Operaciones de Cambio basadas en Mecanismos de Selección Cuantitativos

Marcelo A. Falappa Guillermo R. Simari

Laboratorio de Investigación y Desarrollo en Inteligencia Artificial (LIDIA)
Instituto de Investigación en Ciencia y Tecnología Informática (IICyTI)
Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación
Universidad Nacional del Sur
Av. Alem 1253 - (B8000CPB) Bahía Blanca - Argentina
Phone/Fax: (+54)(291)459-5136
E-mail: [mfalappa,grs]@cs.uns.edu.ar

Palabras Clave: Revisión de Creencias, Dinámica de Creencias, Teoría de Cambio, Mecanismos de Selección.

Resumen

En este trabajo se realiza un estudio de las operaciones de cambio de la teoría de cambio de creencias desde el punto de vista de los mecanismos de selección que ellos usan. La teoría de cambio de creencias provee dos operaciones principales, contracciones y revisiones, las cuales permiten modificar la actitud epistémica de un agente eliminando creencias de un estado epistémico. Estas operaciones, interdefinibles entre si, pueden presentarse en sus dos formas más tradicionales: tipo *partial meet* y tipo *kernel*.

Las operaciones de cambio de tipo partial meet fueron introducidas en el modelo AGM (Alchourrón, Gärdenfors y Makinson [AGM85]) y se basan en dos items: un conjunto de restos y una función de selección. Por su parte, las operaciones de cambio de tipo kernel fueron introducidas por Hansson [Han94] y también se basan en dos items: un conjunto de kernels y una función de incisión.

En este trabajo presentaremos operaciones de cambio que basan sus métodos de selección en criterios cuantitativos, esto es, métodos que buscan maximizar la cantidad de creencias que se conservan en el estado epistémico de un agente.

1. Introducción

Los sistemas de revisión de creencias son sistemas lógicos para modelar la dinámica de conocimiento, esto es, como modificar nuestras creencias ante el arribo de información nueva. El problema surge cuando esta información es inconsistente con las creencias que representan nuestro estado de conocimiento. Puesto que es deseable preservar consistencia en el estado de conocimiento, generalmente es necesario eliminar ciertas creencias preservando tanta información original como sea posible (principio de *mínimo cambio* [AGM85, Gä88]).

El modelo AGM define tres tipos de operaciones de cambio: expansiones, contracciones y revisiones. Las expansiones se definen mediante operadores de consecuencia y uniones de conjuntos por lo que su definición es directa. En cambio, las contracciones y las revisiones requieren eliminar creencias del conocimiento de un agente por lo que es necesario contar con algún *mecanismo de selección* para determinar que sentencias serán eliminadas. Las contracciones en el modelo AGM se denominan *partial meet contractions* y están basadas en la selección de los subconjuntos maximales que no implican la información a ser eliminada. Para hacer esto, las partial meet contraction usan *funciones de selección*.

Por otra parte, las *kernel contractions* [Han94] se definen de manera diferente: se calculan los subconjuntos minimales que implican la información a ser eliminada; luego utiliza una *función de incisión* que "corta" cada uno de estos conjuntos y se eliminan las sentencias que selecciona tal función de incisión.

En ambos modelos, es necesario contar con mecanismos de selección para determinar que creencias se conservan o eliminan luego de aplicar una operación de cambio. La mayoría de los modelos existentes tratan de respetar el principio de mínimo cambio basándose en la calidad de la información más que en la cantidad de la misma. En este trabajo, formularemos criterios cuantitativos los cuales, si bien desde el punto de vista filosófico no son los más adecuados, desde el punto de vista práctico pueden ser de gran utilidad, principalmente cuando se apliquen sobre bases de conocimiento con gran volumen de información.

