

APENDICE B

LA INTERACCION RESIDUAL Y LOS PARAMETROS DEL MODELO

Usaremos una interacción residual del tipo delta [Nak82, Ike64, Fuj65]

$$V = -C (\nu_s P_s + \nu_t P_t) \delta(r) ; C \equiv 4\pi \text{ MeV fm}^3, \quad (\text{B.1})$$

con diferentes valores de las constantes  $\nu_s$  y  $\nu_t$  para los canales de PH, PP y apareamiento,

Los elementos de matriz acoplados a momento angular total I, para los canales partícula-partícula,  $G(pn, p'n'; I)$ , y partícula-agujero,  $F(pn, p'n'; I)$ , están dados por [Ike64, Fuj65]:

$$\begin{aligned} G(pn, p'n'; I) &\equiv \langle pn, I | V | p'n', I \rangle = \\ &= -\frac{1}{2} f(pnp'n') \sum_L [\nu_s g(pn, SLI) g(p'n', SLI) + \nu_t h(pn, SLI) h(p'n', SLI)] \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} F(pn, p'n', I) &\equiv \langle pn^{-1}, I | V | p'n'^{-1}, I \rangle = \\ &= \frac{1}{4} (3\nu_t - \nu_s) f(pnp'n') \sum_{LS} g(pn, SLI) g(p'n', SLI) + \\ &\quad + \frac{1}{4} (\nu_t + \nu_s) f(pnp'n') \sum_{LS} h(pn, SLI) h(p'n', SLI) \end{aligned}$$

siendo  $f(pnp'n')$  la integral radial

$$f(pnp'n') = \frac{1}{2} \int R_{n_p, l_p}(r) R_{n_n, l_n}(r) R_{n_{p'}, l_{p'}}(r) R_{n_{n'}, l_{n'}}(r) r^2 dr, \quad (\text{B.3})$$

y

$$\begin{aligned} g(pn, SLI) &= g(pn, S=0, L=I) \equiv \sqrt{\frac{4\pi}{2I+1}} \langle (\frac{1}{2} 1_p) j_p \| Y_L \| (\frac{1}{2} 1_n) j_n \rangle = \\ &= (-1)^{j_p - 1/2} \sqrt{(2j_p + 1)(2j_n + 1)} \begin{pmatrix} j_p & j_n & I \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$h(pn, SLI) = h(pn, S=1, L=I) \equiv \sqrt{\frac{4\pi}{2I+1}} \langle (\frac{1}{2} 1_p) j_p \| (\sigma \otimes Y_L) \| (\frac{1}{2} 1_n) j_n \rangle =$$

$$= (-1)^{j_p - j_n + 1 + l} \sqrt{(2j_p + 1)(2j_n + 1)} \begin{pmatrix} j_p & j_n & l \\ 1/2 & 1/2 & -1 \end{pmatrix}$$

los elementos de matriz reducidos de los operadores con y sin intercambio de espín.

Las cantidades definidas en (2.5a) y (2.5b) quedan ahora

$$\Delta_t / v_e^{\text{pair}} = \frac{C}{2} \sum_{t'} \hat{j}_{t'}^2 I(1_{t'}, 1_{t'}) u_{t'} v_{t'} = \Delta_t^{\text{F}} / v_e^{\text{PP}}, \quad (\text{B.5})$$

$$U_{j_p=j_n}^{\text{F}} = \frac{C}{4} (3v_t^{\text{PH}} - v_e^{\text{PH}}) \sum_{j_{p'}=j_{n'}} \hat{j}_{p'}^2 I(1_{p'}, 1_{p'}) (v_{n'}^2 - v_{p'}^2), \quad (\text{B.6})$$

donde

$$I(1, 1') = \frac{2}{4\pi} f(11'11') \quad , \quad (\text{B.7})$$

Haciendo una aproximación adicional al introducir el volumen nuclear

$$\Omega = \langle I(1, 1') \rangle_{\text{av}}^{-1} \cong 4\pi A \text{ fm}^3, \quad (\text{B.8})$$

encontramos que  $v_e^{\text{pair}}$  está relacionado con la constante de apareamiento usual  $G$  a través de la relación

$$v_e^{\text{pair}} = AG \text{ MeV}^{-1}, \quad (\text{B.9})$$

y el potencial de simetría resulta

$$U^{\text{F}} = CT_o (3v_t^{\text{PH}} - v_e^{\text{PH}}) / 2\Omega. \quad (\text{B.10})$$

