

Factor de Olvido Matricial para Estimación de Parámetros en Tiempo Real en Sistemas Lineales con Parámetros Variantes en el Tiempo

Pedro Guevara López¹, José de Jesús Medel Juárez², Virgilio López Morales³

^{1,3} Centro de Investigación en Tecnologías de Información y Sistemas
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo
Carretera Pachuca-Tulancingo km. 4.5 Ciudad Universitaria, Hidalgo
¹ pguevara@df1.telmex.net.mx, ² virgilio@uaeh.reduaeh.mx

² Centro de Investigación en Computación
Instituto Politécnico Nacional
Av. Juan de Dios Bátiz S/N esq. Miguel Othon de Mendizábal C. P. 07738, México D. F.
² jjmedel@pollux.cic.ipn.mx

Resumen. El estimador Factor de Olvido Matricial (MFF por sus siglas en inglés) es utilizado en sistemas con parámetros variantes en el tiempo del tipo ARMA, estocásticos, lineales, estacionarios y perturbaciones con funciones de distribución normales. Un grave problema se presenta cuando se requiere estimar en Tiempo Real la matriz de parámetros del sistema en estudio; entonces el algoritmo MFF debe cumplir con las características de un Estimador de Parámetros en Tiempo Real EPTR que incluyen: a) Emisión y extracción de respuestas observables respecto a un proceso dinámico real, b) Emisión de respuestas correctas en función a un criterio preestablecido, c) Capacidad de expresarse en forma recursiva, d) Un intervalo de convergencia acotado, e) Manejo de operaciones matriciales y f) Planificabilidad si se implanta en una plataforma de alto nivel.

Palabras clave: Tiempo real, estimación, simulación, procesamiento de señales,

1. Introducción

Los estimadores de parámetros en general tienen aplicaciones en los procesos industriales, en sistemas de control y de monitoreo de acuerdo a [But97] y [CC99]; por ejemplo, se encuentran en: Plantas químicas y nucleares, procesos de producción, bolsas de aire de seguridad para automóviles, sistemas de inyección de combustible, análisis de voz, sistemas de control de vuelo, adquisición de datos, aplicaciones médicas, sistemas de telecomunicación, análisis de trayectorias de misiles y cohetes espaciales, entre otras muchas aplicaciones. La relación de los estimadores con los STR (Sistemas en Tiempo Real) es grande, ya que estos últimos son sistemas digitales que interactúan con el mundo real y cumplen restricciones temporales en aplicaciones muy cercanas con los estimadores de parámetros.

1.1 Estimador de Parámetros

Dentro de la teoría de filtrado existen dos áreas básicas de acuerdo a [Hay91][Med02]:

- Estimación. Es el área que se encarga de describir la dinámica de los parámetros del sistema a través de sus señales observables.
- Identificación. Es el área que se encarga de describir la dinámica de los estados del sistema a través de sus señales observables.

A través de estas dos áreas es posible:

- Eliminar el ruido de los datos de un sistema (ver Figura 1),
- Extraer información de acuerdo a alguna característica del sistema,
- Predecir el comportamiento del sistema a analizar,
- Reconstruir el comportamiento del sistema a analizar.

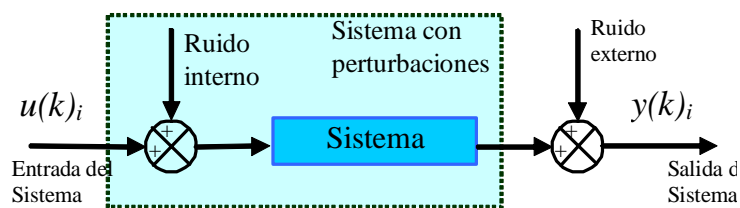


Figura 1 Sistema con ruidos internos y externos.

1.2 Sistemas en Tiempo Real

Diversos autores ([But97], [BW97],[HM96],[Gar99],[Sta92],[Lap03],[GM03] entre otros) definen el concepto de Sistema en Tiempo Real. Un STR es aquel sistema digital que obedece tres condiciones: a) Interacción con el mundo físico, b) Emisión de una respuesta correcta de acuerdo a algún criterio preestablecido (por ejemplo [Hay91] entre otros), c) Cumplimiento de las restricciones de tiempo del proceso dinámico, conforme a los criterios de [Kot33],[Nyq28],[Whi15] y [Sha48]. A menudo tiende a confundirse el concepto de STR con Sistema en Línea. De acuerdo a [MGB02] se expone que un “Sistema en Línea es aquel sistema que siempre debe estar encendido, disponible y generalmente conectados a una red de computadoras y depende de la capacidad del hardware para atender peticiones de servicio” y en ningún momento está en sincronía con el mundo real ni tiene restricciones temporales.

