

# Aplicación del modelo Kubelka-Munk en la simulación de lápices de colores

González Adela., Zavala Alfredo

Proyecto: Sistemas Inteligentes para Scheduling y Control<sup>1</sup>

Departamento de Informática

Universidad Nacional de San Luis (UNSL)

Ejército de los Andes 950

5700, San Luis, Argentina

e-mail: {adelag, azavala}@unsl.edu.ar

## Resumen

Los modelos de iluminación de imágenes altamente realísticos han captado mucho interés en computación gráfica. La investigación en rendering no fotorealístico (NPR) pretende proveer un método alternativo para modelos 2D y 3D. En particular la simulación de herramientas como así también medios y estilos tradicionales de artistas es una línea importante en el campo de investigación NPR. Entre ellos encontramos ilustraciones en pen-and-ink, pinturas en acuarela e ilustraciones en lápices de grafito entre otros.

Los sistemas de rendering NPR proveen un método de generación de imágenes alternativo y la posibilidad de lograr pinturas con estilos tradicionales. Estos sistemas no tienen como objetivo reemplazar al dibujante o artista, sino dar una herramienta a usuarios sin entrenamiento en un medio particular para producir imágenes tradicionales.

Este trabajo presenta extensiones al modelo de rendering con lápiz de grafito de Sousa permitiendo el uso de lápices de colores. Tomando la formulación de la teoría de color de Kubelka-Munk, modificamos algunos aspectos de ésta para que sea aplicado a casos donde para un mismo tono de color cambie el espesor de la capa.

**Palabras claves:** Computación Gráfica. Rendering no-fotorealístico. Kubelka-Munk. Simulación de medios tradicionales. Tono y textura.

---

<sup>1</sup> Director: PhD. Raúl Gallard. El grupo de investigación está soportado por la Univ. Nacional de San Luis y la ANPCYT (Agencia Nacional para Promover la Ciencia y la Tecnología). [http://www-pr.unsl.edu.ar/proyecto338403/home\\_page.html](http://www-pr.unsl.edu.ar/proyecto338403/home_page.html).

## 1. Introducción

Mucha de la investigación en computación gráfica [1] sobre los últimos veinte años ha estado abocada al problema de crear imágenes de escenas físicas con realismo y complejidad creciente. Sin embargo, la habilidad de las computadoras para mostrar información de imágenes de complejidad creciente da origen a un nuevo problema: el de comunicar esta información compleja en una manera comprensible y efectiva. Por ello, se requiere de alguna forma de abstracción visual. Este tipo de abstracciones han sido estudiadas más comprensivamente en los campos de diseño gráfico e ilustración tradicional.

Los modelos de iluminación altamente realísticos para imágenes han acaparado mucho interés en computación gráfica. La investigación en rendering no fotorealístico (NPR) [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 13] pretende proveer un método alternativo para modelos 2D y 3D. Trabajos recientes se han focalizado en la modelización de medios y estilos artísticos tradicionales tales como las ilustraciones en pen-and-ink [2, 3], las pinturas en acuarela [4, 5] y en lápiz de grafito [6, 7, 8]. Gracias a la alternativa de creación de imágenes provista por estos sistemas, los usuarios pueden generar rendering tradicionales sin necesidad de conocer en profundidad la técnica que están usando.

Estos sistemas no tienen como objetivo reemplazar al dibujante o artista sino, por el contrario, proveer una herramienta a usuarios sin entrenamiento en un medio particular para habilitarlos a producir imágenes usando medios y estilos tradicionales.

En este trabajo presentamos una primera aproximación a la simulación de otro medio alternativo de generación de imágenes artísticas tal como lo son los lápices de colores.

Las pinturas realizadas con lápices de colores exhiben una gran belleza por lo que es un medio muy popular entre los artistas. Si bien muchas de las técnicas son similares a las del lápiz de grafito, los resultados son dramáticamente diferentes, ya que con lápices de colores se pueden agregar sutiles cambios en la composición que no se logran en medios monotonaes, por ejemplo la ilusión de profundidad es muy distinta a la producida con monotonos.

