



FAACULTAD DE T-0
CIENCIAS PLANTAS 24
BIBLIOTECA DEL DEPARTAMENTO
DE FÍSICA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA.

EFECTO DE LAS CORRELACIONES NUCLEARES SOBRE LA DISPERSION
CUASI-ELASTICA DE ELECTRONES SOBRE NUCLEOS.

E. BAUER.

Trabajo de Tesis Doctoral.

La Plata, marzo de 1990.

Universidad Nacional de La Plata.

Facultad de Ciencias Exactas.

Departamento de Física.

Eduardo Bauer, Lic. en Física, U.N.L.P. 1985.

Director: Dr. F. Krmpotic.

Jurado: Dr. O. Civitarese,

Dr. H. Fanchiotti,

Dr. C. García Canal,

Dr. A. Plastino.

Dr. H. Vucetich.

a la memoria de mi padre.

"Negar los hechos porque se los cree incomprensibles es ciertamente más estéril, desde el punto de vista del progreso del conocimiento, que elaborar hipótesis; aun cuando éstas sean inadmisibles, suscitan, debido precisamente a su insuficiencia, la crítica y la investigación que permitirán alguna vez superarlas."

Claude Lévi-Stauss.

INDICE.

	pag.
INTRODUCCION	1.
 CAPITULO I. Dispersión cuasi elástica de electrones limitados al espacio de excitaciones de una partícula-un agujero.	 9.
I.1 Análisis de la sección eficaz para la dispersión cuasi elástica de elect.	 10.
I.2 Un modelo simple: el gas de Fermi.	17.
I.3 Un paso más: gas de Fermi con interacción.	24.
I.4 La interacción partícula-agujero.	28.
I.5 Regla de Suma	38.
 CAPITULO II. Formalismo.	 39.
II.1 Separación del espacio de excitación.	40.
II.2 Modelo para el estado fundamental.	45.
II.3 Análisis de los diferentes terminos de $S(q, \omega)$	47.
a. Análisis de $S_A(q, \omega)$	50.
b. Análisis de $S_B(q, \omega)$ y $S_C(q, \omega)$	58.
d. Análisis de $S_A(q, \omega)$	59.
 CAPITULO III. Auto energía.	 65.
III.1 Auto energía Σ^{22}	66.
a. Parte imaginaria de Σ^{22}	66.
b. Parte real de Σ^{22}	66.
III.2 Promedio sobre los valores de auto energía.	74.
III.3 Conexión con el experimento.	75.

III.4 Contribución atrasada a la auto energía.	. . .	79.
III.5 Dependencia de $\text{Im } \Sigma^{22}$ con la interacción, el impulso del fotón y el impulso de Fermi.	. . .	80.
III.6 Modificación de la función de Lindhard debido a las incersiones de auto energía.	. . .	86.
CAPITULO IV. Estudio del canal transversal.	. . .	89.
IV.1 Introducción.	. . .	90.
IV.2 Límite no relativista de la corriente de correlación de dos cuerpos en el canal transversal.	. . .	93.
IV.3 Función de estructura transversal $S_T(q, \omega)$	98.
a. Análisis de la contribución S_D	99.
b. Análisis de la contribución S_{BC}	102.
c. Análisis de la contribución S_A	107.
IV.4 Resultados Numéricos.	. . .	109.
CAPITULO V. Estudio del canal longitudinal.	. . .	118.
V.1 Introducción.	. . .	119.
V.2 Expresión general para la corriente de correlación.	. . .	119.
V.3 Función de estructura longitudinal $S_L(q, \omega)$	121.
a. Análisis de la contribución S_D	122.
b. Análisis de la contribución S_{BC}	124.
c. Análisis de la contribución S_A	124.
V.4 Resultados Numéricos.	. . .	125.
V.5 Regla de Suma Coulombiana.	. . .	130.
CONCLUSIONES.	. . .	133.

INTRODUCCION.

Los procesos de dispersión de electrones tienen varias ventajas que los convierten en un herramienta extremadamente útil en el estudio del núcleo atómico ([FO 66], [DO 75], [OR 81]). En primer lugar, la interacción básica de un electrón con la corriente electromagnética nuclear se comprende bien en términos de la electrodinámica cuántica. En segundo lugar, la interacción electromagnética es relativamente débil, en relación con las pruebas hadrónicas, lo que nos permite tratar a la interacción electrón-núcleo en forma perturbativa. De esta manera, supondremos que el electrón intercambia solo un fotón con el núcleo (primera aproximación de Born). Estos hechos son comunes para cualquier proceso en que un fotón interactúe con la corriente electromagnética nuclear, tanto en dispersión de electrones (donde el fotón intercambiado es virtual), como en procesos de foto excitación nuclear (donde el fotón intercambiado es real).

El caracter virtual del fotón intercambiado en la dispersión de electrones posee una importante ventaja: fijando la energía inicial del haz de electrones y detectando los electrones dispersados a varias energías y ángulos, se puede determinar la sección eficaz en un amplio rango de valores del impulso transferido q y (independientemente) de la energía de excitación ω ; sujeto solo a la limitación de que $\omega \leq |q|$. De esta manera, la dispersión de electrones se puede usar para obtener funciones de estructura dependientes de $|q|$ y de ω , donde estas funciones de

estructura están relacionadas con la transformada de Fourier de la densidad de corriente electromagnética.

Trabajamos sobre procesos de dispersión inclusivas de electrones sobre núcleos, esto es, dispersión de electrones donde solo se detecta al electrón dispersado (se mide su energía y ángulo de dispersión)*. De esta manera, para un valor dado de la energía inicial y final del electrón, ϵ y ϵ' , respectivamente, y para un ángulo de dispersión θ , debemos sumar sobre todos los estados finales alcanzados (respetando, naturalmente, la conservación del impulso y de la energía). La sección eficaz (ϵ, ϵ') se puede expresar como una función de las variables ϵ , ϵ' y θ , o en forma equivalente, como función de $|\mathbf{q}|$, ω y θ .

Analicemos cualitativamente la sección eficaz de dispersión para un $|\mathbf{q}|$ y θ constantes en función de ω . Esto lo vemos en la fig. IN.1, extraída del trabajo de Frois [FR 89]. En la línea superior de esta figura vemos la sección eficaz cuando el blanco es un núcleo, mientras que en la línea inferior se muestra el caso en que el blanco es un protón. Analicemos el primer caso, partiendo del origen y aumentando la energía ω . En primer lugar encontramos una serie de picos asociados a excitaciones de estados

* Los procesos en que además del electrón dispersado se detecta uno o más de los fragmentos del núcleo se denominan procesos de tipo exclusivos. Por otra parte, estamos suponiendo que ninguna de las partículas está polarizada. Estos dos puntos se encuentran extensamente tratados por Donnelly ([DD 89] y referencias ahí citadas).

discretos del núcleo. Para energías un poco más altas, podemos producir excitaciones colectivas del núcleo, que dan origen a una región relativamente ancha en la sección eficaz, denominado pico de las resonancias gigantes. Para energías por encima de las resonancias gigantes, los nucleones pueden ser expulsados directamente del núcleo. Esto produce un pico ancho conocido como pico cuasi elástico. A medida que la energía se hace mayor que la masa del pion, es posible crear piones reales, dando origen al pico de la Δ isobárica, junto con otros estados excitados del nucleón. Para energías muy grandes encontramos la región de dispersión profundamente inelástica, donde la dispersión se produce con los constituyentes del nucleón.

Notemos que entre el pico cuasi elástico y la región de la Δ , la intensidad no es cero. Llamamos a esta región según su denominación habitual, como región del "dip". El origen de la intensidad en esta región se debe esencialmente a excitaciones de dos partículas-dos agujeros ($2p-2h$), ([OR 81], [AL 84]).

En la presente tesis nos concentraremos en la región del pico cuasi elástico. Hablemos aun un poco más de la fig. IN.1. En la línea de abajo vemos un pico denominado elástico (en el sentido de que no se excitan estados internos del nucleón), que coincide obviamente con el pico cuasi elástico de la línea superior. Vemos así que el ancho del pico cuasi elástico se debe al hecho de que el nucleón dispersado se encuentra rodeado de otros nucleones.

Señalemos, además, que la sección eficaz se puede dividir en dos funciones de estructura, una longitudinal y otra transversal, dependiendo del carácter temporal o espacial del operador de excitación electromagnético (que representa al fotón

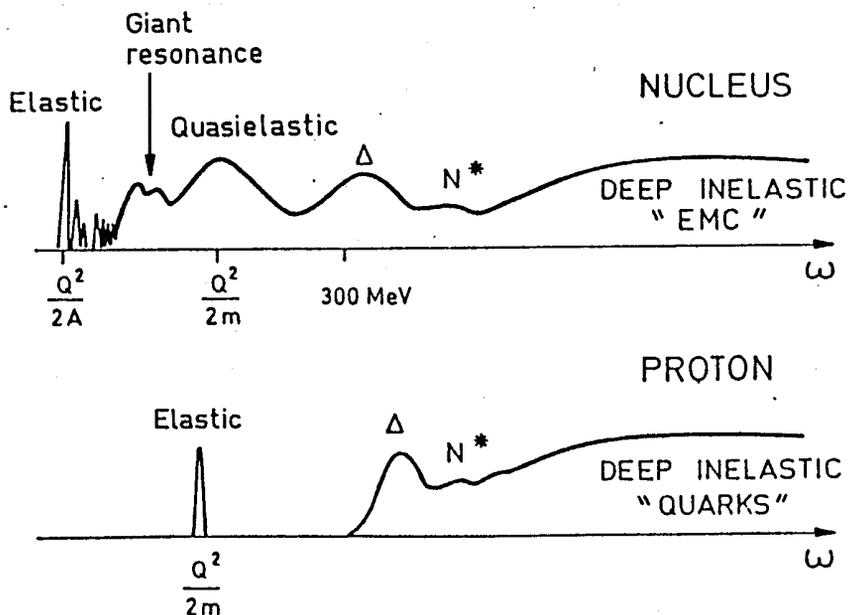


Fig. IN.1: Gráfico esquemático de la sección eficaz electrón-núcleo y electrón-protón, como función de la energía ω . Este gráfico fue tomado de [FR 89].

intercambiado), respectivamente. Como veremos en el capítulo I, estas funciones pueden ser separadas experimentalmente. Analizaremos cada una de estas funciones en forma individual. Para ello supondremos que el proceso de dispersión se puede describir en términos de elementos de matriz de un operador de un cuerpo (esta aproximación se conoce como aproximación de los impulsos).

La aproximación de los impulsos no toma en cuenta la posibilidad de que el fotón virtual intercambiado interactúe con un mesón intercambiado entre los nucleones, ni que el fotón interactúe con un nucleón en el momento en que está intercambiando un mesón con otro nucleón. Este tipo de contribuciones, conocidas como de intercambio de mesones, son tenidas en cuenta en refs. [GA 76], [OR 81] y [AL 84]; siendo su efecto solo importante en el

canal transversal. Tampoco se han tenido en cuenta términos de dos cuerpos en el operador de excitación externo. Para ello referimos al lector a los trabajos de Fantoni et al. ([FA 84], [FA 87]) y Fabrocini et al. ([FA 89]).

Ademas nos limitamos al uso de materia nuclear infinita como modelo para el núcleo, de modo de beneficiarnos de las ventajas de tener invarianza translacional ([AL 82], [AL 84]). Consideramos adecuada esta aproximación ya que trabajamos con impulsos del orden de 400 MeV/c y mayores. Para justificar esta aproximación en las figs. IN.2-5, mostramos una sistemática de los puntos experimentales para las funciones de estructura transversal y longitudinal para dos valores distintos del impulso. Los puntos experimentales fueron divididos por Z (número de protones). En las figs. IN.2 y 3, mostramos el canal transversal. En el caso de que el modelo de materia nuclear fuera exacto, todos los puntos deberían estar sobre una curva. Como vemos de la figura, el modelo es bueno. En las figs. IN.4 y 5, vemos el canal longitudinal. Aquí aparece una mayor dispersión de los puntos. Sin embargo, no hemos incluido las barras de error que en este caso son importantes. La aproximación no es adecuada para estudiar núcleos livianos como el ¹²C (ver [BA 83], [AL 87], [DR 87] y [DR 89]).

Trabajamos en términos no relativistas. Nos limitamos a un rango de impulsos que va de 400 a 600 MeV/c y energías menores que 350 MeV. Dentro de ese rango, las correcciones relativistas son poco importantes ([WA 74], [RO 80], [CE 82], [KU 85], [NI 86], [BU 88], [NI 88], [BL 89], [BR 89], [GA 89], [NI 89]). Algunos autores ([CE 85], [MU 86], [GL 88], [MU 88]) trabajando dentro del modelo de los quarks, obtienen resultados interesantes. En

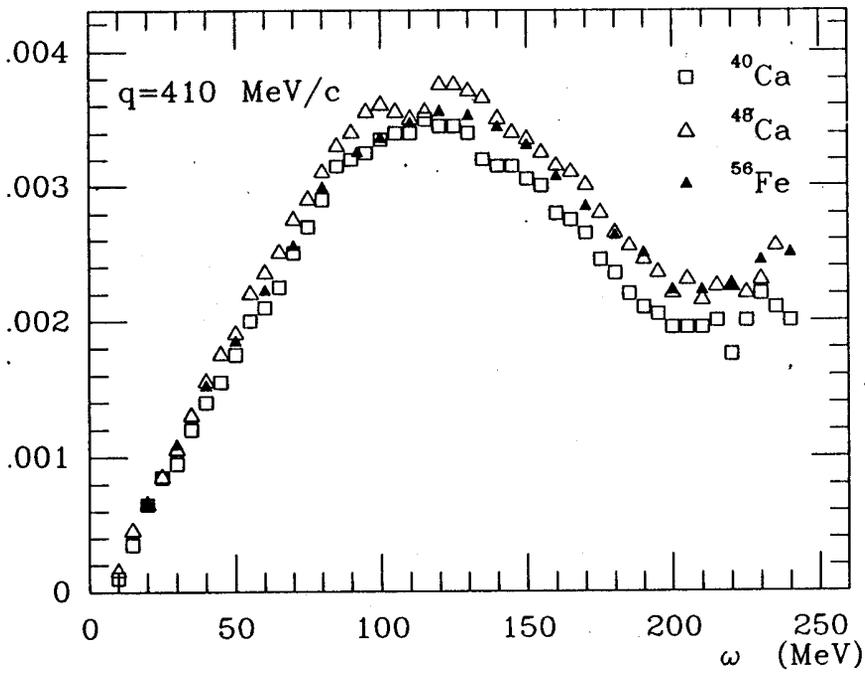


Fig. IN.2

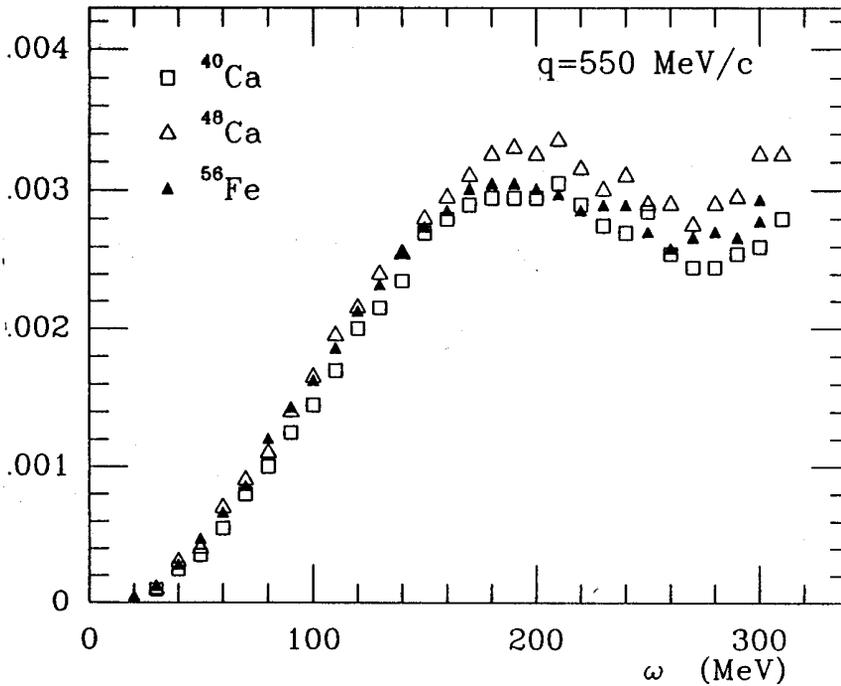


Fig. IN.3

Fig. IN.2: Sistemática de los puntos experimentales tomados de [ME 85] para la función estructura transversal. Los valores experimentales fueron divididos por el número de protones, Z ; y están dados en unidades de $(\text{MeV})^{-1}$.