2. Estado del Arte de la Estimación de Parámetros en Tiempo Real

En [Bar99] se expresa que un estimador o identificador puede dar seguimiento a un sistema en forma dinámica si éste es capaz de expresarse en ecuaciones recursivas. En [CC99] se dice los estimadores e identificadores como el filtro de Kalman se implementan en aplicaciones de Tiempo Real gracias al reciente desarrollo de computadoras de alta velocidad: Expresan al Tiempo Real como sinónimo de rápido sin hacer un estudio completo del STR en el que se encuentra el estimador. Las únicas consideraciones que toman son la velocidad del sistema de cómputo y la capacidad del estimador para expresarse en forma recursiva. En [Kuo96] se dan algunos ejemplos sencillos de sistemas (aplicables a filtrado) con restricciones de tiempo impuestas por el mundo físico y coincide con lo que se comenta en [But97]. En [Liu00] se trata de establecer un lazo entre la

teoría de filtrado y la de los STR, pero solo menciona al Filtro de Kalman dentro de su introducción sin explicar si lo implementó o no y cuál fue el proceso de implementación. En [SB94] se presenta la estimación de parámetros “en tiempo real” y flujos de un motor de inducción por el método Mínimos Cuadrados Recursivo. La justificación de la estimación en tiempo real viene de la implantación del algoritmo en un DSP Motorola 56001, un convertidor A/D y una computadora compatible con IBM. No se realiza un estudio temporal de los tiempos de ejecución ni de sus plazos, Tiempo Real es considerado sinónimo de En Línea. En [TSO99] se presenta un artículo acerca de la estimación en Tiempo Real de posturas de cuerpo humano usando el filtro de Kalman. Estos investigadores toman fotografías de posturas del cuerpo humano con una cámara CCD y analizan las siluetas reconstruyéndolas con un modelo autoregresivo AR donde estiman sus parámetros con el filtro de Kalman. Su implantación fue en una PC con Windows NT y en C++; se trata de un estimador en línea sobre una plataforma de ambiente compartido (Windows) y no de Tiempo Real como QNX o RT-Linux.

3. Estimador de Parámetros en Tiempo Real

Formalmente los autores de este artículo definimos un Estimador de Parámetros en Tiempo Real derivando de los conceptos de Filtro Digital en Tiempo Real descritos en [MGF03] como:

Definición 1. (Estimador de Parámetros en Tiempo Real EPTR). Todo EPTR es un filtro digital con constricciones temporales, impuestas por las dinámicas del proceso con el que interactúa; teniendo que cumplir con:

- Extracción y emisión de información observable, donde $\{u(k)_i \in \mathbf{U}(k)\}$ y $\{y(k)_j \in \mathbf{Y}(k)\}$, con $i, j, k \in \mathbf{Z}^+$, todo en sentido de los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48] [Eck00].
- Emitir respuestas correctas respecto al proceso en relación a algún criterio preestablecido como los mostrados en [Hay91], [Med02].
- Expresarse en forma recursiva (ver [Bar99], [CC99] y [Eck00]),
- El valor de la convergencia estará acotado dentro de un intervalo finito sobre el cual estará oscilando el valor de la convergencia.
- Manejo de operaciones matriciales de acuerdo a la dinámica del proceso para cada iteración, respetando las restricciones de las dinámicas del proceso,
- La planificabilidad del total de las tareas concurrentes del estimador si es implantado en una computadora digital con un SOTR.

Definición 2. (Características temporales de las tareas de todo EPTR). Si un EPTR va a implantarse en una plataforma de alto nivel como un Sistema Operativo de Tiempo Real (QNX por ejemplo), entonces estará formado por un conjunto de tareas concurrentes que evolucionan en intervalos con índice k donde cada tarea tiene las siguientes características (Ver Figura 2):

- Tiempo de arribo o llegada ($I(k)_i$).
- Tiempo de ejecución ($C(k)_i$).
- Plazo relativo mínimo ($D(k)_{i_min}$).
- Plazo relativo máximo ($D(k)_{i_max}$).
- Tiempo de inicio o tiempo de liberación ($s(k)_i$).
- Tiempo de finalizado ($f(k)_i$).

- g. Tiempo de retardo ($L(k)_i$).
- h. Tiempo prematuro ($P(k)_i$).
- i. Plazo de convergencia (d_i).

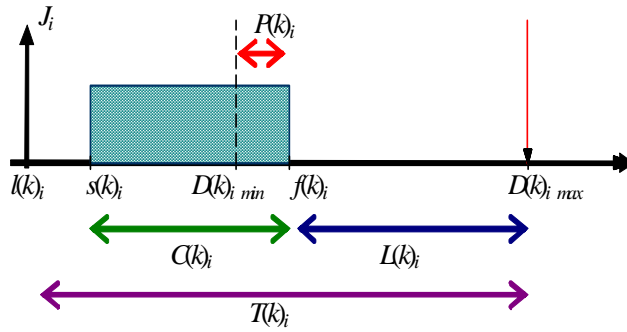


Figura 2 Tarea de Tiempo Real que compone a un EPTR.

Las respuestas del EPTR están acotadas por las restricciones temporales listadas a continuación:

Proposición 1. (Convergencia de todo EPTR). Todo EPTR como estimador de parámetros tiene un funcional de error acotado (ver: [Hay91]), tal que:

$$m^* = \arg \min_{k \geq m} \inf P\{|\hat{a}_k - a| \leq \Delta\} = 1, \quad 2$$

donde Δ es la cota del error definida por las varianzas de los ruidos, m es el intervalo de convergencia y m^* es el conjunto de intervalos donde el EPTR ha convergido.

