

Tratamiento de soluciones no factibles para el problema SMINK⁻¹

María Teresa Taranilla ⁽¹⁾

Mario Guillermo Leguizamón ⁽²⁾

Edilma Olinda Gagliardi ⁽¹⁾

Departamento de Informática
Facultad de Ciencias Físico, Matemáticas y Naturales
Universidad Nacional de San Luis, Argentina
{ tarani, legui, oli }@unsl.edu.ar

Gregorio Hernández Peñalver ⁽¹⁾

Departamento de Matemática Aplicada, Facultad de Informática
Universidad Politécnica de Madrid, España
gregorio@fi.upm.es

Abstract

A solution for the opposite problem to the classical Minkowski Sum problem embodies the polygon decomposition in Minkowski sum. This problem (called SMINK⁻¹) can be solved by algorithms of exponential complexity. Due to this fact, we proposed in earlier works a genetic algorithm from which satisfactory results were obtained. However, the representation used and the applied decoding process increased greatly the size of the infeasible search space. In this work, we propose an alternative approach for decoding the solutions which evaluates almost all infeasible solutions as feasible ones. The new decoding approach implemented in the genetic algorithm is validated by using a set of different instances of SMINK⁻¹.

Keywords: Minkowski Sum, Computational Geometry, Polygon Decomposition, Genetic Algorithms.

Resumen

El problema inverso al resuelto por la suma de Minkowski se refiere a la descomposición de polígonos en suma de Minkowski. Este problema, que denominamos SMINK⁻¹, puede resolverse con un algoritmo de complejidad exponencial. Debido a la complejidad inherente del mismo, propusimos en trabajos anteriores su resolución utilizando un algoritmo genético con el cual se obtuvieron resultados satisfactorios. Sin embargo, se presentaron ciertos problemas respecto a un considerable aumento en el tamaño del espacio de soluciones no factibles. En este trabajo presentamos una propuesta para tratar las soluciones no factibles utilizando una forma alternativa de decodificación, de manera que la mayoría de las soluciones no factibles sean evaluadas como factibles. La nueva propuesta de decodificación incluida en el algoritmo genético es validada a través de un conjunto de instancias de distinto tipo del problema SMINK⁻¹.

Palabras claves: Suma de Minkowski. Geometría Computacional. Descomposición de Polígonos. Algoritmos Genéticos

⁽¹⁾ Proyecto Tecnologías Avanzadas de Bases de Datos 22/F314, Departamento de Informática, UNSL.

Proyecto AL2006_Pf_013 Geometría Computacional, UPM.

⁽²⁾ Laboratorio de Investigación y Desarrollo en Inteligencia Computacional (LIDIC), Departamento de Informática, UNSL.

1 INTRODUCCIÓN

En muchas disciplinas actuales, por ejemplo: robótica, visión artificial, computación gráfica, sistemas de información geográfica, diseño asistido por computadora, entre otras, se requiere construir y manejar eficientemente objetos geométricos y disponer de algoritmos eficientes es, a veces, esencial para resolver en tiempo real los problemas que se plantean.

La Geometría Computacional estudia problemas desde un punto de vista geométrico, dedicándose al diseño y análisis de algoritmos y estructuras de datos adecuadas para su resolución. En el ámbito de esta disciplina existen problemas que, o bien, son de naturaleza NP-dura, o no se han encontrado hasta el momento algoritmos eficientes que los solucionen. Sin embargo, en ambos casos puede existir la necesidad de encontrar respuestas a tales problemas, aunque las respuestas sean aproximadas o heurísticas. Algunas clases particulares de problemas incluyen la búsqueda y recuperación de objetos geométricos, descomposición geométrica, la aproximación de formas y temas relacionados a proximidad, intersección y visibilidad entre objetos geométricos.

Los polígonos son objetos geométricos con los que se trabaja frecuentemente, ya que constituyen una representación adecuada para la mayoría de los objetos del mundo real y, además, las operaciones que pueden realizarse entre ellos brindan soluciones en una variada gama de aplicaciones. Una de las operaciones que puede aplicarse a polígonos es la suma de Minkowski.

La suma de Minkowski de dos conjuntos P y $Q \subset \mathbf{R}^2$, se define como $P \oplus Q = \{p + q : p \in P, q \in Q\}$. La complejidad de la construcción de la suma de Minkowski entre dos polígonos P y Q con n y m vértices respectivamente, $P \oplus Q$ es $O(n + m)$ si ambos polígonos son convexos, $O(nm)$ si uno de los polígonos es convexo y el otro no convexo y $O(n^2m^2)$ si ambos polígonos no son convexos [2].

En el campo de la robótica, la suma de Minkowski se utiliza en la planificación de movimientos de robots. Si un robot (plano) debe moverse en una escena con obstáculos poligonales, la suma sirve para determinar el espacio prohibido en el cálculo de trayectorias sin colisiones. Los obstáculos se agrandan calculando la suma de Minkowski entre el polígono que representa el robot y aquellos que representan los obstáculos [7].

Sea un obstáculo Q y un robot P que se mueve por el plano mediante sucesivas traslaciones. La ubicación del robot en el plano está determinada por un punto interior p que es el punto de referencia del robot. Si hacemos coincidir p con el origen de coordenadas y construimos P' , figura simétrica de P respecto del origen, $Q \oplus P'$ es el conjunto de todas las ubicaciones del punto de referencia del robot P tales que $Q \cap P \neq \emptyset$. Esta suma se denomina *C-obstáculo* y representa el conjunto de puntos en los cuales el robot no puede ubicarse, pues colisionaría con el obstáculo Q . Supongamos que conocemos la suma de Minkowski de cada uno de los obstáculos con el robot, pero desconocemos la forma original del robot, en ese caso puede interesar en descomponer cada uno de los C-obstáculos para recuperar la forma original del robot. Así planteamos el problema inverso al resuelto por la suma de Minkowski: Dado un polígono S , queremos encontrar polígonos P y Q tales que la suma de Minkowski de P y Q sea S , es decir, $S = P \oplus Q$.