De la relación entre los elementos de matriz GT

$$F(pn, p'n; I=1) / (v_t^{\text{PH}} + v_e^{\text{PH}}) = -G(pn, p'n; I=1) / 2v_t^{\text{PP}} \\ \cong CI(1_p, 1_{p'}) \langle p || \sigma || n \rangle \langle p' || \sigma || n' \rangle / 12 \quad , \quad (\text{B.11})$$

y de las ecuaciones (2.6) puede mostrarse sencillamente que el límite SCL para la resonancia GT lleva a los resultados

$$v_t^{\text{PP}} \cong v_e^{\text{pair}}, \quad (\text{B.12})$$

$$E_{res}^{GT} - E_{res}^F \cong \Delta_{ls} + U^{GT} - U^F, \quad (B.13)$$

donde  $\Delta_{ls} \cong 26 A^{-1/3}$  es la separación promedio spin-órbita [Nak82] y

$$U^{GT} = CT_0 (\nu_s^{PH} + \nu_t^{PH}) / 2\Omega. \quad (B.14)$$

El único significado de la ecuación (B.10) es indicar que, para un núcleo dado, los parámetros  $\nu_t^{PP}$  y  $\nu_s^{pair}$  no deben ser muy distintos. Por otro lado, la ecuación (B.11) es la misma que se obtuvo en un estudio previo [Nak82] de la energética de la resonancia GT dentro de la RPA, en el que se encontró que:

$$U^{GT} - U^F = -37T_0 A^{-1} \text{ MeV}. \quad (B.15)$$

Así, de las ecs. (B.8), (B.10) y (B.14) obtenemos que  $\nu_t^{PH} - \nu_s^{PH} \cong 37$ . Si además estimamos la diferencia  $3\nu_t^{PH} - \nu_s^{PH}$  fijando la IAS en los núcleos  $^{90}\text{Zr}$  y  $^{208}\text{Pb}$  [Cas87] obtenemos que  $\nu_s^{PH} = 55$  and  $\nu_t^{PH} = 92$ .

En el estudio de las constantes de acoplamiento  $\kappa_{N\Delta}$  y  $\kappa_{\Delta\Delta}$ , que se usan en la RQRPA y aparecen en las ecs. (D.2) y (D.3), asumiremos la así llamada relación de universalidad

$$\kappa_{N\Delta} = \kappa_{\Delta\Delta} \equiv \kappa = (\nu_s^{PH} + \nu_t^{PH}) / 4A \text{ MeV}. \quad (B.16)$$

Debe tenerse en cuenta que las relaciones antes mencionadas entre las constantes de acoplamiento  $\nu_s^{PH}$  y  $\nu_t^{PH}$  (que llevan a  $\kappa A = 9.19$  MeV) deben usarse en la evaluación de los procesos GT cuando solo se consideran grados de libertad nucleónicos, es decir dentro de la QRPA. Cuando se incluye el acoplamiento entre el nucleón y el isóbaro  $\Delta$

$$\kappa \rightarrow \kappa_{\Delta} = \kappa / (1 + \kappa \chi_{\Delta}^{(0)}) \quad (B.17)$$

donde la función respuesta  $\Delta h$  no perturbada  $\chi_{\Delta}^{(0)}$  toma el valor

[Nak82]

$$\chi_{\Delta}^{(0)} \cong -32A/25 \varepsilon_{\Delta}^{(0)}, \quad (\text{B.18})$$

siendo  $\varepsilon_{\Delta}^{(0)} \cong 300$  MeV la energía de excitación  $\Delta h$  no perturbada.

Por este motivo en la RQRPA todos los elementos de matriz  $F$  de  $\text{PH}$  en las ecs. (C.15) deben ser renormalizados por un factor  $(1 + \kappa \chi_{\Delta}^{(0)})^{-1} = 1.157$ .

