

CAPITULO III

LAS REGLAS DE SUMA CON INTERCAMBIO DE CARGA Y EL DECAIMIENTO BETA DOBLE SIN NEUTRINOS.

En el Cap. II se analizó en detalle la dependencia del modo $\beta\beta_{2\nu}$ de las correlaciones pn en el canal PP, mostrándose la forma de evitarla restaurando las simetrías de isospín y SU(4).

En este capítulo mostraremos que se pueden obtener resultados confiables para los decaimientos $\beta\beta_{0\nu}$ dentro de la QRPA sólo si, además de restaurar las simetrías de isospín y SU(4), se satisfacen las reglas de suma con intercambio de carga para todas las excitaciones virtuales. En este contexto las amplitudes de decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$ y $\beta\beta_{0\nu}$ se comportan en forma muy similar. Esto es: en ambos casos los elementos de matriz Gamow-Teller son los más importantes, y la dependencia de los parámetros del modelo es relativamente débil. Se discutirá en detalle el decaimiento $\beta\beta_{0\nu}$ para el ^{76}Ge , calculándose límites para la masa del neutrino y la constante de acoplamiento del majorón.

En relación con la sensibilidad de las vidas medias $\beta\beta_{0\nu}$, $T_{0\nu}$, a la interacción PP, las opiniones están divididas. Engel, Vogel y Zirnbauer (EVZ) [Eng88b] afirman que $T_{0\nu}$ es muy sensitiva y que la masa del neutrino varía de 3 eV hasta 17 eV, usando los datos del ^{76}Ge [Cal87]: $T_{0\nu} > 5 \times 10^{23}$ yr. Tomoda y Faessler (TF) [Tom87] y Muto, Bender y Klapdor (MBK) [Mut89b], por el otro lado, opinan que $T_{0\nu}$ es insensible a este canal y obtienen menores masas con límites más fuertes ($2.2\text{eV} \leq m_\nu \leq 2.6\text{eV}$), usando los mismos datos [Cal87]. Las

diferencias entre estos autores están en la importancia que le asignan a las transiciones prohibidas. Todos ellos coinciden en que las contribuciones de los procesos virtuales permitidos son muy pequeñas, pero mientras EVZ⁴ propone que las transiciones prohibidas no son importantes, TF y MBK afirman que son éstas las más importantes y que no son sensibles al canal PP. Este aumento de la relevancia de los procesos prohibidos no se apoya en ninguna regla de selección (como por ejemplo la prohibición 1), y la única posible explicación de este comportamiento anómalo podría ser el bloqueo debido al principio de exclusión de Pauli.

La misma discusión es válida para la constante de acoplamiento del majorón g_B . De los resultados experimentales ya mencionados ($T_{\nu, B} > 1.4 \times 10^{21} \text{ yr}$) Doi et al. [Doi88] obtienen los límites inferiores $|g_B| \times 10^4 < 5.6$ o < 39 , dependiendo de cuál elemento de matriz usan ellos: si el calculado por TF o por EVZ.

Las reglas de suma

Cuando en el cap. II analizamos los procesos de decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$, e introdujimos en la discusión las simetrías de isospín y SU(4), mostramos que: i) para obtener resultados teóricos confiables para las vidas medias del decaimiento $\beta\beta$, la ruptura de simetría inducida por la aproximación HF-BCS debe ser superada; y ii) la extrema sensibilidad de las amplitudes de decaimiento $\beta\beta$ al canal PP es artificialmente generada por el modelo.

En este capítulo queremos llamar la atención sobre la completitud de los estados nucleares virtuales en la evaluación de

la amplitud de transición $\beta\beta_{0\nu}$ (ec.(1.15))

$$M_{0\nu} = \sum_{\alpha I \pi, \nu} \left[\frac{\langle f; e_1^-, e_2^- | H_W | \alpha I^\pi; e_1^-, \nu \rangle \langle \alpha I^\pi; e_1^-, \nu | H_W | i \rangle}{E_{\alpha I} - E_i + E_1 + E_\nu} - (1 \leftrightarrow 2) \right], \quad (3.1)$$