La suma de Minkowski definida para polígonos en el plano se extiende de forma inmediata a politopos en dimensión arbitraria. Un politopo en dimensión n es el cierre convexo de un conjunto de puntos en \mathbf{R}^n , es decir, el equivalente n -dimensional de un polígono convexo. El problema de descomposición para politopos en dimensión n ha sido estudiado exhaustivamente, tanto para la suma de Minkowski como para otros tipos de adición. En [5] se caracterizan los politopos descomponibles, pero en esas descomposiciones los sumandos pueden tener el mismo número de lados que el politopo original. En nuestro problema tal situación no es posible, pues se requiere que los polígonos sumandos tengan un número inferior de lados que el polígono original.

Remitiéndonos a la descomposición de polígonos en el plano analizamos la situación para polígonos convexos. Dado un polígono convexo S de n lados, cualquier posible polígono P que sea

sumando de S es un polígono convexo que tiene sus lados entre los de S , por tanto, inspeccionando todos los posibles subpolígonos de S con k lados detectamos si S admite una descomposición donde uno de los sumandos consta k lados. Esta estrategia conduce a un algoritmo de complejidad exponencial para resolver el problema de la descomposición.

Por otro lado, si se restringe el problema de la descomposición a polígonos cuyos vértices tienen coordenadas enteras y se exige que los sumandos también cumplan esta propiedad, se ha demostrado que el problema de la descomposición es NP-duro [4].

Las técnicas metaheurísticas son una herramienta utilizada para la resolución aproximada de problemas de optimización combinatoria de alta complejidad, que no pueden ser resueltos en forma exacta mediante técnicas clásicas. Por lo tanto, dado que la estrategia para resolver el problema conduce a un algoritmo de orden exponencial propusimos su resolución utilizando un algoritmo genético obteniendo resultados satisfactorios, aunque encontramos problemas con el tamaño del espacio de soluciones no factibles [11].

En este trabajo presentamos una propuesta para tratar el problema de las soluciones no factibles utilizando una forma alternativa de descodificar las soluciones con el fin de aumentar el tamaño del espacio de soluciones de $SMINK^{-1}$. Este artículo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 presentamos el problema $SMINK^{-1}$ y la propuesta para tratar las soluciones no factibles. Seguidamente, en la sección 3 se describen los lotes de polígonos sobre los cuales se trabajó en el estudio experimental. En la sección 4 se presentan los resultados obtenidos. Finalmente, las conclusiones y propuestas de trabajos futuros.

2 PROBLEMA $SMINK^{-1}$

Dado un polígono S de n lados, el problema inverso a la suma de Minkowski consiste en buscar polígonos P y Q de k y k' lados respectivamente, tales que $S=P \oplus Q$. Si S es un polígono convexo, cualquier posible polígono P que sea sumando de S es un polígono convexo que tiene sus lados entre los de S , por lo tanto armando todos los posibles subpolígonos de S con k lados podemos detectar si S admite una descomposición donde uno de los sumandos consta k lados.

El algoritmo que detecta si un polígono de n lados, admite un polígono de k lados como sumando de Minkowski, con k fijo y conocido, tiene una complejidad $O(n^k)$. En cambio, la complejidad un posible algoritmo para detectar si el polígono S admite un sumando de Minkowski de un número no precisado de lados es de orden exponencial. Debido a esto, propusimos utilizar un enfoque evolutivo para la resolución de este problema [9],[11].

Decimos que n , el número de lados del polígono S es el tamaño del problema y consideramos como espacio de soluciones \mathbf{P} al conjunto formado por todos los polígonos P de k lados, tal que $2 \leq k \leq n-2$. Formalmente definimos el problema $SMINK^{-1}$ de la siguiente manera: sea S un polígono convexo de n lados. Sea \mathbf{P} el conjunto de todos los posibles polígonos de k lados, con $2 \leq k \leq n-2$. El problema consiste en:

$$\text{Min } f(P) = \text{Area}((P \oplus Q) \Delta S)$$

donde $P \in \mathbf{P}$ y Q se construye con los lados de S que no forman parte del polígono P .

Esto es, dado un polígono convexo S armamos un polígono P eligiendo lados de S en orden. Luego, con los lados restantes de S que no forman de P construimos el polígono Q . De este modo obtenemos los posibles candidatos P y Q , luego calculamos $P \oplus Q$ y comparamos cuánto se aproxima a S . La medida de la diferencia entre $P \oplus Q$ y S es el área de la diferencia simétrica entre ambos polígonos, denotada Δ y es la función objetivo a minimizar.

En [11] realizamos una propuesta general para encarar el problema $SMINK^{-1}$ utilizando Algoritmos Genéticos. El Algoritmo Genético implementado fue descrito detalladamente por lo que a continuación solo describimos brevemente sus componentes principales.

Representación: un polígono P está representado por una cadena binaria de n bits. Un 1 en el gen i significa que el lado i de S forma parte del polígono P , y un 0 que no forma parte, con la restricción de que en el cromosoma hay entre 2 y $n-2$ bits con valor 1.