Este trabajo presenta extensiones al modelo de rendering con lápiz de grafito de Sousa [6, 7, 8] permitiendo el uso de lápices de colores usando el modelo de composición de colores de Kubelka-Munk [5, 9, 11, 12].

## 2. Trabajos relacionados

El modelo de color de Kubelka-Munk [5, 9, 11, 12] (KM) es un modelo matemático usado para describir la reflexión de muestras opacas. El modelo considera la absorción y dispersión en una muestra coloreada de grosor fijo y es aplicado a longitudes de onda a través de una región visible del espectro electromagnético.

Usamos el modelo que Kubelka-Munk (KM) para realizar la composición óptica de los distintos trazos de colores superpuestos. Este mismo modelo fue usado por Dorshey y Hanraham [9] para modelar la transmisión de la luz a través de capas de pátinas de cobre. Curtis et al. [5] hicieron uso del mismo modelo para simular automáticamente efectos artísticos usando acuarela. En particular el modelo de composición KM fue usado para simular el efecto óptico de esmaltes superpuestos. Weiner [12] usa aproximaciones de la teoría de KM para evaluar la radiación infrarroja y la visible reflejada por una pintura al óleo, logrando de esta forma exponer el bosquejo de la obra.

Sousa y Buchanan [6, 7, 8] modelaron varias de las técnicas de artistas de pintura con lápiz de grafito. Su modelo se basa en observaciones de la absorción y propiedades de dispersión del grafito sobre el papel.

En el mercado algunos sistemas de pintado interactivo tales como Fractal Design Painter incorporan modelos de lápiz, goma e interacción con el papel.

Nuestro trabajo, valiéndose de la formulación de la teoría de color de KM, modifica algunos aspectos de ésta para que sea aplicado a casos donde para un mismo tono de color, cambie el espesor de la capa.

### 3. Implementación del modelo Kubelka-Munk

El color de un objeto depende de cómo este refleje la luz incidente sobre él con respecto a la longitud de onda sobre la región visible del espectro de luz electromagnético. El color de un objeto particular puede ser predecido si su reflexión con respecto a la longitud de onda puede ser modelada.

La reflexión de una muestra en cada longitud de onda depende de cuatro factores:

- ✓ Espectro de absorción  $K(\lambda)$ .
- ✓ Espectro de dispersión  $S(\lambda)$ .
- ✓ Grosor de la muestra  $x$ .
- ✓ Espectro de reflexión del sustrato  $R_b$ .

En muchas aplicaciones de la teoría KM los coeficientes  $K$  y  $S$  para una determinada capa de color están determinados experimentalmente usando mediciones espectrales tomando como referencia capas de espesores conocidos. Para la determinación de dichos coeficientes, nosotros nos basamos en la propuesta hecha por Curtis [5] y el cálculo de los coeficientes se realiza teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

#### 3.1. Absorción y Dispersión en el background

Permitimos a los usuarios definir interactivamente los coeficientes  $K$  y  $S$  eligiendo la apariencia deseada en una *unidad de grosor* ( $x$ ) del pigmento sobre un background blanco o negro. Lográndose de esta forma dos colores RGB, uno sobre fondo negro ( $R_b$ ) y otro sobre fondo blanco ( $R_w$ ).

#### 3.2. Coeficientes en los planos RGB

A cada pigmento se le asigna un conjunto de coeficientes  $K$  y  $S$ . Se necesitan tres pares de coeficientes:  $K$  de absorción y el  $S$  de dispersión, uno para cada uno de los componentes de cada plano color RGB. Ellos pueden ser calculados desde el modelo KM como sigue:

$$S = \frac{1}{b} \cdot \coth^{-1} \left( \frac{b^2 - (a - R_w)(a - 1)}{b(1 - R_w)} \right) \quad (1) \quad K = S(a - 1) \quad (2)$$

donde:

$$a = \frac{1}{2} \left( R_w + \frac{R_b - R_w + 1}{R_b} \right) \quad (3) \quad b = \sqrt{a^2 - 1} \quad (4)$$

Cada uno de los coeficientes K y S es aplicado a cada canal RGB para  $R_w$  y  $R_b$  independientemente. Para evitar divisiones por cero es necesaria la siguiente restricción:

$$0 < R_b < R_w < 1$$

para cada canal de color.