donde toda la notación tiene el sentido usual [Doi85, Doi88] y la suma corre sobre un conjunto de estados intermedios $|\alpha I^\pi\rangle$ (con spin I y paridad π). En los cálculos de estructura nuclear uno se ve forzado siempre a trabajar con un conjunto finito de vectores $|\alpha I^\pi\rangle$ y surge entonces la pregunta siguiente: ¿ existe un criterio físico para fijar la dimensión de la base de estados $|\alpha I^\pi\rangle$, que deben ser usados en la evaluación de $M_{0\nu}$? La respuesta es afirmativa y se basa en la completitud física contenida en la regla de suma para los operadores con intercambio de carga:

$$\mathcal{O}_\pm(1sI) = \sqrt{4\pi} \sum_{m=1}^A i^l r_m^l [Y_l(m) \otimes \mathcal{O}^s(m)]_I t_\pm(m),$$

donde $s=0$ y $s=1$ se refiere a las excitaciones vectoriales, V , tipo Fermi, y axiales-vectoriales, A , tipo Gamow-Teller, respectivamente, y $\pi=(-1)^l$. Estos operadores generalizan a $\mathcal{O}_\pm(I) = \mathcal{O}_\pm(1=0, s=1)$ (definidos en (1.13) y (C.18)) y pueden catalogarse como permitidos ($l=0$), primeros prohibidos ($l=1$), segundos prohibidos ($l=2$), etc.. Para un núcleo blanco (N, Z) satisfacen la siguiente regla de suma:

$$S_+(1sI) - S_-(1sI) = N \langle r^{2l} \rangle_n - Z \langle r^{2l} \rangle_p, \quad (3.2)$$

con

$$S_\pm(1sI) = \sum_{\alpha} s_\pm(\alpha; 1sI) \equiv \sum_{\alpha} |\langle \alpha I^\pi | \mathcal{O}_\pm(1sI) | 0 \rangle|^2 / \hat{I},$$

y $\hat{I}=(2I+1)$. Siempre se ha prestado una cuidadosa atención a estas

reglas de suma en el estudio de las reacciones con intercambio de carga [Boh75, Ebe80, Krm81a, Krm81b, Krm84, Aue81, Gaa81, Krm83, Ste83, Dro87, Lip87], correspondientes al caso $l=0$. Por el contrario, han sido ignoradas en la evaluación de los decaimientos $\beta\beta_{0\nu}$ [Eng88b, Tom87, Mut89b], aunque la física subyacente en ambos tipos de procesos es esencialmente la misma. Para ser más precisos, debe mencionarse que en los cálculos de EVZ el espacio de configuración fue elegido de modo que satisface una regla de suma análoga a (3.2), pero en la cual toda dependencia radial ha sido omitida, es decir con $r^l \rightarrow 1$ y $\langle r^{2l} \rangle_{p,n} \rightarrow 1$. Pero dado que los vectores $|\alpha I^\pi\rangle$ usados en la evaluación de (3.1) dependen efectivamente de las coordenadas radiales, la regla de suma apropiada es la (3.2).

Las amplitudes de transición $M_{0\nu}$

Por simplicidad sólo consideraremos la parte que depende de m_ν del Hamiltoniano débil, tal como se explicó en el Cap. I. En este caso la inversa de $T_{0\nu}$, para el proceso de decaimiento $0^+ \rightarrow 0^+$, puede ser reescrita en la forma (ecs. (1.8) y (1.9))

$$[T_{2\nu}(0^+ \rightarrow 0^+)]^{-1} = [m_\nu/m_e]^2 \mathcal{F}_{0\nu}^K \mathcal{F}_{0\nu}^N, \quad (3.3)$$

donde $\mathcal{F}_{0\nu}^K$ es el factor cinemático [Doi85, Doi88], y $\mathcal{F}_{0\nu}^N$ es el elemento de matriz nuclear dado por (ver (1.11) y (1.17))

$$\mathcal{F}_{0\nu}^N = |\mathcal{M}_{0\nu}^A - (g_A/g_V)^2 \mathcal{M}_{0\nu}^V|^2, \quad (3.4)$$

con $\mathcal{M}_{0\nu}^V \equiv \mathcal{M}(s=0)$ y $\mathcal{M}_{0\nu}^A \equiv \mathcal{M}(s=1)$, $\mathcal{M}(s) = \langle 0^+ | \mathcal{V}(s) | 0^+ \rangle$ y

$$\mathcal{V}(s) = \sum_{l \neq k}^{\Lambda} H(|\vec{r}_k - \vec{r}_l|) \vec{\sigma}^s(k) \cdot \vec{\sigma}^s(l) t_+(k) t_+(l),$$

donde la función $H(r)$ es el "potencial de neutrino" [Eng88, Mut88a,b, Mut89a,b, Tom87, Doi85, Doi88a,b].

