

APENDICE E

UN METODO NUEVO PARA EVALUAR LOS OBSERVABLES DEL DECAIMIENTO BETA DOBLE.

Comenzamos usando un conjunto apropiado de transformaciones canónicas para cuasipartículas, similares a las que se emplean en los estudios del efecto de bloqueo ("blocking") y de proyección del número de partículas en la teoría BCS [Dia82, Los88]. Estas las definimos de la siguiente forma [Hir90c]:

$$\begin{aligned} a_p^+ &= \rho_p^{1/2} (u_p c_p^+ - \bar{v}_p c_p^-) ; & \rho_p^{-1} &= u_p^2 + \bar{v}_p^2 , \\ a_n^+ &= \rho_n^{1/2} (\bar{u}_n c_n^+ - v_n c_n^-) ; & \rho_n^{-1} &= \bar{u}_n^2 + v_n^2 , \end{aligned} \quad (E.1)$$

para protones y neutrones, respectivamente. Las cantidades con barra indican que fueron calculadas con respecto al vacío final $|0_f^+\rangle$, y los demás símbolos fueron definidos en el apéndice C. El vacío de cuasipartículas correspondiente es

$$|\tilde{0}^+\rangle = \prod_p (u_p + \bar{v}_p a_p^+ a_p^+) \prod_n (\bar{u}_n + v_n a_n^+ a_n^+) | \rangle. \quad (E.2)$$

Esto significa, por ejemplo, que un núcleo par-impar $(N, Z+1)$ será descrito como una combinación lineal de una partícula de protón (con probabilidad u_p^2) y un agujero de neutrón (con probabilidad \bar{v}_p^2) sobre los estados fundamentales de los núcleos (N, Z) y $(N, Z+2)$, respectivamente. Del mismo modo, el núcleo intermedio $(N-1, Z+1)$ está representado ahora como una combinación lineal de excitaciones de partícula de protón y agujero de neutrón sobre el núcleo inicial (N, Z) y de excitaciones de agujero de protón y partícula de neutrón sobre el núcleo final $(N-2, Z+2)$.

En forma similar al apéndice C, expresamos el Hamiltoniano total como

$$H = H_p + H_n + H_{pn} \quad ,$$

y los Hamiltonianos H_p y H_n quedan

$$H_t = \sum_t \tilde{\varepsilon}_t a_t^+ a_t \quad ,$$

donde $\tilde{\varepsilon}_t$ representa las energías de cuasipartícula

$$\tilde{\varepsilon}_p = \tilde{\Delta}_p / 2u_p \bar{v}_p \rho_p \quad ; \quad \tilde{\varepsilon}_n = \tilde{\Delta}_n / 2\bar{u}_n v_n \rho_n \quad , \quad (E.3)$$

con las separaciones de apareamiento dadas por

$$\tilde{\Delta}_p = -\frac{1}{2} \sum_{p'} \hat{j}_p \hat{j}_{p'}^{-1} u_p \bar{v}_p \cdot G^{pair}(pp, p'p'; 0) \quad . \quad (E.4)$$

$$\tilde{\Delta}_n = -\frac{1}{2} \sum_n \hat{j}_n \hat{j}_n^{-1} \bar{u}_n v_n \cdot G^{pair}(nn, n'n'; 0) \quad .$$

Para resolver las ecuaciones de la QRPA (C.11) se propone el fonón

$$\tilde{\Gamma}^+(\alpha I) = \sum_{pn} \{ \tilde{X}(pnI; \alpha) \tilde{A}^+(pnI) - \tilde{Y}(pnI; \alpha) \tilde{A}(pn\bar{I}) \} \quad , \quad (E.5)$$

con

$$\tilde{A}^+(pnI) = [a_p^+ a_n^+]^I / \langle \tilde{0}^+ | \tilde{0}^+ \rangle \quad , \quad (E.6)$$

que está diseñado de tal modo que representa sólo excitaciones en el núcleo $(N-1, Z+1)$ y no en otros núcleos impar-impar $(N+1, Z+1)$, $(N+1, Z+3)$, etc.. como ocurre en los cálculos usuales. Las submatrices QRPA están dadas por las expresiones