Fig. IN.3: Igual que fig. IN.2 para otro impulso transferido.

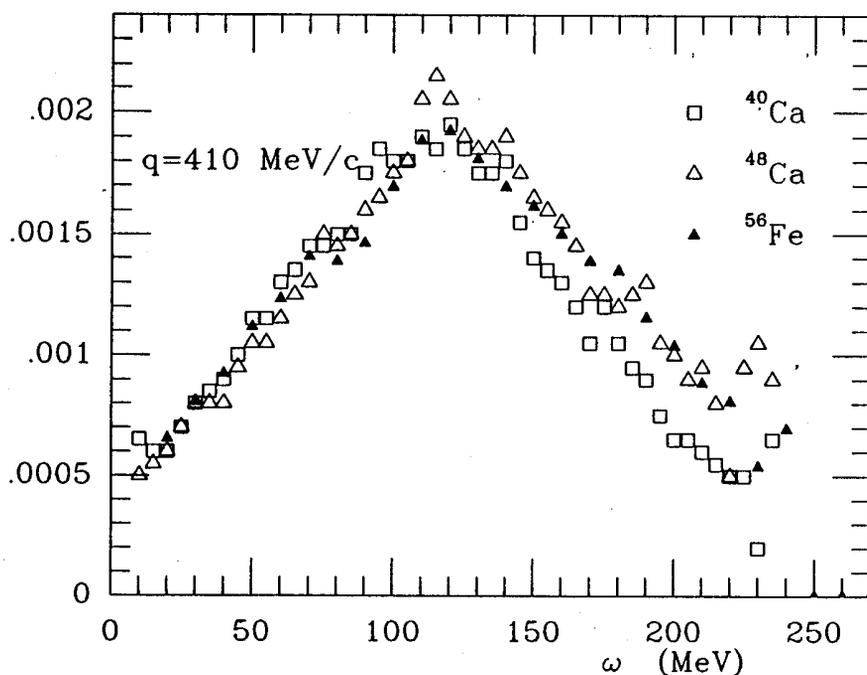


Fig. IN.4

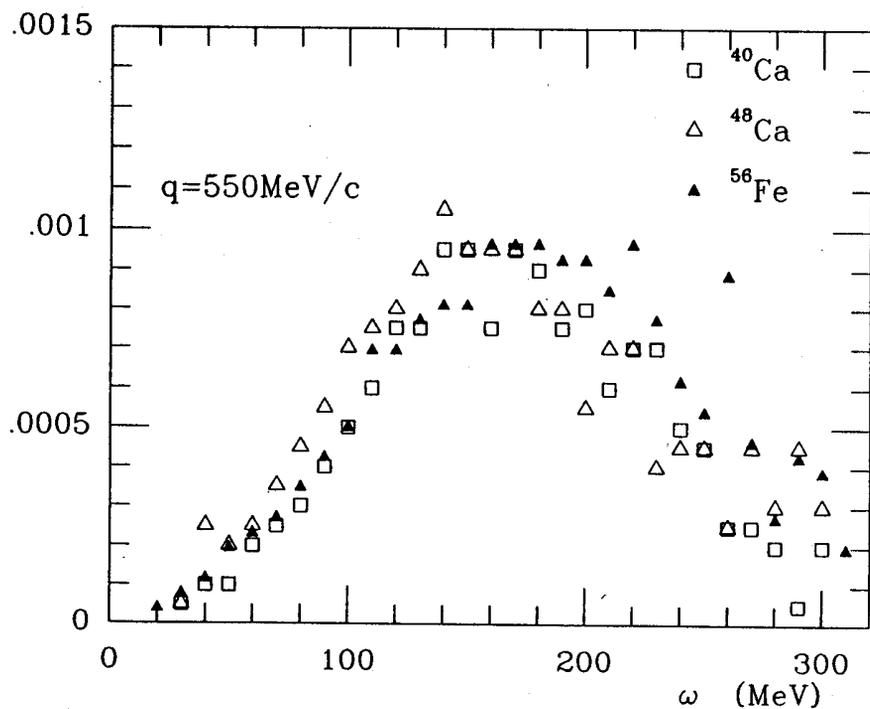


Fig. IN.5

Fig. IN.4: Sistematización de los puntos experimentales tomados de [ME 84] para la función estructura longitudinal. Los valores experimentales fueron divididos por el número de protones, Z ; y están dados en unidades de $(\text{MeV})^{-1}$.

Fig. IN.5: Igual que fig. IN.4 para otro impulso transferido.

particular, los trabajos de Mulders resultan especialmente claros. En un trabajo reciente, Alberico et al. [AL 89], ofrece una revisión del tema de la dispersión de electrones, comparando diferentes aproximaciones, técnicas y perspectivas del tema.

En resumen, analizaremos el pico cuasi elástico para la dispersión inclusiva de electrones sobre núcleos, donde supondremos que el operador de excitación externo puede ser representado por medio de un operador de un cuerpo. Adoptamos el modelo de materia nuclear infinita en términos no relativistas, para representar al núcleo. Específicamente, estudiaremos el efecto de las correlaciones nucleares sobre las funciones de estructura longitudinal y transversal.

El presente trabajo está organizado de la siguiente manera: En el capítulo I presentamos el formalismo y resultados cuando nos limitamos al espacio de excitaciones nucleares de una partícula- un agujero ($1p-1h$). En el capítulo II desarrollamos el formalismo general para tratar, de un modo coherente, excitaciones de $1p-1h$ y de $2p-2h$. En este capítulo introducimos la autoenergía. En el capítulo III analizamos cuidadosamente las inserciones de autoenergía, junto con una comparación con los datos experimentales. En el capítulo IV estudiamos el canal transversal y en el capítulo V lo hacemos con el canal longitudinal. En todos los casos se realiza la comparación con el experimento. Finalmente, damos las conclusiones.

CAPITULO I

DISPERSION CUASI ELASTICA DE ELECTRONES LIMITADOS AL ESPACIO DE EXCITACIONES DE UNA PARTICULA-UN AGUJERO.

En este primer capítulo, introduciremos el tema de dispersión de electrones y daremos un resumen de los elementos básicos para la comprensión del mismo. Reproduciremos también algunos resultados que consideramos de interés. Este capítulo no pretende ofrecer un panorama totalmente general del tema, sino solo los elementos necesarios para el desarrollo de los capítulos siguientes; junto con un análisis cuidadoso de la dispersión cuasi elástica de electrones, limitada al subespacio de excitaciones de una partícula- un agujero.

I.1. Analisis de la seccion eficaz para la dispersion cuasi elastica de electrones.

El proceso de dispersión de electrones, en el caso en que solo se intercambia un fotón, está ilustrado en la fig. I.1. Estudiaremos la sección eficaz de dispersión, para lo cual estableceremos en primer lugar algunas de las variables y aproximaciones a usar. El cuadrivector impulso, para el núcleo, viene dado por p_μ y p'_μ para el estado inicial y final, respectivamente. Mientras que los valores correspondientes para el electrón son $k_{1\mu}$ y $k_{2\mu}$. Denominamos con p y E (k y ϵ) la componente espacial y temporal del cuadrivector impulso del núcleo (electrón) respectivamente. Trabajamos con materia nuclear. De esta manera, nuestro sistema tendrá invarianza translacional. Esta aproximación está justificada por el hecho de trabajar con impulsos altos, lo cual nos hace suponer que los efectos de la superficie nuclear son pequeños.

Podemos escribir la sección eficaz para este proceso usando las reglas de Feynman usuales, como [DR 64], [FO 66], [FO 67],

$$d\sigma = 2\alpha^2 \frac{dk_2}{2\epsilon_2} \frac{1}{q_\mu^4} W_{\mu\nu} \eta^{\mu\nu} \frac{1}{[(K_1 \cdot p)^2 - m_e^2 M_T^2]^{1/2}}, \quad (I.1)$$

donde m_e es la masa del electrón, M_T es la masa del núcleo antes de la dispersión;

$$\eta_{\mu\nu} \equiv -\frac{1}{2} \text{tr} \{ \gamma_{\mu} (m_e - i\gamma \cdot k_1) \gamma_{\nu} (m_e - i\gamma \cdot k_2) \}, \quad (1.2)$$

representa al tensor leptónico, y

$$W_{\mu\nu} \equiv (2\pi)^3 V \bar{\sum}_i \sum_f \delta^{(4)}(p-p'-q) \langle p | \hat{J}_{\nu}(0) | p' \rangle \langle p' | \hat{J}_{\mu}(0) | p \rangle \cdot E, \quad (1.3)$$

es el tensor hadrónico. Notemos que este tensor se refiere a la contribución a la sección eficaz proveniente de la derecha de la línea de rayas de la fig. I.1, refiriéndose a la parte puramente nuclear de la sección eficaz. Por otra parte, V es el volumen de normalización, E es la energía inicial del núcleo (blanco) (siendo igual a M_T si el núcleo se encontraba en su estado fundamental, $|p\rangle$ y $|p'\rangle$ son los vectores de estado de Heisenberg del estado nuclear inicial y final, respectivamente. $\hat{J}_{\mu}(0)$ es el operador de corriente electromagnética del núcleo en el punto espacio-tiempo $x_{\mu} = 0$. $\bar{\sum}_i$, indica promedio sobre los estados iniciales de núcleo, mientras que \sum_f indica una suma sobre los estados finales. La función delta cuadrídimensional da cuenta de la invarianza translacional de la teoría. Parte de la notación y de las convenciones están aclaradas en el apéndice A.

En este punto conviene abrir un paréntesis para hablar un poco sobre la corriente electromagnética para el electrón, nucleón y núcleo. En la fig. I.2, vemos el gráfico básico que debemos calcular. El operador electromagnético está representado por medio de una línea ondulada y las flechas entrantes y salientes representan a cualquiera de los tres elementos mencionados.

Fig. I.1

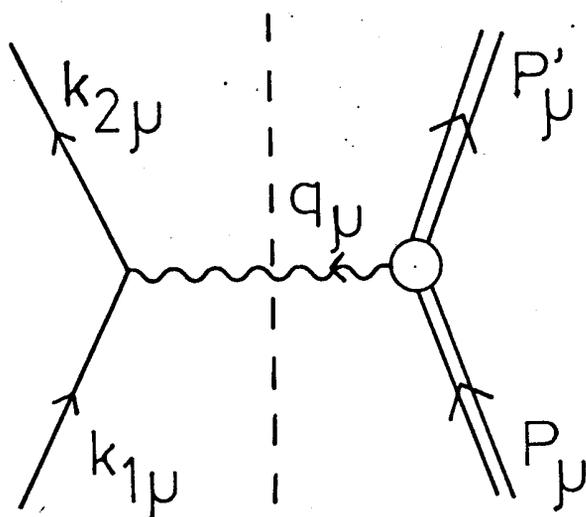


Fig. I.2

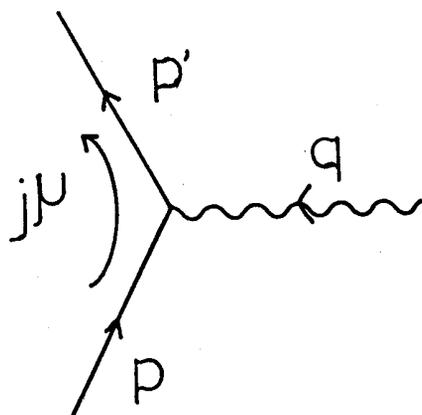


Fig. I.1: Dispersión inclusiva de electrones sobre núcleos, en la aproximación de intercambio de un fotón.

Fig. I.2: Dispersión de un fotón con un núcleo.

En el caso de que el elemento sea un electrón, la corriente viene dada por:

$$j^\mu = -e \bar{u}(p') \gamma^\mu u(p) \quad (I.4)$$

donde $\bar{u}(p')$ y $u(p)$ representan los spinores de Dirac.

Consideremos ahora al protón. Dado que un nucleón tiene un cierto radio, no podemos reemplazar al vértice electromagnético simplemente por γ^μ , debemos introducir entonces factores de forma:

$$J^\mu = e \bar{u}(p') \left[F_1(q^2) \gamma^\mu + \frac{\mu}{2m} F_2(q^2) i \sigma^{\mu\nu} q_\nu \right] u(p), \quad (I.5)$$

F_1 y F_2 son dos factores de forma electromagnéticos independientes sobre los que hablaremos luego. La cantidad μ es el momento magnético anómalo para el protón o neutrón, según el caso, y m es la masa del nucleón.

En el caso más general de un núcleo que puede emitir uno o varios nucleones después de la dispersión, representamos toda la complejidad por medio del tensor $W^{\mu\nu}$. La invarianza de Lorentz, implica que $W^{\mu\nu}$ debe ser un tensor de rango dos, ya que el operador corriente es un cuadrivector. Busquemos la forma más general para $W^{\mu\nu}$. Debido a la suma sobre los estados inicial y final, hay solo dos cuadrivectores sobre los que dicho tensor puede depender. Tomemos p^μ y q^μ . Escribimos,

$$W_{\mu\nu} = -W_1 \delta_{\mu\nu} + \frac{W_2}{m^2} p_\mu p_\nu + \frac{W_4}{m^2} q_\mu q_\nu + \frac{W_5}{m^2} (p_\mu q_\nu + q_\mu p_\nu) , \quad (I.6)$$

La conservación de la corriente implica,

$$\partial_\mu \hat{j}^\mu = 0, \quad (I.7)$$

lo cual conduce a:

$$q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} \quad (I.8)$$

de donde se deduce que:

$$W_5 = - \frac{p \cdot q}{q^2} W_2 , \quad (I.9.a)$$

$$W_4 = - \left(\frac{p \cdot q}{q^2} \right)^2 W_2 + \frac{m^2}{q^2} W_1 . \quad (I.9.b)$$

Finalmente tenemos,

$$W_{\mu\nu} = W_1 \left(-\delta_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{m^2} \left(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \quad (I.10)$$

los W_i son funciones de los escalares de Lorentz que se pueden construir de los cuadvectores en el vértice hadrónico. Como $q^2 = q^2 - \omega^2$ y $p \cdot q = \omega M_T$, tomamos a estos escalares como q^2 y ω (esto es, el cuadrado del impulso transferido al núcleo y la energía transferida en el sistema de laboratorio, ω).

Reemplazando ahora (I.10) en (I.1), podemos calcular la sección eficaz como:

$$d\sigma = 2\alpha^2 \cdot \frac{dk_2}{2\varepsilon_2} \cdot \frac{1}{q_\mu^4} \frac{1}{[(k_1 \cdot p)^2 - m_e^2 M_T^2]^{1/2}} \{ 2 (q_\mu^2 - 2m_e^2) \cdot W_1(q^2, \omega) + \alpha \cdot [2 \frac{(k_1 \cdot P)(k_2 \cdot P)}{M_T^2} - q_\mu^2 / 2] W_2(q^2, \omega) \}$$

(I.11)

Despreciando la masa del electrón, podemos escribir finalmente la sección eficaz en el sistema de laboratorio, como:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_2 d\varepsilon_2} = \frac{4\alpha^2}{q_\mu} \frac{\varepsilon_2^2}{M_T} \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) [W_2(q^2, \omega) + 2 W_1(q^2, \omega) \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)]$$

(I.12)

$$q_\mu^2 = 4 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right).$$

(I.13)

Para su uso posterior, resulta conveniente usar las denominadas funciones de estructura S_L y S_T en lugar de W_1 y W_2 . La relación entre estas funciones viene dada por:

$$4\pi S_L(q, \omega) = \frac{q^2}{q^2} (W_1 + W_2 \frac{q^2}{q^2}) = W_0$$

(I.14)

$$4\pi S_T(q, \omega) = 2 W_1 = (\delta_{ij} - \frac{q_i q_j}{q^2}) W^{ij}$$

(I.15)

En estos términos, la sección eficaz nos queda expresada como:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_2 d\varepsilon_2} = \frac{4\pi}{M_T} \sigma_M [\left(\frac{q^2}{q^2}\right)^2 S_L(q, \omega) + \left(-\frac{1}{2} \frac{q^2}{q^2} + \tan^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) S_T(q, \omega)]$$

(I.16)

donde,

$$\sigma_{\mathbf{M}} = \frac{4\alpha^2 \epsilon_2^2}{q^4} \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right) = \frac{\alpha^2 \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)}{4\epsilon_2^2 \sin^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)} \quad (\text{I.17})$$

es la sección eficaz de Mott que corresponde a la dispersión de una partícula puntual.

