

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
DEPARTAMENTO DE FISICA**

TEORIAS MICROSCOPICAS NUCLEARES A TEMPERATURA FINITA

**TESIS DOCTORAL
FEDERICO A. ALASIA**

**DR. OSVALDO CIVITARESE
DIRECTOR**

La Plata. Marzo 1990

A Patricia.

INDICE

Introducción.	1
Capítulo I. Vibraciones nucleares: Parámetros de restitución y de masa a temperatura finita.	8
I.1. Introducción	9
I.2. Vibraciones colectivas.	10
I.3. Modos vibracionales en el modelo de la gota líquida.	15
I.4. Resultados en ^{208}Pb	21
I.5. Discusión.	25
Capítulo II. La función de respuesta lineal a temperatura finita.	29
II.1. Introducción.	30
II.2. Formalismo.	31
II.3. Ecuación de Bethe-Salpeter.	37
II.4. Interacción separable.	40
II.5. Sistemas superfluidos.	45
II.6. Resultados en ^{208}Pb y ^{116}Sn	46
Capítulo III. Inclusión de configuraciones de dos partículas-dos agujeros.	51
III.1. Introducción.	52
III.2. Formalismo.	54
III.3. Función de Respuesta.	57
III.4. Discusión.	61

Capítulo IV. Inclusión de términos de dispersión	
en la aproximación de fases al azar	
a temperatura finita.	66
IV.1. Introducción.	67
IV.2. El Hamiltoniano.	68
IV.3. Formalismo.	73
IV.4. Resultados en ^{116}Sn.	80
Conclusiones.	83
Apéndices.	87
Apéndice A. Formalismo de la aproximación de fases	
al azar a temperatura finita.	88
Apéndice B. Reglas de suma para operadores multipolares	97
Apéndice C. Funciones de Green de una y dos partículas.	102
Apéndice D. Interacción de apareamiento.	109
Apéndice E. Formalismo FTHORPA.	115
Apéndice F. Formalismo de la dinámica de campos.	
Teorema de Wick a temperatura finita.	123
Referencias.	131
Tablas.	137
Figuras.	146
Agradecimientos.	155

Introducción

Las colisiones entre iones pesados, en los cuales gran cantidad de energía del movimiento relativo en el canal de entrada se transforma en energía interna de los núcleos participantes, permiten el estudio de un nuevo grado de libertad en estos sistemas: la temperatura nuclear.

Tales colisiones producen sistemas nucleares en estados de alta energía de excitación y de alto momento angular que decaen por emisión de neutrones y radiación gama. Dado que el número de estados accesibles crece exponencialmente con la energía de excitación no es posible describir estas excitaciones exactamente. Por otra parte tal descripción no es necesaria ya que los anchos de esos estados llegan a ser mayores que el espaciamiento entre ellos y solo disponemos de información experimental de propiedades promediadas sobre muchos estados, todos ellos con aproximadamente la misma energía.

En este marco resulta natural introducir los métodos de la Mecánica Estadística para la descripción de estos fenómenos. Tal procedimiento es válido dado que los núcleos excitados producidos en las colisiones entre iones pesados termalizan en tiempos típicos del orden de 10^{-21} s, que es mucho menor que los tiempos de desexcitación de los modos colectivos (10^{-19} - 10^{-16} s). De este modo podemos caracterizar cada estado de equilibrio del sistema mediante la energía de excitación E^* , el número de partículas A y el momento angular I , la temperatura nuclear T , el potencial químico μ y la frecuencia ω definidas por medio de las siguientes expresiones

$$T^{-1} = \frac{\partial \ln(\rho(E^*, A, I))}{\partial E},$$

$$\mu = \frac{\partial \ln(\rho(E^*, A, I))}{\partial A},$$

$$\omega = \frac{\partial \ln(\rho(E^*, A, I))}{\partial I},$$

donde $\rho(E^*, A, I)$ es la densidad de estados accesibles y considerar al sistema nuclear como un sistema cuántico macrocanónico.

La estabilidad de los núcleos en estas condiciones ha sido estudiada experimentalmente en reacciones de protón-núcleo ^{1,2)} y en reacciones inducidas por iones pesados ³⁾. En estas experiencias el espectro de los fragmentos producidos se interpreta como la señal de inestabilidades originadas en una transición líquido-gas ⁴⁻⁶⁾. La temperatura crítica se evaluó en $T_c = 18-20$ MeV en materia nuclear ⁷⁾ y en $T_c = 10-12$ MeV en núcleos finitos ^{5,8)}. Recientemente ^{9,10)} cálculos que incluyen los efectos coulombianos determinan la aparición de inestabilidades electrostáticas a una temperatura $T \cong 7-8$ MeV.

El punto de partida para el estudio del núcleo a temperatura finita es el desarrollo de teorías autoconsistentes. Así se desarrolló el formalismo de Hartree-Fock dependiente de la temperatura ^{11,12)}. Esto permitió establecer la validez de las aproximaciones de campo medio hasta temperaturas del orden de $T \cong 5$ MeV y la evaluación de los coeficientes de la gota líquida a temperatura finita ^{9,13)}. Por su parte la aplicación del formalismo de Hartree-Fock-Bogoliubov dependiente de la temperatura ^{14,15)} que describe la interacción de apareamiento en

términos de cuasipartículas, grados de libertad fermiónicos efectivos, demostró la dependencia de estas correlaciones con la distribución de niveles alrededor del nivel de Fermi y la existencia de una temperatura crítica, superada la cual las correlaciones de pares desaparecen^{16,17)}.

El estudio del comportamiento térmico de los efectos de la estructura de capas constituyó también otro punto de gran interés. Estos trabajos enfatizaron la importancia de la estructura de capas para temperaturas menores a $T = 2 \text{ MeV}$ ^{18,19)} en el cálculo del parámetro de densidad de niveles²⁰⁻²⁴⁾, que presenta apartamientos con respecto al modelo del gas de Fermi²⁵⁾ en este rango de temperatura. Este parámetro es de radical importancia en el estudio de la estructura nuclear a temperatura finita. Debido a que los modos de decaimiento del núcleo compuesto son muy sensibles a su valor²⁶⁾, esto nos otorga la posibilidad de verificar los modelos y las aproximaciones empleadas para su cálculo.

Asimismo otros trabajos se han centrado en el tratamiento simultáneo de grados de libertad térmicos y la deformación nuclear; especialmente en lo relacionado con la evaluación de las formas de equilibrio, la descripción de la transición entre estados deformados y esféricos²⁷⁾ y el estudio de la interacción de pairing y su colapso en función de la temperatura y del momento angular^{28,29)}.

Continuando los estudios de la estructura nuclear a temperatura finita, el propósito de este trabajo de tesis es la descripción microscópica de los modos vibracionales multipolares en núcleos a temperatura finita. En especial estudiaremos los

modos de carácter colectivo ,esto es: modos que implican la excitación de gran cantidad de nucleones.

La colectividad de estos estados puede establecerse mediante el estudio microscópico de la probabilidad de transición electromagnética. Para ello se introducen dos magnitudes: la probabilidad de transición de partícula independiente ²⁵⁾, que nos da una estimación de la transición de un único nucleón entre niveles de partícula independiente y las reglas de suma ^{30,31)}, que evalúan el total de la intensidad de transición de cada modo. Particularmente útil es la regla de suma pesada en energía (EWSR), cuya evaluación es independiente del modelo. Así consideraremos un estado como colectivo si su probabilidad de transición es varias veces el valor de partícula independiente y si satisface una fracción importante ($\geq 5\%$) de la regla de suma del modo considerado. Una resonancia gigante es, entonces, un modo de excitación que satisface la mayor parte de la regla de suma .

Las resonancias gigantes montadas sobre el estado fundamental del núcleo (esto es a temperatura $T=0$) son conocidas desde hace cuarenta años cuando fue observada ³²⁾, en espectros de fotoabsorción nuclear, la resonancia dipolar gigante. Esta resonancia ha sido interpretada como una oscilación de protones en oposición a los neutrones. Posteriormente se observaron resonancias de otras multipolaridades: monopolar gigante ($E0$), caracterizada como oscilaciones de la densidad nuclear con momento angular $\lambda=0$; cuadrupolar gigante ($E2$) descrita como vibraciones de la superficie nuclear con momento angular $\lambda=2$, etc. Cada multipolaridad presenta dos modos: el modo isoscalar en el cual protones y neutrones vibran en fase y el modo isovectorial en el que los protones y neutrones vibran en oposición de fase (la

resonancia dipolar isoscalar corresponde a una traslación pura, es por lo tanto un modo espúreo, no una verdadera excitación del sistema). Como la separación entre las distribuciones de protones y neutrones requiere energía extra, los modos isovectoriales de cada multipolaridad se encuentran a mayor energía que el modo isoscalar.

Estudios sistemáticos de las resonancias gigantes a $T=0$ han establecido que estas son comunes a todos los núcleos medianos y pesados y que tanto la energía del centroide como el ancho de la resonancia varían suavemente de núcleo a núcleo ³³⁾.

Otro aspecto importante es el estudio de los anchos de las resonancias, que son una medida de las propiedades de decaimiento ³⁴⁾. Tales anchos se deben al acoplamiento del modo colectivo con otros grados de libertad del sistema nuclear y es la suma de dos contribuciones $\Gamma = \Gamma^{\uparrow} + \Gamma^{\downarrow}$. Γ^{\uparrow} , el ancho de escape, resulta del acoplamiento con estados del continuo, en tanto que Γ^{\downarrow} , el ancho de difusión, se debe al acoplamiento con estados más complicados de n partículas- n agujeros. El acoplamiento con estos estados produce la pérdida de coherencia de la resonancia, de modo que las características del decaimiento se asemejan a aquellas del núcleo compuesto; en cambio Γ^{\uparrow} es un proceso directo que mediante la emisión de partículas da lugar a bien definidos estados de agujero en el núcleo residual. Por lo tanto, mediante la medida del espectro de emisión de partículas se puede determinar el valor relativo entre ambos anchos. Se ha observado que el escape es dominante en núcleos livianos, en tanto que el ancho de difusión es la mayor contribución al ancho de decaimiento en núcleos pesados ^{33b,34)}.

La disponibilidad de aceleradores de iones pesados ha

posibilitado la producción de núcleos a elevada energía de excitación observándose en espectros gama en reacciones de fusión entre iones pesados y en reacciones altamente inelásticas (deep inelastic reactions) resonancias gigantes montadas sobre estados excitados ³⁵⁾. Estas experiencias, realizadas para la resonancia dipolar gigante, mostraron el corrimiento hacia energías más bajas del centroide de la resonancia y el aumento del ancho de la resonancia al incrementar la energía de excitación ³⁶⁾.

Diversos formalismos microscópicos han sido desarrollados para describir los modos vibracionales colectivos; ellos brindan medios para evaluar las cantidades de interés:

- a) La regla de suma pesada en energía (EWSR).
- b) La energía del centroide de la resonancia.
- c) El ancho de la resonancia.

El formalismo de linealización de las ecuaciones de movimiento en la aproximación de fases al azar (RPA) ha sido el formalismo más usado. En el capítulo I se extiende el formalismo RPA al caso de temperatura finita (FTRPA). El formalismo es aplicado en el caso de ²⁰⁸Pb para una interacción multipolar separable evaluándose las contribuciones multipolares a los parámetros de restitución y de masa en comparación con los obtenidos en el modelo de la gota líquida a temperatura finita.

Este formalismo, que implica la diagonalización de grandes matrices, resulta poco adecuado para el cálculo en sistemas a temperatura finita ya que la dimensión del espacio de configuraciones crece muy rápidamente con la temperatura, siendo necesario el uso de métodos que no requieren de tal diagonalización. Tal es el formalismo de la función de respuesta lineal, solución de la ecuación linealizada de Bethe-Salpeter, que

se introduce en el capítulo II. El formalismo es aplicado al estudio de los espectros vibracionales del ^{116}Sn y del ^{208}Pb comparando los resultados con los obtenidos mediante FTRPA y se discuten los efectos de la limitación del espacio de configuraciones sobre los mismos.

La segunda parte de esta Tesis se dedica a la extensión del tratamiento de los modos colectivos mas allá de la aproximación RPA. En el capítulo III se presenta un formalismo que incluye, perturbativamente, configuraciones de 2 partículas-2 agujeros y se lo compara con el formalismo de la aproximación de fases al azar de segundo orden a temperatura finita (FTHORPA). En el último capítulo se discute las correlaciones permitidas a temperatura finita, que están suprimidas a $T=0$. Tal efecto es muy pronunciado en sistemas de capa abierta, ya que los canales que incluyen términos de dispersión de cuasipartículas contribuirán a los modos vibracionales contruidos sobre estados de referencia a temperatura finita.

Finalmente en la última sección se exponen las conclusiones.

Resultados de algunos aspectos expuestos en esta tesis han sido tratados en las referencias 47, 59, 61 y 79.

Capítulo I

Vibraciones nucleares: Parámetros de restitución y de masa a temperatura finita

I.1. Introducción

El estudio teórico de los modos vibracionales colectivos en sistemas nucleares se ha desarrollado tanto a través del cálculo microscópico así como también a partir de modelos macroscópicos. Los cálculos microscópicos se realizaron, en la mayor parte de los casos, mediante la aproximación de fases al azar (RPA) especialmente por medio del formalismo de linealización de las ecuaciones de movimiento ³⁷⁻³⁹⁾. Este formalismo se extendió para el caso de temperatura finita ⁴⁰⁻⁴⁶⁾, mediante la introducción de técnicas de la Mécanica Estadística, obteniéndose un formalismo que conserva todas las propiedades formales de la RPA usual. Un resumen de los aspectos mas destacados del formalismo puede hallarse en el Apéndice A. La colectividad de estos modos implica el movimiento de una fracción apreciable de los nucleones del núcleo de modo que es posible considerar estos modos en términos macroscópicos como las oscilaciones de una gota líquida.

En este capítulo estudiaremos las vibraciones colectivas caracterizadas como oscilaciones de la superficie nuclear ³⁰⁾. En la sección 2 desarrollaremos la teoría cuántica de tales oscilaciones estableciendo las relaciones entre los parámetros de restitución y de masa del sistema con los observables provenientes de teorías microscópicas: los centroides de energía de las resonancias y su probabilidad de transición eléctrica. En la sección 3 se estudian especialmente las variaciones de la energía potencial de la gota líquida debida a las oscilaciones de su superficie a temperatura finita. En la sección 4 se exponen los

resultados obtenidos de la evaluación de los parámetros de restitución y de masa para vibraciones multipolares en el espectro del ^{208}Pb . En la última sección se discuten estos resultados en términos del modelo hidrodinámico de Bohr y Mottelson ³⁰⁾.

1.2. Vibraciones colectivas.

Los modos vibratoriales colectivos pueden ser caracterizados por los números cuánticos $\lambda\mu$; momento angular y proyección del fonón asociado. Si nos restringimos al estudio de núcleos que presentan configuraciones de equilibrio con simetría esférica, los modos de oscilación estarán $2\lambda+1$ veces degenerado en correspondencia con las proyecciones del momento angular $\mu = -\lambda, \dots, \lambda$. Estos modos se deben a variaciones de la densidad nuclear que no presentan nodos radiales, y comprenden a oscilaciones de forma del núcleo. En el equilibrio la densidad nuclear estará dada por

$$\rho(r) = \rho_0 f[(r - R_0)/a_0], \quad (1.1)$$

donde ρ_0 es la densidad central; R_0 y a_0 el radio y la difusividad de la superficie nuclear en el equilibrio. Para pequeñas oscilaciones las variaciones de la densidad pueden ponerse en términos de las amplitudes vibratoriales $\alpha_{\lambda\mu}$ que expresan el apartamiento de la posición de equilibrio en función de los esféricos armónicos, $Y_{\lambda\mu}^*(\vartheta, \phi)$:

$$R(\vartheta, \phi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\vartheta, \phi) \right) . \quad (1.2)$$

$R(\vartheta, \phi)$ es la nueva distancia de la superficie medida desde el origen. La densidad, suponiendo que la difusividad de la superficie no depende de la orientación será

$$\rho(r) = \rho_0 \text{fl}(r - R(\vartheta, \phi))/a) , \quad (1.3)$$

con $a = a_0$. En la aproximación armónica retenemos solo los términos lineales en $\alpha_{\lambda\mu}$; para una multipolaridad λ tenemos

$$\rho(r, \alpha_{\lambda\mu}) \cong \rho_0(r) - R_0 \frac{\delta\rho_0}{\delta r} \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\vartheta, \phi) , \quad (1.4)$$

donde $\rho_0(r) = \rho(r, \alpha_{\lambda\mu}=0)$ es la densidad de equilibrio dada por la ecuación (1.1). En esta aproximación, el Hamiltoniano es cuadrático en la amplitud vibracional y en sus impulsos conjugados:

$$H_{\lambda} = \frac{1}{2} D_{\lambda}^{-1} \sum_{\mu} \pi_{\lambda\mu}^{\dagger} \pi_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} C_{\lambda} \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu}^{\dagger} \alpha_{\lambda\mu} , \quad (1.5)$$

con la convención de fases $\alpha_{\lambda\mu}^{\dagger} = (-1)^{\mu} \alpha_{\lambda-\mu}$. Las ecuaciones de movimiento serán

$$\dot{\alpha}_{\lambda\mu} = - \frac{\partial H}{\partial \pi_{\lambda\mu}} = D_{\lambda} \alpha_{\lambda\mu}^{\dagger}, \quad (1.6)$$

$$\dot{\pi}_{\lambda\mu} = - \frac{\partial H}{\partial \alpha_{\lambda\mu}} = -C_{\lambda} \alpha_{\lambda\mu}^{\dagger},$$

y la frecuencia de oscilación será

$$\omega_{\lambda} = \left(\frac{C_{\lambda}}{D_{\lambda}} \right)^{1/2}. \quad (1.7)$$

Podemos cuantificar el sistema introduciendo las relaciones de conmutación,

$$[\alpha_{\lambda\mu}, \alpha_{\lambda\mu'}] = [\pi_{\lambda\mu}, \pi_{\lambda\mu'}] = 0, \quad (1.8)$$

$$[\alpha_{\lambda\mu}, \pi_{\lambda\mu'}] = i \hbar \delta(\mu, \mu').$$

Introduciendo los operadores de creación y aniquilación de bosones, que satisfacen

$$[c_{\lambda\mu}, c_{\lambda\mu'}] = [c_{\lambda\mu}^{\dagger}, c_{\lambda\mu'}^{\dagger}] = 0, \quad (1.9)$$

$$[c_{\lambda\mu}, c_{\lambda\mu'}^{\dagger}] = \delta(\mu, \mu'),$$

y están relacionados con $\alpha_{\lambda\mu}$ y $\pi_{\lambda\mu}$ por

$$\alpha_{\lambda\mu} = i^{-\lambda} (\alpha_{\lambda})_0 [c_{\lambda\mu}^{\dagger} + c_{\lambda\mu}^-], \quad (1.10)$$

$$\pi_{\lambda\mu} = i^{\lambda-1} \frac{\hbar}{2(\alpha_{\lambda})_0} [c_{\lambda\mu} - c_{\lambda\mu}^{\dagger}],$$

el Hamiltoniano se escribe

$$H_{\lambda} = \hbar\omega_{\lambda} \sum_{\mu} \left(c_{\lambda\mu}^{\dagger} c_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} \right) . \quad (1.11)$$

Definimos la amplitud del punto cero $(\alpha_{\lambda})_0$ mediante

$$(\alpha_{\lambda})_0^2 = (2\lambda+1)^{-1} \langle n_{\lambda}=0 | \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu}^{\dagger} \alpha_{\lambda\mu} | n_{\lambda}=0 \rangle = \frac{\hbar\omega_{\lambda}}{2C_{\lambda}} , \quad (1.12)$$

donde $| n_{\lambda}=0 \rangle$ es el estado fundamental del sistema.

El momento multipolar de orden λ se escribe

$$M(\lambda\mu) = \int \rho(r) r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \phi) d^3r , \quad (1.13)$$

introduciendo $\rho(r)$ dado por (1.4) y haciendo uso de la ortogonalidad de los esféricos armónicos resulta

$$M(\lambda\mu) = - R_0 \alpha_{\lambda\mu} \int r^{\lambda+2} \frac{\partial \rho_0}{\partial r} dr . \quad (1.14)$$

Si suponemos que la razón entre la densidad de protones y la densidad de neutrones permanece constante, entonces el momento multipolar eléctrico puede escribirse

$$M(E\lambda\mu) = - (Ze/A) R_0 \alpha_{\lambda\mu} \int r^{\lambda+2} \frac{\partial \rho_0}{\partial r} dr . \quad (1.15)$$

Integrando por partes obtenemos

$$M(E\lambda\mu) = \frac{(\lambda+2)}{4\pi} Ze R_o \langle r^{\lambda-1} \rangle \alpha_{\lambda\mu} . \quad (1.16)$$

Con estas expresiones podemos calcular la probabilidad de transición

$$B(E\lambda, n_\lambda=0 \rightarrow n_\lambda=1) = \sum_{\mu} | \langle n_\lambda=0 | M(E\lambda\mu) | n_\lambda=1 \rangle |^2 . \quad (1.17)$$

Mediante Eqs.(1.12) y (1.16) finalmente obtenemos

$$B(E\lambda, n_\lambda=0 \rightarrow n_\lambda=1) = \left[\frac{(\lambda+2)}{4\pi} Ze R_o \langle r^{\lambda-1} \rangle \right]^2 (2\lambda+1) \frac{\hbar\omega}{2C_\lambda} . \quad (1.18)$$

Esta ecuación nos permite evaluar los parámetros de restitución y de masa a partir del conocimiento de la energía de los estados colectivos y de la probabilidad de transición entre ese estado y el estado de referencia. Estas magnitudes pueden ser calculadas utilizando formalismos microscópicos como el FTRPA desarrollado en el Apéndice A, y compararse con los datos obtenidos experimentalmente. Destaquemos que los resultados de la FTRPA, es decir las probabilidades de transición $B(E\lambda)$, la energías $\hbar\omega$ y los valores de expectación radiales $\langle r^n \rangle$, son funciones de la temperatura, de modo que los parámetros C_λ y D_λ dados por las ecuaciones (1.7) y (1.18) también lo son.

I.3. Modos vibracionales en el modelo de la gota líquida

La existencia de una superficie nuclear bien definida y la baja compresibilidad del núcleo ha sugerido la comparación de estos con una gota de líquido. Este modelo interpreta en términos macroscópicos propiedades globales del núcleo. Así las vibraciones colectivas en sistemas finitos pueden ponerse en correspondencia con los modos de oscilación de la gota líquida. A baja energía estos modos son oscilaciones de la superficie nuclear alrededor del equilibrio esférico. La superficie estará parametrizada por la ecuación (1.2). El término $\lambda=0$ representa la dilatación o compresión sin cambio de forma; $\lambda=1$ está asociado al desplazamiento rígido de la gota. Por lo tanto los modos de mas baja multipolaridad, asociado a cambios en la forma del núcleo, serán vibraciones cuadrupolares ($\lambda=2$).

Para pequeñas amplitudes el término dominante en la expresión de la energía es cuadrático en las coordenadas $\alpha_{\lambda\mu}$ y en sus derivadas temporales $\dot{\alpha}_{\lambda\mu}$, así los términos potencial y cinético de la energía pueden expresarse mediante:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} C_{\lambda} | \alpha_{\lambda\mu} |^2 ,$$

(1.20)

$$T = \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} D_{\lambda} | \dot{\alpha}_{\lambda\mu} |^2 ,$$

de donde los impulsos conjugados son

$$\pi_{\lambda\mu} = \frac{\partial}{\partial \dot{\alpha}_{\lambda\mu}} (T-V) = D_{\lambda} \dot{\alpha}_{\lambda\mu}^* , \quad (1.21)$$

y el Hamiltoniano se escribe

$$H = \sum_{\lambda\mu} \left(\frac{1}{2} D_{\lambda} |\pi_{\lambda\mu}|^2 + \frac{1}{2} |\alpha_{\lambda\mu}|^2 \right) , \quad (1.22)$$

que nos da las siguientes ecuaciones de movimiento (válidas para $\lambda \geq 2$)

$$\ddot{\alpha}_{\lambda\mu} + \omega_{\lambda}^2 \alpha_{\lambda\mu} = 0 , \quad (1.23)$$

$$\omega_{\lambda}^2 = \frac{C_{\lambda}}{D_{\lambda}} .$$

El parámetro de restitución C_{λ} puede ser determinado estudiando las variaciones de la energía de superficie E_{sup} y de la energía electrostática E_{coul} asociadas al cambio de forma ⁴⁵⁾.

$$E_{\text{sup}} = b_{\text{sup}} A^{2/3} f , \quad (1.24)$$

$$E_{\text{coul}} = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R_c} \mathcal{E} .$$

La función f nos da el incremento de la superficie asociado a la deformación y estará dado por la razón del área de la superficie

distorsionada al área inicial. En forma similar g es la razón de la energía electrostática de la configuración deformada a la de la configuración de equilibrio cuando la difusión de la superficie nuclear es cero, $a(\vartheta, \phi) = 0$. Los efectos debidos a la difusividad de la superficie son evaluados vía el cálculo del radio Coulombiano,

$$R_c = \frac{5}{6} \frac{\int \rho(r) \rho(r') d^3r d^3r'}{[\int \rho(r) d^3r]^2} \quad (1.25)$$

Tratemos en primer lugar la contribución de superficie. El ángulo formado entre el elemento de superficie $R(\vartheta, \phi)$ y el elemento de superficie de la esfera es $\langle \nabla R \rangle$, luego f toma la forma

$$f = \frac{\int d\Omega R^2 \cos(\nabla R)}{\int d\Omega R_0^2} \quad (1.26)$$

Para pequeñas deformaciones podemos expandir $\cos(x) = 1 - x^2/2$:
reteniendo hasta el segundo orden en α escribimos

$$\begin{aligned}
f &= 1 + \frac{1}{4\pi R_0^2} \int d\Omega [R^2 - R_0^2 + \frac{1}{2} R_0^2 (\nabla R)^2] = \\
&= 1 + \frac{1}{4\pi R_0^2} \int d\Omega [2R_0 (R - R_0) + (R - R_0)^2 - \frac{1}{2} R_0^2 R \nabla^2 R] = \\
&= 1 + \frac{1}{4\pi} [2 (4\pi)^{1/2} \alpha_0 + \sum_{\lambda\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2 + \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu} \lambda(\lambda+1) |\alpha_{\lambda\mu}|^2] .
\end{aligned}
\tag{1.27}$$

Si escribimos la densidad $\rho = \rho_0 \theta(r - R(\vartheta, \phi))$, donde θ es la función escalón, podemos expandir para pequeñas deformaciones

$$\rho(r, \vartheta, \phi) = \rho_0 [\theta(r - R_0) + (R - R_0) \delta(r - R_0) - \frac{1}{2} (R - R_0)^2 \delta'(r - R_0)] .
\tag{1.28}$$

Como el fluido bajo consideración es compresible su volumen debe permanecer constante, de modo que la condición

$$\int \rho(r) d^3r = 4\pi \rho_0 R_0^3 / 3 ,
\tag{1.29}$$

implica

$$\alpha_0 = - (4\pi)^{-1/2} \sum_{\lambda\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2 .
\tag{1.30}$$

Por otra parte el centro de masa debe permanecer en reposo, esto es

$$\int r \rho(r) d^3r = 0 ,
\tag{1.31}$$

que nos impone la condición

$$\alpha_{1\mu} = \sum_{\lambda > 0} (-1)^{\lambda+1} 3 \left[\frac{\lambda+1}{4\pi} \right]^{1/2} (\alpha_{\lambda} \alpha_{\lambda+1})_{1\mu} . \quad (1.32)$$

Usando la ecuación (1.29) para α_0 en la expresión (1.26) finalmente obtenemos

$$f = 1 + \sum_{\lambda} \frac{(\lambda-1)(\lambda+2)}{8\pi} . \quad (1.33)$$

Sustituyendo en ecuación (1.24), la energía de superficie tendrá dos términos: el primero corresponde a la contribución de la gota esférica, en tanto que el segundo es la corrección debido a la distorsión de la superficie. Comparando esta segunda parte con la energía potencial del Hamiltoniano, ecuación (1.22) obtenemos

$$\langle C_{\lambda} \rangle_{\text{sup}} = (\lambda-1)(\lambda+2) R_0^2 \gamma , \quad (1.34)$$

para la contribución al parámetro de fuerza debido al término de superficie.