Proposición 2. Plazo relativo máximo ($D(k)_{i_max}$). Todo EPTR satisface:

$$2\Phi(k)_{i_max} \mu([D(k)_{i_min}, D(k)_{i_max}]) < 1, \quad 3$$

respecto a la frecuencia máxima de respuesta del sistema físico $\Phi(k)_{i_max} = \max\{\Phi(k)_i\}$.

Proposición 3. Período de muestreo ($T(k)_i$). El período de muestreo en todo EPTR cumple la siguiente condición:

$$\mu([D(k)_{i_min}, D(k)_{i_max}]) \leq T(k)_i. \quad 1$$

Proposición 4. Tiempo de ejecución y plazo. En todo EPTR implantado en una plataforma de alto nivel (como QNX), la suma de los tiempos de ejecución darán un tiempo de ejecución total $C(k)_i$. Tal que:

$$C(k)_i = C(k)_x + C(k)_y + C(k)_a + C(k)_J + C(k)_{au} + C(k)_{ay} + C(k)_{aye} \quad 4$$

$$C(k)_i < D(k)_{i_max} \quad 5$$

$$C(k)_i = \mu[s(k)_i, f(k)_i) \quad \forall i \in Z^+ \quad 6$$

Proposición 5. Tiempo de muestreo en todo EPTR multivariable. Todo EPTR multivariable recibe y da entradas y salidas ($U(k)$ y $Y(k)$ con $k \in Z^+$) en el sentido de los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48] con respecto a la variable de cambio más rápido considerando ambos vectores, esto es:

$$t_{muestreo\ MIMO} = \min\{t_{muestreo}(u(k)_i), t_{muestreo}(y(k)_j \forall k)\} \quad 7$$

Proposición 6. Sincronía en un EPTR multivariable. Dentro del tiempo de muestreo mas corto $t_{\text{muestreo MIMO}}$ está incluido el conjunto de entradas $U(k)$, el conjunto de salidas $Y(k)$ y todos los cálculos necesarios, de otra manera, si sobrepasa este intervalo entonces pierde la sincronía al perder su plazo máximo relativo ocasionando retardos y desplazamientos temporales.

Proposición 7. Tiempo de convergencia en todo EPTR multivariable. El tiempo de convergencia (t_c) de todo EPTR multivariable es un valor escalar definido como:

$$t_c = \max\{f(k = m_{\max})_i\} \text{ con } \{f(k = m_{\max})_i\} \subseteq f(m) \quad 8$$

4. Factor de Olvido Matricial para Estimación de Parámetros en Tiempo Real aplicado al seguimiento de la dinámica de un motor de C.C.

Los motores de C.C. del tipo derivado son usados en una gran clase de servomecanismos, y son preferidos a los de CA en aplicaciones de alta potencia, ya que su control de dirección y de velocidad es más simple (ver: [GT58], [Rac97], [MP01]). El modelo del motor de C.C. se representa por un sistema lineal con parámetros variantes en el tiempo; esto es posible porque un sistema no lineal puede aproximarse a un sistema lineal por diferentes técnicas como las expuestas en: [NPI96], [Rac97], [Oga80], [Sas99], [SB94]. El modelo del motor es ideal, no se considera la deformación del flujo magnético por la rotación de la armadura (interpolos), las discontinuidades en el conmutador, la saturación magnética de la armadura y el inductor por Histéresis (ver Figura 3).

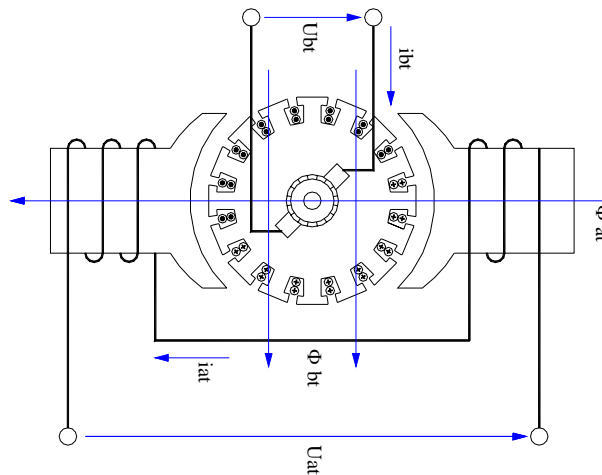


Figura 3 Esquema del motor derivado de C.

El campo del motor tiene una excitación separada y un voltaje constante (el origen del voltaje (en baja potencia es generado por un electroimán). De acuerdo a [MP01], se considerará el siguiente modelo desarrollado para un motor de C.C. del tipo derivado:

$$x_{(t+1)} = (I + A(\omega_t)\Delta t)x_t + B\Delta t u_t + D\xi_t, \quad 9$$

$$\omega_{(t+1)} = \omega_{(t)} + \frac{pM}{JL_r} \Delta t (\varphi_{at} i_{bt} - \varphi_{bt} i_{at}) - \frac{T_r}{J} \Delta t, \quad 10$$

El vector de estados es descrito por los vectores de corriente i_{at} , i_{bt} (Amperes).

