

## APENDICE A

### LA FISICA DEL NEUTRINO: EL FORMALISMO

Adoptamos aquí las siguientes convenciones [Krm90] con respecto a la conjugación de carga (C)

$$\psi^c = C\gamma^0\psi^* = i\gamma^2\psi^*, \quad \bar{\psi} = \psi^T C, \quad (\text{A.1})$$

donde  $\psi^T$  denota la traspuesta de  $\psi$  y  $\bar{\psi} = \psi^+\gamma^0$ . En la representación de Weyl las matrices  $\gamma$  son

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} \sigma_k & -\sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

También usamos la notación

$$\psi_L = L\psi, \quad \psi_R = R\psi; \quad \psi_L^c \equiv (\psi_L)^c = R\psi^c = (\psi^c)_R. \quad (\text{A.3})$$

#### Términos de masa del neutrino del tipo de Dirac y de Majorana.

La masa tipo Dirac conecta las componentes izquierda (L) y derecha (R) del campo de neutrino  $\nu$ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_D &= -m_D \bar{\nu}\nu = -m_D (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L), \\ &= -m_D (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R^c \nu_L^c), \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

y el autoestado de masa es

$$\nu = \nu_L + \nu_R . \quad (\text{A.5})$$

La masa tipo Majorana conecta las componentes L y R de los campos conjugados. En la notación de (A.3), tenemos que [Che88]

$$\mathcal{L}_M^L = -\frac{1}{2} m_M^L \bar{n} n = -\frac{1}{2} m_M^L ( \bar{\nu}_L^c \nu_L + \bar{\nu}_L \nu_L^c ) \quad (\text{A.6a})$$

$$\mathcal{L}_M^R = -\frac{1}{2} m_M^R \bar{\mathcal{N}} \mathcal{N} = -\frac{1}{2} m_M^R ( \bar{\nu}_R^c \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_R^c ) . \quad (\text{A.6b})$$

Los autoestados de masa son entonces campos autoconjugados

$$\begin{aligned} n &= \nu_L + \nu_L^c ; & n^c &= n \\ \mathcal{N} &= \nu_R + \nu_R^c ; & \mathcal{N}^c &= \mathcal{N} . \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

La masa de Dirac  $m_D$  resulta del acoplamiento de campos levógiros (LH) y dextrógiros (RH) independientes, mientras que las masas de Majorana  $m_M^L$  y  $m_M^R$  provienen del acoplamiento de campos con sus campos conjugados de carga. Para los leptones cargados solo el primer tipo de término de masa es accesible, pues masas de Majorana violarían la conservación de la carga. El esquema de acoplamientos de masa para neutrinos y electrones se ilustra en la Fig. (A.1).

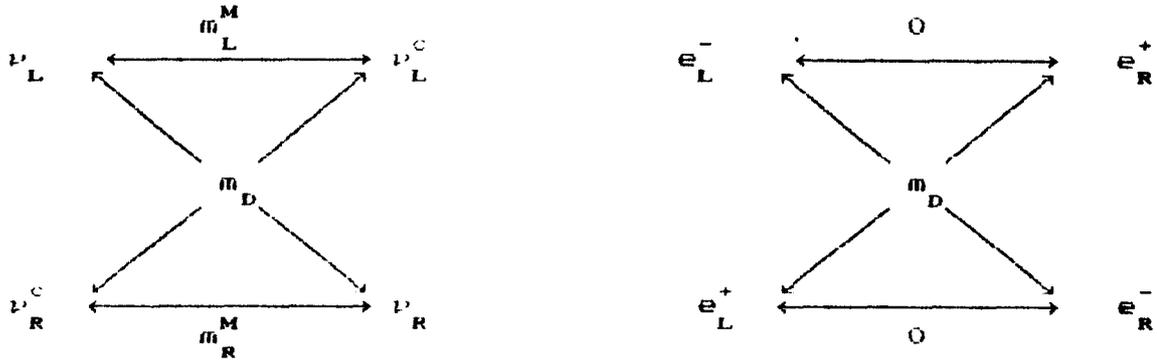


Fig.A.1 Esquemas de acoplamiento para neutrinos y electrones.