Dentro de la QRPA los momentos $\mathcal{M}(s)$ quedan expresados como

$$\mathcal{M}(s) \equiv \sum_{I\pi} m(s, I^\pi) = \sum_{\substack{\alpha\alpha' I\pi \\ pnp'n'}} \Lambda_+(pnp'n', \alpha I^\pi) \Lambda_-(pnp'n', \alpha' I^\pi) Z(pn, p'n'; I^\pi) \quad (3.5)$$

con

$$Z(pn, p'n'; J, I^\pi) = \sum_J (-1)^{p'+n+J+I} \hat{J} \hat{I} \hat{W}(p'pn'n'; JI) \langle pp'; J | \mathcal{V}(s) | nn'; J \rangle$$

y (3.6)

$$\Lambda_+(pnp'n', \alpha I^\pi) = u_p v_n X(pn I^\pi; \alpha) + v_p u_n Y(pn I^\pi; \alpha),$$

$$\Lambda_-(pnp'n', \alpha I^\pi) = v_p u_n X(pn I^\pi; \alpha) + u_p v_n Y(pn I^\pi; \alpha).$$

Aquí u y v son los parámetros usuales BCS y X e Y son las amplitudes adelantadas y atrasadas de la QRPA para el núcleo inicial, tal como están definidas en el apéndice C.

Un ejemplo: ^{70}Ge

Para ilustrar la importancia de la condición de clausura (3.2) usaremos la interacción δ , introducida en el Cap. II (ver. Ap. B), con diferentes constantes de intensidad ν_s y ν_t para los canales Ph, PP y apareamiento, y calcularemos el núcleo ^{70}Ge . Las intensidades usadas en el canal PH son (ver Ap. B y [Cas87]) $\nu_s^{\text{PH}} = 55$ y $\nu_t^{\text{PH}} = 92$. El espectro de energías de partícula independiente y las intensidades de la interacción ν_s^{pair} , ν_s^{PP} y ν_t^{PP} se determinaron con el método indicado en el Cap.2 y Ap. B [Hir90a],

fijándose sus valores en $\nu_e^{\text{pair}} = 22$ y 25 para neutrones y protones, respectivamente, y $\nu_e^{\text{PP}} = 26$ y $\nu_l^{\text{PP}} = 31$.

