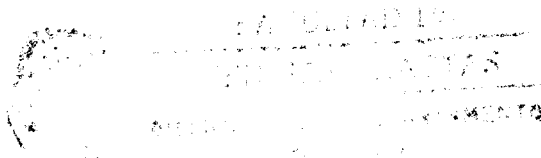


7.29

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
DEPARTAMENTO DE FISICA

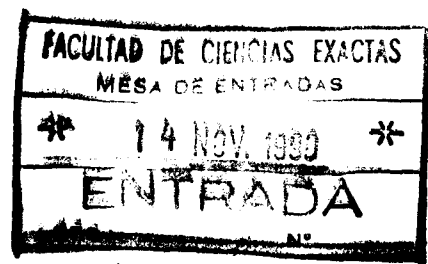
El decaimiento beta doble



TESIS DOCTORAL

Jorge Gustavo Hirsch

La Plata; octubre de 1990.



Departamento de Física,
Facultad de Ciencias Exactas,
Universidad Nacional de La Plata.

TESIS DOCTORAL: *El decaimiento beta doble,*
Presentada por el Fís. Jorge Gustavo Hirsch.

Director: Dr. Francisco Krmpotić.

Jurado:

Dr. Huner Fanchiotti,

Dr. Luis Epele,

Dr. Héctor Vucetich,

Dr. Daniel Bes,

Dr. Leszek Szybisz.

La Plata, octubre de 1990.

A Cecilia,

a Migue y Ardi,

con todo mi amor.

AGRADECIMIENTOS

La realización de esta tesis, que refleja parte de mi trabajo de investigación, desarrollado en los últimos cinco años en el Departamento de Física de la UNLP, no hubiera sido posible sin el apoyo y la participación de mis profesores y colegas, que en condiciones cada vez más adversas insisten en estudiar, investigar, enseñar y soñar con la Física.

En particular, quiero agradecer al Dr. Francisco Krmpotić, mi director. Estas páginas reflejan sólo una pequeña parte del trabajo realizado con él, durante el cual aprendí el esfuerzo, el fracaso, y, por fortuna, el placer de producir e innovar.

Mis compañeros Eduardo Bauer y Alejandro Mariano me brindaron su amistad, su tiempo, y la oportunidad de trabajar juntos en temas puntuales. Gracias.

Al Dr. D. Civitarese le agradezco la atención brindada en los cursos sobre física nuclear que dictó, y tanto a él como a A. De Paoli, O. Rosso, M. Reboiro, F. Alasia, M.C. Licciardo, A. Dumrauf y M. Faig el haber compartido un espacio para la física nuclear que me ayudó a crecer.

El sistema de cómputo del Departamento de Física me dio un excelente ámbito de trabajo. En especial les agradezco a Carlos Riveros y Mario Bianchet, porque lo merecen.

Dentro del Departamento de Física encontré un buen grupo humano, y quiero extender mi agradecimiento a todos los que de una u otra forma me acompañaron en estos años. En particular, le agradezco a la Dra. Cristina Caracoche por permitirme colaborar con ella en la tarea docente, en un ambiente grato y creativo, y por ofrecerme su amistad.

Durante el desarrollo de este trabajo conté con una beca del CONICET y tuve apoyo económico parcial a través del PID.

Finalmente, les agradezco a mi esposa Cecilia y a mis hijos Miguel y Andrés, que sobrellevan con hidalguía la pesada carga de tener un marido y un padre físico, y a mis padres Leonardo y Mila que me han apoyado permanentemente.

Jorge Gustavo Hirsch

La Plata, octubre de 1990.

Departamento de Física,
Facultad de Ciencias Exactas,
Universidad Nacional de La Plata.

TESIS DOCTORAL: *El decaimiento beta doble,*
Presentada por el Fís. Jorge Gustavo Hirsch.

Director: Dr. Francisco Krmpotić.

Jurado:

Dr. Huner Fanchiotti,

Dr. Luis Epele,

Dr. Héctor Vucetich,

Dr. Daniel Bes,

Dr. Leszek Szybisz.

La Plata, octubre de 1990.

INDICE

AGRADECIMIENTOS	Pág. i
INDICE	iii
INTRODUCCION	Pág. 1
Los primeros avances	2
El decaimiento beta doble sin neutrinos y la paridad	4
La masa del neutrino	6
La detección del modo con dos neutrinos	8
El cálculo teórico	10
Los experimentos futuros	11
El plan de esta tesis	12
CAPITULO I	
LA FISICA DEL NEUTRINO Y EL DECAIMIENTO BETA DOBLE	15
El Hamiltoniano débil	18
Vidas medias del decaimiento $\beta\beta$	20
El elemento de matriz nuclear	22
La comparación con el experimento	24
Los modelos nucleares	27
CAPITULO II	
EL MODO 2ν Y LAS SIMETRIAS DE ESPIN Y ESPIN-ISOSPIN	29
Restauración de las simetrías de espín y espín-isospín	34
El formalismo BCS-QRPA	36
El límite de acoplamiento fuerte	40
Un ejemplo: el ^{128}Te	42
Efectos sobre el espectro de energías	45
Las funciones de intensidad Gamow-Teller	48
Las vidas medias del decaimiento beta doble en el modo 2ν	53
¿Qué aprendimos del estudio del modo 2ν ?	59
CAPITULO III	
LAS REGLAS DE SUMA CON INTERCAMBIO DE CARGA Y EL DECAIMIENTO BETA DOBLE SIN NEUTRINOS	61
Las reglas de suma	62
Las amplitudes de transición $M_{0\nu}$	64
Un ejemplo: ^{70}Ge	65
CONCLUSIONES	74
APENDICE A	
LA FISICA DEL NEUTRINO: EL FORMALISMO	84
Términos de masa del neutrino de tipo de Dirac y de Majorana	84
Opciones de generación de masa para neutrinos en los modelos $SU(2)\times U(1)$	87
¿Por qué es tan pequeña la masa de neutrino?	
El mecanismo "see-saw"	92
El proceso de emisión de un majorón: $\beta\beta_{0\nu,M}$	94
Varias familias de neutrinos	96
APENDICE B	

LA INTERACCION RESIDUAL Y LOS PARAMETROS DEL MODELO	97
APENDICE C LA APROXIMACION DE FASES AL AZAR PARA CUASIPARTICULAS (QRPA) Y LA INTERACCION RESIDUAL PROTON-NEUTRON	103
APENDICE D LA RENORMALIZACION ISOBARO DELTA-AGUJERO (FORMALISMO RQRPA)	108
APENDICE E UN METODO NUEVO PARA EVALUAR LOS OBSERVABLES DEL DECAIMIENTO BETA DOBLE	111
REFERENCIAS	115

INTRODUCCIÓN

Después de más de cinco décadas de seguir su tortuoso rastro, los físicos experimentales han conseguido el triunfo de detectar la huella de la desintegración beta doble, el más raro de cuanto suceso radioactivo se haya jamás observado en el laboratorio. El estudio de la desintegración beta doble da luz sobre el destino y la estructura del universo [Moe90].

En un evento beta doble, dos neutrones se desintegran simultáneamente para dar lugar a dos protones, dos rayos beta (electrones) y dos antineutrinos. La búsqueda se concentra ahora en otro tipo de decaimiento beta doble, en el que no se producen ni neutrinos ni antineutrinos. Si se descubriera semejante suceso, podría revelarnos uno de los mayores misterios de la naturaleza: ¿cuál es, si es que tiene, la masa del neutrino?.

El modelo estándar de las partículas elementales y las fuerzas básicas [Gla61, Wei67, Sal68] sugiere que esta partícula eléctricamente neutra no debería tener masa, y sí acompañar a cada electrón en la desintegración beta doble. Pero el modelo es, como mínimo, incompleto. Aunque explica con éxito las interacciones que surgen de dos de las cuatro fuerzas fundamentales (la electromagnética y la débil), no logra incorporar las dos restantes (la fuerte y la gravedad).

Varias teorías van más allá del modelo estándar y sugieren que el neutrino debería tener una masa definida [Pri81, Hax84, Doi85]. Los eventos beta doble que ocurren sin la liberación de neutrinos o antineutrinos serían una consecuencia directa de la masa del neutrino. A pesar de que la masa que estas teorías le asignan es al

menos 10.000 veces menor que la del electrón, los neutrinos inundan el cosmos. Si poseen masa, podrían constituir el componente mayoritario de la misteriosa masa oscura que influye en la evolución de las galaxias y, tal vez, en la evolución total del universo mediante su atracción gravitatoria.

Según el modelo estándar, el neutrino que acompaña a un rayo beta negativo es la antipartícula correspondiente a la que acompaña a un rayo beta positivo. Sin embargo, las teorías que van más allá del modelo estándar y asignan una masa al neutrino predicen que el neutrino sería su propia antipartícula. ¿Cómo saber si estas predicciones son correctas?

El decaimiento beta doble es el proceso ideal en el que buscar una respuesta a la pregunta. Si el neutrino tiene masa y es su propia antipartícula, entonces el neutrino emitido en la primera fase del proceso podría quedar reabsorbido en la segunda, resultando una forma de desintegración en la que no se materializan neutrinos. En este caso es de esperarse que, por lo menos en algunas desintegraciones beta doble, se emitan únicamente dos electrones, sin el acompañamiento de neutrinos. Por el contrario, en el caso de que neutrino y antineutrino carezcan de masa y sean objetos distintos, entonces el neutrino emitido en la primera fase del decaimiento beta doble nunca podría absorberse en la segunda fase, y los dos electrones siempre irían acompañados de dos neutrinos.

Los primeros avances

En 1935, María G. Mayer [May35], a sugerencia de E. P. Wigner,

calculó la vida media de la desintegración beta doble. Según su esquema, dos neutrones se desintegraban simultáneamente en dos protones, dos electrones y dos antineutrinos, cambiando en dos el número atómico del elemento padre. El resultado de Mayer fue una vida media de más de 10^{17} años, una lentitud exasperante aún en la escala geológica. Esto explicaría por qué se encuentran todavía en la naturaleza algunos isótopos inestables.

Aunque la vida media predicha desalentaba cualquier intento de observación directa en el laboratorio, podía existir alguna esperanza de encontrar pruebas indirectas del decaimiento beta doble en acumulaciones sospechosas de los productos resultantes en minerales geológicamente viejos y ricos en los elementos progenitores. Lo normal sería que la producción infinitesimal de átomos hijos quedara oculta entre la enorme masa de átomos idénticos presentes en los minerales desde el momento de su formación. Pero los átomos de los gases nobles quedan ampliamente excluidos de los minerales en el proceso de cristalización, a causa de su volatilidad e inactividad química; cualquier átomo de esos que se produjera en el interior de la muestra se añadiría a la baja concentración natural del gas. Por suerte para nosotros, entre los isótopos que son candidatos a la desintegración beta doble hay algunos cuyos hijos son gases nobles.

El decaimiento beta doble del ^{82}Se daría un gas noble, el kriptón; la desintegración del ^{126}Te y del ^{130}Te otro gas noble: el xenón. Los minerales que contiene selenio o telurio deberían, por lo tanto, ir acumulando kriptón o xenón con el paso del tiempo. Ciertamente, la cantidad de gas producido durante mil millones de años de vida de un mineral sería pequeña; no llegaría a una parte

en cien millones, si las estimaciones de Mayer era esencialmente correctas.

En 1949 Michael G. Inghram y John H. Reynolds [Ing49], de Chicago, ingeniaron un técnica para examinar los gases fósiles atrapados en yacimientos antiguos de selenio y telurio. Liberaron los gases en un espectrómetro de masas, con el objeto de determinar su composición. En 1968, después de algunos refinamientos de este método geoquímico, Till Kirsten y sus colegas [Kir68] encontraron un concluyente exceso de xenón 130 en un yacimiento de telurio de 1300 millones de años. Este resultado constituía la primer prueba indiscutible de la realidad del decaimiento beta doble.

A partir de la edad del yacimiento y de la fracción de telurio que se había desintegrado en xenón, se determinó la vida media de la desintegración beta doble del ^{130}Te . Estos experimentos geoquímicos plantearon dos problemas importantes. Por un lado, podían haberse producido pequeñas cantidades de xenón mediante procesos distintos de la desintegración beta doble. Por otro, podían haberse perdido pequeñas cantidades de gas del yacimiento a través de un lento proceso de difusión o de repentinos procesos catastróficos que hubieran calentado el yacimiento. Los geoquímicos, asistidos de razón, negaron valor a esas objeciones, pero las dudas persistían.

El decaimiento beta doble sin neutrinos y la paridad

En 1939 Wendell H. Furry [Fur39] sugirió la posibilidad de que el decaimiento beta doble ocurriera sin la emisión de neutrinos. Furry se dió cuenta de que, si los neutrinos eran partículas de

Majorana [Maj37] -idénticas a sus antipartículas-, la desintegración beta doble, sin neutrinos podía competir con el decaimiento beta doble con dos neutrinos de Mayer. Furry estimó que el decaimiento sin neutrinos debía ocurrir con una frecuencia un millón de veces mayor que la del modo dos neutrinos; siendo aún este proceso lo suficientemente raro como para explicar la aparente estabilidad de los núcleos par-par.

Parecía que la gran diferencia de vidas medias predichas permitiría determinar si, en efecto, se estaba produciendo una desintegración sin neutrinos. Edward L. Fireman [Fir48] realizó experimentos con estaño enriquecido con ^{124}Sn , y reportó haber observado el modo de desintegración sin neutrinos. Pero luego se comprobó que trazas de elementos radioactivos en cantidades mínimas distorsionaron los resultados, problema que sufrieron muchos esfuerzos posteriores.

En 1957 un problema más serio eclipsó los encontrados por los físicos experimentales: Chieng-Shiung Wu y sus colaboradores [Wu57] realizaron un experimento basado en el trabajo teórico de Yang y Lee [Lee56], revelando que todos los antineutrinos emergen de una desintegración beta simple con la misma orientación del espín respecto del momento, es decir con la misma helicidad. Esto significaba que para las interacciones débiles la probabilidad de un resultado no es la misma que la de su imagen especular: no se conserva la paridad.

El trabajo de Wu condujo a otras demostraciones de que el antineutrino que acompaña a un rayo beta negativo (un electrón) se orienta siempre a derecha (es dextrógiro), mientras que el neutrino que acompaña a un rayo beta positivo (un positrón) es

siempre levógiro. Si la paridad se conservara en una desintegración beta, sería igualmente probable una configuración dextrógira que una levógira para cada tipo de desintegración.

El descubrimiento de la no conservación de la paridad en la desintegración beta implicaba que el decaimiento beta doble sin neutrinos era un proceso muy poco probable: en la primera mitad del proceso un neutrón libera un electrón y un antineutrino dextrógiro, que solo puede ser absorbido por un protón, que se convertirá a su vez en neutrón expulsando un positrón. El núcleo resultante es igual al original, y este proceso no conduce a una desintegración beta doble. Solo si el antineutrino dextrógiro pudiera convertirse en uno levógiro, un neutrón podría absorberlo, desintegrándose en un protón y un segundo electrón. Un observador vería dos neutrones desintegrándose en dos protones, expulsando dos electrones y ningún neutrino en el proceso.

En la teoría de Furry la distinción entre neutrino y antineutrino resultaba artificial, al pensarlos como partículas de Majorana. La única diferencia se apoyaba en la orientación con la que emergen en los distintos procesos. Pero al considerar la orientación adecuada en cada caso, el modo sin neutrinos resultaba estar prohibido ¡con independencia de que el neutrino fuera o no una partícula de Majorana! Llegados a este punto, se abandonaron la mayoría de los experimentos sobre decaimiento beta doble.

La masa del neutrino

A fines de los setenta comenzó a tomar cuerpo la idea de que los neutrinos tenían masa, lo que eliminaría el escollo que había

prohibido desde un punto de vista teórico el decaimiento beta doble sin neutrinos. El ritmo de desintegración permitido por la masa del neutrino sería más lento que la predicción original de Furry, pero la desintegración podía ocurrir en un nivel muy bajo, determinado por la magnitud de la masa de los neutrinos. Así, la búsqueda del decaimiento beta doble sin neutrinos se convirtió en el banco de pruebas para determinar si los neutrinos son partículas de Majorana y cuál es su masa; y resurgió una intensa actividad experimental y teórica.

La relación entre la masa del neutrino y su orientación surge de la teoría especial de la relatividad, según la cual una partícula sin masa viaja siempre a la velocidad de la luz, mientras que una con masa no nula nunca puede hacerlo, y por ello podemos encontrar un sistema de referencia respecto del cual esté detenida, y otro en el que invertimos el sentido de su movimiento sin cambiar la dirección de su espín. En consecuencia, la transformación derecha-izquierda necesaria para el decaimiento beta doble sin neutrinos podría ocurrir si los neutrinos poseyeran masa.

La necesidad de la transformación derecha-izquierda podría obviarse si ninguno de los casos de desintegración siguiera las reglas de orientación que parecen aplicarse a la emisión y absorción de neutrinos. Los experimentos indican los vectores espín y momento sólo con cierto grado de exactitud. La desintegración de un neutrón podría, en contadas ocasiones, producir un neutrino de Majorana levógiro, así como algunas otras veces un neutrón podría absorber un neutrino de Majorana dextrógiro. Pero estas violaciones a las reglas de absorción y emisión de neutrinos exigirían que el neutrino tuviera masa.

Para que se produzca la desintegración beta doble sin neutrinos, es necesario que el neutrino tenga masa; y viceversa, la observación del fenómeno implicaría que el neutrino posee masa [Doi85].

La detección del modo con dos neutrinos

Los físicos experimentales no han conseguido detectar el modo sin neutrinos pero el progreso en el formidable problema que representa distinguir el decaimiento beta doble de los sucesos espúreos ha llevado a la detección del modo dos neutrinos. En 1987, S. R. Elliot, A. A. Hahn y M. K. Moe [E1187] reportaron estos primeros resultados, obtenidos en una muestra de ^{82}Se , elegido porque su energía de desintegración era mayor que casi todas las demás y los resultados geoquímicos indicaban una vida media bastante corta.

Se preparó una muestra enriquecida al 97 % con ^{82}Se , que se colocó en una cámara de proyección de tiempo: un dispositivo lleno de gas sometido a un campo magnético intenso. Cualquier suceso beta doble dejaría una señal característica en la cámara: dos electrones describiendo una espiral que se alejaba de la muestra de selenio. Esta firma inimitable permitió distinguirlos de los decaimientos beta simples (con una sola espiral), de los pares electrón-positrón generados por rayos gamma al incidir sobre la muestra (pues en la espiral doble el positrón se curva al revés) y de dos electrones expulsados a la vez por sucesos espacialmente separados.

Los sensores podían ser engañados por una desintegración beta sencilla, que deje al núcleo en un estado excitado, y que decaiga

inmediatamente transfiriendo esa energía a un electrón orbital, expulsándose de este modo dos electrones de un mismo átomo. Estos procesos ocurren en átomos pesados como los productos de desintegración del uranio y el torio. Por fortuna estos productos continúan desintegrándose. Por ejemplo el ^{214}Bi , un contaminante que genera excelentes imitaciones del decaimiento beta doble, en un milisegundo emite una partícula alfa (compuesta por dos protones y dos neutrones) que señala el falso suceso. Para poder detectar estas partículas alfa, que tienen muy poco poder de penetración, se trabajó con muestras de selenio delgadas, lo que por otro lado limitó la masa de la muestra y la precisión del experimento.

Todo el aparato se encerró entre gruesas paredes de plomo, y como aún así penetraban unos 40 rayos cósmicos por segundo, se instaló un detector que impidiera el registro de estos eventos. Incluso con esta precaución, la cámara detectaba una traza cada aproximadamente tres segundos, siendo sólo una de cada 90.000 proveniente de un decaimiento beta doble (una señal cada tres días). Se recogieron datos durante un año, obteniendo información suficiente como para tener una idea del espectro de energía. Para el modo dos neutrinos se esperaba que este espectro fuera una curva ancha, ya que, en cada desintegración, la energía se distribuiría de manera diferente entre los electrones y los neutrinos. Para el modo sin neutrinos, los electrones llevarían toda la energía del decaimiento y era de esperar que el espectro mostrara un pico claro.

El espectro de energía reveló el modo dos neutrinos; no mostró el pico de los sucesos sin neutrinos. El ritmo de los sucesos indicaba que la vida media del ^{82}Se era 1.1×10^{20} años.

La cámara de proyección de tiempo se trasladó hace poco a un túnel subterráneo en el pantano de Hoover, con el fin de evitar el ruido de fondo inducido por los rayos cósmicos que escapaban al detector que los desechaba. El dispositivo detecta sucesos beta doble en su búsqueda de desintegraciones sin neutrinos. Aunque dicho modo no se ha detectado, la medición de la vida media del modo dos neutrinos ha servido para acotar mejor la masa del neutrino al aportar uno de los factores que se necesitan en el cálculo de la masa a partir del modo sin neutrinos.

El cálculo teórico

El ritmo de desintegración sin neutrinos guarda relación con tres factores. En primer lugar con la masa del neutrino. Luego, con la diferencia de energías entre el elemento progenitor y el producto (valor Q del decaimiento). El tercer factor es el elemento de matriz, cantidad teórica que da cuenta de las interacciones entre las partículas del núcleo y de los estados intermedios virtuales. Una medición del ritmo de desintegración sin neutrinos se podría utilizar para encontrar la masa del neutrino, siempre que el elemento de matriz pudiera calcularse a partir de principios físicos fundamentales. Pero los cálculos de los elementos de matriz son altamente complicados y, en consecuencia, sus valores resultan algo inciertos.

En el caso del decaimiento con dos neutrinos, sin embargo, el ritmo de desintegración depende sólo del elemento de matriz y del valor Q que es conocido. La medición del ritmo de desintegración de dos neutrinos (o equivalentemente de su vida media) constituye una

comprobación directa de modelos del elemento de matriz; y suministra una base firme a uno de los factores que se necesitan para calcular la masa del neutrino a partir de la vida media del modo sin neutrinos.

El objetivo de esta tesis es el cálculo de estos elementos de matriz, y en particular la parte nuclear de ellos, para ambos modos de desintegración beta doble, incluyendo el análisis de las dificultades inherentes a su evaluación.

Los experimentos futuros

Con la esperanza de determinar la masa del neutrino, unos 20 laboratorios en todo el mundo están buscando el modo sin neutrinos. El detector más sensible para medir la desintegración sin neutrinos desarrollado hasta ahora es el calorímetro, que sólo mide una cosa: la energía total de los dos electrones. La técnica - desarrollada por M. Goldhaber y E. der Mateosian- es efectiva cuando el isótopo emisor y el detector son exactamente los mismos. E. Fiorini [Fio72] adaptó la técnica a un calorímetro de cristal de germanio, que es un detector que contiene un 8 % de ^{76}Ge , un isótopo padre en el decaimiento beta doble.

El calorímetro resulta el más engañoso de todos los detectores beta doble, incapaz como es de distinguir entre una desintegración beta doble y cualquier otro proceso que libere la energía apropiada. Sin embargo, los detectores de germanio han demostrado ser herramientas muy poderosas en la larga búsqueda del modo sin neutrinos. Es posible hacer crecer monocristales de germanio muy puro y sin apenas contaminación radioactiva. Una desintegración

beta doble producida dentro del cristal se detectaría con una seguridad próxima al cien por cien. La energía liberada puede medirse con una precisión tan alta que la búsqueda del decaimiento sin neutrinos puede limitarse a una estrecha ventana de energías centrada en la angosta línea espectral esperada para el modo sin neutrinos.

Se pueden disponer varios cristales uno tras otro, y someter bajo control a un notable número de átomos de ^{76}Ge . Mediante un detector de rayos gamma que rodee al germanio, se podrá identificar -y desechar- la actividad de los rayos gamma en los cristales. D.O. Caldwell y sus colaboradores [Cal87] han construido el dispositivo más sensible del mundo, un conjunto de ocho cristales de germanio. El grupo aún no ha observado el pico de energía que correspondería al modo sin neutrinos. Concluyen con ello que la vida media del decaimiento sin neutrinos en el ^{76}Ge se prolonga, como mínimo, 3.3×10^{24} años: sólo ocurrirían tres o cuatro sucesos por año y por kilo de germanio. Esta cota para la vida media corresponde a un límite superior para la masa del neutrino de entre 1 y 10 eV.

Nuevos experimentos que utilizan cristales en los que el ^{76}Ge se ha enriquecido hasta 10 veces más que en su estado natural pueden llegar a ser entre tres y diez veces más sensibles a la masa del neutrino que los detectores actuales. Grandes calorímetros y detectores que utilizan ^{100}Mo , ^{180}Xe y otros isótopos de alta energía de transición pueden incluso superar esos valores de sensibilidad.

El plan de esta tesis

En el capítulo I desarrollaremos el formalismo necesario para

el cálculo del elemento de matriz para los modos con y sin emisión de neutrinos, profundizando en los temas planteados cualitativamente en esta introducción. La física del neutrino, y en particular el cálculo de su masa, se detallan en el apéndice A.

El capítulo II está dedicado al modo dos neutrinos. En él se reseñan las dificultades asociadas al cálculo del elemento de matriz $M_{2\nu}$, y la forma en que la aproximación de fases al azar para cuasipartículas QRPA (cuyo formalismo es desarrollado en el apéndice C) puede ser un medio confiable de evaluarlo.

En el decaimiento beta doble hay tres núcleos distintos involucrados: el par-par[#] inicial con Z protones y N neutrones, el par-par final ($Z+2$, $N-2$) y el impar-impar intermedio ($Z+1$, $N-1$), en el que se realizan los estados intermedios virtuales. Estudiaremos los espectros de energía de las excitaciones con intercambio de carga, con y sin cambio de espín (Gamow-Teller y Fermi respectivamente) en los núcleos impar-impar, incluyendo el efecto de apantallamiento de las intensidades de estas transiciones por el acoplamiento con el canal isóbaro delta-agujero, que designamos QRPA renormalizada (RQRPA) y describimos en el apéndice D. Analizaremos cuidadosamente los problemas debidos al cálculo en estos tres núcleos al mismo tiempo, y propondremos un formalismo alternativo para el cálculo de los observables asociados al decaimiento beta doble, especialmente adaptado para esta situación, cuyos detalles aparecen en el apéndice E.

También en el capítulo II analizamos la importancia de las correlaciones protón-neutrón en la descripción del estado fundamental del núcleo padre del decaimiento beta doble, y su relación con la restauración de las simetrías de isospín y SU(4).

Los parámetros del modelo: las energías de partícula independiente y las intensidades de la interacción para los canales de apareamiento de protón y neutrón, y la interacción residual protón-neutrón, que en los tres casos se tomaron tipo función $\delta(r)$, así como los criterios para determinar sus valores se describen en el apéndice B.

El capítulo III contiene la evaluación del elemento de matriz para el modo sin neutrinos. Se discute allí la importancia de la completitud del conjunto de estados intermedios, asegurada si se satisface la regla de suma del operador con intercambio de carga. Se estudia en particular el ^{70}Ge y se discuten cotas para la masa del neutrino.

Las conclusiones nos permiten revisar el material mostrado y comentar brevemente la propuesta de trabajo futura.

AGRADECIMIENTOS

La realización de esta tesis, que refleja parte de mi trabajo de investigación, desarrollado en los últimos cinco años en el Departamento de Física de la UNLP, no hubiera sido posible sin el apoyo y la participación de mis profesores y colegas, que en condiciones cada vez más adversas insisten en estudiar, investigar, enseñar y soñar con la Física.

En particular, quiero agradecer al Dr. Francisco Krmpotić, mi director. Estas páginas reflejan sólo una pequeña parte del trabajo realizado con él, durante el cual aprendí el esfuerzo, el fracaso, y, por fortuna, el placer de producir e innovar.

Mis compañeros Eduardo Bauer y Alejandro Mariano me brindaron su amistad, su tiempo, y la oportunidad de trabajar juntos en temas puntuales. Gracias.

Al Dr. D. Civitarese le agradezco la atención brindada en los cursos sobre física nuclear que dictó, y tanto a él como a A. De Paoli, O. Rosso, M. Reboiro, F. Alasia, M.C. Licciardo, A. Dumrauf y M. Faig el haber compartido un espacio para la física nuclear que me ayudó a crecer.

El sistema de cómputo del Departamento de Física me dio un excelente ámbito de trabajo. En especial les agradezco a Carlos Riveros y Mario Bianchet, porque lo merecen.

Dentro del Departamento de Física encontré un buen grupo humano, y quiero extender mi agradecimiento a todos los que de una u otra forma me acompañaron en estos años. En particular, le agradezco a la Dra. Cristina Caracoche por permitirme colaborar con ella en la tarea docente, en un ambiente grato y creativo, y por ofrecerme su amistad.

Durante el desarrollo de este trabajo conté con una beca del CONICET y tuve apoyo económico parcial a través del PID.

Finalmente, les agradezco a mi esposa Cecilia y a mis hijos Miguel y Andrés, que sobrellevan con hidalguía la pesada carga de tener un marido y un padre físico, y a mis padres Leonardo y Mila que me han apoyado permanentemente.

Jorge Gustavo Hirsch

La Plata, octubre de 1990.

A Cecilia,

a Migue y Ardi,

con todo mi amor.

CAPÍTULO I

LA FÍSICA DEL NEUTRINO Y EL DECAIMIENTO BETA DOBLE

El decaimiento $\beta\beta$ es uno de los procesos más raros de la naturaleza, con vidas medias del orden de $\sim 10^{20}$ años o más. Resulta observable sólo cuando el decaimiento β simple está energéticamente prohibido o fuertemente suprimido debido a un cambio de espín muy grande. La fuerza de apareamiento hace que los núcleos par-par estén mucho más ligados que los impar-impar vecinos. La Fig (1.1) muestra como ejemplo el decaimiento $\beta\beta$ del ^{128}Te en ^{128}Xe .

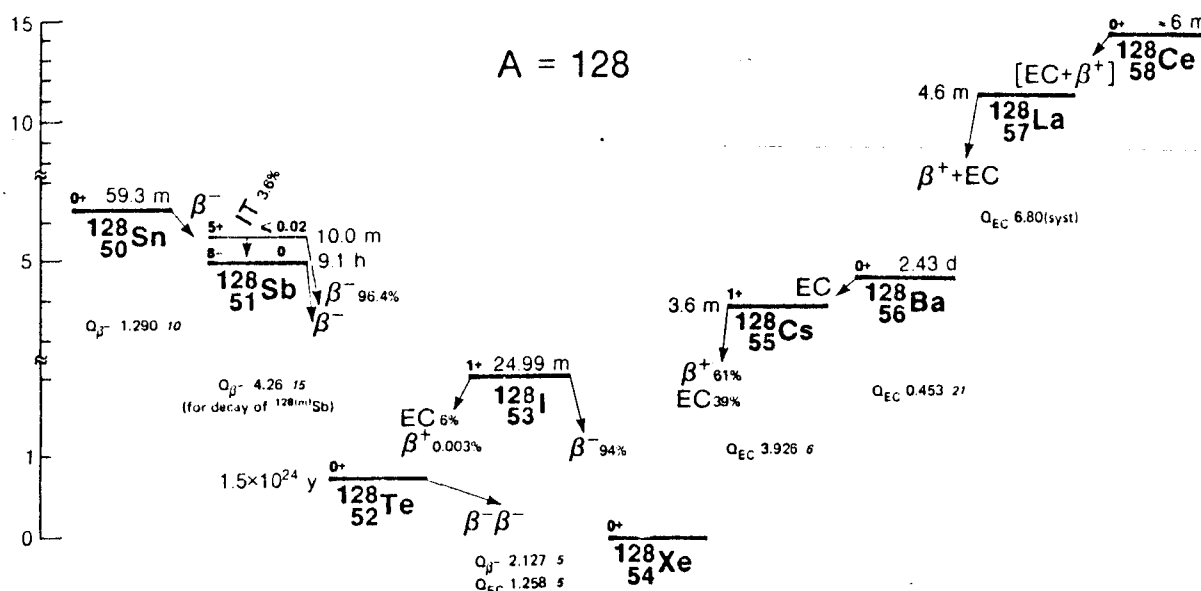


Fig. (1.1) Espectro de masas para los isóbaros ^{128}Te , ^{128}I y ^{128}Xe [Sur 83]. El decaimiento $\beta\beta$ es el único modo posible para el ^{128}Te .