Con el procedimiento explicado arriba se obtienen los seis coeficientes para un color determinado (tres coeficientes de absorción  $K_r$ ,  $K_g$  y  $K_b$  y tres de dispersión  $S_r$ ,  $S_g$  y  $S_b$ ).

La siguiente tabla muestra algunos ejemplos:








Color	$K_r$	$K_g$	$K_b$	$S_r$	$S_g$	$S_b$
	2.7484	3.5308	0.2857	0.9355	1.7391	4.9543
	0.1552	3.4461	2.3311	6.2890	0.8869	1.8422
	0.0623	2.0133	0.5221	43.1190	1.8518	6.2904
	0.1637	0.0405	3.3912	12.0045	19.3888	1.3653
	3.2992	1.3290	3.0659	0.5532	1.7988	0.6242
	0.7942	2.5713	0.5568	4.2459	1.6558	5.3450
	0.0600	1.0349	3.1156	25.7270	5.9493	1.8061

Tabla 1

Notar que la obtención de cada uno de los coeficientes se hace tomando como base a los colores definidos interactivamente por el usuario, siendo la unidad de espesor ( $x$ ) de la capa pigmentada invariante; esto se obtiene aplicando las fórmulas (1), (2), (3) y (4).

### 3.3. Rendering

La apariencia de una estructura en capas es el resultado de la interacción de la luz con las distintas capas (figura 1). La luz reflejada desde la superficie depende de la rugosidad de la misma y del color especular. La reflexión de la superficie da a la capa una apariencia brillante. Dependiendo de las propiedades de absorción y dispersión del material, la luz es reflejada desde el interior. La reflexión de una superficie interior da a la capa una apariencia mate o difusa. El hecho de que la luz es también transmitida a través de la pila de capas causa la mezcla de colores de las diferentes capas.

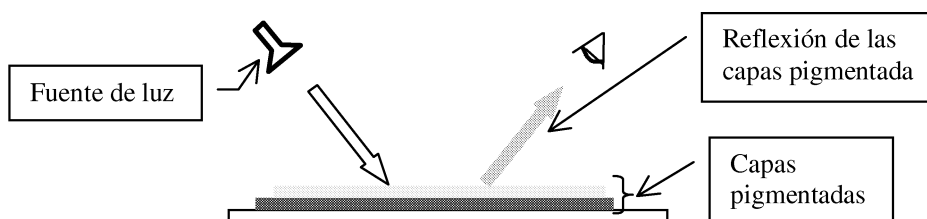


Figura 1

### 3.3.1. Única capa.

El modelo KM fue comparado a los modelos aditivos y sustractivos estándar en computación gráfica y se encontró que es más acertado [hanrahan]. Hanrahan [9] usó el modelo KM para predecir los efectos del color sujeto a variaciones en los espesores de las capas y predecir el color de una pila de capas de diferentes pigmentos.

Para el caso de única capa, la reflexión y transmisión total puede ser calculada usando las siguientes ecuaciones:

$$R = \frac{\sinh(bSx)}{c} \qquad T = \frac{b}{c}$$

donde:

$$c = a * \sinh(bSx) + b * \cosh(bSx)$$

Si bien con las ecuaciones aplicadas arriba para una capa pigmentada se obtienen los valores de reflejo y transmisión R y T respectivamente, hay que tener en cuenta que el espesor juega un rol fundamental para obtener el tono deseado, esto es porque siempre hay que componer la capa con una background Rg. En nuestro caso de estudio el background es el papel.

