

## APENDICE C

### LA APROXIMACION DE FASES AL AZAR PARA CUASIPARTICULAS (QRPA) Y LA INTERACCION RESIDUAL PROTON-NEUTRON:

Es conveniente expresar el Hamiltoniano total en la forma

$$H = H_p + H_n + H_{pn} \quad , \quad (C.1)$$

donde  $H_p$  y  $H_n$  describen los Hamiltonianos efectivos en los espacios de protón y de neutrón, respectivamente, mientras que  $H_{pn}$  representa la interacción efectiva entre protones y neutrones. En el formalismo de segunda cuantificación las cantidades  $H_p$  y  $H_n$  están dadas por

$$H_t = \sum_t (e_t - \lambda_t) c_t^+ c_t + \frac{1}{4} \sum_{t's} \langle t_1 t_2 | V | t_3 t_4 \rangle_{\mathcal{A}} c_{t_1}^+ c_{t_2}^+ c_{t_4} c_{t_3} \quad , \quad (C.2)$$

donde los subíndices  $t(t)$  representan a  $p(p)$  o  $n(n)$ , dependiendo de si se está considerando  $H_p$  o  $H_n$ . Aquí  $t \equiv t, m_t$ , con  $t \equiv \{n, l, j\}$  y  $m_t \equiv m_j$ , y toda la otra notación tiene el sentido usual:  $e_t$  es la energía de partícula independiente (s.p.e.),  $\lambda_t$  el potencial químico,  $c_t^+$  ( $c_t$ ) son los operadores de creación (aniquilación) de partícula independiente, el índice  $\mathcal{A}$  señala elementos de matriz respecto de estados antisimétricos, etc. El Hamiltoniano (C.2) es diagonalizado a través de las transformaciones de cuasipartículas [Row70, Sol76, Rin80]:

$$a_t^+ = u_t c_t^+ - v_t c_{\bar{t}}^- \quad ; \quad c_{\bar{t}}^- = (-)^{t+m_t} c_{t,-m_t}^- \quad ; \quad (C.3)$$

y queda

$$H_t = \sum_t \varepsilon_t a_t^+ a_t \quad , \quad (C.4)$$

donde  $\varepsilon_t$  son las energías de cuasipartícula:

$$\varepsilon_t = (e_t - \lambda_t) (u_t^2 - v_t^2) + 2\Delta_t u_t v_t = \Delta_t / 2u_t v_t \quad , \quad (C.5)$$

con  $\lambda_t$  y  $\Delta_t$  los potenciales químicos y las energías de separación ("gaps") respectivamente. El estado fundamental BCS es representado como:

$$|0^+\rangle = |0_p\rangle |0_n\rangle ; |0_t\rangle = \prod_t (u_t + v_t a_t^+ a_t^+) | \rangle, \quad (C.6)$$

siendo  $| \rangle$  el vacío de partículas.

La forma de  $H_{pn}$  en segunda cuantificación es

$$H_{pn} = \sum_{pp'nn'} \langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} : c_p^+ c_n^+ c_n c_p : , \quad (C.7)$$

donde el símbolo  $: :$  denota producto normal de operadores fermiónicos. Después de realizar la transformación (C.3) a cuasipartículas, la interacción residual protón-neutrón puede escribirse

$$H_{pn} = H_{zz} + H_{o4} + H_{40} , \quad (A.8)$$

con

$$H_{zz} = \sum_{pp'nn'} [ \langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} (u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) - \langle p\bar{n}' | V | p'\bar{n} \rangle_{\mathcal{A}} (u_p v_n u_{p'} v_{n'} + v_p u_n v_{p'} u_{n'}) ] a_p^+ a_n^+ a_{n'} a_{p'} \quad (C.9)$$

$$H_{o4} = H_{40}^+ = \sum_{pp'nn'} \langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} u_p u_n v_{p'} v_{n'} a_p^+ a_n^+ a_{n'}^+ a_{p'}^+ . \quad (C.10)$$

Para resolver las ecuaciones de la QRPA [Row75]

$$\hat{I}^{-1} \langle 0 | [\Gamma(\alpha\bar{I}), H, \Gamma^+(\beta I)]^0 | 0 \rangle = \hat{I}^{-1} \langle 0 | [\Gamma(\alpha\bar{I}), \Gamma^+(\beta I)]^0 | 0 \rangle = \omega_{\alpha\beta} \delta_{\alpha,\beta} ; \hat{I} \equiv (2I+1)^{1/2}, \quad (C.11)$$

los operadores de excitación  $\Gamma^+(\alpha I)$  son aproximados por la expansión

$$\Gamma^+(\alpha I) = \sum_{pn} \{ X(pnI; \alpha) A^+(pnI) - Y(pnI; \alpha) A(pn\bar{I}) \} , \quad (C.12)$$

en un subconjunto finito de la base de operadores

$$A^+(pnI) = [a_p^+ a_n^+]^I, \quad (C.13)$$

y los correspondientes operadores adjuntos  $A(pn\bar{I})$ . La ecuación de movimiento (C.11) provee entonces los coeficientes de expansión  $X$  e  $Y$  como soluciones de la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} X \\ -Y \end{pmatrix}, \quad (C.14)$$

