

# SOFTWARE EDUCATIVO PARA TEMAS DE CÁLCULO NUMÉRICO

**Pizarro, Rubén Adrián**

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - Universidad Nacional de La Pampa

Uruguay 151 – Santa Rosa – La Pampa - Argentina

[ruben@exactas.unlpam.edu.ar](mailto:ruben@exactas.unlpam.edu.ar)

## RESUMEN

En este trabajo me propongo presentar algunas características del software, para temas de Cálculo Numérico, que estoy desarrollando en el marco de la tesis para la Maestría en Tecnología Informática Aplicada en Educación. Este software surge ante la necesidad de contar con una herramienta que facilitara la enseñanza y el aprendizaje de los métodos numéricos para resolución de ecuaciones no lineales.

El impacto en el desarrollo de las clases de cálculo numérico será muy significativo, tanto en la labor del docente como en el logro del aprendizaje por parte de los alumnos. La interactividad entre estos con el software como las ventajas que este posee, ya que permite analizar en forma visual problemas matemáticos, son factores que demandan un especial análisis.

Es también objetivo de este trabajo mostrar las diferentes características del software en elaboración, considerando su estado de diseño y desarrollo, como así también algunos resultados obtenidos hasta el momento.

Del análisis de las actividades implementadas surgirán las tareas a realizar en futuras etapas de verificación y validación.

Palabras claves: software educativo, cálculo numérico, tecnologías.

## INTRODUCCIÓN

Según Galvis [3], la realización de ejercicios y prácticas es una de las modalidades más aplicadas en Matemática, debido a la naturaleza misma de la materia. Esta modalidad permite reforzar las etapas de aplicación y retroinformación, utilizando la técnica de repetición.

A través del software que estamos desarrollando, el alumno puede complementar el estudio de los contenidos temáticos de Cálculo Numérico y comprender los aspectos conceptuales y complejos, teniendo el profesor la posibilidad de profundizar y extender el tratamiento de ciertos temas y/o dedicar tiempo a tareas remediales. De esta manera, el alumno podrá realizar las actividades prácticas en una forma mucho más dinámica, interactuando fácilmente y teniendo una rápida respuesta a sus inquietudes. Para que esta modalidad realmente sea efectiva, previo al uso de un software de este tipo, el alumno ha debido adquirir los conocimientos de conceptos y destrezas que va a practicar. Además, el rol docente se verá afectado por la implementación de este software educativo. Con la inclusión de herramientas informáticas en nuestras clases, la actividad del docente cambiará del tradicional rol de informante a la del facilitador o guía.

Según Alemán de Sánchez [1], es importante que el software contemple no solamente las prácticas, sino que proporcione al estudiante ayuda en la solución de los problemas y brinde una retroinformación completa, sin limitarse a indicar que se ha cometido un error, sino brindando información acerca del tipo de error. Este y otros aspectos son considerados e implementados en los diversos ejemplos que desarrollamos en nuestro software, y que describiremos a continuación.

## DESARROLLO

Los alumnos, en cálculo numérico, diseñan programas en MATLAB que les permiten, en cada ejecución, ingresar los datos y obtener la solución aproximada de la ecuación considerada.

Estas actividades son muy útiles para los alumnos, ya que les brinda la posibilidad de interpretar el método numérico y, eventualmente, adaptarlos a ejemplos que puedan encontrar en su futuro profesional, debido a que han afianzando suficientemente sus conocimientos de programación. Pero, a menudo, pierden de vista cómo "funciona" el método para ir acercándose a la solución deseada. Es común que la gráfica de la función analizada, así como el intervalo en el que se hará el análisis o los valores iniciales y las condiciones de convergencia, pasen a un segundo plano y sólo se tome en consideración el resultado que arroja el programa. Además, la elección de las diferentes funciones, de los valores iniciales y la corrección de los errores que se pueden cometer al cargar los datos en la ejecución del programa, constituyen una tarea difícil.