Población inicial: una población de cromosomas donde cada cromosoma es una cadena binaria de n bits, donde n es la cantidad de lados de S y cada bit se genera en forma aleatoria. Se controla que la cantidad de bits en 1 de cada cromosoma esté comprendida entre 2 y $n-2$. Si esta condición no se cumple, se realiza un proceso simple de reparación para asegurar la factibilidad de las posibles soluciones.

Función de evaluación: La función de evaluación recibe como parámetro un cromosoma que representa una secuencia de lados de P . Obtiene Q como complemento del cromosoma recibido como parámetro. Descodifica P y Q , calcula S' como $P \oplus Q$, luego calcula la diferencia simétrica entre S y S' y devuelve el área de la diferencia simétrica entre S y S' .

Operadores genéticos: Utilizamos el crossover de un punto que intercambia subcadenas determinadas en punto aleatorio. La operación de mutación usada consiste en reemplazar con cierta probabilidad el valor de un bit. El operador de selección utilizado es el de selección por torneo, este método selecciona en un cierto número de candidatos (en nuestro caso 2 individuos) y elige el mejor individuo entre ellos para que pase a la siguiente generación.

2.1 Problema de la representación elegida y el espacio de soluciones factibles

Como mencionamos antes, la representación elegida para un polígono P es una cadena binaria de n bits donde un 1 en la posición i significa que el lado i de S forma parte del polígono P , y un 0 que no forma parte, con la restricción de que en la cadena hay entre 2 y $n-2$ bits con valor 1.

El polígono S es convexo, entonces los posibles sumandos P y Q también deben ser polígonos convexos. El problema es que usando esta representación, puede ocurrir que con la sucesión de lados elegidos para armar el polígono P (o el polígono Q), se obtengan soluciones no factibles. Esto es, la representación geométrica de la solución puede ser un polígono que no sea simple, que no sea convexo o que no sea cerrado. Cabe aclarar que, un polígono es simple cuando ninguno de sus lados se interseca entre sí, es convexo si y sólo si el ángulo interior a cualquier vértice es menor o igual que π y es cerrado si cumple que la suma vectorial de sus lados es igual a cero.

Los resultados mostrados en [11] indicaron que dada la representación elegida para las soluciones e independientemente del tamaño de las instancias consideradas, el número de soluciones factibles evaluadas era ínfimo respecto al de soluciones no factibles, es decir el espacio de búsqueda del problema $SMINK^{-1}$ quedaba constituido por un reducido porcentaje de soluciones factibles. Por lo tanto, analizamos el espacio de búsqueda de $SMINK^{-1}$ para aumentar el tamaño del espacio de soluciones factibles. Con este fin, el proceso de descodificación se modificó de manera tal que, al descodificar una solución siempre se obtengan polígonos que cumplan con las características de factibilidad requeridas.

Más formalmente, a una cadena binaria $s \in \{0,1\}^n$, le aplicamos un proceso de descodificación que obtiene una representación geométrica para un polígono P , que puede no cumplir con los requerimientos de factibilidad establecidos para una solución. A continuación, se aplica un proceso de ajuste a P , que permite obtener una aproximación al polígono, que cumple con todas las condiciones de factibilidad requeridas.

El proceso de ajuste elegido es el cierre convexo de los vértices del polígono P . El cierre convexo de un conjunto de puntos, es el menor conjunto convexo que contiene ese conjunto. Esta es una técnica sencilla que nos permite de encontrar una aproximación geométrica de P , que siempre cumple con las condiciones requeridas para considerar factible una solución.

Veamos a continuación un ejemplo de este proceso. Dado el polígono convexo T , mostrado en la figura 1.

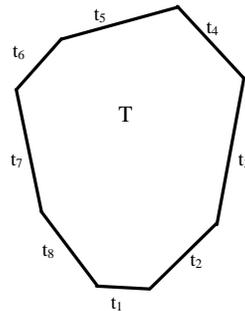


Figura 1: T es un polígono convexo de 8 vértices

La cadena s al ser descodificada da lugar a solución que no es factible, una cadena poligonal no cerrada (ver figura 2). Luego de calcular el cierre convexo al polígono P se obtiene una representación geométrica aproximada P' , que cumple las condiciones de factibilidad requeridas, ser convexo, cerrado y simple.

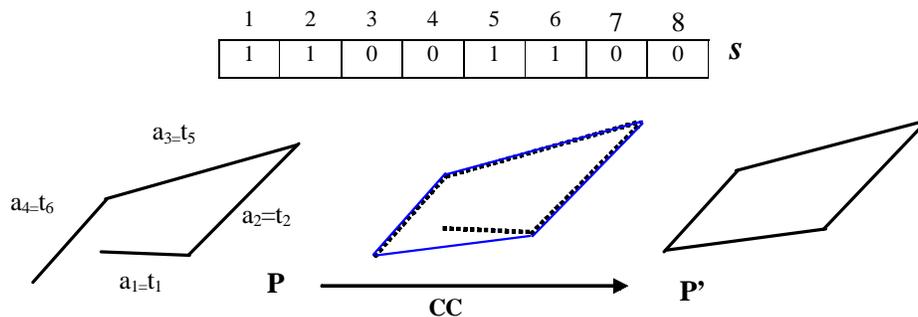


Figura 2: representación geométrica de la cadena s y su correspondiente representación geométrica aproximada después del aplicar el cierre convexo

Este proceso de descodificación extendido es una forma alternativa de descodificar las soluciones binarias que no implica una reparación o modificación de las mismas, y permite considerar todas las soluciones obtenidas atenuando así el problema del tamaño del espacio de soluciones no factibles del problema $SMINK^{-1}$.