Los flujos φ_{at} , φ_{bt} (Webers) del rotor y del estator, respectivamente y la entrada o excitación Está formada por los voltajes del rotor y del estator.

$$x_t = [i_{at} \ i_{bt} \ \varphi_{at} \ \varphi_{bt}]^T \in R^4 \text{ y } u_t = [u_{at} \ u_{bt}]^T \in R^2. \quad 11$$

Las matrices $A(\omega_t)$, B y el vector D fueron descritos en [MP01] como:

$$A(\omega_t) = \begin{pmatrix} -\gamma & 0 & \frac{K}{T_r} & p\omega_t K \\ 0 & -\gamma & -p\omega_t K & \frac{K}{T_r} \\ \frac{M}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & -p\omega_t \\ 0 & \frac{M}{T_r} & p\omega_t & -\frac{1}{T_r} \end{pmatrix} \quad 12$$

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 0.000573 \\ 0.000457 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \Delta_t = 0.003 \quad 13$$

Donde: ω es la velocidad de la flecha de la máquina (s^{-1}), la cual se asume que varía de acuerdo a la siguiente dinámica:

$$K = \frac{M}{\sigma L_s L_r}, \gamma = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_s L_r^2}, \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r} \quad 14$$

Todos los parámetros participantes en la descripción de la dinámica del modelo expresado en [MP01], son definidos a continuación:

- a. Resistencia de la armadura, $R_r = 0.1 \Omega$,
- b. Resistencia del campo, $R_s = 0.2 \Omega$,
- c. Inductancia de la armadura, $L_r = 0.29$ Hy,
- d. Inductancia del campo, $L_s = 0.3$ Hy
- e. Inductancia mutua, $M = 0.25$ Hy
- f. Constante de tiempo de la armadura, $T_r = L_r / R_r$, $R_r = 2.9$
- g. Constante de tiempo del campo, $T_s = L_s / R_s = 1.5$
- h. Torque, $T_l = 300 \times 10^3$ NM,
- i. Momento de inercia, $J = 27.9 \times 10^4$ NM²,
- j. Potencia, $p = 0.2$ H. P.,
- k. Constantes K , γ , σ .
- l. ξ_t es un ruido gaussiano con $\sigma^2 = 1$.

Seleccionando la secuencia t_τ con $\tau = 1, 2, \dots$, de la forma:

$$t_{\tau+1} = t_\tau + \Delta_\tau \quad \Delta_\tau = 0.015s. \quad 15$$

El problema es generar una buena estimación con restricciones de tiempo de la evolución de la matriz A_τ , con el objetivo de aproximarse lo mejor posible a la respuesta del sistema real, es decir, primero se valida el estimador con el modelo tanto en calidad de respuesta como en tiempo de

acuerdo a los criterios de [Kot33], [Nyq28], [Whi15], [Sha48]. Posteriormente se realiza la descripción de la dinámica interna del motor de C.C. del tipo derivado.

El estimador propuesto es a través de la técnica de Matriz de Olvido y se presenta a continuación:

$$\hat{A}_\tau = \hat{A}_{\tau-1} + [y_\tau - \hat{A}_{\tau-1} z_\tau] \mathcal{G}_\tau^T \Gamma_\tau, \quad 16$$

con

$$\Gamma_\tau = R^{-1} \Gamma_{\tau-1} - \frac{R^{-1} \Gamma_{\tau-1} z_\tau \mathcal{G}_\tau^T R^{-1} \Gamma_{\tau-1}}{1 + \mathcal{G}_\tau^T R^{-1} z_\tau}, \quad 17$$

el error está definido como:

$$\Delta_n = \Delta_n \pi_n + \left(\sum_{i=1}^n \gamma_{n-(i-1)} \pi_{n-(i-1)} \right) \pi_n + \left(\sum_{i=1}^n (A_{(n-1)} - A_{n-(i-1)}) \pi_{n-(i-1)}^{-1} \right) \pi_n, \quad 18$$

con:

$$\pi_n = \prod_{i=1}^n (I - z_i \mathcal{G}_i^T), \quad 19$$

y

$$\gamma = v_n \mathcal{G}_n^T, \quad 20$$

De acuerdo al desarrollo anterior, los cuatro elementos variantes en el tiempo son: $A_{((1,4), \tau)}$, $A_{((2,3), \tau)}$, $A_{((3,4), \tau)}$ y $A_{((4,3), \tau)}$ con respecto a ω_τ que requieren ser estimados como parte de la matriz A_τ . Las características del modelo y del EPTR:

- El modelo del motor descrito en una estructura multivariable (con $i=2$), lineal, no estacionario, y variante en el tiempo, descrito por un modelo recursivo de promedios móviles de acuerdo a [Hay91] y [Cai86].
- Los vectores de ruidos ζ_τ y ξ_τ están correlacionados con y_k pero que no están correlacionados entre si.

La Figura 4 es el diagrama de tiempos resultado de la planificación de las tareas del EPTR. La implantación experimental del EPTR tiene las siguientes condiciones:

- El Tiempo de Computo $C_{(k),i}$ es el más grande dentro del conjunto $\{C_{(k),i}\}$ para garantizar que el EPTR sea del tipo crítico.,
- El plazo $\mathbf{D}_{(k),i_max}$ es igual al período $T_{(k),i}$,
- El plazo $\mathbf{D}_{(k),i_min}$ es igual a 2ms,
- El tiempo de muestreo $T_{(k),i}$ del motor de C. D., a 1800rpm es de 15ms,
- El plazo de convergencia de acuerdo al desempeño del motor es: $d=20s$.