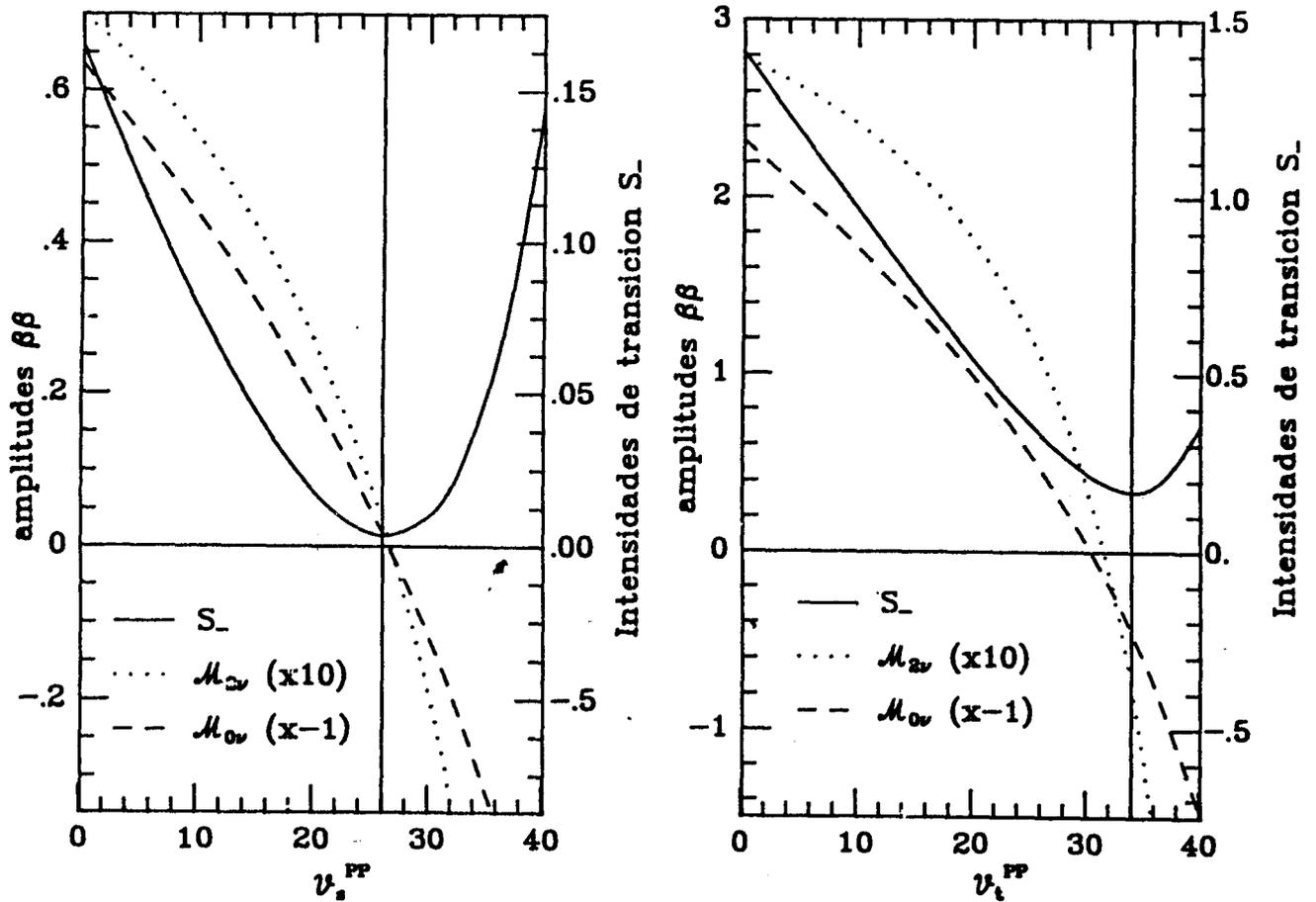


Fig. 3.1: Intensidades de transición permitidas S_- y las correspondientes amplitudes $\beta\beta$ permitidas $M_{2\nu}$ y $M_{0\nu}$ para ^{76}Ge . Los mínimos de S_- se indican con líneas verticales delgadas. Por conveniencia se graficó $-M_{0\nu}^{\text{GT}}$.

En la figura (3.1) se muestra que estos dos últimos parámetros en el canal PP (indicados por líneas verticales delgadas) generan los valores mínimos de las intensidades F y GT, o equivalentemente, la máxima restauración de las simetrías de isospin y SU(4) [Krm90,

Hir90a]. También en la Fig. (3.1) se muestran los resultados correspondientes a las amplitudes permitidas 2ν y 0ν ; estas son $M_{2\nu}^F$ y $M_{2\nu}^{GT}$ para el modo 2ν (ver Cap. II y [Mut88a,b Mut89b, Hir90a,b]) y $M_{0\nu}^F \equiv m(s=0, I^\pi=0^+)$ y $M_{0\nu}^{GT} \equiv \mu(s=1, I^\pi=1^+)$ para el modo 0ν . Tal como se encontró previamente [Vog86, Tom87, Civ87, Eng88b, Mut88a,b, Mut89a,b, Hir90a,b, Krm90] todas las amplitudes de transición permitidas son muy sensitivas a las correlaciones de estado fundamental dentro del canal PP y pasan por cero en la vecindad de los mínimos correspondientes de las amplitudes permitidas S_- .

Para poder analizar la influencia del tamaño del espacio de configuración sobre las amplitudes 0ν primeras prohibidas (FF), vamos a comparar cálculos en los siguientes espacios de partícula independiente:

Espacio I: Se toman como orbitales activos las capas completas de oscilador $3\hbar\omega$ y $4\hbar\omega$, como en los trabajos de TF [Tom87] y MBK [Mut88a,b, Mut89a,b].

Espacio II: Se le agregan al Espacio I los orbitales $1h_{11/2}$ y $1h_{9/2}$; dentro de este subespacio, cuando se omite toda dependencia radial, la regla de suma usada por EVZ es satisfecha para $l=0$ y $l=1$.

Espacio III: Se consideran las capas de oscilador completas $2\hbar\omega$, $3\hbar\omega$, $4\hbar\omega$ y $5\hbar\omega$, y la regla de suma (3.2) es satisfecha para todas las transiciones permitidas y primeras prohibidas.