Las relaciones inversas de la (A.7) son

$$\nu_L = L n ; \nu_R = R \mathcal{N} ; \nu_L^c = R n ; \nu_R^c = L \mathcal{N} , \quad (\text{A.8})$$

y al aplicar la matriz  $\gamma_5^f$  a los campos  $\nu$ ,  $n$  y  $\mathcal{N}$  se obtiene

$$\gamma_5 \begin{bmatrix} \nu \\ n \\ \mathcal{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu' \\ n' \\ \mathcal{N}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nu_L + \nu_R^c \\ -\nu_L + \nu_L^c \\ \nu_R - \nu_R^c \end{bmatrix} . \quad (\text{A.9})$$

Es claro que esto cambia el signo de  $m_D$ ,  $m_m^L$  y  $m_m^R$  en las ecuaciones (A.4) y (A.6).

Cuando tanto el término de masa de Dirac como el de Majorana están presentes simultáneamente tenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{DM} &= - m_D \bar{\nu}_L \nu_R - \frac{1}{2} ( m_M^L \bar{\nu}_L^c \nu_L + m_M^R \bar{\nu}_R^c \nu_R ) + \text{h.c.} \\ &= - \frac{1}{2} [ m_D ( \bar{n} \mathcal{N} + \bar{\mathcal{N}} n ) + m_M^L \bar{n} n + m_M^R \bar{\mathcal{N}} \mathcal{N} ] \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2} (\bar{N} \bar{N}) M \begin{pmatrix} n \\ \mathcal{N} \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} m_M^L & m_D \\ m_D & m_M^R \end{pmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

Después de diagonalizar la matriz de masa  $M$  obtenemos

$$m_1, m_2 = - \left\{ (m_M^L + m_M^R) \pm \left[ (m_M^L - m_M^R)^2 + 4m_D^2 \right]^{1/2} \right\}, \quad (\text{A.11})$$

que corresponden a los autoestados de masa de Majorana ( $N_i = N_i^c$ )

$$\begin{aligned} N_1 &= n \cos\theta - \mathcal{N} \sin\theta, \\ N_2 &= n \sin\theta + \mathcal{N} \cos\theta, \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

con

$$\tan 2\theta = \frac{2 m_D}{m_M^L - m_M^R}. \quad (\text{A.13})$$

Si  $m_D=0$  ó  $m_M^L=m_M^R$ ,  $N_1$  y  $N_2$  corresponden a  $n$  y  $\mathcal{N}$ , que permanecen desacoplados, y no hay mezcla de campos L y R de neutrinos.

La ec. (A.10) puede ser reescrita ahora como

$$\mathcal{L}_{DM} = -\frac{1}{2} m_1 (\bar{N}_1 N_1) - \frac{1}{2} m_2 (\bar{N}_2 N_2). \quad (\text{A.14})$$

Opciones de generación de masa para neutrinos en los modelos SU(2)×U(1).

Aunque los neutrinos juegan un papel esencial en el modelo  $SU(2) \times U(1)$  de la interacción electrodébil -el modelo estándar-, no hay ninguna razón que obligue a introducir masas de neutrino [Gla61, Wei67, Sal68]. Como es bien sabido, en este modelo los campos leptónicos quirales  $\nu_L$  y  $\nu_R$  tienen diferentes propiedades  $SU(2)$ , pues  $\nu_L$  es parte de un doblete de  $SU(2)$  mientras que  $\nu_R$  es un singulete:

$$\begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L \sim (2, -1), \quad e_R \sim (1, -2), \quad \nu_R \sim (1, 0). \quad (A.15)$$

La primer entrada en los paréntesis del lado derecho de la ec. (A.15) representa la dimensión de la representación  $SU(2)$  y la segunda la hipercarga  $U(1)$   $Y = 2(Q - T_3)$ . Dentro del modelo standard también entra en juego el doblete de Higgs  $\Phi = \begin{bmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{bmatrix} \sim (2, -1)$ , cuyo valor esperado en el vacío es responsable de la ruptura de  $SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)_{em}$ .

