta tesis, ya que a medida que aumenta el número de interacciones el nivel de señal permanece prácticamente constante, mientras que el nivel de ruido va disminuyendo considerablemente.

En el Capítulo III se estudian problemas relacionados con el procesamiento óptico pero en el caso en que la iluminación sea incoherente. En primer término se analizan operaciones de filtrado espacial incoherente basadas en el efecto Lau. El filtrado espacial se realiza, también, en la región de Fresnel. Los objetos sobre los que se implementa la operación de filtrado espacial son objetos binarios, compuestos por secciones de redes de Ronchi y están descriptos matemáticamente por las funciones de Rademacher. Estas funciones son periódicas y bivaluadas, y si bien son ortogonales, al no formar un conjunto completo no constituyen

una base, lo que limita severamente su aplicabilidad a objetos más generales. Se establecen las condiciones para que se produzca un ajuste entre algunas de las funciones de Rademacher, componentes del objeto de entrada, y la función intensidad mutua, lo que dará lugar a la formación de un sistema de franjas de alto contraste. Si sobre este sistema de franjas actúa un filtro espacial el mismo transmitirá las diferentes funciones de Rademacher que componen el objeto, según la visibilidad de las franjas. Si el filtro se sitúa en un mínimo del sistema de franjas, se consigue que la función de Rademacher que produce estas franjas esté ausente en la imagen final. Se debe notar que existe una fuerte limitación con respecto a la clase de objetos sobre los que se puede realizar un buen filtrado, ya que la localización del espectro del objeto en el plano del filtro es sólo parcial. Otra operación analizada en este capítulo es aquella relativa al pseudocoloreado de frecuencias espaciales. Para ello se hace uso del hecho que la condición de Laues dependiente de la longitud de onda del campo incidente. Este método de pseudocoloreado, si bien es sencillo de implementar, presenta la desventaja que no establece una correspondencia unívoca entre las frecuencias espaciales y las longitudes de onda, por lo que existirá una limitación sobre el rango de frecuencias que podrá ser pseudocoloreado.

En la segunda parte del Capítulo III se realiza un estudio relacionado con el efecto Lau empleando el formalismo de las funciones de Walsh. Para esto se utiliza un dispositivo similar al que se mostró en el Capítulo I al analizar el efecto Lau, pero en este caso las redes estarán sintetizadas por funciones de Walsh. Se encuentra en esta situación, una condición de resonancia, equivalente a la condición de Lau, para la cual se observa en el plano focal de la lente positiva un patrón de franjas de interferencia, que será semejante a la función de Walsh que actúa como apertura, pero contendrá un factor de escala (z_0/f), y sus coeficientes estarán pesados por el valor de la función Ambigüedad asociada con esta función de Walsh. Es de notar que en la literatura ya existente, se habla siempre del efecto Lau en relación con objetos periódicos, mientras que en este parágrafo del Capítulo III, se trata con aperturas que no presentan periodicidad. Sin embargo, se demuestra que existe una condición de resonancia que establece la aparición de franjas de alto contraste en el infinito, tal como sucede en el efecto Lau convencional. A continuación, se estudia un método de filtrado espacial incoherente. Para una dada apertura de entrada, un filtro espacial colocado en el plano focal de la lente positiva del experimento de Lau, actúa sobre el patrón de franjas originado por las funciones de Walsh que sintetizan dicha apertura. De forma que,

aquellas funciones de Walsh que satisfacen la condición de resonancia, para el valor seleccionado de la distancia entre ambas aperturas, estarán ausentes en la imagen final si el filtro se sitúa en una zona de intensidad nula sobre el patrón de franjas.

En el Capítulo IV, se presentan dos posibles aplicaciones de los métodos que se han desarrollado a lo largo de la tesis. En primer término, se estudia el efecto Lau generalizado para el caso en que las redes de entrada presenten geometría circular. Se encuentra una condición de resonancia equivalente a la que se halla para el efecto Lau lineal. Sin embargo en este caso, la luz transmitida por la segunda red presenta un alto grado de coherencia sólo en la dirección radial. Por lo tanto, el patrón de franjas de interferencia, que tendrá simetría rotacional, no presentará tan alto contraste como en el caso en que las redes fueran lineales. Se discute la aplicación de este tipo de dispositivo en la construcción de un interferómetro que permita estudiar objetos de fase, por ejemplo lentes, a partir de la obtención de la derivada radial de la función de fase de los mismos.

Finalmente, en la última parte del Capítulo IV se analiza la aplicación del fenómeno de formación de autoimágenes al problema de la transmisión de códigos a través de medios aberrantes. Con el objeto de eliminar los

efectos de distorsión que introduce el medio sobre la información que se desea transmitir, se genera un autoimagen del código en el mismo plano en que está situado el medio. Para analizar la interacción entre el campo luminoso y el medio aberrante, se considera a éste como un conjunto de pequeñas lentes delgadas, todas ellas con distinta apertura y distancia focal. Teniendo en cuenta el hecho que, una lente delgada forma una imagen idéntica al objeto cuando éste se sitúa en el plano principal de la misma, se puede considerar que cada una de las lentes que forman el medio aberrante transmiten la autoimagen del código sin modificarlo. De esta manera es posible transmitir el código en cuestión minimizando los efectos de distorsión.

Como conclusión final cabe decir que los temas desarrollados en esta tesis constituyen un estudio novedoso relacionado con los efectos Talbot y Lau. Se estudió con detalle el problema de la formación de autoimágenes en el caso en que las aperturas no presenten periodicidad, lo que permite realizar una extensión para métodos desarrollados con anterioridad en relación con el procesamiento óptico de imágenes. Todos los puntos desarrollados en forma teórica conllevan una demostración experimental que verifica los resultados alcanzados. El tratamiento realizado en esta tesis no agota el estudio de los fenómenos que en ella se analizan, sino que se presentan para el futuro distintas

posibilidades, como por ejemplo, el tratamiento digital de los sistemas ópticos de múltiples aperturas empleando la transformada rápida de Walsh-Hadamard, o el desarrollo de técnicas de filtrado espacial incoherente aplicadas a la metrología.

La Plata, Agosto de 1989

Cecilia M.V. Colautti