Determinemos la contribución Coulombiana al parámetro de restitución. La función está dada por

$$\xi = \left[\frac{1}{2} \int \rho(r) \phi(r) d^3r \right] / \left[\frac{1}{2} \int \rho_0(r) \phi_0(r) d^3r \right] , \quad (1.35)$$

donde $\rho_0(r)$ y $\phi_0(r)$ son la densidad de carga y el potencial eléctrico correspondientes a la deformación ρ y ϕ se escriben

$$\rho(r) = \rho_0(r) + \delta\rho, \quad (1.36)$$

$$\phi(r) = \phi_0(r) + \delta\phi.$$

Evaluando el denominador de la ecuación (1.35)

$$\frac{1}{2} \int \rho_0(r) \phi_0(r) d^3r = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{R_c}, \quad (1.37)$$

la función ϵ toma la forma

$$\epsilon = 1 + \frac{5 R_c}{Z^2 e^2} \int \delta\rho(r) \phi_0(r) d^3r + \frac{1}{2} \int \delta\rho(r) \delta\phi(r) d^3r. \quad (1.38)$$

Para evaluar las integrales expandimos $\delta\rho$ y $\delta\phi$ hasta el segundo orden en $\alpha_{\lambda\mu}$

$$\delta\rho = \frac{3}{4\pi} (Ze/R_0^3) \left[(R-R_0) \delta(r-R_0) - \frac{1}{2} (R-R_0)^2 \delta'(r-R_0) \right], \quad (1.39)$$

$$\delta\phi = (Ze/R_0) \sum_{\lambda\mu} \frac{3}{2\lambda+1} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}^*(\vartheta, \phi) \begin{cases} (r/R_0)^\lambda & r < R_0 \\ (R_0/r)^{\lambda+1} & r > R_0 \end{cases}.$$

Introduciendo estas expresiones en (1.38) obtenemos

$$\varepsilon = 1 - \frac{3}{4\pi} \left[(4\pi)^{1/2} \alpha_0 + \sum (2\lambda+1)^{-1} |\alpha_{\lambda\mu}|^2 \right]. \quad (1.40)$$

Análogamente a lo hecho para la contribución de superficie sustituimos α_0 por su expresión, ecuación (1.26), obteniendo

$$\varepsilon = 1 - \sum_{\lambda} \frac{5}{4\pi} \frac{(\lambda-1)}{(2\lambda+1)}. \quad (1.41)$$

Finalmente la contribución Coulombiana al parámetro de restitución toma la forma

$$(C_{\lambda})_{\text{coul}} = - \frac{3}{2\pi} \frac{\lambda - 1}{2\lambda + 1} (Z^2 e^2 / R_c). \quad (1.42)$$

1.4. Resultados en ^{208}Pb .

En esta sección se presentarán los resultados de la evaluación de los parámetros de restitución y de masa para los modos vibracionales con $\lambda^{\pi} = 2^+$ y 3^- en ^{208}Pb .

En primer lugar expondremos los correspondientes a las contribuciones asociadas a las oscilaciones en el modelo de la gota líquida a temperatura finita. Para ello es necesaria la evaluación de los valores de expectación $\langle r^n \rangle$; nuestros cálculos demuestran que la aproximación usual de tales integrales: desarrollos en series del cociente de la difusividad al radio nuclear ²⁵⁾ (a/R) , no es aplicable en el caso de temperatura finita. Por consiguiente evaluamos explícitamente las integrales

radiales, esto es

$$\langle r^n \rangle = \text{Tr} \{ D r^n \} / \text{Tr} \{ D \} , \quad (1.43)$$

introduciendo la matriz densidad de partícula independiente D . También el radio Coulombiano, ecuación (1.25), ha sido evaluado usando la densidad de carga $\rho(r)_T$, dada por

$$\rho(r)_T = \sum_j n_j(T) |\phi_j(r)|^2 , \quad (1.44)$$

donde $\phi_j(r)$ representa las funciones de onda radiales de los orbitales de partícula independiente y donde el subíndice j indica el conjunto completo de números cuánticos $j \equiv (N, l, j)$ de todos los estados en la base de partícula independiente.

Para obtener la contribución de superficie al parámetro de restitución es necesario establecer la dependencia del coeficiente de tensión superficial con la temperatura. A $T = 0$ el coeficiente de tensión superficial γ está relacionado con el parámetro de superficie a_s de la fórmula semi-empírica de masas

$$4 \pi r_0^2 \gamma = a_s , \quad (1.45)$$

donde r_0 es el parámetro del radio nuclear $r_0 = 1.2$ fm. Tomando $b_{\text{sup}} = 17$ MeV el valor del coeficiente resulta $\gamma \simeq 0.93$ MeV fm⁻²; su comportamiento con la temperatura se obtiene al evaluar la energía libre

$$F = E - TS , \quad (1.46)$$

donde E es la energía del sistema y S su entropía. De acuerdo con el método de corrección de capas de Strutinsky extendido para temperatura finita separamos la energía libre en dos contribuciones, una suave y otra que contiene la corrección e identificamos la contribución suave con la estimación del modelo de la gota líquida. En Ref ⁹⁾ se evaluaron las contribuciones de Hartree-Fock térmico y de la corrección de capas para sistemas livianos y medio pesados obteniéndose la siguiente parametrización, a el primer orden en T²

$$F_{LDM}(T,A) = a_v(0)(1+\alpha_v T^2)A + a_s(0)(1-\alpha_s T^2)A^{2/3} + a_c(0)(1-\alpha_c T^2)Z^2 A^{-1/3}, \quad (1.47)$$

con $\alpha_v=0.0031 \text{ MeV}^{-2}$, $\alpha_s=0.0038 \text{ MeV}^{-2}$ y $\alpha_c=0.0126 \text{ MeV}^{-2}$. El coeficiente de tensión superficial es proporcional a a_s (Ecuación 1.45) de modo que finalmente obtenemos

$$\gamma = \gamma(T=0) (1 - \alpha_s T^2). \quad (1.48)$$

Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 1. El comportamiento de $\langle C_\lambda \rangle_{sup}$ refleja la competencia entre el incremento del radio nuclear con la temperatura y el decrecimiento del coeficiente de tensión superficial. La suave dependencia de $\langle C_\lambda \rangle_{sup}$ con T refleja que ambos efectos son comparables, aún cuando se verifica un pequeño decrecimiento neto como función de T. Por su parte la dependencia térmica de la contribución Coulombiana $\langle C_\lambda \rangle_{coul}$, debida al comportamiento del radio Cuolombiano con la temperatura nuclear, solo muestra un muy

pequeño incremento.

Calculemos ahora los parámetros asociados a las vibraciones nucleares en forma microscópicamente mediante el formalismo FTRPA. Para ello escogemos una base de partícula independiente dada por la parametrización de Nilsson ⁴⁶⁾, a $T=0$, hasta nueve capas de oscilador para neutrones y ocho para protones. De este modo nos aseguramos la estabilidad de nuestro cálculo ya que esta base contiene todos los niveles de partícula independiente con ocupaciones mayores a 10^{-5} en todo el rango de temperaturas en que hemos trabajado, esto es $0 \leq T \leq 2$ MeV.. Las constantes de acoplamiento neutrón-neutrón $\kappa_\lambda(n,n)$, neutrón-protón $\kappa_\lambda(n,p)$ y protón-protón $\kappa_\lambda(p,p)$ se ajustaron para reproducir el valor experimental del primer estado excitado $\lambda^\pi = 2^+$ y 3^- respectivamente a $T=0$. El espacio de configuraciones incluyó todas las requeridas por debajo de una energía límite para satisfacer la regla de suma (EWSR) no perturbada para cada temperatura.

Los resultados obtenidos para los estados de mayor contribución a la EWSR a $T = 0$ y a $T = 2$ MeV se muestran en la Tabla 2. Observamos que los valores FTRPA muestran un comportamiento mas abrupto con la temperatura que los correspondientes al modelo de la gota líquida. Así podemos interpretar que el incremento en C_λ^i refleja disminución de la probabilidad de transición $B(E\lambda)$ por un lado y el aumento en los valores de expectación radiales con T por otro. En términos macroscópicos diremos que en las vibraciones colectivas descritas en la FTRPA la dependencia térmica del radio, debida a la ocupación de estados de partícula independiente mas altos, domina sobre la dependencia térmica de los coeficientes de tensión superficial.

I.5. Discusión

Podemos interpretar los resultados obtenidos para el parámetro de restitución en términos de las variaciones de la densidad nuclear y de la correspondiente variación del potencial nuclear. Un modelo simple para las oscilaciones colectivas fue desarrollado por A. Bohr y B. Mottelson ³⁰⁾. Este consiste en un sistema que presenta una sola autofrecuencia, de energía $\hbar\omega$, para cada modo multipolar. Partimos del sistema no perturbado cuyo Hamiltoniano estará dado por la ecuación (1.5)

$$H_{\lambda}^0 = \frac{1}{2} (D_{\lambda}^0)^{-1} \sum_{\mu} \pi_{\lambda\mu}^{\dagger} \pi_{\lambda\mu} + \frac{1}{2} C_{\lambda}^0 \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu}^{\dagger} \alpha_{\lambda\mu}, \quad (1.5)$$

y los parámetros de restitución y de masa asociados se escriben

$$C^0 = \frac{\hbar\omega_0}{2 (\alpha_0^0)^2}, \quad (1.49)$$

$$D^0 = \frac{\hbar}{2 \omega_0 (\alpha_0^0)^2},$$

donde $\alpha^0 = \langle n=1 | \alpha | n=0 \rangle$ es la amplitud del punto cero. El sistema se acopla a un campo exterior, expresado por un operador de un cuerpo F, que da lugar a una variación de la densidad nuclear. Las variaciones del potencial asociadas a este movimiento

producen un nuevo cambio en la densidad nuclear. Si las variaciones inducidas en la densidad son iguales a las que producen las variaciones del potencial entonces obtendremos un movimiento colectivo autosostenido.

A primer orden en la deformación las variaciones del potencial toman la forma

$$\delta V = \kappa_{\lambda} \sum_{\mu} \alpha_{\lambda\mu} F_{\lambda\mu}^{\dagger} \quad (1.50)$$

consideremos que los elementos de matriz del campo externo y los α son iguales; de esta manera podemos tratar el término de acoplamiento simplemente sumándolo al Hamiltoniano (1.5)

$$H = H^0 + \delta V = H^0 + \kappa \alpha^2 \quad (1.51)$$

El nuevo término es una contribución adicional a la energía potencial. Así obtendremos un nuevo parámetro de restitución,

$$C = C^0 + \kappa \quad (1.52)$$

en tanto que el parámetro de masa permanece igual. La energía del modo colectivo está dada ahora por

$$\hbar\omega = (C / D)^{1/2} = \hbar\omega_0 (1 + \kappa / C^0)^{1/2} \quad (1.53)$$

Consideremos el modo cuadrupolar. La evaluación e C^0 puede hacerse de la siguiente manera: las transiciones cuadrupolares no perturbadas estarán degeneradas a energía $2\hbar\omega_0$, ya que las

transiciones con $\Delta N=0$ no contribuirán a la regla de suma; esta cantidad estará dada por su valor clásico, Apéndice B ecuación (B.6),

$$2\hbar\omega_0 (\alpha_0^0)^2 = \frac{5}{4\pi} \frac{\hbar^2}{M} A \langle r^2 \rangle . \quad (1.54)$$

Reemplazando en (1.49) obtenemos el parámetro de restitución del sistema sin interacción

$$C^0 = \frac{4\pi}{5} \frac{2 M \omega_0^2}{A \langle r^2 \rangle} . \quad (1.55)$$

Si suponemos que en el equilibrio el campo central es un oscilador armónico y que la deformación de las superficies equipotenciales es igual a las superficies de igual densidad, la constante de acoplamiento κ en el modo isoscalar es,

$$\kappa = - \frac{4\pi}{5} \frac{M \omega_0^2}{A \langle r^2 \rangle} , \quad (1.56)$$

en tanto que para el modo de oposición de fase será

$$\kappa = \frac{\pi V_1}{A \langle r^4 \rangle} , \quad (1.57)$$

donde $V_1 = 130$ MeV es el potencial de simetría. Los valores obtenidos para los parámetros de restitución se muestran en la Tabla 3. En la Tabla se incluye además los valores FTRPA, corregidos por el cambio de normalización: $\langle r^2 Y_2 \rangle = \alpha_2^2$. Observamos que en el modelo simple el parámetro de restitución

sufre un decrecimiento al aumentar la temperatura nuclear. Como ya hemos dicho en la sección anterior este hecho refleja, al igual que en el modelo de la gota líquida, el carácter dominante de los efectos asociados al incremento de la energía de superficie sobre los relacionados con el cambio de la energía electrostática del núcleo. Este comportamiento es opuesto al observado en las resonancias FTRPA. La discrepancia se debe a la fragmentación de la intensidad de los modos colectivos por la aparición de gran cantidad de transiciones de baja energía en el tratamiento FTRPA, mientras que las resonancias del modelo simple no presentan fragmentación alguna. Este hecho explica además que las diferencias sean más marcadas en los modos isoscalares que en los isovectoriales.

Detalles complementarios sobre estos cálculos están consignados en la Ref ⁴⁷⁾.

Capítulo II

La función de respuesta lineal a temperatura finita

II.1. Introducción

En el capítulo anterior se describió el comportamiento de los parámetros de masa y de fuerza microscópicamente mediante el formalismo FTRPA. Este formalismo permite obtener la energía y la contribución a la regla de suma de los estados excitados del sistema. Para ello es necesario, en general, diagonalizar matrices de grandes dimensiones, o bien, en el caso de la interacción multipolar separable, hallar las raíces de la correspondiente ecuación de dispersión. Esto da lugar a dificultades de cálculo, a temperatura finita, debido a que el espacio de configuraciones de partícula-agujero necesario para satisfacer las reglas de suma crece rápidamente al elevarse la temperatura nuclear como consecuencia de la difusión de la superficie de Fermi y de la ocupación de un mayor número de estados de partícula. Al mismo tiempo la aparición de algunas soluciones poco colectivas trae aparejado inestabilidades numéricas.

Es posible, sin embargo, plantear el problema de un modo que no requiere de tales técnicas numéricas para la determinación de las soluciones de la FTRPA. Así, estudiaremos el comportamiento del núcleo en presencia de un campo externo débilmente dependiente del tiempo, introduciendo la función de respuesta lineal que relaciona las variaciones de la densidad nuclear con el campo externo que las produce ⁴⁸⁻⁵⁰. En la sección 2 desarrollaremos el formalismo de la función de respuesta lineal a temperatura finita y escribiremos su expresión en términos de las soluciones formales de la FTRPA. En la sección 3 se tratará la función de respuesta

como solución de la ecuación linealizada de Bethe-Salpeter; las expresiones del formalismo para la interacción multipolar separable en núcleos normales y superconductores se obtienen en las secciones 4 y 5 respectivamente. finalmente en la sección 6 se discuten los resultados de la aplicación del formalismo en ^{208}Pb y ^{116}Sn .

II.2. Formalismo

La función de respuesta lineal a temperatura finita puede derivarse en el marco de diferentes formalismos. En el Apéndice C se la presenta dentro del formalismo de funciones de Green de tiempo imaginario. Las ventajas de ese procedimiento, esto es la simple extensión de los desarrollos perturbativos a $T \neq 0$, están acompañadas por la necesidad de realizar una extensión analítica para obtener expresiones para energías reales ^{51,52}. En esta sección adoptaremos un enfoque distinto: desarrollaremos la función de respuesta lineal a temperatura finita a partir de la teoría de Hartree-Fock dependiente del tiempo a temperatura finita (FT-TDHF) ^{48,59}.

Consideremos un campo externo dependiente del tiempo:

$$F(t) = f e^{-i\omega t} + f^\dagger e^{i\omega t}, \quad (2.1)$$

en donde f es un operador de un cuerpo. La ecuación FT-TDHF se escribe,

$$i\hbar\dot{\rho} = [H[\rho] + f, \rho] , \quad (2.2)$$

donde $H[\rho]$ es el Hamiltoniano de partícula independiente y ρ es la densidad de un cuerpo. Si suponemos que el campo externo es débil podemos tratar la variación de la densidad como una pequeña perturbación a la densidad estacionaria $\rho^{(0)}$,

$$\rho(t) = \rho^{(0)} + \delta\rho(t) . \quad (2.3)$$

La densidad estacionaria es solución de la ecuación de Hartree-Fock

$$[H[\rho^{(0)}], \rho^{(0)}] = 0 . \quad (2.4)$$

La variación de la densidad se escribe

$$\delta\rho(t) = \rho^{(1)}(T) e^{-i\omega t} + \rho^{(1)}(T)^\dagger e^{i\omega t} . \quad (2.5)$$

En la base de Hartree-Fock $\rho^{(0)}$ y $h[\rho^{(0)}]$ son diagonales

$$\rho_{kl}^{(0)} = \delta_{kl} n_k , \quad (2.6)$$

$$H[\rho^{(0)}] = \delta_{kl} \epsilon_k ,$$

donde n_k son los números de ocupación de Fermi. Expandiendo la ecuación (2.2) a primer orden tenemos

$$i\hbar \delta\dot{\rho} = [H[\rho^{(0)}], \delta\rho] + [\frac{\delta H}{\delta\rho} \delta\rho, \rho^{(0)}] + [f, \rho^{(0)}] . \quad (2.7)$$

En donde hicimos uso de la notación

$$\frac{\delta H}{\delta \rho} \delta \rho = \sum_{k>l} \left(\frac{\delta H}{\delta \rho_{kl}} \Big|_{\rho^{(0)}} \delta \rho_{kl} + \frac{\delta H}{\delta \rho_{lk}} \Big|_{\rho^{(0)}} \delta \rho_{lk} \right). \quad (2.8)$$

Factorizando $\rho^{(1)}$ de la siguiente manera

$$\rho^{(1)}(T) = (n_k - n_l) \rho'(T), \quad (2.9)$$

e introduciendo la notación matricial

$$\rho' = \begin{bmatrix} \rho'_{mn} \\ \rho'_{nm} \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} f_{mn} \\ f_{nm} \end{bmatrix}, \quad (2.10)$$

podemos evaluar el conmutador (2.7). Así obtenemos la ecuación matricial de la función de respuesta lineal,

$$\left[\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} - h\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \rho' \\ \rho'^{\dagger} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} f \\ f^{\dagger} \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

con

$$A_{pq,mn} = (\varepsilon_p - \varepsilon_q) \delta_{pm} \delta_{qn} + (n_q - n_p) \frac{\delta H_{pq}}{\delta \rho_{mn}} \Big|_{\rho^{(0)}}, \quad (2.12)$$

$$B_{pq,mn} = (n_q - n_p) \frac{\delta H_{pq}}{\delta \rho_{nm}} \Big|_{\rho^{(0)}},$$

que coinciden con las matrices A y B de la FTRPA si tomamos

$$V_{pnqm} = \left. \frac{\delta H_{pq}}{\delta \rho_{mn}} \right|_{\rho^{(0)}}, \quad (2.13)$$

como interacción residual. La función de respuesta lineal $R_{pqmn}(\omega)$ relaciona los cambios en la densidad nuclear con el campo externo que lo produce y está definido por la relación

$$\rho_{kk'}^{(1)} = \sum_{jj'} R_{kk',jj'}(\omega) f_{jj'}. \quad (2.14)$$

Escribamos la solución de la ecuación inhomogénea (2.11) en términos de las soluciones de la ecuación homogénea, esto es, de las soluciones FTRPA

$$S \chi = \tau \eta \chi \hbar \Omega, \quad (2.15)$$

donde se ha introducido la notación matricial

$$S = \begin{bmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{bmatrix} \quad \chi = \begin{bmatrix} X & Y^* \\ Y & X^* \end{bmatrix} \quad \eta = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

Ω y τ son matrices diagonales de autovalores $(\hbar\Omega, -\hbar\Omega)$ y $(n_k - n_l)$ respectivamente. Así la ecuación matricial de la respuesta lineal toma la forma

$$(S - f\omega \eta) \rho' = -f. \quad (2.17)$$

Mediante las relaciones de ortogonalidad y clausura de la FTRPA

$$\chi^\dagger \tau^{1/2} \eta \tau^{1/2} \chi = \eta, \quad (2.18)$$

$$\tau^{1/2} \chi \eta \chi^\dagger \tau^{1/2} = \eta,$$

podemos escribir la expresión de la matriz S en función de sus soluciones

$$S = \eta \chi \Omega \eta \chi^\dagger \eta \tau, \quad (2.19)$$

y sustituyendo en (2.17) llegamos a la expresión de la matriz de la función de respuesta

$$R(\omega) = - [\eta \chi (\Omega - \omega) \eta \chi^\dagger \eta \tau]^{-1}, \quad (2.20)$$

e invirtiendo obtenemos

$$R(\omega) = \chi (\omega - \Omega)^{-1} \eta \chi^\dagger \tau, \quad (2.21)$$

cuya expresión explícita es

$$R_T(\omega)_{kk',jj'} = \frac{1}{\hbar} \sum_{\nu > 0} \left[\frac{X^\nu(kk') X^\nu(jj')^*}{\omega - \Omega_\nu} - \frac{Y^\nu(kk') Y^\nu(jj')^*}{\omega + \Omega_\nu} \right] (n_j(T) - n_{j'}(T)) \quad (2.22)$$

Donde [...] _T recuerda que las amplitudes χ y las frecuencias son funciones de la temperatura nuclear obtenidas al resolver las ecuaciones FTRPA. Para el caso de interacción residual nula obtenemos la función respuesta no perturbada R^0 ,

$$R_T^0(\omega)_{k'k,jj'} = \frac{1}{\hbar} \delta(k,j) \delta(k',j') (n_j(T) - n_{j'}(T)) \times \left[\frac{1}{\omega - \epsilon_j + \epsilon_{j'} + i\eta} - \frac{1}{\omega + \epsilon_j - \epsilon_{j'} + i\eta} \right] \quad (2.23)$$

Una vez conocida $R_T(\omega)$ la respuesta de un núcleo al campo externo F estará dada por

$$R_F(\omega) = \text{Tr} (f^\dagger \rho^{(1)}) = \sum_{kk',qq'} f_{kk'}^* R(\omega)_{kk',qq'} f_{qq'} \quad (2.24)$$

Mediante la relación $\frac{1}{\omega + i\eta} = P\left(\frac{1}{\omega}\right) - i\pi \delta(\omega)$ en la ecuación (2.22) relacionamos la probabilidad de transición con la parte

imaginaria de $R_F(\omega)$

$$\text{Im } R_F(\omega) = -\pi \sum_{\nu} | \langle \nu | F | 0 \rangle |^2 \delta(\omega - \Omega) , \quad \omega > 0 , \quad (2.25)$$

y por integración expresamos la EWSR

$$\text{EWSR} = \sum_{\nu} \Omega | \langle \nu | F | 0 \rangle |^2 = -\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \omega \text{Im } R_Q(\omega) d\omega . \quad (2.26)$$

II.3. Ecuación de Bethe-Salpeter

La evaluación de la función de respuesta mediante la ecuación (2.22) requiere el conocimiento detallado de los estados excitados del sistema. En cálculos reales tal conocimiento es equivalente a la solución de nuestro problema, de modo que es necesario hacer uso de otra relación entre la función de respuesta y la interacción considerada. Tal relación está dada por la ecuación linealizada de Bethe-Salpeter.

La ecuación (2.4) puede ser escrita en la forma

$$H[\rho] \phi_i = \varepsilon_i \phi_i , \quad (2.27)$$

donde ϕ_i y ε_i son las funciones de onda y energía de partícula independiente. La densidad estará dada por

$$\rho = \sum_i n_i \phi_i^* \phi_i . \quad (2.28)$$

Como hemos visto anteriormente al introducir el campo externo, la densidad realiza pequeñas oscilaciones de la forma expresadas por la ecuación (2.5). Debemos por lo tanto construir la teoría de Hartree-Fock con funciones que permiten oscilaciones de tal forma

$$\phi_i = \phi_i^0 + \phi_i' e^{-i\omega t} + \phi_i'' e^{i\omega t} , \quad (2.29)$$

siendo ϕ_i' y ϕ_i'' ortogonales a ϕ_i^0

$$\langle \phi_i^0 | \phi_i^0 \rangle = \langle \phi_i' | \phi_i' \rangle = 1 . \quad (2.30)$$

La ecuación (2.7) puede ser escrita, separando los coeficientes de $e^{-i\omega t}$ y $e^{i\omega t}$ como

$$(H_0 - \varepsilon_i) \phi_i' + (V_{\text{ext}} + \frac{\delta H}{\delta \rho} \rho') \phi_i^0 = \omega \phi_i' , \quad (2.31)$$

$$(H_0 - \varepsilon_i) \phi_i'' + (V_{\text{ext}}^* + \frac{\delta H^*}{\delta \rho} \rho') \phi_i^0 = \omega \phi_i'' .$$

Con $H_0 = H[\rho^0]$. Reagrupando términos, obtenemos

$$\phi_i' = \frac{-1}{H_0 - \varepsilon_i - \omega} (V_{\text{ext}} + \frac{\delta H}{\delta \rho} \rho') \phi_i^0 , \quad (2.32)$$

$$\phi_i'' = \frac{-1}{H_0 - \varepsilon_i + \omega} (V_{\text{ext}}^* + \frac{\delta H^*}{\delta \rho} \rho') \phi_i^0 .$$

La variación de la densidad, a orden dominante, será

$$\rho' = \sum_i n_i (\phi_i' \phi_i^{0*} + \phi_i''^* \phi_i^0) . \quad (2.33)$$

Reemplazando ϕ_i' y ϕ_i'' por sus expresiones tenemos

$$\rho' = - \sum_i n_i \phi_i^{0*} \left[\frac{V_{\text{ext}} + (\delta H / \delta \rho) \rho'}{H_0 - \epsilon_i - \omega} + \frac{V_{\text{ext}} + (\delta H / \delta \rho) \rho'}{H_0 - \epsilon_i + \omega} \right] \phi_i^0 . \quad (2.34)$$

Expandiendo el operador $(1 / H_0 - \epsilon_i \pm \omega)$ en autofunciones de H_0 obtenemos

$$\frac{1}{H_0 - \epsilon_i \pm \omega} = \sum_m \phi_m^0(r) \frac{1}{\epsilon_m - \epsilon_i \pm \omega} \phi_m^0(r') . \quad (2.35)$$

Introduciendo la función respuesta no perturbada, dada por la ecuación (2.22) para interacción residual nula, obtenemos

$$R^0(r_1, r_2) = \sum_{i>m} (n_m - n_i) \phi_i^{0*}(r_1) \phi_m^{0*}(r_1) \left[\frac{1}{\epsilon_m - \epsilon_i - \omega} + \frac{1}{\epsilon_m - \epsilon_i + \omega} \right] \phi_i^0(r_2) \phi_m^0(r_2) . \quad (2.36)$$

Luego la variación de la densidad ρ' se escribe

$$\rho' = G^0 (V_{\text{ext}} + \frac{\delta H}{\delta \rho} \rho') , \quad (2.37)$$

y mediante la definición de la función respuesta, ecuación (2.12), obtenemos la ecuación linealizada de Bethe-Salpeter

$$G = G^0 + G^0 \frac{\delta H}{\delta \rho} G . \quad (2.38)$$

Usando la ecuación (2.11) podemos expresarla matricialmente

$$R_T(\omega)_{pq,p'q'} = R_T^0(\omega)_{pq,p'q'} + \sum_{\substack{p_1 q_1 \\ p_2 q_2}} R_T^0(\omega)_{pq,p_1q_1} H_{int}(p_1q_1,p_2q_2) R_T(\omega)_{p_2q_2,p'q'} . \quad (2.39)$$

II.4 Interacción separable

Escribamos ahora la forma que adopta el formalismo de la función de respuesta lineal en el caso de una interacción separable ⁵⁴⁾. Adoptando la notación del Apéndice A el Hamiltoniano de interacción estará dado por H_{QQ} , ecuación (A.12), cuyos elementos de matriz son

$$\begin{aligned}
H_{int} ((j_2(t_z), j_1(t_z))_{\lambda\mu}, (k_2(t_z), k_1(t_z))_{\lambda\mu}) &= \\
= - \delta_{\mu,\mu'} \chi(t_z; t_z) q_\lambda(j_2 j_1; t_z) q_\lambda(k_2 k_1; t_z) . &
\end{aligned}
\tag{2.40}$$

Reemplazando en la ecuación linealizada de Bethe-Salpeter, tenemos

$$\begin{aligned}
R_T(\omega)_{t_z; t_z'} &= R_T^0(\omega)_{t_z; t_z'} - \\
- \sum_{t_{z_1}, t_{z_2}} R_T(\omega)_{t_{z_1}; t_{z_2}} R_T^0(\omega)_{t_z; t_{z_1}} R_T(\omega)_{t_{z_2}; t_z'} , &
\end{aligned}
\tag{2.41}$$

identificando el campo externo F con el operador multipolar $Q_{\lambda\mu}$, la función de respuesta se escribe

$$\begin{aligned}
R_T(\omega)_{t_z; t_z'} &= \text{Tr} (Q^\dagger(t_z) \rho^{(1)}) = \\
&= \sum_{\substack{p_2 \geq p_1 \\ q_2 \geq q_1}} q_\lambda(\bar{p}_2 p_1; t_z) R_T(\omega)_{p_2 p_1, q_2 q_1} q_\lambda(\bar{q}_2 q_1; t_z') . &
\end{aligned}
\tag{2.42}$$

Esta función satisface el siguiente sistema de ecuaciones

$$R_T(\omega)_{nn} = R_T^0(\omega)_{nn} - (\kappa_{nn} R_T^0(\omega)_{nn} + \kappa_{pn} R_T^0(\omega)_{np}) R_T(\omega)_{nn} -$$

$$- (\kappa_{np} R_T^0(\omega)_{nn} + \kappa_{pp} R_T^0(\omega)_{np}) R_T(\omega)_{pn} ,$$

$$R_T(\omega)_{np} = R_T^0(\omega)_{np} - (\kappa_{nn} R_T^0(\omega)_{nn} + \kappa_{pn} R_T^0(\omega)_{np}) R_T(\omega)_{np} -$$

$$- (\kappa_{np} R_T^0(\omega)_{nn} + \kappa_{pp} R_T^0(\omega)_{np}) R_T(\omega)_{pp} ,$$

(2.43)

$$R_T(\omega)_{pp} = R_T^0(\omega)_{pp} - (\kappa_{np} R_T^0(\omega)_{pn} + \kappa_{pp} R_T^0(\omega)_{pp}) R_T(\omega)_{pp} -$$

$$- (\kappa_{nn} R_T^0(\omega)_{pn} + \kappa_{pn} R_T^0(\omega)_{pp}) R_T(\omega)_{np} ,$$

$$R_T(\omega)_{pn} = R_T^0(\omega)_{pn} - (\kappa_{nn} R_T^0(\omega)_{pn} + \kappa_{pn} R_T^0(\omega)_{pp}) R_T(\omega)_{nn} -$$

$$- (\kappa_{np} R_T^0(\omega)_{pn} + \kappa_{pp} R_T^0(\omega)_{pp}) R_T(\omega)_{pn} .$$

Resolviendo el sistema y considerando que $R_T^0(\omega)_{np} = R_T^0(\omega)_{pn} = 0$ obtenemos

$$\begin{aligned}
R_T^{(\omega)}{}_{nn} &= \frac{(1 + \kappa_{pp} R_T^0(\omega)_{pp}) R_T^0(\omega)_{nn}}{(1 + \kappa_{nn} R_T^0(\omega)_{nn})(1 + \kappa_{pp} R_T^0(\omega)_{pp}) - \kappa_{np}^2 R_T^0(\omega)_{nn} R_T^0(\omega)_{pp}} \\
&\quad - \kappa_{np} R_T^0(\omega)_{nn} R_T^0(\omega)_{pp} \\
R_T^{(\omega)}{}_{np} &= \frac{- \kappa_{np} R_T^0(\omega)_{nn} R_T^0(\omega)_{pp}}{(1 + \kappa_{nn} R_T^0(\omega)_{nn})(1 + \kappa_{pp} R_T^0(\omega)_{pp}) - \kappa_{np}^2 R_T^0(\omega)_{nn} R_T^0(\omega)_{pp}} \\
R_T^{(\omega)}{}_{pp} &= \frac{(1 + \kappa_{nn} R_T^0(\omega)_{nn}) R_T^0(\omega)_{pp}}{(1 + \kappa_{nn} R_T^0(\omega)_{nn})(1 + \kappa_{pp} R_T^0(\omega)_{pp}) - \kappa_{np}^2 R_T^0(\omega)_{nn} R_T^0(\omega)_{pp}} \\
&\quad - \kappa_{np} R_T^0(\omega)_{nn} R_T^0(\omega)_{pp} \\
R_T^{(\omega)}{}_{pn} &= \frac{- \kappa_{np} R_T^0(\omega)_{nn} R_T^0(\omega)_{pp}}{(1 + \kappa_{nn} R_T^0(\omega)_{nn})(1 + \kappa_{pp} R_T^0(\omega)_{pp}) - \kappa_{np}^2 R_T^0(\omega)_{nn} R_T^0(\omega)_{pp}}
\end{aligned}
\tag{2.44}$$

La ecuación (2.44) define la función de respuesta lineal en los canales neutrón-neutrón (nn), protón-neutrón (pn) y protón-protón (pp). Nótese que el denominador es la ecuación de dispersión del tratamiento FTRPA. Sus raíces, las frecuencias de resonancia, son los polos de la función de respuesta, como ya hemos mencionado.