Los tiempos de ejecución máximos para cada tarea se obtuvieron midiendo el tiempo de ejecución de 1000 instancias en QNX Neutrino. Los tiempos de ejecución de obedecen a una función de distribución normal con ruidos gaussianos.

La implantación del EPTR requiere de crear de las siguientes tareas:

- | | |
|--|-------------------------------|
| a. Yrn_ad: Convertidor A/D, | $C_{k_Yrn_ad} = 1.145ms.$, |
| b. Aen: Vector de parámetros del estimador, | $C_{k_Aen} = 0.395ms.$, |
| c. Ymn: Señal Observable del modelo propuesto, | $C_{k_Ymn} = 0.280ms.$, |
| d. Zn: Vector de entradas, | $C_{k_Zn} = 0.382ms.$, |
| e. Ymn_da: Convertidor D/A, | $C_{k_Ymn_da} = 1.023ms.$, |

- | | |
|---|-----------------------------------|
| f. V_n : Vector de perturbaciones, | $C_{k_{Vn}} = 0.210\text{ms.}$, |
| g. A_{mn} : Vector de parámetros propuesto, | $C_{k_{Amn}} = 0.123\text{ms.}$, |
| h. U_n : Variable Instrumental, | $C_{k_{Un}} = 0.125\text{ms.}$, |
| i. D_n : Funcional de Error, | $C_{k_{Dn}} = 0.275\text{ms.}$, |
| j. F_n : Matriz de ganancias, | $C_{k_{Fn}} = 0.245\text{ms.}$ |

Sumando todos los tiempos de ejecución, se tiene: $C_{(k_i)} = 4.203\text{ms.}$

Es necesario estimar la matriz de parámetros A (ecuación 12), en específico los elementos $a_{1,4}$, $a_{2,3}$, $a_{3,4}$ y $a_{4,3}$ utilizando como EPTR el método Factor de Olvido Matricial. Los resultados son los siguientes (Figura 4.):

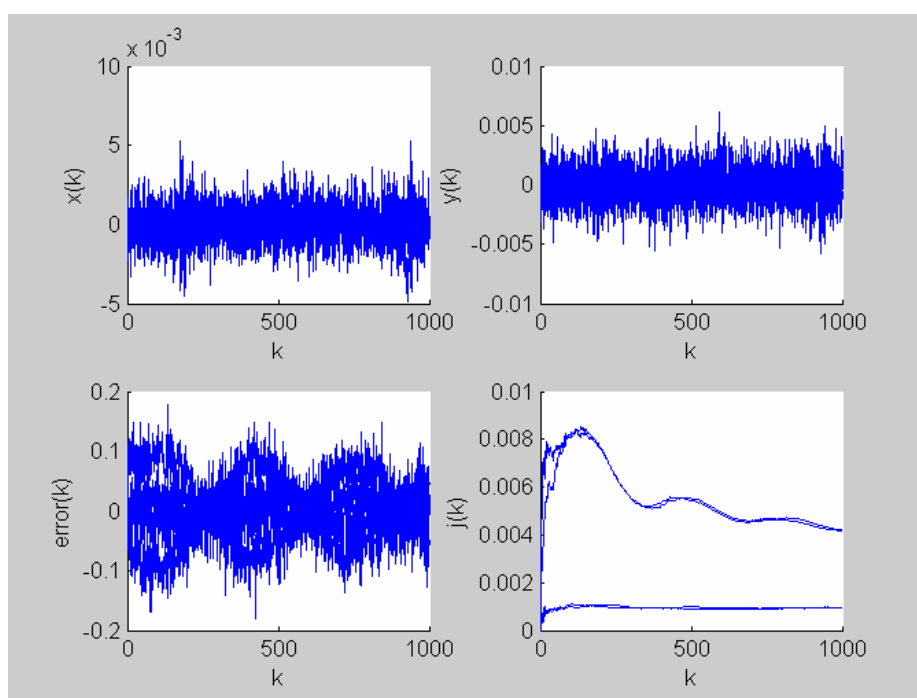


Figura 4 Estimación de parámetros realizada por el EPTR Factor de Olvido Matricial. Se muestra el estado interno del sistema, su señal observable, el error de estimación y el funcional de error.

El tiempo de convergencia probado experimentalmente fue:

- $m = [394, \mathbf{455}, 264, 246]$ intervalos para $a_{4,3}$, $a_{1,4}$, $a_{2,3}$, $a_{3,4}$,
 $t_c = [5.91, \mathbf{6.825}, 3.96, 3.69]$ s para $a_{4,3}$, $a_{1,4}$, $a_{2,3}$, $a_{3,4}$,
 $d = 20$ s. (1333 intervalos)

Entonces $t_c < d$ con $t_c = 6.825$ segundos, cumple con lo descrito en e la sección 3. Las perturbaciones tienen un rango de variación de ± 0.008 unidades para un error máximo de 0.03 unidades.