En las funciones $S_{\mathbf{L}}$ y $S_{\mathbf{T}}$ los subíndices hacen referencia al carácter longitudinal y transversal de cada contribución. En las ecs. (I.14) y (I.15) vemos que $S_{\mathbf{L}}$ es esencialmente W_0^0 que se refiere a la componente temporal de la corriente nuclear. Que es, de hecho, la densidad de carga eléctrica en el núcleo. Mientras que $S_{\mathbf{T}}$ está relacionado con las componentes espaciales de la corriente magnética nuclear [FO 67]. El hecho importante de estas contribuciones es que, al igual que W_1 y W_2 , pueden ser separadas experimentalmente. Fijando q y ω , y variando el ángulo θ , podemos extraer valores para cada una de ellas. Como habíamos dicho, en la aproximación en la que trabajamos, la contribución nuclear a la sección eficaz está totalmente contenida en el tensor $W^{\mu\nu}$. Dentro de un modelo simple de un gas de Fermi se obtiene un buen acuerdo con el experimento cuando calculamos la sección eficaz. Sin embargo, al calcular, dentro del mismo modelo, $S_{\mathbf{L}}$ y $S_{\mathbf{T}}$ y comparar con el experimento, se encuentra que el canal longitudinal predicho teóricamente sobrestima al medido experimentalmente, ocurriendo la situación inversa para el canal transversal.

Resumamos brevemente las ideas principales de esta sección. En primer lugar, la aproximación de Born junto con las reglas de Feynman nos llevan a escribir la sección eficaz correspondiente al proceso de la fig. I.1, esquemáticamente, como:

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_2 d\epsilon_2} \sim W_{\mu\nu} \eta^{\mu\nu} \quad (I.18)$$

donde $\eta^{\mu\nu}$ se refiere a la parte leptónica y $W_{\mu\nu}$ a la parte nuclear.

Vemos luego que $W_{\mu\nu}$ se puede escribir como la suma de dos funciones, S_L y S_T , que se pueden comparar directamente con el experimento. Se puede calcular S_L y S_T por medio de (I.3) usando (I.14) y (I.15), que constituyen los resultados relevantes de esta sección.

I.2. Un modelo simple: el gas de Fermi.

Aplicaremos los resultados de la sección anterior al modelo más simple que se nos ocurre, esto es, pensar al núcleo como un gas de fermiones que no interactúa entre sí. Aprovechando la invarianza translacional, trabajaremos en el espacio de los impulsos y pensaremos en un mar de Fermi en que todos los niveles están ocupados hasta un impulso de Fermi (k_F). En este modelo la única posibilidad de excitación es que el fotón intercambiado arranque un nucleón del mar de Fermi, dejando un agujero. Este proceso está esquematizado en la fig. I.3, donde mostramos la amplitud de transición. En la mayoría de los casos, usaremos, sin embargo, diagramas que representen la probabilidad de transición, que resultan de elevar al cuadrado dicha amplitud. En la fig. I.4, mostramos dichos diagramas.

Calculemos las contribuciones S_L^0 y S_T^0 , donde el

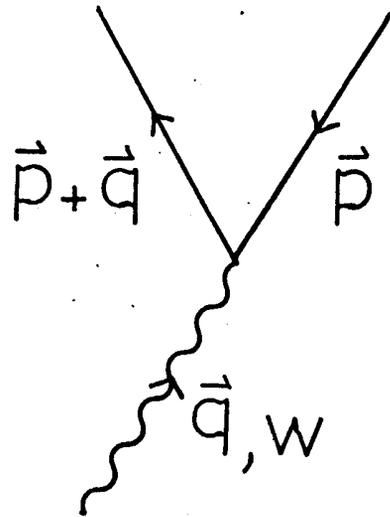


Fig. I.3

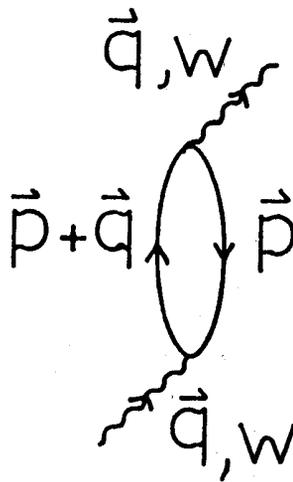


Fig. I.4

Fig. I.3: Amplitud de transición para la dispersión de electrones. La línea ondulada representa al operador de excitación externo, la flecha saliente representa a la partícula y la entrante al agujero.

Fig. I.4: Probabilidad de transición. Sobre cada línea se indica el valor del impulso, mientras que ω representa la energía del fotón.

superíndice cero indicar que trabajamos con un gas de Fermi.

Suponemos que el núcleo se encuentra en su estado fundamental antes de la dispersión; que representamos por medio de $|0\rangle$. Debemos calcular (I.3). Para ello, los elementos de matriz los escribimos como:

$$\langle p', p | \hat{J}_\mu | 0 \rangle = \theta(p' - k_F) \theta(k_F - p) \cdot J_\mu(p', p) \quad (I.19)$$

Las funciones θ indican que p' es una partícula y p un agujero. Introducimos el vector corriente para el núcleo como,

$$J_\mu(p', p) = \frac{1}{V} \bar{u}(p', s') \chi_{p'}^+ \left(\Gamma_\mu \right) u(p, s) \chi_p \quad (I.20)$$

con,

$$\Gamma_\mu = \frac{e}{2} (1 + \tau_3) \gamma_\mu - i q^\alpha \sigma_{\alpha\mu} \frac{\mu_0}{2} [(1 + \tau_3) \mu_P + (1 - \tau_3) \mu_N] \quad (I.21)$$

representando al vertice fotón-nucleón-núcleo, μ_0 es el magnetón de Bohr, $\mu_P = 1.79$ y $\mu_N = -1.91$ son los momentos magnéticos anómalos para el protón y para el neutrón. s y ρ , son las variables de spin e isospin, respectivamente, y

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu) \quad (I.22)$$

es la combinación antisimétrica de matrices de Dirac.

La reducción no relativista usual; esto es, expansión en

inversa de la masa nuclear, conduce en el orden dominante a:

$$J_0(p', p) = \frac{m}{v} \delta_{s's} \delta_{\rho'\rho} (1 + 2\rho) \quad (I.23)$$

para la componente longitudinal.

Para la componente transversal,

$$J_i(p', p) = \frac{\mu_0 m}{e v} \{ i \chi_{s'}^+ (\sigma \times q)_i \chi_s [(1+2\rho_1)(1+\mu_p) + (1-2\rho_1)\mu_N] \delta_{\rho'\rho} + (p' + p)_i \delta_{s's} \delta_{\rho'\rho} \} \quad i=1,2,3. \quad (I.24)$$

con $q = p' - p$. En (I.24) el primer término de la derecha es la corriente de spin, mientras que el segundo es de carácter eléctrico. (Notemos que la presencia de la $\delta_{\rho'\rho}$ nos muestra que nuestras reacciones no pueden ser con intercambio de carga).

De esta manera, W_{ij} viene dado por:

$$W_{ij} = (2\pi)^3 v m \sum_{p', p} \delta^{(4)}(p-p'-q) \theta(p'-k_F) \theta(k_F-p) J_i^+(p', p) J_j^-(p', p) \quad (I.25)$$

la expresión para W_0^0 resulta evidente. Usando (I.14) y (I.15), junto con (I.3), y luego de evaluar todas las sumas sobre spin e isospin, reemplazar las sumas sobre impulsos en integrales (ver apéndice A); podemos calcular S_L^0 y S_T^0 :

$$S_T^O(q, \omega) = \frac{3A^2}{8m k_F} \text{Im } \Pi^O(Q, \nu) \{ Q^2 [(1+\mu_P)^2 + \mu_N^2] + (1 - (\nu/Q - Q/2)^2) \}$$

(I.26)

$$S_L^O(q, \omega) = \frac{3 m A^2}{8 k_F^3} \text{Im } \Pi^O(Q, \nu)$$

(I.27)

donde introdujimos las variables adimensionales $Q \equiv q/k_F$ y $\nu \equiv \omega/(k_F^2/m)$. Hemos supuesto que la energía de una partícula (agujero) de impulso p' (p), viene dada por $p'^2/2m$ ($p^2/2m$). Por simplicidad no hemos incluido en forma explícita los factores de forma electromagnéticos. La función $\text{Im } \Pi^O(Q, \nu)$ representa la parte imaginaria de la función de Lindhard, y viene dada por,

$$\text{Im } \Pi^O(Q, \nu) = \frac{2}{(2\pi)^2} \int dp' \delta(\omega - (p'^2 - p^2)/2m) \theta(p' - k_F) \theta(k_F - p)$$

(I.28)

$$= \frac{m k_F}{2\pi Q} (1 - (\nu/Q - Q/2)^2) \quad \text{si } Q > 2 \text{ o,}$$

$$Q \leq 2 \text{ y } Q + Q^2/2 \geq \nu \geq Q - Q^2/2$$

(I.29)

$$= \frac{m k_F}{2\pi Q} 2\nu \quad \text{si } Q \leq 2 \text{ y } 0 \leq \nu \leq Q - Q^2/2$$

(I.30)

Recordemos, por otra parte, que la parte real de la función de Lindhard viene dada por [FE 71]:

$$\operatorname{Re} \Pi^0(Q, \nu) = \frac{m k_F}{\pi^2} \left\{ -1 + \frac{1}{2Q} [1 - \nu_-^2] \ln |(1+\nu_-)/(1-\nu_-)| - \right. \\ \left. \frac{1}{2Q} [1 - \nu_+^2] \ln |(1+\nu_+)/(1-\nu_+)| \right\}$$

(I.31)

con,

$$\nu_+ = \nu/Q + Q/2$$

$$\nu_- = \nu/Q - Q/2$$

En la fig. I.5, mostramos los distintos valores que toman las partes real e imaginaria de la función de Lindhard para distintos valores del impulso transferido q , como función de la energía ω .

En la ec. (I.5) introdujimos los factores de forma electromagnéticos F_1 y F_2 . Resulta más adecuado trabajar con los factores G_E y G_M , relacionados con los anteriores por medio de:

$$G_E = F_1 + \mu \frac{q^2}{4m^2} F_2$$

$$G_M = F_1 + \mu F_2$$

De esta manera, obtenemos S_L^0 y S_T^0 simplemente multiplicando las expresiones a la derecha de (I.29) por G_E^2 . Como modelo para G_E tomamos la aproximación dipolar, dada por [HØ 76], [JE 76], [HA 84]:

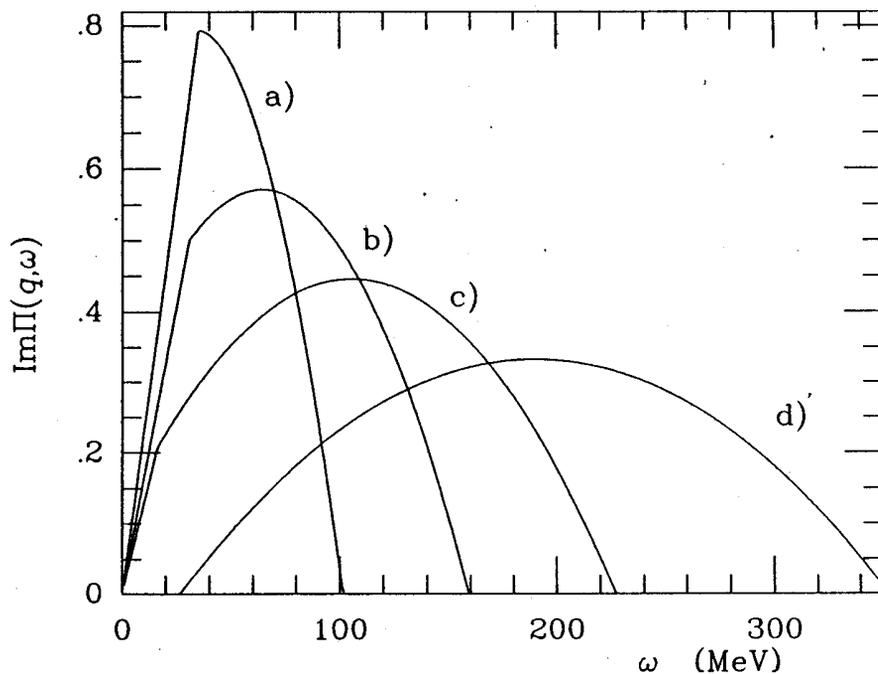


Fig. I.5.a

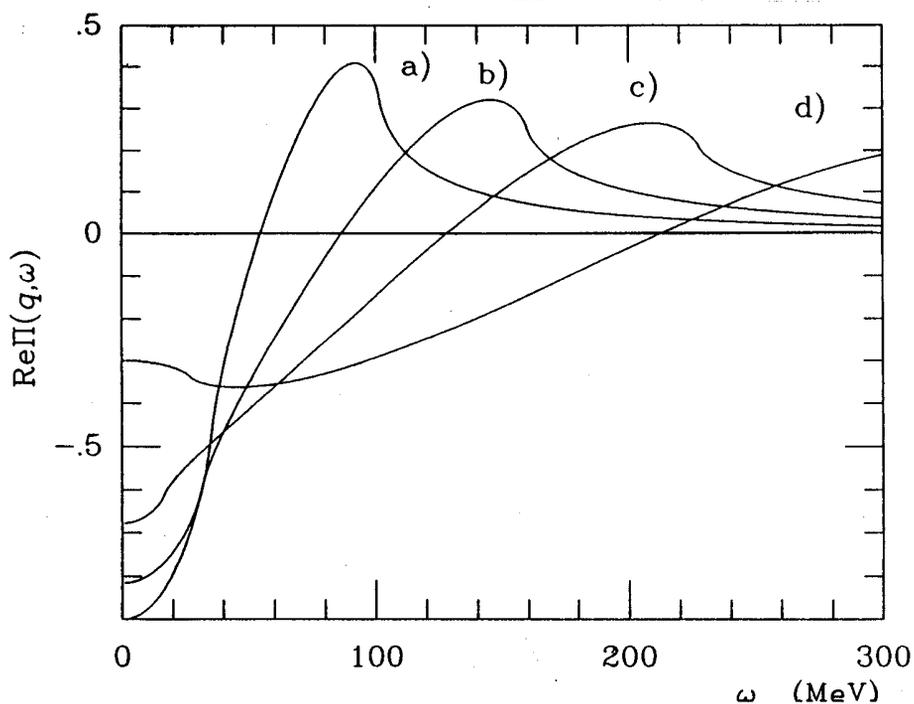


Fig. I.5.b

Fig. I.5.a: Dependencia con el impulso de la parte imaginaria de la función de Lindhard. Para cada curva, los valores del impulso son los siguientes: a) $q = 230 \text{ MeV/c}$; b) $q = 320 \text{ MeV/c}$; c) $q = 410 \text{ MeV/c}$ y d) $q = 550 \text{ MeV/c}$.

Fig. I.5.b: Igual que fig. I.5.a, pero para la parte real de la función de Lindhard.

$$G_E^{P,N}(q, \omega) = 1 / [1 + (q^2 - \omega^2) / (839 \text{ MeV})^2]^2 \quad (I.32)$$

válida tanto para protones como para neutrones.

En la fig. I.6, mostramos la sistemática de S_L^0 y S_T^0 en unidades de MeV^{-1} (en todos los gráficos, hemos normalizado las expresiones dadas en el texto, por $hc.(A m / 4\pi)$, para simplificar la comparación con los puntos experimentales); para distintos valores del impulso de Fermi, k_F . Mientras que en la fig. I.7, mostramos la dependencia de estas funciones cuando reemplazamos la masa del nucleón m , por una masa efectiva m^* , cuyos valores se especifican en la figura. El impulso transferido es de $q = 410 \text{ MeV}/c$ para ambos casos.

Finalmente, notemos que, alternativamente, se pueden escribir las expresiones para $S_{L,T}^0$ como,

$$S_{L,T}^0(q, \omega) = \sum_{p', p} | \langle p', p | \phi_{L,T} | p', p \rangle |^2 \delta(\omega - (p'^2 - p^2) / 2m) \quad (I.33)$$

donde $\phi_{L,T}$ representa al operador de excitación longitudinal y transversal, respectivamente. Absorbimos en su definición la constante multiplicativa. Hemos incluido esta expresión ya que resulta adecuada para un uso posterior.