Asumiremos un lenguaje $\mathcal{L}$ al menos proposicional, con los conectivos $\rightarrow$, $\leftarrow$, $\leftrightarrow$, $\neg$, $\wedge$ y $\vee$. El operador de consecuencia Cn[1] es un mapeo de conjuntos de proposiciones a conjuntos de proposiciones, $Cn : \mathbf{2}^{\mathcal{L}} \Rightarrow \mathbf{2}^{\mathcal{L}}$ que satisface, al menos, las siguientes

[1]Si X es conjunto de sentencias del lenguaje y α una sentencia del lenguaje, entonces $X \vdash \alpha$ equivale a notar que $\alpha \in Cn(X)$.

propiedades: *inclusión* ($A \subseteq Cn(A)$), *monotonía* (si $A \subseteq B$ entonces $Cn(A) \subseteq Cn(B)$) y *iteración* ($Cn(A) = Cn(Cn(A))$) y que la noción de consecuencia lógica satisface las propiedades de *supraclasicidad* (si α puede ser derivada de A mediante la lógica veritativo funcional clásica, entonces $\alpha \in Cn(A)$), *deducción* ($\beta \in Cn(A \cup \{\alpha\})$ si y solo si $(\alpha \rightarrow \beta) \in Cn(A)$) y *compacidad* (si $\alpha \in Cn(A)$ entonces $\alpha \in Cn(B)$ para algún subconjunto finito $B \subseteq A$).

2. Criterios cualitativos vs. criterios cuantitativos

En la teoría de cambio de creencias, cuando debemos realizar una operación de contracción (o revisión) debemos eliminar ciertas creencias con el objetivo de producir el cambio epistémico deseado preservando equilibrio o consistencia en el estado epistémico actualizado. Para hacer posible ello, es necesario recurrir a algún método que permita asignar a las sentencias un determinado *valor informacional*. Aquellos modelos que utilizan esta técnica son conocidos como *information-theoretic approaches*. Luego, ante un proceso de contracción pura, serán eliminadas del conocimiento de un agente aquellas sentencias con menor valor informacional.

La mayoría de las teorías que permiten asignar valor informacional a las creencias se basan en el Modelo Bayesiano. En este tipo de modelo, el estado epistémico de un agente necesita que a cada sentencia se le asigne una medida de probabilidad que determina el grado de certeza de las creencias. Luego, si se desea eliminar una creencia de un estado epistémico, se podrían eliminar aquellas creencias con menor probabilidad o grado de certeza.

Sin embargo, este tipo de modificaciones no pueden ser modeladas en los modelos clásicos de cambio de creencias. La razón de esto es que aquellas creencias que son aceptadas en un estado epistémico (ya sea una base de creencias o un conjunto de creencias) son totalmente ciertas, esto es, tienen un grado de certeza máximo (igual a 1). Si ese valor de certeza fuera modificado, se le debería asignar el valor de certeza lo más cercano a 1 posible, actitud epistémica que no es posible de representar en los modelos clásicos de cambio de teorías.

La otra propuesta posible consiste en asignar a las creencias un valor de *importancia epistémica* [GM88, Rot92]. Esta medida es totalmente externa a la creencia, es decir, no se refiere a la confianza que debemos tener en esa creencia, sino en la importancia (o el peso) que puede tener esa creencia en los procesos de decisión de un agente. En cambio, la probabilidad de una creencia sí hace referencia a la misma pues establece el grado de certeza de la misma. Por ejemplo, si x es la probabilidad de una creencia p, entonces en un modelo probabilístico se asume que la probabilidad de $\neg p$ sea $(1-x)$. Sin embargo, esto no es aplicable a importancia epistémica puesto que si un agente cree en una sentencia p le asigna a esta la máxima probabilidad, aunque el peso de esa creencia puede ser bajo en determinado proceso de decisión de un agente.

Los mecanismos basados en importancia epistémica utilizan criterios de selección *cualitativos*, esto es, basados en la calidad/peso/importancia de la información en conflicto. Sin embargo, se pueden utilizar nociones *cuantitativas* para determinar qué preservar y qué no. Aquí podemos mencionar, entre otros, los operadores de revisión basados en *sistemas de esferas* (donde se minimizan las distancias entre mundos), el modelo de *updating*[2] [KM92] (en el cual se minimizan las distancias entre modelos), o en métodos cuantitativos que eliminen la menor cantidad de creencias.