La figura 2 muestra como se obtienen distintos tonos para un mismo color aplicando diferentes pasadas, esto es distintos espesores (x). Como ejemplo se toma el tercer color que aparece en la tabla 1.

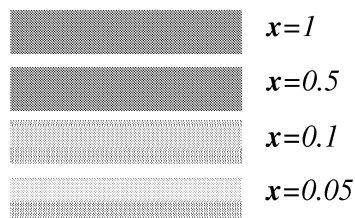


Figura 2

### 3.3.2. Composición óptica de las capas

Una vez conocidos los coeficientes tanto de absorción (K) y de dispersión (S) de una capa con pigmentos, como así también el espesor de dicha capa (x), aplicando las ecuaciones de Kubelka-Munk se computa la reflexión y transmisión a través de la capa pigmentada.

Este proceso se logra repitiendo por cada trazo adicional el cálculo de la reflexión y la transmisión, la reflexión total es la que se usa para generar el pixel.

La reflexión y transmisión total para dos capas se encuentran aplicando:

$$R = R_1 + \frac{T_1 T_2}{1 - R_1 R_2} \qquad R = R_1 + \frac{T_1^2 R_2}{1 - R_1 R_2}$$

Donde  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $T_1$  y  $T_2$  son la reflexión y la transmisión de la primera y la segunda capa respectivamente.

Si bien la teoría de KM fue propuesta para composición de capas coloreadas cuyos espesores ( $x$ ) permanecen inalterables en cada tono, nosotros permitimos cambios de espesor dentro de la capa agregando un campo que corresponde a la cantidad de material depositado por el trazo en la estructura que compone el papel (ver punto 4.2). La composición óptica de las capas se realiza en forma top-down.

## 4. Un modelo simple de papel, lápiz y su interacción

Presentamos un modelo de simulación para el papel, el lápiz y la interacción entre ellos. Básicamente éste se basa en la observación de la relación entre el lápiz de color y el papel y cómo es la integración producida por la acción de los distintos lápices de colores (capas de lápices) con el papel de dibujo.

### 4.1. Modelo de lápices de colores

En la simulación de medios tradicionales de artistas dentro del área de generación de imágenes no fotorealísticas, se han implementado modelos complejos de materiales de pintura tales como los propuestos por Curtis et al [5] para la simulación de pinturas watercolor y los propuestos por Sousa [6, 7, 8] para la simulación de lápices de grafito. Nosotros presentamos una primera aproximación a la simulación de lápices de colores, los cuales difieren del de grafito en donde características tales como el grado de dureza y el filo de la punta son fundamentales para dicha implementación.

Para nuestra simulación consideramos el tono o color como característica saliente (ver punto 3.2) y asumimos que los demás componentes químicos que forman la mina no difieren entre un color y otro, cambiando sí solamente la tonalidad de los pigmentos.

### 4.2. Modelo de papel

Una buena pintura en lápices de colores no solamente depende de la calidad de éstos sino que también se debe tener en cuenta al papel. Este último tiene como características su espesor y textura.

La textura del papel está determinada por picos y valles que reciben los pigmentos depositados por las distintas pasadas del lápiz.

Para modelizar la textura se usa un campo peso  $0 \leq h \leq 1$  y la generación se hace a través de un modelo procedural como el presentado por Curtis et al.[5] seleccionado uno de los procesos pseudo-aleatorios. Como alternativa al proceso anterior es posible modelizar la textura digitalizando una hoja de papel en blanco y transformar los distintos tonos de grises en los pesos correspondientes.

Para la modelización del papel es posible considerar dos alternativas (teniendo en cuenta un corte perpendicular sobre él):

- Describiendo una línea poligonal estilo Manhattan como muestra la figura 3.

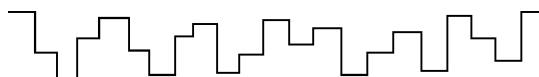


Figura 3

- Describiendo una línea poligonal monótona como muestra la figura 4.