I^{π}	$s=0$		$s=1$					
	1^{-}		0^{-}		1^{-}		2^{-}	
	S_{+}	S_{-}	S_{+}	S_{-}	S_{+}	S_{-}	S_{+}	S_{-}
I	57.1	25.4	58.3	43.1	57.7	34.2	63.1	23.1
II	71.0	27.0	82.6	45.5	76.8	36.2	71.6	24.2
III	86.8	28.5	106.2	47.9	96.5	38.2	83.7	25.4

Tabla 3.I: Intensidades de transición totales primeras prohibidas $S_{\pm}(l=1; s=0,1; I^{\pi}=0^{-}, 1^{-}, 2^{-})$ para los núcleos ^{76}Se y ^{76}Kr , respectivamente, evaluadas en la QRPA dentro de los espacios I, II y III.

En la tabla (3.I) se listan las intensidades calculadas S_{\pm} , en unidades de $\hbar/M\omega_0$, para los tres espacios de configuración diferentes; el lado derecho de la ec. (3.2) es siempre igual a 58.3 $\hbar/M\omega_0$. En la figura (3.2) se muestran las funciones de intensidad suavizadas [Hir90a] (ver ec. (2.9)) para los espacios I y III, con $\Delta=0.5\text{MeV}$.

Puede verse que tanto la intensidad total como su distribución en función de la energía varían drásticamente al ser evaluadas en los distintos espacios, llevando a resultados incompatibles entre sí. De todos estos resultados es sencillo concluir que los Espacios I y II son absolutamente inaceptables para la evaluación de los procesos de reacción con intercambio de carga para $l=1$.

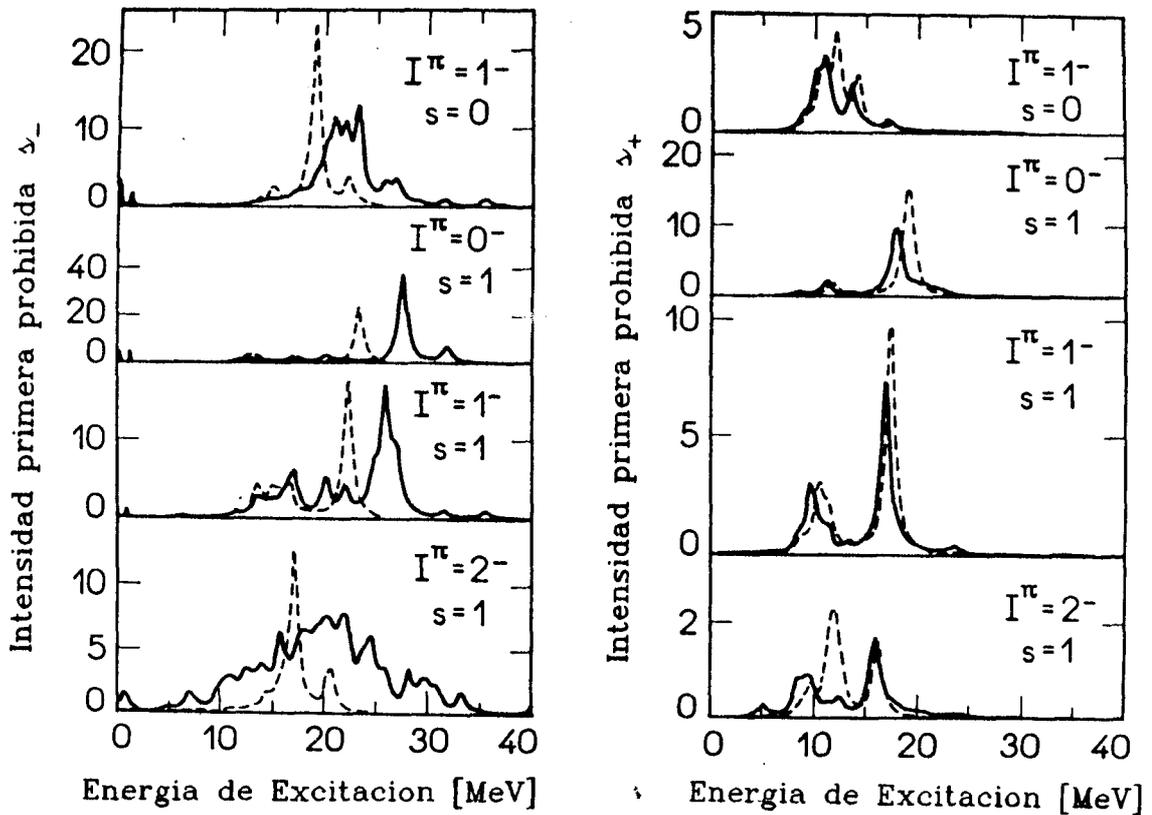


Fig.3.2: Distribuciones de intensidad primeras prohibidas $\phi_{\pm}(l=1; s=0,1; I^{\pi}=0^{-}, 1^{-}, 2^{-}; E)$ para los núcleos ^{76}Se y ^{76}Kr , respectivamente, evaluadas en la GRPA dentro de los espacios I (línea cortada) y III (línea llena).