Shell	<sup>76</sup> Ge		<sup>82</sup> Se		Shell	<sup>128</sup> Te		<sup>130</sup> Te	
	p	n	p	n		p	n	p	n
1h <sub>9/2</sub>	14.29	10.32	12.56	8.56	2f <sub>5/2</sub>	4.97	-0.29	4.36	-0.42
1h <sub>11/2</sub>	3.00	1.33	1.60	-0.10	3p <sub>1/2</sub>	4.92	-0.96	4.49	-1.04
1g <sub>7/2</sub>	2.83	-0.31	1.19	-1.71	3p <sub>3/2</sub>	3.77	-1.88	3.40	-1.96
2d <sub>3/2</sub>	2.73	-0.86	1.68	-1.87	1h <sub>9/2</sub>	2.87	-1.11	2.01	-1.31
3s <sub>1/2</sub>	1.13	-2.34	0.27	-3.19	2f <sub>7/2</sub>	1.49	-3.35	1.13	-3.45
2d <sub>5/2</sub>	-0.89	-3.57	-1.93	-4.62	1h <sub>11/2</sub>	-4.15	-7.82	-4.41	-7.92
1g <sub>9/2</sub>	-6.18	-7.51	-7.37	-8.75	2d <sub>3/2</sub>	-4.04	-8.51	-4.63	-8.61
2p <sub>1/2</sub>	-7.58	-10.11	-8.65	-11.23	3s <sub>1/2</sub>	-4.11	-8.89	-4.57	-8.97
1f <sub>5/2</sub>	-8.80	-10.97	-10.13	-12.32	2d <sub>5/2</sub>	-6.47	-10.81	-6.86	-10.88
2p <sub>3/2</sub>	-9.85	-11.98	-10.80	-13.00	1g <sub>7/2</sub>	-6.86	-10.44	-7.58	-10.57
1f <sub>7/2</sub>	-15.00	-16.15	-15.94	-17.17	1g <sub>9/2</sub>	-11.86	-15.27	-12.16	-15.32

Tabla B.I: Energías de partícula independiente en unidades de MeV.

Analizaremos ahora las energías de partícula independiente (s.p.e.) y los parámetros  $v_e^{\text{pair}}$ ,  $v_e^{\text{pp}}$  y  $v_l^{\text{pp}}$ . Para determinar el espectro de partícula independiente apropiado y las intensidades  $v_e^{\text{pair}}$  seguimos el método propuesto por Conci et al. [Con84], que consiste en usar los datos experimentales junto con un cálculo de Wood-Saxon y uno de BCS. Este procedimiento genera los valores de

las s.p.e. y las constantes de apareamiento  $\nu_s^{pair}$  para neutrones y protones mostradas en las tablas B.I y B.II respectivamente.

Nucleus	$\nu_s^{pair}$		$\nu_t^{PP}$
	p	n	
$^{76}\text{Ge}$	25.	22.	31.
$^{76}\text{Se}$	25.	24.	30.
$^{82}\text{Se}$	23.	25.	31.
$^{82}\text{Kr}$	25.	24.	31.
$^{128}\text{Te}$	30.	24.	37.
$^{128}\text{Xe}$	30.	23.	36.
$^{130}\text{Te}$	30.	25.	36.
$^{130}\text{Xe}$	29.	24.	35.

Tabla B.II: Valores de las constantes de acoplamiento:  $\nu_s^{pair}$  (en el canal de apareamiento) y  $\nu_t^{PP}$  (en el canal protón-neutrón partícula-partícula).

Al usar la interacción (B.1) las constantes de acoplamiento  $\nu_s^{PP}$  y  $\nu_t^{PP}$  son tratadas, en principio, como parámetros libres, cuyo valor determinamos por el método discutido en el Cap. II [Hir90a]. Esto es, tomamos los valores para los que las correspondiente intensidad de transición  $S(I\mu_T=-1)$  es mínima. El comportamiento de la intensidad GT  $S_-(I=1)$  es ilustrado en la fig. B.1 para los núcleos iniciales  $^{76}\text{Ge}$ ,  $^{82}\text{Se}$ ,  $^{128}\text{Te}$  y  $^{130}\text{Te}$ , y los valores

resultantes de  $\nu_t^{PP}$  para todos los núcleos estudiados se listan en la tabla B.II.