3. Contracciones Kernel

Las operaciones de kernel contraction de un conjunto K con respecto a una sentencia α se definen (informalmente) como la diferencia entre el conjunto original y el conjunto de elementos seleccionados por la función de incisión. Esta función de incisión "corta" cada conjunto minimal (kernel) que implica a la sentencia α. A continuación, definiremos formalmente la noción de conjunto de kernels, función de incisión y kernel contraction.

Definición 1: Sea K un conjunto de sentencias y α una sentencia. $K^{\perp\!\!\perp}\alpha$ es el conjunto de conjuntos K' tales que $K' \in K^{\perp\!\!\perp}\alpha$ si $K' \subseteq K$, $K' \vdash \alpha$, y si $K'' \subset K'$ entonces $K'' \nvdash \alpha$. El conjunto $K^{\perp\!\!\perp}\alpha$ se denomina *conjunto de kernels*, y sus elementos se denominan los *α-kernels de K*. ■

Por ejemplo, dado $K = \{a, a \to b, c, c \to d, c \wedge d \to b, e \to u\}$ y $\alpha = b$ entonces el conjunto de α-kernels es $K^{\perp\!\!\perp}\alpha = \{\{a, a \to b\}, \{c, c \to d, c \wedge d \to b\}\}$. If $K = \{a, a \to b\}$ entonces $K^{\perp\!\!\perp}(a \to a) = \{\varnothing\}$ puesto que $a \to a \in Cn(\varnothing)$ y $K^{\perp\!\!\perp}\neg a = \varnothing$ ya que $K \nvdash \neg a$.

Definición 2: Sea K un conjunto de sentencias. Una *función de incisión para K* es una función "σ"($\sigma : \mathbf{2}^{\mathbf{2}^{\mathcal{L}}} \Rightarrow \mathbf{2}^{\mathcal{L}}$) tal que, para cualquier sentencia $\alpha \in \mathcal{L}$, se verifica que:

[2] Los modelos de updating tratan de captar la noción de cambios en el mundo, no de cambios en las creencias de un agente.

1) $\sigma(K^{\perp\!\!\perp}\alpha) \subseteq \cup(K^{\perp\!\!\perp}\alpha)$.
2) Si $X \in K^{\perp\!\!\perp}\alpha$ y $X \neq \varnothing$ entonces $(X \cap \sigma(K^{\perp\!\!\perp}\alpha)) \neq \varnothing$.
El caso límite en que $K^{\perp\!\!\perp}\alpha = \varnothing$ entonces $\sigma(K^{\perp\!\!\perp}\alpha) = \varnothing$. ■

La función de incisión selecciona las sentencias de K que serán removidas y se denomina así porque realiza una incisión en cada α-kernel. Por ejemplo, considerando $K = \{a, a \rightarrow b, c, c \rightarrow d, c \wedge d \rightarrow b, e \rightarrow f\}$ y $\alpha = b$ entonces $K^{\perp\!\!\perp}\alpha = \{\{a, a \rightarrow b\}, \{c, c \rightarrow d, c \wedge d \rightarrow b\}\}$ algunos posibles resultados de $\sigma(K^{\perp\!\!\perp}\alpha)$ son $\{a, a \rightarrow b, c \rightarrow d\}$, $\{a \rightarrow b, c \wedge d \rightarrow b\}$ y $\{a, c\}$.

Definición 3: Sea K un conjunto de sentencias, α una sentencia y σ una función de incisión para K. La operación de *kernel contraction* de K con respecto a α, denotada como $K \div_\sigma \alpha$, se define como:

$$K \div_\sigma \alpha = K \setminus \sigma(K^{\perp\!\!\perp}\alpha)$$

Esto es, $K \div_\sigma \alpha$ es igual a K menos las sentencias de los α-kernels de K seleccionadas por σ. ■

3.1. Funciones de Incisión Cuantitativas

Cuando se desea contraer un conjunto K con respecto a una sentencia α, se calculan los α-kernels y luego se aplica una función de incisión σ que corta cada uno de los elementos en $K^{\perp\!\!\perp}\alpha$. Con tal fin, pueden adoptarse distintas políticas de selección de elementos: cualitativas o cuantitativas. En este trabajo, proponemos un tipo de funciones de incisión para contracciones kernel, que pretende preservar el mayor número de sentencias posibles, minimizando la cantidad de sentencias a ser eliminadas de un conjunto de sentencias.