I.3. Un paso mas: gas de Fermi con Interaccion.

Hasta ahora pensamos que los nucleones no podían interactuar entre sí. Si quitamos esta restricción, la

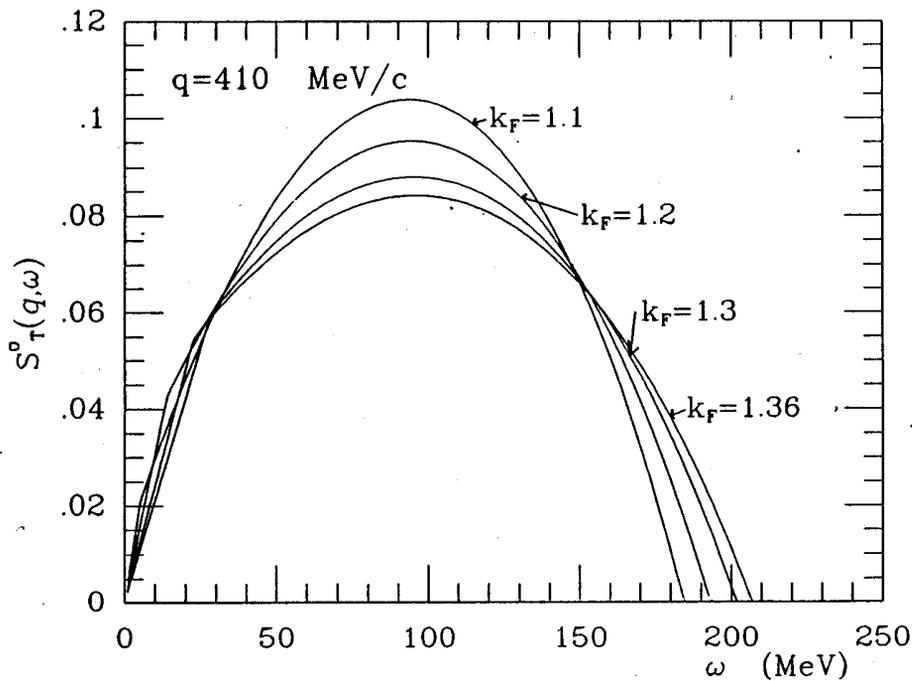


Fig. 6.a

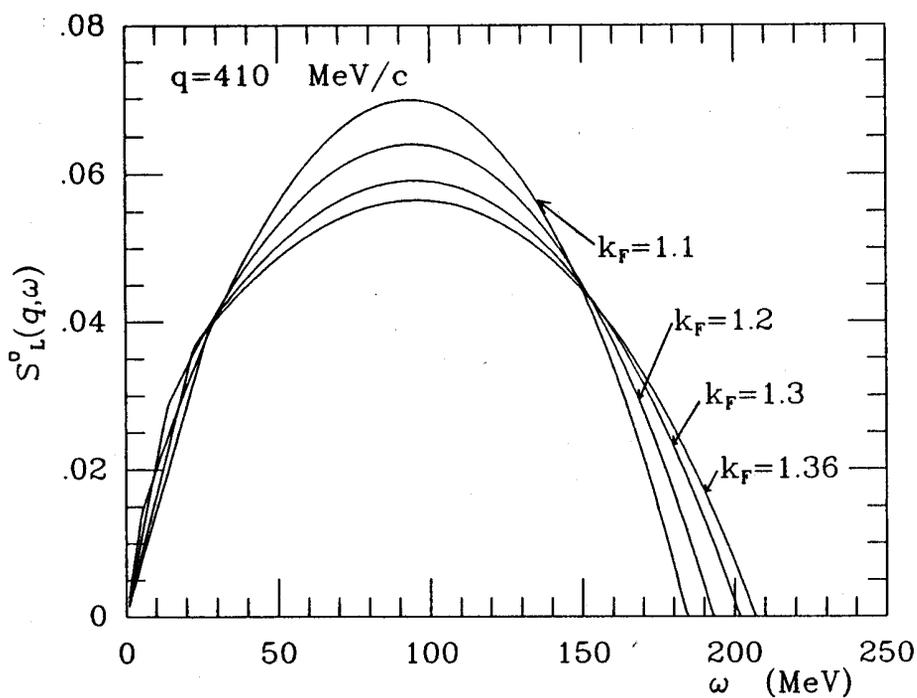


Fig. 6.b

Fig. I.8.a: Dependencia con el impulso de Fermi, k_F , de la función estructura transversal, S_T ; en unidades de MeV^{-1} .

Fig. I.8.b: Dependencia con el impulso de Fermi, k_F , de la función estructura longitudinal, S_L , en unidades de MeV^{-1} . La dependencia es la misma que para el caso transversal, a menos de la componente eléctrica de S_T .

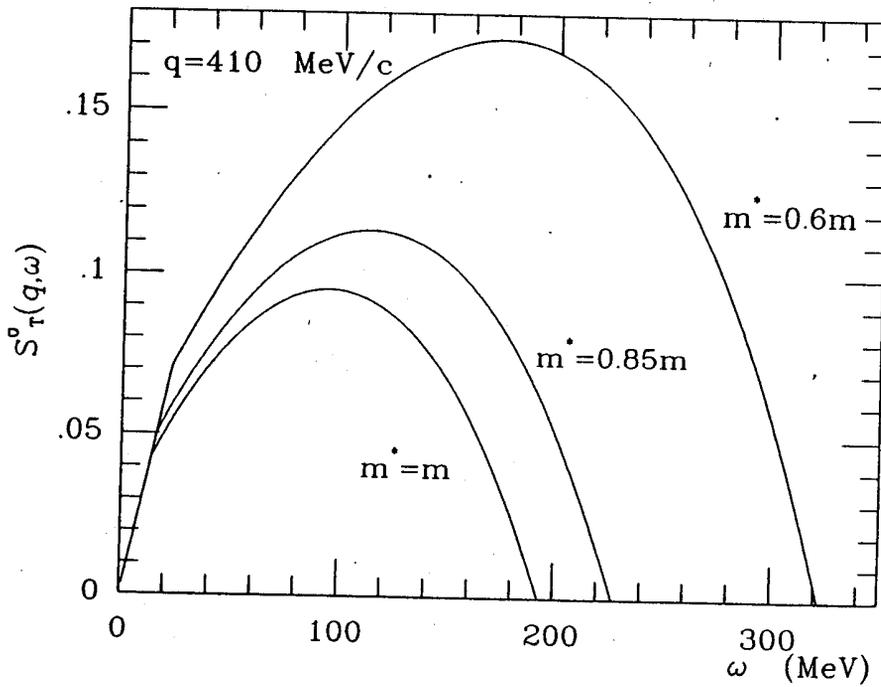


Fig. 7.a

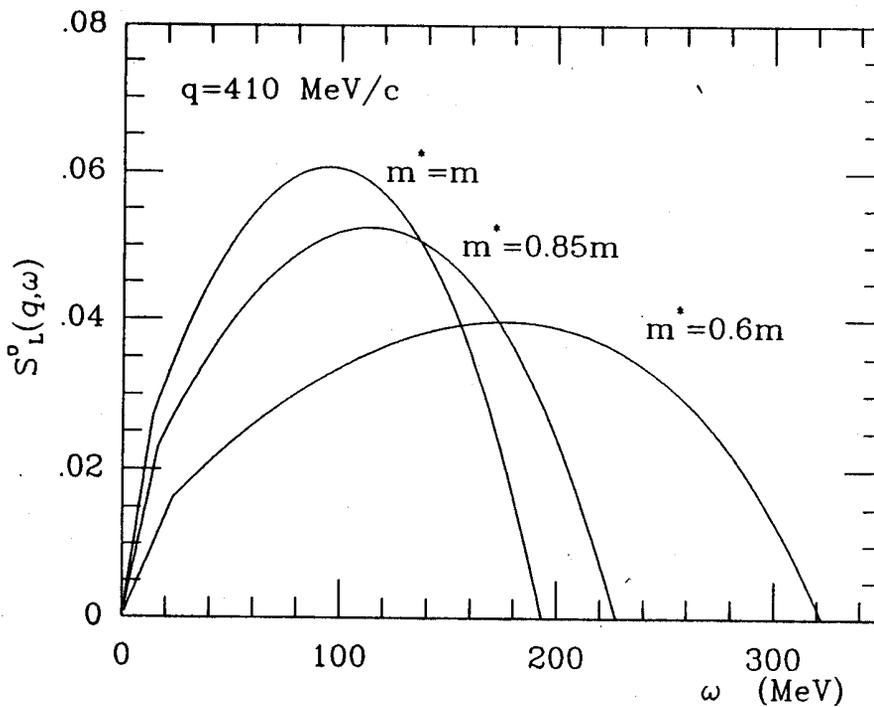


Fig. I.7.b

Fig. I.7.a: Dependencia con la masa efectiva de la función estructura transversal, en unidades de MeV^{-1} .

Fig. I.7.b: Dependencia con la masa efectiva de la función estructura longitudinal, en unidades de MeV^{-1} .

perturbación podrá transmitirse a varios nucleones a través de la interacción nuclear. Hay muchas formas en que esto puede ocurrir. Nos limitaremos, por ahora, al caso en que la propagación tiene lugar por medio de la superposición coherente de excitaciones de una partícula-un agujero, como se indica esquemáticamente en la fig. I.8. En ella, la línea de rayas representa a la interacción nuclear. La suma de los términos de la derecha de la fig. I.8, puede realizarse fácilmente pues no es más que una suma geométrica de términos de tipo $V\Pi^0$, donde V representa la interacción nuclear. El resultado que obtenemos se denomina aproximación de las fases al azar (RPA). En nuestro caso no estamos tomando en cuenta la antisimetrización. Sumando la serie de términos tenemos,

$$\text{Im } \Pi^{\text{RPA}} = \text{Im } \frac{\Pi^0}{1 - V\Pi^0} \quad (\text{I.34.a})$$

Recordando que Π^0 es un número complejo, en forma más explícita, tenemos:

$$\text{Im } \Pi^{\text{RPA}} = \frac{\text{Im } \Pi^0}{(1 - V \text{Re}\Pi^0)^2 + (V \text{Im } \Pi^0)^2} \quad (\text{I.34.b})$$

Reemplazando ahora esta cantidad en el lugar correspondiente a $\text{Im}\Pi^0$ en las expresiones para S_L^0 y S_T^0 dadas por las expresiones (I.28) y (I.29), obtenemos los valores de las funciones estructura longitudinal y transversal modificadas por la aproximación de RPA, denominadas $(S_L^0)^{\text{RPA}}$ y $(S_T^0)^{\text{RPA}}$,

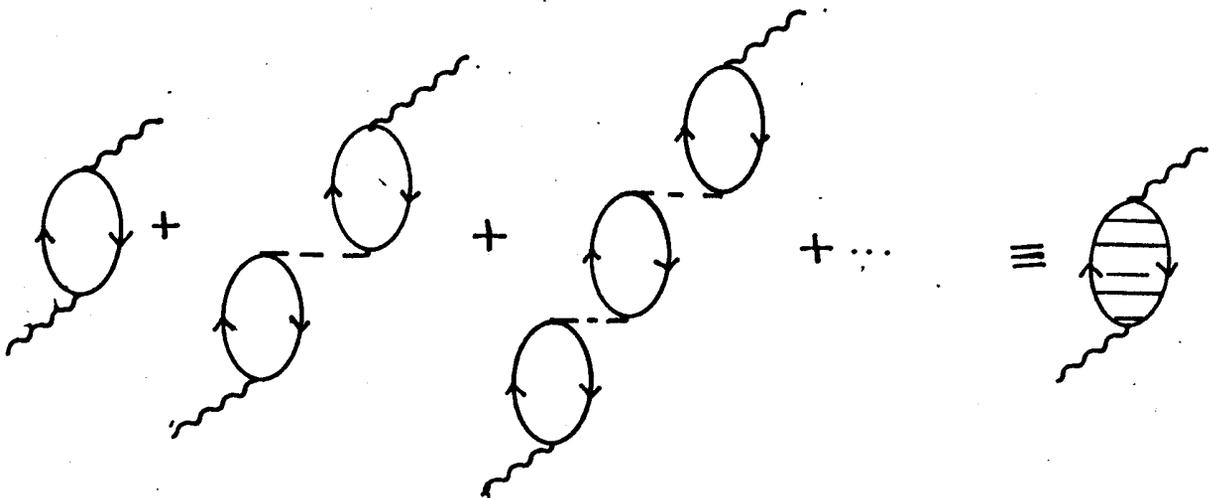


Fig. I.8: Serie de gráficos de 1p-1h sumados en la RPA.

respectivamente. Antes de poder dar valores para estas cantidades debemos especificar la interacción nuclear.

I.4. La interacción partícula-agujero.

En el esquema de intercambio de mesones, el canal σ de la interacción esta descrita por los mesones π y ρ , ([BR 77], [ER 83], [NA 85], [KR 88], [BA 89.b]). De esta manera, usamos como modelo la interacción $\pi + \rho$ correlacionada:

$$V_{\pi+\rho}(q, \omega) = \tilde{V}_{\pi+\rho}(q, \omega) - \int \frac{dk}{(2\pi)^3} \Omega(|k+q|) \tilde{V}_{\pi+\rho}(q, \omega) \quad (I.35)$$

con el potencial $\tilde{V}_{\pi+\rho}(q, \omega)$ sin correlaciones, dado por:

$$\tilde{V}_{\pi+\rho}(q, \omega) = \frac{f_{\pi}^2}{m_{\pi}^2} \left\{ \gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_{\pi}^2} (\sigma_1 \cdot \hat{q})(\sigma_2 \cdot \hat{q}) \tau_1 \cdot \tau_2 + \right. \\ \left. \gamma_2 \frac{q^2}{q^2 + m_{\rho}^2} (\sigma_1 \times \hat{q}) \cdot (\sigma_2 \times \hat{q}) \tau_1 \cdot \tau_2 \right\} \quad (I.36)$$

donde f_{π}^2 es la constante de acoplamiento del pion ($f_{\pi}^2/4\pi = 0.08$)
 $C_{\rho} = 2.18$, m_{π} y m_{ρ} son las masas del pion y del meson ρ ,
 repectivamente ($m_{\pi} = 140$ MeV y $m_{\rho} = 770$ MeV). Las constantes γ_1 y
 γ_2 estan dadas en la tabla I.1, para distintas fuerzas. La función
 de correlacion viene dada por:

$$\Omega(k) = \frac{2\pi^2}{q_c^2} \delta(k - k_c) \quad (I.37)$$

con $k_c = 3.93$ 1/fm $\cong m_{\omega}$ (masa del mesón ω). Las correlaciones
 sobre el potencial dan cuenta de un modo fenomenológico de la
 repulsión de corto alcance del potencial nuclear. Los efectos de
 correlación se pueden parametrizar de una forma simple
 introduciendo la constante de Landau-Migdal en el canal $\sigma\tau$,
 denominada g' . De esta manera, el potencial nuclear viene dado
 por:

$$V_{\pi+\rho}(q, \omega) = \frac{f_{\pi}^2}{m_{\pi}^2} \left\{ \Gamma_{\pi}^2 g' \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \Gamma_{\pi}^2 \gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_{\pi}^2} (\sigma_1 \cdot \hat{q})(\sigma_2 \cdot \hat{q}) + \right. \\ \left. \Gamma_{\rho}^2 \gamma_2 \frac{q^2}{q^2 + m_{\rho}^2} (\sigma_1 \times \hat{q}) \cdot (\sigma_2 \times \hat{q}) \right\} \tau_1 \cdot \tau_2 \quad (I.38)$$

Tabla I.1

Interacción	γ_1	γ_2	Γ_π [MeV]	Γ_π [MeV]
pion-correlacionado.	1.	0.	900.	0.
pion+rho-correlacionado.	1.	1.	1300.	2000.
Blaizot [BL 81].	0.85	0.6	1000.	1000.

donde introducimos los factores de forma para el vértice mesón-nucleón-nucleón, dados por:

$$\Gamma_i = \frac{\Lambda_i^2 - m_i^2}{\Lambda_i^2 - \omega^2 - q^2} \quad (I.39)$$

es posible realizar la siguiente separación:

$$V_{\pi+\rho}(q, \omega) = \{ V_L(q, \omega) (\sigma_1 \cdot \hat{q})(\sigma_2 \cdot \hat{q}) + V_T(q, \omega) (\sigma_1 \times \hat{q}) \cdot (\sigma_2 \times \hat{q}) \} \tau_1 \cdot \tau_2 \quad (I.40)$$

$$V_L(q, \omega) = \frac{f^2}{m_\pi^2} \Gamma_\pi^2 \left\{ g' - \gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} \right\} \quad (I.41.a)$$

$$V_T(q, \omega) = \frac{f^2}{m_\pi^2} \left\{ \Gamma_\pi^2 g' - \Gamma_\rho^2 C_\rho \gamma_2 \frac{q^2}{q^2 + m_\rho^2} \right\} \quad (I.41.b)$$