3 ESTUDIO EXPERIMENTAL

La evaluación del comportamiento de heurísticas aplicadas en la resolución de problemas geométricos establece la necesidad de generar aleatoriamente instancias de prueba. En este caso necesitamos contar con un conjunto adecuado de instancias de tamaño y complejidad variados generadas aleatoriamente para experimentación, prueba y verificación del algoritmo genético que resuelve el problema $SMINK^{-1}$. Con esta finalidad, hemos estudiado la generación aleatoria de objetos geométricos, en particular de polígonos, y construimos un generador aleatorio de polígonos que nos permite construir lotes de prueba de diferentes magnitudes; esto es en cantidad de polígonos, en número de vértices de un polígono, en sus formas, etc. [1], [12].

Para este estudio, hemos generado tres lotes de prueba diferentes con las siguientes características:

LoteSM: es un conjunto de 18 instancias donde cada instancia es un polígono convexo de forma general obtenido calculando la suma de Minkowski de dos polígonos convexos cualesquiera generados en forma aleatoria. Este proceso de construcción de los polígonos de prueba nos asegura la existencia de al menos una solución exacta. Los tamaños de las instancias corresponden a polígonos de entre 18 a 73 vértices.

Lote PC: consta de dos lotes de prueba LotePC-50 y Lote PC-100. Cada uno de estos lotes es conjunto de 30 instancias donde cada instancia es un polígono convexo cocircular generado aleatoriamente, utilizando el generador aleatorio de polígonos cocirculares desarrollado para este fin. Los lotes difieren en la cantidad de vértices de las instancias, es decir, las instancias del LotePC-50 tienen 50 vértices y las del LotePC-100 tienen 100 vértices.

Un polígono simple es cocircular si sus vértices están situados en una circunferencia. La forma típica de un polígono cocircular puede observarse en la figura 3.

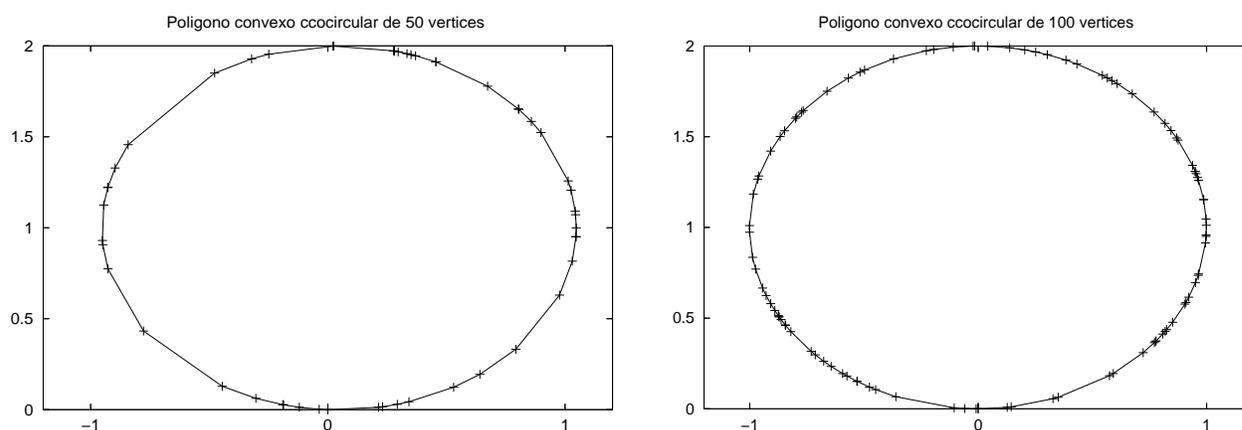


Figura 3: Ejemplos polígonos cocirculares de 50 y 100 vértices

LotePG: es un conjunto de 57 instancias donde cada instancia es un polígono convexo de forma general generado aleatoriamente utilizando el generador aleatorio de polígonos convexos generales que hemos desarrollado. Los tamaños de las instancias corresponden a polígonos de entre 20 a 91 vértices. En la figura 4 se muestran dos ejemplos de polígonos convexos pertenecientes a este lote.

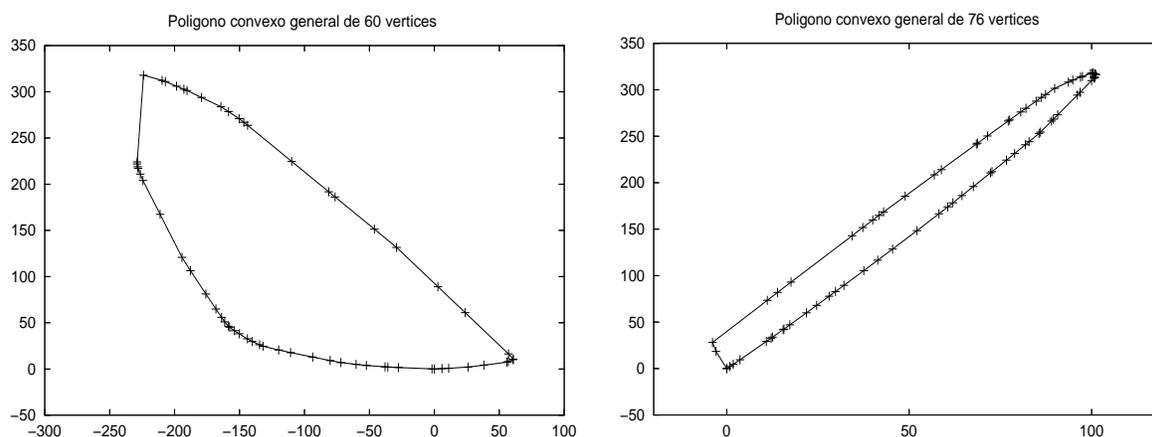


Figura 4: Ejemplos polígonos convexos generales

4 RESULTADOS OBTENIDOS

El algoritmo genético se ejecutó para cada uno de los lotes descritos en la sección anterior con los siguientes parámetros: una población de 50 individuos, una probabilidad de crossover $p_c= 0.65$, una probabilidad de mutación $p_m= 0.005$ y 500 generaciones. Para cada instancia se replicaron 30 corridas usando diferentes semillas. Los resultados obtenidos para cada lote son presentados a continuación.