Luego de la búsqueda y análisis de bibliografía y de trabajos desarrollados en el área de Informática Educativa y de las Ciencias de la Educación, se comenzó con la planificación y el diseño de este software educativo con los siguientes objetivos:

- Generar el contexto educativo adecuado al contenido a desarrollar y a los objetivos propuestos en la asignatura.
- Facilitar la interpretación analítica y gráfica de los diversos métodos numéricos.
- Permitir mayor libertad, rapidez y flexibilidad en el ingreso y corrección de los parámetros necesarios para la aplicación de los métodos numéricos.
- Visualizar el funcionamiento del método y la obtención de resultados parciales y finales.
- Permitir la aplicación en forma reiterada de ejemplos, modificando fácilmente sus parámetros y registrando los resultados.
- Facilitar la enseñanza y el aprendizaje de los diversos métodos numéricos.

A continuación, se presenta la primera pantalla de este software en donde se muestran los distintos métodos que se incluirán en el mismo (ver figura 1), y se exponen las características del software

para el método de la regla falsi y el método de la secante. Cabe señalar que, hasta el momento, se elaboró la parte que corresponde a la aplicación de los métodos . En el de la bisección y regla falsi hemos agregado la ayuda teórica correspondiente, la cual se encuentra disponible durante la ejecución de los mismos.

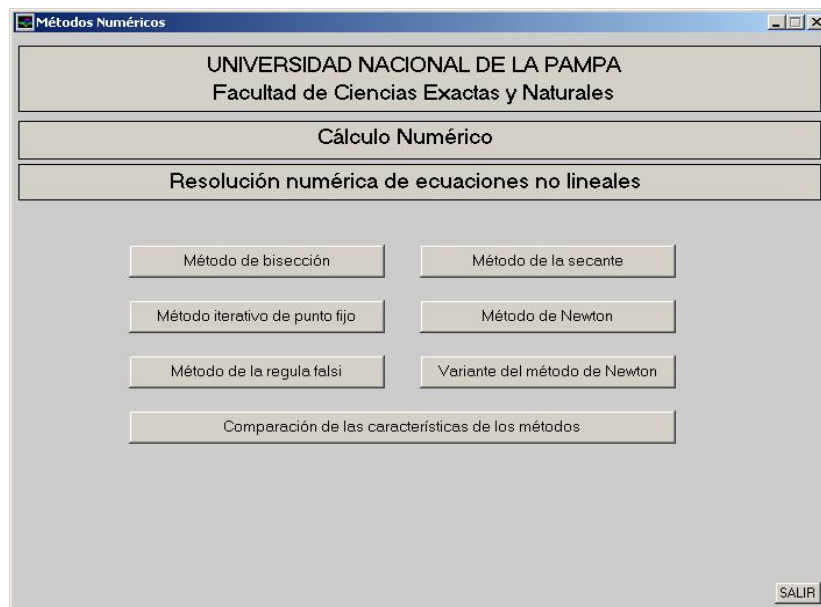


Figura 1

## Método de la regla falsi

Este método aprovecha la idea de unir los puntos extremos de un intervalo en el cual se encuentra la raíz, con una línea recta. La intersección de esta línea con el eje  $x$  proporciona una estimación de la raíz. Reemplazar la curva por una línea recta da una "posición falsa" de la raíz, de aquí el nombre de *método de la regla falsa*, o en latín, *regula falsi*. Con este método se aproxima la curva con una función lineal. La expresión de este método es la siguiente:

$$x_n = \frac{a_n f(b_n) - b_n f(a_n)}{f(b_n) - f(a_n)}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

donde  $a_n, b_n$  son los sucesivos valores que van tomando los extremos del intervalo, los cuales cumplen que

$$a_n \leq s \leq b_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \text{ siendo } s \text{ la raíz.}$$

En la figura 2, se muestra la interfaz gráfica del software aplicando el método de la regla falsi. En esta pantalla podemos distinguir varias secciones con las cuales el usuario puede interactuar. En algunas se ingresan los datos o las acciones a seguir, y en otras se obtendrán la gráfica de la función y los resultados. En la figura 3, se puede ver las secuencias de gráfica que muestra el software por cada iteración permitiendo ubicar las diferentes aproximaciones que se realizan a la raíz buscada, y observar el proceso de aproximación del método.