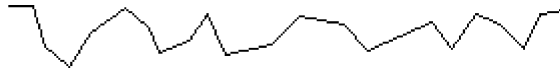


Figura 4

El primero tiene como ventaja que es más fácil de simular pero no es un modelo físico de la estructura del papel. El segundo es mejor que el primero en el sentido que es un modelo que se aproxima más a la física, pero demanda mayor tiempo computacional al momento del rendering.

En nuestra simulación usamos el modelo de la figura 4.

Se modela el papel como una matriz  $[M, N]$  donde cada celda acumula el material que es depositado por los trazos de los distintos lápices.

La textura del papel para trabajos con lápices tiene una leve aspereza o grano que permite que la mina del lápiz se desgrane y adhiera a él.

La parte más pequeña del papel [8] es el grano y está definido por cuatro pesos  $h_k$  donde  $k \in [1, 4]$ , donde  $h_1$  es el lugar del papel  $(x, y)$  y sus tres vecinos son:  $h_2 = (x, y+dy)$ ,  $h_3 = (x+dx, y+dy)$  y  $h_4 = (x+dx, y)$ . Para la simulación se ha definido como tamaño de grano un desplazamiento  $(dx, dy)$  igual a un pixel.

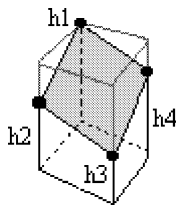


Figura.5 Representación del grano

### 4.3. Interacción del lápiz con el papel

Por lo general, las técnicas de pintado por capas consisten en agregar un color sobre el tope del anterior y repetir este proceso hasta obtener el efecto deseado.

La interacción entre el lápiz y el papel se realiza de la siguiente forma: al realizar un trazo sobre el papel, esto produce que se desgrane la mina y se depositen sobre los valles los materiales que la componen; entre ellos quien tiene mayor cantidad es el pigmento. Dichos materiales van a ir reduciendo la capacidad hasta llegar a un momento en que se satura y por más que se realicen nuevos trazos en esa zona, no se depositan nuevos pigmentos.

Una vez terminada la deposición del material se procede a componer el color tal cual se explica en el punto 3. Si ahora se elige otro lápiz y se realiza un nuevo trazo, luego de calcular la deposición del material se procede al recálculo del color teniendo en cuenta las distintas capas pigmentadas.

Al ser un modelo simple no se considera en este trabajo el ángulo del lápiz ni la presión ejercida por éste en el papel, si en cambio se tiene en cuenta cambios en la velocidad del trazo; un trazo lento producirá que se depositen más pigmentos, mientras que un trazo veloz tendrá el efecto contrario.

## 5. Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo presentamos resultados de nuestra investigación en la simulación de un medio tradicional de artista como lo es la pintura con lápices de colores dentro del área de generación de

imágenes no fotorealísticas (dicha área es muy joven dentro del campo de la computación gráfica y recién este año se realiza el primer congreso internacional referido al tema).

Nuestro trabajo se basa en los resultados presentados por Sousa y Buchanan [6, 7, 8] el año pasado sobre la simulación de lápiz de grafito. A partir de éste presentamos una extensión del mismo para el tratamiento de lápices de colores, haciendo incapié en la composición de colores usando un modelo simple de interacción lápiz-papel.

Si bien nuestra intención no fue desarrollar un método físicamente realístico, el resultado obtenido con nuestro sistema tiene un comportamiento similar en la composición de los colores aplicando el modelo KM, donde incorporamos un espesor a la capa que es variable, debido a la interacción lápiz- papel.

Como posibles extensiones podemos mencionar: mejorar el modelo del lápiz y la interacción con el papel, incorporar técnicas de artistas para la pintura en lápices de colores tal como la mostrada en la figura 6 donde se parte de un trazo realizado en lápiz de grafito y con las posteriores capas de colores se logra una esfera con efecto 3D.