Definición 4: Sea K un conjunto de sentencias y σ una función de incisión para K. Decimos que σ es una *función de incisión cuantitativamente óptima* si, para cualquier otra función de incisión σ' de K, y para toda sentencia $\alpha \in \mathcal{L}$ se verifica que:

$$|\sigma(K^{\perp\!\!\perp}\alpha)| \leq |\sigma'(K^{\perp\!\!\perp}\alpha)|$$

Esto es, la cantidad de elementos eliminados por σ es la mínima. ■

Dada esta definición, puede deducirse que para un conjunto K y una sentencia α no existe una única función de incisión cuantitativamente óptima. También, es claro que no se tiene en cuenta la calidad de la información que se elimina, solamente se prioriza minimizar la cantidad de sentencias a eliminar. En [FS] se presenta un algoritmo para computar funciones de incisión cuantitativamente óptimas.
Por ejemplo, supongamos contar con el siguiente conjunto de creencias K:

$$K = \{p(a), q(a), p(X) \rightarrow q(X), q(X) \rightarrow r(X)\}$$

Supongamos que se desea eliminar $r(a)$ de K. El conjunto de $r(a)$-kernels de K es el siguiente:

$$\{\{q(a), q(X) \rightarrow r(X)\}, \{p(a), p(X) \rightarrow q(X), q(X) \rightarrow r(X)\}\}$$

Dado este conjunto, tenemos (entre otras) las siguientes posibles funciones de incisión:

$\sigma_1 = \{q(a), p(a)\}$.

$\sigma_2 = \{q(a), p(X) \rightarrow q(X)\}$.

$\sigma_3 = \{q(a), q(X) \rightarrow r(X)\}$.

$\sigma_4 = \{q(X) \rightarrow r(X), p(a)\}$.

$\sigma_5 = \{q(X) \rightarrow r(X), p(X) \rightarrow q(X)\}$.

$\sigma_6 = \{q(X) \rightarrow r(X)\}$.

$\sigma_7 = \{q(a), q(X) \rightarrow r(X), p(a)\}$.

$\sigma_8 = \{q(a), q(X) \rightarrow r(X), p(X) \rightarrow q(X)\}$.

$\sigma_9 = \{q(a), q(X) \rightarrow r(X)\}$.

Si bien estas no representan todas las funciones de incisión, las restantes surgen por la unión de algunas de las anteriores. Por lo tanto, las restantes funciones de incisión elegirán más elementos que las anteriores. Luego, resulta evidente que la función de incisión cuantitativamente óptima es σ_6.

4. Partial Meet Contractions

Las operaciones de partial meet contraction de un conjunto K con respecto a una sentencia α se definen (informalmente) como la intersección de los “mejores” subconjuntos maximales de K que fallan en implicar α. A continuación, definiremos formalmente la noción de conjunto de restos, función de selección y partial meet contraction.

Definición 5: Sea K un conjunto de sentencias y α una sentencia. Entonces $K^{\perp}\alpha$ es el conjunto de todos los K' tales que $K' \in K^{\perp}\alpha$ si y solo si $K' \subseteq K$, $K' \nvdash \alpha$ y si $K' \subset K'' \subseteq K$ entonces $K'' \vdash \alpha$. El conjunto $K^{\perp}\alpha$ se denomina *conjunto de restos* de K con respecto a α, y sus elementos se denominan *α-restos de K*. ■

Por ejemplo, si $K = \{a, a \rightarrow b, c, c \rightarrow d, c \wedge d \rightarrow b, e \rightarrow f\}$ entonces el conjunto de b-restos es $\{\{a \rightarrow b, c \rightarrow d, c \wedge d \rightarrow b, e \rightarrow f\}, \{a, c \rightarrow d, c \wedge d \rightarrow b, e \rightarrow f\}, \{a \rightarrow b, c, c \wedge d \rightarrow b, e \rightarrow f\}, \{a, c, c \wedge d \rightarrow b, e \rightarrow f\}\}$. El conjunto de g-restos de K es igual a $\{K\}$ puesto que $K \nvdash g$. El conjunto de $(a \rightarrow a)$-restos de K es $\varnothing$ debido a que $a \rightarrow a \in Cn(\varnothing)$ y ningún subconjunto de K falla en implicar $a \rightarrow a$.