La función de respuesta puede también ser expresada en los canales isoescalar ($\tau=0$) e isovectorial ($\tau=1$). Los momentos multipolares son

$$\begin{aligned}
Q_{\lambda\mu}(\tau=0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (Q_{\lambda\mu}(n) + Q_{\lambda\mu}(p)), \\
Q_{\lambda\mu}(\tau=1) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (Q_{\lambda\mu}(n) - Q_{\lambda\mu}(p)),
\end{aligned}
\tag{2.45}$$

sustituyendo en la ecuación (2.41) llegamos a las expresiones de las correspondientes funciones de respuesta lineal

$$R_T(\omega, \tau = 0) = \frac{1}{2} \left[R_T(\omega)_{nn} + R_T(\omega)_{pp} + R_T(\omega)_{np} + R_T(\omega)_{pn} \right], \quad (2.46)$$

$$R_T(\omega, \tau = 1) = \frac{1}{2} \left[R_T(\omega)_{nn} + R_T(\omega)_{pp} - R_T(\omega)_{np} - R_T(\omega)_{pn} \right],$$

respectivamente.

Para la interacción multipolar separable que consideramos, el isospin τ , es aproximadamente un buen número cuántico; como discutiremos en la sección 5 el espectro presenta dos regiones bien diferenciadas, los modos isoescalares a baja energía y los isovectoriales a alta energía. Esta separación de los diferentes modos se debe a la presencia de los bloques no diagonales de la función respuesta. De hecho aún cuando la contribución de las funciones $\text{Im } R_T(\omega)_{np} = \text{Im } R_T(\omega)_{pn}$ a la regla de suma es despreciable (esto es menor a 1/100 de la regla de suma total) su comportamiento, positivo a bajas energías y negativo a altas energías, es responsable de la redistribución de la intensidad.

II.5. Sistemas superfluidos

En la sección anterior se derivaron las expresiones de la función de respuesta lineal a temperatura finita para núcleos de capa cerrada. Estas expresiones pueden ser fácilmente generalizadas para sistemas en los cuales la interacción de apareamiento es importante, esto es en sistemas de capa abierta que presentan una fase superfluida^{55,56}. En el Apendice D se detalla el tratamiento de estas correlaciones en el formalismo de Bardeen, Cooper y Schieffer a temperatura finita (FTBCS). Consideremos la interacción de apareamiento monopolar⁵⁷. Sean E_j la energía de cuasipartícula del estado caracterizado por el número cuántico $j=(N,l,j,m)$ y f_j el correspondiente número de ocupación

$$E_j = [(\epsilon_j - \lambda) + \Delta(T)]^{1/2}, \quad (2.47)$$

$$f_j(T) = 1 / (1 + \exp(\beta E_j)),$$

donde Δ es la energía del "gap" y λ denota el nivel de Fermi. Los números de ocupación BCS estarán dados por

$$\begin{aligned} U_j^2 &= \frac{1}{2} [1 + (\epsilon_j - \lambda)/E_j], \\ V_j^2 &= \frac{1}{2} [1 - (\epsilon_j - \lambda)/E_j], \end{aligned} \quad (2.48)$$

Nótese que todos los parámetros BCS son funciones de la temperatura ya que son soluciones del formalismo BCS a temperatura

finita (ver Apéndice D). Con estas definiciones escribimos ahora las sustituciones ⁴⁰⁾:

$$\begin{aligned}
 n_j(T) - n_{j'}(T) &\rightarrow 1 - f_j - f_{j'} , \\
 \varepsilon_j - \varepsilon_{j'} &\rightarrow E_j + E_{j'} , \\
 q_{\lambda}(j_1 j_2; t_Z) &\rightarrow (U_j V_{j'} + U_{j'} V_j) q_{\lambda}(j_1 j_2; t_Z) ,
 \end{aligned}
 \tag{2.49}$$

que deben realizarse en las expresiones (2.27) y (2.28) para que el sistema (2.31) se satisfaga para núcleos que presentan una fase superflúida.

II.6. Resultados en ²⁰⁸Pb y en ¹¹⁶Sn.

En esta sección se exponen los resultados de la aplicación del formalismo de la función de respuesta lineal en la descripción de las excitaciones multipolares con $\lambda^{\pi} = 2^{+}$ y 3^{-} en un núcleo superflúido ¹¹⁶Sn y en uno normal ²⁰⁸Pb.

En las secciones anteriores hemos obtenido las ecuaciones que satisfacen la función de respuesta lineal a partir del formalismo de Hartree-Fock dependiente del tiempo a temperatura finita. Es importante notar que las expresiones así halladas son válidas si los estados de FTRPA de la ecuación (2.22) son calculados usando la base de FTHF, esto es realizando el cálculo en forma autoconsistente. Sin embargo cálculos de FTHF demuestran que las energías de partícula independiente son funciones poco dependientes de la temperatura y que el corrimiento de éstas es muy semejante para todas los estados de partícula

independiente ⁵⁸⁾. Ya que en los cálculos de la función de respuesta lineal no perturbada solo intervienen diferencias de energías de partícula independiente, debido a la débil dependencia térmica de las energías de partícula independiente solo tendremos pequeñas modificaciones en los números de ocupación. Estas modificaciones son despreciables, de modo que podemos adoptar la misma base de partícula independiente para todo el rango de temperaturas.

La base de partícula independiente elegida está dada por la parametrización de Nilsson ⁴⁶⁾, con siete capas de oscilador para ¹¹⁶Sn y nueve capas de oscilador para ²⁰⁸Pb. Las constantes de acoplamiento κ y μ se ajustaron para reproducir los niveles de energía observados en la cercanía del nivel de Fermi. Los valores así obtenidos son $\kappa_n = 0.0638$ $\kappa_p = 0.0674$ $\kappa_n \mu_n = 0.0319$
 $\kappa_p \mu_p = 0.0382$ para ¹¹⁶Sn y $\kappa_n = 0.0636$ $\kappa_p = 0.0604$ $\kappa_n \mu_n = 0.0233$
 $\kappa_p \mu_p = 0.0379$ para ²⁰⁸Pb. En el caso del ¹¹⁶Sn se incluyeron correlaciones de apareamiento tratados mediante el formalismo FTBCS (detalles del formalismo FTBCS se encuentran en el Apéndice D). La temperatura crítica asociada al colapso del "gap" de neutrones es del orden $T_c = 0.6$ MeV, resultado consistente con los reportados en trabajos anteriores ^{17,59)}.

Las constantes de acoplamiento de la interacción residual se escogieron de modo que el formalismo FTRPA discreto reproduzcan los primeros estados excitados observados experimentalmente. Estos estados son: $\omega(2^+, ^{116}\text{Sn}) = 1.293$ MeV, $\omega(3^-, ^{116}\text{Sn}) = 2.266$ MeV,
 $\omega(2^+, ^{208}\text{Pb}) = 4.086$ MeV, $\omega(3^-, ^{208}\text{Pb}) = 2.614$ MeV; las constantes resultantes así ajustadas son $\kappa(\tau=0, ^{208}\text{Pb}) = 0.429 \cdot 10^{-3}$,
 $\kappa(\tau=1, ^{208}\text{Pb}) = -0.156 \cdot 10^{-2}$, $\kappa(\tau=0, ^{116}\text{Sn}) = 0.191 \cdot 10^{-2}$,
 $\kappa(\tau=1, ^{116}\text{Sn}) = -0.676 \cdot 10^{-2}$, medidas en MeV fm⁻⁴ para los

modos cuadrupolares y $\kappa(\tau=0, {}^{208}\text{Pb}) = 0.640 \cdot 10^{-5}$,
 $\kappa(\tau=1, {}^{208}\text{Pb}) = -0.291 \cdot 10^{-4}$, $\kappa(\tau=0, {}^{116}\text{Sn}) = 0.413 \cdot 10^{-4}$,
 $\kappa(\tau=1, {}^{116}\text{Sn}) = -0.187 \cdot 10^{-3}$, en MeV fm^{-6} para los octupolares.

El parámetro η se introduce para promediar sobre las configuraciones de pares de partículas independientes o de dos cuasipartículas de modo que los denominadores de la ecuación (2.23) no sean divergentes. El valor $\eta = 1 \text{ MeV}$ se determinó pidiendo que la función intensidad no perturbada,

$$S^0(\omega, T) = -(1/\pi) \text{Im} [R_T^0(\omega)] , \quad (2.50)$$

no presente resonancias aisladas. En las figuras 1 y 2 se muestra la función intensidad no perturbada para los modos multipolares con $\lambda^\pi = 2^+$ y 3^- para protones y para neutrones. Se observa que la función intensidad no perturbada es poco sensible a la temperatura salvo en el caso de ${}^{116}\text{Sn}$ donde el colapso de la interacción de apareamiento inhibe algunas configuraciones de neutrón-neutrón. Para los modos cuadrupolares las transiciones con $\Delta N = 2$ son dominantes, presentando la intensidad concentrada a energías medias; para los modos octupolares ambas transiciones $\Delta N = 1$ y $\Delta N = 3$ están presentes, de modo que las figuras correspondientes presentan la intensidad concentrada en dos regiones correspondientes a las transiciones de baja y de alta frecuencia.

Se verificó la estabilidad de los resultados mediante la evaluación de las correspondientes reglas de suma, EWSR, que se exponen en la Tabla 4. Los valores independientes del modelo se obtuvieron evaluando las expresiones del Apéndice B, ecuación (B.11), realizando explícitamente las integrales radiales

correspondientes. De este modo puede verificarse la estabilidad de los resultados numéricos en el espacio de configuraciones elegido, al incrementarse el número de estados de partícula independiente, pidiendo que el valor de la EWSR no perturbada sea consistente con el obtenido con independencia del modelo. Se halló que es posible incluir todas las configuraciones compatibles con las reglas de selección sin introducir una energía de corte. Las bases finalmente escogidas aseguran que los estados de partícula independiente mas altos en energía permanezcan desocupados para cualquier temperatura en el rango de interés $0 \leq T \leq 2$ Mev. Los valores de las columnas quinta a octava resultan de la integración de la función intensidad multiplicada por la energía, ecuación (2.24). Las correspondientes funciones intensidad para los canales isoescalar e isovectorial se grafican en las figuras 3 y 4.

En la Tabla 5 se muestran los centroides y anchos de la distribución de intensidad pesada en energía. A partir de estos resultados observamos corrimientos hacia energías mas altas de los centroides isoescalares y hacia energías mas bajas de los isovectoriales al incrementare la temperatura nuclear. Asimismo se encuentra un aumento en los anchos de difusión de las resonancias con T para ambos modos. Estos comportamientos pueden explicarse considerando los efectos de bloqueo térmico de las transiciones de baja energía. Sin embargo debido al cambio de las ocupaciones a temperatura finita el número de transiciones tipo partícula-partícula y agujero-agujero se incrementa y dado que son menos energéticas que las transiciones del tipo partícula-agujero el número de estados correlacionados de baja energía también aumenta. A consecuencia de esto aparece un ensanchamiento de la respuesta lineal de los modos cuadrupolares de baja energía. En

cambio las contribuciones de alta frecuencia, tanto para el modo isoescalar como para el modo isovectorial, no son prácticamente afectadas por el cambio de las ocupaciones térmicas; es así que los cambios de las distribuciones octupolares y las cuadrupolares isoescalares con la temperatura nuclear son mucho menores.

Es importante señalar diferencias con los resultados obtenidos a partir de la FTRPA discreta. Si bien cualitativamente hemos encontrado comportamientos similares como el corrimiento de los centroides de las resonancias y el aumento de los anchos de difusión, los resultados del formalismo de la respuesta lineal nos permiten observar dependencias mucho más suaves con T que las obtenidas por la FTRPA ⁶⁰⁾. Tales discrepancias cuantitativas deben buscarse en la necesaria limitación del espacio de configuraciones que implica el uso de los métodos discretos y en las incertezas numéricas en la búsqueda discreta de raíces de las correspondientes ecuaciones de dispersión. Concluimos, pues, señalando la conveniencia del formalismo de la función de respuesta, por la confiabilidad de sus resultados, en la descripción de los modos colectivos, cuando se requiere, como en el caso de temperatura finita, incluir un gran número de configuraciones.

Detalles adicionales sobre estos cálculos se encuentran consignados en la Ref ⁶¹⁾.

Capítulo III

Inclusión de configuraciones de dos partículas-dos agujeros
en el formalismo RPA a temperatura finita

III.1. Introducción

La descripción de los modos vibracionales colectivos mediante el formalismo FTRPA, que únicamente incluye excitaciones de partícula-agujero ($1p1h$), brinda información sobre los centroides de las resonancias y sobre las contribuciones a la regla de suma correspondiente. En cambio el formalismo describe correctamente la distribución de intensidades sólo si la densidad de estados mas complicados a la energía de resonancia es baja o si el acoplamiento entre las configuraciones $1p1h$ y las configuraciones mas complejas es despreciable. Cuantitativamente la magnitud

$$\left(\langle 2p2h | V | 1p1h \rangle \right)^2 \rho(E_x), \quad (3.1)$$

donde $\rho(E_x)$ es la densidad de excitaciones $2p2h$ a la energía E_x debe ser despreciable. Tal situación no se presenta para los estados mas colectivos y es necesario la inclusión de las excitaciones $2p2h$. El formalismo FTRPA de segundo orden, resultante de la linealización de las ecuaciones de movimiento incluyendo el subespacio de $2p2h$, conduce a un sistema matricial similar al de la FTRPA ⁶²⁾ (detalles de estos formalismos se presentan en los Apéndices A y E). Las dimensiones de las matrices resultantes son un orden de magnitud superior a las obtenidas por la FTRPA, por lo que la diagonalización es en general impracticable aun en núcleos medianos. Se han formulado

distintas alternativas para tratar estas correlaciones. Algunas de ellas están basadas en el cálculo aproximado de la función de respuesta: así en las Ref ^{63,64)} han evaluado la función de respuesta incluyendo las contribuciones no perturbadas del espacio de $2p-2h$. En la Ref ⁶⁵⁾ se presenta una extensión de este formalismo que incluye, perturbativamente, todos los efectos hasta el segundo orden. También se han propuesto modificaciones a los propagadores de partícula-agujero sumándole a las energías de partícula independiente la contribución de autoenergía calculada modelísticamente ⁶⁶⁾ o extraída del potencial óptico ⁶⁷⁾. Otros autores ⁶⁸⁾ trataron el acoplamiento con el subespacio $2p-2h$ construyendo los estados excitados con operadores que incluían la mezcla de configuraciones de $1p$ ($1h$) con configuraciones p -fonón (h -fonón). En Ref ⁶⁹⁾ los anchos de difusión se calcularon a través del acoplamiento de los modos RPA con los de partícula independiente tratados en la Teoría de Campos Nuclear. Algunos de estos formalismos han sido extendidos para el caso de temperatura nuclear distinta de cero, desarrollándose la función respuesta mediante por la modificación de los vértices de interacción en la ecuación de Bethe-Salpeter ⁷⁰⁾. También el acoplamiento de los modos vibracionales con los modos de partícula independiente se ha extendido a temperatura finita ⁷¹⁾, en forma perturbativa, utilizando el formalismo de Matsubara ⁷²⁾.

Otros trabajos partieron desde las teorías de campo medio, mediante la inclusión de términos de colisión ⁷³⁾.

En este capítulo presentaremos un formalismo que incluye, perturbativamente configuraciones de dos partículas-dos agujeros en la definición del operador de excitación. En la sección 3 se

escribirá la función de respuesta para nuestro formalismo. Por último en la sección 4, se discute las diferencias que presenta el formalismo con los formalismos usuales ⁶²⁾.

3.2. Formalismo

En esta sección desarrollaremos un formalismo FTHORPA que incluye configuraciones de 2p-2h como perturbación a las configuraciones ph. Esta forma no es la de mayor generalidad posible, ya que es dable escribir la mezcla con estados de 3p-1h, 1p-3h, 4p, 4h; sin embargo, estas contribuciones, que se anulan a T=0, estarán fuertemente suprimidas por los factores térmicos, en el rango de las temperaturas de interés (T < 2 MeV). Introducimos los operadores A^\dagger y A que crean y aniquilan estas configuraciones y están dados por

$$A^\dagger(m,n) = N(m,n) \left\{ a_m^\dagger a_n + \sum_{pqlk} c(mn,pqlk) a_p^\dagger a_q^\dagger a_l a_k \right\}, \quad (3.2)$$

$$A(m,n) = (A^\dagger(m,n))^\dagger.$$

Donde los coeficientes $c(mn,pqlk)$ están dados por

$$c(mn,pqlk) = \frac{\langle pqlk | V | mn \rangle}{\varepsilon_p + \varepsilon_q - \varepsilon_l - \varepsilon_k - \varepsilon_m + \varepsilon_n}, \quad (3.3)$$

con V denotamos la interacción residual y ε_m es la energía de una

partícula en el orbital rotulado por m . Las constantes de normalización $N(mn)$ se obtienen imponiendo la condición

$$\begin{aligned} \text{Tr} \{ D_0 [A(mn), A^\dagger(pk)] \} &= \text{Tr} \{ D_0 [a_n^\dagger a_m, a_p^\dagger a_k] \} = \\ &= \delta(m,p) \delta(nk) (n_k - n_p) , \end{aligned} \quad (3.4)$$

con la restricción $p > k$ y $m > n$; D_0 es operador densidad estadístico para el sistema no perturbado y n_k es el número de ocupación de Fermi del orbital k . Explícitamente $N(mn)$ está dada por la expresión

$$N(mn) = \left\{ 1 + \sum_{pqlk} |c(mn,pqlk)|^2 \frac{G(p,q,l,k)}{n_m - n_n} \right\}^{-1/2} , \quad (3.5)$$

en donde $G(p,q,l,k) = \bar{n}_p \bar{n}_q n_l n_k + n_p n_q \bar{n}_l \bar{n}_k$. Los estados excitados estarán generados por los operadores $\Gamma_n^\dagger(\omega_n)$ dados por

$$\Gamma_n^\dagger(\omega_n) = \sum_{m>n} \{ X^n(mn) A^\dagger(mn) - Y^n(mn) A(mn) \} , \quad (3.6)$$

que satisface la ecuación de linealización dada por la ecuación ³⁹⁾

$$\text{Tr} \{ D_0 [R, H, \Gamma_n^\dagger(\omega_n)] \} = \omega_n \text{Tr} \{ D_0 [R, \Gamma_n^\dagger(\omega_n)] \} , \quad (3.7)$$

para cualquier operador R arbitrario. Escribiendo el Hamiltoniano del sistema,

$$H = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} v_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma}, \quad (3.8)$$

sustituyendo en la ecuación (3.7) e identificando R con los operadores A obtenemos la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -B^{*} & -A^{*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \omega_n \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

donde A, B pueden separarse en dos contribuciones

$$A_{mi,pk} = N(mi)N(pk) \{ A_{mi,pk} + A'_{mi,pk} \}, \quad (3.10)$$

$$B_{mi,pk} = N(mi)N(pk) \{ B_{mi,pk} + B'_{mi,pk} \}.$$

A y B, así como S de la ecuación (3.9) son las matrices usuales de FTRPA, en tanto que las matrices A' y B' corresponden a nuevos términos debidos a la inclusión de nuevas configuraciones de 2p-2h. A primer orden en los coeficientes c(mi,abcd) hemos obtenido

$$A'_{mi,pk} = \sum_{abcd} \{ c^{*}(mi,abcd) A_{abcd,pk} + A_{mi,abcd} c(pk,abcd) \}, \quad (3.11)$$

$$B'_{mi,pk} = \sum_{abcd} \{ c^{*}(mi,abcd) B_{abcd,pk} + B_{mi,abcd} c^{*}(pk,abcd) \}.$$

Las matrices $A_{mi,abcd}'$, $B_{mi,abcd}'$, $A_{abcd,mi}$ y $B_{abcd,mi}'$ corresponden a las matrices de la FTRPA de segundo orden en los

subespacios $ph-2p2h$ y $2p2h-ph$ respectivamente. Sus formas explícitas pueden encontrarse en el Apéndice E. Para asegurar la simetría de las expresiones (3.11) los elementos de matriz se obtienen por el procedimiento detallado en el apéndice E (ecuaciones (E.12)-(E.15)).

III.3. Función de Respuesta

En esta sección obtendremos la expresión para el ancho de difusión correspondiente a nuestro formalismo. Para ello desarrollaremos la función de respuesta. De las ecuaciones (2.14) y (2.17) la función de respuesta se escribe

$$R(\omega) = \left[\omega \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & -S \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \right]^{-1}, \quad (3.12)$$

Es conveniente estudiar la función de respuesta desde el punto de vista de la ecuación integral que se escribe

$$R(\omega) = R^0(\omega) + R^0(\omega) M(\omega) R(\omega), \quad (3.13)$$

donde el operador de polarización $M(\omega)$ se separa en dos partes

$$M(\omega) = V_{res} + M'(\omega), \quad (3.14)$$

Introduciendo la función de respuesta en la aproximación RPA,

R^{RPA} , que satisface la ecuación de Bethe-Salpeter,

$$R^{RPA}(\omega) = R^0(\omega) + R^0(\omega) V_{res} R^{RPA}(\omega), \quad (3.15)$$

la ecuación (3.17) toma la forma

$$R(\omega) = R^{RPA}(\omega) + R^{RPA}(\omega) M'(\omega) R(\omega). \quad (3.16)$$

En nuestro formalismo el operador $M'(\omega)$ es independiente de la energía. Su expresión es

$$M_{mi,pk} = N(mi) (n_i - n_m)^{-1} \sum_{abcd} \{c^*(mi,abcd) [a_d^\dagger a_c^\dagger a_b a_a, H, a_p^\dagger a_k] + \\ + [a_i^\dagger a_m, H, a_a^\dagger a_b^\dagger a_c a_d] c(pk,abcd)\} (n_k - n_p)^{-1} N(pk). \quad (3.17)$$

La función de respuesta en la aproximación FTRPA viene dada por la ecuación (C.21). La diferencia con el formalismo actual reside en que la interacción residual en la ecuación (3.15) $V_{mi,pk}$ se reemplaza por $N(mi) V_{mi,pk} N(pk)$.

$$R_{ab,cd}^{RPA}(\omega) = \quad (3.18) \\ = \sum_{\nu} \text{sg}(\omega_{\nu}) \begin{pmatrix} X_{\nu}(ab) \\ Y_{\nu}(ab) \end{pmatrix} \frac{1}{\omega - \omega_{\nu} + i\eta} (X_{\nu}^*(cd) Y_{\nu}^*(cd)).$$

Expresemos la ecuación (3.16) en la base dada por las soluciones de la FTRPA modificada. La función de respuesta se escribe

$$R_{\mu\mu'}(\omega) = \sum_{abcd} (X_{\mu}^*(ab) Y_{\mu}^*(ab)) (n_b - n_a)^{-1} R(\omega)_{ab,cd} \times \\ \times (n_d - n_c)^{-1} \begin{pmatrix} X_{\mu'}(cd) \\ Y_{\mu'}(cd) \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

usando la propiedades de completitud y ortogonalidad de las soluciones obtenemos

$$R_{\mu\mu'}(\omega) = R_{\mu\mu'}^{RPA}(\omega) + \sum_{\nu\nu'} R_{\mu\nu}^{RPA}(\omega) M'_{\nu\nu'} R_{\nu'\mu'}(\omega). \quad (3.20)$$

donde la función de respuesta RPA se expresa

$$R_{\mu\mu'}^{RPA}(\omega) = \text{sg}(\omega_{\mu}) \frac{\delta(\mu, \mu')}{\omega - \omega_{\mu} + i\eta}, \quad (3.21)$$

y el operador de polarización toma la forma

$$M'_{\mu\mu'}(\omega) = \sum_{abcd} \text{sg}(\omega_{\mu}) (X_{\mu}^*(ab) Y_{\mu}^*(ab)) M'_{ab,cd} \times \\ \times \begin{pmatrix} X_{\mu'}(cd) \\ Y_{\mu'}(cd) \end{pmatrix} \text{sg}(\omega_{\mu'}). \quad (3.22)$$

Finalmente la función de respuesta se escribe, invirtiendo (3.20) de la siguiente forma:

$$R_{\mu\mu'}(\omega) = \sum_{\nu} [\delta(\mu\nu) + \sum_{\nu'} R_{\mu\nu'}^{\text{RPA}}(\omega) M'_{\nu'\nu}]^{-1} R_{\nu\mu'}^{\text{RPA}}(\omega) . \quad (3.23)$$

III.4. Discusión

En esta sección presentaremos una comparación entre el formalismo expuesto en las secciones precedentes y el formalismo de la aproximación de fases al azar de segundo orden a temperatura finita (FTHORPA) descrito en el Apéndice E.