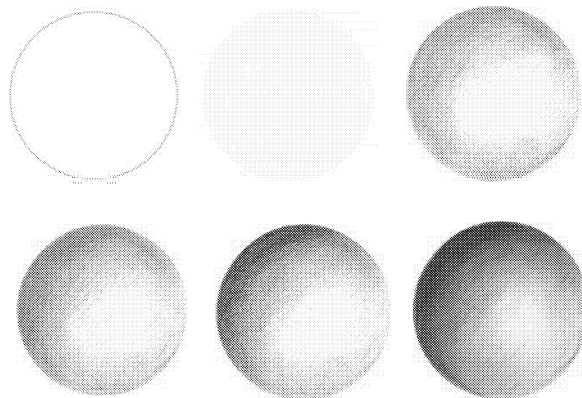


Figura 6

## 6. Agradecimientos

Agradecemos al PhD. John W. Buchanan por sus charlas constructivas, al PhD. Mario Costa Sousa por su colaboración y al Lic. Juan Ignacio Pulido Trullén por facilitarnos material.

## 7. Bibliografía:

1. James D. Foley and Andries van Dam and Steven K. Feiner and John F. Hughes. *Computer Graphics, Principles and Practice*, Second Edition. Addison-Wesley , 1990, Reading, Massachusetts, Overview of research to date, sig-11-1994,
2. Michael P. Salisbury and Sean E. Anderson and Ronen Barzel and David H. Salesin, *Interactive Pen--And--Ink Illustration*, Proceedings of SIGGRAPH '94, 1994, july, pp. 101-108.
3. Geroge Winkwnback and David H. Salesin, *Computer-Generated pen-and-ink Illustration*. Proceedings of SIGGRAPH '94, 1994, july, pp. 91-100.



4. David Small, *Simulating watercolor by modeling diffusion, pigment, and paper fibers*. Proceeding of SPIE, Image Handling and Reproduction Systems Integration, vol. 1460, 1991, august, pp. 140-146.
5. Cassidy. J. Curtis, Sean E. Anderson, Joshua. E. Seims, Kurt W. Fleischer, and David. H. Salesin, *Computer-Generated Watercolor*. Proceeding of SIGGRAPH '97, 1997, august, pp. 421-430.
6. Mario C. Sousa and John W. Buchanan, *Observational model of blenders and erasers in computer generated pencil rendering*. Proceeding of Graphics Interface '99 1999, june, pp. 157-166.
7. Mario C. Sousa and John W. Buchanan, *Computer-generated graphite pencil rendering of 3d polygonal models*. Proceeding of Eurographics, 1999, september, pp. 195-207.
8. Mario C. Sousa and John W. Buchanan, *Observational models of graphite pencil drawing materials for non-photorealistic rendering*.
9. Julie Dorsey and Pat Hanrahan, *Modeling and Rendering of Metallic Patinas*. Proceeding of SIGGRAPH '96, 1996, pp. 387-396.
10. Julie Dorsey , Hans K. Pedersen and Pat Hanrahan, *Flow and Changes in Appearance*. Proceeding of SIGGRAPH '96, 1996, pp. 411-420.
11. Kristen Hoffman, *Applications of the Kubelka-Munk Color Model to Xerographic Images*. Thesis. Center for Imaging Science Rochester Institute of, Xerox Corporation, Webster, N. Y, 1998.
12. Chad Weiner, *Improved Acquisition Technique of Underdrawings in Oil-Paintings Using IR-Reflectography*. Thesis. Center for Imaging Science Rochester Institute of, Xerox Corporation, Webster, N. Y, 1999.
13. John Lansdown and Simon Schoefield, *Expresive rendering: A review of nonphotorealistic techniques*. IEEE Computer Graphics and Applications, 1995, may pp.29-37.
14. Eric P. F. Lafortune and Sing-Choong Foo and Kenneth E. Torrance and Donald P. Greenberg, *Non-Linear Approximation of Reflectance Functions*, SIGGRAPH 97 Conference Proceedings, 1997, aug, pp. 117-126.