Definición 6: Sea K un conjunto de sentencias. Una *función de selección para K* es una función “γ” ($\gamma : \mathbf{2}^{\mathbf{2}^{\mathcal{L}}} \Rightarrow \mathbf{2}^{\mathbf{2}^{\mathcal{L}}}$) tal que para cualquier sentencia $\alpha \in \mathcal{L}$, se verifica que:
1) $\varnothing \neq \gamma(K^{\perp}\alpha) \subseteq K^{\perp}\alpha$.
2) Si $K^{\perp}\alpha = \varnothing$ entonces $\gamma(K^{\perp}\alpha) = K$. ■

Por ejemplo, dado $K = \{a, a \rightarrow b, c, c \rightarrow b, \neg d\}$ y $\alpha = b$ entonces tenemos que $K^{\perp}\alpha = \{\{a, c, \neg d\}, \{a, c \rightarrow b, \neg d\}, \{a \rightarrow b, c, \neg d\}, \{a \rightarrow b, c \rightarrow b, \neg d\}\}$ y algunos posibles resultados de $\gamma(K^{\perp}\alpha)$ son $\{\{a, c, \neg d\}\}$, $\{\{a, c \rightarrow b, \neg d\}\}$, $\{\{a, c, \neg d\}, \{a \rightarrow b, c \rightarrow b, \neg d\}\}$ y $\{\{a, c \rightarrow b, \neg d\}, \{a \rightarrow b, c, \neg d\}, \{a \rightarrow b, c \rightarrow b, \neg d\}\}$.

Definición 7: Sea K un conjunto de sentencias, α una sentencia y γ una función de selección para K. La operación de *partial meet contraction* de K con respecto a α, denotada como $K \div_{\gamma} \alpha$, se define como:

$$K \div_{\gamma} \alpha = \cap \gamma(K^{\perp}\alpha)$$

Esto es, $K \div_{\gamma} \alpha$ es igual a la intersección de los α-restos de K seleccionados por γ. ■

Considerando nuevamente al conjunto $K = \{a, a \rightarrow b, c, c \rightarrow b, \neg d\}$, $\alpha = b$ y $K^{\perp}\alpha = \{\{a, c, \neg d\}, \{a, c \rightarrow b, \neg d\}, \{a \rightarrow b, c, \neg d\}, \{a \rightarrow b, c \rightarrow b, \neg d\}\}$ entonces algunos posibles resultados de $K \div_{\gamma} \alpha$ son $\{a, \neg d\}$, $\{\neg d\}$ y $\{a \rightarrow b, \neg d\}$.

4.1. Funciones de Selección Cuantitativas

Cuando se desea contraer un conjunto K con respecto a una sentencia α, se calculan los α-restos, se seleccionan los mejores (mediante una función de selección γ) y luego se los intersecta.

Con tal fin, pueden adoptarse distintas políticas de selección de elementos cualitativas o cuantitativas. En este trabajo, proponemos un tipo de funciones de selección para contracciones partial meet, que pretende preservar el mayor número de sentencias posibles, minimizando la cantidad de sentencias a ser eliminadas de un conjunto de sentencias.

Definición 8: Sea K un conjunto de sentencias y γ una función de selección para K. Decimos que γ es una *función de selección cuantitativamente óptima* si, para cualquier otra función de selección γ' de K, y para toda sentencia $\alpha \in \mathcal{L}$ se verifica que:

$$| \cap \gamma(K^{\perp}\alpha)| \leq | \cap \gamma'(K^{\perp}\alpha)|$$

$\blacksquare$

Notemos que en esta definición, no se considera la cantidad de elementos seleccionados por γ, sino la cantidad de sentencias que se conservan luego de intersectar los conjuntos seleccionados por γ.