4.1 LoteSM

En la Tabla 1 se muestra un resumen de los resultados de la aplicación del AG a las 18 instancias del LoteSM. La tabla está dividida en 7 columnas. La primera columna muestra el número de la instancia. La segunda columna el tamaño de la instancia. La columna Mejor Valor Objetivo (MVO) muestra el mejor valor encontrado para la función objetivo y representa el mínimo valor del área de la diferencia simétrica entre el polígono dado como entrada y el polígono obtenido por el AG. La cuarta columna (%ADM) es el porcentaje que representa el área de la diferencia simétrica respecto del área de la unión de los dos polígonos. Las columnas MEDIAMVO y MEDIANA representan, respectivamente, la media y la mediana de los mejores valores obtenidos en cada una de las 30 corridas. La última columna (#HITS) indica en cuantas de las 30 corridas realizadas encontró soluciones exactas.

POLÍGONO	VÉRTICES	MVO	%ADM	MEDIAMVO	MEDIANA	#HITS
1	18	0,00	0,00	0,00	0,00	30
2	19	0,00	0,00	0,00	0,00	30
3	24	0,00	0,00	0,00	0,00	30
4	26	0,00	0,00	1,83249	0,00	28
5	29	0,00	0,00	5,06163	5,09029	1
6	30	0,00	0,00	4,73166	0,00	27
7	31	0,00	0,00	3,40694	0,00	29
8	37	0,00	0,00	606,38776	620,47674	4
9	39	0,00	0,00	625,86777	698,46911	6
10	41	0,00	0,00	668,22324	761,1250	3
11	42	0,00	0,00	696,41796	819,22674	8
12	45	0,00	0,00	2064,91471	2049,750	5
13	50	0,00071	0,00017	0,01170	0,010483	0
14	50	404,0710	0,00101	1992,73190	2095,55981	0
15	50	450,93611	0,00088	1400,48580	1340,40795	0
16	60	244,8565	0,00057	2071,56171	2161,36450	0
17	68	132,7135	0,00022	1634,71809	1532,04406	0
18	73	1265,3927	0,00090	5912,2750	5531,25195	0

Tabla1: Resultados de la aplicación del AG a 18 instancias del LoteSM

Los valores de la columna MVO muestran que el AG fue capaz de alcanzar soluciones exactas, es decir el mínimo valor posible para la función objetivo. Sin embargo, a medida que el tamaño de las instancias crece, se observa que no encuentra soluciones exactas aunque el porcentaje de la diferencia simétrica se encuentra muy cercano a cero. Cabe aclarar que, el valor MVO dependerá del área de los polígonos considerados por lo tanto un mejor indicador de la calidad de la solución obtenida es %ADM, ya que éste porcentaje indica cuán significativa es el área de la diferencia simétrica (MVO) respecto del área de la unión de los dos polígonos comparados. Por ejemplo, en el caso de las instancias 13 y 14 puede observarse que a pesar de tener la misma cantidad de vértices

los valores del área de la diferencia simétrica (MVO) son muy distintos pero los porcentajes que estos valores representan (%ADM) es similar y cercano a cero, lo cual indica que las soluciones encontradas son de buena calidad.

4.2 LotePC

Para el LotePC mostramos la media y la mediana de los mejores valores obtenidos para la función objetivo, que corresponde al área de la diferencia simétrica entre el polígono dado como entrada y el polígono obtenido por el AG. Debido a la forma de los polígonos de estos dos lotes, los valores de la media encontrados por el AG son muy similares y además cercanos a cero, lo que indica que si bien no se alcanzaron soluciones exactas, las encontradas son de buena calidad.

En la gráfica mostrada en la figura 4, que corresponde a los resultados obtenidos por el AG para el LotePC-50, observamos que la media de los mejores valores encontrados para la función objetivo no es superior a 0.018. Además, se refleja una buena distribución de los datos debido a que la media y la mediana tienen valores similares.