La interacción electrodébil solo actúa sobre los neutrinos levógiros  $\nu_L$ , mientras que los neutrinos dextrógiros  $\nu_R$  no tienen interacción  $U(1)$  y por ello son estériles bajo  $SU(2) \times U(1)$ . Hablando estrictamente en el modelo estándar no hay neutrinos dextrógiros y no podemos decir (al menos hasta ahora) si  $\nu_R$  existe o no.

De esta manera, como  $\bar{\nu}_L \sim (2, +1)$  y  $\nu_R \sim (1, 0)$ , el término de masa de tipo Dirac no está permitido por  $SU(2) \times U(1)$ . Sin embargo, éste puede ser generado por un acoplamiento renormalizable de tipo Yukawa con dos dobletes de Higgs  $\phi$ , es decir

$$\mathcal{L}_d = -\frac{f^D}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}, \bar{e})_L \phi \nu_R + h. c. . \quad (A.16)$$

Como  $\phi$  adquiere un valor esperado de vacío no nulo  $\langle\phi\rangle$ , con  $\langle\phi^0\rangle = v_d/\sqrt{2}$ , la masa de Dirac para el neutrino [Pec89]

$$m_d = \Gamma^\nu v_d ; v_d \cong 250 \text{ GeV} , \quad (\text{A.17})$$

es generada como se muestra esquemáticamente en la Fig. (A.5). Este término de masa conserva el número leptónico dado que  $\mathcal{L}_d$  es invariante bajo

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L &\rightarrow \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}'_L = e^{i\alpha} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L , \\ \nu_R &\rightarrow \nu'_R = e^{i\alpha} \nu_R . \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Debe mencionarse que, dado que  $v_d \cong 250 \text{ GeV}$ , para tener masas en el rango de los eV se requiere que  $\Gamma^\nu \sim 10^{-10} - 10^{-11}$ , un valor notablemente pequeño para esta constante de acoplamiento.

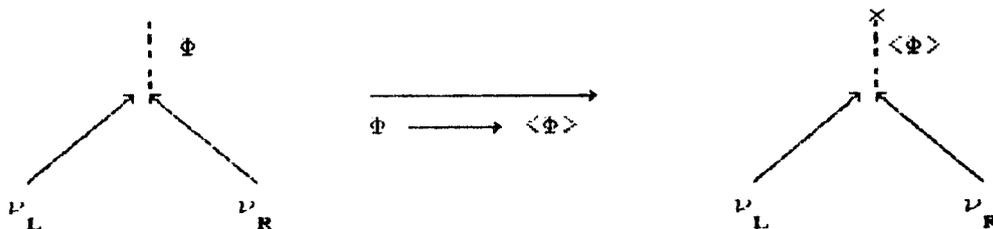


Fig. A.5 Generación de masa de Dirac para neutrinos

Al ser  $\nu_R$  un singulete, la masa de Majorana  $m_M^R$  está permitida por  $SU(2) \times U(1)$ , y a diferencia de  $m_D$ , que está relacionada con la escala de ruptura de  $SU(2) \times U(1)$ ,  $m_M^R$  es una cantidad independiente de la escala. Es claro que la presencia de  $m_M^R$  rompe la simetría del número leptónico total pues las combinaciones  $\bar{\nu}_R^c \nu_R$  y  $\bar{\nu}_R \nu_R^c$  tienen

$t=2$  y  $t=-2$ , respectivamente.

Si bien  $m_M^R$  puede ser simplemente el término de masa desnuda, también puede provenir del valor esperado de vacío de un campo de Higgs  $\sigma$  singulete de  $SU(2) \times U(1)$ . Aquí se introduce un acoplamiento que conserva el número leptónico

$$\mathcal{L}_e^\nu = - \frac{\hbar}{\sqrt{2}} ( \bar{\nu}_R^c \sigma \nu_R + \bar{\nu}_R \sigma^\dagger \nu_R^c ), \quad (\text{A.19})$$

y es invariante ante la transformación del número leptónico

$$\begin{aligned} \nu_R &\rightarrow \nu_R' = e^{i\alpha} \nu_R, \\ \sigma &\rightarrow \sigma' = e^{-2i\alpha} \sigma. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Cuando esta simetría es rota espontáneamente el campo de Higgs  $\sigma$  se escribe como

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} ( v_e + \rho_e + i\chi_e^M ), \quad (\text{A.21})$$

donde  $v_e = \sqrt{2} \langle \sigma \rangle \neq 0$  es el valor esperado de vacío, mientras que los campos  $\rho_e$  y  $\chi_e^M$  son campos masivo y sin masa (Goldstone), respectivamente.