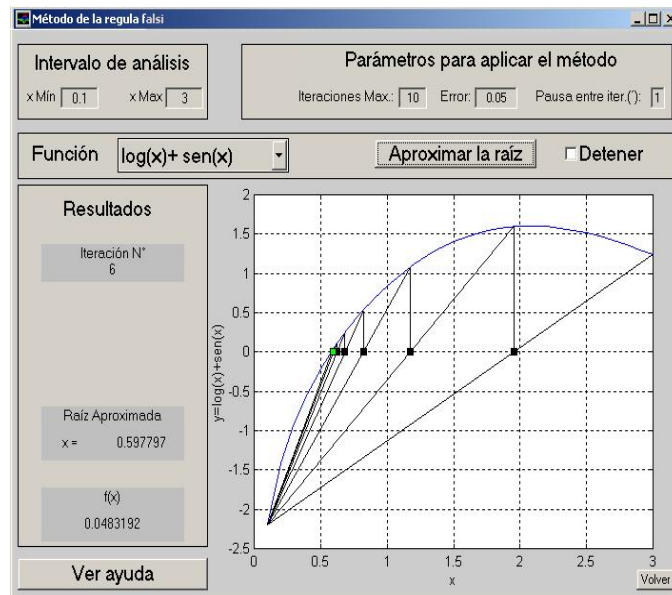


Figura 2

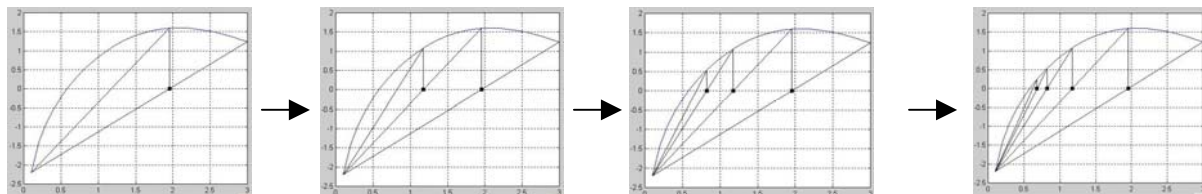


Figura 3

A continuación, se detallan las diferentes secciones y las acciones a seguir para acceder a las diferentes herramientas de interacción.

### 1. Intervalo de análisis

Aquí el alumno debe indicar el intervalo en el cual quiere analizar la ecuación para encontrar su raíz. Es, además, el intervalo en el cual se realizará el gráfico inicial de la función correspondiente. Por medio de este recurso puede ir ajustándolo de tal forma de “encerrar” la raíz convenientemente, esto es, ir achicando el intervalo que contiene a la raíz de la ecuación en estudio.

Dependiendo del método con el que estamos trabajando este intervalo deberá o no contener a la raíz.

### 2. Selección de las acciones que ejecutará

El alumno que se encuentre utilizando este software debe elegir la función que desea analizar entre un conjunto de funciones. Al seleccionar la función, se controla que los extremos del intervalo ingresado previamente sean los adecuados para poder representarla gráficamente, por ejemplo, dado  $[a, b]$  que  $a < b$ . Si no es así, aparece el mensaje de la figura 4.

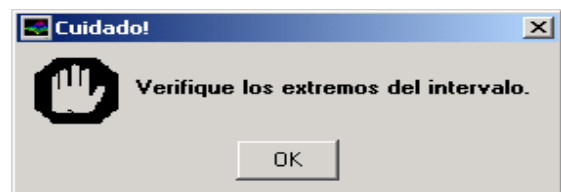


Figura 4

Una vez ingresado correctamente el intervalo de análisis, verá la gráfica de la función seleccionada y podrá ingresar los parámetros (cuya descripción se encuentra en el punto 3).

Luego, al clicar sobre el botón *Aproximar la raíz* (figura 2), comenzará la ejecución. Antes de comenzar a mostrar los resultados, se controla que la función con los parámetros ingresados cumpla con las condiciones de convergencia del método. Si no fuese así, dependiendo del error, aparece el mensaje de la figura 5. A partir del cual el alumno puede modificar los datos ingresados inicialmente y repetir el proceso.



Figura 5

En cualquier momento de la ejecución, se puede detener el proceso seleccionando la opción *Detener* (ver figura 2).

### 3. Parámetros para aplicar el método

El usuario debe ingresar aquellos datos que hacen al funcionamiento del método.