Consideremos el formalismo matricial FTHORPA, ecuación (E.3)-(E.5). De las ecuaciones del bloque 2p-2h podemos escribir las amplitudes avanzadas y retardadas de dos partículas-dos agujeros (cuya notación es X_2 y Y_2) explícitamente en función de las amplitudes de partícula-agujero,

$$X_2 = [(\omega S_2 - A_{22}) + B_{22} (\omega S_2 + A_{22}^*)^{-1} B_{22}^*]^{-1} \times \\ \{ [A_{21} - B_{22} (\omega S_2 + A_{22}^*)^{-1} B_{21}^*] X_1 + \\ + [B_{21} - B_{22} (\omega S_2 + A_{22}^*)^{-1} A_{21}^*] Y_1 \} , \quad (3.24)$$

$$Y_2 = [(\omega S_2 + A_{22}^*) + B_{22}^* (\omega S_2 - A_{22})^{-1} B_{22}]^{-1} \times \\ \{ - [B_{21}^* + B_{22}^* (\omega S_2 - A_{22})^{-1} A_{21}] X_1 + \\ - [A_{21}^* + B_{22}^* (\omega S_2 - A_{22})^{-1} B_{21}] Y_1 \} ,$$

donde A, B y S son matrices cuya expresiones están dadas por (E.5); los subíndices 1,2 señalan a que submatriz particular nos

referimos (por ejemplo A_{12} es la submatriz de A en el espacio $ph-2p2h$). Utilizando estas expresiones sustituimos en el bloque de ecuaciones de ph y obtenemos un sistema de ecuaciones de la misma forma que la FTRPA, generalizada por la presencia de matrices dependientes de la frecuencia ω . Las nuevas matrices \tilde{A}_{11} y \tilde{B}_{11} se escriben

$$\begin{aligned} \tilde{A}_{11} = & A_{11} + A_{12} \left[(\omega S_2 - A_{22}) + B_{22} (\omega S_2 + A_{22}^*)^{-1} B_{22}^* \right]^{-1} \times \\ & \left[A_{21} - B_{22} (\omega S_2 + A_{22}^*)^{-1} B_{21}^* \right] + \\ & - B_{12} \left[(\omega S_2 + A_{22}^*) + B_{22}^* (\omega S_2 - A_{22})^{-1} B_{22} \right]^{-1} \times \\ & \left[B_{21}^* - B_{22}^* (\omega S_2 - A_{22})^{-1} A_{21} \right], \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \tilde{B}_{11} = & B_{11} + A_{12} \left[(\omega S_2 - A_{22}) + B_{22} (\omega S_2 + A_{22}^*)^{-1} B_{22}^* \right]^{-1} \times \\ & \left[B_{21} - B_{22} (\omega S_2 + A_{22}^*)^{-1} A_{21}^* \right] + \\ & - B_{12} \left[(\omega S_2 + A_{22}^*) + B_{22}^* (\omega S_2 - A_{22})^{-1} B_{22} \right]^{-1} \times \\ & \left[A_{21}^* + B_{22}^* (\omega S_2 - A_{22})^{-1} B_{21} \right]. \end{aligned}$$

La función de respuesta estará dada por la ecuación (3.12) reemplazando las matrices A y B por \tilde{A} y \tilde{B} . La resolución de este sistema de ecuaciones es impracticable, especialmente porque involucra la inversión de las matrices A_{22} y B_{22} que son de dimensiones muy grandes (a $T=0$ sólo es necesario invertir A_{22} , ya que B_{22} se anula). La aproximación usual es despreciar las correlaciones debidas a la interacción residual dentro del subespacio $2p2h$ ⁷⁴. De esta forma A_{22} toma la forma diagonal, en tanto que B_{22} se anula. Las matrices \tilde{A} y \tilde{B} tienen entonces las siguientes expresiones:

$$\tilde{A}_{11} = A_{11} + A_{12} \frac{S^{-1}}{(\omega - a_{22})} A_{21} - B_{12} \frac{S^{-1}}{(\omega + a_{22})} B_{21}^* , \quad (3.26)$$

$$\tilde{B}_{11} = B_{11} + A_{12} \frac{S^{-1}}{(\omega - a_{22})} B_{21} - B_{12} \frac{S^{-1}}{(\omega + a_{22})} A_{21}^* ,$$

donde a_{22} son los valores diagonales de A_{22} . Comparemos esta expresión con la encontrada por el formalismo perturbativo, ecuaciones (3.10) y (3.11). Consideremos primero el límite $T=0$. En este caso $B_{12} = B_{21} = 0$ y el denominador de los coeficientes $c(mn,pqk)$ es igual a A_{21} . Podríamos decir que este límite los formalismos presentan paralelismo: FTHORA describe el decaimiento de la resonancia debido al acoplamiento del fonón ω a estados $2p2h$ a la misma energía, en tanto que el formalismo perturbativo describe el decaimiento de la resonancia por acoplamiento de las configuraciones individuales.

A $T \neq 0$ la correspondencia no es tan evidente. Consideremos el caso de una resonancia aislada. Conservando sólo los términos de mayor contribución a la temperatura considerada ($T \leq 2$ MeV) el ancho de decaimiento para obtenido en Ref. ⁶²⁾ tiene la forma

$$\Gamma \downarrow = \frac{\pi}{2h} \sum_{abcd} X_{\mu}^*(ab) \{ \sum_{mipk} [G(mipk)]^{-1} A_{mipk,ab} \times \\ \times A_{mipk,cd} \delta(\omega + \epsilon_{\mu} + \epsilon_m + \epsilon_i - \epsilon_p - \epsilon_k) \} X_{\mu}(cd) , \quad (3.26)$$

donde el símbolo $G(abcd)$ corresponde a

$$G(a,b,c,d) = \bar{n}_a \bar{n}_b n_c n_d - n_a n_b \bar{n}_c \bar{n}_d . \quad (3.27)$$

Para obtener la expresión del ancho de una resonancia aislada en el formalismo expuesto en las secciones anteriores despreciamos el acoplamiento entre los diferentes modos, esto es, $M'_{\mu\mu'} = \delta(\mu, \mu')$. Invirtiendo la ecuación (3.24) obtenemos

$$R_{\mu\mu'}(\omega) = \frac{\delta(\mu, \mu') \operatorname{sg}(\omega_{\mu})}{\omega - \omega_{\mu} - \operatorname{sg}(\omega_{\mu}) M'_{\mu}} \quad (3.28)$$

El ancho de difusión estará dado por la parte imaginaria del operador de polarización. Como en el caso anterior escribimos sólo la contribución que no se anula a $T=0$:

$$\Gamma_{\downarrow} = \frac{\pi}{2h} \sum_{abcd} X_{\mu}^*(ab) N(ab) \times$$

$$\sum_{mipk} \{ \langle mipk | V | ab \rangle^* \mathcal{A}_{mipk,ab} \delta(\epsilon_a - \epsilon_b + \epsilon_m + \epsilon_i - \epsilon_p - \epsilon_k) +$$

$$\times \mathcal{A}_{mipk,cd} \langle mipk | V | cd \rangle \delta(\epsilon_c - \epsilon_d + \epsilon_m + \epsilon_i - \epsilon_p - \epsilon_k) \} N(cd) X_{\mu}(cd) , \quad (3.29)$$

las matrices \mathcal{A} están dadas por la ecuación del apéndice E (E.16). Las diferencias entre las expresiones de los anchos de decaimiento son:

a) Las deltas implican la conservación de la energía entre la energía de la resonancia y de los estados $2p-2h$, en un caso y entre la energía de los constituyentes ph y los de $2p-2h$ en el otro.

b) La expresión (3.26) posee una dependencia con los números de ocupación sólo en la combinación

$$F(a,b,c) = \bar{n}_a \bar{n}_b n_c + n_a n_b \bar{n}_c, \quad (3.29)$$

donde $\bar{n} = 1-n$. Los autores concluyen que el decaimiento del estado colectivo se origina en el decaimiento de las partículas y agujeros constituyentes ⁶²⁾. Este resultado está en completo desacuerdo con el reportado en Ref.^{70,73)}, donde se obtiene, una dependencia con los números de ocupación de Fermi correspondiente al término de colisión de Boltzmann, $G(abcd)$. Tal discrepancia obedece a los diferentes procedimientos de simetrización. En el Apéndice E, se muestra que la FTHORPA satisfará las condiciones de simetría sólo si se cumple

$$[D, H] = 0, \quad (3.30)$$

donde D es la matriz densidad aproximada. Para resolver este problema el formalismo aquí presentado se deriva a partir de la ecuación de movimiento simetrizada (3.7). La dependencia térmica de la expresión (3.29) incluye ambas contribuciones. Esta expresión difiere del resultado de la teoría de Landau de líquidos de Fermi ⁷⁵⁾. Este resultado no es una consecuencia de la formulación particular del operador de fonón; está originada en la ecuación de movimiento (3.7) y estará presente en la formulación FTHORPA cuando esta no incluya una simetrización posterior a la reducción de dimensiones. Además la expresión (3.29) contendrá factores térmicos adicionales que provienen de los coeficientes $c(mn,pqk)$ que acoplan estados en un espacio de Fock dependiente de la temperatura.

Finalmente señalemos que los alcances de este formalismo deben comprobarse mediante el cálculo en núcleos reales. Tales cálculos numéricos , aunque de menor complejidad que los FTHORPA, escapan a las actuales facilidades locales de cálculo y se espera poder realizarlos en el futuro.

Capítulo IV

Inclusión de los términos de dispersión en la
aproximación de fases al azar a temperatura finita

IV.1. Introducción

La evaluación de los valores de expectación térmicos de las diversas expresiones entre operadores, es el problema central de los formalismos para el tratamiento de las vibraciones nucleares. En general no es posible determinar exactamente tales cantidades, sino que debemos recurrir a una aproximación: en el formalismo FTRPA aproximamos la matriz estadística del sistema por la correspondiente a la de estados de Hartree-Fock a temperatura finita. Tal procedimiento es equivalente a introducir un estado de referencia estadístico, considerado como el estado fundamental del sistema a $T \neq 0$ y obtener los valores de expectación usando el teorema de Wick a temperatura finita.

En los sistemas de capa abierta el estado de referencia lo constituye el vacío del formalismo FTBCS. Este estado no es un verdadero vacío, esto es no se anula por la aplicación de los operadores de aniquilación de cuasipartículas ⁷⁶⁾,

$$\alpha_m |BCS_T\rangle \neq 0 . \quad (4.1)$$

Como consecuencia los productos normales a temperatura finita no presentan la misma forma que a $T=0$. Es posible introducir nuevos operadores de cuasipartículas que posean las propiedades usuales mediante una nueva transformación canónica dependiente de la temperatura e introduciendo un espacio complementario de acuerdo con las reglas del formalismo de la dinámica de campos a temperatura finita (TFD) ⁷⁷⁾; obteniéndose expresiones para los

vértices de interacción diferentes a las obtenidas en el caso de temperatura cero. En la sección 2 se presentan estas transformaciones para un sistema esférico. En la sección siguiente se discuten las consecuencias sobre los modos vibracionales y se presenta una versión extendida de la FTQRP que incluye los nuevos términos. Finalmente en la sección 4 se muestran los resultados obtenidos en un núcleo doble par ^{116}Sn considerando una interacción delta.

IV.2. El Hamiltoniano

Consideremos un sistema nuclear esférico regido por el siguiente Hamiltoniano:

$$H = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\alpha} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} v_{\alpha\beta\gamma\delta} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} c_{\gamma}, \quad (4.2)$$

En donde α denota el estado caracterizado por los números cuánticos $\alpha = \{ a, m_{\alpha} \}$; correspondiendo a los números cuánticos diferentes de la proyección de momento angular, $a = \{ N, l, j \}$.

Para sistemas de capa abierta la parte mas importante de la interacción residual es la interacción de apareamiento. El tratamiento en el formalismo FTBCS de dicha interacción se detalla en el Apéndice D. Una vez obtenida, minimizando la parte de un cuerpo de la interacción, el Hamiltoniano toma la forma

$$H = H_{11} + V, \quad (4.3)$$

donde H_{11} es el Hamiltoniano de cuasipartícula independiente,

$$H_{11} = \sum_{\alpha} E_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} , \quad (4.4)$$

con a_{α}^{\dagger} y a_{α} escribimos los operadores de creación y aniquilación de cuasipartículas de energía E_{α} . V es la interacción residual y está dada por:

$$V = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} v_{\alpha\beta\gamma\delta} :a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma}: , \quad (4.5)$$

donde $: \dots :$ denota el producto normal, definido por la descomposición de Wick a temperatura finita. Introduciremos ahora los operadores

$$A^{\dagger}(a,b, JM) = \sum_{m_{\alpha} m_{\beta}} \langle j_{\alpha} m_{\alpha} j_{\beta} m_{\beta} | JM \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} , \quad (4.6)$$

$$N^{\dagger}(a,b, JM) = \sum_{m_{\alpha} m_{\beta}} \langle j_{\alpha} m_{\alpha} j_{\beta} m_{\beta} | JM \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{-} ,$$

donde a_{β}^{-} es el operador reverso temporal de a_{β} . La restricción de las sumas a $a \geq b$ nos obliga a separar el operador de dispersión, N , en dos partes que no serán ya hermíticas N^{\dagger} y N . La interacción residual puede entonces escribirse como

$$V = \sum_{JM} H_{40}^{JM} + H_{22}^{JM} + H_{31}^{JM} + H_{qp-qp}^{JM} , \quad (4.7)$$

con

$$H_{40}^{JM} = \sum_{\substack{a \geq b \\ c \geq d}} \{ h_{40}(abcdJ) : A^\dagger(abJM) A^\dagger(cd\overline{JM}) : + h.c. \} , \quad (4.8a)$$

$$H_{22}^{JM} = \sum_{\substack{a \geq b \\ c > d}} h_{22}(abcdJ) : A^\dagger(abJM) A(cdJM) : , \quad (4.8b)$$

$$H_{31}^{JM} = \sum_{\substack{a \geq b \\ c \geq d}} \{ [h_{31}(abcdJ) : A^\dagger(abJM) N^\dagger(ab\overline{JM}) : + \\ + \tilde{h}_{31}(abcdJ) : A^\dagger(abJM) N(abJM) :] + h.c. \} , \quad (4.8c)$$

$$H_{qp-qp}^{JM} = \sum_{\substack{a \geq b \\ c \geq d}} \{ [h_{qp-qp}(abcdJ) : N^\dagger(abJM) N^\dagger(ab\overline{JM}) : + h.c.] + \\ + \tilde{h}_{qp-qp}(abcdJ) : N^\dagger(abJM) N(abJM) : \} . \quad (4.8d)$$

La forma explícita de las cantidades $h_{40} \dots h_{qp-qp}$ están dadas por

$$\begin{aligned}
h_{40}(abcdJ) &= 2 u_{\alpha} u_{\beta} v_{\gamma} v_{\delta} G(abcdJ) + \\
&\quad - (u_{\alpha} v_{\beta} v_{\gamma} u_{\delta} + v_{\alpha} u_{\beta} u_{\gamma} v_{\delta}) F(abcdJ) + \\
&\quad + (v_{\alpha} u_{\beta} v_{\gamma} u_{\delta} + u_{\alpha} v_{\beta} u_{\gamma} v_{\delta}) \theta(abJ) F(bacdJ) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{22}(abcdJ) &= 2 [- (u_{\alpha} u_{\beta} u_{\gamma} u_{\delta} + v_{\alpha} v_{\beta} v_{\gamma} v_{\delta}) G(abcdJ) + \\
&\quad - (u_{\alpha} v_{\beta} u_{\gamma} v_{\delta} + v_{\alpha} u_{\beta} v_{\gamma} u_{\delta}) F(abcdJ) + \\
&\quad + (v_{\alpha} u_{\beta} u_{\gamma} v_{\delta} + u_{\alpha} v_{\beta} v_{\gamma} u_{\delta}) \theta(abJ) F(bacdJ)] ,
\end{aligned} \tag{4.9}$$

$$\begin{aligned}
h_{31}(abcdJ) &= 2 [- (u_{\alpha} u_{\beta} v_{\gamma} u_{\delta} - v_{\alpha} v_{\beta} u_{\gamma} v_{\delta}) G(abcdJ) + \\
&\quad + (v_{\alpha} u_{\beta} u_{\gamma} u_{\delta} - u_{\alpha} v_{\beta} v_{\gamma} v_{\delta}) F(abcdJ) + \\
&\quad - (u_{\alpha} v_{\beta} u_{\gamma} u_{\delta} - v_{\alpha} u_{\beta} v_{\gamma} v_{\delta}) \theta(abJ) F(bacdJ)] ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{h}_{31}(abcdJ) &= 2 [- (u_{\alpha} u_{\beta} u_{\gamma} v_{\delta} - v_{\alpha} v_{\beta} v_{\gamma} u_{\delta}) G(abcdJ) + \\
&\quad + (u_{\alpha} v_{\beta} u_{\gamma} u_{\delta} - v_{\alpha} u_{\beta} v_{\gamma} v_{\delta}) F(abcdJ) + \\
&\quad - (v_{\alpha} u_{\beta} u_{\gamma} u_{\delta} - u_{\alpha} v_{\beta} v_{\gamma} v_{\delta}) \theta(abJ) F(bacdJ)] ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{qp-qp}(abcdJ) &= - (u_{\alpha} v_{\beta} v_{\gamma} u_{\delta} + v_{\alpha} u_{\beta} u_{\gamma} v_{\delta}) G(abcdJ) + \\
&\quad + (v_{\alpha} v_{\beta} u_{\gamma} u_{\delta} + u_{\alpha} u_{\beta} v_{\gamma} v_{\delta}) F(abcdJ) + \\
&\quad + (u_{\alpha} u_{\beta} u_{\gamma} u_{\delta} + v_{\alpha} v_{\beta} v_{\gamma} v_{\delta}) \theta(abJ) F(bacdJ) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{h}_{qp-qp}(abcdJ) &= 2 [- (u_{\alpha} v_{\beta} u_{\gamma} v_{\delta} + v_{\alpha} u_{\beta} v_{\gamma} u_{\delta}) G(abcdJ) + \\
&\quad - (u_{\alpha} u_{\beta} u_{\gamma} u_{\delta} + v_{\alpha} v_{\beta} v_{\gamma} v_{\delta}) F(abcdJ) + \\
&\quad - (v_{\alpha} v_{\beta} u_{\gamma} u_{\delta} + u_{\alpha} u_{\beta} v_{\gamma} v_{\delta}) \theta(abJ) F(bacdJ)] ,
\end{aligned}$$

donde $G(abcdJ)$ y $F(abcdJ)$ son los elementos de matriz en los canales partícula-partícula y partícula-agujero y el símbolo $\theta(abJ) = (-1)^{j_{\alpha} + j_{\beta} - J}$. A $T=0$ la acción de cada término de la interacción está bien definida. Consideremos, por ejemplo, el

término H_{22}^{JM} ; representa la aniquilación de un par de cuasipartículas acopladas a momento angular J y proyección M mas la creación de un par en el mismo estado de momento angular. La función de vértice $h_{22}(abcdJ)$ evalúa el elemento de matriz de la interacción correspondiente. A temperatura finita, tenemos una situación diferente: los operadores de cuasipartículas no aniquilan el vacío del formalismo. Consecuentemente la extensión del teorema de Wick a temperatura finita redefine los productos normales y las contracciones entre operadores de modo que el valor de expectación de los productos normales entre el vacío se anule ³⁷⁾,

$$\langle 0 | :ABC.. : | 0 \rangle = \text{Tr} \{ D :ABC.. : \} / \text{Tr} \{ D \} = 0 ,$$

(4.10)

en donde D es la matriz estadística del sistema. En el Apéndice F se expone la técnica para evaluar los productos normales y las contracciones mediante la introducción de nuevas cuasipartículas que aniquilan el vacío y la duplicación térmica del espacio. La consecuencia central en tal procedimiento es la imposibilidad de reconocer en las expresiones (4.8) los diferentes vértices de interacción; por el contrario los vértices de interacción serán combinaciones dependientes de la temperatura a través de los factores g de los definidos a T = 0 (véase, por ejemplo, la ecuación F.10).

Está entonces claro que los vértices de dispersión de cuasipartículas contribuyen en el tratamiento QRPA a temperatura finita contenidos en los términos H_{22} y H_{40} del Hamiltoniano. En

la siguiente sección se presentara la extensión del formalismo QRPA basado en el tratamiento igualitario de los diferentes vértices de interacción.

IV.3. Formalismo

La inclusión de las correlaciones debidas a los términos de dispersión de cuasipartículas a temperatura finita puede tratarse extendiendo el formalismo QRPA a temperatura finita ⁷⁸⁾. Los estados excitados serán entonces superposiciones de excitaciones de dos cuasipartículas y de dispersión de una cuasipartícula. El operador de creación del estado ν de momento angular $\lambda\mu$ se escribirá

$$\Gamma^\dagger(\nu, \lambda\mu) = \sum_{\substack{a \geq b \\ c > d}} \{ X(ab, \nu) A^\dagger(ab, \lambda\mu) - Y(ab, \nu) A(ab, \overline{\lambda\mu}) + Z_1(ab, \nu) N^\dagger(ab, \lambda\mu) - Z_2(ab, \nu) N(ab, \overline{\lambda\mu}) \}, \quad (4.17)$$

y la ecuación de movimiento, siendo R un operador arbitrario, estará dada por

$$\langle | [R, [H, \Gamma^\dagger(\nu, \lambda\mu)]] | \rangle = \omega_\nu \langle | [R, \Gamma^\dagger(\nu, \lambda\mu)] | \rangle, \quad (4.18)$$

donde $| \rangle$ denota el estado de referencia del sistema a la

temperatura T . En la evaluación de la ecuación de movimiento haremos dos aproximaciones: la primera consiste en tomar el estado fundamental del tratamiento FTBCS como estado de referencia. La segunda aproximación está referida al álgebra de conmutadores, donde despreciaremos los términos que incluyen coeficientes de Racach $W(abcd;ef)$ ya que son de orden $\theta(2j+1)^{-1}$. Se obtiene

$$\begin{aligned}
 [A(ab, JM), A^\dagger(cd, J'M')] &= \delta(J, J') \delta(M, M') \delta(a, c) \delta(b, d) \times \\
 &\quad \times (1 - f_a - f_b) , \\
 [A(ab, JM), N^\dagger(cd, J'M')] &= [A(ab, JM), N^\dagger(cd, J'M')] = 0 , \\
 [N(ab, JM), N^\dagger(cd, J'M')] &= \delta(J, J') \delta(M, M') \delta(a, c) \delta(b, d) \times \\
 &\quad \times (f_b - f_a) .
 \end{aligned}
 \tag{4.19}$$

Donde $f_a = [\exp(E_a/T) + 1]^{-1}$ es el número de ocupación de cuasipartículas. Esta aproximación constituye una extensión de la aproximación de cuasibosón que incluye los términos de dispersión. Las expresiones completas de los conmutadores pueden consultarse en el Apéndice F.

Introduciendo el operador de excitaciones dado por la ecuación (4.18), obtenemos la siguiente ecuación matricial:

$$M X = \hbar\omega S X , \tag{4.20}$$

donde las matrices M , S , y X toman la forma

$$M = \begin{pmatrix} A_{mi,pk} & B_{mi,pk} & C_{mi,pk} & D_{mi,pk} \\ B_{mi,pk}^* & A_{mi,pk}^* & D_{mi,pk}^* & C_{mi,pk}^* \\ C_{pk,mi} & D_{pk,mi} & G_{mi,pk} & H_{mi,pk} \\ D_{pk,mi}^* & C_{pk,mi}^* & H_{mi,pk}^* & G_{mi,pk}^* \end{pmatrix},$$

$$S = \begin{pmatrix} S_{mi,pk} & & & 0 \\ & -S_{mi,pk} & & \\ & & T_{mi,pk} & \\ 0 & & & -T_{mi,pk} \end{pmatrix},$$

(4.21)

$$X = \begin{pmatrix} X_{mi,pk} \\ Y_{mi,pk} \\ Z_{1mi,pk} \\ Z_{1mi,pk} \end{pmatrix},$$

La dimensión de las nuevas matrices duplica la dimensión de las matrices de la QRPA usual. La forma explícita de los elementos de matriz es

$$A_{ab,cd} = (E_a + E_b) \delta(a,c) \delta(b,d) + h_{22}(abcdJ),$$

$$B_{ab,cd} = [h_{40}(abcdJ) + h_{40}(cdabJ)],$$

$$C_{ab,cd} = \tilde{h}_{31}(cdabJ),$$

$$D_{ab,cd} = -\theta(cdj) \tilde{h}_{31}(dcabJ),$$

$$G_{ab,cd} = (E_a - E_b) \delta(a,c) \delta(b,d) + \tilde{h}_{qp-qp} (abcdJ) , \quad (4.22)$$

$$H_{ab,cd} = 2 h_{qp-qp} (abcdJ) ,$$

$$T_{ab,cd} = (f_b - f_a) \delta(a,c) \delta(b,d) ,$$

$$S_{ab,cd} = (1 - f_c - f_d) \delta(a,c) \delta(b,d) .$$

Los estados obtenidos a partir de la resolución de la ecuación (4.20) poseen todas las propiedades formales de la QRPA; en especial dos estados $|\nu\rangle$ y $|\mu\rangle$ no degenerados son ortogonales:

$$\langle \nu | \mu \rangle = \delta(\nu, \mu) , \quad (4.23)$$

de donde se sigue la condición de normalización de las amplitudes de la QRPA extendida

$$\begin{aligned} \langle \nu | \mu \rangle &= \langle 0 | [\Gamma_\nu, \Gamma_\mu^\dagger | 0 \rangle = \\ &= \sum_{a \geq b} \{ (1 - f_a - f_b) [X^*(ab, \mu) X(ab, \nu) - Y^*(ab, \mu) Y(ab, \nu)] + \\ &\quad + (f_b - f_a) [Z_1^*(ab, \mu) Z_1(ab, \nu) - Z_2^*(ab, \mu) Z_2(ab, \nu)] \} . \end{aligned} \quad (4.24)$$

Además, si la matriz M es definida positiva, podemos demostrar extendiendo los argumentos de Thouless⁷⁸⁾, que los estados solución de (4.20) forman una base completa. Así un operador arbitrario F se escribe

$$F = \sum_{\nu > 0} \langle 0 | [\Gamma_{\nu}, F] | 0 \rangle \Gamma_{\nu}^{\dagger} - \langle 0 | [\Gamma_{\nu}^{\dagger}, F] | 0 \rangle \Gamma_{\nu}, \quad (4.25)$$

en particular podemos usar la última identidad para expresar los operadores A y N en función de los Γ ,

$$A^{\dagger}(ab, JM) = (1 - f_a - f_b) \sum_{\nu > 0} [X^*(ab, \nu) \Gamma_{\nu}^{\dagger} + Y(av, \nu) \Gamma_{\nu}], \quad (4.26)$$

$$N^{\dagger}(ab, JM) = (f_b - f_a) \sum_{\nu > 0} [Z_1^*(ab, \nu) \Gamma_{\nu}^{\dagger} + Z_2(av, \nu) \Gamma_{\nu}].$$

Consideremos ahora la EWSR. F es un operador de un cuerpo cuya expansión viene dada por ecuación (4.25) donde, consistentemente con nuestra aproximación reemplazaremos el vacío de RPA por el de FTBCS. Introduciendo esa expresión en el doble conmutador dado por el lado derecho de la ecuación (B.1), y haciendo uso de la ecuación de movimiento (4.18) y de la de ortogonalidad (4.24) obtenemos,

$$\sum_{\nu > 0} \omega_{\nu} | \langle \nu | F | 0 \rangle |^2 = \frac{1}{2} \langle | [F, [H, F]] | \rangle, \quad (4.27)$$

esto es, el formalismo de la QRPA extendido preserva la EWSR.

La evaluación de la EWSR requiere determinar la probabilidades de transición en función de las energías y amplitudes del formalismo. El operador multipolar eléctrico se escribe

$$Q_{\lambda\mu} = \sum_{\substack{j_1 m_1 \\ j_2 m_2}} \langle j_2 m_2 | Q_{\lambda\mu} | j_1 m_1 \rangle a_{j_2 m_2}^\dagger a_{j_1 m_1} \quad (4.27)$$

Mediante la transformación dada por la ecuación (D. 4) pasamos a la base de cuasipartículas el operador toma la forma

$$Q_{\lambda\mu} = \sum_{\substack{j_1 m_1 \\ j_2 m_2}} q_{\lambda}(j_2 j_1) \{ (u_1 u_2 - v_1 v_2) [N^\dagger(21, \lambda\mu) + N(21, \bar{\lambda}\mu)] + \\ - (u_1 v_2 + v_1 u_2) [A^\dagger(21, \lambda\mu) + A(21, \bar{\lambda}\mu)] \} , \quad (4.28)$$

donde $q_{\lambda}(j_2 j_1)$ es el elemento de matriz reducido del operador $Q_{\lambda\mu}$. Consideremos esta expresión con algún detalle. El segundo término será dominante en el canal partícula-agujero ($j_1 \leq j_{\text{Fermi}} \leq j_2$) para los cuales el producto $(u_1 v_2 + v_1 u_2)$ tendrá contribuciones grandes. Por debajo del nivel de Fermi, en el canal agujero-agujero ($j_1 \leq j_1 \leq j_{\text{Fermi}}$) los números de ocupación v serán muy pequeños y la mayor contribución estará dada por el factor $v_1 v_2$ del primer término. En el canal partícula-partícula ($j_2 \geq j_1 > j_{\text{Fermi}}$) la situación se invertirá y la contribución dominante será $u_1 u_2$. La probabilidad de transición está dada por

$$BCE\lambda, \nu \rightarrow 0 = \sum_{\mu} | \langle 0 | Q_{\lambda\mu} | \nu \rangle |^2 . \quad (4.29)$$

Usando (4.17) y (4.28) obtenemos

$$\begin{aligned}
B(E\lambda, \nu \rightarrow 0) = (2\lambda + 1) & \left| \sum_{j_2 \geq j_1} q_\lambda(j_2, j_1) \times \right. \\
& \times \left\{ \langle u_1 u_2 - v_1 v_2 \rangle \langle f_1 - f_2 \rangle [Z_1(12, \nu) + Z_2(12, \nu)] + \right. \\
& \left. + \langle 1 - f_1 - f_2 \rangle \langle u_1 v_2 + v_1 u_2 \rangle [X(12, \nu) + Y(12, \nu)] \right\} \left. \right|^2
\end{aligned}
\tag{4.30}$$

Es importante notar de lo dicho anteriormente: que las mayores contribuciones en los canales p-p y h-h se deben a los términos dispersión. Mas aún al aumentar la temperatura los números de ocupación BCS se parecerán cada vez mas a los correspondientes al sistema no interactuante de modo que estas contribuciones son cada vez mas importantes. La EWSR se obtiene simplemente multiplicando (4.30) por las soluciones QRPA y sumando sobre todas ellas

$$EWSR = \sum_{\nu > 0} \omega_\nu B(E\lambda, \nu \rightarrow 0) \tag{4.31}$$

Para el caso de interacción nula , usando (4.24), la regla de suma se escribe

$$\begin{aligned}
EWSR = \sum_{j_2 \geq j_1} q^2(j_2, j_1) & \left\{ \langle u_1 v_2 + v_1 u_2 \rangle^2 \langle E_{j_1} + E_{j_2} \rangle \langle 1 - f_1 - f_2 \rangle + \right. \\
& \left. + \langle u_1 u_2 - v_1 v_2 \rangle^2 \langle E_{j_2} - E_{j_1} \rangle \langle f_1 - f_2 \rangle \right\} .
\end{aligned}
\tag{4.32}$$

IV.4. Resultados en ^{116}Sn .