En la Figura 5 se observa el resultado de la estimación de parámetros del algoritmo MFF. Estos resultados permiten observar la efectividad del estimador apreciando cierto ruido sobre el parámetro estimado y un ligero defasamiento en el seguimiento del parámetro real.

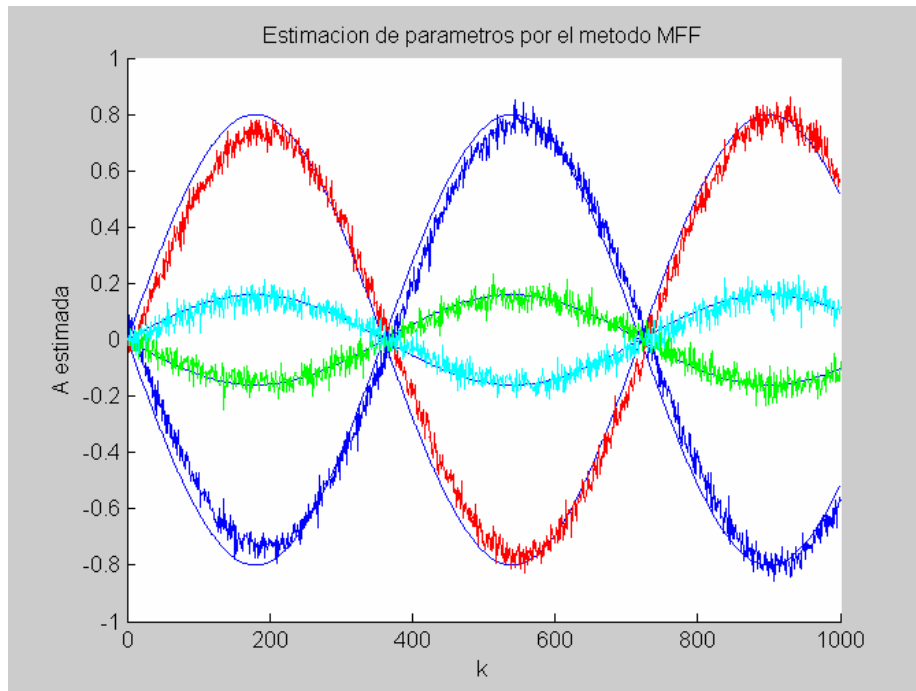


Figura 5 Resultados del EPTR MFF para un experimento. En la instancia 200, de arriba abajo se presentan $a_{4,3}$, $a_{1,4}$, $a_{2,3}$, $a_{3,4}$.

La variable instrumental fue seleccionada buscando que se rompiera la correlación con cualquiera de los ruidos que alteran al sistema

$$z_{\tau} = y_{\tau-2} \quad (\tau = 3, 4, \dots) \quad 21$$

De manera experimental y de acuerdo a [Med98], la mejor matriz de Factor de Olvido obtenida por el método de Montecarlo es:

$$R^* = \begin{bmatrix} 0.99989 & 0.0009 & 0.0009 & 0.0005 \\ 0.0009 & 0.99898 & 0.0003 & 0.0007 \\ 0.0009 & 0.0003 & 0.9999 & 0.0002 \\ 0.0005 & 0.0007 & 0.0002 & 0.89898 \end{bmatrix} \quad 22$$

Para reforzar los resultados esperados en el FMDTR con el método de Factor de Olvido Matricial es necesario realizar varios experimentos bajo las mismas condiciones de estimación; en este caso se realizaron 100 experimentos (ver Figura 6.) con los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} m_{max} &= [486, 458, 365, 346] \text{ intervalos para } a_{4,3}, a_{1,4}, a_{2,3}, a_{3,4}, \\ t_{c_max} &= [7.29, 6.87, 5.475, 5.19] \text{ s para } a_{4,3}, a_{1,4}, a_{2,3}, a_{3,4}, \\ d &= 20 \text{ s. (1333 intervalos)} \end{aligned}$$