No hemos dicho aún el valor de la constante g' ni cuál de las distintas interacciones de la tabla I.1 usaremos. Esto se

debe a que el conocimiento de la interacción nuclear para los impulsos y energías puestas en juego en la dispersión cuasi elástica de electrones no es lo suficientemente bueno como para usar una sola interacción. De esta manera, usaremos distintas interacciones, especificándolas en cada caso. En la fig. I.9, mostramos la dependencia de V_L y V_T con la energía para un impulso de $q = 410 \text{ MeV}/c$, $g' = 0.5$ y la interacción pion- rho, de la tabla I.1

Hasta aquí hemos presentado la interacción nuclear en el canal $\sigma\tau$. Debemos incluir ahora al resto de los canales, con lo cual la interacción nos queda escrita como:

$$V_{res}(q, \omega) = \frac{f^2}{m_\pi^2} \left\{ f_0 + f'_0 \tau_1 \cdot \tau_2 + g \sigma_1 \cdot \sigma_2 + g' \sigma_1 \cdot \sigma_2 \tau_1 \cdot \tau_2 + \right. \\ \left. \gamma_1 \frac{q^2}{q^2 - \omega^2 + m_\pi^2} (\sigma_1 \cdot \hat{q})(\sigma_2 \cdot \hat{q}) \tau_1 \cdot \tau_2 + \right. \\ \left. \gamma_2 \frac{q^2}{q^2 - \omega^2 + m_\rho^2} (\sigma_1 \times \hat{q}) \cdot (\sigma_2 \times \hat{q}) \tau_1 \cdot \tau_2 \right\} \quad (I.42)$$

Nos preguntamos ahora qué interacción debemos usar para calcular las funciones de estructura longitudinal y transversal dentro de la aproximación de RPA. La respuesta a esto la obtenemos observando cómo es la dependencia en spin e isospin del vértice electromagnético:

$$\theta_L \sim (1 + \tau_3)/2 \quad (I.43.a)$$

$$\theta_T \sim (\sigma \times \hat{q}) \cdot \tau \quad (I.43.b)$$

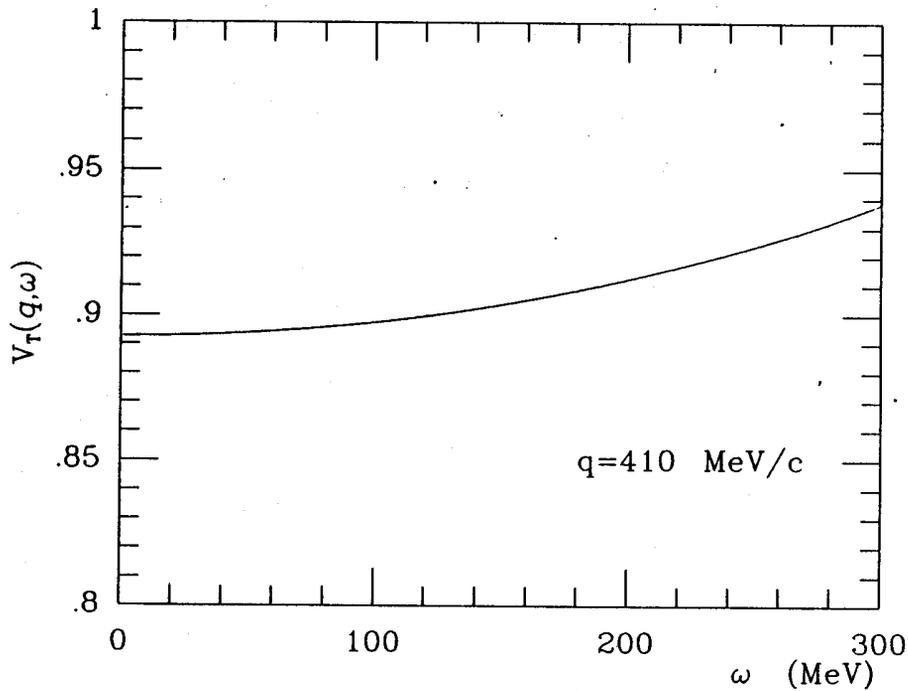


Fig. 9.a

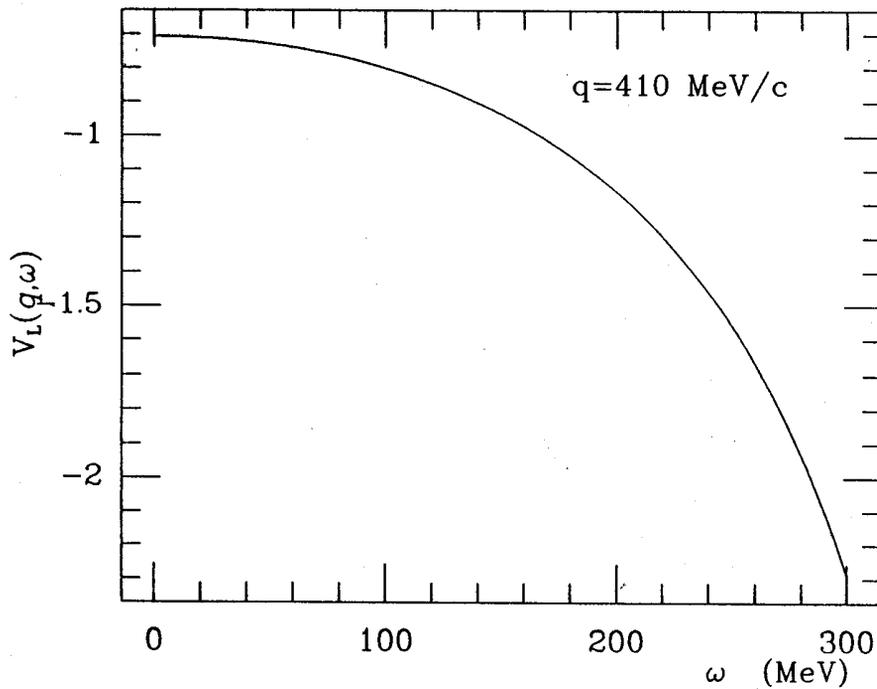


Fig. 9.b

Fig. I.9.a: Dependencia con la energía de la componente transversal de la interacción.

Fig. I.9.b: Dependencia con la energía de la componente longitudinal de la interacción.

de toda la interacción (I.42) solo sobreviven en (I.34) aquellos términos que poseen la misma simetría que la del operador de excitación externo. De modo que para el operador ϕ_T nos queda solo V_T , mientras que para ϕ_L lo hace f_o y f'_o .

Debemos aclarar un poco la notación utilizada. Hemos respetado en cada punto las denominaciones dadas en la literatura. Así, hablamos de un canal longitudinal para la interacción. En ese punto quizás sea más adecuado hablar de longitudinal en spin, ya que ese canal es proporcional a $\sigma \cdot q \tau$. El canal longitudinal en spin solo puede ser excitado mediante pruebas hadrónicas. Hablamos también de canal longitudinal del operador de excitación (ver ec. (I.43.a)), que es esencialmente la densidad de carga eléctrica de núcleo. En lo que sigue, siempre que hablemos de canal longitudinal nos referiremos al mismo en este último sentido.

Hechas estas consideraciones, podemos calcular por medio de las ecs. (I.28), (I.31) y (I.33) las funciones de estructura longitudinal y transversal en la aprox. de RPA, $(S_L^O)^{RPA}$ y $(S_T^O)^{RPA}$, respectivamente. En la fig. I.10 graficamos $(S_L^O)^{RPA}$ y $(S_T^O)^{RPA}$ (en esta figura no hemos incluido el factor de forma electromagnético); y a los efectos de comparación, dibujamos también S_L^O y S_T^O . Vemos que el efecto de la RPA sobre ambos canales es el de correr el pico a energías más altas. Este comportamiento se debe enteramente a la interacción nuclear. Para mostrar este punto, en la fig. I.11 mostramos las funciones de estructura longitudinal y transversal con distintos parámetros de la interacción. En las figs. I.12-15 comparamos S_L y S_T con los puntos experimentales; como habíamos mencionado, el canal longitudinal sobrestima la intensidad experimental, mientras que el transversal la subestima.

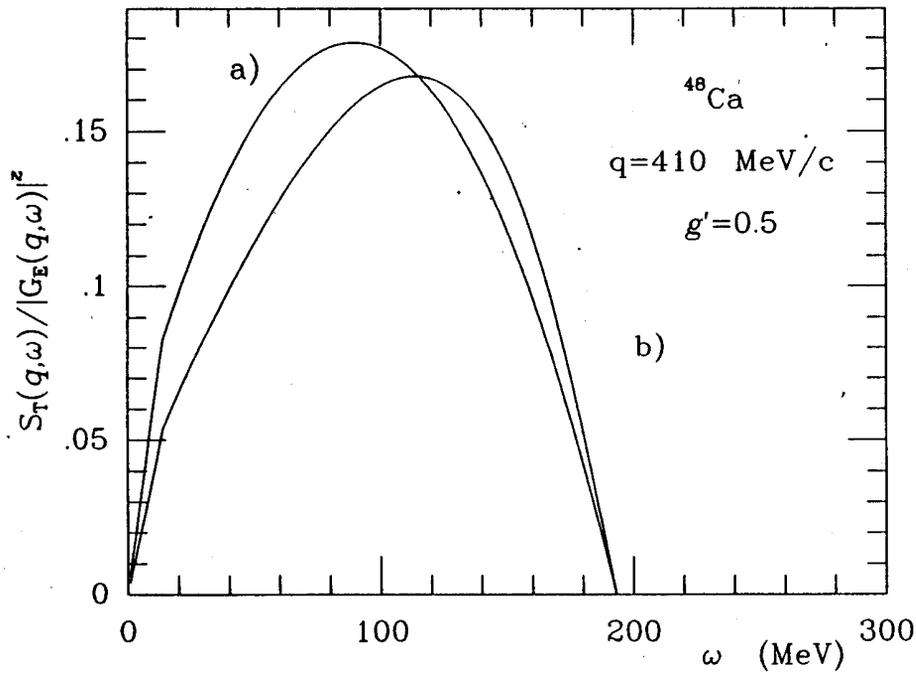


Fig. I.10.a

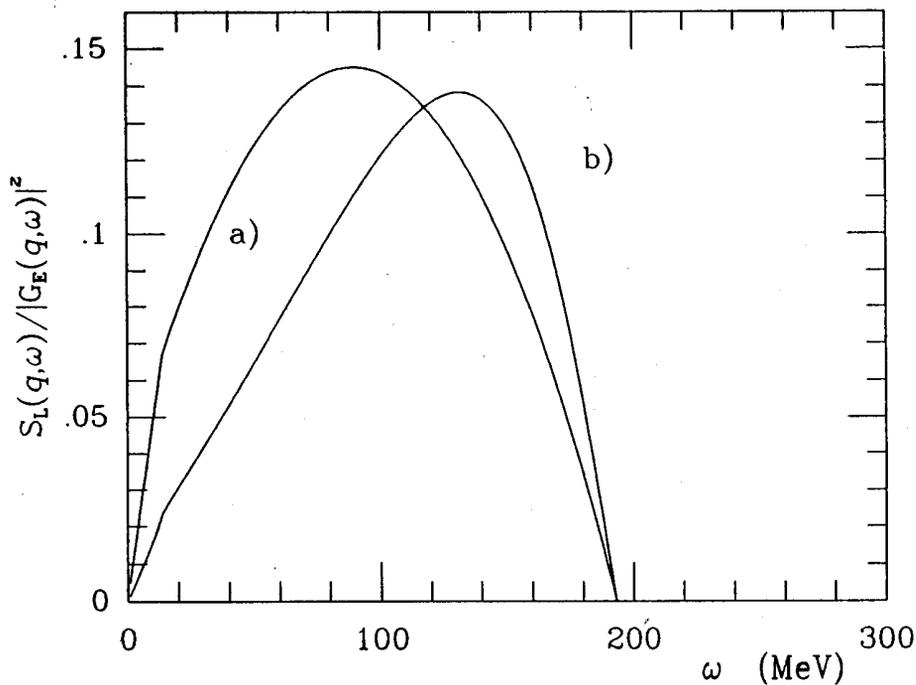


Fig. I.10.b

Fig. I.10.a: Función estructura transversal en la aproximación de RPA. a) representa S_T^0 , mientras que b) representa $(S_T^0)^{RPA}$; en unidades de MeV^{-4} .

Fig. I.10.b: Función estructura longitudinal en la aproximación de RPA. a) representa S_L^0 , mientras que b) representa $(S_L^0)^{RPA}$; en unidades de MeV^{-4} .

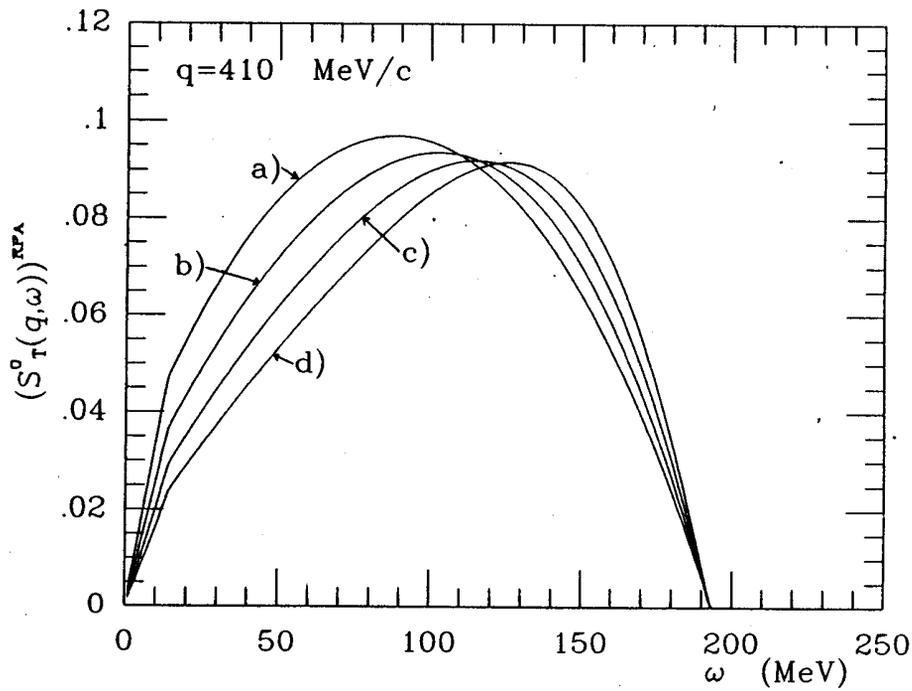


Fig. 11.a

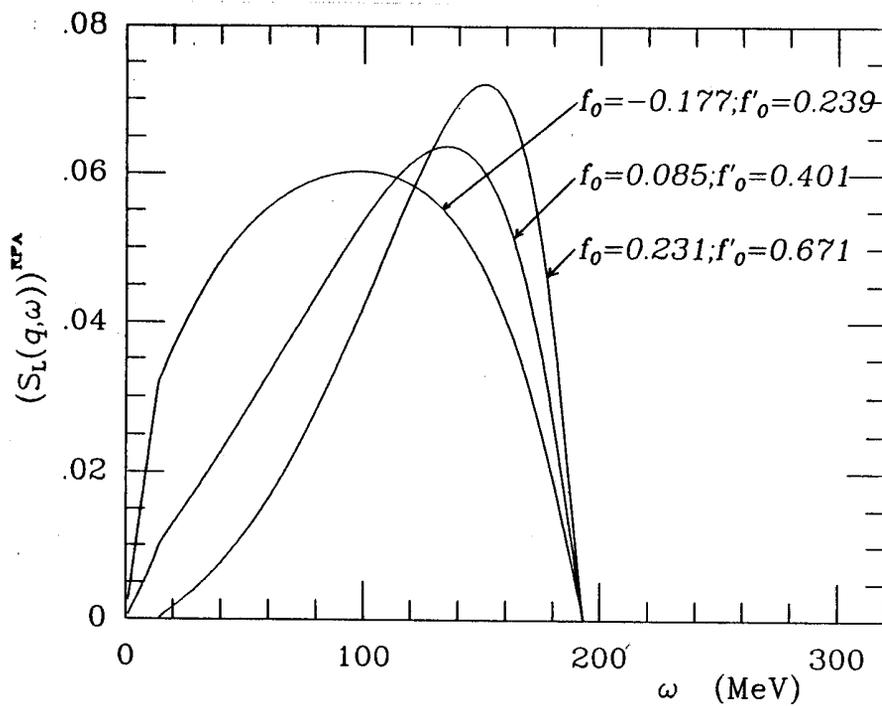


Fig. 11.b

Fig. I.11.a: Dependencia con el parametro g' de la interacción de $(S_T^0)^{RPA}$. Los distintos valores de g' son: a) $g' = 0.4$; b) $g' = 0.5$; c) $g' = 0.6$ y d) $g' = 0.7$.