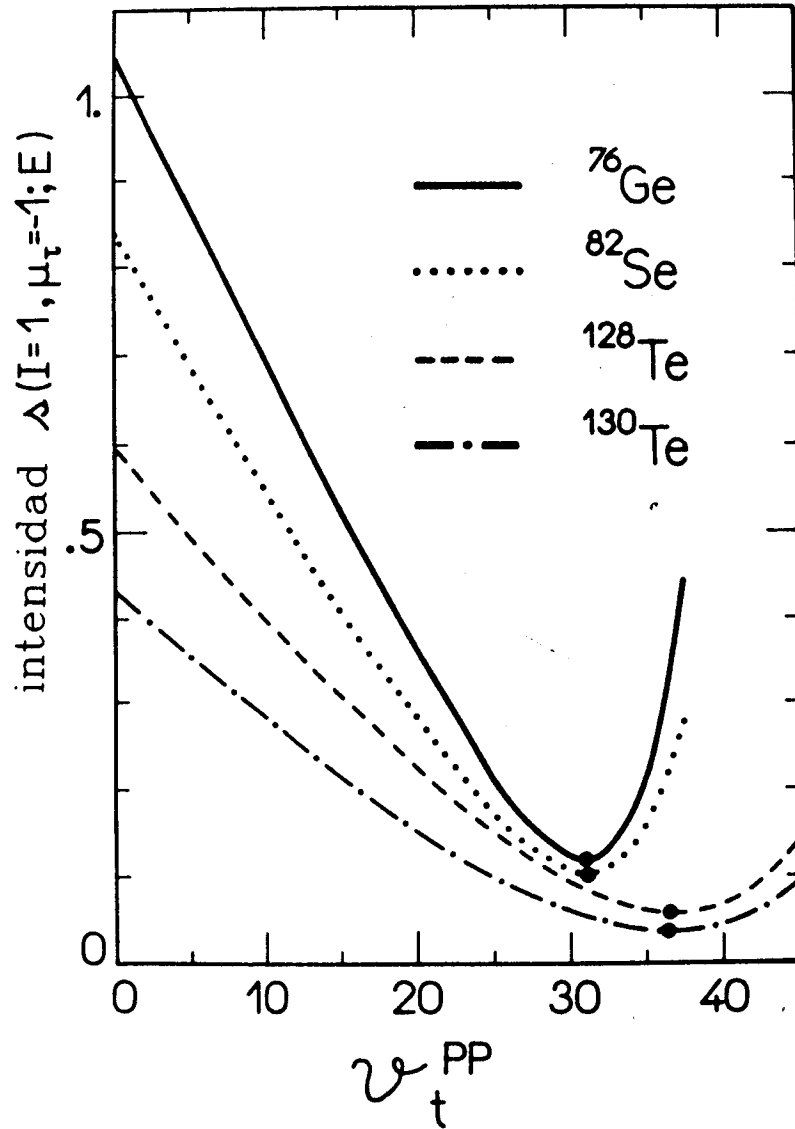


Figura B.1: Intensidades de transición Gamow-Teller  $S_{-}(I=1)$  para los núcleos iniciales  $^{76}\text{Ge}$ ,  $^{82}\text{Se}$ ,  $^{128}\text{Te}$  y  $^{130}\text{Te}$ , como función de la constante de acoplamiento  $\nu_t^{PP}$ . Los círculos negros indican los mínimos.

## APENDICE C

### LA APROXIMACION DE FASES AL AZAR PARA CUASIPARTICULAS (QRPA) Y LA INTERACCION RESIDUAL PROTON-NEUTRON:

Es conveniente expresar el Hamiltoniano total en la forma

$$H = H_p + H_n + H_{pn} \quad , \quad (C.1)$$

donde  $H_p$  y  $H_n$  describen los Hamiltonianos efectivos en los espacios de protón y de neutrón, respectivamente, mientras que  $H_{pn}$  representa la interacción efectiva entre protones y neutrones. En el formalismo de segunda cuantificación las cantidades  $H_p$  y  $H_n$  están dadas por

$$H_t = \sum_t (e_t - \lambda_t) c_t^+ c_t + \frac{1}{4} \sum_{t's} \langle t_1 t_2 | V | t_3 t_4 \rangle_{\mathcal{A}} c_{t_1}^+ c_{t_2}^+ c_{t_4} c_{t_3} \quad , \quad (C.2)$$

donde los subíndices  $t(t)$  representan a  $p(p)$  o  $n(n)$ , dependiendo de si se está considerando  $H_p$  o  $H_n$ . Aquí  $t \equiv t, m_t$ , con  $t \equiv \{n, l, j\}$  y  $m_t \equiv m_j$ , y toda la otra notación tiene el sentido usual:  $e_t$  es la energía de partícula independiente (s.p.e.),  $\lambda_t$  el potencial químico,  $c_t^+$  ( $c_t$ ) son los operadores de creación (aniquilación) de partícula independiente, el índice  $\mathcal{A}$  señala elementos de matriz respecto de estados antisimétricos, etc. El Hamiltoniano (C.2) es diagonalizado a través de las transformaciones de cuasipartículas [Row70, Sol76, Rin80]:

$$a_t^+ = u_t c_t^+ - v_t c_{\bar{t}}^- \quad ; \quad c_{\bar{t}}^- = (-)^{t+m_t} c_{t, -m_t}^- \quad ; \quad (C.3)$$

y queda

$$H_t = \sum_t \varepsilon_t a_t^+ a_t \quad , \quad (C.4)$$

donde  $\varepsilon_t$  son las energías de cuasipartícula:

$$\varepsilon_t = (e_t - \lambda_t) (u_t^2 - v_t^2) + 2\Delta_t u_t v_t = \Delta_t / 2u_t v_t \quad , \quad (C.5)$$

con  $\lambda_t$  y  $\Delta_t$  los potenciales químicos y las energías de separación ("gaps") respectivamente. El estado fundamental BCS es representado como:

$$|0^+\rangle = |0_p^+\rangle |0_n^+\rangle ; |0_t^+\rangle = \prod_t (u_t + v_t a_t^+ a_t^+) | \rangle, \quad (C.6)$$

siendo  $| \rangle$  el vacío de partículas.

La forma de  $H_{pn}$  en segunda cuantificación es

$$H_{pn} = \sum_{pp'nn'} \langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} : c_p^+ c_n^+ c_n c_p : , \quad (C.7)$$

donde el símbolo  $: :$  denota producto normal de operadores fermiónicos. Después de realizar la transformación (C.3) a cuasipartículas, la interacción residual protón-neutrón puede escribirse

$$H_{pn} = H_{zz} + H_{o4} + H_{40} , \quad (A.8)$$

con

$$H_{zz} = \sum_{pp'nn'} [ \langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} (u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) - \langle p\bar{n}' | V | p'\bar{n} \rangle_{\mathcal{A}} (u_p v_n u_{p'} v_{n'} + v_p u_n v_{p'} u_{n'}) ] a_p^+ a_n^+ a_{n'} a_{p'} \quad (C.9)$$

$$H_{o4} = H_{40}^+ = \sum_{pp'nn'} \langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} u_p u_n v_{p'} v_{n'} a_p^+ a_n^+ a_{n'}^+ a_{p'}^+ . \quad (C.10)$$

Para resolver las ecuaciones de la QRPA [Row75]

$$\hat{I}^{-1} \langle 0 | [\Gamma(\alpha\bar{I}), H, \Gamma^+(\beta I)]^0 | 0 \rangle = \hat{I}^{-1} \langle 0 | [\Gamma(\alpha\bar{I}), \Gamma^+(\beta I)]^0 | 0 \rangle = \omega_{\alpha\beta} \delta_{\alpha,\beta} ; \hat{I} \equiv (2I+1)^{1/2}, \quad (C.11)$$

los operadores de excitación  $\Gamma^+(\alpha I)$  son aproximados por la expansión

$$\Gamma^+(\alpha I) = \sum_{pn} \{ X(pnI; \alpha) A^+(pnI) - Y(pnI; \alpha) A(pn\bar{I}) \} , \quad (C.12)$$

en un subconjunto finito de la base de operadores



$$A^+(pnI) = [a_p^+ a_n^+]^I, \quad (C.13)$$

y los correspondientes operadores adjuntos  $A(pn\bar{I})$ . La ecuación de movimiento (C.11) provee entonces los coeficientes de expansión  $X$  e  $Y$  como soluciones de la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} X \\ -Y \end{pmatrix}, \quad (C.14)$$

con submatrices

$$\begin{aligned} A(pn, p'n'; I) &= \hat{I}^{-1} \langle 0 | [A(pn\bar{I}), H, A^+(p'n'I)]^0 | 0 \rangle \\ &= (\epsilon_p + \epsilon_n) \delta_{pn, p'n'} \\ &\quad + (u_p v_n u_{p'} v_{n'} + v_p u_n v_{p'} u_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad + (u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) G(pn, p'n'; I), \end{aligned} \quad (C.15)$$

$$\begin{aligned} B(pn, p'n'; I) &= -\hat{I}^{-1} \langle 0 | [A(pn\bar{I}), H, A(p'n'\bar{I})] | 0 \rangle \\ &= (v_p u_n u_{p'} v_{n'} + u_p v_n v_{p'} u_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad - (u_p u_n v_{p'} v_{n'} + v_p v_n u_{p'} u_{n'}) G(pn, p'n'; I), \end{aligned}$$

donde  $F$  y  $G$  son, respectivamente, los elementos de matriz de partícula-agujero (PH) y de partícula-partícula (PP) tal como están definidos en el apéndice B. Con esta notación los parámetros de separación (gap) quedan:

$$\Delta_t = -\frac{1}{2} \sum_{t'} \hat{j}_t \hat{j}_{t'}^{-1} u_t v_{t'} G^{\text{pair}}(tt, t't'; 0). \quad (C.16)$$