Para el análisis de las amplitudes $l=1$ 0ν asumiremos que los modos V y A son esencialmente desacoplados [Civ74], y que dependen de ν_e^{PP} y ν_t^{PP} , respectivamente. De este modo, en la Fig. (3.3) se muestran las amplitudes $V, m(s=0, I^{\pi}=1^{-})$, como función de ν_e^{PP} , y en la Fig. (3.4) se muestran las amplitudes $A, m(s=1, I^{\pi}=0^{-}, 1^{-}, 2^{-})$, como función de ν_t^{PP} . Las líneas verticales delgadas en estas figuras tienen el mismo significado que en la figura (3.1). Para

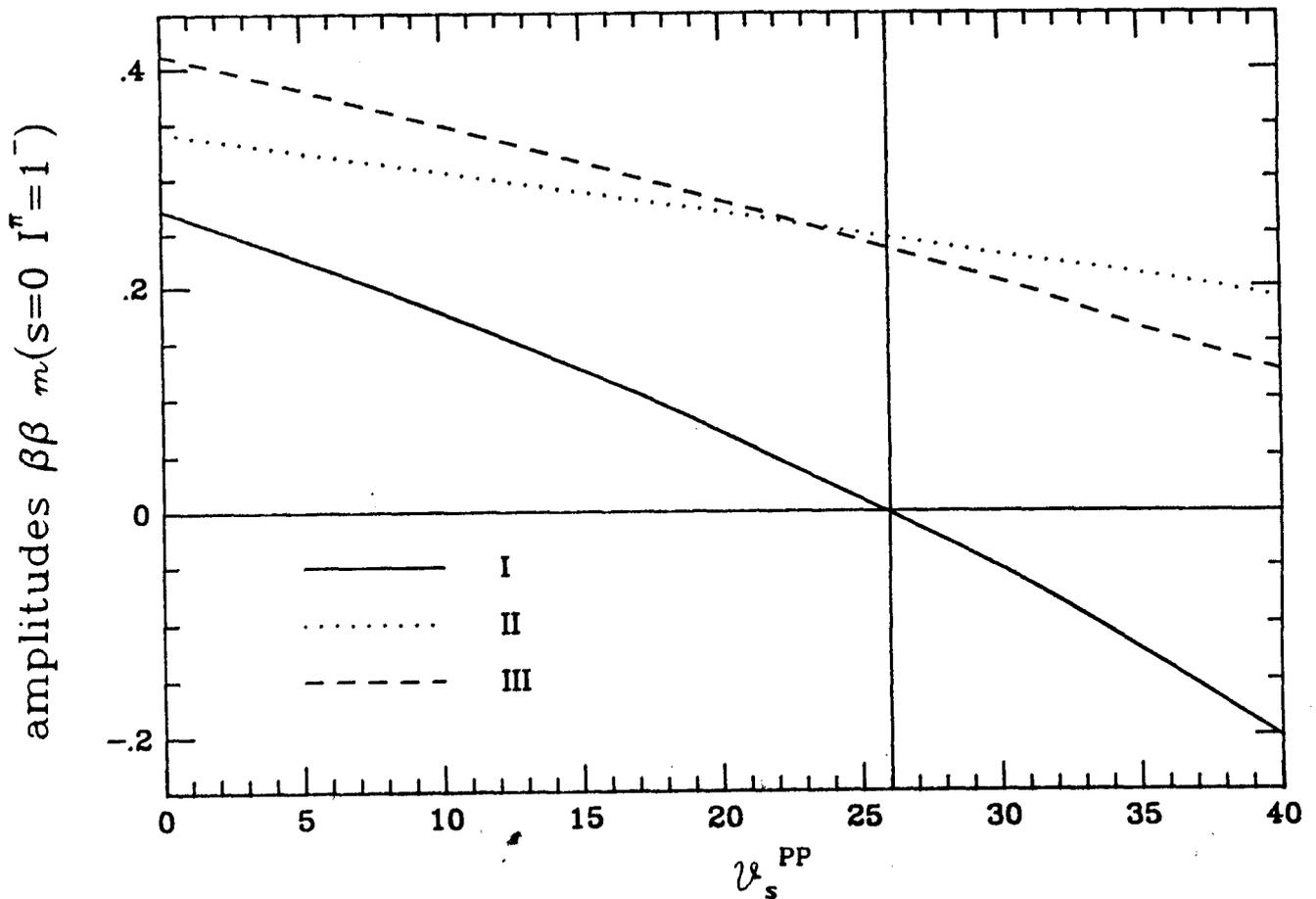


Fig.3.3: Amplitudes vectoriales $m(s=0, I^{\pi}=1^-)$, evaluadas dentro de los espacios I (línea punteada), II (línea cortada) y III (línea llena), como función de ν_s^{PP} .

las transiciones con $l=0$ la regla de suma (3.2) es satisfecha en los tres casos: así, los valores de estas amplitudes no dependen del espacio usado en el cálculo. Por el contrario, las amplitudes 0ν primeras prohibidas dependen críticamente del tamaño del espacio de configuración. Y debe resultar evidente que los resultados correctos son aquellos que satisfacen la regla de suma (3.2) y cuyas distribuciones de intensidad para las transiciones primeras