Fig. I.11.b: Dependencia con los parametros f_0 y f'_0 de la interacción de $(S_L^0)^{RPA}$.

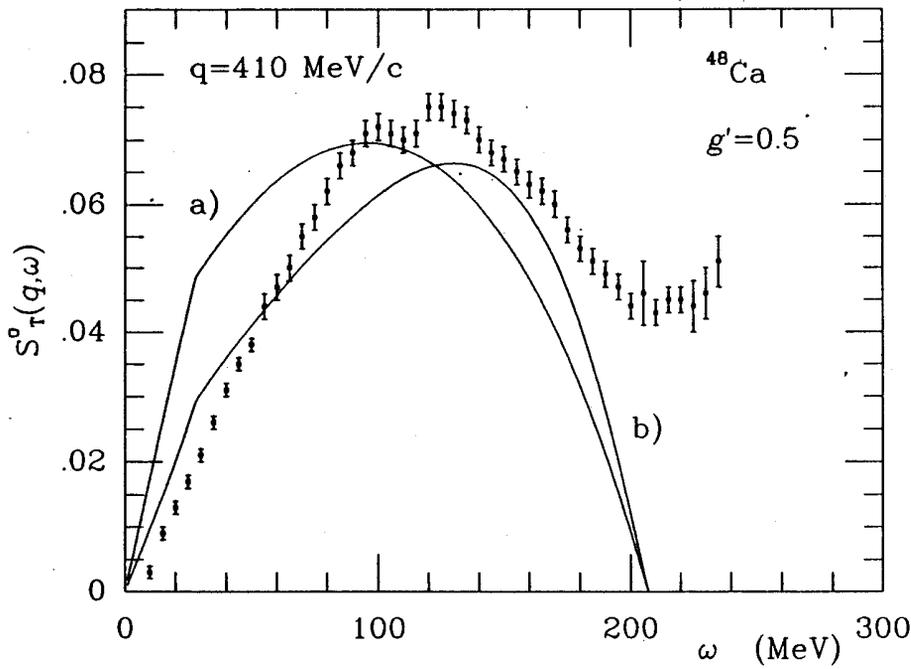


Fig. 12

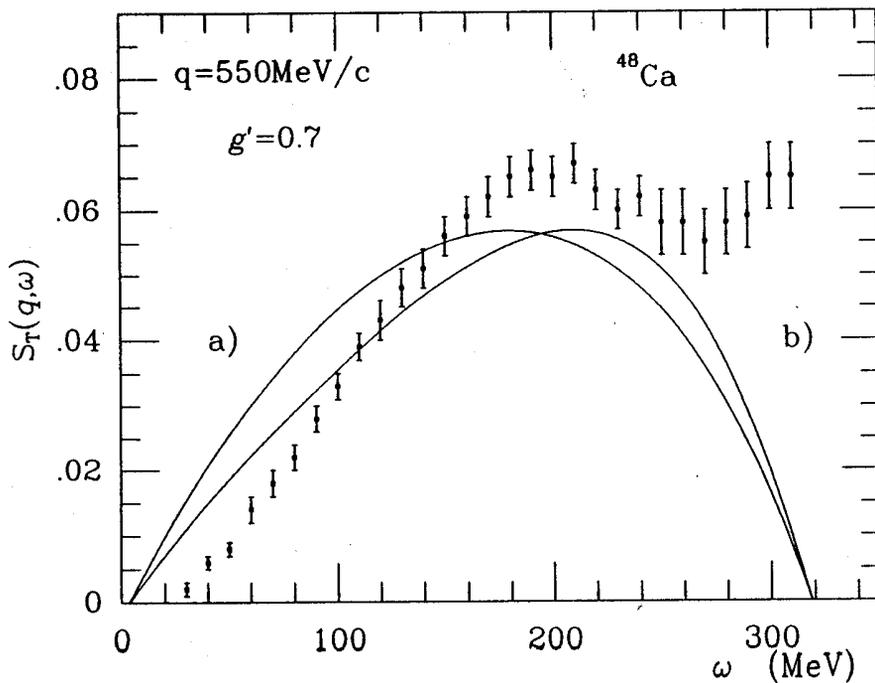


Fig. 13

Fig. I.12: Comparación con el experimento de la función de estructura transversal. En a) representamos S_T^0 , mientras que en b) representamos $(S_T^0)^{RPA}$ con un valor de $g'=0.5$; Los puntos experimentales fueron tomados de [ME 85].

Fig. I.13: Igual fig. 12 para $q = 550$ MeV/c. Los puntos experimentales fueron tomados de [ME 85].

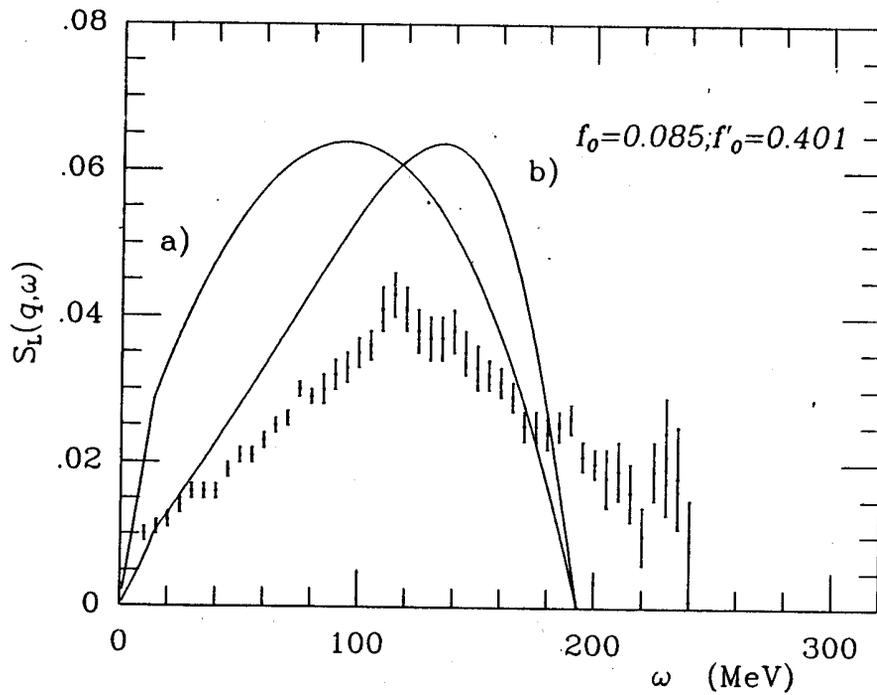


Fig. 14

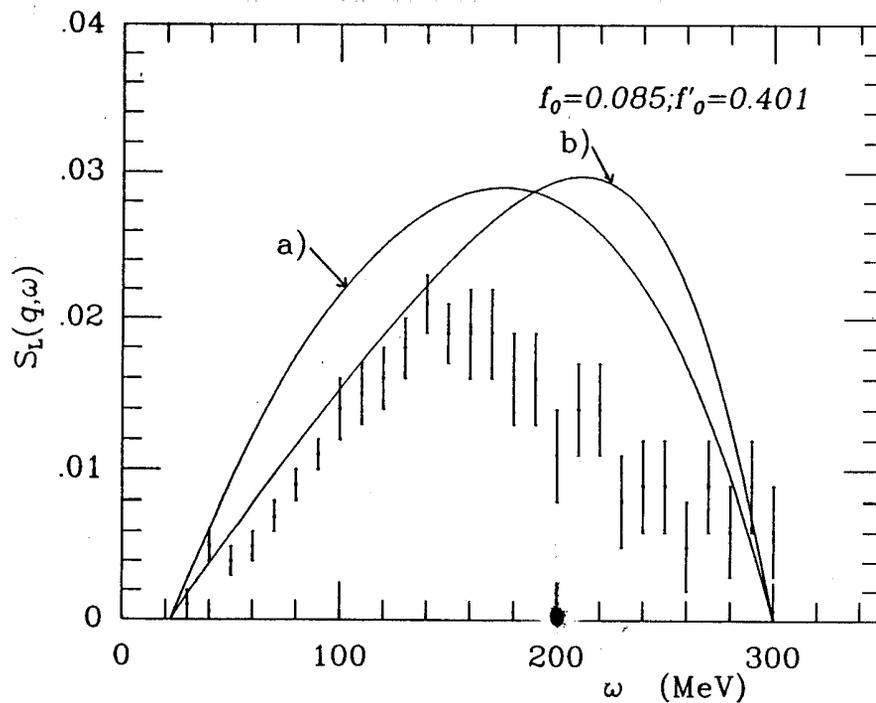


Fig. 15

Fig. I.14: Igual fig. 12 para el canal longitudinal y $q = 410$ MeV/c. Los parámetros de la interacción residual son los que se indican en la figura. Los puntos experimentales fueron tomados de [ME 84].

Fig. I.15: Igual fig. 14 para el canal longitudinal y $q = 550$ MeV/c. Los puntos experimentales fueron tomados de [ME 84].

I.5. Regla de Suma.

Definimos la regla de suma coulombiana como la integral de la función estructura longitudinal, S_L :

$$S(q) = \int_0^{\infty} d\omega S_L(q, \omega) \quad (I.44)$$

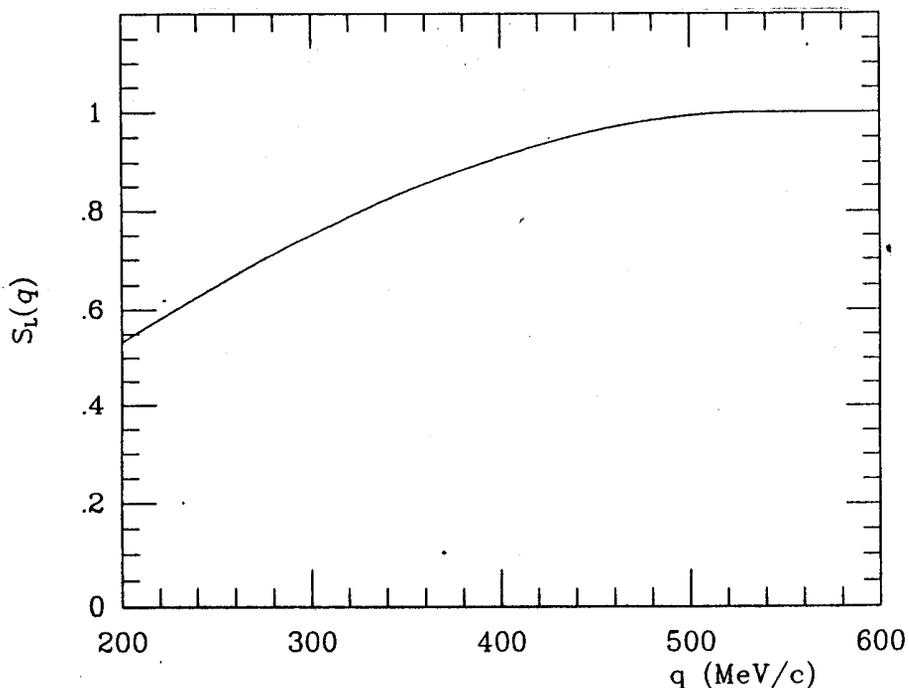
Para el gas de Fermi libre, tenemos en unidades de $Z \cdot ((Am)/(4\pi))$, y haciendo al factor de forma del vértice electromagnético G_E , igual a 1,

$$S^0(q) = \frac{3}{4} \frac{q}{k_F} - \frac{1}{16} \left(\frac{q}{k_F}\right)^3 \quad \text{si } 0 \leq q \leq 2k_F \quad (I.45.a)$$

$$= 1 \quad \text{si } q \geq 2k_F \quad (I.45.b)$$

En la fig. I.16 mostramos $S^0(q)$. Una discusión más cuidadosa de la regla de suma coulombiana la postergaremos hasta el capítulo V, donde hablaremos de la función de estructura longitudinal. Notemos, sin embargo, que el valor menor que uno en (I.45.a) es una consecuencia del principio de exclusión de Pauli.

Fig. I.16: Regla de suma segun la ec. (I.45)



CAPITULO II

FORMALISMO

En este capítulo presentamos el formalismo general desarrollado en la presente tesis. En el capítulo anterior limitamos la discusión al caso en que la excitación electromagnética produce solamente un par partícula-agujero. Mostraremos ahora un esquema que nos permite incluir excitaciones de dos partículas- dos agujeros (2p-2h).

II.1. Separación del espacio de excitación.

Si suponemos que el núcleo se encontraba en su estado fundamental ($\equiv |0\rangle$), antes de la dispersión, es fácil comprobar (ver Apéndice C) que la ec. (I.3) se puede escribir de la forma:

$$W_{\mu\nu} = -\frac{\text{Im}}{\pi} (2\pi)^3 V M_{\mathbf{T}} \langle 0 | \hat{J}_{\mu}^{+} \hat{G}(\mathbf{q}, \omega) \hat{J}_{\nu} | 0 \rangle \quad (\text{II.1})$$

con,

$$\hat{G}(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{\omega - \hat{H} + i\eta} \quad (\text{II.2})$$

donde \hat{H} es el Hamiltoniano total del sistema. El factor $+i\eta$ en el propagador $\hat{G}(\mathbf{q}, \omega)$ representa la condición de contorno de onda saliente. Recordando ahora las ecs. (I.14) y (I.15), podemos escribir,

$$S_{\mathbf{L}, \mathbf{T}} = -\frac{\text{Im}}{\pi} \langle 0 | \hat{\phi}_{\mathbf{L}, \mathbf{T}}^{+} \hat{G}(\mathbf{q}, \omega) \hat{\phi}_{\mathbf{L}, \mathbf{T}} | 0 \rangle \quad (\text{II.3})$$

en donde hemos reemplazado los operadores de excitación \hat{J}_{ν} por operadores de excitación generales $\hat{\phi}_{\mathbf{L}, \mathbf{T}}$, absorbiendo la constante multiplicativa en su definición. Estamos suponiendo siempre que éstos son operadores de un cuerpo. Por conveniencia, dejamos el factor $-1/\pi$. En lo que sigue del presente capítulo, omitiremos por simplicidad los subíndices L, T (longitudinal, transversal).

Hasta ahora, limitamos nuestro Hamiltoniano \hat{H} al

espacio de $1p-1h$. Ampliaremos ahora el mismo para incluir excitaciones de $2p-2h$. Con ese fin, introduciremos los operadores de proyección P y Q ; donde la acción de P es proyectar en el subespacio de $1p-1h$, mientras que la de Q es hacerlo sobre el de $2p-2h$. Estos operadores cumplen con las siguientes propiedades:

$$P^2 = P ; Q^2 = Q$$

$$PQ = QP = 0$$

$$P + Q = I$$

donde I representa a la identidad. Podemos representarlos como:

$$P = \sum_2 |2\rangle\langle 2| \quad (\text{II.4.a})$$

$$Q = \sum_4 |4\rangle\langle 4| \quad (\text{II.4.b})$$

donde $|2\rangle$ es un estado de $1p-1h$ y $|4\rangle$ de $2p-2h$. En particular, supondremos que partimos de un modelo de gas de Fermi al que agregamos la interacción nuclear. Así, los estados $|2\rangle$ y $|4\rangle$ están constituidos por el producto de ondas planas. Naturalmente estos estados no son autoestados del Hamiltoniano total debido a la presencia de los términos $\hat{P}\hat{H}Q$ y $Q\hat{H}P$.