- Iteraciones máximas: deberá ingresar el número máximo de iteraciones que considera necesario que se ejecute el método. Si se supera este valor, el método se detiene y le indica al alumno que no converge, al menos con los datos ingresados, como muestra la figura 6.
- Error: se deberá ingresar la cota de error con la que se desea obtener la solución.
- Pausa entre iteraciones. Indica el tiempo, en segundos, de espera entre cada una de las iteraciones. Se puede modificar de acuerdo a las necesidades del usuario.



Figura 6

### 4. Gráfica de la función

Tal como dijimos en el punto 2, y según el intervalo de análisis ingresado, al seleccionar la función aparece en esta sección su gráfica. Una vez ingresados los parámetros para el método y a medida que se suceden las iteraciones, aparecen en la gráfica las sucesivas aproximaciones de la raíz.

El último punto que se grafica es de distinto color que los anteriores, con el propósito de facilitar la ubicación del resultado final del procedimiento. Es en esta sección en la cual el usuario puede interpretar, a partir del gráfico, cómo el método “encierra” o se “acerca” a la raíz de la ecuación.

A diferencia de versiones anteriores del software, en esta el gráfico se va actualizando según las aproximaciones obtenidas. En caso de que estas estén fuera del intervalo inicial, este se amplía hasta incluir la aproximación.

### 5. Resultados

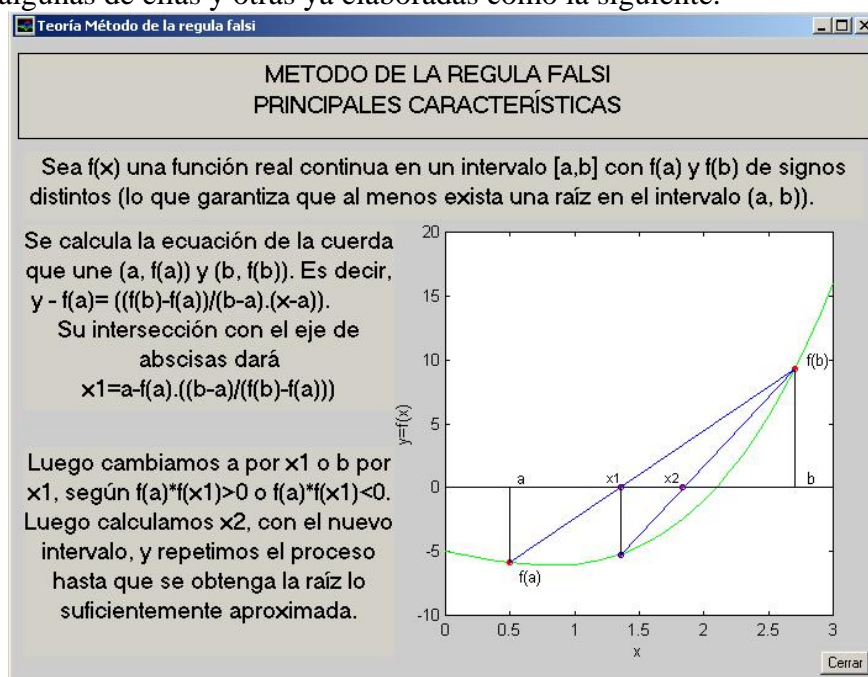
En esta sección, el usuario puede observar los resultados que arroja el método en cada iteración. Estos resultados parciales adquieren mayor importancia, si consideramos que, se puede regular el tiempo entre cada iteración o detener la ejecución para registrarlos, compararlos, analizarlos, etc.

En versiones futuras se pretende que éstas aproximaciones queden registradas y se pueda acceder a ellas al finalizar la aplicación del método.

## 6. Ayuda

A partir de este botón (ver figura 2), el alumno podrá acceder a una nueva ventana en la cual estarán detalladas las principales características del método en cuestión.

Para que los alumnos puedan recurrir a un marco teórico apropiado que les permita salvar estos inconvenientes de comprensión del método (durante la instancia misma de aplicación del software), se decidió agregar una ayuda para cada uno, estando actualmente en la etapa de construcción algunas de ellas y otras ya elaboradas como la siguiente.



## 7. Salida del software

Para salir de este software, el alumno debe clicar sobre el botón *SALIR* (ver figura 2).