Vemos entonces que hay dos masas posibles para  $\nu_R$ :

$$m_M^R = \begin{cases} m_M^R & \text{masa explícita} \\ \hbar v_e & \text{masa espontánea} \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

y  $\mathcal{L}_e^\nu$  puede ser expresado en términos del campo  $\mathcal{N}$  como

$$\mathcal{L}_e^\nu = - \frac{\hbar}{2} [ \bar{\mathcal{N}} \mathcal{N} ( v_e + \rho_e ) + i \bar{\mathcal{N}} \gamma_5 \mathcal{N} \chi_e^M ] . \quad (\text{A.23})$$

La masa de Majorana  $m_M^L$  viola  $SU(2) \times U(1)$  y por ello no puede existir un término de masa explícita. Una posibilidad de generar  $m^L$  es a través de un acoplamiento tipo Yukawa de un campo de Higgs triplete

$$\vec{\tau} \cdot \vec{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta^0 & \Delta^-/\sqrt{2} \\ \Delta^-/\sqrt{2} & \Delta^{--} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.24})$$

con un doblete leptónico  $\begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L$ :

$$\mathcal{L}_l = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[ (\nu, e)_L^c \vec{\tau} \cdot \vec{\Delta} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \right] + \text{h. c.}, \quad (\text{A.25})$$

que es invariante ante la transformación de número leptónico

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L &\rightarrow \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L' = e^{i\alpha} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L \\ \vec{\Delta} &\rightarrow \vec{\Delta}' = e^{-2i\alpha} \vec{\Delta}. \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

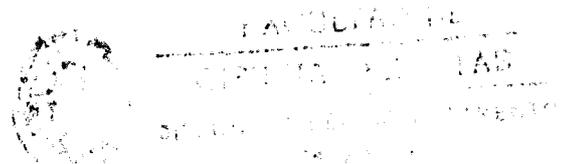
si  $\vec{\Delta}$  porta  $t=2$ .

Conservando solo la parte puramente de neutrino de  $\mathcal{L}_l$  obtenemos la Lagrangiana

$$\mathcal{L}_l^\nu = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[ \bar{\nu}_L^c \Delta^0 \nu_L + \bar{\nu}_L (\Delta^0)^\dagger \nu_L^c \right] + \text{h. c.}, \quad (\text{A.27})$$

que es totalmente similar a  $\mathcal{L}_B^\nu$ , dada por la ec. (A.19), y después que la simetría (A.26) es rota espontáneamente, el  $\Delta^0$  toma la forma:

$$\Delta^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\nu_l + \rho_l + i\chi_l^M). \quad (\text{A.28})$$



La cantidad  $v_l = \sqrt{2\langle\Delta^0\rangle}$  está bastante bien acotada experimentalmente [Pec89] y obtenemos

$$m_M^L = g v_l, \quad v_l \leq 17 \text{ GeV}, \quad (\text{A.29})$$

mientras que  $\chi_l^n$  puede escribirse en la misma forma que  $\chi_s^\nu$ , es decir

$$\chi_l^\nu = -\frac{g}{2} [\bar{n}n (v_l + \rho_l) - i\bar{n}\gamma_5 n \chi_l^M]. \quad (\text{A.30})$$

¿Por qué es tan pequeña la masa del neutrino? El mecanismo "see-saw".

Como se explicó en las secciones anteriores, las masas de los neutrinos, ya sea que provengan de la masa desnuda o de un acoplamiento tipo Yukawa (a través del mecanismo de Higgs), son parámetros arbitrarios. Esto significa que no son calculables y deben ser obtenidos de los datos experimentales.