Escribo ahora H como, [TA 87], [BA 89.c],

$$\hat{H} = \hat{P}\hat{H}P + \hat{P}\hat{H}Q + Q\hat{H}P + Q\hat{H}Q \quad (\text{II.5})$$

y análogamente,

$$\hat{G} = \hat{P}\hat{G}\hat{P} + \hat{P}\hat{G}\hat{Q} + \hat{Q}\hat{G}\hat{P} + \hat{Q}\hat{G}\hat{Q} \quad (\text{II.6})$$

llamo: $A \equiv \hat{P}\hat{G}\hat{P}$,

$B \equiv \hat{P}\hat{G}\hat{Q}$,

$C \equiv \hat{Q}\hat{G}\hat{P}$,

$D \equiv \hat{Q}\hat{G}\hat{Q}$.

Introduciendo (II.6) en (II.3), tenemos,

$$\begin{aligned} S(q, \omega) &= -\frac{\text{Im}}{\pi} \langle 0 | \phi^+ (A + B + C + D) \phi | 0 \rangle = \\ &= S_A + S_B + S_C + S_D \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

con:

$$S_A(q, \omega) = -\frac{\text{Im}}{\pi} \langle 0 | \phi^+ A \phi | 0 \rangle \quad (\text{II.8})$$

las definiciones de S_B , S_C y S_D resultan evidentes.

El paso siguiente es el de evaluar las A , B , C y D . Para ello usamos (II.3). Luego de un poco de álgebra, tenemos,

$$A = P \cdot \frac{1}{\omega - \hat{P}\hat{H}\hat{P} - \hat{P}\hat{H}\hat{Q} \frac{1}{\omega - \hat{Q}\hat{H}\hat{Q} + i\eta} \hat{Q}\hat{H}\hat{P} + i\eta} \cdot P, \quad (\text{II.9.a})$$

$$B = P \cdot \frac{1}{\omega - \hat{P}\hat{H}\hat{P} - \hat{P}\hat{H}\hat{Q} \frac{1}{\omega - \hat{Q}\hat{H}\hat{Q} + i\eta} \hat{Q}\hat{H}\hat{P} + i\eta} \cdot \hat{P}\hat{H}\hat{Q} \frac{1}{\omega - \hat{Q}\hat{H}\hat{Q} + i\eta} Q \quad (\text{II.9.b})$$

$$C = Q. \frac{1}{\omega - \hat{Q} \hat{H} \hat{Q} - \hat{Q} \hat{H} \hat{P} \frac{1}{\omega - \hat{P} \hat{H} \hat{P} + i\eta} \hat{P} \hat{H} \hat{Q} + i\eta} \cdot \hat{Q} \hat{H} \hat{P} \frac{1}{\omega - \hat{P} \hat{H} \hat{P} + i\eta} P \quad (II.9.c)$$

$$D = Q. \frac{1}{\omega - \hat{Q} \hat{H} \hat{Q} - \hat{Q} \hat{H} \hat{P} \frac{1}{\omega - \hat{P} \hat{H} \hat{P} + i\eta} \hat{P} \hat{H} \hat{Q} + i\eta} \quad (II.9.d)$$

Introducimos ahora los operadores $\hat{\Sigma}^{22}$ y $\hat{\Sigma}^{44}$, dados por:

$$\hat{\Sigma}^{22} = \hat{P} \hat{H} \hat{Q} \frac{1}{\omega - \hat{Q} \hat{H} \hat{Q} + i\eta} \hat{Q} \hat{H} \hat{P} \quad (II.10.a)$$

$$\hat{\Sigma}^{44} = \hat{Q} \hat{H} \hat{P} \frac{1}{\omega - \hat{P} \hat{H} \hat{P} + i\eta} \hat{P} \hat{H} \hat{Q} \quad (II.10.b)$$

que denominamos operadores de auto-energía. En las figs. II.1,2 ; vemos una representación gráfica de estos dos términos.

Para finalizar esta sección damos las expresiones finales para S:

$$S_{\mathbf{A}}(q, \omega) = - \frac{\text{Im}}{\pi} \langle 0 | \hat{\phi}^+ P. \frac{1}{\omega - \hat{P} \hat{H} \hat{P} - \hat{\Sigma}^{22} + i\eta} P \hat{\phi} | 0 \rangle \quad (II.11.a)$$

$$S_{\mathbf{B}}(q, \omega) = - \frac{\text{Im}}{\pi} \langle 0 | \hat{\phi}^+ P \frac{1}{\omega - \hat{P} \hat{H} \hat{P} - \hat{\Sigma}^{22} + i\eta} \hat{P} \hat{H} \hat{Q} \frac{1}{\omega - \hat{Q} \hat{H} \hat{Q} + i\eta} \hat{Q} \hat{\phi} | 0 \rangle \quad (II.11.b)$$

$$S_{\mathbf{C}}(q, \omega) = - \frac{\text{Im}}{\pi} \langle 0 | \hat{\phi}^+ Q \frac{1}{\omega - \hat{Q} \hat{H} \hat{Q} - \hat{\Sigma}^{44} + i\eta} \hat{Q} \hat{H} \hat{P} \frac{1}{\omega - \hat{P} \hat{H} \hat{P} + i\eta} P \hat{\phi} | 0 \rangle \quad (II.11.c)$$

Fig. II.1

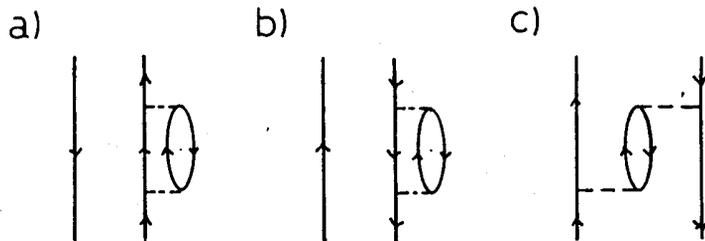


Fig. II.2

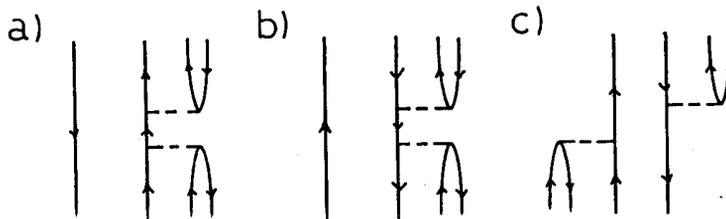


Fig. II.1: Inserciones de auto energía del tipo Σ^{22} . La línea de rayas representa a la interacción nuclear. a) muestra una inserción de auto energía sobre una línea de partícula; b) lo hace sobre una de agujero; mientras que c) representa al término cruzado entre a) y b).

Fig. II.2: Igual fig. II.1, para inserciones de auto energía del tipo Σ^{44} .

$$S_D(q, \omega) = -\frac{\text{Im}}{\pi} \langle 0 | \phi^+ Q \cdot \frac{1}{\omega - QHQ - \hat{\Sigma}^{44} + i\eta} Q \phi | 0 \rangle$$

(II.11.d)

El paso siguiente consiste en establecer un modelo para nuestro estado fundamental. El modelo más simple es tomar el estado fundamental de Hartree-Fock ($\equiv |\phi_0\rangle$). Si nos limitamos a este modelo, las cantidades S_B , S_C y S_D resultan igualmente nulas, ya que un operador de excitación de un cuerpo no puede conectar a este estado fundamental con un estado de 2p-2h (dado por Q). Esto no es equivalente a eliminar el subespacio Q, ya que su acción está en el operador $\hat{\Sigma}^{22}$ de S_A (ver el término de la derecha de la ec. (II.11.a)).

Trabajaremos, sin embargo, con un modelo más elaborado para nuestro estado fundamental.

II.2. Modelo para el estado fundamental.

Supondremos que nuestro estado fundamental consta del estado fundamental de Hartree-Fock ($\equiv |\phi_0\rangle$) más correlaciones de 2p-2h ($\equiv |\phi_4\rangle$), tenemos entonces:

$$|0\rangle \cong |\phi_0\rangle + |\phi_4\rangle \quad (II.12)$$

Para poder evaluar esta cantidad, escribimos en primer lugar la ecuación de estado para el mismo:

$$[E_0 - \hat{H}] |0\rangle = 0, \quad (II.13)$$

con \hat{H} dado por:

$$\hat{H} = \hat{H}_{00} + \hat{H}_{04} + \hat{H}_{40} + \hat{H}_{44} \quad (\text{II.14})$$

$|\phi_0\rangle$ ($|\phi_4\rangle$) es un autoestado de \hat{H}_{00} (\hat{H}_{44}). Los términos \hat{H}_{04} y \hat{H}_{40} conectan ambos subespacios. Introduciendo ahora (II.12) y (II.14) en (II.13), tenemos el sistema de ecuaciones:

$$[E_0 - \hat{H}_{00}] |\phi_0\rangle = \hat{H}_{04} |\phi_4\rangle \quad (\text{II.15.a})$$

$$[E_0 - \hat{H}_{44}] |\phi_4\rangle = \hat{H}_{40} |\phi_0\rangle \quad (\text{II.15.b})$$

La solución perturbativa de este sistema al orden más bajo es simplemente:

$$\hat{H}_{00} |\phi_0\rangle = 0 \quad (\text{II.16})$$

esto es, $|0\rangle = |\phi_0\rangle$ (junto con una adecuada elección de la escala de energía).

La primera corrección es,

$$\begin{aligned} -\hat{H}_{44} |\phi_4\rangle &\cong \hat{H}_{40} |\phi_0\rangle \rightarrow \\ \rightarrow |\phi_4\rangle &\cong -\frac{1}{\hat{H}_{44}} \hat{H}_{40} |\phi_0\rangle \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

de esta manera, podemos escribir,

$$|0\rangle \cong |\phi_0\rangle - \frac{1}{\hat{H}_{44}} \hat{H}_{40} |\phi_0\rangle \quad (\text{II.18})$$

Recordando ahora que la identidad se puede escribir como:

$$I = \sum_2 |2\rangle\langle 2| + \sum_4 |4\rangle\langle 4| \quad (\text{II.19})$$

de modo que puedo multiplicar el segundo término a la derecha de (I.18) por I y obtener finalmente:

$$|0\rangle = |\phi_0\rangle - \sum_4 \frac{V_{40}}{\epsilon_{44}} |\phi_4\rangle \quad (\text{II.20})$$

con $V_{40} \equiv \langle 4 | H_{40} | \phi_0 \rangle$ y $\epsilon_{44} \equiv \langle 4 | H_{44} | 4 \rangle$.

Así, vemos que nuestro estado fundamental (ec. (II.20)) consta del estado fundamental de Hartree-Fock, más correlaciones de 2p-2h.

II.3. Análisis de los diferentes términos de S(q,ω).

Introducimos ahora nuestro modelo de vacío en las expresiones (II.11) y obtenemos así los distintos elementos de S. Debemos preguntarnos qué términos de (II.20) sobreviven en cada caso. Para responder a esta pregunta, recordemos que por ser ϕ un operador de un cuerpo, su acción se reduce solo a crear o destruir un par partícula-agujero o dispersar a una partícula o a un agujero. De esta manera, si parto de $|\phi_0\rangle$ solo puedo llegar a un estado del subespacio P, mientras que si parto de una correlación de estado fundamental ($=|\phi_4\rangle$), puedo llegar a un estado de P o de

Q. Usando este hecho, tenemos:

$$S_{\mathbf{A}}(q, \omega) = -\frac{\text{Im}}{\pi} \left(\langle \phi_0 | + \langle \phi_4 | \right) \phi^+ A \phi \left(| \phi_0 \rangle + | \phi_4 \rangle \right) \quad (\text{II.21.a})$$

$$S_{\mathbf{B}}(q, \omega) = -\frac{\text{Im}}{\pi} \langle \phi_0 | \phi^+ B \phi | \phi_4 \rangle \quad (\text{II.21.b})$$

$$S_{\mathbf{C}}(q, \omega) = -\frac{\text{Im}}{\pi} \langle \phi_4 | \phi^+ C \phi | \phi_0 \rangle \quad (\text{II.21.c})$$

$$S_{\mathbf{D}}(q, \omega) = -\frac{\text{Im}}{\pi} \langle \phi_4 | \phi^+ D \phi | \phi_4 \rangle \quad (\text{II.21.d})$$

En la fig. II.3 vemos los diagramas correspondientes a estas ecuaciones, en donde solo conservamos los gráficos hasta segundo orden en la interacción nuclear. En las próximas secciones haremos un análisis cuidadoso de cada uno de estos términos.

Antes de finalizar esta sección debemos señalar que existe una contribución no nula de términos que parten y llegan a $|\phi_4\rangle$ en $S_{\mathbf{B}}$ y $S_{\mathbf{C}}$, esto es,

$$-\frac{\text{Im}}{\pi} \langle \phi_4 | \phi^+ (B, C) \phi | \phi_4 \rangle \neq 0. \quad (\text{II.22})$$

Una contribución típica de esta forma se muestra en la fig. II.4. Hemos despreciado este tipo de contribuciones ya que su orden más bajo no nulo, es el tercero, comparado con el segundo orden del resto de las contribuciones.

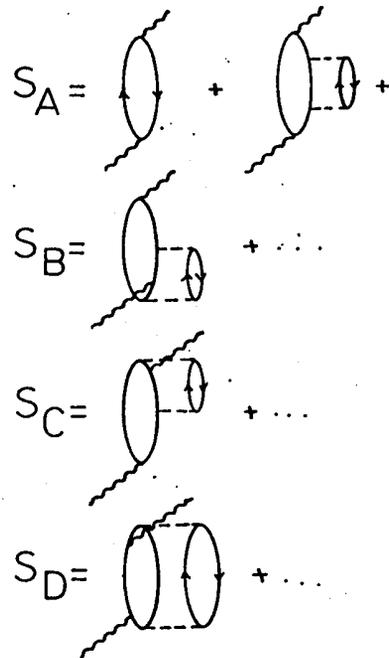


Fig. II.3

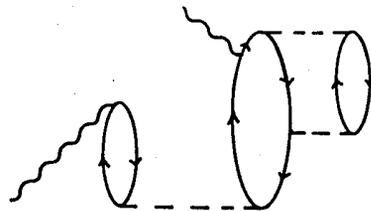


Fig. II.4

Fig. II.3: Distintos diagramas que contribuyen a $S(q, \omega)$, según la división hecha en el texto, hasta segundo orden. Cuando la línea de partícula no lleva una flecha, indica que puede ser una partícula o un agujero.

Fig. II.4: Diagrama de tercer orden en la interacción que hemos despreciado. Como vemos este diagrama contribuye a S_{BC} .

II.3.a. Analisis de $S_{\mathbf{A}}(q, \omega)$.