Estos procesos a segundo orden pueden ocurrir a través de dos modos diferentes de decaimiento que se encuentran íntimamente

relacionados con la diferencia entre neutrinos y antineutrinos:

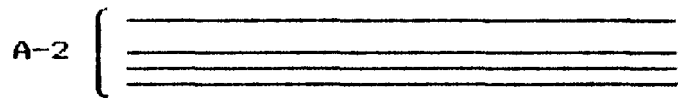
1. Proceso que conserva el número leptónico ($\beta\beta_{2\nu}$). Puede considerarse como un proceso en dos etapas

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_1$$

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_2$$

$$2n \rightarrow 2p + 2e^- + 2\tilde{\nu}$$

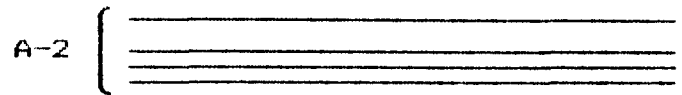
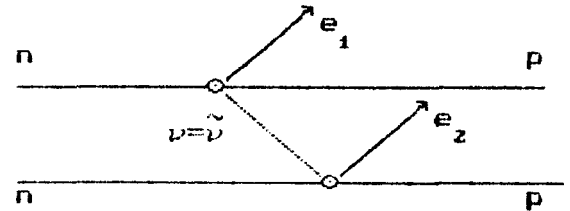
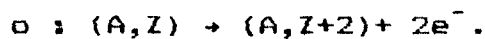
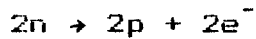
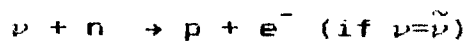
$$o : (A, Z) \rightarrow (A, Z+2) + 2e^- + 2\tilde{\nu},$$



y se describe como una perturbación a segundo orden en el Hamiltoniano débil V-A, H_V , dentro del modelo electrodébil estándar, independientemente de si los neutrino son partículas de Dirac ($\nu \neq \tilde{\nu}$) o de Majorana ($\nu = \tilde{\nu}$), masivas o sin masa. Sin embargo, cuando ν y $\tilde{\nu}$ son partículas diferentes la emisión de los dos electrones debe ser acompañada por dos antineutrinos.

2. Proceso que viola la conservación del número leptónico ($\beta\beta_{0\nu}$).

Para el caso en que sólo existe un tipo de neutrino del electrón el decaimiento β doble puede ocurrir de acuerdo con el esquema siguiente:



Aquí se asume que un neutrino virtual fue emitido en la primera etapa y absorbido en la segunda. El resultado neto es que sólo se emiten dos electrones y de esta forma no se conserva el número leptónico. De remarcarse que cuando $m_\nu = 0$, es decir, cuando la helicidad es un buen número cuántico, y las corrientes leptónicas débiles son del tipo V-A puro, los operadores de proyección de helicidad

$$L = (1 - \gamma_5) / 2 \tag{1.1}$$

$$R = (1 + \gamma_5) / 2,$$

aseguran que el antineutrino emitido y el neutrino absorbido son, respectivamente, levógiro (LH) y dextrógiro (RH); de modo que



En consecuencia, aun cuando el neutrino sea una partícula de Majorana ($\nu = \tilde{\nu}$), el decaimiento $\beta\beta_{0\nu}$ no podrá ocurrir sin que se satisfagan alguna de las siguientes condiciones:

- a) los neutrinos son masivos (la parte m_ν) o
- b) la corriente débil dextrógira (V+A) coexiste con la corriente levógira (V-A) (la parte η).

Si la masa del neutrino es nula, no puede haber mezcla de neutrinos

donde G es la constante de acoplamiento débil,

$$j^\mu = \bar{e}\gamma^\mu [(1-\gamma_5) + \eta(1+\gamma_5)]\nu \quad (1.3)$$

es la corriente leptónica, y

$$J_\mu = \bar{\Psi}_p [g_V \gamma_\mu - g_A \gamma_\mu \gamma_5] \Psi_n \quad (1.4)$$

es la corriente hadrónica levógira (V-A). La amplitud de transición para el decaimiento $\beta\beta_{0\nu}$ es

$$M_{0\nu} = \sum_{m,\nu} \left(\frac{\langle f; e_1^-, e_2^- | H_w | m; e_1^-, \nu \rangle \langle m; e_1^-, \nu | H_w | i \rangle}{E_m - E_i + E_1 + E_\nu} - (1 \leftrightarrow 2) \right), \quad (1.5)$$

donde i, m, f y e_1^-, e_2^- indican, respectivamente, los estados nucleares inicial, intermedio y final y los estados finales de electrón: siendo ν el estado intermedio de neutrino. La parte leptónica de la amplitud $M_{0\nu}$ se escribe como [Doi85]:

$$\begin{aligned} M_{0\nu}(\text{lepton}) &= \overbrace{\bar{e}(x)\gamma_\sigma \nu(x)\bar{e}(y)\gamma_\rho (L+\eta R)\nu(y)} \\ &= i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{e^{-iq(x-y)}}{q^2 - m_\nu^2} \bar{e}(x)\gamma_\sigma (m_\nu L + \eta q_\mu \gamma^\mu R)\gamma_\rho e^c(y), \quad (1.6) \end{aligned}$$

donde la línea conectando $\nu(x)$ y $\nu(y)$ significa una contracción, que está permitida si el neutrino es una partícula de Majorana; el símbolo C representa la conjugación de carga (definida explícitamente en el apéndice A) y se han empleado las relaciones

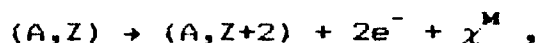
$$L(q^\mu \gamma_\mu + m_\nu)L = m_\nu L \quad \text{y} \quad L(q^\mu \gamma_\mu + m_\nu)R = m_\nu R.$$

De la relación (1.6) puede verse claramente ahora que el decaimiento $\beta\beta_{0\nu}$ tendrá lugar solo cuando $\nu=\tilde{\nu}$ y al mismo tiempo una o ambas de las condiciones a) y b) sean satisfechas. La ec. (1.6) muestra que para un neutrino masivo, la amplitud de transición es proporcional al factor

$$m_\nu / (q^2 - m_\nu^2).$$

Así, para una masa del neutrino pequeña, la amplitud resulta proporcional a la masa del neutrino. Por el otro lado, para una masa del neutrino grande la amplitud deviene proporcional a $1/m_\nu$, de modo que resulta nuevamente suprimida. El cruce de helicidades entre las componentes levóginas principales de la interacción es permitido por el empalme η_+ con la parte dextrógin, no conservativa del número leptónico, de la interacción (Fig. (1.2.b)).

Aunque el énfasis principal se concentrará en los modos de decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$ y $\beta\beta_{0\nu}$, hay un tercer tipo de decaimiento $\beta\beta$ que podría ocurrir si existiera un bosón de Goldstone sin masa denominado majoron. El majoron proviene de la ruptura espontánea de una simetría global [Chi80, Gel 81, Geo 81] y da lugar al proceso que no conserva el número leptónico



que designaremos como $\beta\beta_{0\nu, M}$, y discutimos en el ap. A.

Vidas medias del decaimiento $\beta\beta$

Habiendo establecido la íntima conexión entre el decaimiento beta doble sin neutrinos y la masa de neutrino (que detallamos en el Ap. A), ahora enfocaremos el problema de extraer la información sobre el neutrino de los datos del decaimiento. Los detalles del

cálculo de las intensidades de decaimiento $\beta\beta$ pueden encontrarse en numerosos artículos [Hax 84, Doi 85, Ver 86, Mut 88b, Doi 88a, Krm90]. Aquí sólo presentaremos los resultados finales para las transiciones $0^+ \rightarrow 0^+$. Concentraremos para ello nuestra atención en el Hamiltoniano débil

$$H_W = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) n_e J_\mu + \frac{i}{2} \sum_{j,k=1}^n g_{jk} N_j \gamma_5 N_k \chi_l^M, \quad (1.7)$$

donde J_μ es la corriente hadrónica dada por (1.4), y hemos omitido para el presente análisis la parte proporcional a η .

En relación a la transiciones $0^+ \rightarrow 2^+$, las contribuciones provenientes de los modos $\beta\beta_{0\nu}$ y $\beta\beta_{0\nu,M}$ son despreciables [Doi85, Doi88b] y su medición esencialmente provee información sobre las corrientes débiles RH, es decir, sobre el parámetro η . Por el otro lado, es importante señalar que la estructura nuclear de los primeros estados excitados 2^+ , debido a los grados de libertad cuadrupolares: oscilaciones de forma y de apareamiento, es mucho más complicada que la de los correspondientes estados 0^+ . Como consecuencia de ello, las incertezas en las estimaciones de los elementos de matriz nucleares involucrados en los procesos $0^+ \rightarrow 2^+$ podrían ser mucho mayores que las asociadas a los decaimientos $0^+ \rightarrow 0^+$.

Para el Hamiltoniano (1.7) el inverso de las vidas medias puede escribirse en la forma

$$[T_{1/2} (0^+ \rightarrow 0^+)]^{-1} = \mathcal{F}_P \mathcal{F}_N \mathcal{F}_K \quad (1.8)$$

donde \mathcal{F}_P y \mathcal{F}_N contienen la información de la física de partículas y nuclear, respectivamente, mientras que \mathcal{F}_K es un factor cinemático que depende del correspondiente espacio de fase y consideramos suficientemente entendido.

Los valores de \mathcal{F}_P son:

$$\mathcal{F}_P = \begin{cases} 1 & ; \text{ for } \beta\beta_{2\nu} \\ [\langle m_\nu \rangle / m_e]^2 & ; \text{ for } \beta\beta_{0\nu} \\ |\langle g_M \rangle|^2 & ; \text{ for } \beta\beta_{0\nu, M} \end{cases} \quad (1.9)$$

donde

$$\langle m_\nu \rangle = \sum_{j=1}^n m_j U_{ej}^2 \quad ; \quad \langle g_M \rangle = \sum_{j,k=1}^n g_{j,k} U_{ej} U_{ek} \quad (1.10)$$

La suma se extiende solo sobre los autoestados de masa de los neutrinos livianos ($m_j < 20 m_e$) y las U_{ej} , definidas en (A.38), son las amplitudes del desarrollo de la función de onda del neutrino del electrón como combinación lineal de los autoestados de masa de las n familias presentes en la teoría.

El elemento de matriz nuclear

El elemento de matriz nuclear \mathcal{F}_N es de la forma

$$\mathcal{F}_N = |\mathcal{M}^{GT} - (g_A^s/g_V)^2 \mathcal{M}^F|^2 \quad (1.11)$$

donde \mathcal{M}^{GT} y \mathcal{M}^F son, respectivamente, las amplitudes de transición Gamow-Teller (GT) y Fermi (F), que usualmente se expresan como:

$$\mathcal{M}_{2\nu}(I) = \sum_{\alpha} \langle 0_f^+ | \mathcal{O}_{\pm}(I) | I^+; \alpha \rangle \langle I^+; \alpha | \mathcal{O}_{\pm}(I) | 0_i^+ \rangle / D(I\alpha) \quad , \quad (1.12)$$

donde $\mathcal{M}_{2\nu}(I=1) \equiv \mathcal{M}_{2\nu}^{GT}$ y $\mathcal{M}_{2\nu}(I=0) \equiv \mathcal{M}_{2\nu}^F$. El bra $\langle 0_f^+ |$ y el ket $| 0_i^+ \rangle$ representan las funciones de onda del estado fundamental de los núcleos inicial y final, respectivamente, y $\mathcal{O}(I)$ es el operador de un cuerpo

$$\mathcal{O}_{\pm}(I=0) \equiv \mathcal{O}_{\pm}^F = \sum_{i=1}^A t_{\pm}(i) \quad ; \quad \mathcal{O}_{\pm}(I=1) \equiv \mathcal{O}_{\pm}^{GT} = \sum_{i=1}^A \sigma(i) t_{\pm}(i), \quad (1.13)$$

donde $\langle p | t_{\pm} | n \rangle = 1$. El denominador de energía $D(I\alpha)$, expresado en unidades de la masa del electrón m_e por comodidad, queda:

$$D(I\alpha) = E_{I\alpha} - E_i + T_0/2 + 1, \quad (1.14)$$

donde T_0 es el valor Q del decaimiento. Finalmente, la suma en la ec. (1.12) se extiende sobre un conjunto completo de estados nucleares intermedios $| I^+; \alpha \rangle$.

Los modos de decaimiento $\beta\beta_{0\nu}$ y $\beta\beta_{0\nu,M}$ tiene el mismo elemento de matriz nuclear \mathcal{T}_N (1.11), con

$$\mathcal{M}_{0\nu}^{GT} \equiv \mathcal{M}_{0\nu,M}^{GT} = \langle 0_f^+ | \sum_{l \neq k}^A H(|\vec{r}_k - \vec{r}_l|, D) \vec{\sigma}(k) \cdot \vec{\sigma}(l) t_+(k) t_+(l) | 0_i^+ \rangle \quad (1.15)$$

$$\mathcal{M}_{0\nu}^F \equiv \mathcal{M}_{0\nu,M}^F = \langle 0_f^+ | \sum_{l \neq k}^A H(|\vec{r}_k - \vec{r}_l|, D) t_+(k) t_+(l) | 0_i^+ \rangle . \quad (1.16)$$

La función $H(r, D)$ es el "potencial de neutrino", siendo D una energía de excitación "típica" $D(I\alpha)$ en el núcleo intermedio, y

para neutrinos livianos, con masas $m_i \ll D \approx 40$, puede ser aproximado como [Doi 85, Tom 86, Eng 88b, Doi 88a]:

$$H(r,D) = (R/r)\phi(x) , \quad (1.17)$$

donde R es el radio nuclear, $x = Dr$ (estando D expresado en unidades naturales: $1 \text{ MeV} = 1/197.3 \text{ fm}^{-1}$) y

$$\phi(x) = \frac{2}{\pi} [\sin(x)\text{ci}(x) - \cos(x)\text{si}(x)] \cong e^{-1.5x} . \quad (1.18)$$

La comparación con el experimento

Los resultados explícitos para los factores cinemáticos \mathcal{T}_K están dados por Doi et al. [Doi85, Doi88a]. Debido a su espacio de fase de tres cuerpos, el decaimiento $\beta\beta_{0\nu}$ es cinemáticamente favorecido en relación a los otros dos procesos. Como ya se mencionó en la introducción, dado que el estado final contiene sólo dos electrones y el núcleo residual, el espectro de la suma de las energías de los electrones es una función δ en el valor de la energía disponible $Q_{\beta\beta} = e_1 + e_2 - 2 m_e$. Por el contrario, los decaimientos $\beta\beta_{2\nu}$ y $\beta\beta_{0\nu,M}$ llevan a estados finales de cuatro y cinco cuerpos, respectivamente, y en consecuencia, ambos muestran espectros de suma de energía continuos. Evidentemente, estos espectros tienen formas diferentes y esta diferencia en la cinemática puede ser usada, al menos en principio, para distinguir entre estos dos modos.

Esto se ilustra en la Fig. (1.3), que muestra que el pico del espectro de suma de energías para la emisión del majoron está

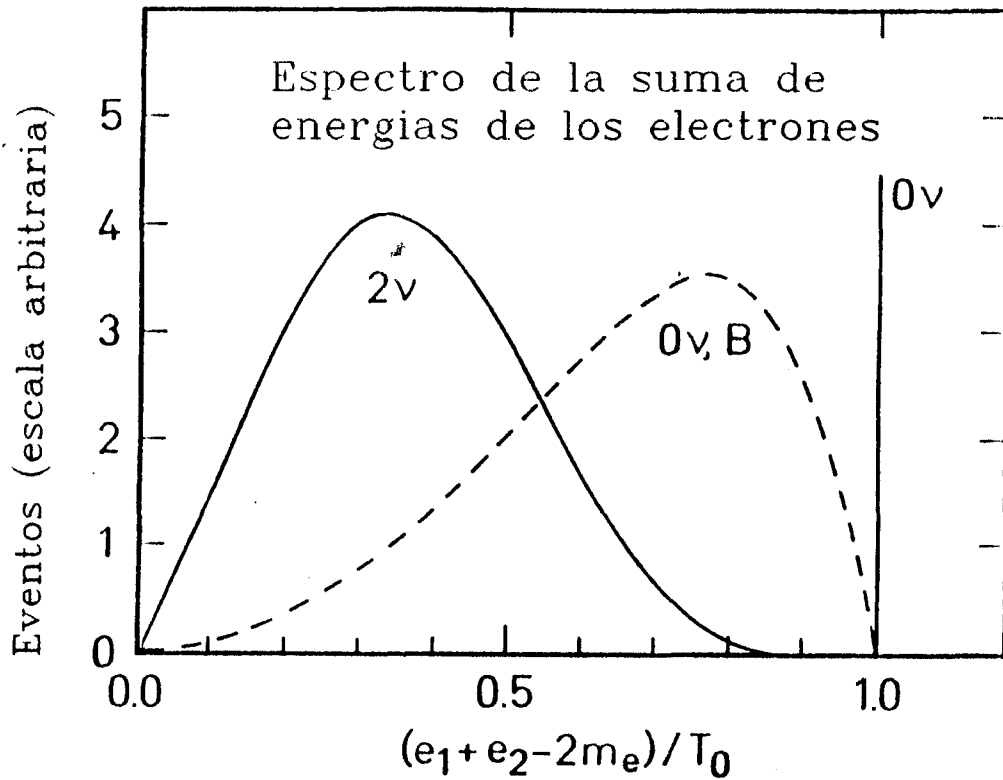


Fig. 1.3 Espectro de la suma de las energías de los dos electrones emitidos en los diversos procesos de decaimiento beta doble.

claramente a un valor mayor que el del decaimiento $\beta\beta$ ordinario. De todos modos este último proceso puede ser fuente de un importante conteo de fondo en los experimentos que miden el espectro de electrones del decaimiento $\beta\beta$.

El espectro de suma de la energía de los dos electrones, medido por primera vez por el grupo de la Universidad de California estudiando el ^{82}Se [El187], es mostrado en la Fig (1.4). Los datos reportados representan 7960 h de tiempo real corrido y corresponden a 36 eventos de decaimiento $\beta\beta$. El histograma experimental presenta acuerdo en la forma con los procesos esperados de decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$ normalizados a 1.1×10^{20} años. Este resultado es consistente con la

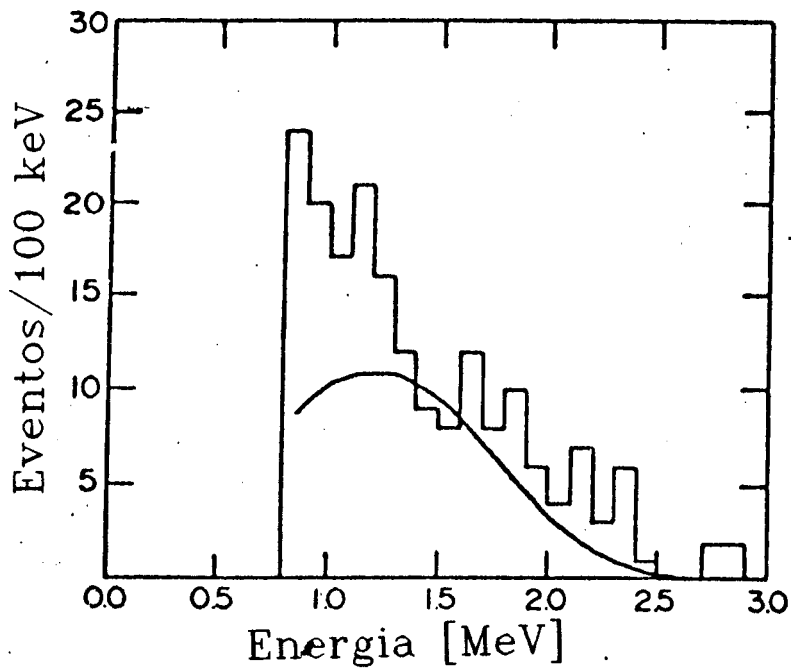


Fig. (1.4) El espectro observado de la suma de las energías de los eventos de dos electrones en ^{82}Se [El187]. Se impusieron umbrales de 150 keV y 800 keV, respectivamente, en las energías de los electrones aislados y sobre la suma de energía de los eventos.

mediciones geoquímicas de Kirsen [Kir86] y Manuel [Man86] y las cosmoquímicas de Marti y Murty [Mar85]. Así, se refuerza la confianza en las mediciones geoquímicas y cosmoquímicas de las vidas medias del decaimiento $\beta\beta$ para otros elementos. De la forma del espectro en la Fig (1.8) puede inferirse que el decaimiento $\beta\beta_{0\nu,M}$ tiene una intensidad considerablemente menor que el decaimiento $\beta\beta_{0\nu}$, y este dato puede usarse para establecer la cota $|<g_M>| \leq 1.9 \times 10^{-4}$ sobre la constante de acoplamiento del majoron [Doi88a].

Los modelos nucleares

De todo lo dicho anteriormente es claro que una evaluación confiable de los elementos de matriz nucleares \mathcal{T}_N es un prerequisite esencial para extraer información sobre la física del neutrino (contenida en la cantidad \mathcal{T}_p) de los datos experimentales de las vidas medias del decaimiento $\beta\beta$.

En este momento hay esencialmente dos modelos nucleares que están siendo usados intensivamente en la literatura para el cálculo de los procesos $\beta\beta$; éstos son el modelo de capas (SM) y la aproximación de fases al azar para cuasipartículas (QRPA). La aplicación de la técnica convencional SM está limitada al decaimiento $^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ti}$ [Hax84, Zam82, Sko83, Tsu84, Wu85]. Para emisores $\beta\beta$ más pesados el espacio de configuración se vuelve demasiado grande para ser manejado. Por ejemplo, en el caso de ^{76}Ge , con cuatro protones y dieciseis neutrones distribuidos en las órbitas de valencia $p_{3/2}$, $p_{1/2}$, $f_{5/2}$ y $g_{9/2}$, el espacio de este modelo contiene 210.777 configuraciones 0^+ . Por esta razón mucha gente [Hax81, Hax82, Sin88] han recurrido a la aproximación de acoplamiento débil (WCA), que trunca drásticamente el número de configuraciones. Dentro de la WCA el Hamiltoniano total queda expresado convenientemente como [Sin88]

$$H = H_p + H_n + H_{pn}, \quad (1.19)$$

donde H_p y H_n describen el Hamiltoniano efectivo en los espacios de protón y neutrón respectivamente, mientras que H_{pn} denota la interacción efectiva entre protones y neutrones. Después de

resolver las ecuaciones de autovalores para los sistemas de protones y neutrones por separado, se selecciona de cada sistema un número relativamente pequeño de estados de protón J^p y de neutrón J^n cuyas energías son las menores. Con estos estados se contruyen los vectores de la base acoplada protón-neutrón $|J^p J^n; 0\rangle$. Finalmente, las funciones de onda de los estados iniciales y finales se obtienen diagonalizando H_{pn} en esta nueva base. El número de configuraciones $|J^p J^n; 0\rangle$ todavía es grande en algunos cálculos, pero de todas maneras es mucho menor que el número de estados de muchas partículas original. Por ejemplo, usando este procedimiento, en un cálculo reciente [Sin88] del decaimiento $^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$ la mayor matriz aparece para el ^{76}Se y tiene dimensión 2792.

En la QRPA, que será discutida en los siguientes capítulos, la interacción nuclear es representada de un modo más esquemático que dentro del SM, pero lleva a un espacio de configuración mucho menor. Esto permite un análisis más detallado de los grados de libertad relevantes para un proceso particular.

CAPITULO II

EL MODO 2ν Y LAS SIMETRIAS DE ESPIN Y ESPIN-ISOSPIN

Como se señaló en la introducción y se explicó en el cap.I, el cálculo del modo 2ν del decaimiento beta doble es crucial para conocer la confiabilidad de la estimación teórica de los elementos de matriz nucleares, comparándolos con las vidas medias conocidas, mientras los elementos asociados al modo 0ν , junto a la información experimental de las vidas medias de este modo de decaimiento, se usan para hacer predicciones sobre la masa m_ν del neutrino, la constante η de acoplamiento L-R, etc.

Hasta 1986 los cálculos teóricos de la intensidad de decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$ eran sistemáticamente mayores que los correspondientes valores experimentales; la discrepancia era particularmente importante para los isótopos $^{128,130}\text{Te}$. Recientemente Vogel y Zirnbauer [Vog86] hicieron un progreso significativo: aplicaron la aproximación de fases al azar para cuasipartículas (QRPA) y mostraron que las correlaciones de estado fundamental (GSC) inducidas por la interacción residual protón-neutrón (PN) juegan un rol esencial en reducir las probabilidades de decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$. Estudios posteriores [Civ87, Mut88a,b, Mut89a] con interacciones realistas llevaron esencialmente a la misma conclusión: al ser evaluadas dentro de la QRPA, independientemente de la fuerza empleada, las vidas medias predichas son desconcertantemente sensibles a las correlaciones de estado fundamental del tipo PN dentro del canal partícula-partícula (PP).

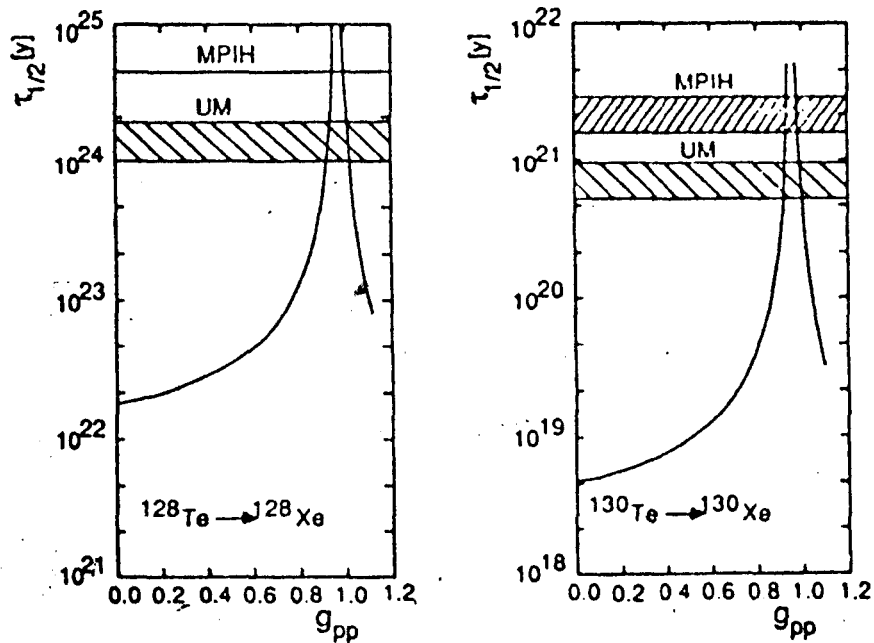


Fig. 2.1 Vidas medias $T_{1/2}^{1/2}$ calculadas como función de g_{pp} . Las vidas medias experimentales se muestran como regiones rayadas o líneas con flechas (indicando el límite inferior) [Civ87].

Como ejemplo, en la Fig. (2.1) se muestran las vidas medias calculadas para el ^{128}Te y ^{130}Te [Civ87]. Puede verse que una mínima variación en el parámetro g_{pp} , que renormaliza la interacción protón-neutrón en el canal partícula-partícula, produce cambios enormes en las vidas medias. La inclusión del canal PP en la QRPA permite predecir vidas medias muy largas, incluso infinitas, para el decaimiento beta doble doble, cuando antes se las subestimaba en uno o dos órdenes de magnitud. El problema se centró entonces en comprender esta tremenda sensibilidad.

El mismo efecto aparece al describir los procesos β^+ ordinarios [Suh88a,b, Kuz88, Eng88a, Mut88a] y sólo recientemente se ha dado una interpretación satisfactoria a este hecho [Hir90a, Hir90b].

En efecto, en [Hir90a] hemos mostrado que:

(i) La extrema sensibilidad de las vidas medias de los decaimientos $\beta\beta_{2\nu}$ a las GSC dentro del canal PP es generada artificialmente por la violación explícita de las simetrías de isospín y SU(4).

(ii) La interferencia destructiva entre los términos "adelantados" y "atrasados" en las amplitudes de transición β^+ , señaladas en varios trabajos, no es un accidente: la física detrás de esta cancelación es la restauración de la simetría SU(4).

(iii) Para obtener resultados teóricos confiables de las vidas medias del decaimiento $\beta\beta$ debe superarse el rompimiento de las simetrías de isospín y SU(4) inducido por la aproximación HF-BCS.

Adicionalmente, hemos presentado una forma de fijar las constantes PN dentro del canal PP, suplementando de este modo la QRPA con el poder predictivo sobre las vidas medias de los decaimientos β tanto simples como dobles.

Es claro que los procesos de decaimiento $\beta\beta$ están estrechamente relacionados con las excitaciones nucleares que involucran los grados de libertad de espín y de espín-isospín. El estudio de estos modos de excitación es también uno de los problemas más interesantes de la física nuclear actual. En años recientes se dió un gran paso adelante en esta dirección al observarse, vía las reacciones (p,n) a 0° [Doe75, Rap83], la resonancia gigante Gamow-Teller (GTR) en núcleos medianos y pesados. Esta es la manifestación largamente buscada de la fuerza nuclear en el canal espín-isospín. En la Fig. (2.2) mostramos la sección eficaz de la reacción $^{128}\text{Te}(p,n)^{128}\text{I}$ en función de la energía de excitación [Mad89]. Puede distinguirse claramente el pico correspondiente al

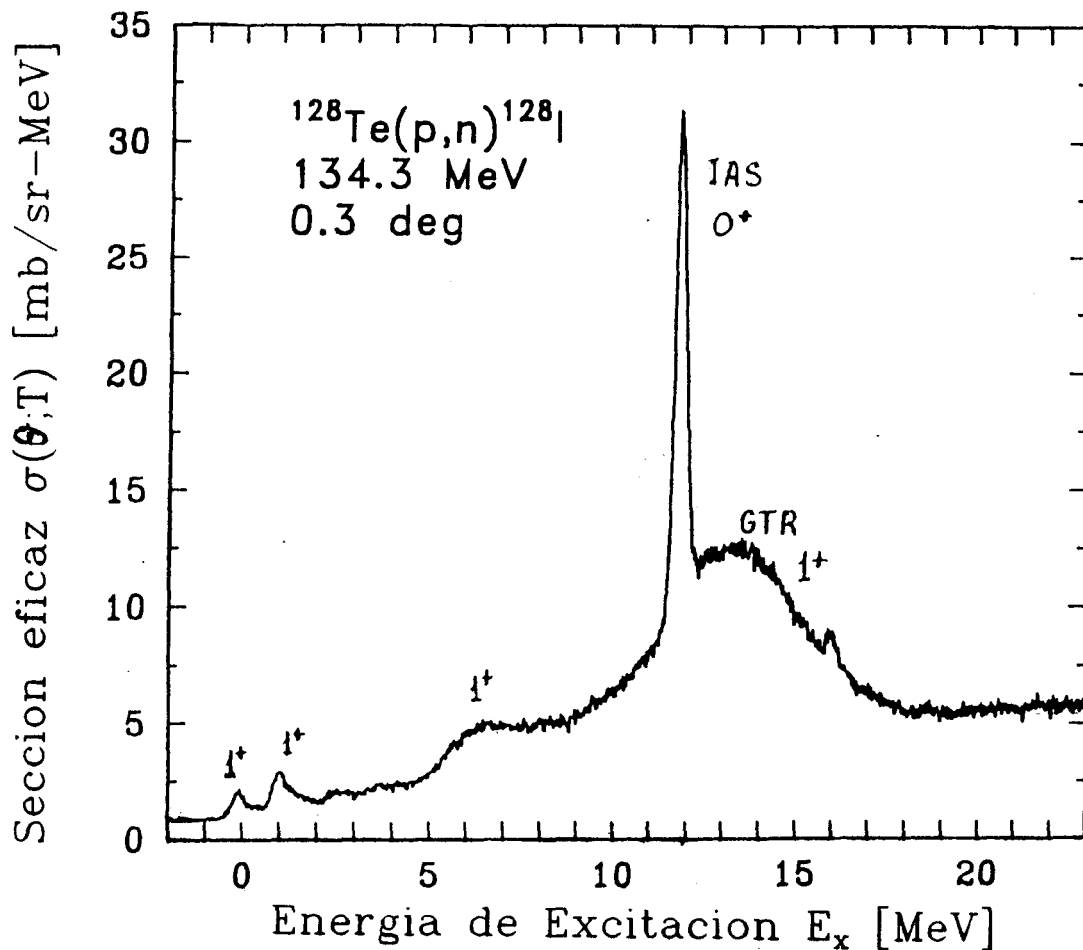


Fig. 2.2: Espectro de energía de excitación a 0.3° para la reacción $^{128}\text{Te}(p,n)^{128}\text{I}$ a 134 MeV [Mad89].

estado isobárico análogo (IAS), la región de la resonancia Gamow-Teller (GTR), y otros estados con el mismo momento angular y paridad 1^+ en la región de baja energía.