con submatrices

$$\begin{aligned} A(pn, p'n'; I) &= \hat{I}^{-1} \langle 0 | [A(pn\bar{I}), H, A^+(p'n'I)]^0 | 0 \rangle \\ &= (\varepsilon_p + \varepsilon_n) \delta_{pn, p'n'} \\ &\quad + (u_p v_n u_{p'} v_{n'} + v_p u_n v_{p'} u_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad + (u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) G(pn, p'n'; I), \end{aligned} \quad (C.15)$$

$$\begin{aligned} B(pn, p'n'; I) &= -\hat{I}^{-1} \langle 0 | [A(pn\bar{I}), H, A(p'n'\bar{I})] | 0 \rangle \\ &= (v_p u_n u_{p'} v_{n'} + u_p v_n v_{p'} u_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad - (u_p u_n v_{p'} v_{n'} + v_p v_n u_{p'} u_{n'}) G(pn, p'n'; I), \end{aligned}$$

donde  $F$  y  $G$  son, respectivamente, los elementos de matriz de partícula-agujero (PH) y de partícula-partícula (PP) tal como están definidos en el apéndice B. Con esta notación los parámetros de separación (gap) quedan:

$$\Delta_t = -\frac{1}{2} \sum_{t'} \hat{j}_t \hat{j}_{t'}^{-1} u_t v_{t'} G^{\text{pair}}(tt, t't'; 0). \quad (C.16)$$

Las energías de excitación  $E_{I\alpha}$  en los núcleos impar-impar  $(A, Z+1)$  y  $(A, Z-1)$ , medidas respecto de la energía del estado fundamental del núcleo padre, se relacionan con las energías  $\omega_{\alpha I}$  de la QRPA según:

$$E_{\alpha I} = \begin{cases} \omega_{\alpha I} + \lambda_p - \lambda_n ; & (A, Z+1) \\ \omega_{\alpha I} - \lambda_p + \lambda_n ; & (A, Z-1) \end{cases}, \quad (C.17)$$

Puede demostrarse [Boh69] que para núcleos cercanos al valle de estabilidad  $\beta$  se cumple que  $\lambda_p - \lambda_n = \Delta_{pn}$ , donde  $\Delta_{pn} = 0.872 \text{ MeV}$  es la diferencia de masa neutrón-protón.

Por conveniencia se expresan los operadores de un cuerpo con intercambio de carga en dos formas alternativas:

$$\phi_{\pm}(I) = \sum_{t_1, t_2} \langle t_1 | O(I) t_{\pm} | t_2 \rangle c_{t_1}^{\dagger} c_{t_2} = \sum_{i=1}^A O(I; i) t_{\pm}(i), \quad (C.18)$$

donde  $O(I=0)=1$  y  $O(I=1)=\vec{\sigma}$  para las transiciones F y GT, respectivamente, y  $\langle n | t_{\pm} | p \rangle = 1$ . Al expresarlos por medio de los operadores de excitación no perturbados y perturbados éstos toman la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \phi_{\pm}(I) &= \sum_{pn} [\Lambda_{\pm}^0(pnI) A^{\dagger}(pnI) + \Lambda_{\pm}^0(pnI) A(pn\bar{I})], \\ &= \sum_{\alpha} [\Lambda_{\pm}(\alpha I) \Gamma^{\dagger}(\alpha I) + \Lambda_{\pm}(\alpha I) \Gamma(\alpha\bar{I})], \end{aligned} \quad (C.19)$$

donde

$$\begin{aligned} \Lambda_{+}^0(pnI) &= \hat{I}^{-1} u_p v_n \langle p || O(I) || n \rangle, \\ \Lambda_{-}^0(pnI) &= -\hat{I}^{-1} u_n v_p \langle p || O(I) || n \rangle, \end{aligned} \quad (C.20)$$

y

$$\begin{aligned} \Lambda_{+}(\alpha I) &= -\hat{I}^{-1} \sum_{pn} \langle p || O(I) || n \rangle [u_p v_n X(pnI; \alpha) + v_p u_n Y(pnI; \alpha)], \\ \Lambda_{-}(\alpha I) &= \hat{I}^{-1} \sum_{pn} \langle p || O(I) || n \rangle [v_p u_n X(pnI; \alpha) + u_p v_n Y(pnI; \alpha)]. \end{aligned} \quad (C.21)$$

Las amplitudes de transición están expresadas como:

$$\langle \alpha I || \phi_{\pm}(I) || 0 \rangle = \langle 0 | [\Gamma(\alpha\bar{I}), \phi_{\pm}(I)]^0 | 0 \rangle = -\hat{I} \Lambda_{\pm}(\alpha I), \quad (C.22)$$

y las intensidades de transición totales se definen

$$S_{\pm}(I) = \sum_{\alpha} s_{\pm}(\alpha I) \equiv \sum_{\alpha} \Lambda_{\pm}^2(\alpha I), \quad (\text{C.23})$$

y satisfacen la regla de suma

$$S_{+}(I) - S_{-}(I) = 2T_0 \quad (\text{C.24})$$

donde  $T_0 = (N-Z)/2$  es el isospín del estado fundamental.