Por otro lado, las masa de los neutrinos, si no son nulas, deben ser muy chicas comparadas con otras escalas de masas, y es el mecanismo de "see-saw" [Yan79, Gel79, Moh80, Doi85], que pasaremos a discutir, el que provee una herramienta teórica para entender esa pequeñez.

De la misma manera que la masa de Dirac  $m_D$  es inducida cuando la simetría  $SU(2)\times U(1)$  es rota, puede decirse que las masas de Majorana dextrógiras  $m_M^R$ , que violan explícitamente la conservación del número leptónico y son invariantes de escala, provienen de la ruptura de simetría de teorías de gran unificación (GUT) de las

interacciones fuertes y electrodébiles. Esto requiere dos escalas de masa-energía enormemente diferentes para  $m_M^R$  y  $m_D$  ( $m_M^R \gg m_D$ ) que corresponden dos estadios distintos de ruptura de simetría:

$$\text{GUT} \xrightarrow[m_M^R]{} \text{S}(2) \times \text{U}(1) \xrightarrow[m_D]{} \text{U}(1)_{\text{em}} .$$

Por el otro lado de las ecs. (A.17) y (A.29) parece razonable asumir que  $m_D \geq m_M^L$  y así surge una jerarquía natural a considerar en la construcción de la matriz de masa (A.10) que es

$$m_M^R \cong M \gg m_D \gg m_M^L \cong 0. \quad (\text{A.31})$$

Por todo esto

$$M \cong \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M \end{pmatrix} . \quad (\text{A.32})$$

y sus autovalores son, aproximadamente, ( $\vartheta \cong -m_D/M$ ),  $m_1 \cong -m_D^2/M$  y  $m_2 \cong M$ . El signo de  $m_1$  es irrelevante y puede cambiarse con una rotación quiral  $\gamma_5 N_1 \rightarrow N_1$  ( $\vartheta \rightarrow -\vartheta$ ) como en la ec. (A.9). Terminamos así con los autovalores y autovectores de  $M$  de la forma

$$\begin{aligned} m_1 &\cong -\frac{m_D^2}{M} ; & N_1 &\cong n - \frac{m_D}{M} \mathcal{N} , \\ m_2 &\cong M ; & N_2 &\cong \frac{m_D}{M} n + \mathcal{N} , \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

y de las relaciones inversas

$$\begin{aligned} \nu &= \sum_{j=1}^2 U_j N_j \cong N_1 + \frac{m_D}{M} N_2, \\ \mathcal{N} &= \sum_{j=1}^2 V_j N_j \cong N_2 - \frac{m_D}{M} N_1, \end{aligned} \tag{A.34}$$

y la ec. (A.8) vemos ahora que

$$\begin{aligned} \nu_L &\cong N_{1L} + \frac{m_D}{M} N_{2L}, \\ \nu_R &\cong N_{2R} - \frac{m_D}{M} N_{1R}. \end{aligned} \tag{A.35}$$

De este modo  $\nu_L$  es fundamentalmente el neutrino liviano  $N_1$  y  $\nu_R$  es predominantemente el neutrino pesado  $N_2$ , y el mecanismo see-saw permite que exista un neutrino levógiro liviano, que para todos los propósitos prácticos coincide con el neutrino sin masa del modelo estándar.

El proceso con emisión de un majorón:  $\beta\beta_{0\nu, M}$ .

Tal como se mencionó en el cap. 1 es posible que el número leptónico sea una simetría global exacta, y que, sin embargo, sea rota espontáneamente, con la creación de un bosón de Goldstone de masa cero llamado majorón. Hay dos tipos posibles de bosones majorones  $\chi_S^M$  y  $\chi_t^M$ , dependiendo de si es  $\nu_R$  o  $\nu_L$  quien adquiere masa de Majorana, y están relacionados, respectivamente, con el campo  $\sigma$  singulete de SU(2) y con el campo  $\vec{\Delta}$  triplete. El primero (majorón CMP) fue introducido por Chikashige, Mohaptra y Peccei [Chi80] y el segundo (majorón GR) por Gelmini y Roncadelli [Gel 81].