$$\begin{aligned} \tilde{A}(pn, p'n'; I) &= \hat{I}^{-1} \langle 0 | [\tilde{A}(pn\bar{I}), H, \tilde{A}^+(p'n'I)]^0 | 0 \rangle \\ &= (\tilde{\varepsilon}_p + \tilde{\varepsilon}_n) \delta_{pn, p'n'} \\ &+ \sqrt{\rho_p \rho_n \rho_{p'} \rho_{n'}} [(u_p \bar{v}_p u_{p'} \bar{v}_{n'} + \bar{v}_p \bar{u}_n \bar{v}_{p'} \bar{u}_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad + (u_p \bar{u}_n u_{p'} \bar{u}_{n'} + \bar{v}_p v_n \bar{v}_{p'} v_{n'}) G(pn, p'n'; I)] \quad , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}(pn, p'n'; I) &= -\tilde{I}^{-1} \langle 0 | [\tilde{A}(pn\bar{I}), H, \tilde{A}(p'n'\bar{I})] | 0 \rangle \\ &= \sqrt{\rho_p \rho_n \rho_{p'} \rho_{n'}} L(v_p u_n u_{p'} v_{n'} + u_p v_n v_{p'} u_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad - (u_p u_n v_{p'} v_{n'} + v_p v_n u_{p'} u_{n'}) G(pn, p'n'; I). \end{aligned}$$

Los operadores de excitación son

$$\begin{aligned} \phi_{\pm} &= \sum_{pn} [\tilde{\Lambda}_+^0(pn) \tilde{A}^+(pnI=1) + \tilde{\Lambda}_-^0(pn) \tilde{A}(pn\bar{I}=\bar{1})], \\ &= \sum_{\alpha} [\tilde{\Lambda}_+(\alpha) \tilde{I}^+(\alpha I=1) + \tilde{\Lambda}_-(\alpha) \tilde{I}(\alpha \bar{I}=\bar{1})], \end{aligned} \quad (E.8)$$

con

$$\tilde{\Lambda}_+^0(pn) = -u_p v_n \sqrt{\rho_p \rho_n} \langle p \| \sigma \| n \rangle / \sqrt{3}; \quad \tilde{\Lambda}_-^0(pn) = -\bar{u}_n \bar{v}_p \sqrt{\rho_p \rho_n} \langle p \| \sigma \| n \rangle / \sqrt{3} \quad (E.9)$$

y

$$\tilde{\Lambda}_+(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{pn} \sqrt{\rho_p \rho_n} \langle p \| \sigma \| n \rangle [u_p v_n \tilde{X}(pnI=1; \alpha) + \bar{v}_p \bar{u}_n \tilde{Y}(pnI=1; \alpha)], \quad (E.10)$$

$$\tilde{\Lambda}_-(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{pn} \sqrt{\rho_p \rho_n} \langle p \| \sigma \| n \rangle [\bar{v}_p \bar{u}_n \tilde{X}(pnI=1; \alpha) + u_p v_n \tilde{Y}(pnI=1; \alpha)],$$

Por último, las intensidades de transición totales, definidas como

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\pm} &\equiv \sum_{\alpha} \tilde{\Lambda}_{\pm}^2(\alpha), \text{ satisfacen la regla de suma} \\ \tilde{S}_+ - \tilde{S}_- &= \sum_n \hat{j}_n^2 v_n^2 \rho_n - \sum_p \hat{j}_p^2 \bar{v}_p^2 \rho_p \approx N - Z - 2, \end{aligned} \quad (E.11)$$

y la amplitud de transición $\beta\beta_{2\nu}$ es

$$\mathcal{M}_{2\nu}^{III} = \frac{3}{2} \sum_{\alpha} \tilde{\Lambda}_+(\alpha) \tilde{\Lambda}_-(\alpha) / \omega_{\alpha I}. \quad (E.12)$$

De las fórmulas (E.7), (E.8), (E.9) y (E.10) puede verse que las correlaciones "atrasadas" para las transiciones β^- son las transiciones β^+ y viceversa. Por otro lado, la amplitud $\mathcal{M}_{2\nu}$ dada por (E.12) puede reescribirse de la siguiente manera [Goe78, Boh79, Rin80, Tak88]

$$M_{22'} = \frac{M_0}{2} (\tilde{\Lambda}_+^0, \tilde{\Lambda}_-^0) \begin{pmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ -\tilde{B} & -\tilde{A} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\Lambda}_+^0 \\ -\tilde{\Lambda}_-^0 \end{pmatrix}, \quad (\text{E.13a})$$

o

$$M_{22'} = \frac{M_0}{2} [\tilde{Q}_+ (\tilde{A} + \tilde{B})^{-1} \tilde{Q}_+ - \tilde{Q}_- (\tilde{A} - \tilde{B})^{-1} \tilde{Q}_-], \quad (\text{E.13b})$$

con $\tilde{Q}_\pm = \tilde{\Lambda}_+^0 \pm \tilde{\Lambda}_-^0$. Así puede verse que con nuestro método no es necesario resolver las ecuaciones QRPA, pues basta con realizar una inversión de matriz.