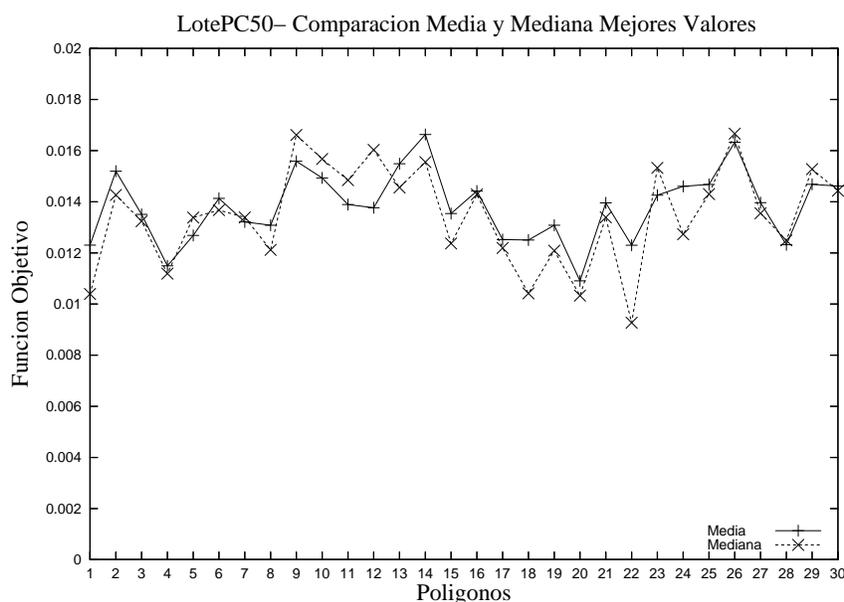


Figura 4: Resultados obtenidos para LotePC-50

La gráfica de la figura 5 corresponde a los resultados obtenidos para el LotePC-100, observamos la media de los mejores valores encontrados para la función objetivo tiene valores muy cercanos a cero y en este caso no superiores a 0.012. Respecto a la media y la mediana, se puede hacer una observación similar a la del LotePC-50.

Dada la característica de los polígonos de este lote, al aumentar el número de vértices su forma se aproxima más a una circunferencia, es por ello que en el LotePC-100 se obtienen mejores resultados que en el lote PC-50.

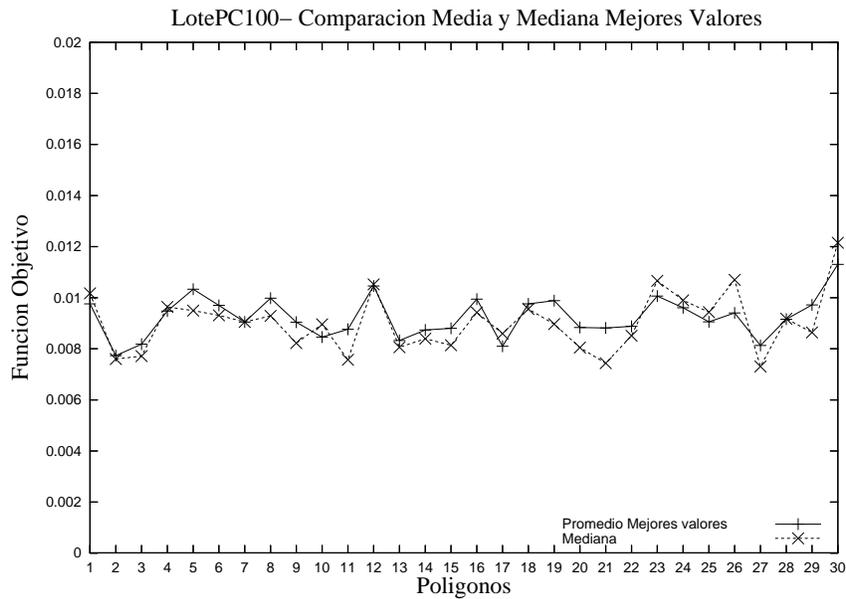


Figura 5: Resultados obtenidos para LotePC-100

4.3 LotePG

Para el LotePG mostramos dos gráficas que corresponden a resultados obtenidos por el AG. En la primera gráfica mostrada en la figura 6, presentamos la media de los mejores valores encontrados para la función objetivo. Se observa una marcada diversidad en los resultados, esto puede deberse a las características de los polígonos de este lote, que son de forma general y a diferencia de los polígonos cocirculares, no presentan similitudes en su morfología.

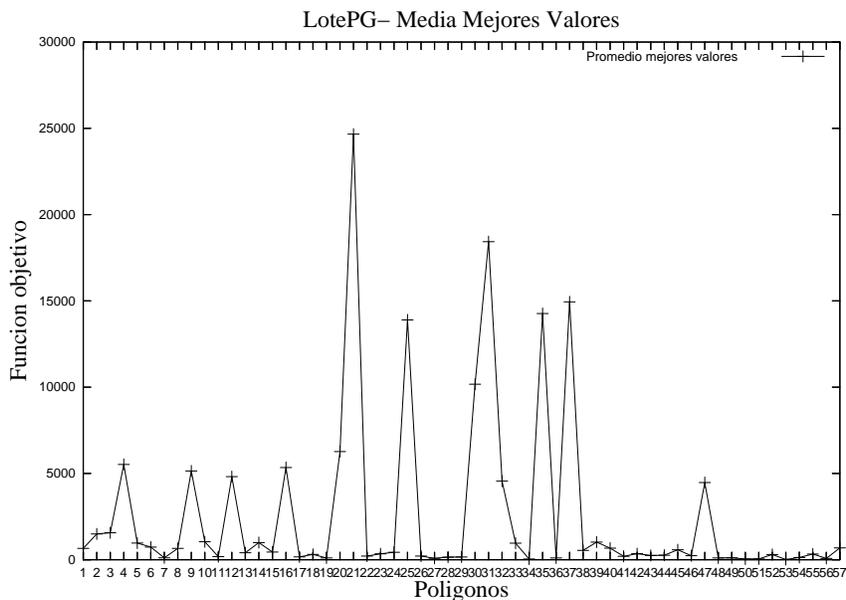


Figura 6: Media de los mejores valores encontrados para la función objetivo.

En la gráfica de la figura 7 mostramos estos resultados en una forma alternativa, presentamos el porcentaje que representa la mínima diferencia simétrica (mejor valor de la función objetivo) obtenida entre cada polígono dado como entrada y el obtenido por el AG, respecto del área de la unión de ambos polígonos. Observamos que los valores relativos expresados por estos porcentajes

se mantienen similares, sin embargo, es interesante analizar estos porcentajes ya que son más representativos.