Las energías de excitación  $E_{I\alpha}$  en los núcleos impar-impar  $(A, Z+1)$  y  $(A, Z-1)$ , medidas respecto de la energía del estado fundamental del núcleo padre, se relacionan con las energías  $\omega_{\alpha I}$  de la QRPA según:

$$E_{\alpha I} = \begin{cases} \omega_{\alpha I} + \lambda_p - \lambda_n ; & (A, Z+1) \\ \omega_{\alpha I} - \lambda_p + \lambda_n ; & (A, Z-1) \end{cases}, \quad (C.17)$$

Puede demostrarse [Boh69] que para núcleos cercanos al valle de estabilidad  $\beta$  se cumple que  $\lambda_p - \lambda_n = \Delta_{pn}$ , donde  $\Delta_{pn} = 0.872 \text{ MeV}$  es la diferencia de masa neutrón-protón.

Por conveniencia se expresan los operadores de un cuerpo con intercambio de carga en dos formas alternativas:

$$\phi_{\pm}(I) = \sum_{t_1, t_2} \langle t_1 | O(I) t_{\pm} | t_2 \rangle c_{t_1}^{\dagger} c_{t_2} = \sum_{i=1}^A O(I; i) t_{\pm}(i), \quad (C.18)$$

donde  $O(I=0)=1$  y  $O(I=1)=\vec{\sigma}$  para las transiciones F y GT, respectivamente, y  $\langle n | t_{\pm} | p \rangle = 1$ . Al expresarlos por medio de los operadores de excitación no perturbados y perturbados éstos toman la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \phi_{\pm}(I) &= \sum_{pn} [\Lambda_{\pm}^0(pnI) A^{\dagger}(pnI) + \Lambda_{\pm}^0(pn\bar{I}) A(pn\bar{I})], \\ &= \sum_{\alpha} [\Lambda_{\pm}(\alpha I) \Gamma^{\dagger}(\alpha I) + \Lambda_{\pm}(\alpha \bar{I}) \Gamma(\alpha \bar{I})], \end{aligned} \quad (C.19)$$

donde

$$\begin{aligned} \Lambda_{+}^0(pnI) &= \hat{I}^{-1} u_p v_n \langle p || O(I) || n \rangle, \\ \Lambda_{-}^0(pnI) &= -\hat{I}^{-1} u_n v_p \langle p || O(I) || n \rangle, \end{aligned} \quad (C.20)$$

y

$$\begin{aligned} \Lambda_{+}(\alpha I) &= -\hat{I}^{-1} \sum_{pn} \langle p || O(I) || n \rangle [u_p v_n X(pnI; \alpha) + v_p u_n Y(pnI; \alpha)], \\ \Lambda_{-}(\alpha I) &= \hat{I}^{-1} \sum_{pn} \langle p || O(I) || n \rangle [v_p u_n X(pnI; \alpha) + u_p v_n Y(pnI; \alpha)]. \end{aligned} \quad (C.21)$$

Las amplitudes de transición están expresadas como:

$$\langle \alpha I || \phi_{\pm}(I) || 0 \rangle = \langle 0 | [\Gamma(\alpha \bar{I}), \phi_{\pm}(I)]^0 | 0 \rangle = -\hat{I} \Lambda_{\pm}(\alpha I), \quad (C.22)$$

y las intensidades de transición totales se definen

$$S_{\pm}(I) = \sum_{\alpha} s_{\pm}(\alpha I) \equiv \sum_{\alpha} \Lambda_{\pm}^2(\alpha I), \quad (\text{C.23})$$

y satisfacen la regla de suma

$$S_{+}(I) - S_{-}(I) = 2T_0 \quad (\text{C.24})$$

donde  $T_0 = (N-Z)/2$  es el isospín del estado fundamental.