## Método de la secante

En este método se conjeturan dos valores iniciales  $x_0, x_1$  para  $x$  y se considera la secante a  $f(x)$  en los puntos  $(x_0, f(x_0))$  y  $(x_1, f(x_1))$ . Luego se toma como  $x_2$  la abscisa del punto donde la recta secante corta al eje  $x$ . Las aproximaciones sucesivas para la raíz en el *método de la secante* están dadas por la fórmula iterativa de dos puntos:

$$x_{n+1} = \frac{x_{n-1}f(x_n) - x_n f(x_{n-1})}{f(x_n) - f(x_{n-1})}, \quad n = 1, 2, \dots$$

donde  $x_0$  y  $x_1$  son dos suposiciones iniciales para comenzar las iteraciones. En este método se toman siempre los dos últimos puntos obtenidos. Notemos que el planeamiento requiere de dos puntos iniciales para  $x$ . Sin embargo, no se requiere que  $f(x)$  cambie de signo entre estos valores.

En la figura 7, se muestra la interfaz gráfica del software aplicando el método de la secante. En la figura 8, como en el caso anterior, se ve la secuencia de cómo se genera la imagen de la aproximación a la raíz buscada.

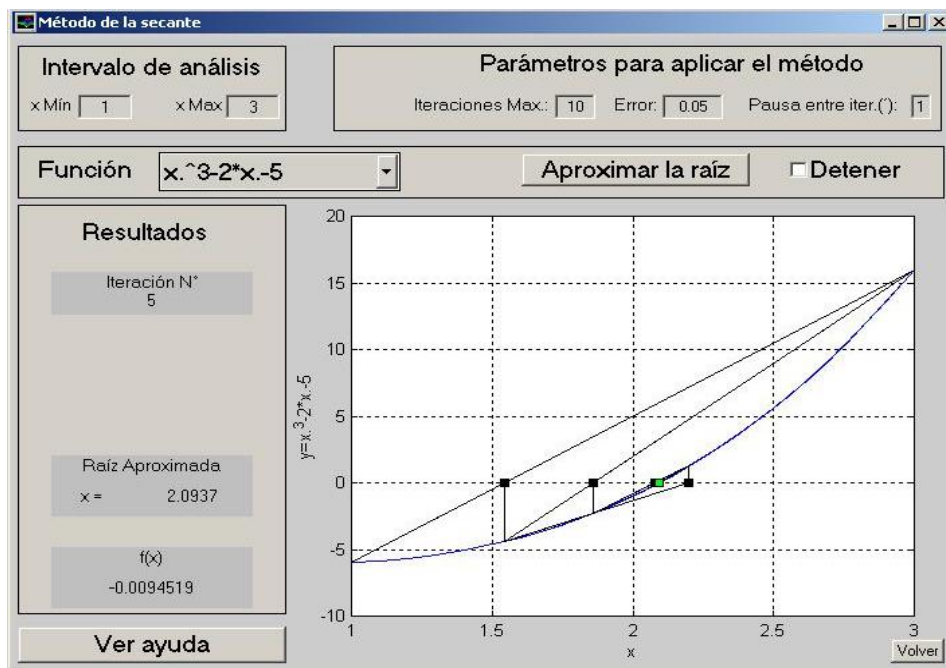


Figura 7

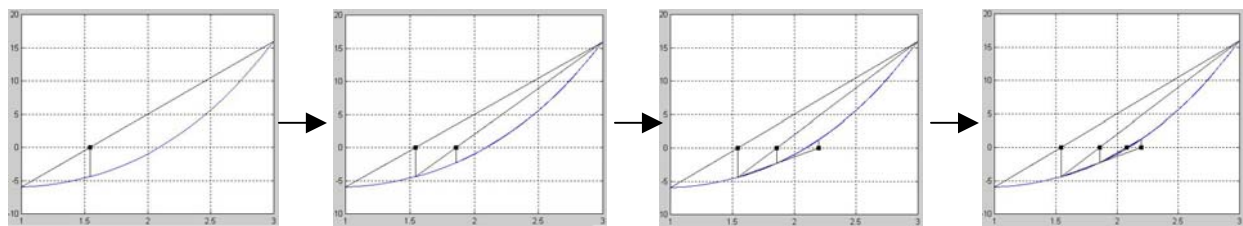


Figura 8

El ingreso de los datos se debe realizar en forma similar al método anterior y la interacción con el usuario es la misma. Nuevamente adquiere gran importancia para el alumno la posibilidad de graficar la función seleccionada, permitiéndole realizar los ajustes de los valores ingresados según el gráfico obtenido. Una vez que se selecciona *Aproximar la raíz* (ver figura 7), en la sección correspondiente se muestra cómo trabaja el método gráficamente, es decir, se observa que se acerca a la raíz si converge o, en caso contrario, se aleja de la zona de interés.