El IAS concentra toda la intensidad S_+ correspondiente a las excitaciones 0^+ , que como veremos más adelante vale $N - Z$, y la intensidad teórica total de los estados 1^+ es al menos tres veces esta cantidad. La intensidad GT extraída de los datos (p,n) depende de la elección de la interacción efectiva y de las suposiciones

sobre los mecanismos de reacción en el continuo. De todos modos parece razonablemente bien establecido que sólo alrededor del $(60 \pm 10)\%$ del límite de la regla de suma es observado experimentalmente [Rap83]. El origen de este apantallamiento ("quenching") ha sido atribuido a mezclas isóbaro delta-agujero (Δh) en la función de onda [Eri73,, Cas87, Hir90b] y a la mezcla con configuraciones de dos partículas-dos agujeros ($2p2h$) [Ber82, Shi74, Tak88, Hir88, Mar90].

En este capítulo nos concentraremos en el estudio de los procesos de estructura nuclear asociados al modo dos neutrinos del decaimiento $\beta\beta$. Analizaremos en detalle los mecanismos de restauración de las simetrías de isospin y SU(4), y usaremos esas ideas para calcular las vidas medias de los decaimientos $0^+ \rightarrow 0^+$ $\beta\beta_{2\nu}$ en los núcleos ^{70}Ge , ^{82}Se , ^{128}Te y ^{130}Te , estudiando las diferentes aproximaciones teóricas y comparándolas con los datos experimentales [Avi86, Kir86, Man86, Ell87]. En los mismos núcleos analizaremos también la estructura de las funciones de intensidad Gamow-Teller (GT), que han sido medidas recientemente por Madey et al. [Mad89]. El apantallamiento inducido por las excitaciones Δh será incluido aquí solo en el contexto de un modelo esquemático que llamamos RQRPA (QRPA renormalizado) y cuyo formalismo se detalla en el ap.D. Una descripción microscópica de este efecto [Fie82, Krm83, Cha84] no sólo está fuera de nuestras posibilidades computacionales sino que sería poco consistente con el objetivo perseguido en estos estudios.

Restauración de las simetrías de espín y espín-isospín.

la extrema sensibilidad de las amplitudes del $\beta\beta_{2\nu}$ Gamow-Teller (GT), $M_{2\nu}^{GT}$, respecto de los parámetros del modelo está íntimamente relacionada con la autoconsistencia entre la interacción residual y el campo medio, así como con la estructura de supermultipletes en los espacios de espín e isospín. Para mostrar esto analizaremos la forma en que la aproximación de fases al azar (RPA) restaura dichas simetrías.

Es conocido desde hace tiempo que, aun cuando la fuerza coulombiana que rompe el isospín no se incluya en el hamiltoniano \mathcal{H} , toda la estructura de invariancia de isospín puede resultar destrozada en un tratamiento aproximado de los autoestados de \mathcal{H} . En otras palabras, la ruptura de la invariancia de isospín proviene de la aproximación introducida y no de la interacción. En efecto, Engelbrecht y Lemmer [Eng70] han señalado que en los núcleos con isospín del estado fundamental $T_0 = (N-Z)/2 > 0$, la invariancia de isospín es explícitamente rota por el campo de Hartree-Fock (HF) así como por la aproximación Tamm-Dancoff (TDA). También mostraron que se recupera la descripción que conserva el isospín si se incluyen las correlaciones PN generadas dentro de la RPA de una manera autoconsistente en el estado fundamental HF. Lee [Lee71] exploró esta idea con más detalle introduciendo en la descripción la interacción coulombiana, que produce un rompimiento dinámico de la simetría de isospín. Su conclusión fue que las impurezas de isospín en el estado fundamental son también fuertemente suprimidas por las correlaciones PN.

Mientras que las correlaciones RPA para las transiciones Fermi

(F) están estrechamente vinculadas a la simetría de isospín, el comportamiento cuantitativo de las correlaciones para la transiciones Gamow-Teller depende de propiedades más detalladas de \mathcal{H} . La simetría SU(4) es destruida en los núcleos medianos y pesados debido a la interacción espín-órbita fuerte en el campo HF, estableciéndose el esquema de acoplamiento j-j. Las correlaciones PN, reponsables de construir la resonancia GT, pueden pensarse como una tendencia desde el acoplamiento j-j hacia el acoplamiento LS y la simetría SU(4). Esto se refleja en la diferencia de energías experimentales entre las resonancias F y GT [Nak82]

$$E_{res}^{GT} - E_{res}^F = (26 A^{-1/3} - 37 T_0 A^{-1}) \text{ MeV},$$

que disminuye cuando el número másico A aumenta. Los términos primero y segundo provienen del acoplamiento espín-órbita y de las correlaciones PN respectivamente, y tienden a cancelarse entre sí.

Las amplitudes $\beta\beta_{2\nu}$ están dadas por (ver fórmulas (1.11) a (1.14)).

$$M_{2\nu}(I) = \sum_{\alpha} \langle 0^+_{f} | \mathcal{O}(I) | I^+_{\alpha} \rangle \langle I^+_{\alpha} | \mathcal{O}(I) | 0^+_{i} \rangle / D(\alpha I) , \quad (2.1)$$

donde $M_{2\nu}(I=0) \equiv M_{2\nu}^F$ y $M_{2\nu}(I=1) \equiv M_{2\nu}^{GT}$, $|0^+\rangle$ es la función de onda de los núcleos iniciales, $\mathcal{O}(I)$ representa el operador F: t_+ (I=0) o el operador GT: σt_+ (I=1), el denominador de energía D(αI) es

$$D(\alpha I) = E_{\alpha I} - (E_i + E_f)/2 , \quad (2.2)$$

donde E_i y E_f son las energías iniciales y finales respectivamente, y la suma se extiende sobre un conjunto completo de estados nucleares intermedios $|I^+; \alpha\rangle$.

El formalismo BCS-QRPA es formulado explícitamente en el apéndice C. Esquemáticamente, primero se diagonaliza la parte de protones y neutrones del hamiltoniano por separado, pasando así del vacío del modelo de capas a un vacío de apareamiento (C.5), que incluye todas las excitaciones de 2 partículas-2 agujeros (2p-2h), 4p-4h, etc., con senioridad cero, es decir, acopladas a momento angular cero y paridad positiva por pares. Esto se muestra gráficamente en el lado izquierdo de la Fig. (2.3).

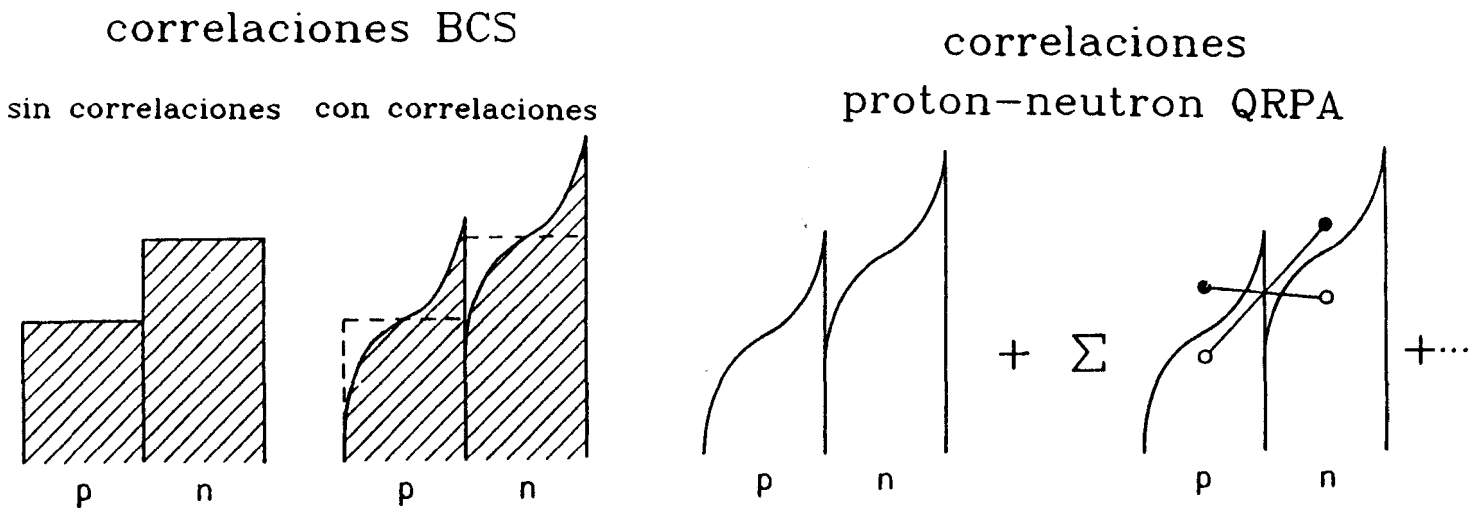


Fig. 2.3. Se muestran las diferentes aproximaciones para los estados fundamentales. De izquierda a derecha representan el modelo de capas sin correlaciones, el vacío correlacionado BCS y el vacío correlacionado de la QRPA.

El formalismo QRPA (ecs. (C.11) a (C.15)) permite enriquecer este vacío con correlaciones de tipo protón-neutrón, que en el modelo aparecen como pares de fonones de dos cuasipartículas

acopladas a momento angular I y paridad π , que representan las excitaciones protón-neutrón estudiadas en cada caso, y se muestran en el lado derecho de la Fig. (2.3).

Estos fonones (definidos por (C.12)) actúan sobre el vacío correlacionado produciendo estados excitados de dos cuasipartículas protón-neutrón, correspondientes al núcleo impar-impar vecino, como se muestra en la Fig. (2.4)

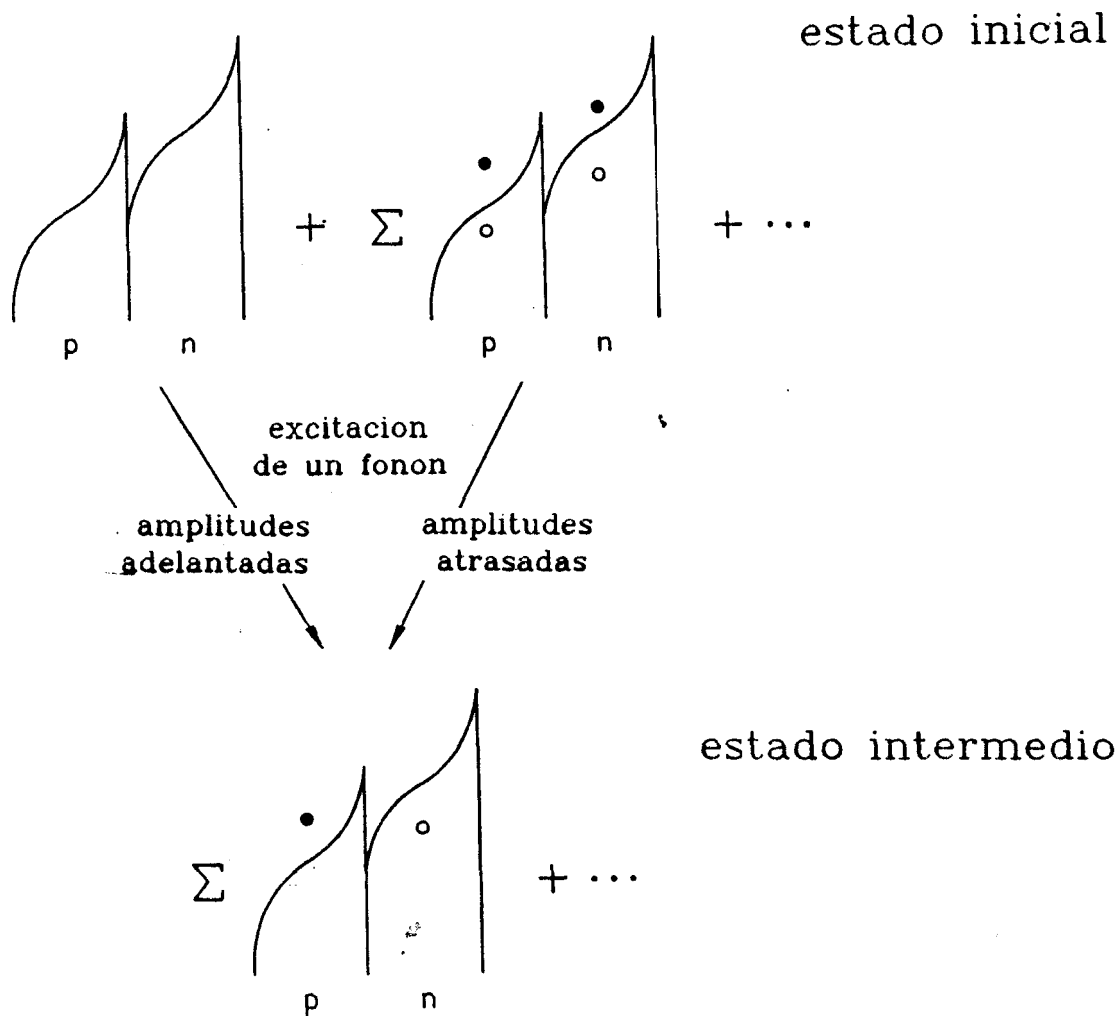


Fig 2.4. Los estados excitados protón-neutrón contruidos creando un fonón sobre el vacío o aniquilando uno de las correlaciones

Estos estados pueden tener un origen "adelantado", al ser creados sobre el vacío BCS de protones y neutrones (Fig. (2.4), izquierda), o "atrasado", proveniente de la aniquilación de un fonón pn perteneciente a una correlación del estado fundamental (Fig. (2.4), derecha). Las amplitudes X e Y representan, respectivamente, las componentes adelantadas y atrasadas del fonón.

Estas amplitudes X e Y se calculan como soluciones de la ecuación matricial (C.14), obtenida al resolver la ecuación de movimiento (C.11) usando el vacío de cuasipartículas como primera aproximación al vacío correlacionado. Por ello, la validez de los resultados obtenidos con la QRPA depende de que las amplitudes atrasadas Y sean mucho menores que las adelantadas X . Si esto no se cumple, no sólo se tornan cuestionables las conclusiones a obtener sino que pueden aparecer autovalores complejos, dado que la matriz a diagonalizar en (C.14) no es hermítica. La cantidad física que determina el valor de las amplitudes Y , y con éstas el grado de presencia de correlaciones pn en el estado fundamental, es la intensidad de la interacción residual protón-neutrón en el canal partícula-partícula, y dedicaremos buena parte de este capítulo a su estudio.

Las excitaciones pn mostradas en la Fig. (2.4) están en los núcleos impares vecinos al par-par con Z protones y N neutrones cuyo estado fundamental describimos antes. Otra limitación importante de la QRPA es que los estados excitados pueden estar en cualquiera de los cuatro núcleos $(N-1, Z-1)$, $(N-1, Z+1)$, $(N+1, Z-1)$ y $(N+1, Z+1)$, con probabilidades que dependen de las amplitudes de ocupación de cuasipartícula v_p y v_n . En el formalismo Tamm-Dancoff (TDA) no hay correlaciones pn en el estado fundamental, y la

proyección en número de partículas [Dia82, Los88] permite superar totalmente este inconveniente. Lamentablemente hasta este momento no se ha podido formular acabadamente la QRPA para protones y neutrones proyectada en número de partículas. Los cálculos que realizamos dentro de un formalismo proyectado "ad hoc" mostraron resultados que difieren muy poco de los usuales en el cálculo del decaimiento $\beta\beta$, y por ello no los incluimos en este trabajo.

Nuestros intentos de subsanar esta dificultad, junto a otras relacionadas con los promedios en el cálculo de las amplitudes del decaimiento beta doble sobre los núcleos inicial y final, nos llevaron a proponer un nuevo formalismo pn-QRPA para calcular estas amplitudes [Hir90c y ap. E] donde las excitaciones adelantadas actúan sobre el estado fundamental del núcleo inicial (N,Z) y las atrasadas sobre el vacío del núcleo final (N-2,Z+2), estando los estados intermedios siempre en el núcleo (N-1,Z+1) de interés para el cálculo. Este tema se discutirá en detalle al analizar las amplitudes de transición de decaimiento $\beta\beta$.

En una primera aproximación los elementos de matriz de transición son expresados por medio de las amplitudes adelantadas y retrasadas de la QRPA, X e Y, en la forma (C.21), donde por ahora usaremos $|0^+\rangle = |0_i^+\rangle \simeq |0_f^+\rangle$, de modo que

$$\begin{aligned} \langle I^+ \alpha \| \hat{\theta}_\dagger(I) \| 0_i^+ \rangle &= \langle I^+ \alpha \| \hat{\theta}_\dagger(I) \| 0_f^+ \rangle = \\ &= \hat{I} \Lambda_+(\alpha I) = \sum_{pn} \langle p \| \hat{\theta}(I) \| n \rangle [u_p v_n X_{pn}(I; \alpha) + v_p u_n Y_{pn}(I; \alpha)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle 0_f^+ \| \hat{\theta}_\dagger(I) \| I^+ \alpha \rangle &\simeq \langle 0^+ \| \hat{\theta}_\dagger(I) \| I^+ \alpha \rangle = \\ &= \hat{I} \Lambda_-(\alpha I) = \sum_{pn} \langle p \| \hat{\theta}(I) \| n \rangle [v_p u_n X_{pn}(I; \alpha) + u_p v_n Y_{pn}(I; \alpha)] \end{aligned}$$

Por otro lado, las intensidades de transición

$$S_{\pm}(I) = \sum_{\alpha} s_{\pm}(I; \alpha), \quad \text{con}$$

$$s_{+}(I; \alpha) = |\langle I^{+}; \alpha || \mathcal{O}(I) || 0^{+} \rangle|^2 \quad \text{y}$$

$$s_{-}(I; \alpha) = |\langle 0^{+} || \mathcal{O}(I) || I^{+}; \alpha \rangle|^2,$$

satisfacen la regla de suma :

$$S_{+}(I) - S_{-}(I) = 2T_0(2I+1) .$$

El límite de acoplamiento fuerte

Analicemos primero el límite de acoplamiento fuerte (SCL) [Hal67, Eng70, Lee71, Kfm90, Hir90a,b], que es el límite de simetrías de isospin y Wigner SU(4) exactas en que toda la intensidad S_{+} se concentra en el estado resonante (colectivo) $|I^{+}; \text{res}\rangle$, no hay intensidad β^{+} y el decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$ está prohibido, i.e.

$$s_{+}(I; \text{res}) \equiv S_{+}(I) ; S_{-}(I) \equiv 0 ; \mathcal{M}_{2\nu}(I) \equiv 0. \quad (2.3)$$

Mientras que para las transiciones F las relaciones (2.3) serían exactas si la fuerza Coulombiana es excluida, para los procesos GT deben ser consideradas sólo como una primera aproximación. Dentro de las aproximaciones BCS y QTDA las simetrías mencionadas están siempre explícitamente rotas y las condiciones (2.3) nunca se cumplen. Por el contrario, dentro de la QRPA estos límites pueden obtenerse si:

$$X_{pn}(I, \text{res}) \sim \Lambda_{+}^0(pnI) \quad ; \quad Y_{pn}(I, \text{res}) \sim \Lambda_{-}^0(pnI) , \quad (2.4)$$

donde las amplitudes de transición no perturbadas $\Lambda_{\pm}^0(pnI)$ están dadas por la ec. (C.20). En este caso las ecs. de la QRPA (C.14)

para cada estado de la base $|pnI\rangle$ toman la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \varepsilon_p + \varepsilon_n - \omega_{res}^I &= -U^I(pn) + \frac{u_n}{v_n} \Delta_n^I(pn) + \frac{v_p}{u_p} \Delta_p^I(pn), \\ \varepsilon_p + \varepsilon_n + \omega_{res}^I &= U^I(pn) + \frac{v_n}{u_n} \Delta_n^I(pn) + \frac{u_p}{v_p} \Delta_p^I(pn), \end{aligned} \quad (2.5)$$

con

$$\begin{aligned} U^I(pn) &= \sum_{p',n'} (v_n^2 - v_p^2) F(pn, p'n'; I) \langle p' || 0 || n' \rangle / \langle p || 0 || n \rangle, \\ \Delta_n^I(pn) &= \sum_{p',n'} u_n v_n G(pn, p'n'; I) \langle p' || 0 || n' \rangle / \langle p || 0 || n \rangle, \\ \Delta_p^I(pn) &= \sum_{p',n'} u_p v_p G(pn, p'n'; I) \langle p' || 0 || n' \rangle / \langle p || 0 || n \rangle. \end{aligned} \quad (2.6)$$

De la ec. (2.5) obtenemos también el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} \omega_{res}^I &= U^I(pn) + (e_p - \lambda_p) \Delta_p^I(pn) / \Delta_p + (e_n - \lambda_n) \Delta_n^I(pn) / \Delta_n, \\ \Delta_p + \Delta_n &= \Delta_p^I(pn) + \Delta_n^I(pn), \end{aligned} \quad (2.6)$$

estando Δ_p y Δ_n dadas por la ec. (C.16). Para el IAS en particular

$$U^I(p,n) + U_{j_p=j_n}^F = \sum_{j_{p'}=j_{n'}} \hat{j}_{p'} \hat{j}_p^{-1} (v_n^2 - v_p^2) F(pn, p'n'; 0),$$

y (2.7)

$$\Delta_t^I(p,n) \rightarrow \Delta_t^F = -\frac{1}{2} \sum_{t'} \hat{j}_{t'} \hat{j}_t^{-1} u_t v_t G(tt, t't'; 0).$$

De (2.6) y (C.17) puede verse inmediatamente que

$$\Delta_\tau^F = \Delta_\tau \quad ; \quad E_{res}^F - E_i = e_p - e_n + U_{j_p=j_n}^F. \quad (2.8)$$

Así, sólo dentro de un cálculo autoconsistente QRPA se satisfacen las condiciones (2.8), o lo que es lo mismo es superado el rompimiento explícito de la simetría de isospin inducido por la

QTDA. En resumen

i) la misma interacción debe ser usada al resolver las ecuaciones de "gap", tanto para protones como para neutrones y para el canal PN partícula-partícula, y ii) las energías de simetría contenidas en las energías de partícula independiente (s.p.e.) de protón ($e_p = e_n + \Delta_C - U_{j_p=j_n}^F$; donde Δ_C es la energía Coulombiana de desplazamiento) deben ser iguales a la energía de simetría $U_{j_p=j_n}^F$. Es importante resaltar que el enunciado anterior solo es válido para la QRPA, y que, aún cuando las condiciones (2.8) se satisfagan, la simetría de isospín es siempre explícitamente rota tanto en la aproximación BCS como en la QTDA.

Un ejemplo: el ^{128}Te

Estudiaremos ahora con detalle el núcleo ^{128}Te , usando una interacción residual de tipo δ

$$V = -C (\nu_s P_s + \nu_t P_t) \delta(r); C \equiv 4\pi \text{ MeV fm}^3,$$

con diferentes valores de las constantes ν_s y ν_t para los canales de PH, PP y apareamiento. En el apéndice B se detallan las energías de partícula independiente (s.p.e) y las constantes de apareamiento y PH elegidas, mientras que ν_s^{PP} y ν_t^{PP} son tratados como parámetros libres.

Describiremos dos cálculos diferentes [Krm90, Hir90a]:

Calculo I (CI): Se usan los valores experimentales de las s.p.e. de neutrón, y las s.p.e. de protón son ajustadas de acuerdo con $e_p = e_n + \Delta_C - U_{j_p=j_n}^F$; ν_s^{pair} es fijado en 28 tanto para protones como para neutrones.

Calculo II (CII): Las s.p.e. así como las intensidades ν_e^{pair} son fijadas de los datos experimentales como se explicó más arriba.

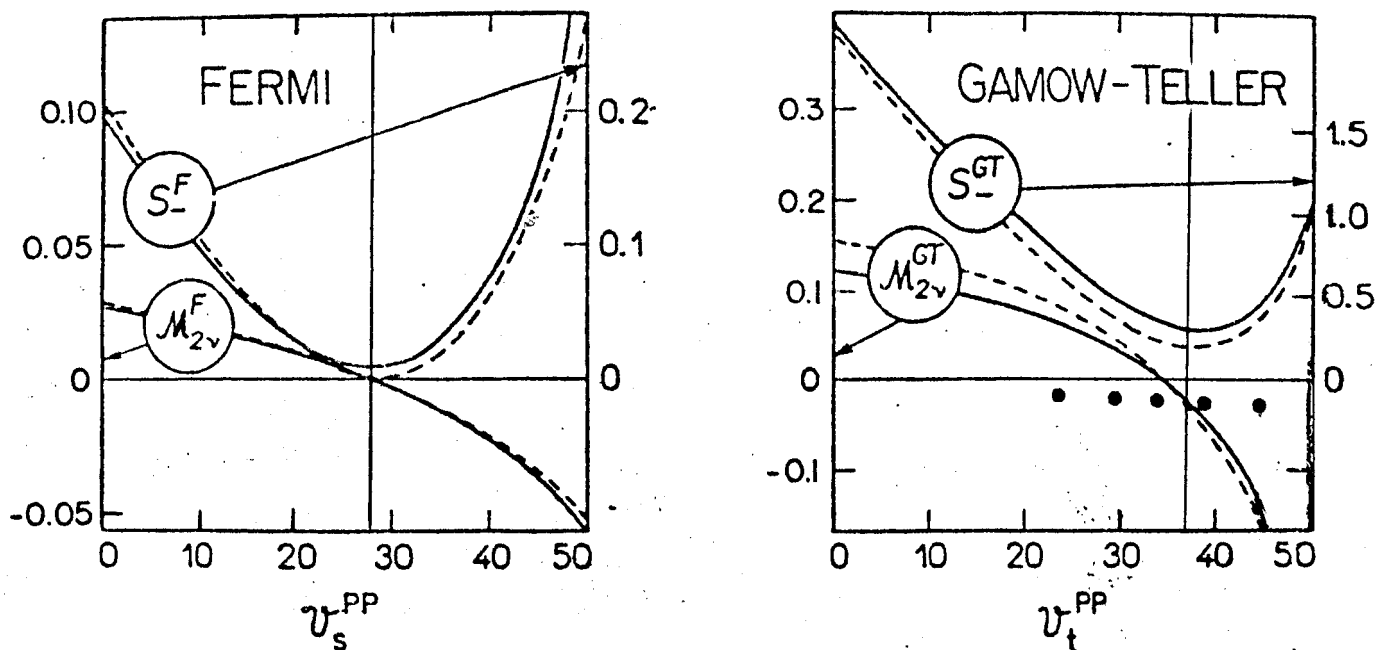


Fig. 2.5: Elementos de matriz $M_{2\nu}$ e intensidades de transición S_- para ^{128}Te . Los resultados para CI y CII se indican con líneas cortadas y enteras, respectivamente. Los valores de $M_{2\nu}^{GT}$ obtenidos en el mínimo de S_-^{GT} con las s.p.e. de CI y con $\nu_e^{\text{pair}} = 15, 20, 25, 30$ y 35 se muestran con círculos negros.

Los valores calculados de S_- y $M_{2\nu}$ dentro de la QRPA se muestran en la Fig. 2.5. El aspecto más importante, que destaca a primera vista, es la gran similitud entre $M_{2\nu}^F$ y $M_{2\nu}^{GT}$. Esto es, ambas amplitudes son muy sensibles a las GSC dentro del canal PP y pasan por cero en la región de donde S_- es mínima. Más adelante haremos uso de esta similitud para sacar conclusiones acerca del valor físico de ν_t^{PP} . luego de separar el rompimiento explícito de la simetría

SU(4) del dinámico.

Como se esperaba, cuando la condición (2.8) de autoconsistencia es satisfecha (o en forma equivalente cuando la simetría de isospín es estrictamente conservada), $\mathcal{M}_{2\nu}^F = 0$ y $S_-^F = 0$. Al variar ν_s^{PP} cuando ν_s^{pair} es constante, se introduce un grado de libertad ficticio; así, las variaciones de $\mathcal{M}_{2\nu}^F$ y S_-^F dentro de CI, exhibidas en la Fig. 2.5, sólo ponen en evidencia la pérdida de autoconsistencia entre la interacción residual y el campo medio. Es claro que aún después de introducir impurezas de isospín, es decir, cuando las condiciones (2.8) ya no son válidas, el valor de ν_s^{PP} no puede ser variado independientemente del valor de ν_s^{pair} . Más aún, de CII parece razonable establecer que ahora la autoconsistencia entre ν_s^{PP} y ν_s^{pair} es alcanzada en el valor mínimo de S_- , que representa una medida de la violación dinámica de la simetría de isospín y para el cual $\nu_s^{PP} \cong \nu_s^{pair}$ y $\mathcal{M}_{2\nu}^F \cong 0$.

Los resultados anteriores sugieren que el valor con sentido físico de ν_l^{PP} , para un valor dado de ν_s^{pair} , es aquel que minimiza S_-^{GT} . En otras palabras, puede esperarse que para ese valor de ν_l^{PP} la violación explícita de la simetría SU(4) haya sido totalmente eliminada y que el mínimo de S_-^{GT} sea una medida de cuán rota es la SU(4) por la dinámica de \mathcal{X} . Comparando los valores mínimos de S_-^{GT} en CI y CII, vemos que no sólo la separación espín-órbita sino también las impurezas de isospín juegan un papel importante. Por otro lado, ambos mínimos de S_-^{GT} se ubican casi en el mismo valor de ν_l^{PP} ($\cong 37$) y los valores correspondientes de las amplitudes $\mathcal{M}_{2\nu}^{GT}$ son casi iguales ($\cong -0.03$). La ubicación de los mínimos de S_-^{GT} depende de ν_s^{pair} y se mueve a valores más altos (más bajos) de ν_l^{PP} cuando ν_s^{pair} es aumentado (disminuido). Los resultados para $\mathcal{M}_{2\nu}^{GT}$ obtenidos

en el mínimo de S_{-}^{GT} con las s.p.e. de CI y con $\nu_{s}^{pair} = 12, 20, 25, 30$ y 35 son señalados en la Fig. 2.5 por círculos negros. Una vez que la relación ya descrita entre ν_{t}^{PP} y ν_{s}^{pair} es impuesta, es decir, después de superar la violación explícita de la simetría SU(4), la variación de $M_{2\nu}^{GT}$ respecto de ν_{t}^{PP} es de poca importancia y $M_{2\nu}^{GT}$ ya no pasa más por cero. Esto es consistente con una reciente observación de Muto y Klapdor [Mut88] en el sentido de que la cancelación de $M_{2\nu}^{GT}$ es un resultado artificial del modelo.