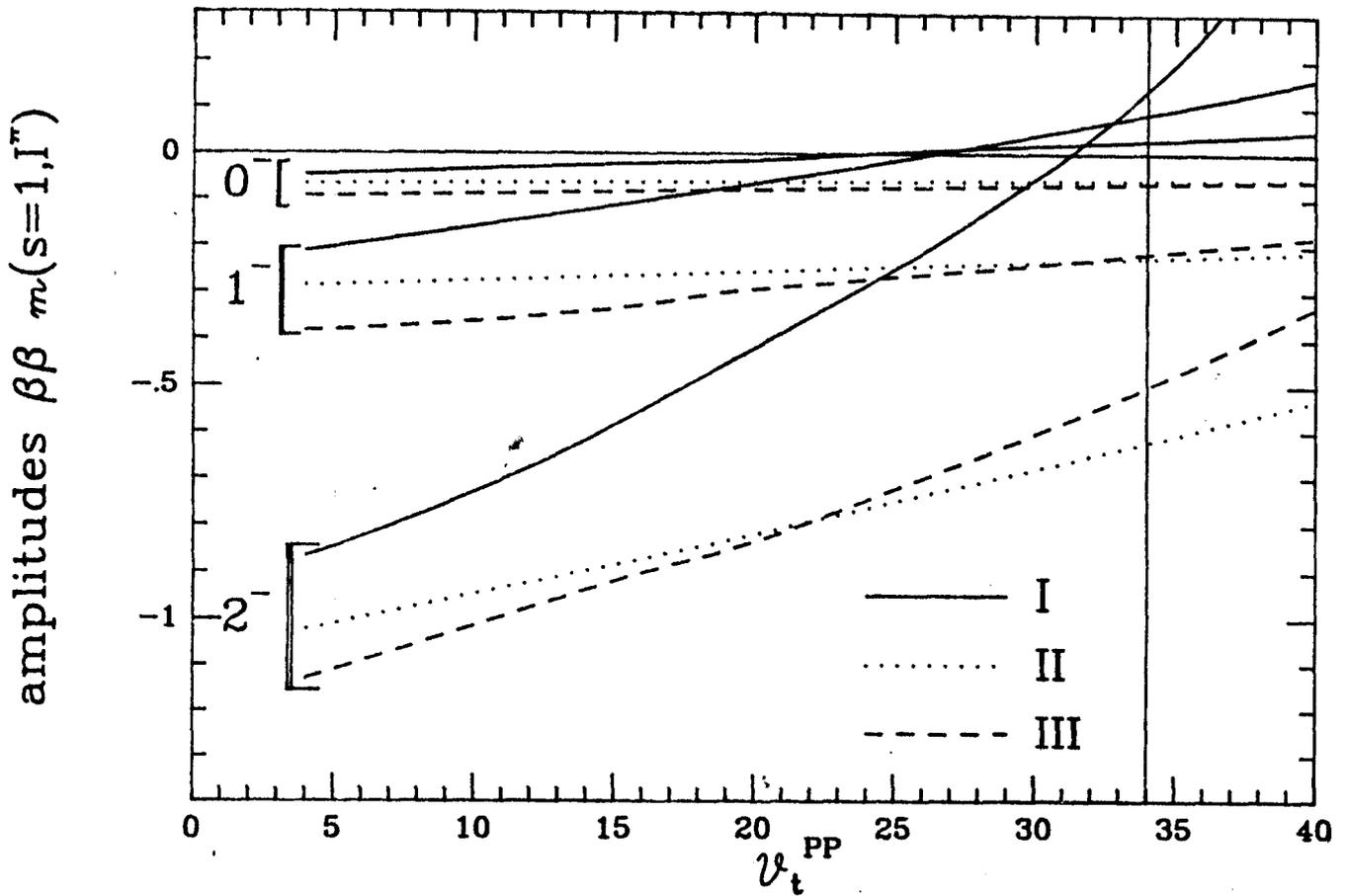


Fig.3.4: Amplitudes axiales-vectoriales $m(s=1, I^\pi=0^-, 1^-, 2^-)$, evaluadas dentro de los espacios I (línea punteada), II (línea cortada) y III (línea llena), como función de ν_t^{PP} .

prohibidas se corresponden con las descripciones aceptadas [Boh75, Ebe80, Krm81a,b, Kro84, Aue81, Gaa81, Krm83, Ste83, Dro87, Lip87]: sólo los resultados en el Espacio III son aceptables. En estudios previos [Eng88, Tom87, Mut89] se han incluido estados hasta con $I^\pi=9^+$. Para obtener resultados válidos en esos casos se deberían haber incluido en el cálculo todas las capas de oscilador desde $\hbar\omega=0$ hasta $\hbar\omega=13$, lo que obviamente es impracticable.

Los resultados finales que presentamos son: $M_V=0.016$, $M_A=0.712$, con $M_{0\nu}^F=0.018$, $M_{0\nu}^{GT}=0.454$, $m(s=0, I^\pi=1^-)=-0.002$, y $m(s=1, I^\pi)=0.030$, 0.087 y 0.141 para $I^\pi=0^-, 1^-$ y 2^- , respectivamente. En consecuencia, de los datos experimentales para $T_{0\nu}$ y $T_{0\nu,B}$ [Cal87] y del valor de \mathcal{F}_K estimado en [Doi85, Doi88a], obtenemos $m_\nu < 13\text{eV}$ y $|g_B| 10^4 < 36$; para una constante de acoplamiento efectiva $g_A^{ef} = -g_V$ ambos límites aumentan en un factor $(1.25)^2$. Al usar la aproximación $M_{0\nu}^A \simeq M_{0\nu}^{GT}$ los resultados son: $m_\nu < 20\text{eV}$ y $|g_B| 10^4 < 58$.