## RESULTADOS Y CONCLUSIONES

El diseño de material de este tipo es más que un “software” y debe presentar ventajas respecto a otros medios instruccionales, y esto debe quedar muy claro al autor y a los sujetos del curso que de esta manera estarán más motivados a estudiar bajo esta modalidad que por los medios tradicionales (Rivera Porto, 1997 [6]). Por ello es que, al material elaborado hasta el momento, le seguiremos incorporando herramientas que aumenten la interacción con el alumno. Si bien actualmente existe interacción generada por pantallas como las descritas anteriormente, se pretende incrementar el apoyo que le brinda este software al alumno, agregando secciones en las cuales se puedan revisar contenidos teóricos que hacen al correcto funcionamiento de los métodos numéricos como, por ejemplo, condiciones de convergencia de los mismos.

También es de gran importancia la selección de los ejemplos a incluir, ya que a partir de ellos se podrán observar el comportamiento y las características de los métodos numéricos utilizados, permitiendo ver y entender las diferencias fundamentales entre ellos para resolver una misma situación problemática. Según el análisis a posteriori que haremos y atendiendo a las posibles necesidades que surjan a partir de este análisis, iremos incorporando nuevos ejemplos.

El desarrollo de las diferentes etapas de la ingeniería de software (Cataldi, 2000 [2]), nos permitirá también incorporar reformas y correcciones en pos de mejorar los resultados a obtener con la incorporación de este software en las clases de cálculo numérico.

Hasta el momento, se ha logrado que el alumno:

- Afiance los conceptos teóricos y las técnicas utilizadas en la resolución numérica de ecuaciones no lineales, adquiridos en el aula.
- Adquiera habilidad y destreza en el manejo de los métodos numéricos para la resolución numérica de ecuaciones no lineales.
- Compruebe la eficiencia de los distintos métodos numéricos en la resolución de problemas que a menudo son imposibles de resolver analíticamente.
- Tenga la suficiente información para aprovechar satisfactoriamente una amplia variedad de problemas que se relacionan con la temática aquí involucrada.
- Esté capacitado para escoger el mejor método (o métodos) para cualquier problema que involucre estos temas, vinculados con otras disciplinas.
- Comprenda y valore la importancia de utilizar la computadora como una herramienta para la resolución de problemas vinculados con esta temática.
- Explore las peculiaridades de un algoritmo, probando interactivamente distintos ejemplos.
- Desarrolle habilidad y destreza en el procesamiento de información científica.

Así mismo, la aplicación de este software no sólo modifica el aprendizaje de nuestros alumnos, sino que además, afecta el rol docente y su desempeño en las clases.



## BIBLIOGRAFÍA

- [1] Alemán de Sánchez, A. (1999). *La enseñanza de la matemática asistida por computadora*. Disponible en: <http://www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>.
- [2] Cataldi, Zulma (2000). *Una metodología para el diseño, desarrollo y evaluación de software educativo*. Disponible en: <http://sedici.unlp.edu.ar/search/search.php?frase=1&expresion=Cataldi,%20Zulma&idiomaexpresion=1&tipometadato=1>
- [3] Galvis, A. (1992). *Ingeniería de Software Educativo*, Ed. Uniandes, Bogotá, Colombia.
- [4] Mathews, J. y Fink, K. (2000). *Métodos numéricos con MATLAB*, Prentice-Hall. México. (Trad. de Numerical Methods using MATLAB, Prentice-Hall, 1999).
- [5] Nakamura, S. (1997). *Análisis numérico y visualización gráfica con MATLAB*, Pearson Educación. (Trad. de Num. Anal. and Grap. Visual. with MATLAB, Prentice-Hall, 1996).
- [6] Rivera Porto, E. (1997). *Aprendizaje asistido por computadora. Diseño y realización*. Disponible en: <http://www.geocities.com/eriverap/libros/Aprend-comp/apen1.html>.