Como aplicación del formalismo consideremos las vibraciones cuadrupolares en el núcleo de ^{116}Sn ⁷⁹⁾. La base de partícula independiente escogida está dada por siete capas de oscilador en la parametrización de Nilsson ⁴⁶⁾. Los parámetros se ajustaron a los mismos valores del capítulo II. La interacción elegida es la interacción delta independiente del isospin cuyos elementos de matriz vienen dados por:

$$G(\text{abcd}, J) = \frac{\hat{j}}{4\pi} R_{\text{abcd}} (-1)^{j_a - j_b - 1} \begin{bmatrix} j_a & j_b & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} j_c & j_d & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{2} [1 + (-1)^{l_a + l_b - J}], \quad (4.33)$$

$$F(\text{abcd}, J) = \frac{\hat{j}}{4\pi} R_{\text{abcd}} \\ \{ (-1)^{l_a + l_c} \begin{bmatrix} j_a & j_b & J \\ 1/2 & 1/2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_c & j_d & J \\ 1/2 & 1/2 & -1 \end{bmatrix} + \\ + (-1)^{l_b + l_d} \begin{bmatrix} j_a & j_b & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j_c & j_d & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{bmatrix} (-1)^{l_a + l_b - J} \} ,$$

para los canales partícula-partícula y partícula-agujero. Los símbolos R_{abcd} y \hat{j} abrevian las siguientes expresiones

$$R_{\text{abcd}} = \int_0^\infty r^2 R_a(r) R_b(r) R_c(r) R_d(r) dr , \quad (4.34)$$

$$\hat{j} = [(2j_a + 1) (2j_b + 1) (2j_c + 1) (2j_d + 1)]^{1/2} .$$

Las correlaciones de apareamiento, ^{116}Sn presenta capa

abierta en neutrones, debidas al canal $J=0$ de la interacción delta fueron tratadas mediante el formalismo FTBCS. La constante de acoplamiento se fijó en $G_n = 114 \text{ MeV fm}^{-4}$.

Las constantes de acoplamiento del canal cuadrupolar se ajustaron al valor de $G = 94 \text{ MeV fm}^{-4}$. El espacio de configuraciones de dos partículas incluye todos los pares cuya energía es menor a 20 MeV. Se obtuvieron las soluciones QRPA tanto para su forma usual como para el formalismo extendido. Dado que las ocupaciones de cuasipartícula f se anulan a temperatura cero, ambos formalismos coinciden en este límite. Los estados colectivos fueron evaluados mediante el procedimiento matricial ⁸⁰⁾. La función intensidad se construyó promediando la función de intensidad discreta

$$S(E) = \sum_{\nu > 0} |\langle 0 | Q | \nu \rangle|^2 \delta(E - \omega_\nu) . \quad (4.35)$$

con una función de peso Breit-Wigner $\rho(E,E')$

$$\rho(E,E') = \frac{1}{\pi} \frac{\eta}{(E - E')^2 + \eta^2} , \quad (4.36)$$

obteniendo la función de intensidad suave $\tilde{S}(E)$,

$$\tilde{S}(E) = \frac{\eta}{\pi} \sum_{\nu > 0} \frac{|\langle 0 | Q | \nu \rangle|^2}{(E - E')^2 + \eta^2} . \quad (4.37)$$

El parámetro η se fijó en $\eta = 1 \text{ MeV}$. En la Figura 5 se muestran la función de intensidad $S(\tilde{E})$ en el formalismo QRPA y en el extendido. Se observa que la inclusión de los términos de

dispersión de cuasipartículas incrementa la probabilidad de transición a bajas energías; en la región de la resonancia el formalismo extendido nos da un aumento en el ancho de la misma, a consecuencia del cual es mayor la contribución a la EWSR de la resonancia gigante.

En la Tabla 6 se presentan los valores de la EWSR, para el sistema sin interacción; para la aproximación QRPA y para el formalismo extendido. En ambos casos los valores no perturbados y los correlacionados coinciden, la base de partícula independiente elegida es adecuada, aún cuando incluimos los términos de dispersión. El análisis de los resultados nos muestra que aún cuando tenemos una pérdida de regla de suma originada por la limitación del espacio de configuraciones, el valor en el formalismo extendido es mayor que el obtenido por la QRPA. Como señalamos en la sección anterior, las transiciones p-p y h-h incluidas en el término de dispersión son responsables de esta diferencia.

Concluimos que las contribuciones originadas por la dispersión de cuasipartículas no puede ser ignorada en el tratamiento de sistemas construidos sobre estados de referencia a temperatura finita $|FTBCS\rangle$.

CONCLUSIONES

En esta sección resumiremos los principales puntos tratados en el presente trabajo de tesis y expondremos las conclusiones

En el primer capítulo se presentaron los modos vibracionales multipolares en núcleos esféricos. Caracterizados como oscilaciones de forma, estos modos quedan determinados por los parámetros de restitución C_λ y de masa D_λ . Estos parámetros fueron evaluados en forma microscópica dentro del formalismo FTRPA utilizando una interacción separable y también en términos macroscópicos extendiendo el modelo de la gota líquida para temperaturas finitas. En el primer formalismo los parámetros de las oscilaciones quedan determinados por la energía y la probabilidad de transición. Macroscópicamente tenemos una competencia entre la contribución originada por el cambio de la energía de superficie, que decrece al aumentar la temperatura debido a la caída del coeficiente de tensión superficial y la contribución coulombiana, originada por el cambio de energía electrostática que acompaña la deformación, que se incrementa al aumentar el radio coulombiano asociado a la carga del núcleo. Los efectos de superficie dominan sobre los coulombianos y el resultado neto de estos efectos es un decrecimiento del parámetro de restitución. En los modos FTRPA, en cambio, se observa un incremento de este parámetro con T . Comparando estos resultados con los del modelo simple de Bohr y Mottelson, que presentan la misma tendencia que los del modelo de la gota líquida, podemos

atribuir la discrepancia a la fragmentación de la intensidad de las resonancias FTRPA, reflejado en un fuerte decrecimiento de las probabilidades de transición $B(E\lambda)$, que la introducción de las nuevas transiciones permitidas del tipo partícula-partícula o agujero-agujero produce en el tratamiento FTRPA.

En el segundo capítulo se desarrolló el formalismo de la función de respuesta lineal a temperatura finita. La función de respuesta fue evaluada mediante la ecuación de Bethe-Salpeter linealizada en un núcleo normal: ^{208}Pb y en un superconductor: ^{116}Sn . Este procedimiento no realiza, para interacción separable, la diagonalización explícita de las matrices FTRPA, cuyas dimensiones crecen rápidamente con la temperatura, ni busca raíces individuales, lo que da lugar a inestabilidades numéricas por la aparición de soluciones poco colectivas, mostrándose así más adecuado para la descripción de las vibraciones nucleares a temperatura finita. Este formalismo nos permitió la inclusión de todo el espacio de configuraciones relevante. Aplicado a un sistema con interacción separable obtuvimos un sistema de ecuaciones algebraicas para la función respuesta de los distintos canales (protón-protón, neutrón-protón y neutrón-neutrón). Se destacó que la inclusión de los términos no diagonales es necesaria para la separación de los modos isoescalares e isovectoriales. Los resultados obtenidos confirman los corrimientos en los centroides de energía y el aumento de los anchos de difusión, al aumentar la temperatura, hallados mediante los formalismos discretos. Sin embargo la dependencia con la temperatura de estas magnitudes es mucho más suave. Los espacios truncados utilizados en los cálculos discretos son responsables de

estas diferencias. Una prueba importante de la confiabilidad de los resultados es la evaluación de las reglas de suma. Fue posible reproducir los valores independientes del modelo y trabajar aún a la temperatura mas alta del cálculo, 2 MeV, con una pérdida pequeña de regla de suma. Así el formalismo de la respuesta lineal es mas confiable en problemas donde se requieren espacios de configuraciones grandes.

La inclusión de configuraciones mas complejas en la descripción de los anchos de decaimiento fue tratado en el capítulo III. Se propuso el acoplamiento perturbativo de las configuraciones de partícula agujero con configuraciones $2p-2h$. Considerando los acoplamientos hasta el primer orden se escribió la ecuación de Bethe-Salpeter correspondiente y la expresión formal de la función de respuesta. Este formalismo fue comparado con el derivado en Ref ⁶². Se observan diferencias en los factores térmicos originadas en los diferentes procedimientos de simetrización. Derivado a partir de la ecuación de movimiento simetrizada el formalismo contiene tanto términos de colisión $G(a,b,c,d)$ como los provenientes de decaimiento individual de los constituyentes, $F(a,b,c)$. Este hecho no es consecuencia exclusiva de nuestra formulación; estará presente en toda formulación RPA a temperatura finita de segundo orden que, trabajando con una matriz densidad aproximada, evite simetrizaciones a posteriori. Concluimos que toda descripción FTHORPA de los anchos de decaimiento de las resonancias gigantes contendra contribuciones no incluidas en la teoria de Landau de líquidos fermiónicos.

Finalmente en el último capítulo se discutió las consecuencias que sobre los modos colectivos tiene la introducción

del estado de referencia como estado fundamental de la teoría. En el marco del tratamiento FTBCS se mostró que los operadores α de cuasipartículas no aniquilan el vacío; por consiguiente la separación del Hamiltoniano en una parte de creación y destrucción de pares de cuasipartículas y otra de dispersión no es más válida a temperatura finita. El tratamiento de los modos de oscilación se realizó en el marco del formalismo QRPA extendido que incluye los términos de dispersión $\alpha^\dagger\alpha$ en igualdad con los términos $\alpha^\dagger\alpha^\dagger$ y $\alpha\alpha$. Aplicando el formalismo a ^{116}Sn evaluamos las reglas de suma obteniendo un valor mayor al incluir las componentes de dispersión que cuando las omitimos. También fue calculada la función de intensidad hallando que la inclusión de los términos de dispersión se ve reflejado en un aumento de la intensidad a bajas energías y en un ensanchamiento de la resonancia gigante. Es claro que estas correlaciones no pueden ser desechadas al estudiar sistemas de cuasipartículas construidos sobre estados fundamentales difusos.

APÉNDICES

Apéndice A. Formalismo de aproximación de fases
al azar a temperatura finita

A $T=0$ los modos vibracionales colectivos se describen en la aproximación de fases al azar (RPA). Las ecuaciones RPA se pueden obtener de muchas maneras diferentes siendo el método de linealización de las ecuaciones de movimiento el más usado. Extenderemos el tratamiento al caso de temperatura finita desarrollando el formalismo FTRPA. A $T \neq 0$ realizaremos una descripción macrocanónica, el Hamiltoniano H será reemplazado por

$$H' = H - \mu N , \tag{A.1}$$

cuyos autoestados denotaremos por $|v\rangle$,

$$H'|v\rangle = E_v |v\rangle . \tag{A.2}$$

Definamos los operadores Γ_v^\dagger por la relación

$$\Gamma_v^\dagger |0\rangle = |v\rangle , \tag{A.3}$$

$$\Gamma_v |0\rangle = 0 ,$$

donde $|0\rangle$ es el estado de referencia a la temperatura nuclear T . Entonces podemos escribir la ecuación

$$[H' , \Gamma_v^\dagger] |0\rangle = (E_v - E_0) \Gamma_v^\dagger |0\rangle , \tag{A.4}$$

donde E_0 es la energía del estado $|0\rangle$. Introduciendo un operador arbitrario la ecuación anterior puede escribirse:

$$\langle 0 | [R, [H', \Gamma_\nu^\dagger]] | 0 \rangle = \langle E_\nu - E_0 \rangle \langle 0 | [R, \Gamma_\nu^\dagger] | 0 \rangle .$$

(A.5)

Podemos expandir los operadores Γ_ν^\dagger en la base de estados de partícula-agujero (o de dos cuasipartículas), generados por la acción de los operadores C_j^\dagger :

$$\Gamma_\nu^\dagger = \sum_j^N \langle X_j C_j^\dagger - Y_j C_j \rangle .$$

(A.6)

Sustituyendo en ecuación (A.5) e identificando al operador R con los operadores A y A^\dagger obtenemos el sistema matricial

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \langle E_\nu - E_0 \rangle \begin{pmatrix} S & T \\ T & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} ,$$

donde A , B , S y T son matrices de $n \times n$ definidas por:

$$A_{ij} = \langle 0 | [C_i, [H', C_j^\dagger]] | 0 \rangle ,$$

$$B_{ij} = - \langle 0 | [C_i, [H', C_j]] | 0 \rangle ,$$

(A.8)

$$S_{ij} = \langle 0 | [C_i, C_j^\dagger] | 0 \rangle ,$$

$$B_{ij} = \langle 0 | [C_i, C_j] | 0 \rangle .$$

A temperatura finita el estado de referencia, que es un estado de equilibrio termodinámico, es un conjunto estadístico de una gran cantidad de estados; por consiguiente es posible escribir la ecuación (A.8) mediante la matriz densidad

$$D = \exp [-\beta \langle H - \mu N \rangle] , \quad (A.9)$$

de modo que evaluaremos los valores de expectación en la forma

$$\langle\langle Q \rangle\rangle = \text{Tr} \{ D Q \} / Z , \quad (A.10)$$

donde Z es la función de partición del sistema

$$Z = \text{Tr} \{ D \} . \quad (A.11)$$

En general la matriz D no es conocida; restringiendo el estado de referencia a un conjunto estadístico de partículas independientes (esto es soluciones de FT-HF) la matriz D puede ser aproximada por la matriz densidad no perturbada

$$D_0 = \exp [-\beta \langle H_0 - \mu N \rangle] . \quad (A.11)$$

Apliquemos el formalismo a la interacción multipolar separable. El Hamiltoniano del sistema es

$$H = H_{sp} + H_{QQ} ,$$

$$H_{sp} = \sum_{j,t} \varepsilon_j(t_z) a_j^\dagger(t_z) a_j(t_z) ,$$

(A.12)

$$H_{QQ} = - \frac{1}{2} \sum_{\substack{t_z, t_{z'} \\ \mu}} \kappa_\lambda(t_z, t_{z'}) Q_{\lambda\mu}^\dagger(t_z) Q_{\lambda\mu}(t_{z'}) ,$$

donde $\varepsilon_j(t_z)$ son las energías de partícula independiente; $a_{jm}^\dagger(t_z)$ y $a_{jm}(t_z)$ son los operadores de creación y aniquilación para neutrones ($t_z = 1/2$) y protones ($t_z = -1/2$) en los estados de partícula independiente denotados por jm ; $\kappa_\lambda(n,n)$, $\kappa_\lambda(n,p)$, $\kappa_\lambda(p,p)$ son las constantes de acoplamiento para los canales neutrón-neutrón, neutrón-protón y protón-protón, respectivamente. El operador multipolar $Q_{\lambda\mu}$ viene dado por

$$Q_{\lambda\mu}^\dagger(t_z) = \sum_{j_1 \geq j_2} q_\lambda(j_1, j_2, t_z) (A^\dagger(j_1, j_2, t_z)_{\lambda\mu} + A(j_1, j_2, t_z)_{\lambda\mu}) ,$$

(A.13)

$q_\lambda(j_1, j_2, t_z)$ está relacionado con el elemento de matriz reducido del operador multipolar $r^\lambda Y_{\lambda\mu}$

$$q_\lambda(j_1, j_2, t_z) = (2\lambda + 1)^{-1} \langle j_1(t_z) \| r^\lambda Y_{\lambda\mu} \| j_2(t_z) \rangle .$$

(A.14)

El operador $A^\dagger(j_2, j_1)_{\lambda\mu}$ es el operador de creación de un par partícula-agujero acoplado a momento angular λ y proyección μ y

está dado por

$$A^\dagger(j_1, j_2, t_z)_{\lambda\mu} = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | \lambda \mu \rangle a_{j_1 m_1}^\dagger \overline{a_{j_2 m_2}}, \quad (\text{A.15})$$

$$A(j_2, j_1)_{\lambda\mu} = (-1)^{\lambda+\mu} A(j_2, j_1)_{\lambda, -\mu}.$$

Si identificamos los operadores C^\dagger y C con los operadores A^\dagger y A , Γ^\dagger toma la forma

$$\Gamma_{\lambda\mu}^\dagger(\omega_n) = \sum_{\substack{j_1 \geq j_2 \\ t_z}} \left(X_\lambda^n(j_1, j_2, t_z) A^\dagger(j_1, j_2, t_z)_{\lambda\mu} + Y_\lambda^n(j_1, j_2, t_z) A(j_1, j_2, t_z)_{\lambda\mu} \right). \quad (\text{A.16})$$

$X(k_1, k_2, \nu, t_z)$ y $Y(k_1, k_2, \nu, t_z)$ son las llamadas amplitudes avanzadas y retardadas, respectivamente. Usando el teorema de Wick a temperatura finita evaluamos las matrices FTRPA, ecuación (A.8), resultando

$$\begin{aligned} A(k_1, k_2, t_z, i_1, i_2, t_{z'}) = & (\varepsilon_{k_2} - \varepsilon_{k_1}) [n_{k_2}(t_z) - n_{k_1}(t_z)] \delta(k_1, i_1) \delta(k_2, i_2) \delta(t_z, t_{z'}) - \\ & - \alpha_\lambda(t_z, t_{z'}) [n_{i_2}(t_{z'}) - n_{i_1}(t_{z'})] [n_{k_2}(t_z) - n_{k_1}(t_z)] \times \\ & \times q_\lambda(k_1, k_2, t_z) q_\lambda(i_1, i_2, t_{z'}), \end{aligned}$$

$$B(k_1 k_2 t_z, i_1 i_2 t_{z'}) = -\alpha_\lambda(t_z, t_{z'}) [n_{i_2}(t_{z'}) - n_{i_1}(t_{z'})] \times \\ \times [n_{k_2}(t_z) - n_{k_1}(t_z)] q_\lambda(k_1 k_2, t_z) q_\lambda(i_1 i_2, t_{z'}) ,$$

(A.17)

$$S(k_1 k_2 t_z, i_1 i_2 t_{z'}) = [n_{i_2}(t_{z'}) - n_{i_1}(t_{z'})] \delta(k_1, i_1) \delta(k_2, i_2) \delta(t_z, t_{z'}) ,$$

$$T(k_1 k_2 t_z, i_1 i_2 t_{z'}) = 0 .$$

Para la interacción multipolar separable es posible evaluar las frecuencias FTRPA evitando la diagonalización del sistema (A.7) sustituyéndola por la búsqueda de las raíces de una ecuación de dispersión. Para determinar la relación de dispersión reescribimos el sistema en la forma

$$X(k_1, k_2, \nu, p) = q_\lambda(k_1, k_2, p) \frac{[\alpha_\lambda(p, p) \Lambda(p, \nu) + \alpha_\lambda(p, p) \Lambda(p, \nu)]}{\epsilon_{j_2}(p) - \epsilon_{j_1}(p) - \omega_\nu} ,$$

$$Y(k_1, k_2, \nu, p) = q_\lambda(k_1, k_2, p) \frac{[\alpha_\lambda(p, p) \Lambda(p, \nu) + \alpha_\lambda(p, n) \Lambda(n, \nu)]}{\epsilon_{j_2}(p) - \epsilon_{j_1}(p) + \omega_\nu} ,$$

(A.18)

$$X(k_1, k_2, \nu, n) = q_\lambda(k_1, k_2, n) \frac{[\alpha_\lambda(n, n) \Lambda(n, \nu) + \alpha_\lambda(n, p) \Lambda(p, \nu)]}{\epsilon_{j_2}(n) - \epsilon_{j_1}(n) - \omega_\nu} ,$$

$$Y(k_1, k_2, \nu, n) = q_\lambda(k_1, k_2, n) \frac{[\alpha_\lambda(n, n) \Lambda(n, \nu) + \alpha_\lambda(n, p) \Lambda(p, \nu)]}{\epsilon_{j_2}(n) - \epsilon_{j_1}(n) + \omega_\nu} ,$$

en donde

$$\Lambda_{\lambda}(\omega_n, t_z) = \sum_{j_1 \geq j_2} (X_{\lambda}^n(j_1, j_2, t_z) + Y_{\lambda}^n(j_1, j_2, t_z)) \cdot (n_{j_2}(t_z) - n_{j_1}(t_z)) q_{\lambda}(j_1, j_2, t_z) .$$

(A.19)

Sumando

$$\begin{aligned} X_{\lambda}^n(j_1, j_2, t_z) + Y_{\lambda}^n(j_1, j_2, t_z) &= \\ &= q_{\lambda}(j_1, j_2, t_z) \sum_{t'_z} \kappa_{\lambda}(t_z, t'_z) \Lambda(t'_z, \nu) \frac{2(\epsilon_{j_2} - \epsilon_{j_1})}{(\epsilon_j - \epsilon_j)^2 - \omega^2} . \end{aligned}$$

(A.20)

Multiplicando (A.20) por $(n_{j_2}(t_z) - n_{j_1}(t_z)) q_{\lambda}(j_1, j_2, t_z)$ y sumando sobre $j_2 > j_1$ obtenemos

$$\Lambda(t_z, \nu) = S(t_z, \nu) \sum_{t'_z} \kappa_{\lambda}(t_z, t'_z) \Lambda(t'_z, \nu) ,$$

(A.21)

en donde

$$S(t_z, \nu) = \sum_{j_1 \geq j_2} q_{\lambda}(j_1, j_2, t_z) \frac{2(\epsilon_{j_2} - \epsilon_{j_1})}{(\epsilon_j - \epsilon_j)^2 - \omega^2} (n_{j_2}(t_z) - n_{j_1}(t_z)) .$$

(A.22)

Reescribiendo (1.12) explícitamente obtenemos el sistema

$$\Lambda(n, \nu) = \left[\frac{\kappa^2(n, p) R_p(\omega_\nu)}{[1 - \kappa(p, p) S(p)]^2} + \frac{R_n(\omega_\nu)}{[S(n)]^2} \right]^{-1/2}, \quad (\text{A.27})$$

$$\Lambda(p, \nu) = \left[\frac{\kappa^2(n, p) R_n(\omega_\nu)}{[1 - \kappa(n, n) S(n)]^2} + \frac{R_p(\omega_\nu)}{[S(p)]^2} \right]^{-1/2},$$

con $R_{t_z}(\omega_\nu)$ dado por

$$R_{t_z}(\omega_\nu) = \sum_{j_1 \geq j_2} q_\lambda(j_1, j_2, t_z) \frac{4 (\epsilon_{j_2} - \epsilon_{j_1}) \omega}{[(\epsilon_{j_1} - \epsilon_{j_2})^2 - \omega^2]^2} \langle n_{j_2}(t_z) - n_{j_1}(t_z) \rangle. \quad (\text{A.28})$$

Finalmente podemos evaluar la probabilidad de transición $B(E\lambda, \nu)$ de cada multipolaridad λ , definida por

$$\begin{aligned} B(E\lambda, \nu \rightarrow 0) &= \sum_{\mu, t_z} | \langle 0 | Q_{\lambda\mu}(t_z) | \nu \rangle |^2 = \\ &= \sum_{\mu, t_z} | \langle 0 | [Q_{\lambda\mu}(t_z), \Gamma_{\lambda\mu}^\dagger(\omega_\nu)] | 0 \rangle |^2 = \\ &= (2\lambda+1) \sum_{t_z} | \Lambda(t_z, \omega_\nu) |^2. \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

Apéndice B. Reglas de suma para operadores multipolares

La regla de suma pesada en energía, EWSR, asociada a un operador hermítico \hat{F} se define por la relación ^{30,31)}

$$S(\hat{F}) = \sum_n (E_n - E_0) | \langle n | \hat{F} | 0 \rangle |^2 = \tag{B.1}$$

$$= -\frac{1}{2} \langle 0 | [\hat{F}, [\hat{F}, H]] | 0 \rangle ,$$

donde E_n es la energía del estado $|n\rangle$ que puede obtenerse mediante la operación de \hat{F} sobre el estado fundamental del sistema $|0\rangle$. Si nos restringimos a interacciones que no dependen explícitamente del impulso de las partículas y a operadores \hat{F} de un cuerpo que sólo dependen de las coordenadas,

$$\hat{F} = \sum_k^A \hat{F}(r_k) , \tag{B.2}$$

podemos evaluar el conmutador (B.1)

$$S(\hat{F}) = \langle 0 | \sum_k^A \frac{\hbar}{2M} [\nabla_k \hat{F}(r_k)]^2 | 0 \rangle . \tag{B.3}$$

En el caso en que \hat{F} es el operador multipolar

$$\hat{F} = r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \phi) , \tag{B.4}$$

tenemos

$$\{ \nabla_k [r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \phi)] \}^2 = \frac{\lambda(2\lambda+1)^2}{4\pi} r^{2\lambda-2}, \quad (B.5)$$

y reemplazando en (B.3) tenemos la expresión de la regla de suma

$$S(\hat{F}) = \frac{\lambda(2\lambda+1)^2}{4\pi} \frac{\hbar^2 A}{2M} \langle 0 | r^{2\lambda-2} | 0 \rangle. \quad (B.6)$$

A temperatura finita el sistema estará caracterizado por la matriz densidad,

$$D = \sum_n P_n |n\rangle\langle n|, \quad (B.7)$$

donde P_n es la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado n . Para el conjunto macrocanónico P_n se escribe

$$P_n = Z^{-1} \exp [(E_n - \mu N) / T], \quad (B.8)$$

con Z la función de partición,

$$Z = \text{Tr} (D). \quad (B.9)$$

La EWSR puede, entonces, generalizarse ^{40,81,82)}

$$S(\hat{F}) = \sum_{n,m} (E_n - E_m) P_m | \langle n | \hat{F} | m \rangle |^2 = \tag{B.10}$$

$$= \frac{1}{2} \text{Tr} \{ D [\hat{F}, [\hat{F}, H]] \} .$$

Nótese que en el límite $T=0$, $D = |0\rangle\langle 0|$ se reobtiene la expresión (B.1). Finalmente podemos evaluar la EWSR para el operador multipolar (B.4) a temperatura finita,

$$S(\hat{F}) = \frac{\lambda(2\lambda+1)^2}{4\pi} \frac{\hbar^2 A}{2M} \sum_n P_n \langle n | r^{2\lambda-2} | n \rangle . \tag{B.11}$$

La EWSR se satisface a $T=0$ cuando la expresión del primer renglón de la expresión (B.1) se evalúa mediante la RPA en tanto el doble conmutador es evaluado en la aproximación de Hartree-Fock. Este resultado, conocido como el teorema de Thouless⁸³⁾ sigue siendo válido a temperatura finita. Para demostrarlo consideremos el gran potencial termodinámico,

$$\Omega = H - \mu N - TS , \tag{B.12}$$

y estudiamos las condiciones de estabilidad de las soluciones de Hartree-Fock a temperatura finita. Las condiciones de estabilidad estarán dadas por^{41,83)}:

$$\delta\Omega/\delta D = 0 , \tag{B.13}$$

$$\delta^2\Omega/\delta D^2 > 0 .$$

Sea D_0 la matriz densidad correspondiente a los estados de FTHF y realicemos una transformación unitaria de D_0 ,

$$D = \exp(iF) D_0 \exp(-iF) , \quad (B.14)$$

donde F es un operador hermítico. D_0 minimiza el gran potencial termodinámico, $\text{Tr} \{ D_0 \Omega \} = \text{mínimo}$, satisfaciendo las ecuaciones (B.13), de modo que hasta el segundo orden el incremento en Ω será ⁴¹⁾

$$\Delta\Omega = \frac{1}{2} \text{Tr} \{ D_0 [F, [H, F]] \} . \quad (B.14)$$

Por otro lado, la matriz de estabilidad de las soluciones de FTHF ⁴¹⁾, dada por la matriz S de la ecuación (2.16), permite escribir el cambio en el gran potencial termodinámico:

$$\Delta\Omega = \frac{1}{2} \langle 0 | F S F | 0 \rangle . \quad (B.15)$$

Mediante la relación de clausura de la FTRPA reescribimos (B.15) como

$$\Delta\Omega = \sum_{n>0} \omega_n | \langle n | \hat{F} | 0 \rangle |^2 . \quad (B.16)$$

Finalmente igualando (B.14) y B(16) obtenemos

$$\frac{1}{2} \text{Tr} \{ D_0 [F, [H, F]] \} = \sum_{n>0} \omega_n | \langle n | \hat{F} | 0 \rangle |^2 .$$

(B.17)

Apéndice C. Funciones de Green.

Para completar el estudio de los formalismos de la RPA a temperatura finita presentamos la solución del problema por medio del método de las funciones de Green dependientes de la temperatura ^{51,52,72,84}.