Efectos sobre el espectro de energías

Analizaremos ahora las consecuencias de la restauración de las simetrías de isospin y SU(4) sobre el espectro de energía de los núcleos impar-impar [Krm90, Hir90b]. Nos concentraremos primero en las intensidades F y GT en ^{128}I y ^{128}Eb , medidas respecto del estado fundamental del ^{128}Te .

En las fig. (2.6) y (2.7) las correspondientes funciones de intensidad suavizadas

$$\rho(I, \mu_{\tau} = \pm 1; E) = \frac{\Delta}{\pi} \sum_{\alpha} \frac{s_{\pm}(\alpha I)}{(E - E_{\alpha I})^2 + \Delta^2}, \quad (2.9)$$

con los siguientes intervalos de energía Δ : 0.3 MeV para las transiciones F, 0.4 MeV para los estados GT de baja energía (LL) y 0.7 MeV en la región de la GTR. En los paneles (a) se muestran las distribuciones de intensidad no perturbadas. Las curvas cortada y entera en los restantes sectores representan, respectivamente, los resultados de la QTDA y la QRPA obtenidos con los valores de los parámetros en el canal PH discutidos en el ap. B, y las siguientes constantes de acoplamiento en el canal PP:

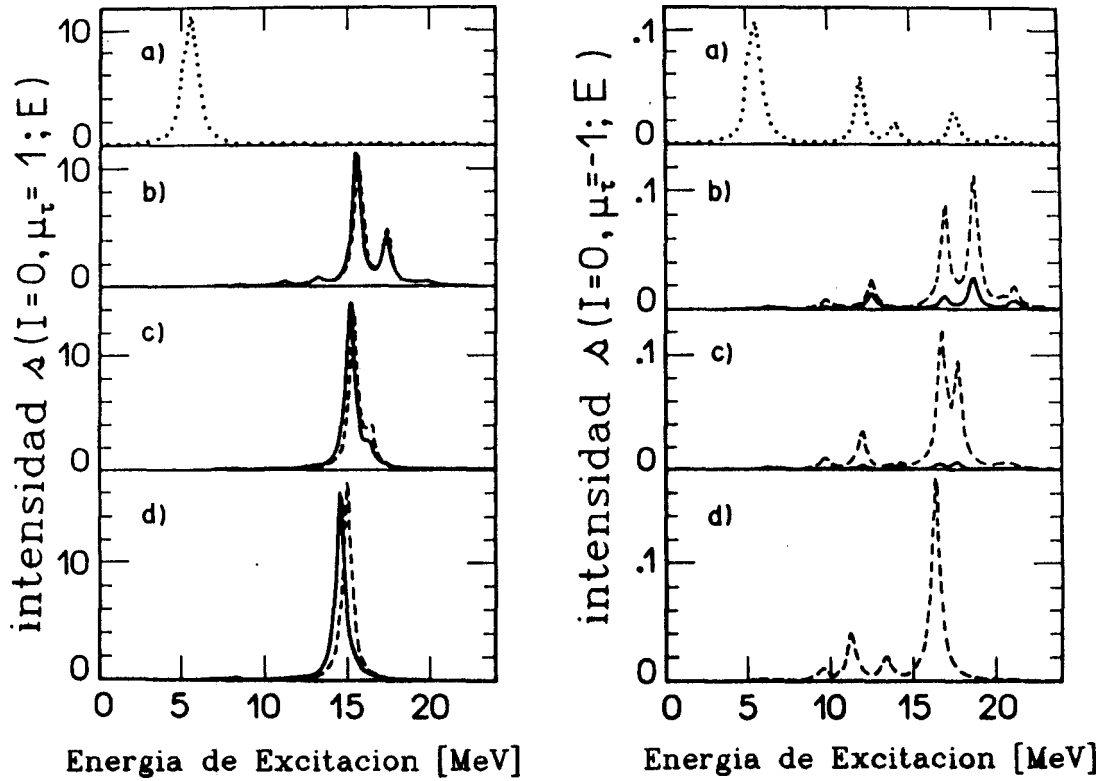


Fig. 2.6: Distribuciones de intensidad Fermi $\Delta(I=0, \mu_{\tau}=1; E)$ y $\Delta(I=0, \mu_{\tau}=-1; E)$ en los núcleos ^{128}I y ^{128}Sb , medidos respecto del estado fundamental del ^{128}Te ; en (a) aparecen las distribuciones de intensidad no perturbadas, mientras que en los sectores (b), (c) y (d) se muestran las QRPA (curvas enteras) y las QTDA (curvas cortadas), para los valores de ν^{PP} dados en el texto.

(b): $\nu_{\text{e}}^{\text{PP}} = \nu_{\text{l}}^{\text{PP}} = 0$, es decir que la interacción PN en el canal PP está apagada;

(c): $\nu_{\text{e}}^{\text{PP}} = 14$ y $\nu_{\text{l}}^{\text{PP}} = 18$, que son valores intermedios entre los casos (b) y (d), y

(d): $\nu_{\text{e}}^{\text{PP}} = 28$ y $\nu_{\text{l}}^{\text{PP}} = 37$, para los que las correspondientes intensidades S_{I} son mínimas.

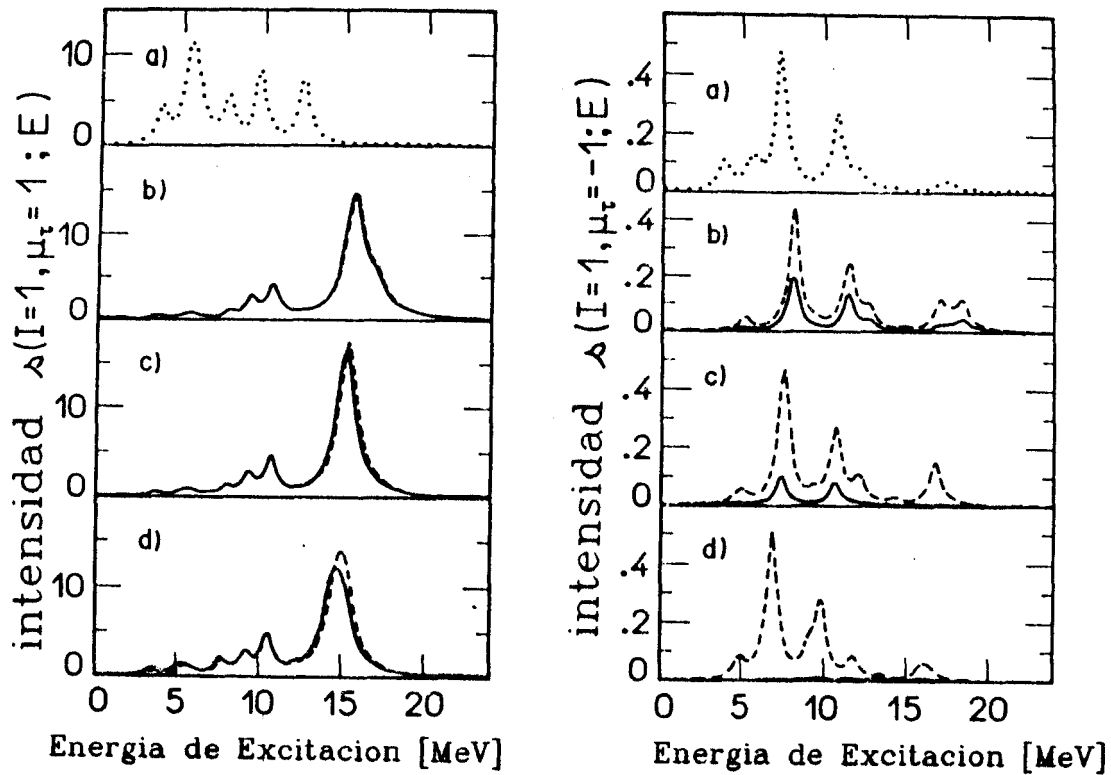


Fig. 2.7: Igual que en la Fig. (2.6), pero para las distribuciones de intensidad Gamow-Teller $\Delta(I=1, \mu_T = \pm 1; E)$.

De los resultados mostrados se puede concluir inmediatamente que las GSC dentro del canal PP, siendo de poca importancia para las intensidades β^- , $S_+(I)$, no pueden ser dejadas de lado en el cálculo de las intensidades β^+ , $S_-(I)$. También es claro que son indispensables para la restauración de las simetrías de isospín y SU(4). Debe notarse que, dado que los cálculos fueron hechos con las s.p.e. y las constantes de apareamiento v_6^{pair} para protones y neutrones extraídas de los datos experimentales, las condiciones de autoconsistencia (2.8) no se satisfacen exactamente para las transiciones F. A pesar de ello, el SCL es válido en el caso (d) para todos los efectos prácticos. Por otro lado, la simetría SU(4)

es siempre parcialmente violada, como lo muestra el hecho de que la resonancia GT no concentra toda la intensidad de la regla de suma (C.24), y una parte importante de esta intensidad está distribuida a energías más bajas. Más adelante haremos una discusión completa de este punto incluyendo la comparación con los datos experimentales.

Es importante notar que las correlaciones PN no construyen una resonancia GT β^+ en el núcleo ^{128}Sb , solamente disminuyen la intensidad total $S_{-}(I=1)$ a través del efecto de las GSC.

Las funciones de intensidad Gamow-Teller.

Habiendo establecido el formalismo, y entendido en detalle cuales son los efectos de las correlaciones PN sobre las intensidades β^- y β^+ , pasaremos ahora a un estudio sistemático de las intensidades GT en los núcleos $^{70}\text{Ge}(^{70}\text{As})$, $^{82}\text{Se}(^{82}\text{Br})$, $^{128}\text{Te}(^{128}\text{I})$ y $^{130}\text{Te}(^{130}\text{I})$ [Hir90b], que son de gran interés para los procesos de decaimiento $\beta\beta$, y han sido medidas recientemente [Mad89].

Las funciones de intensidad suavizadas GT, dadas por la ec. (2.9), para los núcleos enumerados más arriba, se muestran en la fig. (2.8). Se usaron los mismos intervalos de energía que en figura (2.7). Las líneas enteras muestran los valores de $\sigma(I=1, \mu_T=1)$ extraídos de los espectros experimentales, y las líneas cortadas y de punto y raya representan, respectivamente, los resultados teóricos obtenidos dentro de la QRPA y la RQRPA, que como se recordará incluye el canal isóbaro delta-agujero. Para todos los núcleos se usaron los mismos valores de los parámetros

ν_s^{PH} y ν_t^{PH} , sin hacerse ningún intento de obtener el mejor ajuste de los datos experimentales.

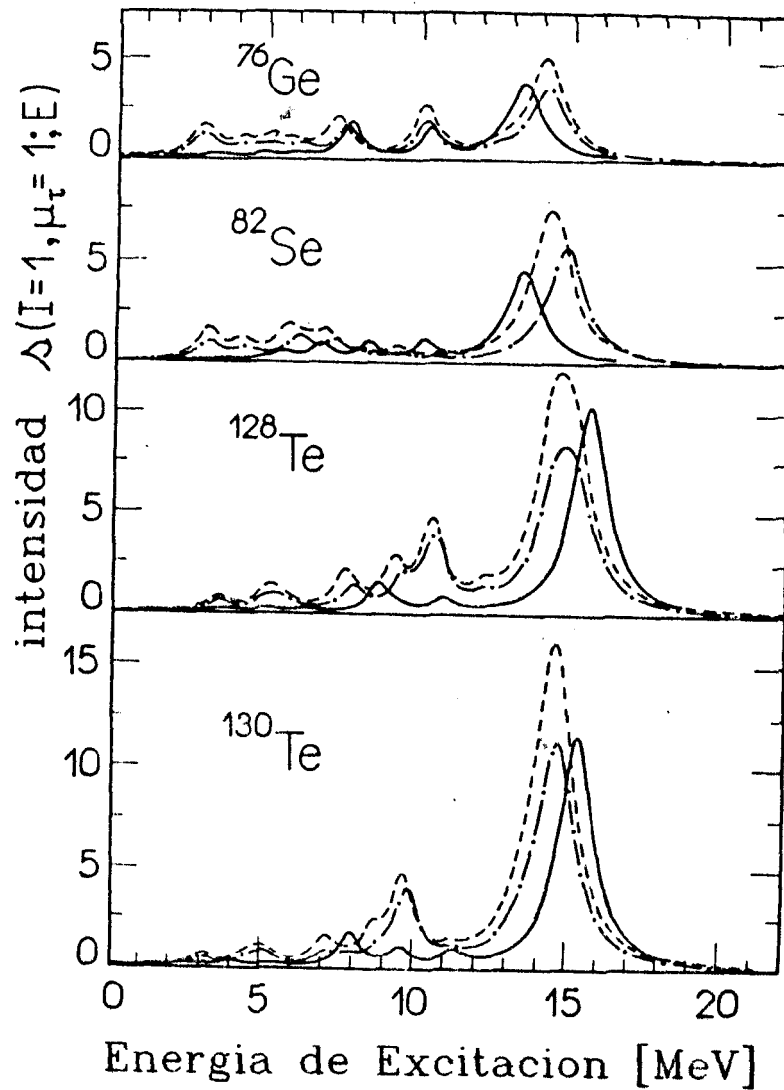


Fig. 2.8: Distribuciones de energía de las intensidades de transición GT para los núcleos ^{76}Ge (^{76}As), ^{82}Se (^{82}Br), ^{128}Te (^{128}I) y ^{130}Te (^{130}I). Las líneas enteras son los valores de $\Delta(I=1, \mu_\tau=1; E)$ extraídos de los espectros experimentales, las líneas cortadas y de punto y raya representan los resultados teóricos obtenidos dentro de la QRPA y la RQRPA, respectivamente.

		⁷⁶ As					⁸² Br				¹²⁸ I		¹³⁰ I						
States		Excitation Energy (MeV)					states		Excitation Energy (MeV)										
p	n	7.3	(7.6)	10.0	(10.1)	14.0	(14.1)	14.4	(14.5)	p	n	14.4	(14.5)	15.1	(15.2)	14.6	(14.6)	14.7	(14.8)
1g _{7/2}	1g _{7/2}	-	(-)	-	(-)	-	(-)	.46	(.42)	2h _{9/2}	2h _{7/2}	-29	(-31)	-40	(-39)	.29	(.28)	-	(-)
1g _{7/2}	1g _{5/2}	-16	(-11)	.39	(.39)	.81	(.81)	-74	(-77)	3p _{1/2}	3p _{3/2}	-14	(-15)	-13	(-12)	-	(-)	-	(-)
2d _{3/2}	2d _{5/2}	-	(-)	-	(-)	-	(-)	.15	(.13)	3p _{3/2}	3p _{1/2}	.16	(.16)	.14	(.13)	-	(-)	-	(-)
2d _{3/2}	3s _{1/2}	-	(-)	-	(-)	-	(-)	.15	(.11)	3p _{3/2}	3p _{3/2}	.20	(.21)	.19	(.17)	-	(-)	-15	(-13)
3s _{1/2}	2d _{3/2}	-	(-)	-	(-)	-	(-)	-12	(-10)	1h _{9/2}	1h _{7/2}	-13	(-13)	-	(-)	-51	(-61)	.71	(.63)
2d _{5/2}	2d _{5/2}	-	(-)	-	(-)	.27	(.27)	-	(-)	1h _{9/2}	1h _{11/2}	-52	(-49)	.54	(.56)	-54	(-47)	-47	(-54)
1g _{5/2}	1g _{7/2}	.33	(.20)	.31	(.33)	.14	(.14)	-	(-)	2f _{7/2}	2h _{9/2}	.41	(.43)	.50	(.48)	-27	(-28)	-	(-)
1g _{5/2}	1g _{5/2}	-21	(-15)	.10	(.10)	-	(-)	.15	(.15)	2f _{7/2}	1h _{9/2}	-	(-)	-	(-)	.21	(.23)	-20	(-17)
2p _{1/2}	2p _{1/2}	-15	(-16)	-	(-)	-	(-)	-	(-)	2f _{7/2}	2f _{7/2}	-36	(-37)	-20	(-18)	-	(-)	-	(-)
2p _{1/2}	2p _{3/2}	-73	(-78)	.12	(.10)	-13	(-12)	.13	(.13)	2d _{3/2}	2d _{5/2}	.18	(.17)	-17	(-17)	.19	(.16)	.16	(.19)
1h _{9/2}	1h _{9/2}	-15	(-13)	-	(-)	-	(-)	-	(-)	1h _{11/2}	1h _{9/2}	-16	(-16)	-	(-)	-	(-)	-	(-)
1h _{9/2}	1h _{7/2}	.23	(.23)	.74	(.70)	-42	(-43)	.33	(.36)	1h _{11/2}	1h _{11/2}	-	(-)	-11	(-11)	.12	(.10)	.14	(.15)
2p _{3/2}	2p _{1/2}	.19	(.22)	-	(-)	-	(-)	-	(-)	2d _{5/2}	2d _{3/2}	-	(-)	.10	(.10)	-11	(-10)	-10	(-11)
2p _{3/2}	2p _{3/2}	.33	(.38)	-	(-)	-	(-)	-	(-)	2d _{5/2}	2d _{5/2}	-10	(-10)	.10	(.10)	-12	(-10)	-10	(-11)
1f _{7/2}	1h _{9/2}	-11	(-13)	.16	(.15)	-	(-)	-	(-)	1g _{7/2}	1g _{5/2}	.38	(.37)	-33	(-35)	.36	(.32)	.30	(.35)
1f _{7/2}	1f _{7/2}	-	(-)	-28	(-28)	-	(-)	-	(-)	X _Δ (μ _r =1)		-	(-03)	-	(.03)	-	(-02)	-	(-03)
X _Δ (μ _r =1)		-	(-01)	-	(.01)	-	(-03)	-	(.03)	Y _Δ (μ _r =-1)		-	(-03)	-	(.03)	-	(-02)	-	(-03)
Y _Δ (μ _r =-1)		-	(-01)	-	(.01)	-	(-03)	-	(.03)										

Tabla 2.1: Funciones de onda calculadas con la QRPA (RQRPA) de los estados discutidos en el texto. Excepto para las componentes Δh , sólo se listan las amplitudes adelantadas que contribuyen en más del 1 %.

Las funciones de onda de algunos estados, calculados dentro de la QRPA y la RQRPA se listan en la tabla (2.1), los últimos se dan entre paréntesis. Tal como se vio en trabajos anteriores [Sag82, Gro83, Cas87], y como puede verse de las amplitudes X_{Δ} e Y_{Δ} , el apantallamiento Δh depende de la estructura subyacente de los estados nucleares individuales, y los estados colectivos son mucho más afectados por la polarización Δh que los no colectivos. Sin embargo, estos efectos se diluyen en cierta medida por el procedimiento de suavizado de las distribuciones de intensidad, obteniéndose finalmente una reducción bastante uniforme de la

similar a lo hecho en núcleos de capa cerrada [Hir88, Mar90], pero esta extensión está más allá de los objetivos perseguidos en este estudio. Debe tenerse en mente que las excitaciones del tipo $2p-2h$, $2p-2h$, etc., están siempre incluidas en la QRPA, pero sólo aquellas con senioridad dos.

Las vidas medias del decaimiento beta doble en el modo 2ν

Dentro de la QRPA hay ambigüedad en el tratamiento de los estados intermedios que aparecen en la ec.(2.1) y deben hacerse aproximaciones adicionales para evaluar $\mathcal{M}_{2\nu}$. Estas usualmente consisten en realizar dos cálculos separados en la QRPA (uno para el núcleo inicial y otro para el final) y luego efectuar cierto tipo de promedio para los elementos de matriz resultantes. Claramente los estados intermedios $|\alpha 1^+\rangle$ obtenidos en estos dos cálculos son diferentes y obedecen reglas de suma (C.24) distintas, pero este es el precio que se debe pagar si se pretende usar la QRPA. Actualmente hay tres métodos diferentes en la literatura para evaluar $\mathcal{M}_{2\nu}$: uno fue propuesto por Vogel y Zirnbauer [Vog86, Eng88b] (Método I), el segundo por los grupos de Faessler [Civ87] y Klapdor [Mut88a,b, Mut89a,b] (Método II) y el tercero por Hirsch y Krmpotić [Hir90c] (Método III). Estos son:

Método I:

$$\mathcal{M}_{2\nu}^I = -\frac{3}{4} \sum_{\alpha} [\Lambda_+(\alpha)\Lambda_-(\alpha)/D(\alpha) + \bar{\Lambda}_+(\alpha)\bar{\Lambda}_-(\alpha)/\bar{D}(\alpha)], \quad (2.10)$$

Método II:

$$\mathcal{M}_{2\nu}^{II} = -\frac{3}{4} \sum_{\alpha\alpha'} \Lambda_+(\alpha)\bar{\Lambda}_-(\alpha') \langle \alpha 1^+ | \alpha' 1^+ \rangle / [D(\alpha) + \bar{D}(\alpha')], \quad (2.11)$$

Metodo III:

$$M_{2\nu}^{III} = \frac{3}{2} \sum_{\alpha} \tilde{\Lambda}_{+}(\alpha) \tilde{\Lambda}_{-}(\alpha) / \tilde{\omega}_{\alpha I} \quad (2.12)$$

donde $\Lambda_{\pm}(\alpha) \equiv \Lambda_{\pm}(I=1)$ [ver ec. (C.21)], $D(\alpha) \equiv D(\alpha, I=1)$, las cantidades barradas indican que las cuasipartículas y excitaciones son definidas respecto de $|0_{I}^{+}\rangle$, como se explica en el apéndice E, donde se describe en detalle el formalismo usado en el método III y se definen las amplitudes de transición $\tilde{\Lambda}_{\mp}$ (ec. (E.10)) y las energías $\tilde{\omega}_{\alpha I}$, autovalores de la ecuación de movimiento (C.11) en este formalismo.

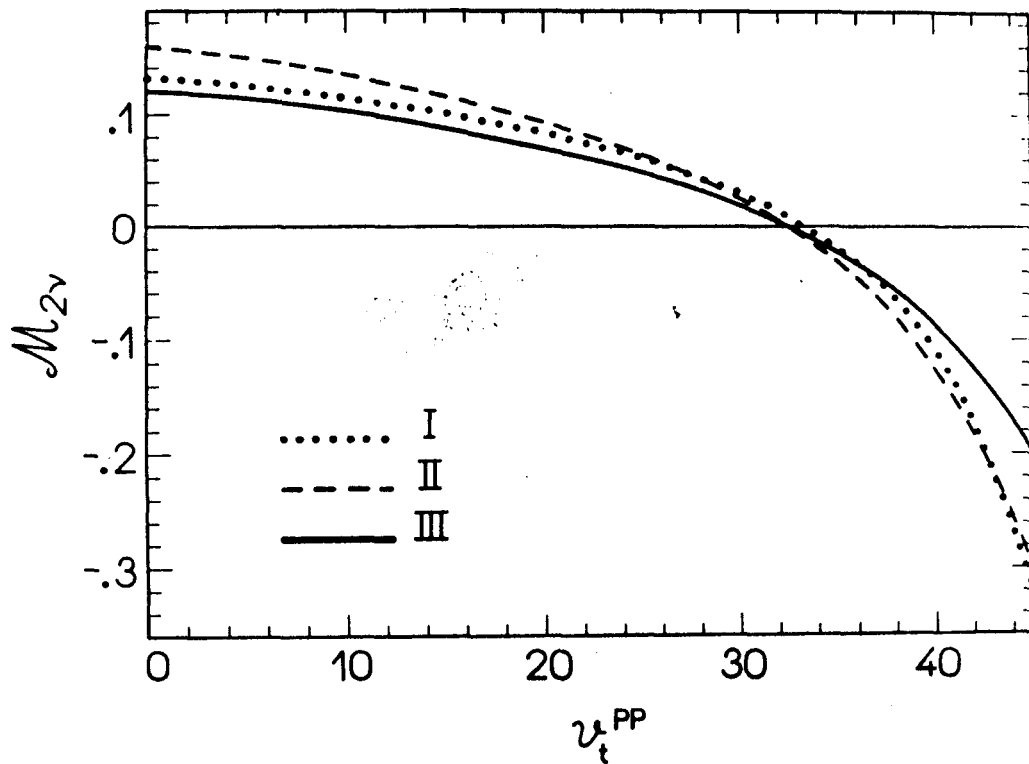


Fig.2.9: Dependencia de los elementos de matriz $M_{2\nu}$ con el parámetro ν_t^{PP} en el canal PP. Los resultados obtenidos con los métodos I, II y III se indican con línea de puntos, cortada y entera, respectivamente.

Con la interacción residual y los parámetros descritos en el

ap. B, realizamos la comparación numérica entre los tres métodos. Encontramos que todos ellos dan resultados bastante similares. En la fig. (2.9) se ilustran las amplitudes $M_{2\nu}$ para el decaimiento $^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$, como función de la constante de acoplamiento en el canal PP ν_t^{PP} .

Núcleo	Unidades	I	II	III	Experimento
^{76}Ge	10^{21}y	12.3	9.6	8.1	$>0.3^a$
^{82}Se	10^{20}y	3.58	1.85	2.35	1.3 ± 0.05^b 1.0 ± 0.4^c $1.1^{+0.8}_-0.3^i$
^{128}Te	10^{24}y	1.46	0.84	0.86	$>5^b$ 1.4 ± 0.4^c
^{130}Te	10^{21}y	0.47	0.27	0.22	$1.5-2.75^b$ 0.7 ± 0.2^c

a: [Avi86], b: [Kir86], c: [Man86], d: [El187].

Tabla 2.III. Vidas medias $T_{2\nu}^{\beta\beta}$ calculadas y experimentales para los decaimientos $\beta\beta_{2\nu}$ en los núcleos ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{128}Te y ^{130}Te . Los valores teóricos fueron obtenidos mediante los tres procedimientos de promediar, métodos I, II y III.

En la tabla (2.III) se exhiben los resultados teóricos para las vidas medias $T_{2\nu}^{\beta\beta}$, donde los valores de los coeficientes cinemáticos

se tomaron de [Doi85], y se usó una constante de acoplamiento axial efectiva $g_A^{\text{eff}} = -g_V$. En la misma tabla se muestran los datos experimentales [Avi86, Kir86, Man86, Ell87] para permitir la comparación.

El Método III permite analizar algunos aspectos teóricos del $\beta\beta_{2\nu}$, haciendo uso de las ecuaciones (E.13):

$$M_{2\nu} = \frac{3}{2} \left(\tilde{\Lambda}_+^0, \tilde{\Lambda}_-^0 \right) \begin{pmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ -\tilde{B} & -\tilde{A} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\Lambda}_+^0 \\ -\tilde{\Lambda}_-^0 \end{pmatrix}, \quad (\text{E.13a})$$

o

$$M_{2\nu} = \frac{3}{2} \left[\tilde{Q}_+ (\tilde{A} + \tilde{B})^{-1} \tilde{Q}_+ - \tilde{Q}_- (\tilde{A} - \tilde{B})^{-1} \tilde{Q}_- \right], \quad (\text{E.13b})$$

con $\tilde{Q}_\pm = \tilde{\Lambda}_+^0 \pm \tilde{\Lambda}_-^0$.

Analizaremos un núcleo "de juguete" con un solo modo pn con intercambio de carga, que ya fuera discutido previamente por Engel et al. [Eng88]. En esta situación las matrices \tilde{A} y \tilde{B} definidas en (E.7) se transforman en simples números y la amplitud de transición $M_{2\nu}$ puede ser expresada en la forma

$$M_{2\nu} = u_p v_n \bar{u}_n \bar{v}_p \rho_p \rho_n |\langle p || \sigma || n \rangle|^2 |\tilde{A}^2 - \tilde{B}^2|^{-1} \times [G(\text{pn}, \text{pn}; 1) - G^{\text{pair}}(\text{pp}, \text{pp}; 0)/4 - G^{\text{pair}}(\text{nn}, \text{nn}; 0)/4]. \quad (2.13)$$

Esta fórmula es muy instructiva. Muestra que el elemento de matriz $M_{2\nu}$ es proporcional a las amplitudes no perturbadas $\tilde{\Lambda}_+^0(\text{pn})$ y $\tilde{\Lambda}_-^0(\text{pn})$ (ver (E.9)), y que depende esencialmente de la interacción residual en los canales PP y de apareamiento; la dependencia de los elementos de matriz PHF sólo aparece en el denominador $|\tilde{A}^2 - \tilde{B}^2|$. Este resultado es de naturaleza cualitativa, pero ilustra los aspectos esenciales de la situación más realista: en particular, muestra claramente la extrema sensibilidad de la probabilidad de

decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$ de la constante de acoplamiento pn en el canal PP, que se ha venido señalando a lo largo de este capítulo. También es directo observar que en el caso de las transiciones tipo Fermi, y cuando se usa la misma interacción en los canales PP y de apareamiento, se obtiene que el factor entre corchetes en la ec. (2.13) es idénticamente nulo, lo que está de acuerdo con lo discutido al inicio de este capítulo. En un cálculo autoconsistente en la QRPA de las amplitudes Fermi los dos términos en la ec. (E.13b) se cancelan mutuamente. Esta cancelación también ocurre en

Núcleo	Unidades	QRPA	RQRPA	QRPA	RQRPA	Experimento
^{70}Ge	10^{21}y	5.0	12.2	3.9	7.9	$>0.3^a$
^{82}Se	10^{20}y	1.45	3.40	0.75	1.77	1.3 ± 0.05^b 1.0 ± 0.4^c $1.1^{+0.8}_-0.3^d$
^{128}Te	10^{24}y	0.59	1.24	0.34	0.61	$>5^b$ 1.4 ± 0.4^c
^{130}Te	10^{21}y	0.19	0.39	0.11	0.27	$1.5-2.75^b$ 0.7 ± 0.2^c

a: [Avi86], b: [Kir86], c: [Man86], d: [El187].

Tabla 2.IV: Vidas medias $T_{2\nu}$, calculadas y experimentales, para ^{70}Ge , ^{82}Se , ^{128}Te y ^{130}Te . Los valores teóricos se obtuvieron usando la QRPA y la RQRPA, y los métodos de promediar I y II.

el caso GT, pero ya no es más completa.

La tabla (2.IV) muestra las vidas medias $T_{2\nu}$ teóricas calculadas según los métodos I y II, en los formalismos QRPA y RQRPA. Las vidas medias calculadas dentro de la RQRPA son aproximadamente las mismas a las que se obtienen de la QRPA, si en esta se usa la constante de acoplamiento axial efectiva tal como se hizo en los resultados mostrados en la tabla (2.III). Dentro de las incertidumbres asociadas a los modelos, puede decirse que el acuerdo general con los datos experimentales es bueno.

Núcleo	$M_{2\nu}^{GT}$		
	QRPA	RQRPA	
^{76}Ge	LL (<9.2MeV)	.013	.005
	GTR	-.059	-.034
	Total	-.046	-.029
^{82}Se	LL (<8.4MeV)	.003	.001
	GTR	-.056	-.036
	Total	-.053	-.035
^{128}Te	LL (<12.5MeV)	.003	-.001
	GTR	-.062	-.043
	Total	-.059	-.044
^{130}Te	LL (<11.7MeV)	.005	.006
	GTR	-.048	-.034
	Total	-.043	-.028

Tabla 2.V: Amplitudes $M_{2\nu}$ calculadas con el método II, tanto para la QRPA como para la RQRPA, para ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{128}Te y ^{130}Te . Para cada núcleo se presentan los resultados parciales en las regiones LL y GTR y los valores totales.