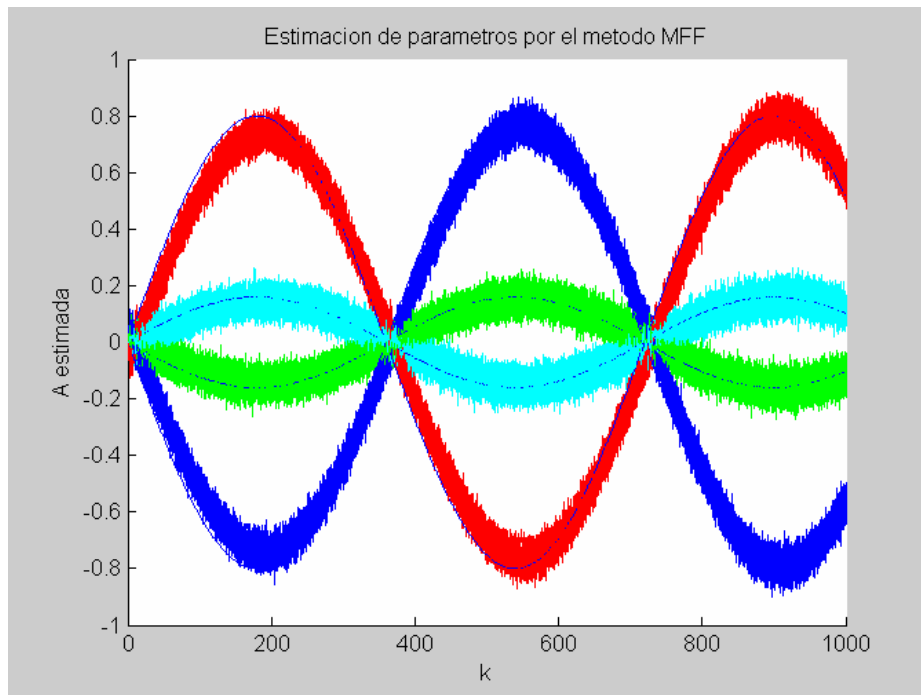


Figura 6 Resultados del EPTR MFF para 100 experimentos. En la instancia 200, de arriba abajo se presentan $a_{4,3}$, $a_{1,4}$, $a_{2,3}$, $a_{3,4}$.

De los 100 experimentos se obtuvieron cuatro superficies formadas por los funcionales de error. En la Figura 7 se muestra la superficie correspondiente al parámetro $a_{3,4}$.

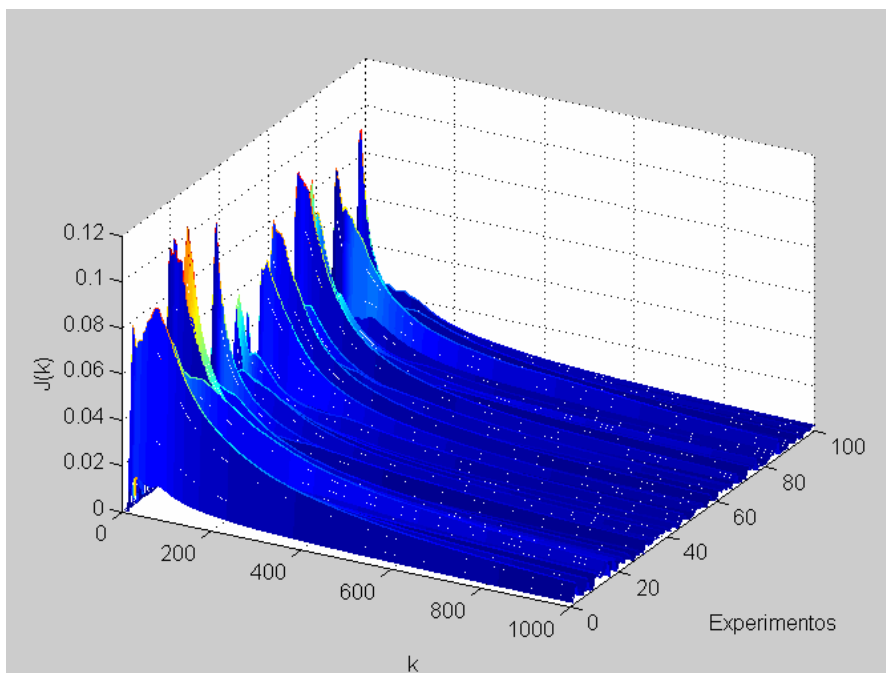


Figura 7 Funcional de error para el parámetro $a_{3,4}$ en 100 experimentos bajo las mismas condiciones del EPTR Factor de Olvido Matricial.

5. Conclusiones

La Estimación de Parámetros en Tiempo Real requirió de la formalización a través de definiciones básicas y características de lo que es el filtrado digital en tiempo real como estimador de parámetros. Los puntos a resaltar de este tipo de filtrado en tiempo real son: características de las tareas, sincronía, periodos de muestreo y tiempos de convergencia.

El algoritmo Factor de Olvido Matricial se utilizó para estimar parámetros variantes en el tiempo, en este trabajo se presentó como EPTR para dar seguimiento de los parámetros de las ecuaciones dinámicas de un motor de C.C. (modelo multivariable ideal) los cuales se encontraban en función de la velocidad angular del mismo. El error de convergencia descrito por Δ estuvo acotado en función de las características del motor; en la estimación se apreció un defasamiento temporal respecto a los parámetros reales. Un problema que se presentó en la implantación fue la elección de la mejor matriz de olvido descrita como R , debido a que se apreció cierta sensibilidad de hasta diezmilésimos en sus elementos, dando como resultado una deformación en la matriz de parámetros estimada o una indeterminación en la ganancia Γ , cabe mencionar que el algoritmo MFF cumplió todas las características descritas en las definiciones de la sección 3; por lo tanto se trata de un EPTR.