A $T \neq 0$ las funciones de Green se definen como el valor de expectación térmico de las funciones de Green usuales. En forma explícita las funciones de Green de una y de dos partículas serán:

$$G_1(k_1 t_1, k_2 t_2) = \text{Tr} \{ D T [a_{k_1}(t_1) a_{k_2}^\dagger(t_2)] \} / \text{Tr} \{ D \}, \quad (C.1)$$

$$\begin{aligned} G_2(k_1 t_1, k_2 t_2, k_3 t_3, k_4 t_4) &= \\ &= \text{Tr} \{ D T [a_{k_1}^\dagger(t_1) a_{k_2}(t_2) a_{k_3}^\dagger(t_3) a_{k_4}(t_4)] \} / \text{Tr} \{ D \}, \end{aligned}$$

donde D es la matriz densidad del sistema y $T [\dots]$ es el producto temporal de los operadores entre corchetes. Para construir la serie perturbativa, empleamos la similitud formal entre la ecuación de Bloch, satisfecha por D ,

$$\frac{\partial D}{\partial \beta} = - H D, \quad (C.2)$$

con la ecuación de Schrödinger para la función de onda; por el reemplazo $\beta \rightarrow it/\hbar$ pasamos de una ecuación a la otra. Las funciones de Green para tiempos imaginarios toman la forma

$$G_1(k_1, k_2; u_1, u_2) = \text{Tr} \{ D T' [a_{k_1}(u_1) \bar{a}_{k_2}(u_2)] \} / \text{Tr} \{ D \} , \quad (C.3)$$

$$\begin{aligned} G_2(k_1, k_2; k_3, k_4; u_1, u_2) &= \\ &= \text{Tr} \{ D T' [\bar{a}_{k_1}(u_1) a_{k_2}(u_2) \bar{a}_{k_3}(u_3) a_{k_4}(u_4)] \} / \text{Tr} \{ D \} , \end{aligned}$$

donde \bar{a} y a son ahora los operadores de creación y aniquilación en la representación de Heisenberg para tiempo imaginario $u=it/\hbar$,

$$\bar{a}_k(u) = \exp [(H - \mu N) u] a_k^\dagger \exp [- (H - \mu N) u] , \quad (C.4)$$

$$a_k(u) = \exp [(H - \mu N) u] a_k \exp [- (H - \mu N) u] ,$$

y T' ordena los operadores de acuerdo a valores decrecientes de u .
Extendiendo la definición a temperatura cero escribimos la función de Green de dos partículas conexas,

$$G(k_1, k_2; k_3, k_4; u_1, u_2) = \text{Tr} \{ D T' [\tilde{r}(k_1, k_2; u_1) \tilde{r}(k_3, k_4; u_2)] \} / \text{Tr} \{ D \} , \quad (C.5)$$

con

$$\tilde{r}(k, j; u) = \langle T' [\bar{a}_k(u) a_j(u)] \rangle - \langle \bar{a}_k(u) a_j(u) \rangle . \quad (C.6)$$

En términos de las funciones de Green definidas por la ecuación (C.3):

$$\begin{aligned} G(k_1, k_2; k_3, k_4; u, u') &= G_2(k_1, k_2; k_3, k_4; u, u') - \\ &G_1(k_1, k_2; 0^-) G_1(k_3, k_4; 0^-) , \end{aligned} \quad (C.7)$$

donde las funciones de Green de una partícula han sido evaluadas en $u_1 = u_2 + 0^+$ y $u_3 = u_4 + 0^+$. Al igual que a $T = 0$ la serie perturbativa puede ser sumada obteniéndose la ecuación integral ⁵²⁾:

$$\begin{aligned}
 G(k_2, k_1; k_3, k_4; u, u') &= -G_1(k_2, k_3; u - u') G_1(k_1, k_4; u' - u) + \\
 &\sum_{k_5, k_6} \int_0^\beta \int_0^\beta G_1(k_2, k_3; u - u') G_1(k_1, k_4; u' - u) \times \\
 &\times \Gamma(k_1, k_2; k_5, k_6; u' - u'') G(k_5, k_6; k_3, k_4; u'', u'), \quad (C.8)
 \end{aligned}$$

donde $\Gamma(k_1, k_2; k_5, k_6; u' - u'')$ es la suma de los diagramas de Goldstone con una línea entrante y otra saliente en u' y u'' y que no pueden ser descompuestos por la ruptura de dos líneas fermiónicas. Introduciendo la transformada de Fourier

$$G(k_1, k_2; k_3, k_4; u) = \sum_{\nu} G(k_1, k_2; k_3, k_4; \omega_{\nu}) \exp(-i\omega_{\nu} u), \quad \omega_{\nu} = 2\pi\nu/\beta, \quad (C.9)$$

$$G(k_1, k_2; k_3, k_4; \omega_{\nu}) = \int_0^\beta G(k_1, k_2; k_3, k_4; u) \exp(i\omega_{\nu} u) du,$$

reescribimos la ecuación (C.8)

$$\begin{aligned}
 G(k_1, k_2; k_3, k_4; \omega_{\nu}) &= F(k_1, k_2, \omega_{\nu}) [\delta(k_1, k_3) \delta(k_2, k_4) - \\
 &\sum_{k_5, k_6} \Gamma(k_1, k_2; k_5, k_6; \omega_{\nu}) G(k_5, k_6; k_3, k_4; \omega_{\nu})],
 \end{aligned}$$

(C.10)

con $F(k_1 k_2; k_3 k_4, \omega_\nu)$ definido por

$$F(k_1 k_2; k_3 k_4, \omega_\nu) = \int_0^\beta G_1(k_2, k_3; u) G_1(k_1, k_4; -u) \exp(i\omega_\nu u) .$$

(C.11)

En la aproximación RPA, Γ es independiente de ω y se reduce a

$$\Gamma(k_1, k_2; k_3, k_4; \omega_\nu) = \langle k_2 k_4 | V | k_1 k_3 \rangle , \quad (C.12)$$

siendo V la interacción residual antisimetrizada. En la misma aproximación evaluamos la función $F(k_1 k_2; k_3 k_4, \omega_\nu)$ usando las funciones de Green de una partícula de Hartree-Fock,

$$F(k_1 k_2; k_3 k_4, \omega_\nu) = \delta(k_1 k_3) \delta(k_2 k_4) \frac{(1-n_1) n_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2 + i\omega_\nu} - \frac{(1-n_2) n_1}{\epsilon_2 - \epsilon_1 - i\omega_\nu} .$$

(C.13)

Comparando las representaciones de Lehmann de las funciones de Green de tiempo real y de tiempo imaginario es posible realizar la continuación analítica de las funciones G y F para cualquier ω en el plano complejo $i\omega \rightarrow z$ ⁵²⁾. Los polos de la función G determinarán las energías de excitación del sistema. Para obtenerlos invertimos la ecuación (C.10)

$$[G(k_1 k_2; k_3 k_4; z)]^{-1} = [F(k_1 k_2; k_3 k_4; z)]^{-1} + \langle k_1 k_4 | V | k_3 k_2 \rangle .$$

(G.14)

Nuestro problema ahora se reduce a la búsqueda de ceros de la última expresión matricial mediante la diagonalización apropiada,

$$\sum_{k_3 k_4} [G(k_1 k_2; k_3 k_4; z)]^{-1} C(k_3 k_4) =$$

(G.15)

$$\sum_{k_3 k_4} \{ [F(k_1 k_2; k_3 k_4; z)]^{-1} + \langle k_1 k_4 | V | k_3 k_2 \rangle \} C(k_3 k_4) = \lambda C(k_1 k_2)$$

con $\lambda = 0$. Si $k_4 > k_3$

$$F(k_1 k_2; k_3 k_4; z) = \delta(k_1 k_3) \delta(k_3 k_4) \frac{n_1 - n_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + z} ,$$

(G.16)

y la expresión (G.15) toma la forma

$$(\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + z) C^{\rightarrow}(k_1 k_2) + \sum_{k_3 k_4} \{ (n_1 - n_2) \langle k_1 k_4 | V | k_3 k_2 \rangle \} C^{\rightarrow}(k_3 k_4) + (n_1 - n_2) \langle k_1 k_3 | V | k_4 k_2 \rangle \} C^{\leftarrow}(k_4 k_3) \} ,$$

(G.17)

con $C^{\rightarrow}(k_j)$ y $C^{\leftarrow}(k_j)$ denotamos los elementos de la matriz columna C que satisfacen las restricciones $k > j$ y $k < j$ respectivamente. Tomando $k_3 > k_4$

$$F(k_1 k_2; k_3 k_4; z) = \delta(k_1 k_3) \delta(k_2 k_4) \frac{n_2 - n_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1 + z}, \quad (C.18)$$

Intercambiando índices la ecuación (C.15) se escribe

$$(\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - z) G^<(k_1 k_2)> + \sum_{k_3 k_4} \{ (n_1 - n_2) \langle k_2 k_4 | V | k_3 k_1 \rangle \} G^>(k_3 k_4) + (n_1 - n_2) \langle k_2 k_3 | V | k_4 k_1 \rangle \} G^<(k_4 k_3)> \}. \quad (C.19)$$

Las ecuaciones (C.17) y (C.19) son las ecuaciones FTRPA demostrando que los polos de la función correlación de densidades coinciden con las energías FTRPA en la aproximación usada. Los autoestados FTRPA pueden escribirse como matrices columna:

$$\begin{pmatrix} X_\lambda \\ Y_\lambda \end{pmatrix}, \quad (C.20)$$

y forman un conjunto completo; expandiendo la función G en esa base obtenemos:

$$G(k_1 k_2; k_3 k_4; z) = \sum_{\lambda} \frac{n_1 - n_2}{\omega_\lambda - z} \begin{pmatrix} X_\lambda \\ Y_\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_\lambda^\dagger & Y_\lambda^\dagger \end{pmatrix}, \quad (C.21)$$

que coincide con la ecuación (2.22), que fue obtenida a partir de la teoría Hartree-Fock dependiente del tiempo a temperatura finita. Finalmente la función de respuesta lineal $R_F(\omega)$ será:

$$R_F(\omega) = \sum_{\substack{k_1 k_2 \\ k_3 k_4}} f_{k_1 k_2}^* G(k_1 k_2; k_3 k_4; \omega) f_{k_3 k_4} \quad (C.22)$$

Apéndice D. Formalismo FTBCS. Interacción de apareamiento

En este apéndice presentaremos la descripción de la interacción de apareamiento a temperatura finita en términos de cuasipartículas mediante el formalismo debido a Badeen-Cooper-Schrieffer ⁸⁵⁾ a temperatura finita (FTBCS).

Consideremos un sistema nuclear esférico gobernado por el siguiente Hamiltoniano:

$$H = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\alpha} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} c_{\gamma}, \quad (D.1)$$

donde los subíndices $\alpha, \beta, \delta, \gamma$ denotan el estado del modelo de capas caracterizado por los números cuánticos N, l, j, m . Dada la simetría esférica la interacción separa los diferentes canales rotulados por el momento angular JM ; los elementos de matriz de la interacción toman la forma

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta} = -\frac{1}{2} \sum_{JM} G(abcd, J) \langle j_{\alpha} m_{\alpha} j_{\beta} m_{\beta} | JM \rangle \langle j_{\gamma} m_{\gamma} j_{\delta} m_{\delta} | JM \rangle, \quad (D.2)$$

$G(abcd, J)$ es el elemento de matriz reducido de la interacción en el canal partícula-partícula. Es posible acoplar también α con γ o δ y β con δ o γ introduciendo los elementos de matriz de partícula-agujero $F(abcd, J)$:

$$v_{\alpha\beta\gamma\delta} = -\frac{1}{2} \sum_{JM} F(acdb, J') \times \\ \times (-1)^{j_\gamma - m_\gamma} \langle j_\alpha m_\alpha j_\gamma - m_\gamma | J'M' \rangle (-1)^{j_\beta - m_\beta} \langle j_\delta m_\delta j_\beta - m_\beta | J''M'' \rangle ,$$

(D.3)

$$v_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{1}{2} \sum_{JM} F(adcb, J'') \times \\ \times (-1)^{j_\delta - m_\delta} \langle j_\alpha m_\alpha j_\delta - m_\delta | J''M'' \rangle (-1)^{j_\beta - m_\beta} \langle j_\gamma m_\gamma j_\beta - m_\beta | J''M'' \rangle .$$

La interacción de apareamiento constituye la parte mas importante de la interacción residual en sistemas de capa abierta. Trataremos estas correlaciones introduciendo grados de libertad efectivos, cuasipartículas, que representan excitaciones elementales del sistema. Realizamos la transformación canónica que nos lleva a la base de cuasipartículas ⁸⁰,

$$\begin{bmatrix} c_\alpha^\dagger \\ c_\alpha^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_\alpha & V_\alpha \\ -V_\alpha & U_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_\alpha^\dagger \\ a_\alpha^- \end{bmatrix} ,$$

(D.4)

$c_\alpha^- = (-1)^{j_\alpha - m_\alpha} c_{-\alpha}$ es el operador reverso temporal de c_α con la convención; $-\alpha$ indica el estado de números cuánticos $N, l, j, -m$. La transformación (D.4) no conserva el número de partículas, por lo que se introduce un multiplicador de Lagrange, de este modo el Hamiltoniano será:

$$H' = H + \lambda N ,$$

(D.5)

λ quedará determinado por la condición de que el valor de expectación del operador número sea igual a N , el número de partículas del sistema,

$$\langle N \rangle = \sum_{\alpha} [U_{\alpha}^2 f_{\alpha} + V_{\alpha}^2 (1-f_{\alpha})] . \quad (D.6)$$

Reexpresemos el Hamiltoniano mediante la aplicación del teorema de Wick a $T \neq 0$

$$H = H_{00} + H_{11} + H_{20} + H_{res} , \quad (D.7)$$

con

$$\begin{aligned} H_{00} &= \sum_{\alpha} [U_{\alpha}^2 f_{\alpha} + V_{\alpha}^2 (1-f_{\alpha})] (\eta_{\alpha} + \mu_{\alpha}/2) - \\ &\quad U_{\alpha} V_{\alpha} (1-2f_{\alpha}) \Delta_{\alpha} / 2 , \\ H_{11} &= \sum_{\alpha} [\eta_{\alpha} (U_{\alpha}^2 - V_{\alpha}^2) + 2 U_{\alpha} V_{\alpha} \Delta_{\alpha}] a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} , \\ H_{20} &= \sum_{\alpha} [\eta_{\alpha} U_{\alpha} V_{\alpha} - (U_{\alpha}^2 - V_{\alpha}^2) \Delta_{\alpha} / 2] (a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha}^{\dagger} + a_{\alpha}^{-} a_{\alpha}^{-}) , \\ H_{res} &= \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta} :c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} c_{\gamma} : , \end{aligned} \quad (D.8)$$

donde $\eta_{\alpha} = \varepsilon_{\alpha} - \lambda - \mu_{\alpha}$; el "gap" de energía Δ y la corrección de autoenergía μ vienen dadas por

$$\Delta_{\alpha} = (2j_{\alpha}+1)^{-1/2} \sum_c (2j_c+1)^{1/2} U_{\gamma} V_{\gamma} (1-2f_{\gamma}) G(aacc,0) , \quad (D.9)$$

$$\mu_{\alpha} = 2(2j_{\alpha}+1)^{-1/2} \sum_c^J (2J+1) [U_{\gamma}^2 f_{\gamma} + V_{\gamma}^2 (1-f_{\gamma})] F(aacc,0) .$$

El procedimiento para determinar U_{α} y V_{α} , los números de ocupación FTBCS es el mismo que el del procedimiento a $T=0$ ⁵⁶⁾: exigimos que H_{22} se anule, y obtenemos el siguiente sistema:

$$\eta_{\alpha} (U_{\alpha}^2 - V_{\alpha}^2) + 2 U_{\alpha} V_{\alpha} \Delta_{\alpha} = E_{\alpha} \quad (D.10)$$

$$\eta_{\alpha} U_{\alpha} V_{\alpha} - (U_{\alpha}^2 - V_{\alpha}^2) \Delta_{\alpha} / 2 = 0$$

cuya solución es

$$U_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} (1 + \eta_{\alpha} / E_{\alpha}) , \quad (D.11)$$

$$V_{\alpha}^2 = \frac{1}{2} (1 - \eta_{\alpha} / E_{\alpha}) ,$$

y la energía de cuasipartícula E_{α} está dada por

$$E_{\alpha} = (\eta_{\alpha}^2 + \Delta_{\alpha}^2)^{1/2} . \quad (D.12)$$

Todas las magnitudes definidas por las ecuaciones (D.9), (D.10) y (D.11) son funciones de la temperatura; en particular las expresiones para los diferentes "gaps" presentan el factor de

bloqueo térmico $(1-2f_\alpha)$ que es responsable del decrecimiento de los "gaps" al aumentar la temperatura.

En el capítulo II se presenta la función de respuesta lineal para un sistema de fase superconductor ^{116}Sn . La interacción utilizada en ese caso es la de apareamiento monopolar. Tal interacción tiene elementos de matriz

$$G(\text{abcd}, J) = \delta_{ac} \delta_{bd} \delta_{J0} [(2j_a+1)(2j_b+1)/4]^{1/2} G, \quad (\text{D.13})$$

y G es la constante de acoplamiento. Los elementos $F(\text{abcd}, J)$ se desprecian ya que son de orden $\theta(2j+1)^{-1}$ respecto a los elementos $G(\text{abcd}, J)$. Para esta interacción el Hamiltoniano tiene la forma

$$H = H_{00} + H_{11} + H_{20} + H_{22} + H_{40} + H_{31} + H_{qp-qp}, \quad (\text{D.14})$$

con

$$H_{00} = \sum_{jm} (\varepsilon_j \lambda) 2\Omega_j \left[U_j^2 f_j + V_j^2 (1 - f_j) \right] - \Delta(T)^2/G,$$

$$H_{11} = \sum_{jm} \left\{ (\varepsilon_j \lambda) \left[U_j^2 - V_j^2 \right] + 2 \Delta(T) U_j V_j \right\} n_j,$$

$$H_{20} = \sum_{jm} \left\{ \Delta(T) \left[U_j^2 - V_j^2 \right] + 2 (\varepsilon_j \lambda) U_j V_j \right\} (P_j^\dagger + P_j),$$

$$H_{22} = - (G/2) \sum_{jj'} \left[U_j^2 U_{j'}^2 + V_j^2 V_{j'}^2 \right] (P_j^\dagger P_{j'} + P_{j'}^\dagger P_j),$$

$$H_{40} = (G/2) \sum_{jj'} \left[U_j^2 V_{j'}^2 + U_{j'}^2 V_j^2 \right] (P_j^\dagger P_{j'}^\dagger + P_{j'} P_j) ,$$

$$H_{31} = G \sum_{jj'} \left[U_{j'}^2 - V_{j'}^2 \right] U_j V_j (n_j P_{j'} + P_{j'}^\dagger n_{j'}) ,$$

$$H_{qp-qp} = G \sum_{jj'} \left[U_j V_{j'} + U_{j'} V_j \right] n_j n_{j'} ,$$

en tanto que la energía de cuasipartícula E_j y los números de ocupación U_j y V_j están dados por

$$\begin{aligned} E_j &= [(\epsilon_j - \lambda)^2 + \Delta(T)^2]^{1/2} , \\ U_j^2 &= \frac{1}{2} [1 + (\epsilon_j - \lambda)/E_j] , \\ V_j^2 &= \frac{1}{2} [1 - (\epsilon_j - \lambda)/E_j] , \end{aligned} \tag{D.16}$$

y los "gaps" tendrán todos el mismo valor

$$\Delta(T) = G \sum_j \Omega_j U_j V_j (1 - 2f_j) . \tag{D.17}$$

Apéndice E. Formalismo FTHORPA

En esta sección presentaremos el formalismo FTRPA de segundo orden (FTHORPA). Este formalismo incluye el acoplamiento de configuraciones de partícula-agujero con configuraciones de dos partículas-dos agujeros y de éstas entre sí. Para ello escribimos el Hamiltoniano del sistema H como

$$H = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} v_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma}, \quad (E.1)$$

Los estados excitados serán sumas de excitaciones de una partícula- un agujero y de dos partículas-dos agujeros. Así los operadores C^{\dagger} definidos en el Apéndice A se identifican con los operadores de creación de estados de partícula-agujero y de dos partículas-dos agujeros; los operadores C aniquilarán esos estados. El operador de creación del estado excitado Γ^{\dagger} , definido por ecuación (A.6) tomará la forma

$$\begin{aligned} \Gamma^{\dagger}(\omega_n) = & \sum_{m>i} (X(mi) a_m^{\dagger} a_i - Y(mi) a_i^{\dagger} a_m) + \\ & + \sum_{p>q, k>l} (X(pqkl) a_p^{\dagger} a_q^{\dagger} a_l a_k - Y(pqkl) a_k^{\dagger} a_l^{\dagger} a_q a_p) , \end{aligned} \quad (E.2)$$

y satisface la ecuación de movimiento dada por ecuación (A.5). La segunda sumatoria está restringida a $p>q, k>l, p>k$ para evitar contar una misma configuración mas de una vez. Repitiendo el procedimiento detallado en el Apéndice A llegamos a la ecuación

matricial de la FTHORPA,

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -B^* & -A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = h\omega \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}, \quad (E.3)$$

estas ecuaciones tienen la misma forma que las correspondientes a la FTRPA ecuación (A.7); A y B se diferencian de las anteriores en que contienen bloques correspondientes a los subespacios $(p-h, 2p-2h)$ y $(2p-2h, 2p-2h)$. En forma explícita,

$$A = \begin{pmatrix} A_{mi,pk} & A_{mi,pqkl} \\ A_{mni,j,pk} & A_{mni,j,pqkl} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} B_{mi,pk} & B_{mi,pqkl} \\ B_{mni,j,pk} & B_{mni,j,pqkl} \end{pmatrix},$$

(E.4)

$$S = \begin{pmatrix} S_{mi,pk} & 0 \\ 0 & S_{mni,j,pqkl} \end{pmatrix},$$

$$X = \begin{pmatrix} X_{mi,pk} \\ X_{mni,j,pqk} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} Y_{mi,pk} \\ Y_{mni,j,pqk} \end{pmatrix}.$$

Mediante el teorema de Wick a temperatura finita podemos evaluar los elementos de matriz, aproximando la matriz densidad $D = e^{-\beta(H-\mu N)}$ por la correspondiente al sistema no perturbado, obteniendo

$$\begin{aligned}
A_{mi,pk} &= \langle [a_i^\dagger a_m, [H, a_p^\dagger a_k]] \rangle = \\
&= \delta(m,p) \delta(i,k) (n_k - n_p) (\varepsilon_p - \varepsilon_k) + (n_i - n_m)(n_k - n_p) V_{km,pi},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{mi,pk} &= - \langle [a_i^\dagger a_m, [H, a_k^\dagger a_p]] \rangle = \\
&= (n_i - n_m)(n_k - n_p) V_{pm,ki},
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{mi,pqlk} &= \langle [a_i^\dagger a_m, [H, a_p^\dagger a_q^\dagger a_l a_k]] \rangle = \\
&= (n_i - n_m) (\delta(m,q) F(l,k,p) V_{kl,pi} U(q,p) + \\
&\quad - \delta(i,k) F(q,p,l) V_{ml,pq} U(k,l)),
\end{aligned}$$

(E.5)

$$\begin{aligned}
B_{mi,pqlk} &= - \langle [a_i^\dagger a_m, [H, a_k^\dagger a_l^\dagger a_q a_p]] \rangle = \\
&= (n_i - n_m) (\delta(i,q) F(l,k,p) V_{mp,kl} U(q,p) + \\
&\quad - \delta(m,l) F(q,p,k) V_{pq,ik} U(k,l)),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{mni,j,pk} &= \langle [a_j^\dagger a_i^\dagger a_n a_m, [H, a_p^\dagger a_k]] \rangle = \\
&= G(m,n,i,j) (\delta(k,i) V_{mn,pj} U(j,i) - \delta(m,p) V_{nk,ji} U(m,n)),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{mni,j,pk} &= - \langle [a_j^\dagger a_i^\dagger a_n a_m, [H, a_k^\dagger a_p]] \rangle = \\
&= G(m,n,i,j) (\delta(p,i) V_{mn,kj} U(j,i) - \delta(m,k) V_{np,ji} U(m,n)),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{mni,j,pqlk} &= \langle [a_j^\dagger a_i^\dagger a_n a_m , [H, a_p^\dagger a_q^\dagger a_l a_k]] \rangle = \\
&= G(m,n,i,j) (\delta(m,p) \delta(n,q) \delta(i,l) \delta(j,k) (\varepsilon_p + \varepsilon_q - \varepsilon_l - \varepsilon_k) + \\
&+ (n_k - n_p) \delta(m,q) \delta(j,l) V_{kn,pi} U(m,n) U(j,i) U(k,l) U(q,p) + \\
&+ (\bar{n}_q - n_p) \delta(i,l) \delta(j,k) V_{mn,pq} - (\bar{n}_l - n_k) \delta(m,p) \delta(n,q) V_{lk,ij}) ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_{mni,j,pqlk} &= - \langle [a_j^\dagger a_i^\dagger a_n a_m , [H, a_k^\dagger a_l^\dagger a_q a_p]] \rangle = \\
&= G(m,n,i,j) ((\bar{n}_l - n_k) \delta(i,q) \delta(j,p) V_{mn,kl} + \\
&\quad - (\bar{n}_q - n_p) \delta(m,k) \delta(n,l) V_{qp,ij} + \\
&+ (n_k - n_p) \delta(m,l) \delta(j,q) V_{pn,ik} U(m,n) U(j,i) U(k,l) U(q,p)) ,
\end{aligned}$$

$$S_{mi,pk} = \langle [a_i^\dagger a_m , a_p^\dagger a_k] \rangle = \delta(m,p) \delta(i,k) (n_k - n_p) ,$$

$$\begin{aligned}
S_{mni,j,pqlk} &= \langle [a_j^\dagger a_i^\dagger a_n a_m , a_p^\dagger a_q^\dagger a_l a_k] \rangle = \\
&= \delta(m,p) \delta(n,q) \delta(i,l) \delta(j,k) G(m,n,i,j) ,
\end{aligned}$$

donde $U(i,j)$ es el antisimetrizador de los índices i y j , por ejemplo,

$$\delta(k,j) V_{mn,pi} U(j,i) = \delta(k,j) V_{mn,pi} - \delta(k,i) V_{mn,pj} ,$$

(E.6)

los símbolos $F(a,b,c)$ y $G(a,b,c,d)$ se definen como

$$F(a,b,c) = \bar{n}_a \bar{n}_b n_c + n_a n_b \bar{n}_c ,$$

(E.7)

$$G(a,b,c,d) = \bar{n}_a \bar{n}_b n_c n_d - n_a n_b \bar{n}_c \bar{n}_d ,$$

donde n es el número de ocupación de partícula independiente, que proviene de las contracciones prescriptas por el teorema de Wick y $\bar{n} = 1 - n$. En el límite $T=0$ los productos normales se definen de modo que su valor de expectación en el estado fundamental de Hartree-Fock se anule, de modo que n toma los valores $n=1$ para estados por debajo del nivel de Fermi y $n=0$ para los estados por encima de él. Además la ahora bien definida superficie de Fermi inhibirá las transiciones de partícula-partícula o de agujero-agujero. La principal diferencia con el caso $T \neq 0$ estará dada por la anulación de las matrices B en los subespacios $ph-2p2h$ y $2p2h-2p2h$ ⁸⁷⁾, esto es

$$B_{mni,j,pk} = 0 ,$$

(E.8)

$$B_{mni,j,pqlk} = 0 .$$

Notemos que las matrices A y B a temperatura finita no presentan las simetrías usuales de las matrices RPA,

$$A = A^\dagger \quad (A \text{ es hermitica}) ,$$

(E.9)

$$B = B^t \quad (B \text{ es simetrica}) ,$$

cuando se evalúan utilizando una matriz estadística aproximada. Mediante la identidad de Jacobi

$$[A, [B, C]] + [C, [A, B]] + [B, [C, A]] = 0 , \quad (E.10)$$

podemos escribir

$$\begin{aligned} A_{mi,pqlk} &= \text{Tr} \{ D [a_i^\dagger a_m, [H, a_p^\dagger a_q^\dagger a_l a_k]] \} = \\ &= \text{Tr} \{ D [a_p^\dagger a_q^\dagger a_l a_k, [H, a_i^\dagger a_m]] \} + \\ &+ \text{Tr} \{ D [H, [a_i^\dagger a_m, a_p^\dagger a_q^\dagger a_l a_k]] \} , \end{aligned} \quad (E.11)$$

el primer término del segundo miembro de la ecuación precedente es igual a $A_{pqlk,mi}^*$, en tanto que el segundo puede escribirse, usando la propiedad de la traza de ser invariante bajo permutaciones, como

$$\text{Tr} \{ [D, H] [a_i^\dagger a_m, a_p^\dagger a_q^\dagger a_l a_k] \} . \quad (E.12)$$

Dado que el Hamiltoniano conmuta con la matriz estadística del sistema, la última expresión se anula y la matriz A es hermitica. Sin embargo cuando utilizamos una matriz estadística aproximada, D y H ya no conmutarán, de modo que A ya no será hermitica. El mismo razonamiento se aplica también a las matrices B. En este caso es necesario adoptar un procedimiento para simetrizar las matrices A y B; generalizamos la ecuación (A.5) del siguiente modo ³⁹⁾:

$$\langle 0 | [R, H', \Gamma_\nu^\dagger] | 0 \rangle = (E_\nu - E_0) \langle 0 | [R, \Gamma_\nu^\dagger] | 0 \rangle , \quad (E.13)$$

donde el doble conmutador se define por

$$2 [R, H', \Gamma_{\nu}^{\dagger}] = [R, [H', \Gamma_{\nu}^{\dagger}]] + [[R, H'], \Gamma_{\nu}^{\dagger}] , \quad (E.15)$$

que nos lleva a un sistema de ecuaciones similar al definido por las ecuaciones (E.3)-(E.5), con el reemplazo de A y B por

$$\mathcal{A} = \frac{1}{2} (A + A^{\dagger}) , \quad (E.16)$$

$$\mathcal{B} = \frac{1}{2} (B + B^{\dagger}) ,$$

que respetan las simetrías dadas por la ecuación (E.8). Las ecuaciones así obtenidas satisfacen las mismas propiedades formales satisfechas por la FTRPA. En particular las soluciones de la FTHORPA forman un conjunto completo . Un operador F se escribirá

$$F = \sum_{\nu > 0} \langle 0 | [\Gamma_{\nu}, F] | 0 \rangle \Gamma_{\nu}^{\dagger} - \langle 0 | [\Gamma_{\nu}^{\dagger}, F] | 0 \rangle \Gamma_{\nu} . \quad (E.17)$$

Si F es un operador de un cuerpo,

$$F = \sum_{\substack{\nu > 0 \\ m > i}} \langle m | F | i \rangle (n_i - n_m) [X_{\nu}^{*}(mi) \Gamma_{\nu}^{\dagger} + Y_{\nu}(mi) \Gamma_{\nu}] . \quad (E.18)$$

Evaluando la EWSR, usando la ecuación de movimiento y la

condición de normalización,

$$\text{Tr} \{ D [\Gamma(\omega_n), \Gamma^\dagger(\omega_{n'})] \} = \delta(n, n') , \quad (\text{E.19})$$

obtenemos

$$\sum_{\nu} \langle E_{\nu} - E_0 \rangle | \langle \nu | \hat{F} | 0 \rangle |^2 = \frac{1}{2} \langle 0 | [\hat{F}, [\hat{F}, H]] | 0 \rangle_T , \quad (\text{E.20})$$

donde el valor de expectación se toma a temperatura finita. Vemos que la FTHORPA preserva la regla de suma. Mas aún, usando la expresión (E.18) se demuestra que ⁸⁸⁾

$$\text{EWSR}(F)_{\text{FTRPA}} = \text{EWSR}(F)_{\text{FTHORPA}} . \quad (\text{E.21})$$

Apéndice F. Formalismo de la dinámica de campos.