Ya se señaló más arriba que tanto la QRPA como la RQRPA sobreestiman la intensidad GT en la región LL (de bajas energías). Surge entonces la pregunta: ¿Cuán afectadas se ven las vidas medias $\beta\beta_{2\nu}$, por esta deficiencia del modelo? Para responder a esta cuestión listamos en la tabla (2.V) los resultados para las amplitudes $M_{2\nu}$ dentro del Método II y los modelos QRPA y RQRPA para ^{76}As , ^{82}Br , ^{128}I y ^{130}I . Para cada núcleo se presentan los valores parciales de esta amplitud en las regiones LL y GTR, así como los totales. Se ve que en todos los casos el decaimiento $\beta\beta$ dominante ocurre a través de la resonancia GTR, de modo que la limitación del modelo para describir las intensidades β^- en la región de baja energía son de poca importancia en la estimación teórica de las transiciones $\beta\beta_{2\nu}$.

¿Que aprendimos del estudio del modo 2ν ?

Del análisis de los procesos tipo F y su comparación con los GT, concluimos lo siguiente:

- (1) La extrema sensibilidad de la amplitudes $M_{2\nu}$ a las GSC dentro del canal PP es artificialmente generada por la violación explícita de las simetrías de isospin y SU(4).
- (2) La interferencia destructiva entre los términos "adelantados" y "atrasados" en las amplitudes β^+ -GT, señalada por VZ, es una consecuencia de la restauración aproximada de la simetría SU(4).
- (3) Para poder obtener resultados teóricos confiables para las vidas medias del decaimiento $\beta\beta$ dentro de la QRPA, debe superarse la rotura de simetría inducida por la aproximación HF-BCS.
- (4) Fijando el valor de la interacción PN en el canal PP de modo que

se minimice S_{-}^{GT} , ya no es necesario recurrir a los datos experimentales de la intensidad β^{+} para estimar los parámetros del modelo. Así el modelo VZ es suplementado ahora con el poder predictivo de las vidas medias para los decaimientos β tanto simples como dobles.

Siguiendo estas prescripciones hemos calculado las distribuciones de intensidad β^{-} Gamow-Teller y las vidas medias $\beta\beta_{2\nu}$ para los núcleos ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{128}Te y ^{130}Te . Sin haber usado ningún parámetro libre, el acuerdo general con los datos experimentales es realmente buena. Sólo las intensidades β^{+} a bajas energías son sobrestimadas en el cálculo, pero este defecto de la teoría no tiene consecuencias serias sobre las intensidades del decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$.

En resumen, hemos demostrado que restaurando al máximo la simetría SU(4), la QRPA es una herramienta poderosa en el cálculo de los procesos de decaimiento deca doble. En el próximo capítulo usaremos estos resultados para el estudio del modo sin neutrinos.

CAPITULO III

LAS REGLAS DE SUMA CON INTERCAMBIO DE CARGA Y EL DECAIMIENTO BETA DOBLE SIN NEUTRINOS.

En el Cap. II se analizó en detalle la dependencia del modo $\beta\beta_{2\nu}$ de las correlaciones pn en el canal PP, mostrándose la forma de evitarla restaurando las simetrías de isospín y SU(4).

En este capítulo mostraremos que se pueden obtener resultados confiables para los decaimientos $\beta\beta_{0\nu}$ dentro de la QRPA sólo si, además de restaurar las simetrías de isospín y SU(4), se satisfacen las reglas de suma con intercambio de carga para todas las excitaciones virtuales. En este contexto las amplitudes de decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$ y $\beta\beta_{0\nu}$ se comportan en forma muy similar. Esto es: en ambos casos los elementos de matriz Gamow-Teller son los más importantes, y la dependencia de los parámetros del modelo es relativamente débil. Se discutirá en detalle el decaimiento $\beta\beta_{0\nu}$ para el ^{76}Ge , calculándose límites para la masa del neutrino y la constante de acoplamiento del majorón.

En relación con la sensibilidad de las vidas medias $\beta\beta_{0\nu}$, $T_{0\nu}$, a la interacción PP, las opiniones están divididas. Engel, Vogel y Zirnbauer (EVZ) [Eng88b] afirman que $T_{0\nu}$ es muy sensitiva y que la masa del neutrino varía de 3 eV hasta 17 eV, usando los datos del ^{76}Ge [Cal87]: $T_{0\nu} > 5 \times 10^{23}$ yr. Tomoda y Faessler (TF) [Tom87] y Muto, Bender y Klapdor (MBK) [Mut89b], por el otro lado, opinan que $T_{0\nu}$ es insensible a este canal y obtienen menores masas con límites más fuertes ($2.2\text{eV} \leq m_\nu \leq 2.6\text{eV}$), usando los mismos datos [Cal87]. Las

diferencias entre estos autores están en la importancia que le asignan a las transiciones prohibidas. Todos ellos coinciden en que las contribuciones de los procesos virtuales permitidos son muy pequeñas, pero mientras EVZ propone que las transiciones prohibidas no son importantes, TF y MBK afirman que son éstas las más importantes y que no son sensibles al canal PP. Este aumento de la relevancia de los procesos prohibidos no se apoya en ninguna regla de selección (como por ejemplo la prohibición 1), y la única posible explicación de este comportamiento anómalo podría ser el bloqueo debido al principio de exclusión de Pauli.

La misma discusión es válida para la constante de acoplamiento del majorón g_B . De los resultados experimentales ya mencionados ($T_{\nu, B} > 1.4 \times 10^{21} \text{ yr}$) Doi et al. [Doi88] obtienen los límites inferiores $|g_B| \times 10^4 < 5.6$ o < 39 , dependiendo de cuál elemento de matriz usan ellos: si el calculado por TF o por EVZ.

Las reglas de suma

Cuando en el cap. II analizamos los procesos de decaimiento $\beta\beta_{2\nu}$, e introducimos en la discusión las simetrías de isospín y SU(4), mostramos que: i) para obtener resultados teóricos confiables para las vidas medias del decaimiento $\beta\beta$, la ruptura de simetría inducida por la aproximación HF-BCS debe ser superada; y ii) la extrema sensibilidad de las amplitudes de decaimiento $\beta\beta$ al canal PP es artificialmente generada por el modelo.

En este capítulo queremos llamar la atención sobre la completitud de los estados nucleares virtuales en la evaluación de

la amplitud de transición $\beta\beta_{0\nu}$ (ec.(1.15))

$$M_{0\nu} = \sum_{\alpha I \pi, \nu} \left[\frac{\langle f; e_1^-, e_2^- | H_W | \alpha I^\pi; e_1^-, \nu \rangle \langle \alpha I^\pi; e_1^-, \nu | H_W | i \rangle}{E_{\alpha I} - E_i + E_1 + E_\nu} - (1 \leftrightarrow 2) \right], \quad (3.1)$$

donde toda la notación tiene el sentido usual [Doi85, Doi88] y la suma corre sobre un conjunto de estados intermedios $|\alpha I^\pi\rangle$ (con spin I y paridad π). En los cálculos de estructura nuclear uno se ve forzado siempre a trabajar con un conjunto finito de vectores $|\alpha I^\pi\rangle$ y surge entonces la pregunta siguiente: ¿ existe un criterio físico para fijar la dimensión de la base de estados $|\alpha I^\pi\rangle$, que deben ser usados en la evaluación de $M_{0\nu}$? La respuesta es afirmativa y se basa en la completitud física contenida en la regla de suma para los operadores con intercambio de carga:

$$\mathcal{O}_\pm(1sI) = \sqrt{4\pi} \sum_{m=1}^A i^l r_m^l [Y_l(m) \otimes \mathcal{O}^s(m)]_I t_\pm(m),$$

donde $s=0$ y $s=1$ se refiere a las excitaciones vectoriales, V , tipo Fermi, y axiales-vectoriales, A , tipo Gamow-Teller, respectivamente, y $\pi=(-1)^l$. Estos operadores generalizan a $\mathcal{O}_\pm(I) = \mathcal{O}_\pm(1=0, s=1)$ (definidos en (1.13) y (C.18)) y pueden catalogarse como permitidos ($l=0$), primeros prohibidos ($l=1$), segundos prohibidos ($l=2$), etc.. Para un núcleo blanco (N, Z) satisfacen la siguiente regla de suma:

$$S_+(1sI) - S_-(1sI) = N \langle r^{2l} \rangle_n - Z \langle r^{2l} \rangle_p, \quad (3.2)$$

con

$$S_\pm(1sI) = \sum_{\alpha} s_\pm(\alpha; 1sI) \equiv \sum_{\alpha} |\langle \alpha I^\pi | \mathcal{O}_\pm(1sI) | 0 \rangle|^2 / \hat{I},$$

y $\hat{I}=(2I+1)$. Siempre se ha prestado una cuidadosa atención a estas

reglas de suma en el estudio de las reacciones con intercambio de carga [Boh75, Ebe80, Krm81a, Krm81b, Krm84, Aue81, Gaa81, Krm83, Ste83, Dro87, Lip87], correspondientes al caso $l=0$. Por el contrario, han sido ignoradas en la evaluación de los decaimientos $\beta\beta_{0\nu}$ [Eng88b, Tom87, Mut89b], aunque la física subyacente en ambos tipos de procesos es esencialmente la misma. Para ser más precisos, debe mencionarse que en los cálculos de EVZ el espacio de configuración fue elegido de modo que satisface una regla de suma análoga a (3.2), pero en la cual toda dependencia radial ha sido omitida, es decir con $r^l \rightarrow 1$ y $\langle r^{2l} \rangle_{p,n} \rightarrow 1$. Pero dado que los vectores $|\alpha I^\pi\rangle$ usados en la evaluación de (3.1) dependen efectivamente de las coordenadas radiales, la regla de suma apropiada es la (3.2).

Las amplitudes de transición $M_{0\nu}$

Por simplicidad sólo consideraremos la parte que depende de m_ν del Hamiltoniano débil, tal como se explicó en el Cap. I. En este caso la inversa de $T_{0\nu}$, para el proceso de decaimiento $0^+ \rightarrow 0^+$, puede ser reescrita en la forma (ecs. (1.8) y (1.9))

$$[T_{2\nu}(0^+ \rightarrow 0^+)]^{-1} = [m_\nu/m_e]^2 \mathcal{F}_{0\nu}^K \mathcal{F}_{0\nu}^N, \quad (3.3)$$

donde $\mathcal{F}_{0\nu}^K$ es el factor cinemático [Doi85, Doi88], y $\mathcal{F}_{0\nu}^N$ es el elemento de matriz nuclear dado por (ver (1.11) y (1.17))

$$\mathcal{F}_{0\nu}^N = |\mathcal{M}_{0\nu}^A - (g_A/g_V)^2 \mathcal{M}_{0\nu}^V|^2, \quad (3.4)$$

con $\mathcal{M}_{0\nu}^V \equiv \mathcal{M}(s=0)$ y $\mathcal{M}_{0\nu}^A \equiv \mathcal{M}(s=1)$, $\mathcal{M}(s) = \langle 0^+ | \mathcal{V}(s) | 0^+ \rangle$ y

$$\Psi(s) = \sum_{l \neq k}^A H(|\vec{r}_k - \vec{r}_l|) \vec{\sigma}^s(k) \cdot \vec{\sigma}^s(l) t_+(k) t_+(l),$$

donde la función $H(r)$ es el "potencial de neutrino" [Eng88, Mut88a,b, Mut89a,b, Tom87, Doi85, Doi88a,b].

Dentro de la QRPA los momentos $M(s)$ quedan expresados como

$$M(s) \equiv \sum_{I\pi} m(s, I^\pi) = \sum_{\substack{\alpha\alpha' I\pi \\ pnp'n'}} \Lambda_+(pnp'n', \alpha I^\pi) \Lambda_-(pnp'n', \alpha' I^\pi) Z(pn, p'n'; I^\pi) \quad (3.5)$$

con

$$Z(pn, p'n'; J, I^\pi) = \sum_J (-1)^{p'+n+J+I} \hat{J} \hat{I} W(p'n'n; JI) \langle pp'; J | \Psi(s) | nn'; J \rangle$$

(3.6)

$$\Lambda_+(pnp'n', \alpha I^\pi) = u_p v_n X(pn I^\pi; \alpha) + v_p u_n Y(pn I^\pi; \alpha),$$

$$\Lambda_-(pnp'n', \alpha I^\pi) = v_p u_n X(pn I^\pi; \alpha) + u_p v_n Y(pn I^\pi; \alpha).$$

Aquí u y v son los parámetros usuales BCS y X e Y son las amplitudes adelantadas y atrasadas de la QRPA para el núcleo inicial, tal como están definidas en el apéndice C.

Un ejemplo: ^{70}Ge

Para ilustrar la importancia de la condición de clausura (3.2) usaremos la interacción δ , introducida en el Cap. II (ver. Ap. B), con diferentes constantes de intensidad ν_s y ν_t para los canales Ph, PP y apareamiento, y calcularemos el núcleo ^{70}Ge . Las intensidades usadas en el canal PH son (ver Ap. B y [Cas87]) $\nu_s^{\text{PH}} = 55$ y $\nu_t^{\text{PH}} = 92$. El espectro de energías de partícula independiente y las intensidades de la interacción ν_s^{pair} , ν_s^{PP} y ν_t^{PP} se determinaron con el método indicado en el Cap.2 y Ap. B [Hir90a],

fijándose sus valores en $\nu_e^{\text{pair}} = 22$ y 23 para neutrones y protones, respectivamente, y $\nu_e^{\text{PP}} = 26$ y $\nu_l^{\text{PP}} = 31$.

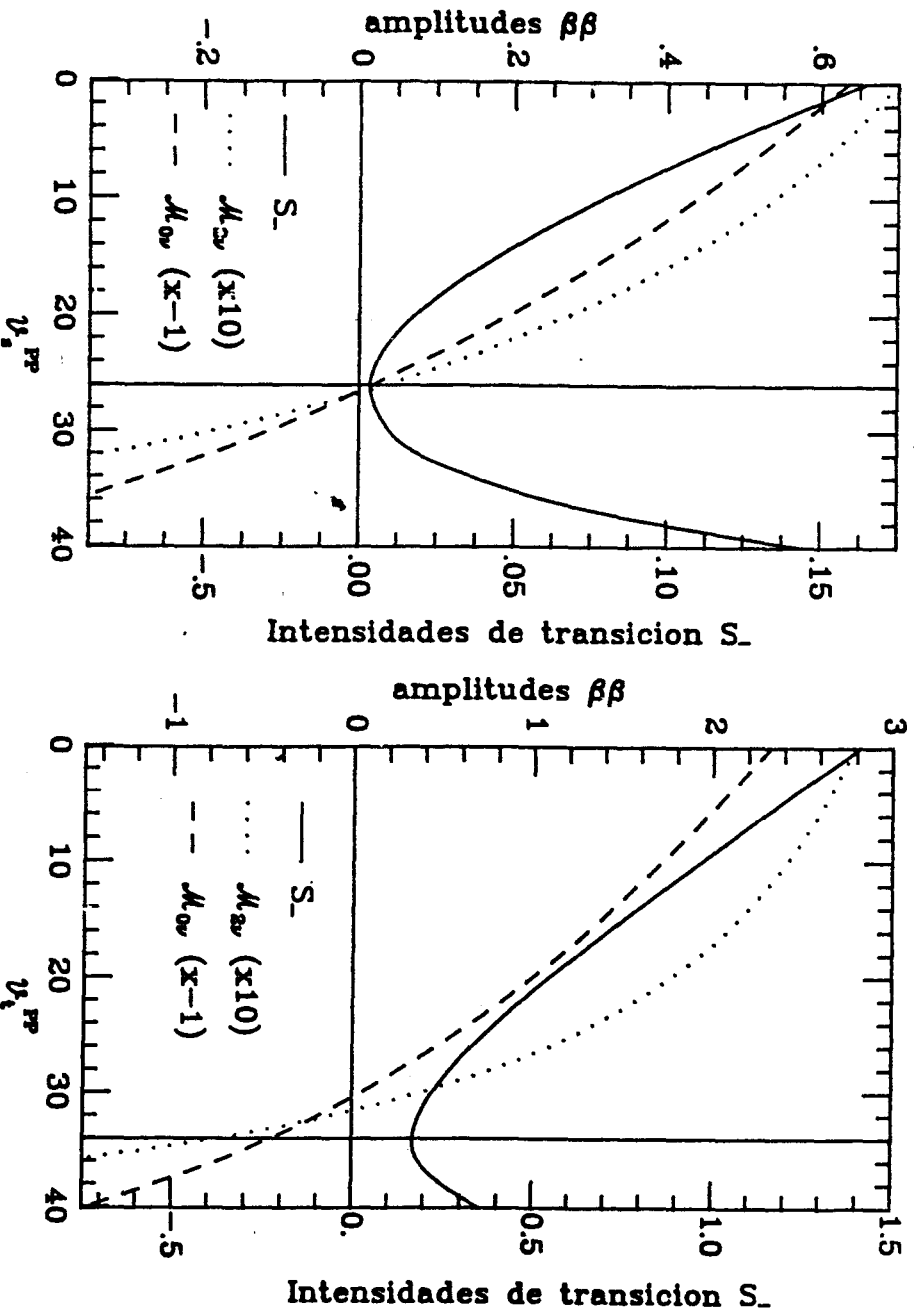


Fig. 3.1: Intensidades de transición permitidas S_- y las correspondientes amplitudes $\beta\beta$ permitidas M_{2p} y M_{0p} para ^{76}Ge . Los mínimos de S_- se indican con líneas verticales delgadas. Por conveniencia se graficó $-M_{0p}^{\text{OT}}$.

En la figura (3.1) se muestra que estos dos últimos parámetros en el canal PP (indicados por líneas verticales delgadas) generan los valores mínimos de las intensidades F y GT, o equivalentemente, la máxima restauración de las simetrías de isospin y SU(4) [Krm90,

Hir90a]. También en la Fig. (3.1) se muestran los resultados correspondientes a las amplitudes permitidas 2ν y 0ν ; estas son $M_{2\nu}^F$ y $M_{2\nu}^{GT}$ para el modo 2ν (ver Cap. II y [Mut88a,b Mut89b, Hir90a,b]) y $M_{0\nu}^F \equiv m(s=0, I^\pi=0^+)$ y $M_{0\nu}^{GT} \equiv m(s=1, I^\pi=1^+)$ para el modo 0ν . Tal como se encontró previamente [Vog86, Tom87, Civ87, Eng88b, Mut88a,b, Mut89a,b, Hir90a,b, Krm90] todas las amplitudes de transición permitidas son muy sensitivas a las correlaciones de estado fundamental dentro del canal PP y pasan por cero en la vecindad de los mínimos correspondientes de las amplitudes permitidas S_- .

Para poder analizar la influencia del tamaño del espacio de configuración sobre las amplitudes 0ν primeras prohibidas (FF), vamos a comparar cálculos en los siguientes espacios de partícula independiente:

Espacio I: Se toman como orbitales activos las capas completas de oscilador $3\hbar\omega$ y $4\hbar\omega$, como en los trabajos de TF [Tom87] y MBK [Mut88a,b, Mut89a,b].

Espacio II: Se le agregan al Espacio I los orbitales $1h_{11/2}$ y $1h_{9/2}$; dentro de este subespacio, cuando se omite toda dependencia radial, la regla de suma usada por EVZ es satisfecha para $l=0$ y $l=1$.

Espacio III: Se consideran las capas de oscilador completas $2\hbar\omega$, $3\hbar\omega$, $4\hbar\omega$ y $5\hbar\omega$, y la regla de suma (3.2) es satisfecha para todas las transiciones permitidas y primeras prohibidas.

I^{π}	$s=0$		$s=1$					
	1^{-}		0^{-}		1^{-}		2^{-}	
	S_{+}	S_{-}	S_{+}	S_{-}	S_{+}	S_{-}	S_{+}	S_{-}
I	57.1	25.4	58.3	43.1	57.7	34.2	63.1	23.1
II	71.0	27.0	82.6	45.5	76.8	36.2	71.6	24.2
III	86.8	28.5	106.2	47.9	96.5	38.2	83.7	25.4

Tabla 3.I: Intensidades de transición totales primeras prohibidas $S_{\pm}(l=1; s=0,1; I^{\pi}=0^{-}, 1^{-}, 2^{-})$ para los núcleos ^{76}Se y ^{76}Kr , respectivamente, evaluadas en la QRPA dentro de los espacios I, II y III.

En la tabla (3.I) se listan las intensidades calculadas S_{\pm} , en unidades de $\hbar/M\omega_0$, para los tres espacios de configuración diferentes; el lado derecho de la ec. (3.2) es siempre igual a 58.3 $\hbar/M\omega_0$. En la figura (3.2) se muestran las funciones de intensidad suavizadas [Hir90a] (ver ec. (2.9)) para los espacios I y III, con $\Delta=0.5\text{MeV}$.

Puede verse que tanto la intensidad total como su distribución en función de la energía varían drásticamente al ser evaluadas en los distintos espacios, llevando a resultados incompatibles entre sí. De todos estos resultados es sencillo concluir que los Espacios I y II son absolutamente inaceptables para la evaluación de los procesos de reacción con intercambio de carga para $l=1$.

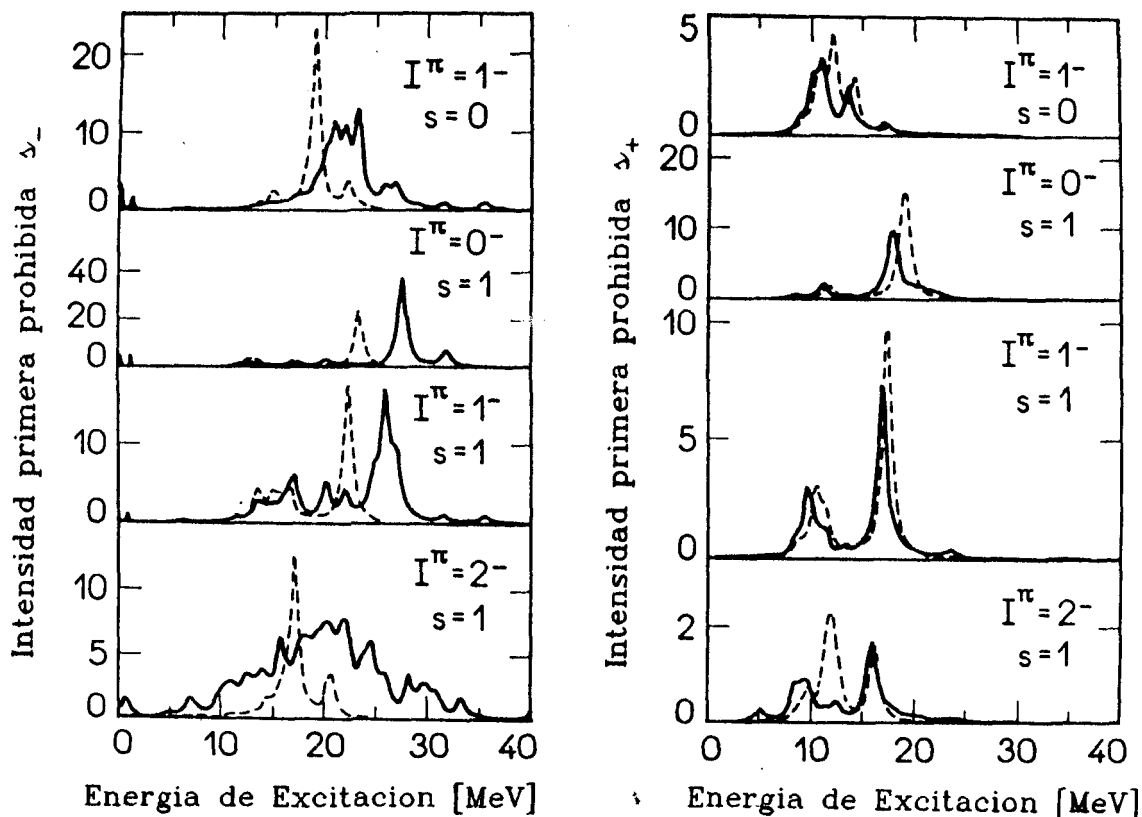


Fig.3.2: Distribuciones de intensidad primeras prohibidas $\phi_{\pm}(l=1; s=0,1; I^{\pi}=0^{-}, 1^{-}, 2^{-}; E)$ para los núcleos ^{76}Se y ^{76}Kr , respectivamente, evaluadas en la GRPA dentro de los espacios I (línea cortada) y III (línea llena).

Para el análisis de las amplitudes $l=1$ 0ν asumiremos que los modos V y A son esencialmente desacoplados [Civ74], y que dependen de ν_s^{PP} y ν_t^{PP} , respectivamente. De este modo, en la Fig. (3.3) se muestran las amplitudes $V, m(s=0, I^{\pi}=1^{-})$, como función de ν_s^{PP} , y en la Fig. (3.4) se muestran las amplitudes A, $m(s=1, I^{\pi}=0^{-}, 1^{-}, 2^{-})$, como función de ν_t^{PP} . Las líneas verticales delgadas en estas figuras tienen el mismo significado que en la figura (3.1). Para

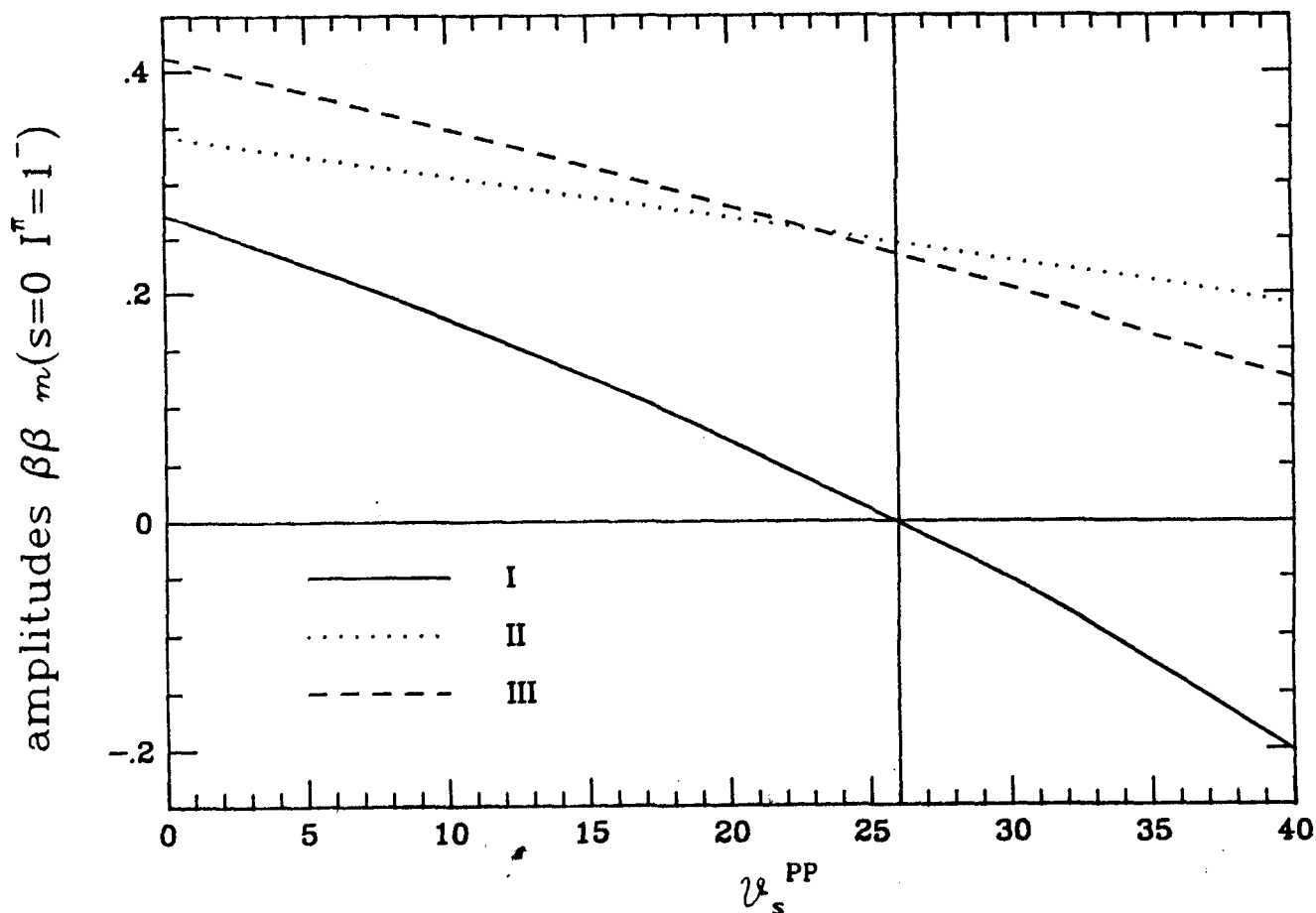


Fig.3.3: Amplitudes vectoriales $m(s=0, I^\pi=1^-)$, evaluadas dentro de los espacios I (línea punteada), II (línea cortada) y III (línea llena), como función de ν_s^{PP} .

las transiciones con $l=0$ la regla de suma (3.2) es satisfecha en los tres casos: así, los valores de estas amplitudes no dependen del espacio usado en el cálculo. Por el contrario, las amplitudes 0ν primeras prohibidas dependen críticamente del tamaño del espacio de configuración. Y debe resultar evidente que los resultados correctos son aquellos que satisfacen la regla de suma (3.2) y cuyas distribuciones de intensidad para las transiciones primeras

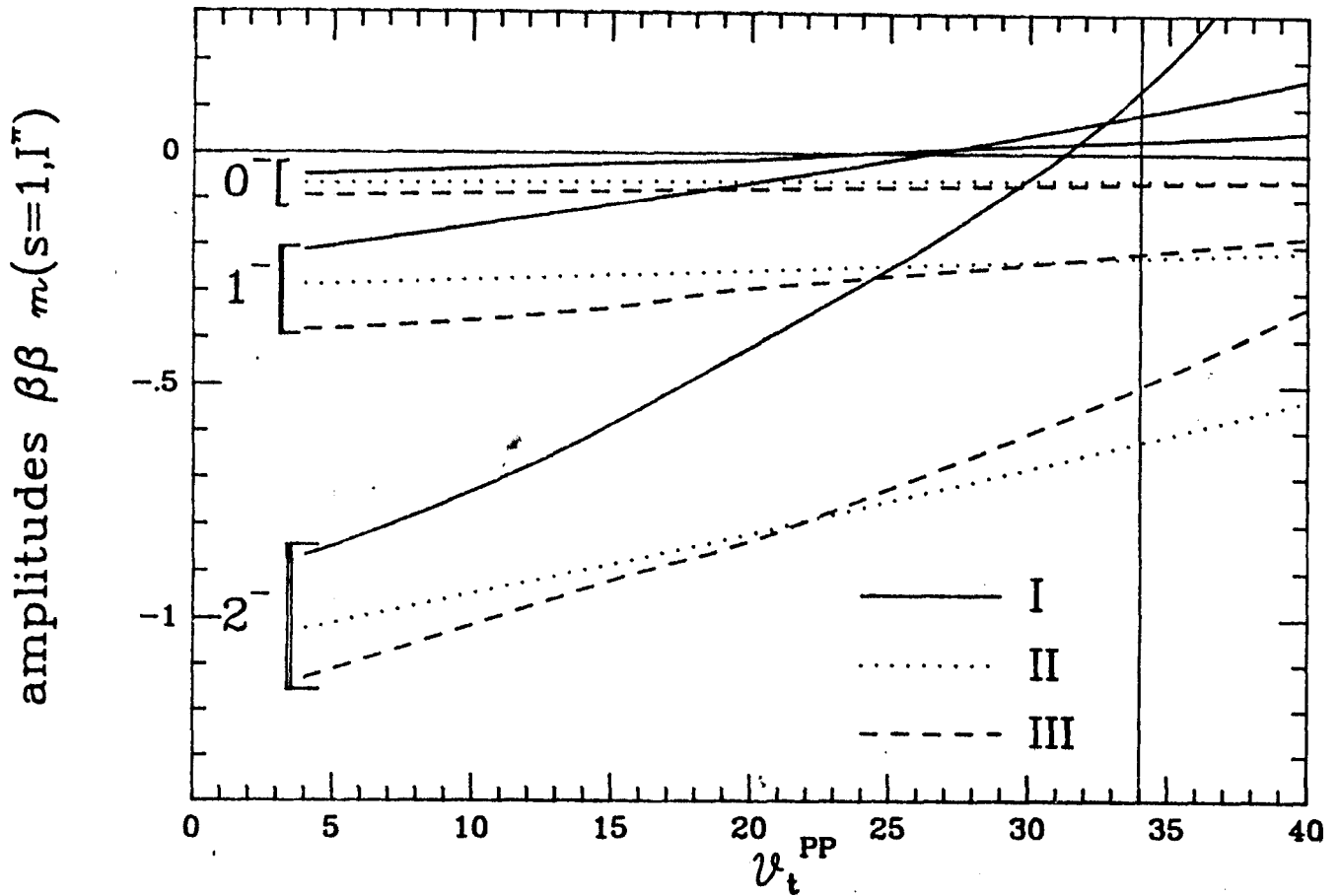


Fig.3.4: Amplitudes axiales-vectoriales $m(s=1, I^\pi=0^-, 1^-, 2^-)$, evaluadas dentro de los espacios I (línea punteada), II (línea cortada) y III (línea llena), como función de ν_t^{PP} .

prohibidas se corresponden con las descripciones aceptadas [Boh75, Ebe80, Krm81a,b, Kro84, Aue81, Gaa81, Krm83, Ste83, Dro87, Lip87]: sólo los resultados en el Espacio III son aceptables. En estudios previos [Eng88, Tom87, Mut89] se han incluido estados hasta con $I^\pi=9^+$. Para obtener resultados válidos en esos casos se deberían haber incluido en el cálculo todas las capas de oscilador desde $\hbar\omega=0$ hasta $\hbar\omega=13$, lo que obviamente es impracticable.