Una propiedad interesante de las funciones de selección cuantitativas es la siguiente:

$$\text{Si } \gamma_1(K^{\perp}\alpha) \subseteq \gamma_2(K^{\perp}\alpha) \subseteq (K^{\perp}\alpha) \text{ entonces } (\cap\gamma_2(K^{\perp}\alpha)) \subseteq (\cap\gamma_1(K^{\perp}\alpha))$$

Esto es, si dos funciones de selección diferentes γ_1 y γ_2 eligen (entre el conjunto de restos de K por α) dos conjuntos tales que, los elementos que selecciona γ_1 son seleccionados por γ_2 entonces, la función de selección γ_1 será al menos tan buena (desde el punto de vista cuantitativo) como γ_2. La razón de esto es que al intersectar los elementos seleccionados por γ_2 se obtendrán, al menos, todas las sentencias que se obtienen intersectando los elementos seleccionados por γ_1.

Basándonos en criterios cuantitativos, es claro que las operaciones de *full meet contraction* (aquellas contracciones donde la función de selección elige a todos los elementos del conjunto de restos) son las peores mientras que las operaciones de *maxichoice contraction* (aquellas contracciones donde la función de selección elige a un elemento del conjunto de restos) son las mejores. Nuevamente, queda en evidencia que no existe una única función de selección cuantitativamente óptima.

Supongamos contar nuevamente con el conjunto de creencias K:

$$K = \{p(a), q(a), p(X) \rightarrow q(X), q(X) \rightarrow r(X)\}$$

Supongamos que se desea eliminar $r(a)$ de K. El conjunto de $r(a)$-restos de K es $\{K_1, K_2, K_3\}$ donde:

$K_1 = \{p(X) \rightarrow q(X), q(X) \rightarrow r(X)\}$.

$K_2 = \{p(a), q(a), p(X) \rightarrow q(X))\}$.

$K_3 = \{p(a), q(X) \rightarrow r(X)\}$.

Luego, las posibles funciones de selección (y las correspondientes contracciones) son:

$\gamma_1 = \{K_1\}$ y su contracción asociada es $K -_{\gamma_1} r(a) = \{p(X) \rightarrow q(X), q(X) \rightarrow r(X)\}$.

$\gamma_2 = \{K_2\}$ y su contracción asociada es $K -_{\gamma_2} r(a) = \{p(a), q(a), p(X) \rightarrow q(X)\}$.

$\gamma_3 = \{K_3\}$ y su contracción asociada es $K -_{\gamma_3} r(a) = \{p(a), q(X) \rightarrow r(X)\}$.

$\gamma_4 = \{K_1, K_2\}$ y su contracción asociada es $K -_{\gamma_4} r(a) = \{p(X) \rightarrow q(X)\}$.

$\gamma_5 = \{K_1, K_3\}$ y su contracción asociada es $K -_{\gamma_5} r(a) = \{q(X) \rightarrow r(X)\}$.

$\gamma_6 = \{K_2, K_3\}$ y su contracción asociada es $K -_{\gamma_6} r(a) = \{p(a)\}$.

$\gamma_7 = \{K_1, K_2, K_3\}$ y su contracción asociada es $K -_{\gamma_7} r(a) = \{\}$.

Es claro que la función de selección cuantitativamente óptima es γ_2 y que, en este caso, es única.

4.2. Conexión entre mecanismos de selección cuantitativos

Anteriormente definimos funciones de incisión y de selección cuantitativamente óptimas para contracciones de tipo kernel y de tipo partial meet respectivamente. Las operaciones de cambio de tipo partial meet [AGM85, Gä88] son el punto referencial más importante en la teoría de cambio de creencias. Las operaciones de cambio de tipo kernel [Han94] se construyen de manera diferente y tienen la particularidad de ser más generales que las de tipo partial meet. Esto es, toda operación de tipo partial meet es una operación de tipo kernel pero la recíproca no es cierta. Esto puede verse claramente a partir de los teoremas de representación de cada una de las operaciones.