Teorema de Wick a temperatura finita.

La determinación de los valores de expectación para un operador A a temperatura finita,

$$\langle A \rangle = Z^{-1} \text{Tr} \{ \exp (- H/T) \} , \quad (\text{F.1})$$

puede calcularse introduciendo un espacio de Fock dependiente de la temperatura, de modo que (F.1) es igual al valor de expectación de A en el vacío $| 0(T) \rangle$, dependiente también de la temperatura

$$\langle A \rangle = \langle 0(T) | A | 0(T) \rangle . \quad (\text{F.2})$$

Consideremos los operadores de creación y de aniquilación a^\dagger y a que actúan en el espacio de Fock, a $T=0$, con vacío $| 0(0) \rangle$ que satisfacen

$$a | 0(0) \rangle = 0 . \quad (\text{F.3})$$

Si H_0 es el Hamiltoniano de partícula independiente y N el operador número, tenemos ($H'_0 = H_0 - N$)

$$\text{Tr} \{ \exp (-H'_0/T) a_j^\dagger a_i \} / \text{Tr} \{ \exp (-H'_0/T) \} = n_j \delta(i,j) , \quad (\text{F.4})$$

$$\text{Tr} \{ \exp (-H'_0/T) a_j a_i^\dagger \} / \text{Tr} \{ \exp (-H'_0/T) \} = (1 - n_j) \delta(i,j) ,$$

donde $n_k = [\exp (\epsilon_k - \mu / T) + 1]^{-1}$ son los números de ocupación de Fermi.

Al actuar en el espacio de Fock a temperatura finita los operadores a no actúan como operadores de aniquilación. A $T \neq 0$ será:

$$\langle 0(T) | a_j^\dagger a_i | 0(T) \rangle = n_j \delta(i,j) , \quad (F.5)$$

$$\langle 0(T) | a_j a_i^\dagger | 0(T) \rangle = (1 - n_j) \delta(i,j) .$$

Estas últimas ecuaciones se verifican si introducimos los operadores α y β con las siguientes propiedades,

$$\alpha | 0 \rangle = \beta | 0 \rangle = 0 , \quad (F.6)$$

$$\{ \alpha, \beta \} = \{ \alpha, \beta^\dagger \} = 0 ,$$

en tanto que los operadores α y β satisfacen las reglas usuales de anticonmutación para fermiones y que están relacionadas con los operadores a mediante la transformación

$$a_\gamma^\dagger = (1 - g_\gamma^2)^{1/2} \alpha_\gamma^\dagger + g_\gamma \beta_\gamma , \quad (F.7)$$

con $g = n^{1/2}$. Esta transformación no es unitaria. Para preservar el producto interno es necesario introducir operadores que actúan en un espacio adicional denotado por los tildes. Las reglas para estos operadores son ^{76, 77}:

$$\overline{A B} = \overline{A} \overline{B} ,$$

$$\overline{(c A + B)} = c^* \overline{A} + \overline{B} ,$$

(F.8)

$$\overline{A^\dagger} = \overline{A}^\dagger ,$$

$$\overline{\overline{A}} = \pm A ,$$

donde A,B son operadores y c es un número complejo. El signo + es válido si A es un operador bosónico y - si es fermiónico. La transformación (F.7) se modifica,

$$a_\gamma^\dagger = (1-\epsilon_\gamma^2)^{1/2} \alpha_\gamma^\dagger + \epsilon_\gamma \beta_\gamma ,$$

(F.9)

$$a_\gamma^- = (1-\epsilon_\gamma^2)^{1/2} \alpha_\gamma^- - \epsilon_\gamma \beta_\gamma^\dagger ,$$

y ahora es unitaria. La ecuación de movimiento, incluyendo el espacio tilde es

$$i \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle ,$$

(F.10)

con $H = H - \overline{H}$. Los estados excitados se obtendrán por la diagonalización de H.

Consideremos ahora la transformación de la interacción residual (4.5). Introduciendo el espacio tilde tendremos:

$$V_{res} = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \{ v_{\alpha\beta\delta\gamma} :a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma a_\delta: - v_{\alpha\beta\delta\gamma}^* :a_\alpha^\dagger a_\beta^\dagger a_\gamma^- a_\delta^-: \} .$$

(F.11)

Los operadores de creación de pares y de dispersión de cuasipartículas, ecuación (4.6), se escriben como

$$\begin{aligned}
 A^\dagger(ab, JM) = & [(1-g_\alpha^2)(1-g_\beta^2)]^{1/2} B^\dagger(ab, JM) + \\
 & + (1-g_\alpha^2)^{1/2} g_\beta P^\dagger(\hat{a}b, JM) + \\
 & + g_\alpha (1-g_\beta^2)^{1/2} P^\dagger(\hat{a}b, \overline{JM}) - g_\alpha g_\beta B(\hat{a}\hat{b}, \overline{JM}) ,
 \end{aligned}
 \tag{F.12}$$

$$\begin{aligned}
 N^\dagger(ab, JM) = & [(1-g_\alpha^2)(1-g_\beta^2)]^{1/2} P^\dagger(ab, JM) + \\
 & - (1-g_\alpha^2)^{1/2} g_\beta B^\dagger(\hat{a}b, JM) + \\
 & - g_\alpha (1-g_\beta^2)^{1/2} B(\hat{a}b, \overline{JM}) - g_\alpha g_\beta P(\hat{a}\hat{b}, \overline{JM}) .
 \end{aligned}$$

En estas expresiones $g = f^{1/2}$ siendo f los números de ocupación de cuasipartículas,

$$f_k = [\exp (E_k/T) + 1]^{-1} ,
 \tag{F.13}$$

donde E_k es la energía del estado k de cuasipartícula. Los nuevos operadores de pares de cuasipartículas $B^\dagger(ab, JM)$ y $P^\dagger(ab, JM)$ tienen expresiones similares a los operadores $A^\dagger(ab, JM)$ y $N^\dagger(ab, JM)$ reemplazando los operadores a^\dagger , a por los α^\dagger , α . El símbolo \hat{a} indica la sustitución de α_α por β_α^- . Así el término H_{22} , ecuación (4.8b) tiene la siguiente forma

$$\begin{aligned}
H_{22}^{JM} = & \sum_{\substack{a \geq b \\ c > d}} h_{22}(abcdJ) \times \\
& \times \{ [(1-\epsilon_a^2)(1-\epsilon_b^2)(1-\epsilon_c^2)(1-\epsilon_d^2)]^{1/2} :B^\dagger(abJM) B(cdJM): + \\
& + \epsilon_a \epsilon_b \epsilon_c \epsilon_d :B^\dagger(\widehat{abJM}) B(\widehat{cdJM}): + \\
& - [(1-\epsilon_a^2)(1-\epsilon_b^2)]^{1/2} \epsilon_c \epsilon_d [:B^\dagger(abJM) B^\dagger(\widehat{cdJM}): + \text{h.c.}] + \\
& + [[(1-\epsilon_a^2)(1-\epsilon_b^2)(1-\epsilon_d^2)]^{1/2} \epsilon_c :B^\dagger(abJM) P^\dagger(\widehat{cdJM}): + \text{h.c.}] \\
& - [\epsilon_a \epsilon_b \epsilon_d (1-\epsilon_c^2)]^{1/2} :B^\dagger(\widehat{abJM}) P^\dagger(\widehat{cdJM}): + \text{h.c.}] + \\
& + [[(1-\epsilon_a^2)(1-\epsilon_c^2)(1-\epsilon_d^2)]^{1/2} \epsilon_b :P^\dagger(\widehat{abJM}) B(cdJM): + \text{h.c.}] + \\
& - [[\epsilon_a \epsilon_c \epsilon_d (1-\epsilon_b^2)]^{1/2} :P^\dagger(\widehat{abJM}) B(\widehat{cdJM}): + \text{h.c.}] + \\
& - [[\epsilon_a [(1-\epsilon_b^2)(1-\epsilon_c^2)]^{1/2} \epsilon_d :P^\dagger(\widehat{abJM}) P(\widehat{cdJM}): + \text{h.c.}] + \\
& - [\epsilon_a \epsilon_c [(1-\epsilon_b^2)(1-\epsilon_d^2)]^{1/2} + \epsilon_b \epsilon_d [(1-\epsilon_a^2)(1-\epsilon_c^2)]^{1/2}] \times \\
& \times :P^\dagger(\widehat{abJM}) P(\widehat{cdJM}): ,
\end{aligned}$$

(F.14)

De igual modo pueden expresarse el resto de los términos del Hamiltoniano.

Utilicemos ahora el formalismo para extender el teorema de Wick a temperatura finita ⁵²⁾. A T=0 el teorema de Wick permite escribir un producto temporal como suma de contracciones y productos normales. El producto normal se define de modo que su valor de expectación en vacío se anule. A temperatura finita aún tendremos la misma expresión, pero redefiniendo los productos normales para que tengan valor de expectación nulo en el vacío $|0(t)\rangle$,

$$\langle 0(T) | :AB...: | 0(T) \rangle = 0 .$$

(F.15)

Las expresiones de los productos normales se obtienen reemplazando los operadores a^\dagger, a mediante la transformación (F.9) y ordenando los operadores α y β de acuerdo con las reglas usuales a $T=0$. Por ejemplo,

$$\begin{aligned} :a_\gamma^\dagger a_\nu: &= (1-\epsilon_\gamma^2)^{1/2} (1-\epsilon_\nu^2)^{1/2} \alpha_\gamma^\dagger \alpha_\nu + (1-\epsilon_\gamma^2)^{1/2} \epsilon_\nu \alpha_\gamma^\dagger \beta_\nu^\dagger + \\ &+ \epsilon_\gamma (1-\epsilon_\nu^2)^{1/2} \beta_\gamma \alpha_\nu - \epsilon_\gamma \epsilon_\nu \beta_\nu^\dagger \beta_\gamma . \end{aligned}$$

(F.16)

La contracción se define como la diferencia entre el producto temporal y el normal,

$$C(a_\gamma^\dagger a_\nu) = T(a_\gamma^\dagger a_\nu) - :a_\gamma^\dagger a_\nu: =$$

(F.17)

$$= \begin{cases} \delta(\gamma, \nu) n_\nu \exp [(\epsilon_\nu - \mu) (t_\gamma - t_\nu)] & t_\gamma > t_\nu \\ -\delta(\gamma, \nu) (1 - n_\nu) \exp [(\epsilon_\nu - \mu) (t_\gamma - t_\nu)] & t_\gamma < t_\nu \end{cases}$$

Habiendo establecido la extensión del teorema de Wick a temperatura finita, lo aplicamos al cálculo de los conmutadores entre los operadores de cuasipartículas del capítulo IV. El resultado obtenido es

$$\begin{aligned}
[A(ab, JM), A^\dagger(cd, J'M')] = & \\
& \delta(J, J') \delta(M, M') \delta(a, c) \delta(b, d) (1-f_a-f_b) + \\
& + \delta(a, d)(2j_a+1) (2J'+1)^{1/2} \sum_{J''} (2J''+1)^{1/2} \langle J'M'J''M'' | JM \rangle \times \\
& \times W(JJ'; j_c j_b; J'' j_a) [N^\dagger(cb, \overline{J''M''}) - \theta(cbJ'') N(bc, J''M'')] + \\
& - \delta(b, c)(2j_b+1) (2J'+1)^{1/2} \theta(JJ'ad) \sum_{J''} (2J''+1)^{1/2} \times \\
& \times \langle J'M'J''M'' | JM \rangle W(JJ'; j_a j_a; J'' j_b) \times \\
& \times [N^\dagger(da, \overline{J''M''}) - \theta(adJ'') N(ad, J''M'')] + \\
& + \delta(a, c)(2j_a+1) (2J'+1)^{1/2} \theta(JJ'ad) \sum_{J''} (2J''+1)^{1/2} \times \\
& \times \langle J'M'J''M'' | JM \rangle W(JJ'; j_a j_b; J'' j_a) \times \\
& \times [N^\dagger(db, \overline{J''M''}) - \theta(bdJ'') N(bd, J''M'')] + \\
& + \delta(b, d)(2j_b+1) (2J'+1)^{1/2} \theta(JJ; ab) \sum_{J''} (2J''+1)^{1/2} \times \\
& \times \langle J'M'J''M'' | JM \rangle W(JJ'; j_c j_a; J'' j_b) \times \\
& \times [N^\dagger(ca, \overline{J''M''}) - \theta(acJ'') N(ac, J''M'')] ,
\end{aligned}$$

(F.18)

$$\begin{aligned}
[A(ab, JM), N^\dagger(cd, J'M')] = & \\
& + \delta(bc)(2j_b+1) (2J'+1)^{1/2} \theta(JJ'ad) \sum_{J''} (2J''+1)^{1/2} \times \\
& \times \langle J'M'J''M'' | JM \rangle W(JJ'; j_a j_a; J'' j_b) \times \\
& \times [A(da, J''M'') - \theta(adJ'') A(ad, J''M'')] + \\
& - \delta(ad)(2j_a+1) (2J'+1)^{1/2} \theta(JJ'ad) \sum_{J''} (2J''+1)^{1/2} \times \\
& \times \langle J'M'J''M'' | JM \rangle W(JJ'; j_a j_b; J'' j_a) \times \\
& \times [A(db, J''M'') - \theta(bdJ'') A(bd, J''M'')] ,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
[N(ab, JM), N^\dagger(cd, J'M')] = & \\
& \delta(J, J') \delta(M, M') \delta(a, c) \delta(b, d) (f_b - f_a) + \\
& + \delta(b, d) (2j_b + 1) (2J' + 1)^{1/2} \theta(JJ'bc) \sum_{J''} (2J'' + 1)^{1/2} \times \\
& \times \langle J'M'J''M'' | JM \rangle W(JJ'j_a j_c; J''j_b) \times \\
& \times [N(ac, J''M'') - \theta(acJ'') N^\dagger(ca, \overline{J''M''})] + \\
& - \delta(a, c) (2j_a + 1) (2J' + 1)^{1/2} \theta(JJ'ad) \sum_{J''} (2J'' + 1)^{1/2} \times \\
& \times \langle J'M'J''M'' | JM \rangle W(JJ'j_d j_b; J''j_a) \times \\
& \times [N(db, J''M'') - \theta(bdJ'') N^\dagger(bd, \overline{J''M''})] .
\end{aligned}$$

REFERENCIAS

1. J. E. Finn et al. Phys. Rev. Lett. **49** (1982) 1321.
2. R. W. Minich et al. Phys. Lett. **118B** (1983) 458.
3. C. B. Chitwood et al. Phys. Lett. **131B** (1983) 286.
4. P. J. Siemens, Nature **305** (1983) 410.
5. A. D. Panagiotou et al. Phys. Rev. Lett **52** (1984) 496.
6. M. W. Curtin, H. Toki, D. K. Scott, Phys. Lett **123B** (1983) 289
7. M. Rayet et al. Astron. & Astrophys. **116** (1982) 183.
8. P. Bonche, S. Levit and D. Vautherin, Nucl. Phys **A427** (1984) 278;
A436 (1985) 265
9. G. Bozzolo, O. Civitarese and J. P. Vary, Z. für Physik (en prensa).
10. H. R. Jaqaman, Phys. Rev. **C39** (1989) 169.
11. U. Mosel, P. G. Zint and K. H. Passler, Nucl. Phys. **A236** (1974) 252.
12. A. L. De Paoli, *Tesis Doctoral* (U.N.L.P.)
13. G. Sauer, H. Chandra and U. Mosel, Nucl. Phys. **A264** (1976) 221.
14. A. L. Goodman, Nucl. Phys **A352** (1981)30; Nucl Phys. **A352** (1981)45.
15. K. Tanabe, K. Sugawara-Tanabe and H. J. Mang, Nucl. Phys **A357** (1981) 20.
16. A. L. Goodman, Nucl. Phys. **A369** (1981) 365.
17. O. Civitarese, G. G. Dussel and R. P. J. Perazzo, Nucl. Phys. **A404** (1983) 15.
18. O. Civitarese, A. L. De Paoli and A. Plastino, Z. für Phys. **A309** (1982) 177; **A411** (1983) 317.

19. M. Brack and P. Quentin, Nucl. Phys. **A361** (1981) 35.
20. R. W. Hasse and P. Schuck, Phys. Lett. **179B** (1986) 313.
21. E. Surand, P. Schuck and R. W. Hasse, Phys. Lett. **164B** (1985) 212.
22. O. Civitarese and A. De Paoli, Nucl. Phys. **A440** (1985) 480.
23. P. F. Bortignon and C. H. Dasso, Phys. Lett. **189B** (1987) 381.
24. J. Barel, M. Brack and M. Durand, Nucl. Phys. **A445** (1985) 263.
25. A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol I (W. A. Benjamin, New York, 1969).
26. G. Batko, O. Civitarese and A. De Paoli, Z. für Physik **A327** (1987) 323; Z. für Physik **A327** (1987) 329.
27. S. Levit and Y. Alhassid, Nucl. Phys **A413** (1984) 439;
Y. Alhassid, J. Zingman and S. Levit, Nucl. Phys **A469** (1987) 205.
28. O. Civitaarese, A. Plastino and A. Faessler, J. Phys. **G69** (1983) 1003.
29. O. Civitarese, M. Faber, H. Markum and A. Plastino, Nucl. Phys. **A438** (1985) 318.
30. A. Bohr and B. Mottelson, *Nuclear Structure Vol II* (W. A. Benjamin, Reading, Massachusetts, 1975).
31. O. Bohigas, A. M. Lane and J. Martorell, Phys. Rep. **51** (1979) 267.
32. G. C. Baldwin and G. S. Klaiber, Phys. Rev. **71** (1947) 3; Phys. Rev. **73** (1984) 1156.
33. Algunos articulos de revisión sobre resonancias gigantes a $T=0$:
G. R. Satchler, Phys. Rep. **14C** (1974) 201.
J. Speth and A von der Woulde, Rep. Prog. Phys. **44** (1981) 719.
F. Bertrand, Nucl. Phys. **A354** (1981) 129c.

34. G. F. Bertsch, P. F. Bortignon and R. A. Broglia, *Rev. Mod. Phys.* **55** (1983) 287.
35. J. O. Newton et al, *Phys. Rev. Lett.* **46** (1981) 1383;
 J. E. Drapper et al, *Phys. Rev. Lett.*, **49** (1982) 439;
 A. M. Sandorfi et al, *Phys. Lett* **103B** (1983) 19;
 B. Hass et al *Phys. Lett.* **120B** (1983) 79;
 J. J. Gaarhøje et al, *Phys. Lett* **139B** (1984) 273;
 J. J. Gaarhøje et al, *Phys. Rev. Lett* **53** (1984) 148;
 W. Hennerici et al, *Nucl. Phys.* **A396** (1983) 329c.
36. E. F. Garman et al, *Phys. Rev.* **C28** (1983) 2554;
 C. A. Gosset et al, *Phys. Rev. Lett.* **54** (1985) 1486.
37. D.J. Thouless, *Nucl. Phys.* **22** (1961) 78.
38. A. M. Lane, *Nuclear Theory* (Benjamin, New York, 1964).
39. D.J. Rowe, *Rev. Mod. Phys.* **40** (1968) 153; *Nuclear collective motion* (Butler & Tanner Ltd, London, 1970).
40. O. Civitarese, R. A. Broglia and C. M. Dasso, *Ann. of Phys.* (N.Y.) **156** (1984) 412.
41. D.Vautherin and N. Vinh-Mau, *Nucl. Phys.* **A422** (1984) 140.
42. W. Besold, P. G. Reinhard and C. Toepffer, *Nucl. Phys.* **A431** (1984) 1.
43. H. Sagawa and G. F. Bertsch, *Phys. Lett.* **146B** (1984) 138.
44. M. Reboiro, *Tesis doctoral*, U.N.L.P.
45. W. D. Myers and W. J. Swiatecki, *Nucl. Phys.* **81** (1966) 1.
46. S. G. Nilsson et al, *Nucl.Phys.* **A131** (1969) 1.
47. F. Alasia, O. Civitarese and M. Reboiro, *Phys. Rev.* **C36** (1987) 2555.
48. G. F. Bertsch and S. F. Tsai, *Phys. Rep.* **18C** (1975) 125.
49. S. Shlomo and G. F. Bertsch, *Nucl. Phys.* **A243** (1975) 507.

50. J. Bar-Touv, Phys. Rev. C32 (1985) 1369.
51. A. L. Fetter and J. D. Walecka, *Quantum Theory of Many Particle System* (Mc Gaw-Hill, New York, 1971).
52. D. J. Thouless, *The quantum mechanics of many body system* (Academic Press, london, 1962).
53. P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many Body Problem* (Spring Verlag, New York, 1980).
54. D.R. Bes, R. A. Broglia and B. Nilsson, Phys. Rep 16C (1975) 1.
55. S. T. Belayev, Dan. Mat. Fys. Medd. 31 (1959) 11.
56. M. Baranger, Phys. Rev 120 (1960) 957.
57. L.S. Kisslinger and R. A. Sorensen, Rev. Mod. Phys. 35 (1963) 853.
58. M. Brack and P. Quentin, Phys. Lett. 52B (1974) 159.
59. F. Alasia, O. Civitarese and M. Reboiro, Phys. Rev. C35 (1987) 812.
60. R. A. Broglia en *Nuclear Theory* (World Scientific, Singapore, 1981).
61. F. Alasia, O. Civitarese and M. Reboiro, Phys. Rev. C39 (1989) 1012.
62. C. Yannouleas and S. Yang, Nucl. Phys A455 (1986) 40.
63. B. Schwesinger and J. Wambach, Phys. Lett 134B (1984) 29; Nucl. Phys. A426 (1984) 253.
64. S. Drozd, V. Klemt, J. Speth and J. Wambach, Nucl. Phys. A451 (1986) 11.
65. K. Takayanagi, K. Shimizu and A. Arima, Nucl. Phys. A477 (1988) 205.
66. N. Auberch and A. Klein, Nucl. Phys. A395 (1983) 77.

67. G. B. Dover, R. H. Lemmer and F. J. W. Hahne, *Ann. Phys.* **70** (1972) 458.
68. J.S. Dehesa, S. Krewald, J. Speth and A. Faessler, *Phys. Rev.* **C15** (1977) 1858.
69. G.F. Bertsch, P. F. Bortignon, R. A. Broglia and G. H. Dasso, *Phys. Lett* **80B** (1979) 161;
P. F. Bortignon and R. A. Broglia, *Phys. Lett* **102B** (1981) 303; *Nucl. Phys.* **A371** (1981) 405
70. S. Adachi and P. Schuck, *Nucl. Phys.* **A496** (1989) 485.
71. P. F. Bortignon, R. A. Broglia, G. F. Bertsch and J. Pacheco, *Nucl. Phys.* **A460** (1986) 149.
72. Takeo Matsubara, *Prog. Theo. Phys.* **14** (1955) 351.
73. S. Ayik and M. Dworzecka, *Nucl. Phys.* **A440** (1985) 424.
74. C. Yannouleas, M. Dworzecka and J. J. Griffin, *Nucl. Phys.* **A379** (1982) 256.
75. P. Wölfe, *Z für Physick* **232** (1970) 101.
76. T. Hatsuda, *Nucl. Phys.* **A492** (1989) 187.
77. L. Leplae, H. Umezawa and F. Mancini, *Phys. Rep.* **10C** (1974) 151.
78. K. Tanabe and K. Sagawara-Tanabe, *Prog. Theo. Phys.* **76** (1986) 356; *Prog. Theo. Phys.* **76** (1986) 1272.
79. F. Alasia and O. Civitarese, enviado a *Physical Review* para su publicación.
80. B. E. Chi, *Nucl. Phys.* **A146** (1970) 449.
81. J. Meyer, P. Quentin and M. Brack, *Phys. Lett* **133B** (1983) 279.
82. M. Barraco, A. Polls and J. Martorell, *Nucl. Phys.* **A444** (1985) 445.
83. H. M. Sommerman, *Ann. Phys. (N.Y.)* **151** (1983) 163.

84. D. Vautherin and N. Vinh Mau, *Phys. Lett.* **120B** (1983) 261.
85. J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, *Phys. Rev.* **108** (1957) 1175.
86. N. N. Bogoliubov, *Nuovo Cimento* **7** (1958) 794;
J. G. Valantin, *Nuovo Cimento* **7** (1958) 843.
87. C. Yannouleas, *Phys. Rev.* **C35** (1987) 1159.
88. S. Adachi and E. Lipparini, *Nucl. Phys* **A489** (1988) 445.

TABLAS

Tabla 1 : Contribuciones de superficie y coulombiana al parámetro de restitución en el modelo de la gota líquida a temperatura finita en ^{208}Pb .

T denota la temperatura nuclear medida en MeV. Las dos últimas columnas corresponden a la contribuciones de superficie y coulombiana al parámetro de restitución del modelo de la gota líquida, respectivamente

Tabla 2: Parámetros de restauración C_λ y de masa D_λ para vibraciones $\lambda^\pi = 2^+$ y 3^- .

Se muestran los correspondientes a los estados de mayor contribución a la EWSR. La segunda columna corresponde a los centroides de esos estados \bar{E} . La tercera y cuarta muestran los momentos multipolares eléctrico, $B(E\lambda)_{el}$, y de masa, $B(E\lambda)_{masa}$ medidos en unidades de partícula independiente (s.p.u.). Las dos últimas columnas corresponden a los parámetros de restitución C_λ^i y de masa D_λ^i , respectivamente.

Tabla 3: Parámetros de restitución para los modos cuadrupolares. La primera columna es la temperatura medida en MeV. Las dos columnas siguientes muestran el parámetro de restitución para el modelo hidrodinámico de A. Bohr y B. Mottelson para el modo isoescalar ($\tau=0$) y el isovectorial ($\tau=1$), respectivamente. Las dos últimas columnas corresponden al C_2 obtenido mediante el formalismo RPA. C_2 está medido en $10^{-4} \text{MeV}/\text{fm}^4$.

Tabla 4: EWSR para los modos multipolares $\lambda^\pi = 2^+$ y 3^- en ^{208}Pb y ^{116}Sn como función de la temperatura T . Las tercera y cuarta columnas muestran los valores obtenidos a partir de la evaluación explícita de las integrales radiales de las reglas de suma independientes del modelo Eq.(1.43) para neutrones (n) y protones (p), respectivamente. Las columnas quinta a octava corresponden a los valores obtenidos mediante la función de respuesta lineal para neutrones (n), protones (p), para el modo isoescalar ($\tau=0$) e isovectorial ($\tau=1$). Todos los valores están dados en unidades de partícula independiente multiplicados por MeV (MeV s.p.u.).