Los resultados finales que presentamos son: $M_V=0.016$, $M_A=0.712$, con $M_{0\nu}^F=0.018$, $M_{0\nu}^{GT}=0.454$, $m(s=0, I^\pi=1^-)=-0.002$, y $m(s=1, I^\pi)=0.030$, 0.087 y 0.141 para $I^\pi=0^-, 1^-$ y 2^- , respectivamente. En consecuencia, de los datos experimentales para $T_{0\nu}$ y $T_{0\nu,B}$ [Cal87] y del valor de \mathcal{F}_K estimado en [Doi85, Doi88a], obtenemos $m_\nu < 13\text{eV}$ y $|g_B| 10^4 < 36$; para una constante de acoplamiento efectiva $g_A^{ef} = -g_V$ ambos límites aumentan en un factor $(1.25)^2$. Al usar la aproximación $M_{0\nu}^A \simeq M_{0\nu}^{GT}$ los resultados son: $m_\nu < 20\text{eV}$ y $|g_B| 10^4 < 58$.

Debido a las limitaciones de cómputo no podemos ir más allá de las transiciones con $l=1$ en este análisis. Sin embargo, de los trabajos de EVZ y MBK, así como de nuestros propios resultados, parece razonable asumir que todas ellas contribuirán sólo en una muy pequeña medida. De este modo, las conclusiones que obtenemos son de un carácter bastante general. Ellas son:

- 1) Cuando se satisface la regla de suma (3.2), las amplitudes de transición 0ν (tanto las permitidas como las prohibidas) exhiben la misma sensibilidad a los parámetros PP que las 2ν . Este comportamiento es, sin embargo, un resultado artificial del modelo, y puede ser evitado restaurando las simetrías de isospin y SU(4).
- 2) Las intensidades de transición $\beta\beta_{2\nu}$ y $\beta\beta_{0\nu}$ son suprimidas de igual modo por las correlaciones de estado fundamental.
- 3) Para ambos modos de decaimiento $\beta\beta$ los momentos vectoriales son muy pequeños en comparación con los axiales, y los procesos permitidos siempre dominan sobre los, prohibidos.
- 4) Las aproximaciones $M_{2\nu}^A \simeq M_{2\nu}^{GT}$ y $M_{0\nu}^A \simeq M_{0\nu}^{GT}$ son del orden de las incertezas del modelo.

En conclusión, La QRPA es una herramienta bastante simple y

poderosa para la evaluación de las intensidades de decaimiento $\beta\beta$ cuando es suplementada con i) la restauración de las simetrías de isospin y SU(4) y ii) las relaciones de completitud.

CONCLUSIONES

El decaimiento beta doble es un evento de muy rara ocurrencia en la naturaleza, pero ha dado lugar a una gran cantidad de trabajo experimental y teórico, con decenas de grupos de investigadores en el mundo siguiendo su pista. Los motivos de este interés se han explicitado a lo largo de esta tesis.

El decaimiento beta doble sin neutrinos puede ocurrir si, y sólo si, el neutrino es una partícula de Majorana masiva. La determinación de esta masa a partir de la vida media $T_{0\nu}^{1/2}$ del modo sin neutrinos requiere del cálculo preciso del elemento de matriz nuclear $M_{0\nu}$, y éste es muy cancelado por efectos de estructura nuclear.

Para entender cómo se realiza el cálculo de este elemento de matriz, y poder confiar en los resultados teóricos obtenidos, es crucial comprender el modo dos neutrinos y poder predecir su vida media. A ello dedicamos buena parte de este trabajo.

En primer término mostramos que la cancelación del elemento de matriz nuclear en el modo dos neutrinos $M_{2\nu}$, encontrada al incluir correlaciones protón-neutrón en el estado fundamental, no es un mero accidente numérico, la simple suma de dos magnitudes iguales y de signo opuesto (como comentó el Dr. D. Bes al finalizar una conferencia sobre decaimiento $\beta\beta$ en el TANDAR [Civ88]), sino que detrás hay una importante (y entendible) causa física: la restauración de las simetrías de isospín y SU(4) [Krm90, Hir90a,b].

Este es el primer aporte novedoso de este trabajo. Pudimos mostrar la relación entre la restauración de estas simetrías con el decaimiento beta doble, y demostrar formalmente como ocurre esta

restauración dentro de la QRPA, al reducir sustancialmente el canal de decaimiento β^+ . Es interesante señalar que este año Bernabeu et al. [Ber90] han utilizado estas mismas ideas de restauración de la simetría SU(4) para describir el decaimiento $\beta\beta$ en una base SU(4) simétrica, introduciendo la violación de simetría a primer orden perturbativo, en un esquema de pocas posibilidades numéricas que, sin embargo, refuerza los planteos fundamentales.

El punto central puede verse mejor en la parte del doble decaimiento beta que ocurre sólo con cambio de isospín (el doble Fermi), que mostramos en la Fig. Co.1.

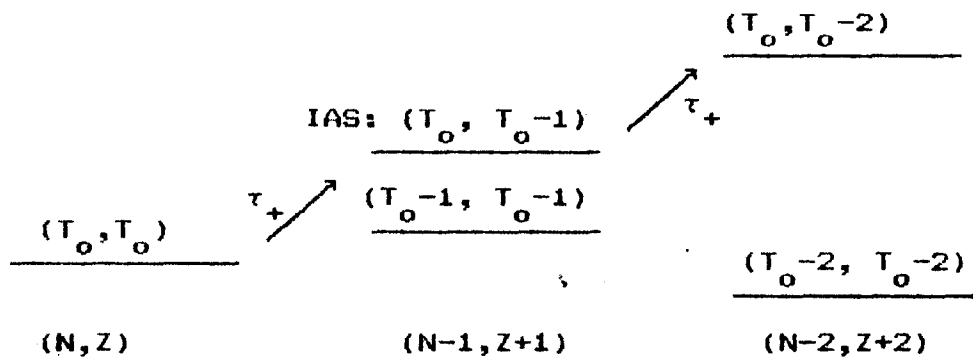


Fig Co.1. El decaimiento beta doble a través de operadores τ_+ , tipo Fermi, que bajan en uno la proyección del isospín. Las líneas horizontales representan los niveles de energía del núcleo padre par-par con Z protones y N neutrones (izquierda), del intermedio con Z+1 protones y N-1 neutrones (centro) y del final con Z+2 y N-2 (derecha). El isospín del núcleo padre es $T_0 = (N-Z)/2$, y los pares de números sobre cada línea indican el valor del isospín y de su proyección T_z . Para los estados fundamentales $T_z^i = T_0^i$.

El isospín es un buen número cuántico para los estados fundamentales, y éstos siempre tiene la máxima proyección de isospín T_z , que es igual a la magnitud $T = (N-Z)/2$ para cada núcleo

con Z protones y N neutrones. El operador τ_+ cambia un neutrón en un protón, disminuyendo en uno la proyección del isospín sin modificar su magnitud, y al actuar sobre el núcleo padre (N, Z) mostrado a la izquierda en la figura, da lugar a un estado excitado sobre el núcleo vecino (en el centro), el isobárico análogo (IAS), que tiene mayor energía que el núcleo original, siendo la diferencia entre ambas la energía coulombiana, del orden de 10 MeV, mucho mayor que la del estado fundamental de ese núcleo impar-impar $(N-1, Z+1)$, cuya energía es superior a la del par-par con (N, Z) sólo por el protón y neutrón no ligados de a pares con sus semejantes, una diferencia del orden de uno o dos MeV. Al actuar por segunda vez el operador τ_+ , se llega a un estado final con el mismo isospín $T_0 = (N-Z)/2$ que el núcleo inicial, y con proyección $T_z = T_0 - 2$, que está a dos energías coulombianas de diferencia con el núcleo padre (N, Z) , unos 20 MeV, mientras el estado fundamental del núcleo final del decaimiento beta doble, con $T_z = T_0^f = T_0 - 2$, tiene una energía de algunos MeV por debajo del inicial, que justamente hace posible el decaimiento beta doble.

De esta descripción se concluye que el modo dos neutrinos del decaimiento beta doble entre los estados fundamentales de los núcleos (N, Z) y $(N-2, Z+2)$, mediado por el operador $\tau_+ \tau_+$, tiene probabilidad cero de ocurrir; y que cualquier estimación teórica que genere resultados distintos sólo estará reflejando una mezcla de isospín en los estados iniciales o finales, un rompimiento de la simetría de isospín, y no será válido porque contradice la evidencia experimental, que indica al isospín como un buen número cuántico.

En el capítulo II hemos mostrado que la QRPA recupera

naturalmente la situación de buen isospín, si existe autoconsistencia entre los canales de apareamiento de protón y de neutrón con el canal partícula-partícula de la interacción residual protón-neutrón. También explicitamos que las condiciones de autoconsistencia permiten restaurar la simetría sólo dentro de la QRPA, mientras que el formalismo sin correlaciones en el estado fundamental (TDA) nunca puede lograrlo.

Esta idea fue generalizada a las transiciones con intercambio de espín (mediadas por el operador σ_+) usando argumentos teóricos similares y cálculos numéricos, y se mostró que si los canales de apareamiento y protón-neutrón quedan "enganchados" de modo de dar la mínima probabilidad de transición β^+ , se elimina casi por completo la enorme sensibilidad del formalismo a la intensidad de la interacción protón-neutrón en el canal partícula-partícula. Se produce entonces una restauración de la simetría de espín-isospín (SU(4)), que no es completa porque el acoplamiento espín-órbita la rompe fuertemente en los núcleos medianos y pesados, pero tal como se explicó en el cap. II, las correlaciones protón-neutrón llevan a la máxima restauración posible, originando una significativa reducción de la probabilidad de decaimiento $\beta\beta$, en acuerdo con los datos experimentales.

Habiendo entendido este punto presentamos el primer cálculo teórico detallado de los espectros Gamow-Teller en los núcleos ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{128}Te y ^{130}Te [Hir90b], medidos por primera vez el año pasado [Mad89]. Encontramos un excelente acuerdo con los datos experimentales sin realizar ningún tipo de ajuste "ad-hoc"; este acuerdo es particularmente bueno al incluir en nuestro formalismo

el acoplamiento con el canal isóbaro delta-agujero, que se lleva cerca del 30 % de la intensidad de la región de la resonancia Gamow-Teller ($\sim 10-15$ MeV) a la región delta-agujero (~ 300 MeV), es decir, fuera del espectro medido en estos casos.

Para el cálculo de las vidas medias en el modo 2ν introdujimos un nuevo método de promediar sobre los estados intermedios, cuyas funciones de onda al ser calculadas sobre los núcleos iniciales y finales no coinciden aunque físicamente corresponden al mismo estado. Este método [Hir90c] requiere una única diagonalización (que puede incluso reemplazarse por una inversión de matriz) en lugar de las dos usuales, y asegura que esos estados intermedios provienen de excitaciones β^- sobre el núcleo inicial (N, Z) y de excitaciones β^+ sobre el final $(N-2, Z+2)$. Este nuevo formalismo confirma los resultados obtenidos con los otros, y hemos mostrado que las vidas medias evaluadas de las tres formas posibles dan resultados similares entre sí, y con buen acuerdo general con el experimento. En particular, se comprobó que se puede reemplazar la inclusión del canal delta-agujero por la aproximación $g_A/g_V = -1$, obteniéndose vidas medias $T_{2\nu}^{1/2}$ muy similares en ambos casos.

Todo lo anterior permite afirmar que hay un conocimiento razonablemente bien establecido del elemento de matriz nuclear para el modo dos neutrinos, con buen acuerdo con la información experimental, y que estamos en condiciones de estudiar el modo sin neutrinos, lo que hicimos en el capítulo III.

En este modo del decaimiento beta doble aparece un nuevo ingrediente: el potencial de neutrino, originado en el intercambio de un neutrino virtual entre los dos neutrones iniciales, que

decaen al estado final con dos protones y dos electrones. Este potencial de neutrino tiene una dependencia de las coordenadas relativas de tipo coulombiano, lo que introduce la posibilidad de que los estados intermedios virtuales no sólo cambien su carga (es decir su proyección de isospín) y su espín respecto del estado inicial, tal como ocurría en el modo dos neutrinos, sino que pueden cambiar también el momento angular orbital l ; de modo que estos estados virtuales pueden tener ahora cualquier momento angular total I y paridad π .

Los cálculos muestran que los decaimientos mediados por transiciones permitidas ($l=0$) para el modo cero neutrinos presentan la misma cancelación, en presencia de las correlaciones protón-neutrón del estado fundamental, que la hallada para el modo con dos neutrinos. En el estudio de los restantes multipolos algunos autores [Eng88b] encontraron una cancelación similar, mientras que otros [Tom87, Mut89a,b] aseguran que para las transiciones prohibidas ($l \geq 1$) dicha cancelación no existe, de manera que estos multipolos dominan el modo cero neutrinos del doble decaimiento beta.

Hay aquí dos cuestiones diferentes en juego. Una de ellas es de tipo conceptual: ¿es plausible que sin mediar ninguna regla de selección las excitaciones prohibidas dominen sobre las permitidas? La otra se refiere a una limitación común a todo cálculo de estructura nuclear: la necesidad de truncar el espacio de configuración para tener un número finito de estados. Los resultados tan diferentes comentados antes están asociados a distintos criterios en la elección de la base usada, lo que evidentemente tiene efectos nada despreciables sobre los

resultados.

Nosotros encontramos que las dos preguntas están relacionadas entre sí. Propusimos un criterio físico para determinar el número de estados presentes en la base, que consiste en exigir que el espectro de los estados intermedios con momento angular I y paridad π esté bien descrito, lo que se garantiza si se satisface la regla de suma (3.2), que permite conocer la intensidad total de la excitación puesta en juego por cada operador multipolar. De este modo se puede asegurar que las configuraciones protón-neutrón relevantes para cada excitación a un momento angular y paridad dados, con o sin intercambio de espín, estarán presentes. Eventualmente podría mejorarse la descripción de la distribución de intensidad a lo largo del espectro, pero éste es un problema de segundo orden para el cálculo de las amplitudes de transición del decaimiento $\beta\beta$.

Al imponer la condición de que toda la intensidad esté presente para cada excitación hallamos que las transiciones permitidas ($l=0$) dominan sobre las primeras prohibidas ($l=1$). Si bien el espacio crece en forma inmanejable numéricamente para excitaciones de orden superior, tanto nuestras estimaciones como los resultados publicados hasta ahora confirman que los demás multipolos respetarán esta tendencia declinante. Con esta prescripción, y fijando las constantes como se discute en el capítulo II, fue posible entonces estimar el elemento de matriz para el modo cero neutrinos, que en el caso del ^{70}Ge , usando las cotas experimentales para la vida media, nos permite establecer para la masa del neutrino $m_\nu < 13$ eV, un resultado que no es de los más fuertes que se han publicado, justamente porque la parte

nuclear de la amplitud de transición es cancelada por efectos de estructura nuclear.

Tal como lo puntualizamos en el capítulo III, al restaurar la simetría SU(4) y exigir que los estados intermedios satisfagan la regla de suma (3.2), la QRPA se convierte en un formalismo sencillo y confiable para evaluar los elementos de matriz nucleares del decaimiento beta doble, permitiendo en el caso del modo cero neutrinos dar cotas a la masa del neutrino del electrón.

Hay varios puntos que se abren para el trabajo futuro, algunos de los cuales están siendo analizados actualmente. El potencial de neutrinos $H(|r_1 - r_2|)$, que es un operador de dos cuerpos, puede desarrollarse en una serie de Bessel-Fourier, y permite reescribir las amplitudes de transición $M_{0\nu}(s)$ en la forma (ver ecs. (3.5) a (3.7))

$$M(s) \equiv \sum_{I\pi} m(s, I^\pi) = \sum_{\substack{\alpha\alpha' I\pi \\ pnp'n'}} \Lambda_+(pnp'n', \alpha I^\pi) \Lambda_-(pnp'n', \alpha' I^\pi) Z(pn, p'n'; I^\pi) \quad (3.5)$$

con

$$\Lambda_+(pnp'n', \alpha I^\pi) = u_p v_n X(pn I^\pi; \alpha) + v_p u_n Y(pn I^\pi; \alpha),$$

$$\Lambda_-(pnp'n', \alpha I^\pi) = v_p u_n X(pn I^\pi; \alpha) + u_p v_n Y(pn I^\pi; \alpha).$$

y

$$Z(pn, p'n'; J, I^\pi) = \sum_J (-1)^{p'+n+J+I} \hat{J}^2 \hat{I}^2 W(p'pn'n'; JI) \langle pp'; J | \mathcal{V}(s) | nn'; J \rangle \quad (3.6)$$

$$= \frac{2R}{\pi} \sum_l \int \frac{q^2 dq}{q(q+D)} \langle 0_l^+ || j_l(qr) C_I(\hat{r}) || pn, I^\pi \rangle \langle pn, I^\pi || j_l(qr) C_I(\hat{r}) || 0_l^+ \rangle$$

donde

$$C_I(\hat{r}) = \sqrt{4\pi} [Y_l \otimes \sigma^s]_{I^+}.$$

En esta forma alternativa de escribir $Z(pn, p'n'; J, I^\pi)$ aparece

explícitamente el producto de dos operadores multipolares de un cuerpo $j_l \cdot C_l$, y la interacción entra en juego a través de la dependencia con el momento transferido q , siendo $[q(q+D)]^{-1}$ la transformada de Fourier de $H(|r_1 - r_2|)$. Lo interesante es que aparecen explícitamente los operadores multipolares, similares a los que introdujimos en el capítulo III, pero con las funciones de Bessel esféricas $j_l(qr)$ en lugar de r^l . Esto nos plantea la siguiente pregunta: si generalizamos la regla de suma (3.2) incluyendo las funciones de Bessel en lugar de los operadores multipolares, ¿se mantendrá la validez de nuestros resultados? Los cálculos referidos a este problema se encuentran muy avanzados, y los resultados preliminares permiten afirmar que la respuesta es positiva.

También seguiremos analizando los multipolos de orden superior, al menos hasta $l=2$, para corroborar la tendencia a la cancelación.

En todo este estudio hemos excluido a las corrientes dextrógiras, que dan lugar a un término en la amplitud del decaimiento beta doble sin neutrinos proporcional a η , tal como se discutió en el capítulo I, y a otros menores. Su inclusión, al igual que la parte de retroceso en las corrientes hadrónicas, se impone en los trabajos futuros.

La información experimental referida a cotas inferiores para la vida media del modo cero neutrinos no se limita al ^{70}Ge , y está en proceso el estudio teórico de otros núcleos, lo que nos permitirá fijar mejores cotas superiores a la masa del neutrino.

En este momento, un gigantesco esfuerzo se ha concentrado en

la búsqueda del decaimiento beta doble sin neutrinos. Si es detectado, sabremos que el neutrino tiene masa, y ésta será la primer información experimental que requiera para su descripción ir más allá del modelo estándar para las interacciones electrodébiles. El pico sin neutrinos que se encuentra al final del espectro curvo de dos neutrinos ha sido comparado con la vasija llena de oro que hay donde se acaba el arco iris. Con éste a la vista, la naturaleza nos llama irresistiblemente hacia el horizonte, donde se esconde quizás el modo de desintegración beta sin neutrinos

APENDICE A

LA FISICA DEL NEUTRINO: EL FORMALISMO

Adoptamos aquí las siguientes convenciones [Krm90] con respecto a la conjugación de carga (C)

$$\psi^c = C\gamma^0\psi^* = i\gamma^2\psi^{\dagger}, \quad \bar{\psi} = \psi^T C, \quad (\text{A.1})$$

donde ψ^T denota la traspuesta de ψ y $\bar{\psi} = \psi^{\dagger}\gamma^0$. En la representación de Weyl las matrices γ son

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^k = \begin{pmatrix} \sigma_k & -\sigma_k \\ \sigma_k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

También usamos la notación

$$\psi_L = L\psi, \quad \psi_R = R\psi; \quad \psi_L^c \equiv (\psi_L)^c = R\psi^c = (\psi^c)_R. \quad (\text{A.3})$$

Términos de masa del neutrino del tipo de Dirac y de Majorana.

La masa tipo Dirac conecta las componentes izquierda (L) y derecha (R) del campo de neutrino ν ,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_D &= -m_D \bar{\nu}\nu = -m_D (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_L), \\ &= -m_D (\bar{\nu}_L \nu_R + \bar{\nu}_R^c \nu_L^c), \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

y el autoestado de masa es

$$\nu = \nu_L + \nu_R . \quad (\text{A.5})$$

La masa tipo Majorana conecta las componentes L y R de los campos conjugados. En la notación de (A.3), tenemos que [Che88]

$$\mathcal{L}_M^L = -\frac{1}{2} m_M^L \bar{n} n = -\frac{1}{2} m_M^L (\bar{\nu}_L^c \nu_L + \bar{\nu}_L \nu_L^c) \quad (\text{A.6a})$$

$$\mathcal{L}_M^R = -\frac{1}{2} m_M^R \bar{\mathcal{N}} \mathcal{N} = -\frac{1}{2} m_M^R (\bar{\nu}_R^c \nu_R + \bar{\nu}_R \nu_R^c) . \quad (\text{A.6b})$$

Los autoestados de masa son entonces campos autoconjugados

$$\begin{aligned} n &= \nu_L + \nu_L^c ; & n^c &= n \\ \mathcal{N} &= \nu_R + \nu_R^c ; & \mathcal{N}^c &= \mathcal{N} . \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

La masa de Dirac m_D resulta del acoplamiento de campos levógiros (LH) y dextrógiros (RH) independientes, mientras que las masas de Majorana m_M^L y m_M^R provienen del acoplamiento de campos con sus campos conjugados de carga. Para los leptones cargados solo el primer tipo de término de masa es accesible, pues masas de Majorana violarían la conservación de la carga. El esquema de acoplamientos de masa para neutrinos y electrones se ilustra en la Fig. (A.1).

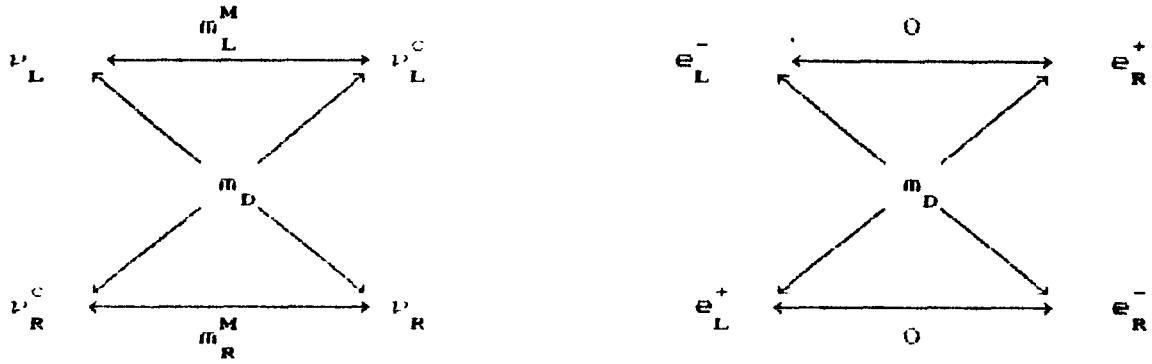


Fig.A.1 Esquemas de acoplamiento para neutrinos y electrones.

Las relaciones inversas de la (A.7) son

$$\nu_L = L n ; \nu_R = R \mathcal{N} ; \nu_L^c = R n ; \nu_R^c = L \mathcal{N} , \quad (\text{A.8})$$

y al aplicar la matriz γ_5^f a los campos ν , n y \mathcal{N} se obtiene

$$\gamma_5 \begin{bmatrix} \nu \\ n \\ \mathcal{N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nu' \\ n' \\ \mathcal{N}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nu_L + \nu_R^c \\ -\nu_L + \nu_L^c \\ \nu_R - \nu_R^c \end{bmatrix} . \quad (\text{A.9})$$

Es claro que esto cambia el signo de m_D , m_m^L y m_m^R en las ecuaciones (A.4) y (A.6).

Cuando tanto el término de masa de Dirac como el de Majorana están presentes simultáneamente tenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{DM} &= - m_D \bar{\nu}_L \nu_R - \frac{1}{2} (m_M^L \bar{\nu}_L^c \nu_L + m_M^R \bar{\nu}_R^c \nu_R) + h.c. \\ &= - \frac{1}{2} [m_D (\bar{n} \mathcal{N} + \bar{\mathcal{N}} n) + m_M^L \bar{n} n + m_M^R \bar{\mathcal{N}} \mathcal{N}] \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2} (\bar{N} \bar{N}) M \begin{pmatrix} n \\ \mathcal{N} \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} m_M^L & m_D \\ m_D & m_M^R \end{pmatrix}. \quad (\text{A.10})$$

Después de diagonalizar la matriz de masa M obtenemos

$$m_1, m_2 = - \left\{ (m_M^L + m_M^R) \pm \left[(m_M^L - m_M^R)^2 + 4m_D^2 \right]^{1/2} \right\}, \quad (\text{A.11})$$

que corresponden a los autoestados de masa de Majorana ($N_i = N_i^C$)

$$\begin{aligned} N_1 &= n \cos\theta - \mathcal{N} \sin\theta, \\ N_2 &= n \sin\theta + \mathcal{N} \cos\theta, \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

con

$$\tan 2\theta = \frac{2m_D}{m_M^L - m_M^R}. \quad (\text{A.13})$$

Si $m_D = 0$ ó $m_M^L = m_M^R$, N_1 y N_2 corresponden a n y \mathcal{N} , que permanecen desacoplados, y no hay mezcla de campos L y R de neutrinos.

La ec. (A.10) puede ser reescrita ahora como

$$\mathcal{L}_{DM} = -\frac{1}{2} m_1 (\bar{N}_1 N_1) - \frac{1}{2} m_2 (\bar{N}_2 N_2). \quad (\text{A.14})$$

Opciones de generación de masa para neutrinos en los modelos $SU(2) \times U(1)$.

Aunque los neutrinos juegan un papel esencial en el modelo $SU(2) \times U(1)$ de la interacción electrodébil -el modelo estándar-, no hay ninguna razón que obligue a introducir masas de neutrino [Gla61, Wei67, Sal68]. Como es bien sabido, en este modelo los campos leptónicos quirales ν_L y ν_R tienen diferentes propiedades $SU(2)$, pues ν_L es parte de un doblete de $SU(2)$ mientras que ν_R es un singulete:

$$\begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L \sim (2, -1), \quad e_R \sim (1, -2), \quad \nu_R \sim (1, 0). \quad (A.15)$$

La primer entrada en los paréntesis del lado derecho de la ec. (A.15) representa la dimensión de la representación $SU(2)$ y la segunda la hipercarga $U(1)$ $Y = 2(Q - T_3)$. Dentro del modelo standard también entra en juego el doblete de Higgs $\Phi = \begin{bmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{bmatrix} \sim (2, -1)$, cuyo valor esperado en el vacío es responsable de la ruptura de $SU(2) \times U(1) \rightarrow U(1)_{em}$.

La interacción electrodébil solo actúa sobre los neutrinos levógiros ν_L , mientras que los neutrinos dextrógiros ν_R no tienen interacción $U(1)$ y por ello son estériles bajo $SU(2) \times U(1)$. Hablando estrictamente en el modelo estándar no hay neutrinos dextrógiros y no podemos decir (al menos hasta ahora) si ν_R existe o no.

De esta manera, como $\bar{\nu}_L \sim (2, +1)$ y $\nu_R \sim (1, 0)$, el término de masa de tipo Dirac no está permitido por $SU(2) \times U(1)$. Sin embargo, éste puede ser generado por un acoplamiento renormalizable de tipo Yukawa con dos dobletes de Higgs ϕ , es decir

$$\mathcal{L}_d = -\frac{f^D}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}, \bar{e})_L \phi \nu_R + h. c. \quad (A.16)$$

Como ϕ adquiere un valor esperado de vacío no nulo $\langle\phi\rangle$, con $\langle\phi^0\rangle = v_d/\sqrt{2}$, la masa de Dirac para el neutrino [Pec89]

$$m_d = \Gamma^\nu v_d ; v_d \cong 250 \text{ GeV} , \quad (\text{A.17})$$

es generada como se muestra esquemáticamente en la Fig. (A.5). Este término de masa conserva el número leptónico dado que \mathcal{L}_d es invariante bajo

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L &\rightarrow \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}'_L = e^{i\alpha} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L , \\ \nu_R &\rightarrow \nu'_R = e^{i\alpha} \nu_R . \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Debe mencionarse que, dado que $v_d \cong 250 \text{ GeV}$, para tener masas en el rango de los eV se requiere que $\Gamma^\nu \sim 10^{-10} - 10^{-11}$, un valor notablemente pequeño para esta constante de acoplamiento.

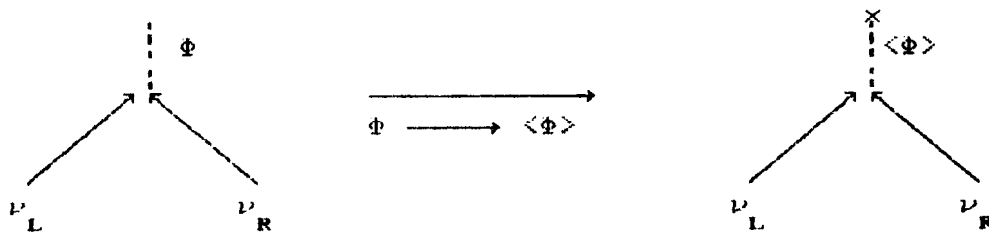


Fig. A.5 Generación de masa de Dirac para neutrinos

Al ser ν_R un singulete, la masa de Majorana m_M^R está permitida por $SU(2) \times U(1)$, y a diferencia de m_D , que está relacionada con la escala de ruptura de $SU(2) \times U(1)$, m_M^R es una cantidad independiente de la escala. Es claro que la presencia de m_M^R rompe la simetría del número leptónico total pues las combinaciones $\bar{\nu}_R^c \nu_R$ y $\bar{\nu}_R \nu_R^c$ tienen

$l=2$ y $l=-2$, respectivamente.