Una cuestión que puede surgir es, si a partir de alguno de estos mecanismos de selección puede definirse el otro. La respuesta a esto puede hallarse en [FS02]. En este trabajo se define el siguiente mapeo que permite definir una función de incisión a partir de una función de selección.

Definición 9: Sea γ una función de selección para un conjunto K. Podemos definir una función de incisión σ_γ como sigue: si $\beta \in K$ y $\beta \notin \cap\, \gamma(K^{\perp}\alpha)$ entonces $\beta \in \sigma(K^{\perp\!\!\!\perp}\alpha)$. ■

La intuición de esta definición es la siguiente: β es seleccionado por una función de incisión σ (sobre el conjunto de α-kernels de K) si β no pertenece a algún α-resto de K seleccionado por γ. Luego, a partir de este mapeo podemos definir funciones de incisión cuantitativamente óptimas a partir de funciones de selección cuantitativamente óptimas.

5. Conclusiones

Si bien existen muchos argumentos para sostener que, en los procesos de decisión de un agente, se preservan las creencias de mayor importancia y se descartan las de menor, en muchos casos, puede ser necesario y útil contar con métodos cuantitativos. Por ejemplo, cuando se debe decidir que creencias preservar entre varias creencias incomparables bajo algún criterio de importancia o cuando existen varias creencias del mismo "peso" pero basta eliminar una de ellas para realizar con éxito el cambio.

En sistemas computacionales basados en conocimiento también es posible aplicar este tipo de operadores. Tales sistemas cuentan con una base de conocimiento, una máquina de inferencia y un sistema encargado de actualizar el conocimiento. En estos casos, al momento de eliminar creencias el sistema podría notificar al ingeniero de conocimiento que creencias deberían ser descartadas teniendo en cuenta la cantidad de información que se pierde, particularmente en las situaciones mencionadas anteriormente.

Otra ventaja de utilizar mecanismos de selección cuantitativos es que no es necesario almacenar información *externa* a las creencias. Los mecanismos de selección cualitativos requieren que se almacene, además de las creencias que representan el estado epistémico de un agente, información de preferencia entre las mismas, tal como es el caso de las relaciones de importancia epistémica. Si pensamos en bases de creencias o bases de conocimientos con miles de creencias, el espacio para almacenar la información de preferencia puede ser tan alta como la necesaria para almacenar las creencias. Si bien estos aspectos no llegan a ser considerados en el estudio formal de la teoría de cambio de creencias, pueden ser de fuerte impacto en aplicaciones computacionales de sistemas que permitan modelar la dinámica de conocimiento.

Referencias

[AGM85] Carlos Alchourrón, Peter Gärdenfors, and David Makinson. *On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions*. *The Journal of Symbolic Logic*, 50:510–530, 1985.

[FS] Marcelo A. Falappa and Guillermo R. Simari. *Contracciones Kernel: Funciones de Selección Cuantitativas*. *Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación*.

[FS02] Marcelo A. Falappa and Guillermo R. Simari. *Operaciones de tipo Kernel a partir de operaciones de tipo Partial Meet*. *VIII Congreso Argentino de Ciencias de la Computación*, CACIC 2002:411–421, 2002.

[Gä88] Peter Gärdenfors. *Knowledge in Flux: Modelling the Dynamics of Epistemic States*. The MIT Press, Bradford Books, Cambridge, Massachusetts, 1988.

[GM88] Peter Gärdenfors and David Makinson. *Revisions of Knowledge Systems using Epistemic Entrenchment*. *Second Conference on Theoretical Aspects of Reasoning About Knowledge*, pages 83–95, 1988.

[Han94] Sven Ove Hansson. *Kernel Contraction*. *The Journal of Symbolic Logic*, 59:845–859, 1994.

[KM92] Hirofumi Katsuno and Alberto Mendelzon. *On the Difference Between Updating a Knowledge Database and Revising It*. pages 183–203, 1992.

[Rot92] Hans Rott. *Preferential Belief Change using Generalized Epistemic Entrenchment*. *The Journal of Logic, Language and Information*, 1:45–78, 1992.