De la ec. (A.23) puede verse fácilmente que el acoplamiento

del majorón CMP con los neutrinos está dado por:

$$\mathcal{L}_{S,M}^{\nu} = -i \frac{\hbar}{2} \bar{N} \gamma_5 N \chi_S^M, \quad (\text{A.36})$$

y haciendo uso de las ecs. (A.34) estos términos de la interacción majorón-neutrino pueden ser expresados por medio de los campos físicos  $N_1$  y  $N_2$ .

En el caso del modelo GR, sin embargo, no existe neutrino RH y la única masa de neutrino que entra en juego es  $m_M^L$ . De esta manera, en la ec. (A.30) la substitución  $n \rightarrow N_1$  debe ser realizada obteniéndose para el acoplamiento majorón-neutrino:

$$\mathcal{L}_{L,M}^{\nu} = i \frac{g}{2} \bar{N}_1 \gamma_5 N_1 \chi_L^M. \quad (\text{A.37})$$

Este lagrangiano es utilizado en el Cap. I, pues tiene algunas consecuencias experimentales [Pec89]. El decaimiento  $\beta\beta$  acompañado por la emisión de un majorón ( $\beta\beta_{0\nu,M}$ ) está representado esquemáticamente en la Fig. (A.6)

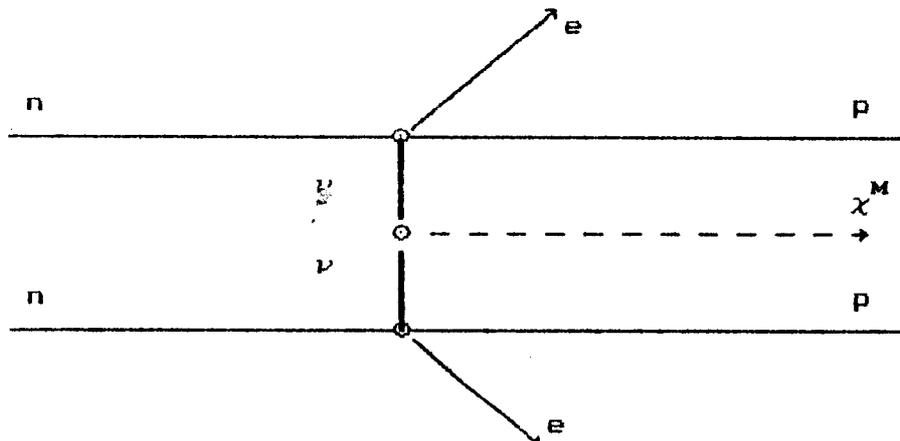


Fig.A.6. El modo de decaimiento  $\beta\beta_{0\nu}$  con emisión de un majorón.

Varias familias de neutrinos

El tratamiento basado en una familia de neutrinos que se presentó en esta sección puede generalizarse sencillamente para un sistema de  $n$  neutrinos LH  $\nu_{iL}$  y  $n$  neutrinos RH  $\nu_{iR}$  ( $i = e, \mu, \dots$ ), correspondiente a  $n$  familias. En consecuencia tendremos la misma cantidad de campos de neutrino  $n_i$  y  $\mathcal{N}_i$ , cada uno de ellos expresado como una superposición de  $2n$  neutrinos de Majorana con masas  $m_j$ . En particular, los neutrinos del electrón toman la forma:

$$n_e = \sum_{j=1}^{2n} U_{ej} N_j \quad ; \quad \mathcal{N}_e = \sum_{j=1}^{2n} V_{ej} N_j \quad . \quad (A.38)$$

La corriente débil (1.3) queda ahora

$$j^\mu = \bar{e} \gamma^\mu [ (1-\gamma_5) n_e + \eta (1+\gamma_5) \mathcal{N}_e ] . \quad (A.39)$$

y el Lagrangiano (A.37) se generaliza como

$$\mathcal{L}_{l,M}^\nu = \frac{i}{2} \sum_{j,k=1}^n N_j \gamma_5 N_k \chi_l^M . \quad (A.40)$$