Si bien m_M^R puede ser simplemente el término de masa desnuda, también puede provenir del valor esperado de vacío de un campo de Higgs σ singulete de $SU(2) \times U(1)$. Aquí se introduce un acoplamiento que conserva el número leptónico

$$\mathcal{L}_S^\nu = -\frac{h}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_R^c \sigma \nu_R + \bar{\nu}_R \sigma^+ \nu_R^c), \quad (\text{A.19})$$

y es invariante ante la transformación del número leptónico

$$\begin{aligned} \nu_R &\rightarrow \nu_R' = e^{i\alpha} \nu_R, \\ \sigma &\rightarrow \sigma' = e^{-2i\alpha} \sigma. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

Cuando esta simetría es rota espontáneamente el campo de Higgs σ se escribe como

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} (v_S + \rho_S + i\chi_S^M), \quad (\text{A.21})$$

donde $v_S = \sqrt{2} \langle \sigma \rangle \neq 0$ es el valor esperado de vacío, mientras que los campos ρ_S y χ_S^M son campos masivo y sin masa (Goldstone), respectivamente.

Vemos entonces que hay dos masas posibles para ν_R :

$$m_M^R = \begin{cases} m_M^R & \text{masa explicita} \\ hv_S & \text{masa espontánea} \end{cases}. \quad (\text{A.22})$$

y \mathcal{L}_S^ν puede ser expresado en términos del campo \mathcal{N} como

$$\mathcal{L}_S^\nu = -\frac{h}{2} [\bar{\mathcal{N}} \mathcal{N} (v_S + \rho_S) + i\bar{\mathcal{N}} \gamma_5 \mathcal{N} \chi_S^M]. \quad (\text{A.23})$$

La masa de Majorana m_M^L viola $SU(2) \times U(1)$ y por ello no puede existir un término de masa explícita. Una posibilidad de generar m^L es a través de un acoplamiento tipo Yukawa de un campo de Higgs triplete

$$\vec{\tau} \cdot \vec{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta^0 & \Delta^-/\sqrt{2} \\ \Delta^-/\sqrt{2} & \Delta^{--} \end{bmatrix}, \quad (\text{A.24})$$

con un doblete leptónico $\begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L$:

$$\mathcal{L}_l = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[(\nu, e)_L^c \vec{\tau} \cdot \vec{\Delta} \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L \right] + \text{h. c.}, \quad (\text{A.25})$$

que es invariante ante la transformación de número leptónico

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L &\rightarrow \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L' = e^{i\alpha} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L \\ \vec{\Delta} &\rightarrow \vec{\Delta}' = e^{-2i\alpha} \vec{\Delta}. \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

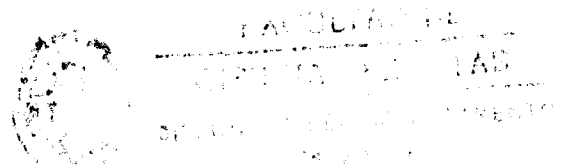
si $\vec{\Delta}$ porta $t=2$.

Conservando solo la parte puramente de neutrino de \mathcal{L}_l obtenemos la Lagrangiana

$$\mathcal{L}_l^\nu = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[\bar{\nu}_L^c \Delta^0 \nu_L + \bar{\nu}_L (\Delta^0)^\dagger \nu_L^c \right] + \text{h. c.}, \quad (\text{A.27})$$

que es totalmente similar a \mathcal{L}_B^ν , dada por la ec. (A.19), y después que la simetría (A.26) es rota espontáneamente, el Δ^0 toma la forma:

$$\Delta^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\nu_l + \rho_l + i\chi_l^M). \quad (\text{A.28})$$



La cantidad $v_t = \sqrt{2\langle\Delta^0\rangle}$ está bastante bien acotada experimentalmente [Pec89] y obtenemos

$$m_M^L = g v_t, \quad v_t \leq 17 \text{ GeV}, \quad (\text{A.29})$$

mientras que χ_t^n puede escribirse en la misma forma que χ_s^ν , es decir

$$\chi_t^\nu = -\frac{g}{2} [\bar{n}n (v_t + \rho_t) - i\bar{n}\gamma_5 n \chi_t^M]. \quad (\text{A.30})$$

¿Por qué es tan pequeña la masa del neutrino? El mecanismo "see-saw".

Como se explicó en las secciones anteriores, las masas de los neutrinos, ya sea que provengan de la masa desnuda o de un acoplamiento tipo Yukawa (a través del mecanismo de Higgs), son parámetros arbitrarios. Esto significa que no son calculables y deben ser obtenidos de los datos experimentales.

Por otro lado, las masa de los neutrinos, si no son nulas, deben ser muy chicas comparadas con otras escalas de masas, y es el mecanismo de "see-saw" [Yan79, Gel79, Moh80, Doi85], que pasaremos a discutir, el que provee una herramienta teórica para entender esa pequeñez.

De la misma manera que la masa de Dirac m_D es inducida cuando la simetría $SU(2)\times U(1)$ es rota, puede decirse que las masas de Majorana dextrógiras m_M^R , que violan explícitamente la conservación del número leptónico y son invariantes de escala, provienen de la ruptura de simetría de teorías de gran unificación (GUT) de las

interacciones fuertes y electrodébiles. Esto requiere dos escalas de masa-energía enormemente diferentes para m_M^R y m_D ($m_M^R \gg m_D$) que corresponden dos estadios distintos de ruptura de simetría:

$$\text{GUT} \xrightarrow[m_M^R]{} \text{S}(2) \times \text{U}(1) \xrightarrow[m_D]{} \text{U}(1)_{\text{em}} .$$

Por el otro lado de las ecs. (A.17) y (A.29) parece razonable asumir que $m_D \geq m_M^L$ y así surge una jerarquía natural a considerar en la construcción de la matriz de masa (A.10) que es

$$m_M^R \equiv M \gg m_D \gg m_M^L \cong 0. \quad (\text{A.31})$$

Por todo esto

$$M \cong \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M \end{pmatrix} . \quad (\text{A.32})$$

y sus autovalores son, aproximadamente, ($\vartheta \cong -m_D/M$), $m_1 \cong -m_D^2/M$ y $m_2 \cong M$. El signo de m_1 es irrelevante y puede cambiarse con una rotación quirral $\gamma_5 N_1 \rightarrow N_1$ ($\vartheta \rightarrow -\vartheta$) como en la ec. (A.9). Terminamos así con los autovalores y autovectores de M de la forma

$$\begin{aligned} m_1 &\cong -\frac{m_D^2}{M} ; & N_1 &\cong n - \frac{m_D}{M} \mathcal{N} , \\ m_2 &\cong M ; & N_2 &\cong \frac{m_D}{M} n + \mathcal{N} , \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

y de las relaciones inversas

$$\begin{aligned}
n &= \sum_{j=1}^2 U_j N_j \cong N_1 + \frac{m_D}{M} N_2, \\
\mathcal{N} &= \sum_{j=1}^2 V_j N_j \cong N_2 - \frac{m_D}{M} N_1,
\end{aligned}
\tag{A.34}$$

y la ec. (A.8) vemos ahora que

$$\begin{aligned}
\nu_L &\cong N_{1L} + \frac{m_D}{M} N_{2L}, \\
\nu_R &\cong N_{2R} - \frac{m_D}{M} N_{1R}.
\end{aligned}
\tag{A.35}$$

De este modo ν_L es fundamentalmente el neutrino liviano N_1 y ν_R es predominantemente el neutrino pesado N_2 , y el mecanismo see-saw permite que exista un neutrino levógiro liviano, que para todos los propósitos prácticos coincide con el neutrino sin masa del modelo estándar.

El proceso con emisión de un majorón: $\beta\beta_{\nu, M}$.

Tal como se mencionó en el cap. 1 es posible que el número leptónico sea una simetría global exacta, y que, sin embargo, sea rota espontáneamente, con la creación de un bosón de Goldstone de masa cero llamado majorón. Hay dos tipos posibles de bosones majorones χ_s^M y χ_t^M , dependiendo de si es ν_R o ν_L quien adquiere masa de Majorana, y están relacionados, respectivamente, con el campo σ singulete de SU(2) y con el campo $\vec{\Delta}$ triplete. El primero (majorón CMP) fue introducido por Chikashige, Mohapatra y Peccei [Chi80] y el segundo (majorón GR) por Gelmini y Roncadelli [Gel 81].

De la ec. (A.23) puede verse fácilmente que el acoplamiento

del majorón CMP con los neutrinos está dado por:

$$\mathcal{L}_{S,M}^{\nu} = -i \frac{\hbar}{2} \bar{N} \gamma_5 N \chi_S^M, \quad (\text{A.36})$$

y haciendo uso de las ecs. (A.34) estos términos de la interacción majorón-neutrino pueden ser expresados por medio de los campos físicos N_1 y N_2 .

En el caso del modelo GR, sin embargo, no existe neutrino RH y la única masa de neutrino que entra en juego es m_M^L . De esta manera, en la ec. (A.30) la substitución $n \rightarrow N_1$ debe ser realizada obteniéndose para el acoplamiento majorón-neutrino:

$$\mathcal{L}_{l,M}^{\nu} = i \frac{g}{2} \bar{N}_1 \gamma_5 N_1 \chi_l^M. \quad (\text{A.37})$$

Este lagrangiano es utilizado en el Cap. I, pues tiene algunas consecuencias experimentales [Pec89]. El decaimiento $\beta\beta$ acompañado por la emisión de un majorón ($\beta\beta_{0\nu,M}$) está representado esquemáticamente en la Fig. (A.6)

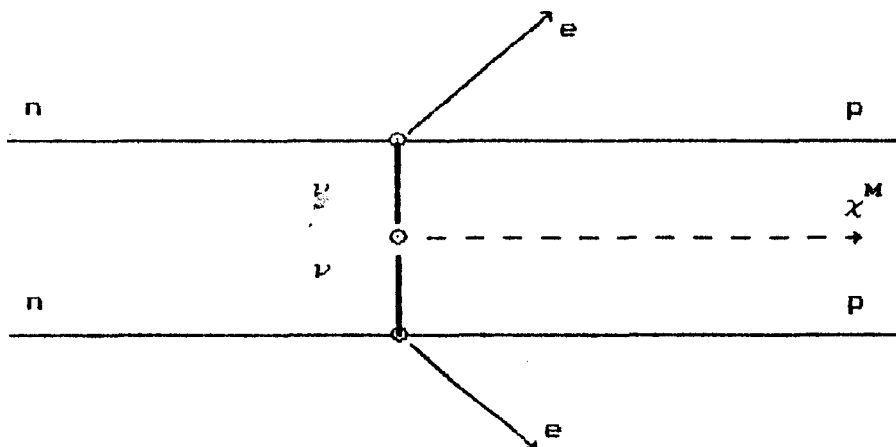


Fig.A.6. El modo de decaimiento $\beta\beta_{0\nu}$ con emisión de un majorón.

Varias familias de neutrinos

El tratamiento basado en una familia de neutrinos que se presentó en esta sección puede generalizarse sencillamente para un sistema de n neutrinos LH ν_{iL} y n neutrinos RH ν_{iR} ($i = e, \mu, \dots$), correspondiente a n familias. En consecuencia tendremos la misma cantidad de campos de neutrino n_i y \mathcal{N}_i , cada uno de ellos expresado como una superposición de $2n$ neutrinos de Majorana con masas m_j . En particular, los neutrinos del electrón toman la forma:

$$n_e = \sum_{j=1}^{2n} U_{ej} N_j \quad ; \quad \mathcal{N}_e = \sum_{j=1}^{2n} V_{ej} N_j \quad . \quad (\text{A.38})$$

La corriente débil (1.3) queda ahora

$$j^\mu = \bar{e} \gamma^\mu [(1-\gamma_5) n_e + \eta (1+\gamma_5) \mathcal{N}_e] . \quad (\text{A.39})$$

y el Lagrangiano (A.37) se generaliza como

$$\mathcal{L}_{l,M}^\nu = \frac{i}{2} \sum_{j,k=1}^n N_j \gamma_5 N_k \chi_l^M . \quad (\text{A.40})$$

APENDICE B

LA INTERACCION RESIDUAL Y LOS PARAMETROS DEL MODELO

Usaremos una interacción residual del tipo delta [Nak82, Ike64, Fuj65]

$$V = -C (\nu_s P_s + \nu_t P_t) \delta(r) ; C \equiv 4\pi \text{ MeV fm}^3, \quad (\text{B.1})$$

con diferentes valores de las constantes ν_s y ν_t para los canales de PH, PF y apareamiento,

Los elementos de matriz acoplados a momento angular total I, para los canales partícula-partícula, $G(pn, p'n'; I)$, y partícula-agujero, $F(pn, p'n'; I)$, están dados por [Ike64, Fuj65]:

$$\begin{aligned} G(pn, p'n'; I) &\equiv \langle pn, I | V | p'n', I \rangle = \\ &= -\frac{1}{2} f(pn, p'n') \sum_L [\nu_s g(pn, SLI) g(p'n', SLI) + \nu_t h(pn, SLI) h(p'n', SLI)] \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} F(pn, p'n', I) &\equiv \langle pn^{-1}, I | V | p'n'^{-1}, I \rangle = \\ &= \frac{1}{4} (3\nu_t - \nu_s) f(pn, p'n') \sum_{LS} g(pn, SLI) g(p'n', SLI) + \\ &+ \frac{1}{4} (\nu_t + \nu_s) f(pn, p'n') \sum_{LS} h(pn, SLI) h(p'n', SLI), \end{aligned}$$

siendo $f(pn, p'n')$ la integral radial

$$f(pn, p'n') = \frac{1}{2} \int R_{n_p, l_p}(r) R_{n_n, l_n}(r) R_{n_{p'}, l_{p'}}(r) R_{n_{n'}, l_{n'}}(r) r^2 dr, \quad (\text{B.3})$$

y

$$\begin{aligned} g(pn, SLI) &= g(pn, S=0, L=I) \equiv \sqrt{\frac{4\pi}{2I+1}} \langle (\frac{1}{2} 1_p) j_p \| Y_L \| (\frac{1}{2} 1_n) j_n \rangle = \\ &= (-1)^{j_p - 1/2} \sqrt{(2j_p + 1)(2j_n + 1)} \begin{pmatrix} j_p & j_n & I \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

$$h(pn, SLI) = h(pn, S=1, L=I) \equiv \sqrt{\frac{4\pi}{2I+1}} \langle (\frac{1}{2} 1_p) j_p \| (\sigma \otimes Y_L) \| (\frac{1}{2} 1_n) j_n \rangle =$$

$$= (-1)^{j_p - j_n + 1 + l} \sqrt{(2j_p + 1)(2j_n + 1)} \begin{pmatrix} j_p & j_n & l \\ 1/2 & 1/2 & -1 \end{pmatrix}$$

los elementos de matriz reducidos de los operadores con y sin intercambio de espín.

Las cantidades definidas en (2.5a) y (2.5b) quedan ahora

$$\Delta_t / v_e^{\text{pair}} = \frac{C}{2} \sum_{t'} j_{t'}^2 I(1_{t'}, 1_{t'}) u_{t'} v_{t'} = \Delta_t^{\text{F}} / v_e^{\text{PP}}, \quad (\text{B.5})$$

$$U_{j_p=j_n}^{\text{F}} = \frac{C}{4} (3v_t^{\text{PH}} - v_e^{\text{PH}}) \sum_{j_{p'}=j_{n'}} j_{p'}^2 I(1_{p'}, 1_{p'}) (v_{n'}^2 - v_{p'}^2), \quad (\text{B.6})$$

donde

$$I(1, 1') = \frac{2}{4\pi} f(11'11'), \quad (\text{B.7})$$

Haciendo una aproximación adicional al introducir el volumen nuclear

$$\Omega = \langle I(1, 1') \rangle_{\text{av}}^{-1} \cong 4\pi A \text{ fm}^3, \quad (\text{B.8})$$

encontramos que v_e^{pair} está relacionado con la constante de apareamiento usual G a través de la relación

$$v_e^{\text{pair}} = AG \text{ MeV}^{-1}, \quad (\text{B.9})$$

y el potencial de simetría resulta

$$U^{\text{F}} = CT_o (3v_t^{\text{PH}} - v_e^{\text{PH}}) / 2\Omega. \quad (\text{B.10})$$

De la relación entre los elementos de matriz GT

$$F(pn, pn; I=1) / (v_t^{\text{PH}} + v_e^{\text{PH}}) = -G(pn, pn; I=1) / 2v_t^{\text{PP}} \\ \cong CI(1_p, 1_p) \langle p || \sigma || n \rangle \langle p' || \sigma || n' \rangle / 12, \quad (\text{B.11})$$

y de las ecuaciones (2.6) puede mostrarse sencillamente que el límite SCL para la resonancia GT lleva a los resultados

$$v_t^{\text{PP}} \cong v_e^{\text{pair}}, \quad (\text{B.12})$$

$$E_{\text{res}}^{\text{GT}} - E_{\text{res}}^{\text{F}} \cong \Delta_{\text{ls}} + U^{\text{GT}} - U^{\text{F}}, \quad (\text{B.13})$$

donde $\Delta_{\text{ls}} \cong 26 A^{-1/3}$ es la separación promedio spin-órbita [Nak82] y

$$U^{\text{GT}} = C T_0 (\nu_s^{\text{PH}} + \nu_t^{\text{PH}}) / 2\Omega. \quad (\text{B.14})$$

El único significado de la ecuación (B.10) es indicar que, para un núcleo dado, los parámetros ν_t^{PH} y ν_s^{pair} no deben ser muy distintos. Por otro lado, la ecuación (B.11) es la misma que se obtuvo en un estudio previo [Nak82] de la energética de la resonancia GT dentro de la RPA, en el que se encontró que:

$$U^{\text{GT}} - U^{\text{F}} = -37 T_0 A^{-1} \text{ MeV}. \quad (\text{B.15})$$

Así, de las ecs. (B.8), (B.10) y (B.14) obtenemos que $\nu_t^{\text{PH}} - \nu_s^{\text{PH}} \cong 37$. Si además estimamos la diferencia $3\nu_t^{\text{PH}} - \nu_s^{\text{PH}}$ fijando la IAS en los núcleos ^{90}Zr y ^{208}Pb [Cas87] obtenemos que $\nu_s^{\text{PH}} = 55$ and $\nu_t^{\text{PH}} = 92$.

En el estudio de las constantes de acoplamiento $\kappa_{\text{N}\Delta}$ y $\kappa_{\Delta\Delta}$, que se usan en la RQRPA y aparecen en las ecs. (D.2) y (D.3), asumiremos la así llamada relación de universalidad

$$\kappa_{\text{N}\Delta} = \kappa_{\Delta\Delta} \equiv \kappa = (\nu_s^{\text{PH}} + \nu_t^{\text{PH}}) / 4A \text{ MeV}. \quad (\text{B.16})$$

Debe tenerse en cuenta que las relaciones antes mencionadas entre las constantes de acoplamiento ν_s^{PH} y ν_t^{PH} (que llevan a $\kappa A = 9.19 \text{ MeV}$) deben usarse en la evaluación de los procesos GT cuando solo se consideran grados de libertad nucleónicos, es decir dentro de la QRPA. Cuando se incluye el acoplamiento entre el nucleón y el isóbaro Δ

$$\kappa \rightarrow \kappa_{\Delta} = \kappa / (1 + \kappa \chi_{\Delta}^{(0)}) \quad (\text{B.17})$$

donde la función respuesta Δh no perturbada $\chi_{\Delta}^{(0)}$ toma el valor

[Nak82]

$$\chi_{\Delta}^{(0)} \cong - 32A/25 \varepsilon_{\Delta}^{(0)}, \quad (\text{B.18})$$

siendo $\varepsilon_{\Delta}^{(0)} \cong 300$ MeV la energía de excitación Δh no perturbada.

Por este motivo en la RQRPA todos los elementos de matriz F de PH en las ecs. (C.15) deben ser renormalizados por un factor $(1 + \kappa \chi_{\Delta}^{(0)})^{-1} = 1.157$.

Shell	⁷⁶ Ge		⁸² Se		Shell	¹²⁸ Te		¹³⁰ Te	
	p	n	p	n		p	n	p	n
1h _{9/2}	14.29	10.32	12.56	8.56	2f _{5/2}	4.97	-0.29	4.36	-0.42
1h _{11/2}	3.00	1.33	1.60	-0.10	3p _{1/2}	4.92	-0.96	4.49	-1.04
1g _{7/2}	2.83	-0.31	1.19	-1.71	3p _{3/2}	3.77	-1.88	3.40	-1.96
2d _{3/2}	2.73	-0.86	1.68	-1.87	1h _{9/2}	2.87	-1.11	2.01	-1.31
3s _{1/2}	1.13	-2.34	0.27	-3.19	2f _{7/2}	1.49	-3.35	1.13	-3.45
2d _{5/2}	-0.89	-3.57	-1.93	-4.62	1h _{11/2}	-4.15	-7.82	-4.41	-7.92
1g _{9/2}	-6.18	-7.51	-7.37	-8.75	2d _{3/2}	-4.04	-8.51	-4.63	-8.61
2p _{1/2}	-7.58	-10.11	-8.65	-11.23	3s _{1/2}	-4.11	-8.89	-4.57	-8.97
1f _{5/2}	-8.80	-10.97	-10.13	-12.32	2d _{5/2}	-6.47	-10.81	-6.86	-10.88
2p _{3/2}	-9.85	-11.98	-10.80	-13.00	1g _{7/2}	-6.86	-10.44	-7.58	-10.57
1f _{7/2}	-15.00	-16.15	-15.94	-17.17	1g _{9/2}	-11.86	-15.27	-12.16	-15.32

Tabla B.I: Energías de partícula independiente en unidades de MeV.

Analizaremos ahora las energías de partícula independiente (s.p.e.) y los parámetros $\nu_{\varepsilon}^{\text{pair}}$, $\nu_{\varepsilon}^{\text{pp}}$ y $\nu_{\varepsilon}^{\text{pp}}$. Para determinar el espectro de partícula independiente apropiado y las intensidades $\nu_{\varepsilon}^{\text{pair}}$ seguimos el método propuesto por Conci et al. [Con84], que consiste en usar los datos experimentales junto con un cálculo de Wood-Saxon y uno de BCS. Este procedimiento genera los valores de

las s.p.e. y las constantes de apareamiento ν_s^{pair} para neutrones y protones mostradas en las tablas B.I y B.II respectivamente.

Nucleus	ν_s^{pair}		ν_t^{PP}
	p	n	
^{76}Ge	25.	22.	31.
^{76}Se	25.	24.	30.
^{82}Se	23.	25.	31.
^{82}Kr	25.	24.	31.
^{128}Te	30.	24.	37.
^{128}Xe	30.	23.	36.
^{130}Te	30.	25.	36.
^{130}Xe	29.	24.	35.

Tabla B.II: Valores de las constantes de acoplamiento: ν_s^{pair} (en el canal de apareamiento) y ν_t^{PP} (en el canal protón-neutrón partícula-partícula).

Al usar la interacción (B.1) las constantes de acoplamiento ν_s^{PP} y ν_t^{PP} son tratadas, en principio, como parámetros libres, cuyo valor determinamos por el método discutido en el Cap. II [Hir90a]. Esto es, tomamos los valores para los que las correspondiente intensidad de transición $S(I\mu_T=-1)$ es mínima. El comportamiento de la intensidad GT $S_-(I=1)$ es ilustrado en la fig. B.1 para los núcleos iniciales ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{128}Te y ^{130}Te , y los valores

resultantes de ν_t^{PP} para todos los núcleos estudiados se listan en la tabla B.II.

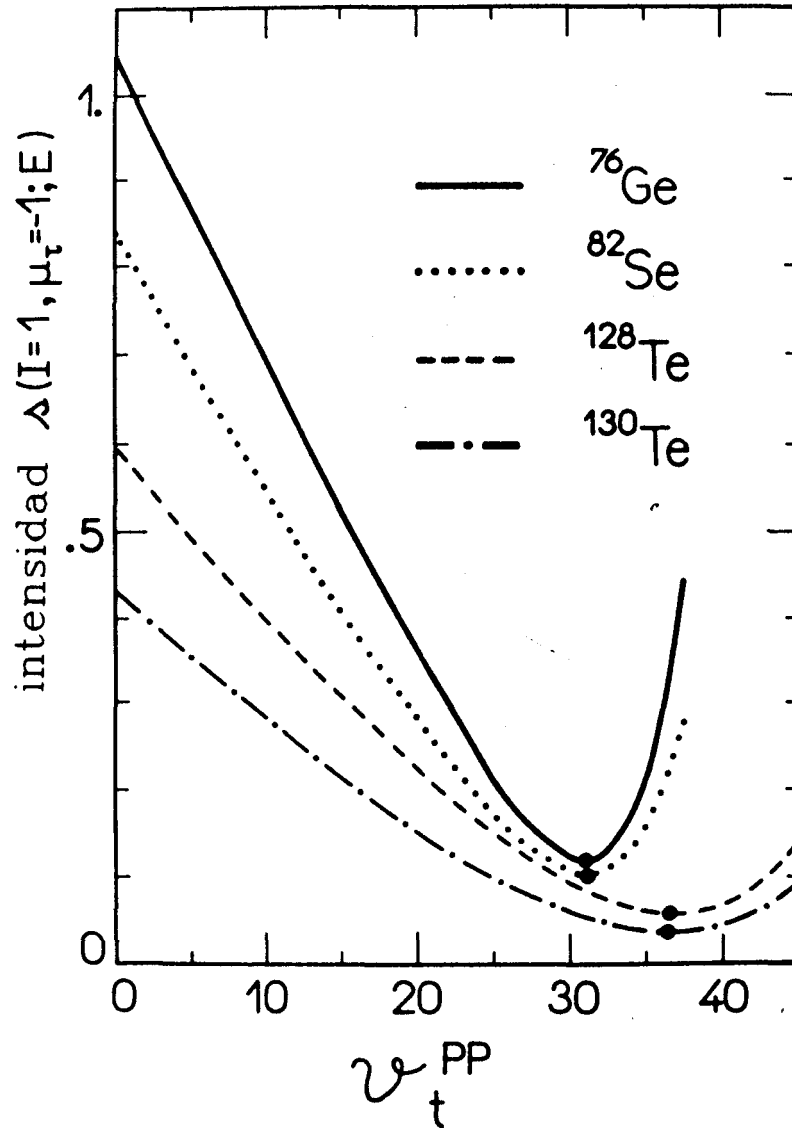


Figura B.1: Intensidades de transición Gamow-Teller $S(I=1)$ para los núcleos iniciales ^{76}Ge , ^{82}Se , ^{128}Te y ^{130}Te , como función de la constante de acoplamiento ν_t^{PP} . Los círculos negros indican los mínimos.

APENDICE C

LA APROXIMACION DE FASES AL AZAR PARA CUASIPARTICULAS (QRPA) Y LA INTERACCION RESIDUAL PROTON-NEUTRON:

Es conveniente expresar el Hamiltoniano total en la forma

$$H = H_p + H_n + H_{pn} \quad , \quad (C.1)$$

donde H_p y H_n describen los Hamiltonianos efectivos en los espacios de protón y de neutrón, respectivamente, mientras que H_{pn} representa la interacción efectiva entre protones y neutrones. En el formalismo de segunda cuantificación las cantidades H_p y H_n están dadas por

$$H_t = \sum_t (e_t - \lambda_t) c_t^+ c_t + \frac{1}{4} \sum_{t's} \langle t_1 t_2 | V | t_3 t_4 \rangle_{\mathcal{A}} c_{t_1}^+ c_{t_2}^+ c_{t_4} c_{t_3} \quad , \quad (C.2)$$

donde los subíndices $t(t)$ representan a $p(p)$ o $n(n)$, dependiendo de si se está considerando H_p o H_n . Aquí $t \equiv t, m_t$, con $t \equiv \{n, l, j\}$ y $m_t \equiv m_j$, y toda la otra notación tiene el sentido usual: e_t es la energía de partícula independiente (s.p.e.), λ_t el potencial químico, c_t^+ (c_t) son los operadores de creación (aniquilación) de partícula independiente, el índice \mathcal{A} señala elementos de matriz respecto de estados antisimétricos, etc. El Hamiltoniano (C.2) es diagonalizado a través de las transformaciones de cuasipartículas [Row70, Sol76, Rin80]:

$$a_t^+ = u_t c_t^+ - v_t c_{\bar{t}} \quad ; \quad c_{\bar{t}} = (-)^{t+m_t} c_{t, -m_t} \quad ; \quad (C.3)$$

y queda

$$H_t = \sum_t \varepsilon_t a_t^+ a_t \quad , \quad (C.4)$$

donde ε_t son las energías de cuasipartícula:

$$\varepsilon_t = (e_t - \lambda_t) (u_t^2 - v_t^2) + 2\Delta_t u_t v_t = \Delta_t / 2u_t v_t \quad , \quad (C.5)$$

con λ_t y Δ_t los potenciales químicos y las energías de separación ("gaps") respectivamente. El estado fundamental BCS es representado como:

$$|0^+\rangle = |0_p\rangle |0_n\rangle ; |0_t\rangle = \prod_t (u_t + v_t a_t^+ a_t^+) | \rangle, \quad (C.6)$$

siendo $| \rangle$ el vacío de partículas.

La forma de H_{pn} en segunda cuantificación es

$$H_{pn} = \sum_{pp'nn'} \langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} : c_p^+ c_n^+ c_n c_p : , \quad (C.7)$$

donde el símbolo $: :$ denota producto normal de operadores fermiónicos. Después de realizar la transformación (C.3) a cuasipartículas, la interacción residual protón-neutrón puede escribirse

$$H_{pn} = H_{zz} + H_{04} + H_{40} , \quad (A.8)$$

con

$$H_{zz} = \sum_{pp'nn'} [\langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} (u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) - \langle p\bar{n}' | V | p'\bar{n} \rangle_{\mathcal{A}} (u_p v_n u_{p'} v_{n'} + v_p u_n v_{p'} u_{n'})] a_p^+ a_n^+ a_n a_{p'} \quad (C.9)$$

$$H_{04} = H_{40}^+ = \sum_{pp'nn'} \langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} u_p u_n v_{p'} v_{n'} a_p^+ a_n^+ a_n^+ a_{p'}^+ . \quad (C.10)$$

Para resolver las ecuaciones de la QRPA [Row75]

$$\hat{I}^{-1} \langle 0 | [\Gamma(\alpha\bar{I}), H, \Gamma^+(\beta I)]^0 | 0 \rangle = \hat{I}^{-1} \langle 0 | [\Gamma(\alpha\bar{I}), \Gamma^+(\beta I)]^0 | 0 \rangle = \omega_{\alpha\beta} \delta_{\alpha,\beta} ; \hat{I} \equiv (2I+1)^{1/2}, \quad (C.11)$$

los operadores de excitación $\Gamma^+(\alpha I)$ son aproximados por la expansión

$$\Gamma^+(\alpha I) = \sum_{pn} \{ X(pnI; \alpha) A^+(pnI) - Y(pnI; \alpha) A(pn\bar{I}) \} , \quad (C.12)$$

en un subconjunto finito de la base de operadores

$$A^+(pnI) = [a_p^+ a_n^+]^I, \quad (C.13)$$

y los correspondientes operadores adjuntos $A(pn\bar{I})$. La ecuación de movimiento (C.11) provee entonces los coeficientes de expansión X e Y como soluciones de la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} X \\ -Y \end{pmatrix}, \quad (C.14)$$

con submatrices

$$\begin{aligned} A(pn, p'n'; I) &= \hat{I}^{-1} \langle 0 | [A(pn\bar{I}), H, A^+(p'n'I)]^0 | 0 \rangle \\ &= (\epsilon_p + \epsilon_n) \delta_{pn, p'n'} \\ &\quad + (u_p v_n u_{p'} v_{n'} + v_p u_n v_{p'} u_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad + (u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) G(pn, p'n'; I), \end{aligned} \quad (C.15)$$

$$\begin{aligned} B(pn, p'n'; I) &= -\hat{I}^{-1} \langle 0 | [A(pn\bar{I}), H, A(p'n'\bar{I})] | 0 \rangle \\ &= (v_p u_n u_{p'} v_{n'} + u_p v_n v_{p'} u_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad - (u_p u_n v_{p'} v_{n'} + v_p v_n u_{p'} u_{n'}) G(pn, p'n'; I), \end{aligned}$$

donde F y G son, respectivamente, los elementos de matriz de partícula-agujero (PH) y de partícula-partícula (PP) tal como están definidos en el apéndice B. Con esta notación los parámetros de separación (gap) quedan:

$$\Delta_t = -\frac{1}{2} \sum_{t'} \hat{j}_t \hat{j}_{t'}^{-1} u_t v_{t'} G^{\text{pair}}(tt, t't'; 0). \quad (C.16)$$

Las energías de excitación $E_{I\alpha}$ en los núcleos impar-impar $(A, Z+1)$ y $(A, Z-1)$, medidas respecto de la energía del estado fundamental del núcleo padre, se relacionan con las energías $\omega_{\alpha I}$ de la QRPA según:

$$E_{\alpha I} = \begin{cases} \omega_{\alpha I} + \lambda_p - \lambda_n ; & (A, Z+1) \\ \omega_{\alpha I} - \lambda_p + \lambda_n ; & (A, Z-1) \end{cases}, \quad (C.17)$$

Puede demostrarse [Boh69] que para núcleos cercanos al valle de estabilidad β se cumple que $\lambda_p - \lambda_n = \Delta_{pn}$, donde $\Delta_{pn} = 0.872 \text{ MeV}$ es la diferencia de masa neutrón-protón.