Tabla 5: Centroides de energía E , segundos momentos σ , máximos de energía E_{\max} y anchos Γ de la distribución de intensidad correspondiente a los modos isoescalar ($\tau=0$) e isovectorial ($\tau=1$) de las excitaciones multipolares $\lambda^\pi = 2^+$ y 3^- en ^{208}Pb y ^{116}Sn como función de la temperatura. Todos los valores están dados en MeV.

Tabla 6: EWSR para transiciones cuadrupolares eléctricas en ^{116}Sn . La primera columna corresponde a la temperatura nuclear en MeV, la segunda y tercera a las contribuciones de protón (pro) y de neutrón (neu) al sistema no perturbado; la siguiente a los valores obtenidos por la QRPA usual; en tanto que la quinta columna señala los porcentajes de regla de suma obtenidos en comparación al obtenido a $T=0$. La sexta y séptima columnas corresponden al sistema no perturbado donde se han incluido los términos de dispersión de cuasipartículas del operador $M(E2)$. Las dos últimas corresponden a los valores de la QRPA extendida. Todos los valores están dados en MeV s.p.u..

Tabla 1

λ^{π}	T [MeV]	C_{λ}^{LDM} [MeV]	
		superficie	Coulombiano
2^{+}	0	1.90	-1.35
	2	1.68	-1.33
3^{-}	0	4.77	-1.93
	2	4.20	-1.91

Tabla 2

λ^π	T[MeV]	\bar{E} [MeV]	$B(E\lambda)_{el}$	$B(E\lambda)_{masa}$	C_λ^t [MeV]	D_λ^t [MeV ⁻¹]
2^+	0	4.130	10.62	29.30	0.94	0.55
		8.015	19.91	46.58	1.14	0.18
		22.760	7.60	29.13	5.70	0.10
	2	4.570	2.10	6.67	4.61	2.20
		8.380	16.53	38.30	1.47	0.21
		22.500	6.65	26.48	5.72	0.11
3^-	0	2.610	27.91	74.22	0.36	0.55
		15.460	5.87	13.65	11.67	0.48
		29.190	6.44	37.05	8.08	0.09
	2	3.330	12.84	34.13	1.03	0.93
		16.820	5.26	12.09	14.76	0.52
		28.790	4.60	28.55	10.70	0.13

Tabla 3

T	C^0	$C(\tau=0)$	$C(\tau=1)$	$C_{rpa}(\tau=0)$	$C_{rpa}(\tau=1)$
0	8.96	4.48	23.76	1.17	30.27
2	8.77	4.38	23.07	2.95	31.97

Tabla 4

^{208}Pb

λ^π	T [Mev]	EWSR(n)	EWSR(p)	EWSR(n)	EWSR(p)	EWSR($\tau=0$)	EWSR($\tau=1$)
2^+	0.0	930	530	950	462	706	705
	1.0	939	534	954	466	710	709
	2.0	948	543	959	467	713	712
3^-	0.0	2466	1224	2442	1029	1738	1733
	1.0	2485	1239	2432	1019	1728	1723
	2.0	2538	1282	2384	994	1693	1688

^{116}Sn

λ^π	T [Mev]	EWSR(n)	EWSR(p)	EWSR(n)	EWSR(p)	EWSR($\tau=0$)	EWSR($\tau=1$)
2^+	0.0	757	496	744	446	596	594
	1.0	719	497	710	446	579	577
	2.0	724	503	707	450	580	578
3^-	0.0	2075	1200	1735	1044	1394	1385
	1.0	1901	1206	1656	1041	1352	1344
	2.0	1934	1243	1605	1024	1319	1391

Tabla 5

λ^π	τ	^{208}Pb					^{116}Sn				
		T	\bar{E}	σ	E_{max}	Γ	\bar{E}	σ	E_{max}	Γ	
2^+	0	0.0	11.87	8.32	9.88	2.47	11.60	7.40	8.09	2.21	
		1.0	11.89	7.91	9.40	2.09	11.45	7.50	8.05	2.28	
		2.0	11.85	7.90	9.42	2.11	11.36	7.58	8.02	2.47	
	1	0.0	28.87	5.21	28.99	2.41	22.71	5.29	22.90	2.84	
		1.0	28.58	5.14	28.98	2.25	22.72	5.31	22.91	2.90	
		2.0	28.61	5.15	29.04	2.29	22.72	5.34	22.90	3.02	
3^-	0	0.0	16.94	9.88	18.01	6.11	15.57	9.31	14.06	8.71	
		1.0	16.93	9.67	17.71	4.49	15.65	9.23	14.17	9.20	
		2.0	16.95	9.67	17.92	6.05	15.75	9.18	14.56	9.84	
	1	0.0	36.10	6.06	37.66	3.55	28.66	6.02	29.66	3.39	
		1.0	35.78	6.04	37.06	3.41	28.60	5.99	29.06	3.58	
		2.0	35.50	6.11	36.87	3.24	28.43	6.00	29.45	3.83	

Tabla 6

T	QRPA				QRPA extendido			
	no pro	pert. neu	QRPA	%	no pro	pert. neu	QRPA	%
0.0	412	753	1161	100	412	753	1161	100
0.5	406	710	1113	96	406	720	1126	97
1.0	374	547	926	80	374	619	992	85
1.5	341	511	857	74	341	602	943	81
2.0	312	478	793	68	312	577	891	77

FIGURAS

Figura 1: Distribución de intensidad no perturbada para las excitaciones multipolares $\lambda^\pi = 2^+$ y 3^- en ^{208}Pb . La distribución correspondiente a las transiciones neutrón-neutrón (a) y protón-protón (b) se muestran a $T=0$ (en líneas llenas) y a $T=2$ MeV (líneas discontinuas) como función de la energía de excitación ω .

Figura 2: Distribución de intensidad no perturbada para las excitaciones multipolares $\lambda^\pi = 2^+$ y 3^- en ^{116}Sn . Los resultados se muestran con la misma notación que la usada en la figura 1.

Figura 3: Distribución de intensidad para los modos isoescalar ($\tau=0$) e isovectorial ($\tau=1$) en ^{208}Pb para las excitaciones cuadrupolares ($\lambda^\pi = 2^+$) y octupolares ($\lambda^\pi = 3^-$) como función de la energía de excitación ω . Las líneas llenas y discontinuas corresponden a $T=0$ MeV y $T=2$ MeV, respectivamente.

Figura 4: Distribución de intensidad para los modos isoscalar ($\tau=0$) e isovectorial ($\tau=1$) en ^{116}Sn . Los resultados se muestran con la misma notación que la usada en la figura 3.

Figura 5: Función de intensidad para los estados colectivos de baja energía en ^{116}Sn . Las figuras (a), (b) y (c) nos dan la función de intensidad evaluada mediante el formalismo QRPA, con línea continua, y por el formalismo QRPA extendido, en línea discontinua, a $T=0$, 1 y 2 MeV respectivamente. La función de intensidad está medida en $\text{MeV}^{-1}\text{s.p.u.}$ y la energía en MeV.

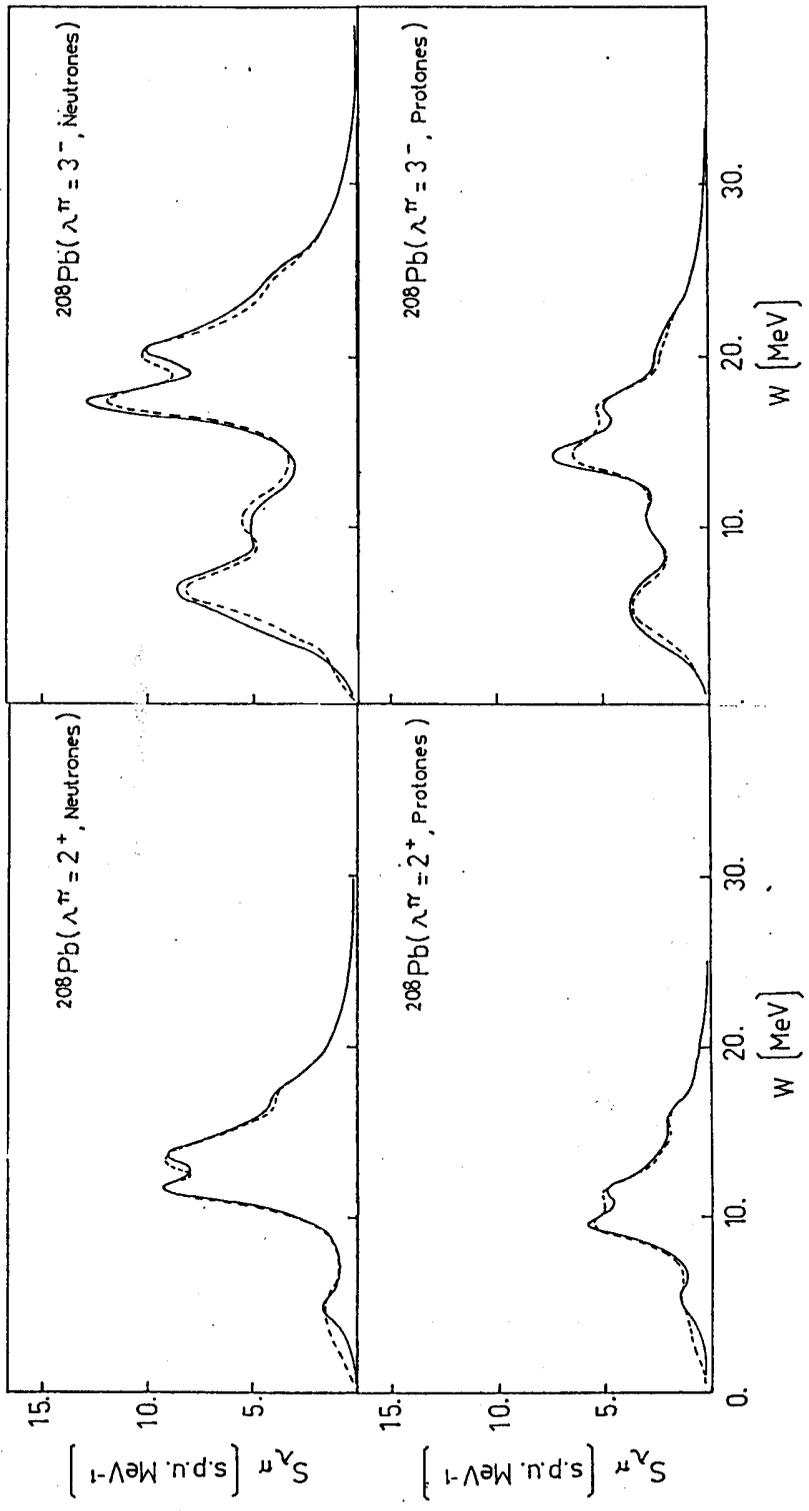


Figura 1.

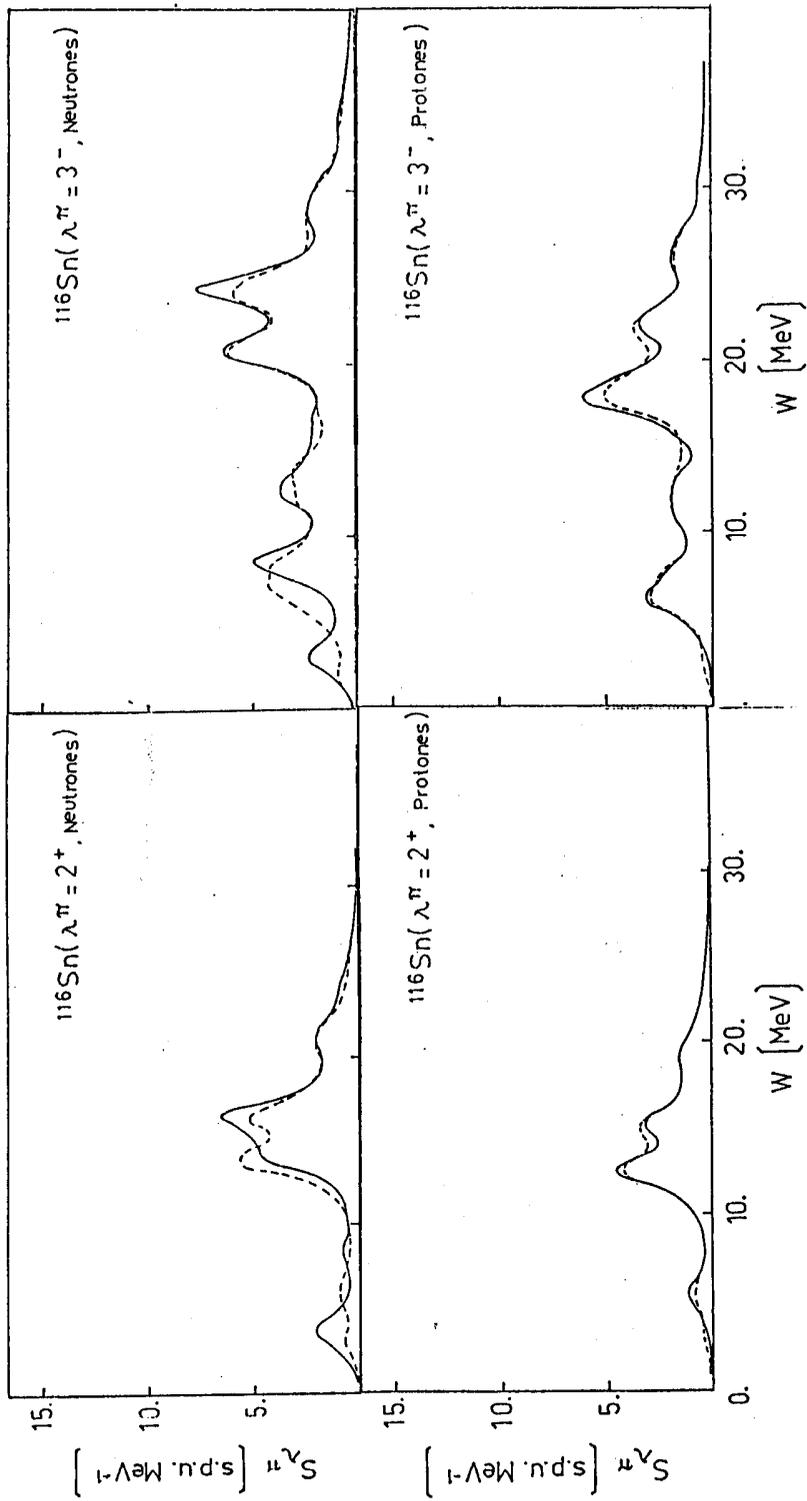


Figura 2.

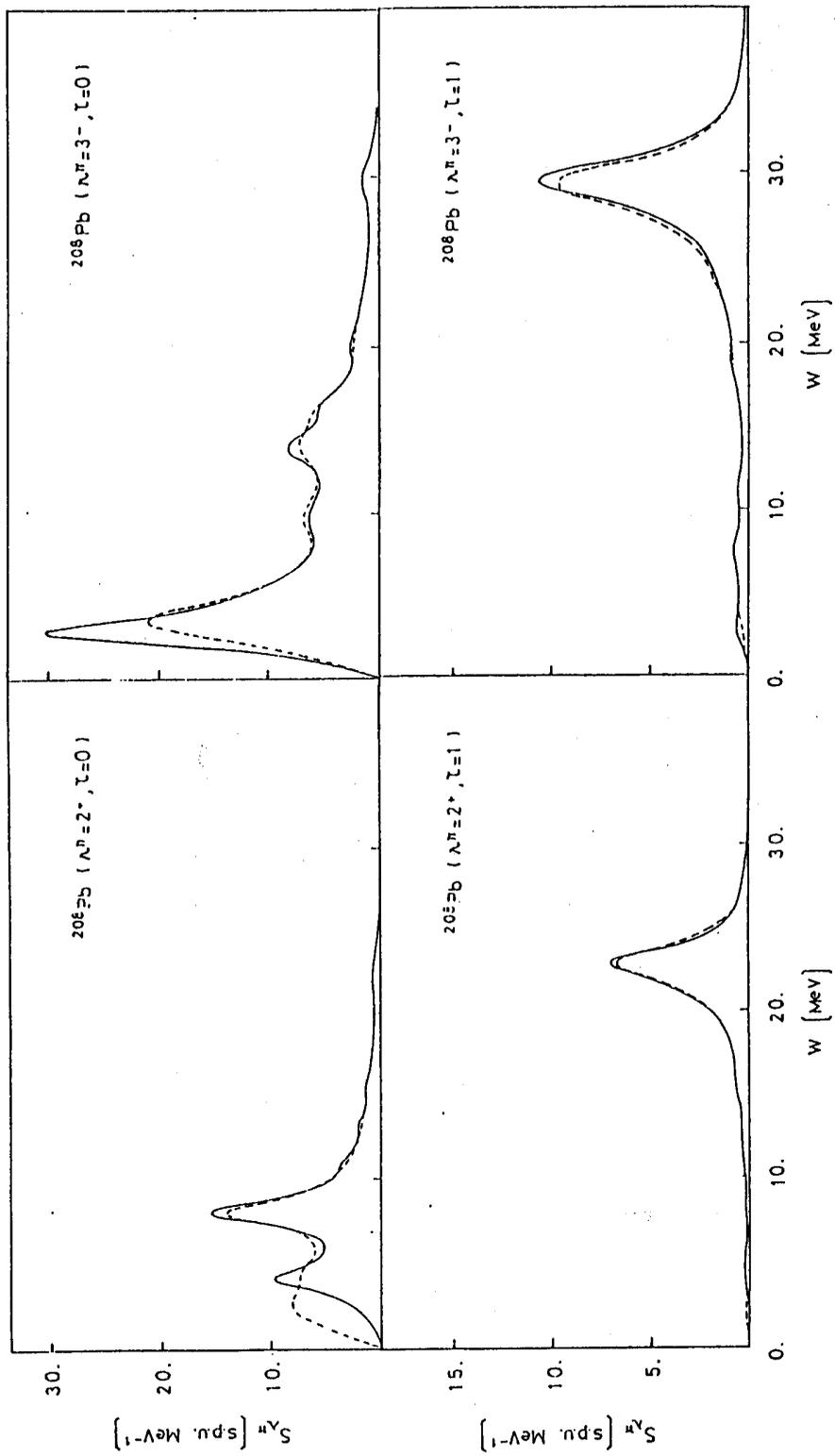


Figura 3.

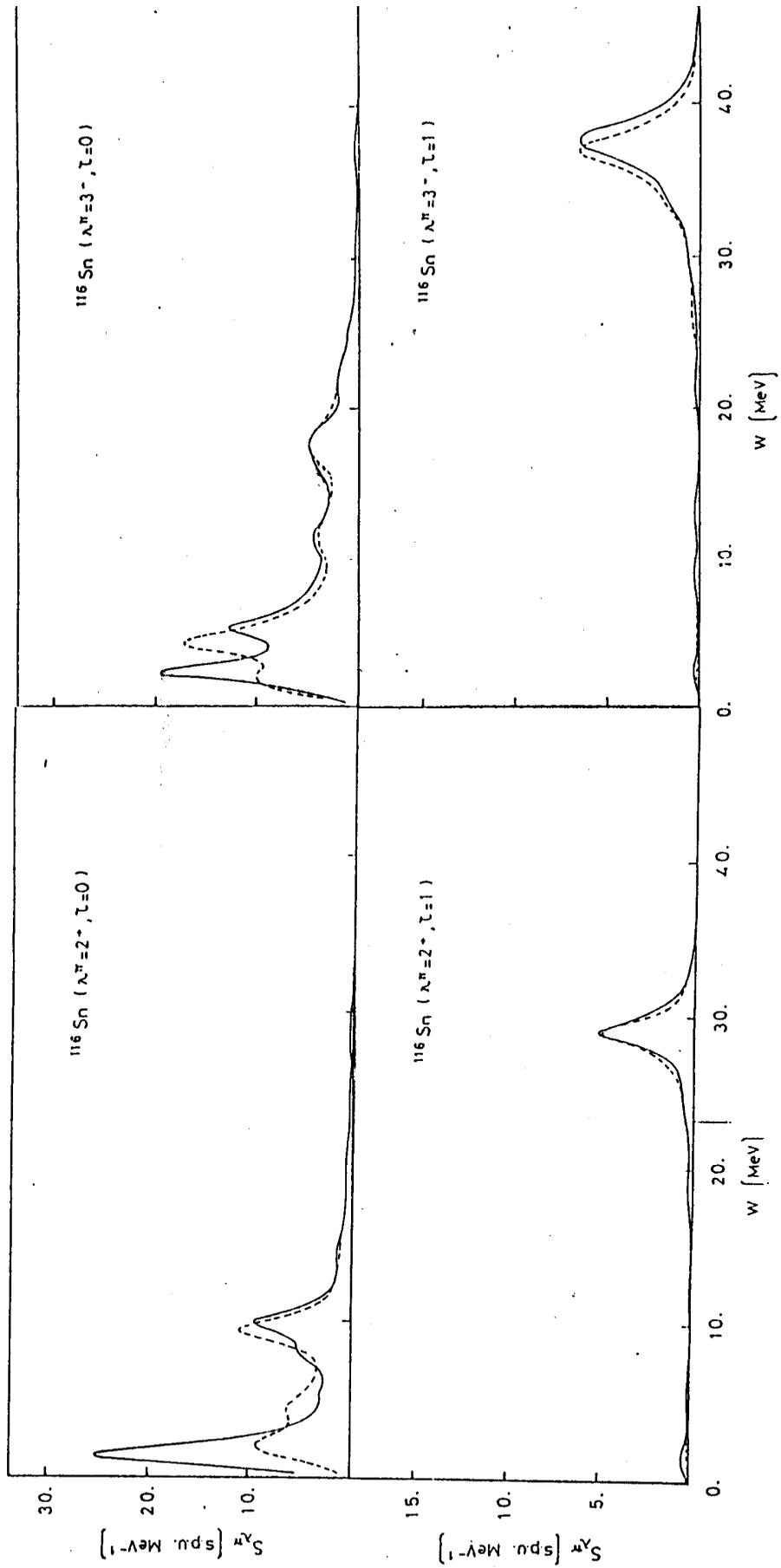


Figura 4.

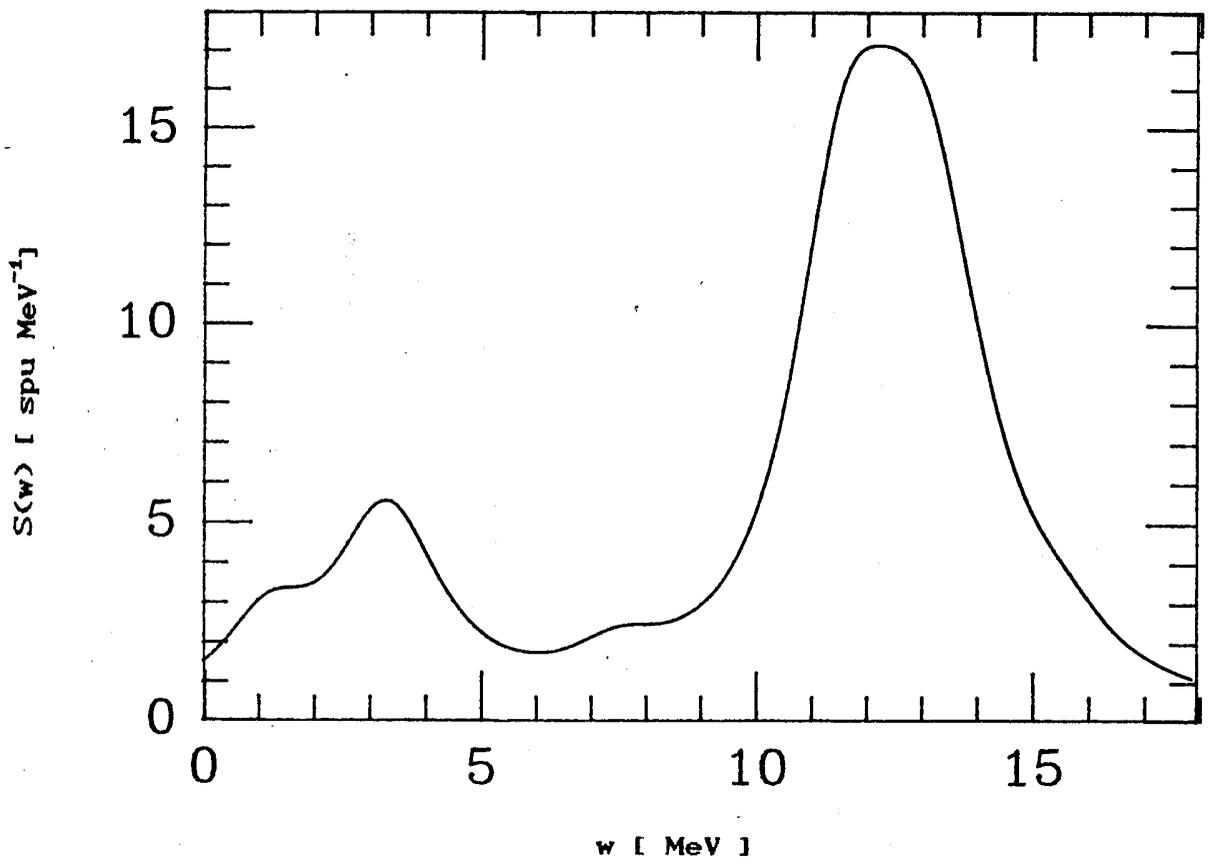


Figura 5. (a)

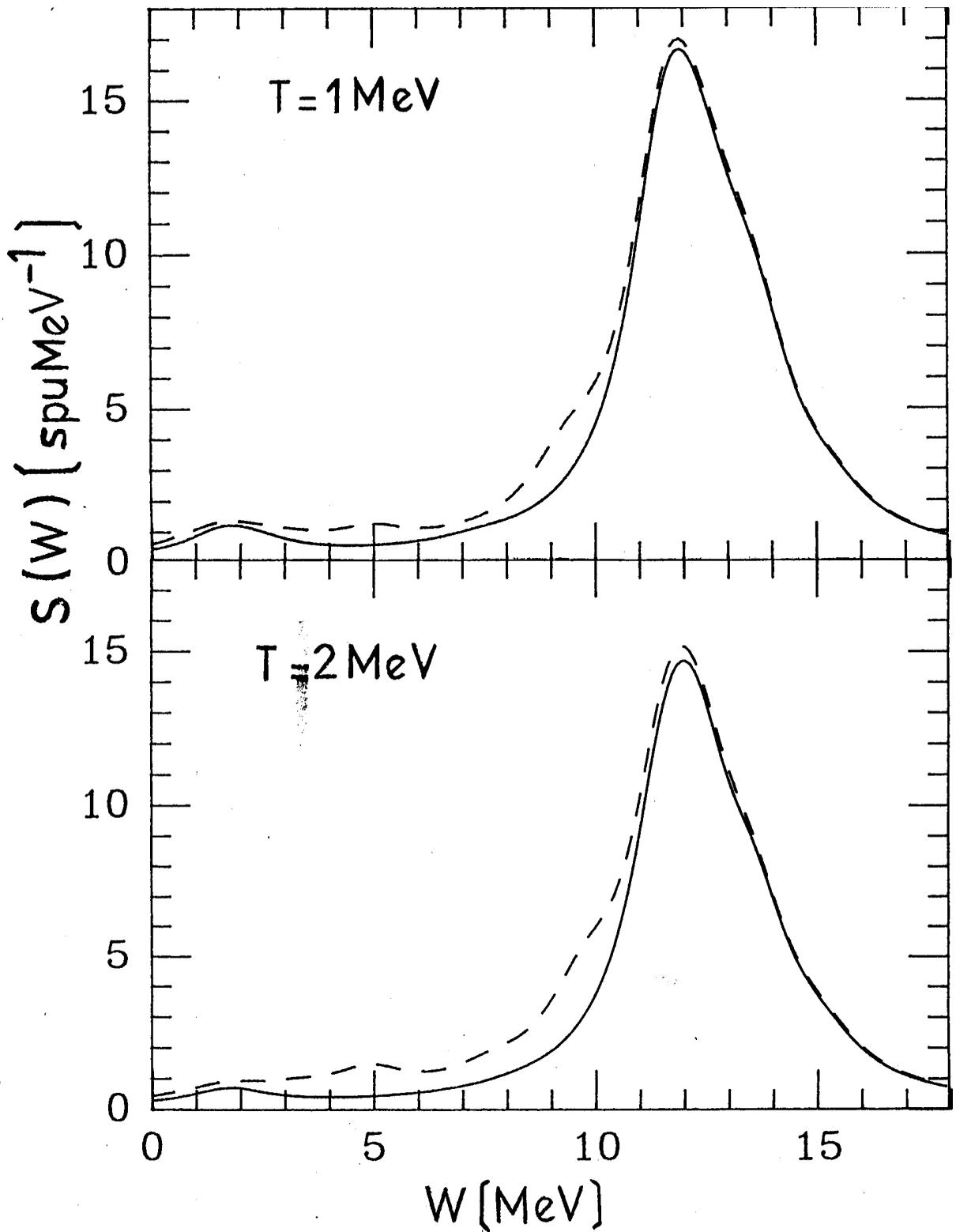


Figura 5. (b) superior, (c) inferior

Agradecimientos

Agradezco al Profesor Doctor Osvaldo Civitarese por su confianza, su aliento y su crítica y las muchas horas de trabajo compartido en la realización de esta Tesis.

También deseo expresar mi gratitud a los amigos y compañeros que crearon el ámbito necesario para el desarrollo de este trabajo.