Debido a las limitaciones de cómputo no podemos ir más allá de las transiciones con $l=1$ en este análisis. Sin embargo, de los trabajos de EVZ y MBK, así como de nuestros propios resultados, parece razonable asumir que todas ellas contribuirán sólo en una muy pequeña medida. De este modo, las conclusiones que obtenemos son de un carácter bastante general. Ellas son:

- 1) Cuando se satisface la regla de suma (3.2), las amplitudes de transición 0ν (tanto las permitidas como las prohibidas) exhiben la misma sensibilidad a los parámetros PP que las 2ν . Este comportamiento es, sin embargo, un resultado artificial del modelo, y puede ser evitado restaurando las simetrías de isospin y SU(4).
- 2) Las intensidades de transición $\beta\beta_{2\nu}$ y $\beta\beta_{0\nu}$ son suprimidas de igual modo por las correlaciones de estado fundamental.
- 3) Para ambos modos de decaimiento $\beta\beta$ los momentos vectoriales son muy pequeños en comparación con los axiales, y los procesos permitidos siempre dominan sobre los, prohibidos.
- 4) Las aproximaciones $M_{2\nu}^A \simeq M_{2\nu}^{GT}$ y $M_{0\nu}^A \simeq M_{0\nu}^{GT}$ son del orden de las incertezas del modelo.

En conclusión, La QRPA es una herramienta bastante simple y

poderosa para la evaluación de las intensidades de decaimiento $\beta\beta$ cuando es suplementada con i) la restauración de las simetrías de isospin y SU(4) y ii) las relaciones de completitud.