Por conveniencia se expresan los operadores de un cuerpo con intercambio de carga en dos formas alternativas:

$$\phi_{\pm}(I) = \sum_{t_1, t_2} \langle t_1 | O(I) t_{\pm} | t_2 \rangle c_{t_1}^{\dagger} c_{t_2} = \sum_{i=1}^A O(I; i) t_{\pm}(i), \quad (C.18)$$

donde $O(I=0)=1$ y $O(I=1)=\vec{\sigma}$ para las transiciones F y GT, respectivamente, y $\langle n | t_{\pm} | p \rangle = 1$. Al expresarlos por medio de los operadores de excitación no perturbados y perturbados éstos toman la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \phi_{\pm}(I) &= \sum_{pn} [\Lambda_{\pm}^0(pnI) A^{\dagger}(pnI) + \Lambda_{\pm}^0(pn\bar{I}) A(pn\bar{I})], \\ &= \sum_{\alpha} [\Lambda_{\pm}(\alpha I) I^{\dagger}(\alpha I) + \Lambda_{\pm}(\alpha \bar{I}) \Gamma(\alpha \bar{I})], \end{aligned} \quad (C.19)$$

donde

$$\begin{aligned} \Lambda_{+}^0(pnI) &= \hat{I}^{-1} u_p v_n \langle p || O(I) || n \rangle, \\ \Lambda_{-}^0(pnI) &= -\hat{I}^{-1} u_n v_p \langle p || O(I) || n \rangle, \end{aligned} \quad (C.20)$$

y

$$\begin{aligned} \Lambda_{+}(\alpha I) &= -\hat{I}^{-1} \sum_{pn} \langle p || O(I) || n \rangle [u_p v_n X(pnI; \alpha) + v_p u_n Y(pnI; \alpha)], \\ \Lambda_{-}(\alpha I) &= \hat{I}^{-1} \sum_{pn} \langle p || O(I) || n \rangle [v_p u_n X(pnI; \alpha) + u_p v_n Y(pnI; \alpha)]. \end{aligned} \quad (C.21)$$

Las amplitudes de transición están expresadas como:

$$\langle \alpha I || \phi_{\pm}(I) || 0 \rangle = \langle 0 | [I^{\dagger}(\alpha \bar{I}), \phi_{\pm}(I)] | 0 \rangle = -\hat{I} \Lambda_{\pm}(\alpha I), \quad (C.22)$$

y las intensidades de transición totales se definen

$$S_{\pm}(I) = \sum_{\alpha} s_{\pm}(\alpha I) \equiv \sum_{\alpha} \Lambda_{\pm}^2(\alpha I), \quad (\text{C.23})$$

y satisfacen la regla de suma

$$S_{+}(I) - S_{-}(I) = 2T_0 \quad (\text{C.24})$$

donde $T_0 = (N-Z)/2$ es el isospín del estado fundamental.

APENDICE C

LA APROXIMACION DE FASES AL AZAR PARA CUASIPARTICULAS (QRPA) Y LA INTERACCION RESIDUAL PROTON-NEUTRON:

Es conveniente expresar el Hamiltoniano total en la forma

$$H = H_p + H_n + H_{pn} \quad , \quad (C.1)$$

donde H_p y H_n describen los Hamiltonianos efectivos en los espacios de protón y de neutrón, respectivamente, mientras que H_{pn} representa la interacción efectiva entre protones y neutrones. En el formalismo de segunda cuantificación las cantidades H_p y H_n están dadas por

$$H_t = \sum_t (e_t - \lambda_t) c_t^+ c_t + \frac{1}{4} \sum_{t's} \langle t_1 t_2 | V | t_3 t_4 \rangle_{\mathcal{A}} c_{t_1}^+ c_{t_2}^+ c_{t_4} c_{t_3} \quad , \quad (C.2)$$

donde los subíndices $t(t)$ representan a $p(p)$ o $n(n)$, dependiendo de si se está considerando H_p o H_n . Aquí $t \equiv t, m_t$, con $t \equiv \{n_t, l_t, j_t\}$ y $m_t \equiv m_j$, y toda la otra notación tiene el sentido usual: e_t es la energía de partícula independiente (s.p.e.), λ_t el potencial químico, c_t^+ (c_t) son los operadores de creación (aniquilación) de partícula independiente, el índice \mathcal{A} señala elementos de matriz respecto de estados antisimétricos, etc. El Hamiltoniano (C.2) es diagonalizado a través de las transformaciones de cuasipartículas [Row70, Sol76, Rin80]:

$$a_t^+ = u_t c_t^+ - v_t c_{\bar{t}} \quad ; \quad c_{\bar{t}} = (-)^{t+m_t} c_{t, -m_t} \quad ; \quad (C.3)$$

y queda

$$H_t = \sum_t \varepsilon_t a_t^+ a_t \quad , \quad (C.4)$$

donde ε_t son las energías de cuasipartícula:

$$\varepsilon_t = (e_t - \lambda_t) (u_t^2 - v_t^2) + 2\Delta_t u_t v_t = \Delta_t / 2u_t v_t \quad , \quad (C.5)$$

con λ_t y Δ_t los potenciales químicos y las energías de separación ("gaps") respectivamente. El estado fundamental BCS es representado como:

$$|0^+\rangle = |0_p\rangle |0_n\rangle ; |0_t\rangle = \prod_t (u_t + v_t a_t^+ a_{\bar{t}}^+) | \rangle, \quad (C.6)$$

siendo $| \rangle$ el vacío de partículas.

La forma de H_{pn} en segunda cuantificación es

$$H_{pn} = \sum_{pp'nn'} \langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} : c_p^+ c_n^+ c_n c_p : , \quad (C.7)$$

donde el símbolo $: :$ denota producto normal de operadores fermiónicos. Después de realizar la transformación (C.3) a cuasipartículas, la interacción residual protón-neutrón puede escribirse

$$H_{pn} = H_{zz} + H_{04} + H_{40} , \quad (A.8)$$

con

$$H_{zz} = \sum_{pp'nn'} [\langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} (u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) - \langle p\bar{n}' | V | p'\bar{n} \rangle_{\mathcal{A}} (u_p v_n u_{p'} v_{n'} + v_p u_n v_{p'} u_{n'})] a_p^+ a_n^+ a_n a_{p'} \quad (C.9)$$

$$H_{04} = H_{40}^+ = \sum_{pp'nn'} \langle pn | V | p'n' \rangle_{\mathcal{A}} u_p u_n v_{p'} v_{n'} a_p^+ a_n^+ a_{n'}^+ a_{p'}^+ . \quad (C.10)$$

Para resolver las ecuaciones de la QRPA [Row75]

$$\hat{I}^{-1} \langle 0 | [\Gamma(\alpha\bar{I}), H, \Gamma^+(\beta I)]^0 | 0 \rangle = \hat{I}^{-1} \langle 0 | [\Gamma(\alpha\bar{I}), \Gamma^+(\beta I)]^0 | 0 \rangle = \omega_{\alpha\beta} \delta_{\alpha,\beta} ; \hat{I} \equiv (2I+1)^{1/2}, \quad (C.11)$$

los operadores de excitación $\Gamma^+(\alpha I)$ son aproximados por la expansión

$$\Gamma^+(\alpha I) = \sum_{pn} \{ X(pnI; \alpha) A^+(pnI) - Y(pnI; \alpha) A(pn\bar{I}) \} , \quad (C.12)$$

en un subconjunto finito de la base de operadores

$$A^+(pnI) = [a_p^+ a_n^+]^I, \quad (C.13)$$

y los correspondientes operadores adjuntos $A(pn\bar{I})$. La ecuación de movimiento (C.11) provee entonces los coeficientes de expansión X e Y como soluciones de la ecuación matricial

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \omega \begin{pmatrix} X \\ -Y \end{pmatrix}, \quad (C.14)$$

con submatrices

$$\begin{aligned} A(pn, p'n'; I) &= \hat{I}^{-1} \langle 0 | [A(pn\bar{I}), H, A^+(p'n'I)]^0 | 0 \rangle \\ &= (\epsilon_p + \epsilon_n) \delta_{pn, p'n'} \\ &\quad + (u_p v_n u_{p'} v_{n'} + v_p u_n v_{p'} u_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad + (u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) G(pn, p'n'; I), \end{aligned} \quad (C.15)$$

$$\begin{aligned} B(pn, p'n'; I) &= -\hat{I}^{-1} \langle 0 | [A(pn\bar{I}), H, A(p'n'\bar{I})] | 0 \rangle \\ &= (v_p u_n u_{p'} v_{n'} + u_p v_n v_{p'} u_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad - (u_p u_n v_{p'} v_{n'} + v_p v_n u_{p'} u_{n'}) G(pn, p'n'; I), \end{aligned}$$

donde F y G son, respectivamente, los elementos de matriz de partícula-agujero (PH) y de partícula-partícula (PP) tal como están definidos en el apéndice B. Con esta notación los parámetros de separación (gap) quedan:

$$\Delta_t = -\frac{1}{2} \sum_{t'} \hat{j}_t \hat{j}_{t'}^{-1} u_t v_{t'} G^{\text{pair}}(tt, t't'; 0). \quad (C.16)$$

Las energías de excitación $E_{I\alpha}$ en los núcleos impar-impar $(A, Z+1)$ y $(A, Z-1)$, medidas respecto de la energía del estado fundamental del núcleo padre, se relacionan con las energías $\omega_{\alpha I}$ de la QRPA según:

$$E_{\alpha I} = \begin{cases} \omega_{\alpha I} + \lambda_p - \lambda_n ; & (A, Z+1) \\ \omega_{\alpha I} - \lambda_p + \lambda_n ; & (A, Z-1) \end{cases}, \quad (C.17)$$

Puede demostrarse [Boh69] que para núcleos cercanos al valle de estabilidad β se cumple que $\lambda_p - \lambda_n = \Delta_{pn}$, donde $\Delta_{pn} = 0.872 \text{ MeV}$ es la diferencia de masa neutrón-protón.

Por conveniencia se expresan los operadores de un cuerpo con intercambio de carga en dos formas alternativas:

$$\phi_{\pm}(I) = \sum_{t_1, t_2} \langle t_1 | O(I) t_{\pm} | t_2 \rangle c_{t_1}^{\dagger} c_{t_2} = \sum_{i=1}^A O(I; i) t_{\pm}(i), \quad (C.18)$$

donde $O(I=0)=1$ y $O(I=1)=\hat{\sigma}$ para las transiciones F y GT, respectivamente, y $\langle n | t_{\pm} | p \rangle = 1$. Al expresarlos por medio de los operadores de excitación no perturbados y perturbados éstos toman la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \phi_{\pm}(I) &= \sum_{pn} [\Lambda_{\pm}^0(pnI) A^{\dagger}(pnI) + \Lambda_{\pm}^{\dagger}(pnI) A(pn\bar{I})], \\ &= \sum_{\alpha} [\Lambda_{\pm}(\alpha I) I^{\dagger}(\alpha I) + \Lambda_{\pm}(\alpha I) \Gamma(\alpha \bar{I})], \end{aligned} \quad (C.19)$$

donde

$$\begin{aligned} \Lambda_{+}^0(pnI) &= \hat{I}^{-1} u_p v_n \langle p || O(I) || n \rangle, \\ \Lambda_{-}^0(pnI) &= -\hat{I}^{-1} u_n v_p \langle p || O(I) || n \rangle, \end{aligned} \quad (C.20)$$

y

$$\begin{aligned} \Lambda_{+}(\alpha I) &= -\hat{I}^{-1} \sum_{pn} \langle p || O(I) || n \rangle [u_p v_n X(pnI; \alpha) + v_p u_n Y(pnI; \alpha)], \\ \Lambda_{-}(\alpha I) &= \hat{I}^{-1} \sum_{pn} \langle p || O(I) || n \rangle [v_p u_n X(pnI; \alpha) + u_p v_n Y(pnI; \alpha)]. \end{aligned} \quad (C.21)$$

Las amplitudes de transición están expresadas como:

$$\langle \alpha I || \phi_{\pm}(I) || 0 \rangle = \langle 0 | [I^{\dagger}(\alpha \bar{I}), \phi_{\pm}(I)]^0 | 0 \rangle = -\hat{I} \Lambda_{\pm}(\alpha I), \quad (C.22)$$

y las intensidades de transición totales se definen

$$S_{\pm}(I) = \sum_{\alpha} s_{\pm}(\alpha I) \equiv \sum_{\alpha} \Lambda_{\pm}^2(\alpha I), \quad (\text{C.23})$$

y satisfacen la regla de suma

$$S_{+}(I) - S_{-}(I) = 2T_0 \quad (\text{C.24})$$

donde $T_0 = (N-Z)/2$ es el isospín del estado fundamental.

APENDICE D

LA RENORMALIZACION ISOBARO DELTA-AGUJERO (FORMALISMO RORPA)

Empezamos con un Hamiltoniano de la forma

$$H = H_N + H_\Delta + H_{N\Delta}, \quad (D.1)$$

donde los subíndices N y Δ indican los subespacios en los cuales los Hamiltonianos H_N , H_Δ and $H_{N\Delta}$ operan. La parte puramente nuclear de H está dada por la ec. (C.1), mientras que H_Δ y $H_{N\Delta}$ son aproximados como:

$$H_{N\Delta} = \frac{\kappa_{N\Delta}}{2} \sum_{\mu_\tau} \phi_N^+(\mu_\tau) \cdot \phi_\Delta(\mu_\tau) + \text{h.c.}, \quad (D.2)$$

y

$$H_\Delta = H_\Delta^{(0)} + \frac{\kappa_{\Delta\Delta}}{2} \sum_{\mu_\tau} \phi_\Delta^+(\mu_\tau) \cdot \phi_\Delta(\mu_\tau). \quad (D.3)$$

donde $\kappa_{N\Delta}$ y $\kappa_{\Delta\Delta}$ son las respectivas constantes de acoplamiento, $H_\Delta^{(0)}$ es el Hamiltoniano Δh no perturbado, $\phi_N(\mu_\tau) \equiv \phi(I=1, \mu_\tau)$ y

$$\phi_\Delta(\mu_\tau) = \sqrt{\frac{r_{\pi N\Delta}}{2}} \sum_{i=1}^{\Lambda} \vec{S}(i) \vec{T}_\mu(i). \quad (D.4)$$

La cantidad $r_{\pi N\Delta}$ representa el cociente entre las constantes de acoplamiento $\kappa_{N\Delta}$ y $\kappa_{\pi NN}$ (i.e., $g_{\pi N\Delta}^2 / g_{\pi NN}^2 = r_{\pi N\Delta}$); para la que tomaremos el valor del modelo de quarks $r_{\pi N\Delta} = 72/25$. Los operadores \vec{S} y \vec{T} representan las matrices de transición de spin y de isospin de los espinores 3/2 asociados al isóbaro Δ .

Introduciendo los operadores de creación $d^+(\mu_\tau)$, con spin y paridad $l^\pi = 1^+$ e isospin $\tau=1$, para las excitaciones no perturbadas Δh , el Hamiltoniano $H_\Delta^{(0)}$ queda

$$H_{\Delta}^{(0)} = \sum_{\mu_{\tau}} E_{\Delta}^{(0)}(\mu_{\tau}) d^{\dagger}(\mu_{\tau}) d(\mu_{\tau}). \quad (D.5)$$

Las energías de excitación $E_{\Delta}^{(0)}(\mu_{\tau})$ serán aproximadas por

$$E_{\Delta}^{(0)}(\mu_{\tau}) = \varepsilon_{\Delta}^{(0)} + \mu_{\tau}(U_0 - \Delta_C), \quad (D.6)$$

donde U_0 es el valor promedio del potencial de simetría. Al mismo tiempo el operador $\phi_{\Delta}(\mu_{\tau})$ puede ser expresado en la forma

$$\phi_{\Delta}(\mu_{\tau}) = \Lambda_{\Delta}^0(\mu_{\tau}) d^{\dagger}(\mu_{\tau}) + \Lambda_{\Delta}^0(-\mu_{\tau}) d(-\mu_{\tau}), \quad (D.7)$$

donde $\Lambda_{\Delta}^0(\mu_{\tau})$ son las amplitudes de transición no perturbadas dadas por

$$S_{\Delta}^0(\mu_{\tau}) \equiv [\Lambda_{\Delta}^0(\mu_{\tau})]^2 = \frac{1}{9} r_{\pi N \Delta} \begin{cases} 3Z+N & \mu_{\tau}=1 \\ 2A & \mu_{\tau}=0 \\ 3N+Z & \mu_{\tau}=-1 \end{cases}. \quad (D.8)$$

Ahora podemos diagonalizar el Hamiltoniano H_{Δ} a través de una transformación unitaria para obtener

$$H_{\Delta} = \sum_{\mu_{\tau}} E_{\Delta}(\mu_{\tau}) D^{\dagger}(\mu_{\tau}) D(\mu_{\tau}), \quad (D.9)$$

donde $E_{\Delta}(\mu_{\tau})$ y $D^{\dagger}(\mu_{\tau})$ son, respectivamente, la energía de excitación del fonón Δh y los correspondientes operadores de creación. Dentro de la RPA se obtiene

$$E_{\Delta}(\mu_{\tau}) = \left\{ \varepsilon_{\Delta}^0 + \kappa_{\Delta} [S_{\Delta}^0(\mu_{\tau}=0)]^2 - \kappa_{\Delta}^2 S_{\Delta}^0(\mu_{\tau}=1) S_{\Delta}^0(\mu_{\tau}) \right\}^{1/2} - \mu_{\tau} \left\{ U_0 - \Delta_C + \frac{\kappa_{\Delta}}{2} [S_{\Delta}^0(\mu_{\tau}=1) - S_{\Delta}^0(\mu_{\tau}=-1)] \right\}. \quad (D.10)$$

Las intensidades de transición correspondientes están dadas por

$$S_{\Delta}(\mu_{\tau}) \equiv [\Lambda_{\Delta}(\mu_{\tau})]^2 = \frac{1}{\kappa_{\Delta}^2} \left[\frac{S_{\Delta}(\mu_{\tau})}{[E_{\Delta}^0(\mu_{\tau}) - E_{\Delta}(\mu_{\tau})]^2} + \frac{S_{\Delta}(-\mu_{\tau})}{[E_{\Delta}^0(-\mu_{\tau}) - E_{\Delta}(\mu_{\tau})]^2} \right]^{-1}, \quad (D.11)$$

y de acuerdo con esto

$$\phi_{\Delta}(\mu_{\tau}) = \Lambda_{\Delta}(\mu_{\tau})D^{+}(\mu_{\tau}) + \Lambda_{\Delta}(-\mu_{\tau})D(-\mu_{\tau}) . \quad (D.12)$$

Para poder incluir el acoplamiento entre las cuasiparticulas y los fonones Δ h los operadores de excitación (C.2) son sustituidos por

$$I^{+}(\alpha I) \rightarrow I^{+}(\alpha I) + \sum_{\mu=\pm 1} [X_{\Delta}(\alpha; \mu_{\tau})D^{+}(\mu_{\tau}) - Y_{\Delta}(\alpha; \mu_{\tau})D(-\mu_{\tau})], \quad (D.13)$$

cuando $I=1$. Los elementos de matriz QRPA adicionales son:

$$\begin{aligned} A(\mu_{\tau}, \mu'_{\tau}) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle 0 | [D(-\mu_{\tau}), H, D^{+}(\mu_{\tau})]^{(0)} | 0 \rangle = E_{\Delta}(\mu_{\tau}) \delta_{\mu_{\tau} \mu'_{\tau}} , \\ A(pnI, \mu_{\tau}) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle 0 | [A(pn\bar{I}), H, D^{+}(\mu_{\tau})]^{(0)} | 0 \rangle = \kappa \Lambda^{(0)}(pnI, \mu_{\tau}=1) \Lambda_{\Delta}(\mu_{\tau}) , \\ A(\mu_{\tau}, pnI) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle 0 | [D(-\mu_{\tau}), H, A^{+}(pnI)]^{(0)} | 0 \rangle = \kappa \Lambda^{(0)}(pnI, \mu_{\tau}=1) \Lambda_{\Delta}(\mu_{\tau}) , \\ B(\mu_{\tau}, \mu'_{\tau}) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle 0 | [D(-\mu_{\tau}), H, D(-\mu_{\tau})]^{(0)} | 0 \rangle = 0 , \\ B(pnI, \mu_{\tau}) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle 0 | [A(pn\bar{I}), H, D(-\mu_{\tau})]^{(0)} | 0 \rangle = \kappa \Lambda^{(0)}(pnI, \mu_{\tau}=-1) \Lambda_{\Delta}(\mu_{\tau}) , \\ B(\mu_{\tau}, pnI) &= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle 0 | [D(-\mu_{\tau}), H, A(pn\bar{I})]^{(0)} | 0 \rangle = \kappa \Lambda^{(0)}(pnI, \mu_{\tau}=1) \Lambda_{\Delta}(-\mu_{\tau}) . \end{aligned} \quad (D.14)$$

Finalmente, la nueva regla de suma se ve reducida respecto de la regla de suma nucleónica (C.24) por el factor 25/9 [Del82], que es el valor de g_{Δ}^2 dentro del modelo de quarks. Así

$$S(I, \mu_{\tau}=1) - S(I, \mu_{\tau}=-1) = \frac{18}{25} T_0 . \quad (B.15)$$

APENDICE E

UN METODO NUEVO PARA EVALUAR LOS OBSERVABLES DEL DECAIMIENTO BETA DOBLE.

Comenzamos usando un conjunto apropiado de transformaciones canónicas para cuasipartículas, similares a las que se emplean en los estudios del efecto de bloqueo ("blocking") y de proyección del número de partículas en la teoría BCS [Dia82, Los88]. Estas las definimos de la siguiente forma [Hir90c]:

$$\begin{aligned} a_p^+ &= \rho_p^{1/2} (u_p c_p^+ - \bar{v}_p c_p^-) ; & \rho_p^{-1} &= u_p^2 + \bar{v}_p^2 , \\ a_n^+ &= \rho_n^{1/2} (\bar{u}_n c_n^+ - v_n c_n^-) ; & \rho_n^{-1} &= \bar{u}_n^2 + v_n^2 , \end{aligned} \quad (E.1)$$

para protones y neutrones, respectivamente. Las cantidades con barra indican que fueron calculadas con respecto al vacío final $|0_f^+\rangle$, y los demás símbolos fueron definidos en el apéndice C. El vacío de cuasipartículas correspondiente es

$$|\tilde{0}^+\rangle = \prod_p (u_p + \bar{v}_p a_p^+ a_p^+) \prod_n (\bar{u}_n + v_n a_n^+ a_n^+) | \rangle. \quad (E.2)$$

Esto significa, por ejemplo, que un núcleo par-impar $(N, Z+1)$ será descrito como una combinación lineal de una partícula de protón (con probabilidad u_p^2) y un agujero de neutrón (con probabilidad \bar{v}_p^2) sobre los estados fundamentales de los núcleos (N, Z) y $(N, Z+2)$, respectivamente. Del mismo modo, el núcleo intermedio $(N-1, Z+1)$ está representado ahora como una combinación lineal de excitaciones de partícula de protón y agujero de neutrón sobre el núcleo inicial (N, Z) y de excitaciones de agujero de protón y partícula de neutrón sobre el núcleo final $(N-2, Z+2)$.

En forma similar al apéndice C, expresamos el Hamiltoniano total como

$$H = H_p + H_n + H_{pn} \quad ,$$

y los Hamiltonianos H_p y H_n quedan

$$H_t = \sum_t \tilde{\varepsilon}_t a_t^+ a_t \quad ,$$

donde $\tilde{\varepsilon}_t$ representa las energías de cuasipartícula

$$\tilde{\varepsilon}_p = \tilde{\Delta}_p / 2u_p \bar{v}_p \rho_p \quad ; \quad \tilde{\varepsilon}_n = \tilde{\Delta}_n / 2\bar{u}_n v_n \rho_n \quad , \quad (E.3)$$

con las separaciones de apareamiento dadas por

$$\tilde{\Delta}_p = -\frac{1}{2} \sum_{p'} \hat{j}_p \hat{j}_{p'}^{-1} u_p \bar{v}_p \cdot G^{pair}(pp, p'p'; 0) \quad . \quad (E.4)$$

$$\tilde{\Delta}_n = -\frac{1}{2} \sum_{n'} \hat{j}_n \hat{j}_{n'}^{-1} \bar{u}_n v_n \cdot G^{pair}(nn, n'n'; 0) \quad .$$

Para resolver las ecuaciones de la QRPA (C.11) se propone el fonón

$$\tilde{\Gamma}^+(\alpha I) = \sum_{pn} (\tilde{X}(pnI; \alpha) \tilde{A}^+(pnI) - \tilde{Y}(pnI; \alpha) \tilde{A}(pn\bar{I})) \quad , \quad (E.5)$$

con

$$\tilde{A}^+(pnI) = [a_p^+ a_n^+]^I / \langle \tilde{0}^+ | \tilde{0}^+ \rangle \quad , \quad (E.6)$$

que está diseñado de tal modo que representa sólo excitaciones en el núcleo $(N-1, Z+1)$ y no en otros núcleos impar-impar $(N+1, Z+1)$, $(N+1, Z+3)$, etc.. como ocurre en los cálculos usuales. Las submatrices QRPA están dadas por las expresiones

$$\begin{aligned} \tilde{A}(pn, p'n'; I) &= \tilde{I}^{-1} \langle 0 | [\tilde{A}(pn\bar{I}), H, \tilde{A}^+(p'n'I)]^0 | 0 \rangle \\ &= (\tilde{\varepsilon}_p + \tilde{\varepsilon}_n) \delta_{pn, p'n'} \\ &+ \sqrt{\rho_p \rho_n \rho_{p'} \rho_{n'}} [(u_p \bar{v}_n u_{p'} \bar{v}_{n'} + \bar{v}_p \bar{u}_n \bar{v}_{p'} \bar{u}_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad + (u_p \bar{u}_n u_{p'} \bar{u}_{n'} + \bar{v}_p v_n \bar{v}_{p'} v_{n'}) G(pn, p'n'; I)] \quad , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}(pn, p'n'; I) &= -\tilde{I}^{-1} \langle 0 | [\tilde{A}(pn\bar{1}), H, \tilde{A}(p'n'\bar{1})] | 0 \rangle \\ &= \sqrt{\rho_p \rho_n \rho_{p'} \rho_{n'}} [(v_p u_n u_{p'} v_{n'} + u_p v_n v_{p'} u_{n'}) F(pn, p'n'; I) \\ &\quad - (u_p u_n v_{p'} v_{n'} + v_p v_n u_{p'} u_{n'}) G(pn, p'n'; I)]. \end{aligned}$$

Los operadores de excitación son

$$\begin{aligned} \phi_{\pm} &= \sum_{pn} [\tilde{\Lambda}_+^0(pn) \tilde{A}^+(pnI=1) + \tilde{\Lambda}_-^0(pn) \tilde{A}(pn\bar{I}=\bar{1})], \\ &= \sum_{\alpha} [\tilde{\Lambda}_+(\alpha) \tilde{I}^+(\alpha I=1) + \tilde{\Lambda}_-(\alpha) \tilde{I}(\alpha \bar{I}=\bar{1})], \end{aligned} \quad (E.8)$$

con

$$\tilde{\Lambda}_+^0(pn) = -u_p v_n \sqrt{\rho_p \rho_n} \langle p \| \sigma \| n \rangle / \sqrt{3}; \quad \tilde{\Lambda}_-^0(pn) = -\bar{u}_n \bar{v}_p \sqrt{\rho_p \rho_n} \langle p \| \sigma \| n \rangle / \sqrt{3} \quad (E.9)$$

y

$$\tilde{\Lambda}_+(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{pn} \sqrt{\rho_p \rho_n} \langle p \| \sigma \| n \rangle [u_p v_n \tilde{X}(pnI=1; \alpha) + \bar{v}_p \bar{u}_n \tilde{Y}(pnI=1; \alpha)], \quad (E.10)$$

$$\tilde{\Lambda}_-(\alpha) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sum_{pn} \sqrt{\rho_p \rho_n} \langle p \| \sigma \| n \rangle [\bar{v}_p \bar{u}_n \tilde{X}(pnI=1; \alpha) + u_p v_n \tilde{Y}(pnI=1; \alpha)],$$

Por último, las intensidades de transición totales, definidas como

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\pm} &\equiv \sum_{\alpha} \tilde{\Lambda}_{\pm}^2(\alpha), \text{ satisfacen la regla de suma} \\ \tilde{S}_+ - \tilde{S}_- &= \sum_n \hat{j}_n^2 v_n^2 \rho_n - \sum_p \hat{j}_p^2 \bar{v}_p^2 \rho_p \approx N - Z - 2, \end{aligned} \quad (E.11)$$

y la amplitud de transición $\beta\beta_{2\nu}$ es

$$\mathcal{M}_{2\nu}^{III} = \frac{3}{2} \sum_{\alpha} \tilde{\Lambda}_+(\alpha) \tilde{\Lambda}_-(\alpha) / \omega_{\alpha I}. \quad (E.12)$$

De las fórmulas (E.7), (E.8), (E.9) y (E.10) puede verse que las correlaciones "atrasadas" para las transiciones β^- son las transiciones β^+ y viceversa. Por otro lado, la amplitud $\mathcal{M}_{2\nu}$ dada por (E.12) puede reescribirse de la siguiente manera [Goe78, Boh79, Rin80, Tak88]

$$\mathcal{M}_{2\nu} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \tilde{\Lambda}_+^0 & \tilde{\Lambda}_-^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ -\tilde{B} & -\tilde{A} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{\Lambda}_+^0 \\ -\tilde{\Lambda}_-^0 \end{pmatrix}, \quad (\text{E.13a})$$

o

$$\mathcal{M}_{2\nu} = \frac{1}{2} [\tilde{Q}_+ (\tilde{A} + \tilde{B})^{-1} \tilde{Q}_+ - \tilde{Q}_- (\tilde{A} - \tilde{B})^{-1} \tilde{Q}_-], \quad (\text{E.13b})$$

con $\tilde{Q}_\pm = \tilde{\Lambda}_+^0 \pm \tilde{\Lambda}_-^0$. Así puede verse que con nuestro método no es necesario resolver las ecuaciones QRPA, pues basta con realizar una inversión de matriz.