Bibliografía

- [Bar99] Baras J. (1999), “*Symbolic and numeric Real-time signal processing*”, Technical Report University of Maryland, USA.
- [BW97] Burns A. and Wellings A. (1996) *Real-time systems and programming languages*. University of York, Addison Wesley.
- [But97] Buttazzo G. (1997) *Hard real-time computing systems*. Scuola Superiore S. Anna, Kluwer Academic Publishers.
- [Cai86] Caines P. (1986). “*Linear Stochastic Systems*”. Ed. Wiley, Canada.
- [CC99] Chui C., Chen G. (1999), “*Kalman Filtering with Real-time Applications*”. Ed. Springer, USA.
- [Eck00] Ecker K. H. (2000). “*Overview on Distributed Real-time Systems. Requirements, Analysis, Specification, Operating Systems, Case Studies*”. Institute of Informatik, Technical University of Clausthal, Germany.
- [Gar99] Gardner M. (1999). *Probabilistic analysis and scheduling of critical soft real-time systems*. Ph. D. Thesis, University of Illinois at Urbana Champaign.
- [GM03] Guevara P., Medel J. J. (2003). “*Introducción a los Sistemas en Tiempo Real*”, libro publicado por la editorial Politécnico, registro de Derechos de Autor 03-2003-012912240400-01, México.
- [GT58] Gibson, J. E., and Tuteur, F. B., (1958), “*Control System Components*”, McGraw-Hill, NY, Toronto, London.
- [Hay91] Haykin S. (1991). *Adaptive filter theory*. Prentice Hall information and system sciences series.
- [HM96] Heitmeyer C. and Mandrioli D., (1996), “*Formal Methods for Real-Time Computing*”, volume 5 of Trends in Software. Wiley, USA.
- [Kot33] Kotel’nikov V. A. (1933). “*On the transmission capacity of “ether” and wire in electrocommunications*”. Izd, Red. Upr. RKKA (Moscow URSS) (Material for the first all-union conference on questions of communications), vol. 44, 1933.

- [Kuo96] Kuo B. C. (1996), "*Sistemas de control automático*". Prentice Hall 7ª edición, México.
- [Lap03] Laplante, P. (2003), "*Real-Time Systems Design and Analysis: An Engineer's Handbook*", Third Edition, to be published by John Wiley & Sons/IEEE Press, USA.
- [Liu00] Liu J. (2000). "*Real-time Systems*" Ed. Prentice Hall USA.
- [LL73] Liu C., Layland J. (1973). *Scheduling algorithms for multiprogramming in hard-real-time environment*. Journal of the ACM, Vol. 20, No. 4, (1982), pp273-250.
- [Med98] Medel J. (1998). *Identification of non stationary ARMA Models Based on Matrix Forgetting*. Ph. D. Thesis, CINVESTAV-IPN
- [Med02] Medel J. J. (2002). "*Análisis de dos métodos de estimación para sistemas lineales estacionarios e invariantes en el tiempo con perturbaciones correlacionadas con el estado observable del tipo: Una entrada una salida*" Computación y sistemas volumen 6 número 1, México.
- [MG03] Medel J., Guevara P., "*Constraints for real-time digital filters*" Automatic Control and Computer Sciences AVT No. 5 pages: 63-69 ISSN 0132-4160, Sep. 2003, (ISI), Latvia.
- [MGB02] Medel J. J., Guevara P., Barrón R. (2002). "*Interacción Entre Sistemas en Tiempo Real y Sistemas en Línea*". Congreso Internacional de Instrumentación Virtual, Pachuca México.
- [MGF03] Medel J., Guevara P., Flores A. "*RTMDF: Real-Time Multivariable Digital Filter*". International IEEE Workshop Signal Processing 2003, Poznan Polonia, October2003.
- [MP01] Medel J. J. , y Poznyak A. S. (2001), "*Adaptive Tracking for DC- derivate motor Based on Matriz Forgetting*", C y S, pp. 201-217, México.
- [NPI96] Najin K., Poznyak A. S., Ikonen E. (1996). "*Calculation of residence time for nonlinear systems*", International Journal of Systems Science, volume 27, number 7, pages 661-667.
- [Nyq28] Nyquist, H. (1928). *Certain Topics in Telegraph Transmission Theory*. USA. AIEE Transactions.
- [Oga80] K. Ogata (1980). "*Teoría de Control Moderno*". USA.
- [Rac97] Rachid, A., (1997) "*On induction Motors Control*", Control Systems Technology, I. E. E. E., Control Systems Society, 5-3, 380-382.
- [Sas99] Sastry S. (1999). "*Nonlinear Systems, analysis, stability and control*". Ed. Springer, USA.
- [Sha48] Shannon C. E. (1948), "*A mathematical theory of communication*". Bell Syst. Tech. J. vol. 27, pp. 379-423, 623-656, July-Oct.
- [SB94] Stephan J., Bodson M. "*Real-time estimation of the parameters and fluxes of induction motors*". IEEE Transactions on industry applications, vol. 30, no. 3, May/June 1994, USA.
- [Sta92] Stankovic J. (1992). "*Real-time kernel interfaces*". Technical report, Department of Computer Science, University of Massachussets. UM-CS-1992-078, USA.
- [TSO99] Takahashi K., Sakaguchi T., Ohya J. "*Real-time estimation of human body postures using Kalman filter*". 8th International Workshop on Robot and Human Interaction, September 27-29, 1999 Italy.
- [Whi15] Whittaker E. T. (1915), "*On the functions which are represented by the expansion of interpolation theory*". In Proc. Roy. Soc. Edimburgh, vol. 35, pp. 181-194.