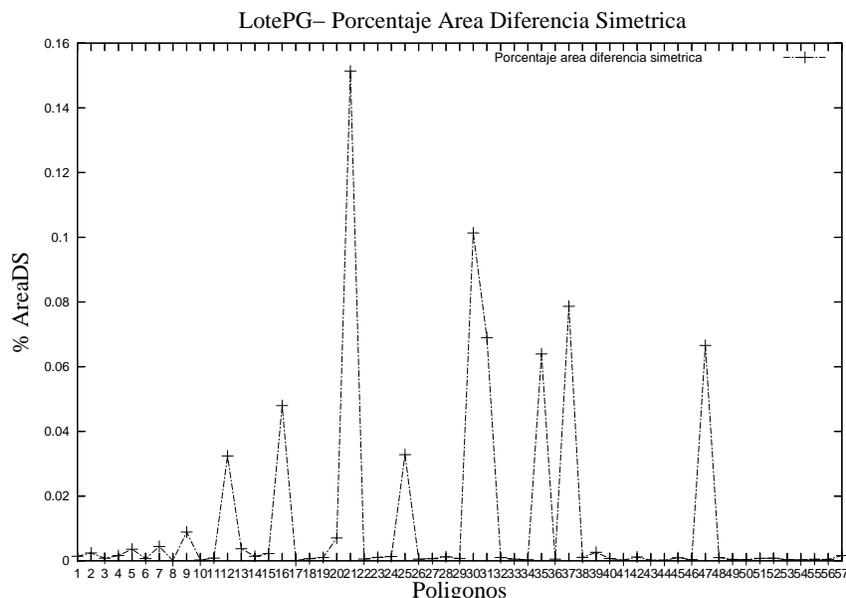


Figura 7: Porcentaje del área de la diferencia simétrica del mejor valor encontrado.

Seguidamente, a fin de ilustrar el tipo de soluciones encontradas por el AG se presentan dos ejemplos de la aproximación del problema $SMINK^{-1}$ para dos casos extremos. Mostramos polígonos convexos generales pertenecientes a este lote, comparados con la solución aportada por el AG, indicando el área mínima de la diferencia simétrica encontrada entre ambos y el porcentaje que ésta representa respecto del área de la unión de ambos polígonos.

En la figura 8 mostramos un polígono convexo general S de 37 vértices comparado con el polígono SM, obtenido por el AG, el porcentaje del área mínima de la diferencia simétrica encontrada entre ambos respecto del área de la unión de ambos polígonos es de aproximadamente el 15 %, lo que indica que los polígonos difieren en tamaño y forma.

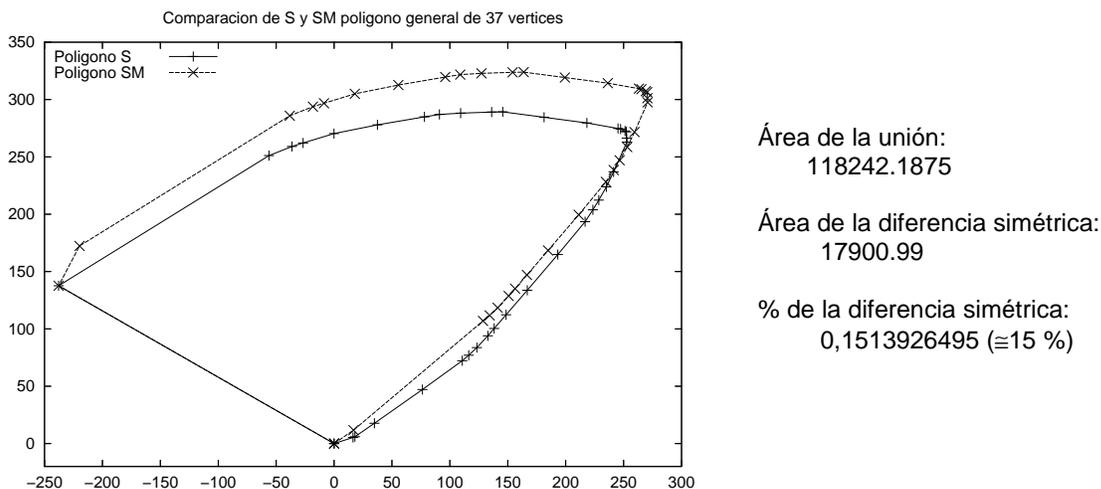


Figura 8: Ejemplo de la aproximación del problema $SMINK^{-1}$

En la figura 9 se observa un polígono convexo general S de 76 vértices comparado con el polígono SM, la solución aportada por el AG, en este caso el porcentaje del área mínima de la diferencia

simétrica encontrada respecto del área de la unión de ambos polígonos es de aproximadamente el 0,00038%, lo que indica que la diferencia entre ellos es muy pequeña, los polígonos son casi iguales en forma y tamaño, como se observa en la figura.

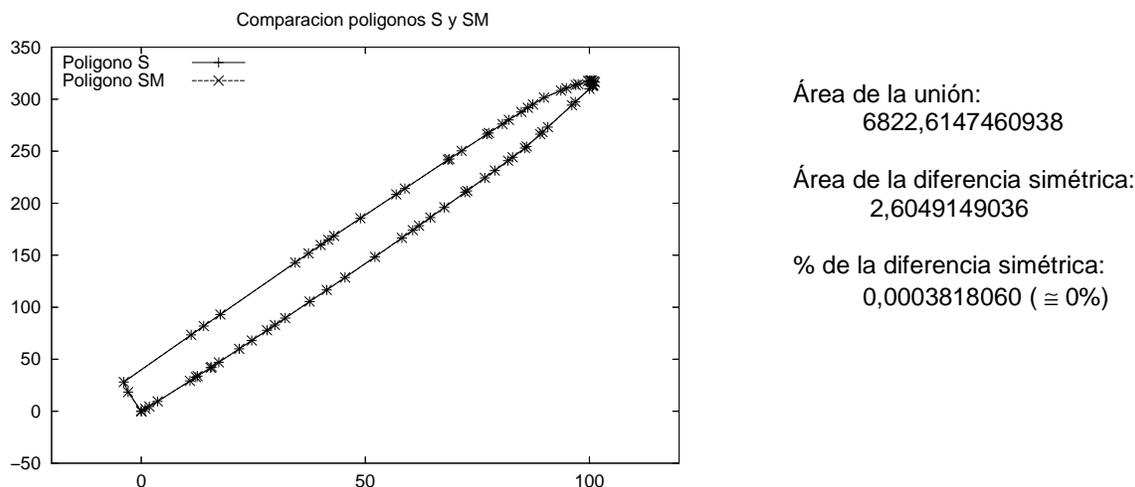


Figura 9: Ejemplo de la aproximación del problema $SMINK^{-1}$

5 CONCLUSIONES

En este artículo presentamos una propuesta para el tratamiento de las soluciones no factibles en el problema $SMINK^{-1}$ utilizando una forma alternativa de descodificar las soluciones. El proceso de descodificación original, en el cual una cadena binaria daba lugar a una solución no factible, se modificó de manera tal que, aplicando un proceso de ajuste se obtiene una aproximación a la solución, que siempre cumple con todas las condiciones de factibilidad requeridas. Este proceso de descodificación extendido nos permite atenuar el problema del tamaño del espacio de soluciones no factibles del problema $SMINK^{-1}$.

A fin de validar la propuesta se llevó a cabo un estudio experimental, en el que se consideraron tres lotes de prueba con diferentes características. En el LoteSM, el AG se tuvo un buen desempeño y obtuvo soluciones exactas, aunque al aumentar tamaño de las instancias, éste tiene dificultades para encontrar los óptimos, lo cual se refleja en la media, mediana y #hits como se observa en la tabla 1.

En el LotePC, los resultados obtenidos fueron muy similares en todas las instancias y a pesar de que no encontró soluciones exactas, los valores hallados fueron muy cercanos a cero. Por el contrario, en el LotePG se observa diversidad en los resultados obtenidos, lo cual puede deberse a las características de los polígonos de este lote.

Como trabajos futuros podemos mencionar dos aspectos importantes sobre los cuales se debería hacer hincapié. Por un lado, la codificación usada en la presente propuesta, elegida por su simplicidad, podría ser cambiada por otras alternativas que evitaran el problema de la generación de una gran cantidad de soluciones no factibles o bien mantener la codificación binaria propuesta pero incluyendo comparación de reparaciones de soluciones no factibles desde el punto de vista Lamarckiano y Baldwiniano. Dichos enfoques podrían ser de utilidad a fin de mejorar ciertos aspectos del desempeño del AG propuesto. Por otro lado, se pretende hacer un estudio más exhaustivo con polígonos convexos generales y fijar los límites para los cuales una solución se pueda considerar aceptable. Además, continuar con estudios experimentales que incluyan la consideración de instancias de mayor tamaño y el planteo de cambios en el diseño del AG para lograr mejoras en la calidad de las soluciones tal como fue planteado al principio de este párrafo.

REFERENCIAS

- [1] Auer T.; Held M. RPG - Heuristics for the Generation of Random Polygons; Proc. 8th Canad. Conf. Comput. Geom., Ottawa, pp 38-44, 1996.
- [2] de Berg, M., van Kreveld, M., Overmars, M., Schwarzkopf O. Computational Geometry: Algorithms and Applications. Springer-Verlag, Heidelberg, 1997.
- [3] Coello Coello, Carlos A. Theoretical and Numerical Constraint-Handling Techniques used with Evolutionary Algorithms: A Survey of the State of the Art, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 191, No. 11--12, pp. 1245--1287, January 2002.
- [4] Gao S., Lauder A. Decomposition of Polytopes and Polynomials, *Discrete & Computational Geometry*, 26-1-pp.89-104, 2001.
- [5] Grünbaum, B., Convex Polytopes, 2da edicion, Springer, 2002.
- [6] Michalewicz, Z. Genetic algorithms + data structures = evolution programs, Springer Verlag, 1997
- [7] Latombe, J.C. *Robot Motion Planning*, Kluwer Academic Publisher, Boston, MA, 1991.
- [8] Preparata, F., Shamos, M. *Computational Geometry: an Introductio*. Springer Verlag, 1985.
- [9] Taranilla, M. T., Leguizamón, G., Gagliardi, E., Hernández Peñalver, G.; *Algoritmos genéticos para la descomposición en Sumas de Minkowski*, Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación, WICC 2004
- [10] Taranilla, M. T.; Leguizamón, M. G.; Gagliardi, E.O.; Hernández Peñalver, G.; Manejo del espacio restringido con Algoritmos Genéticos para la descomposición en Suma de Minkowski. Workshop de Investigadores en Ciencias de la Computación 2005, WICC 2005.
- [11] Taranilla, M.T.; Leguizamón, M.G.; Gagliardi, E.; Hernández Peñalver, G.; *Estudio de la aplicabilidad de un enfoque evolutivo para la descomposición en Suma de Minkowski*. Congreso Argentino de Ciencias de la Computación, CACIC 2004.
- [12] Zhu C., Sundaram G., Snoeyink J., Mitchell J.; *Generating Random Polygons with Given Vertices*. *Comput. Geom.* 6, pp 277-290, 1996.