Limitemonos por ahora a:

$$S_{\mathbf{A}}(q, \omega) = -\frac{\text{Im}}{\pi} \langle \phi_0 | \phi^+ P \cdot \frac{1}{\omega - \hat{P}HP - \sum_{\mathbf{z}} \hat{\mathbf{z}}\mathbf{z} + i\eta} P \phi | \phi_0 \rangle \quad (\text{II.23})$$

Consideremos en primer lugar al Hamiltoniano $\hat{P}HP$. Como modelo para este Hamiltoniano, hacemos:

$$\hat{P}HP = H_0 + V_{\text{res}} \quad (\text{II.24})$$

recordemos que los estados $|2\rangle$ son autoestados de $\hat{P}HP$. H_0 representa al Hamiltoniano de un gas de Fermi libre como el que usamos en el cap. I. V_{res} es una interacción residual que conecta estados de $1p-1h$ entre sí. Analicemos primero el caso en que solo tengamos H_0 ,

$$H_0 |2\rangle = \epsilon_{22} |2\rangle \quad (\text{II.25})$$

designemos por medio de $p'(p)$ el impulso de la partícula (agujero), de esta manera:

$$\epsilon_{22} = (p'^2 - p^2)/(2m).$$

Recordando que $P = \sum_{\mathbf{z}} |2\rangle\langle 2|$, tengo:

$$S_A = - \frac{\text{Im}}{\pi} \sum_{2,2'} \langle \phi_0 | \phi^+ | 2 \rangle \langle 2 | \frac{1}{\omega - H_0 - \hat{\Sigma}^{22} + i\eta} | 2' \rangle \langle 2' | \phi | \phi_0 \rangle$$

(II.26.a)

de donde tenemos inmediatamente,

$$S_A = - \frac{\text{Im}}{\pi} \sum_{2,2'} \langle \phi_0 | \phi^+ | 2 \rangle \frac{1}{\omega - \epsilon_{22} - \langle 2 | \hat{\Sigma}^{22} | 2' \rangle + i\eta} \langle 2' | \phi | \phi_0 \rangle$$

(II.26.b)

Así escrita, la ecuación resulta muy complicada pues en el denominador del término de la derecha de (II.26.b) aparece una matriz, $\langle 2 | \hat{\Sigma}^{22} | 2' \rangle$. Para salvar esta dificultad, conservamos solo los términos diagonales [CO 88]:

$$\langle 2 | \hat{\Sigma}^{22} | 2' \rangle \cong \delta_{2,2'} \langle 2 | \hat{\Sigma}^{22} | 2 \rangle$$

(II.27)

Esta aproximación equivale a despreciar la contribución del gráfico c) de la fig. II.1. La cantidad (II.27) es un número complejo que por conveniencia escribimos como:

$$\langle 2 | \hat{\Sigma}^{22} | 2 \rangle = \Delta^{22}(q, \omega) - i \Gamma^{22}(q, \omega)/2$$

(II.28)

donde hemos hecho la suposición adicional de que $\langle 2 | \hat{\Sigma}^{22} | 2 \rangle$ depende solo del impulso q y de la energía ω (sobre este punto hablaremos con cuidado en el capítulo siguiente). Reemplazando en (II.26), tenemos*:

$$S_A = - \frac{Im}{\pi} \sum_2 \langle \phi_0 | \phi^+ | 2 \rangle \langle 2 | \phi | \phi_0 \rangle \frac{1}{\omega - \epsilon_{22} - \Delta^{22} + i \Gamma^{22} / 2}, \quad (II.29)$$

usando ahora que,

$$1 = \int dE \delta(E - \epsilon_{22}), \quad (II.30)$$

tengo entonces,

$$S_A = - \frac{Im}{\pi} \int dE \left\{ \sum_2 |\langle 2 | \phi | \phi_0 \rangle|^2 \delta(E - \epsilon_{22}) \right\} \frac{1}{\omega - \frac{E}{22} - \Delta^{22} + i \Gamma^{22} / 2} \quad (II.31)$$

si comparamos la expresión contenida dentro de la llave con la ec. (I.33),¹³³ vemos que esta expresión es igual a $S^0(q,E)$, lo cual nos permite escribir:

$$S_A = \int dE S^0(q,E) \rho(q,\omega,E) \quad (II.32)$$

donde introdujimos la función,

* notemos que tengo en el denominador un número complejo con una parte imaginaria finita y distinta de cero, por lo cual despreciamos η , que es infinitesimal.

$$\rho(q, \omega, E) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma^{22}(q, \omega)}{(\omega - E - \Delta^{22}(q, \omega))^2 + (\Gamma^{22}(q, \omega)/2)^2} \quad (II.33)$$

La ec. (II.32) constituye el resultado principal de esta sección. Notemos que dado que tenemos una expresión algebraica sencilla para $S^0(q, E)$ (ver ec. (I.29)), podemos resolver la integral (II.32) en forma exacta.

El paso siguiente es incluir la interacción residual V_{res} . Para ello, recurrimos a la aproximación de RPA, que nos lleva a la ec. de Bethe-Salpeter ([RI 80], [CA 84], [SH 89]),

$$(\tilde{S}_A)^{RPA} = \tilde{S}_A + \tilde{S}_A V_{res} (\tilde{S}_A)^{RPA} \quad (II.34)$$

\tilde{S}_A indica el número complejo dado por la ec. (II.31) antes de tomar la parte imaginaria. A partir de (II.34) tenemos,

$$(\tilde{S}_A)^{RPA} = \text{Im} \left\{ \frac{\tilde{S}_A}{1 - \tilde{S}_A V_{res}} \right\} \quad (II.35)$$

donde tomamos la parte imaginaria de la solución de (II.34). A partir de (II.31) es fácil ver que la parte real de \tilde{S}_A es simplemente:

$$\text{Re } \tilde{S}_A = \int dE S^0(q, E) \rho(q, \omega, E) \quad (II.36)$$

con,

$$\sigma(q, \omega, E) = - \frac{1}{\pi} \frac{\omega - E - \Delta^{22}(q, \omega)}{(\omega - E - \Delta^{22}(q, \omega))^2 + (\Gamma^{22}(q, \omega)/2)^2} \quad (II.37)$$

Sin embargo, así escrita, la formulación es incompleta para dar cuenta de la aprox. de RPA, pues están ausentes las contribuciones de tipo atrasadas (o "backward"). Para ello debemos modificar el propagador $\hat{G}(q, \omega)$, de la siguiente manera:

$$\hat{G}(q, \omega) = \frac{1}{\omega - \hat{H} + i\eta} \longrightarrow \frac{1}{\omega - \hat{H} + i\eta} - \frac{1}{\omega + \hat{H} + i\eta} \quad (II.38)$$

notemos que ya que $\omega > 0$, la parte imaginaria del segundo término a la derecha de (II.38) es nulo; lo cual implica que la inclusión de las contribuciones atrasadas no producen ninguna modificación en S_A . Sin embargo, la parte real no lo es, apareciendo un término de la forma,

$$\sigma^B(q, \omega, E) = - \frac{1}{\pi} \frac{1}{\omega + E - \Delta_B^{22}(q, \omega)} \quad (II.39)$$

donde,

$$\Delta_B^{22}(q, \omega) = \langle 2 | \hat{\Sigma}_B^{22} | 2 \rangle = \langle 2 | \hat{QHP} \frac{1}{\omega + \hat{PHP}} \hat{PHQ} | 2 \rangle \quad (II.40)$$

que es un número real. Las expresiones y valores numéricos para todos los elementos que constituyen la auto-energía, serán especificados y analizados en el cap. III. Finalmente, tenemos:

$$\text{Re } \tilde{S}_A = \int dE S^O(q,E) \{ \sigma(q,\omega,E) + \sigma^B(q,\omega,E) \} \quad (\text{II.41})$$

En la fig. II.5 vemos en la primera línea algunos de los términos que contribuyen a S_A , que sumados representamos por medio del gráfico de la derecha. En la segunda línea mostramos los gráficos de RPA.

Al comienzo de esta sección, dijimos que nos limitábamos al caso en que como estado fundamental tomábamos solo $|\phi_0\rangle$. Esto lo hicimos así, pues el resto de las contribuciones (esto es, aquellas que incluyen a $|\phi_4\rangle$), están contenidas en la aproximación de RPA. Por ejemplo la tercer y cuarta contribución de la segunda línea de la fig. II.5 son contribuciones típicas de correlaciones del estado fundamental contenidas en el RPA.

La pregunta que cabe formularse inmediatamente es si nuestro estado fundamental de RPA es igual que el de nuestro modelo (ec. II.20). La respuesta es negativa. En la RPA aparecen contribuciones que no están contenidas en el otro caso. Esto no implica ninguna contradicción ya que las diferencias entre ambos estados fundamentales aparecen a partir del tercer orden en la interacción, y hemos adoptado como criterio despreciar dichas contribuciones.

Antes de seguir adelante consideramos adecuado resumir los resultados principales de esta subsección*.

*Para facilitar la lectura empleamos la misma numeración.

Fig. II.5.a

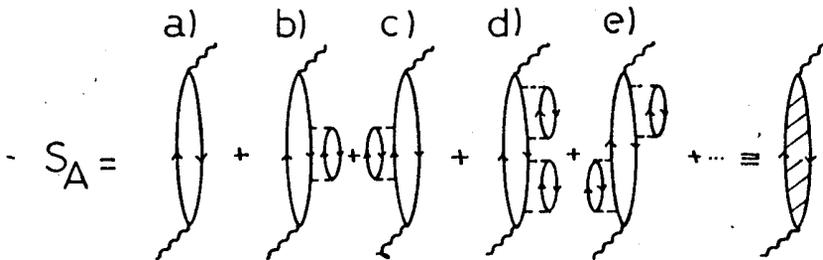


Fig. II.5.b

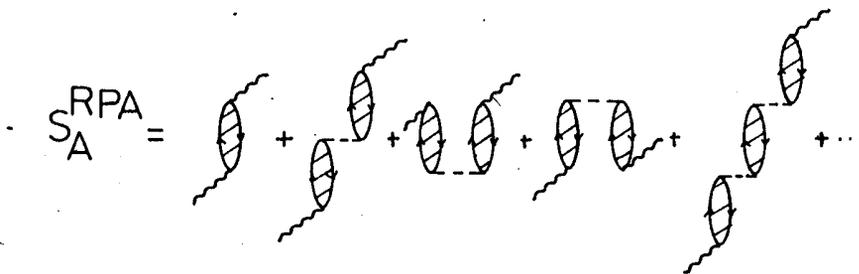


Fig. II.5.a: Suma de los primeros ordenes de diagramas que contribuyen a S_A . A la derecha, representamos esta suma por medio de un diagrama oscurecido.

Fig. II.5.b: Suma de los primeros diagramas que contribuyen a la RPA. Esta aproximación suele denominarse segunda aproximación de las fases a azar (SRPA) [TA 87].

La función de estructura en la aproximación de RPA, resulta:

$$(\tilde{S}_A)^{RPA} = \text{Im} \left\{ \frac{\tilde{S}_A}{1 - \tilde{S}_A V_{res}} \right\} \quad (II.35)$$

con $\tilde{S}_A = \text{Re } \tilde{S}_A + i S_A$. Específicamente, para las partes imaginaria y real, tenemos:

$$S_A = \int dE S^O(q, E) \rho(q, \omega, E) \quad (II.32)$$

$$\text{Re } \tilde{S}_A = \int dE S^O(q, E) \{ \sigma(q, \omega, E) + \sigma^B(q, \omega, E) \} \quad (II.41)$$

con:

$$\rho(q, \omega, E) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma^{22}(q, \omega)}{(\omega - E - \Delta^{22}(q, \omega))^2 + (\Gamma^{22}(q, \omega)/2)^2}, \quad (II.33)$$

$$\sigma(q, \omega, E) = -\frac{1}{\pi} \frac{\omega - E - \Delta^{22}(q, \omega)}{(\omega - E - \Delta^{22}(q, \omega))^2 + (\Gamma^{22}(q, \omega)/2)^2} \quad y \quad (II.37)$$

$$\sigma^B(q, \omega, E) = -\frac{1}{\pi} \frac{1}{\omega + E - \Delta_B^{22}(q, \omega)}. \quad (II.39)$$

II.3.b. Análisis de S_B y S_C .

Usando la identidad:

$$\begin{aligned}
 Q \frac{1}{\omega - \hat{Q}H\hat{Q} - \hat{\Sigma}^{44} + i\eta} \hat{Q}H\hat{P} \frac{1}{\omega - \hat{P}H\hat{P} + i\eta} P &= \\
 = Q \frac{1}{\omega - \hat{Q}H\hat{Q} + i\eta} \hat{P}H\hat{Q} \frac{1}{\omega - \hat{P}H\hat{P} - \hat{\Sigma}^{22} + i\eta} P. & \quad (II.42)
 \end{aligned}$$

es posible reescribir S_C en términos de S_B . A partir de (II.21.b,c), junto con esta última expresión es inmediato que $S_C = S_B$; de esta manera, introducimos:

$$S_{BC} \equiv S_B + S_C = 2 S_B \quad (II.43)$$

Multiplicando por la identidad a ambos lados del operador de excitación en (II.21.b) y usando la aproximación (II.27), tenemos:

$$\begin{aligned}
 S_{BC} &= 2 \sum_{2,4} \langle \phi_0 | \phi^+ | 2 \rangle V_{24} \langle 4 | \phi | \phi_4 \rangle \{ \\
 &\frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma^{22}(q, \omega)}{(\omega - \epsilon_{22} - \Delta^{22}(q, \omega))^2 + (\Gamma^{22}(q, \omega)/2)^2} \frac{\mathcal{P}}{\omega - \epsilon_{44}} + \\
 &\frac{\omega - \epsilon_{22} - \Delta^{22}(q, \omega)}{(\omega - \epsilon_{22} - \Delta^{22}(q, \omega))^2 + (\Gamma^{22}(q, \omega)/2)^2} \delta(\omega - \epsilon_{44}) \}. \\
 & \quad (II.44)
 \end{aligned}$$

\mathcal{P} indica valor principal, ϵ_{44} es el autovalor correspondiente a $\hat{Q}H\hat{Q}$ y $V_{24} \equiv \langle 2 | \hat{P}H\hat{Q} | 4 \rangle$. Observemos que a diferencia de S_A , aparecen aquí dos términos (notar que en las expresiones para S_B y

S_C (ecs. II.11.b,c) aparecen dos denominadores en lugar de uno como es el caso de S_A y S_D).

En la fig. II.6 mostramos los gráficos que contribuyen a S_{BC} al orden más bajo en la interacción nuclear. Es solo distinto de cero el gráfico a) de la citada figura, ya que el resto se anula debido a la conservación del impulso.

II.3.c. Analysis de $S_D(q,\omega)$.

En la fig. II.7.a-c, mostramos las contribuciones, al orden perturbativo más bajo a S_D . Estos gráficos resultan directamente de tomar en la ec. (II.21.d) la auto-energía Σ^{44} igual a cero. La primera corrección debido a la auto-energía aparece en el gráfico d). De esta manera, si comparamos los mismos con los de la primer línea de la fig. II.1.c, correspondientes a S_A , vemos que mientras que la auto-energía contribuye a S_A a segundo orden en la interacción en el orden mas bajo, lo hace recién al cuarto orden para S_D . Esta diferencia se debe a que S_D proviene del término de correlación del estado fundamental.

Debido a esto, tomamos como aproximación el llevar a cero la auto-energía Σ^{44} en S_D . De esta manera, multiplicando por la identidad a ambos lados del operador de excitación en (II.21.d), tenemos:

$$S_D = \sum_4 |\langle 4 | \phi | \phi_4 \rangle|^2 \delta(\omega - \epsilon_{44}) \quad (II.45)$$

Nos limitaremos a esta aproximación para S_D .

Fig. II.6

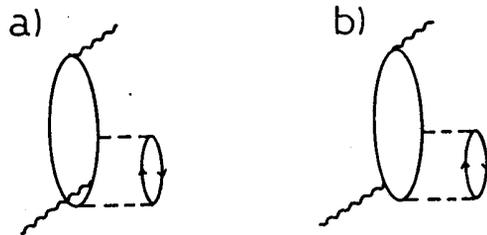


Fig. II.7

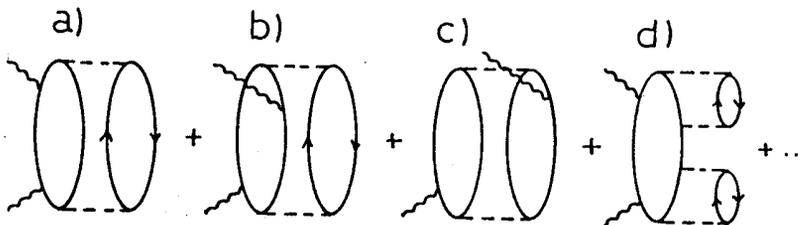


Fig. II.6: Contribuciones a S_{BC} . Solo a) no es nulo, ya que debido a la conservación del impulso, el gráfico b) lo es.

Fig. II.7: Contribuciones a S_D . En las primeras tres contribuciones, la auto energía es igual a cero. a) muestra una contribución del tipo S_{D_1, D_3} ; b) es del tipo S_{D_2} ; mientras que c) lo es del tipo $S_{D_4 - D_3}$. Finalmente, d) representa a la inserción de auto energía de menor orden.

Consideramos útil resumir los resultados principales de este capítulo y efectuar un análisis global de cada una de las contribuciones.

Partimos de (II.3), para la función estructura:

$$S = - \frac{\text{Im}}{\pi} \langle 0 | \phi^+ \hat{G}(q, \omega) \phi | 0 \rangle \quad (\text{II.3})$$

Por medio de los proyectores P y Q (que proyectan sobre el espacio de $1p-1h$ y de $2p-2h$, respectivamente), descomponemos S en tres funciones:

$$S = S_A + S_B + S_C + S_D \quad (\text{II.7})$$

Donde S_A se refiere al término que resulta cuando el operador de excitación externo actúa creando o destruyendo un par partícula-agujero; en S_D el operador solo puede dispersar una partícula o un agujero; mientras que S_{BC} es el término de interferencia entre ambos.

Para finalizar este capítulo, realicemos un análisis cualitativo de cada una de estas contribuciones. Los gráficos de S muestran esencialmente una probabilidad de transición. Para analizar el contenido físico resulta más adecuado trabajar con la amplitud de transición. En la fig. II.8, mostramos los primeros términos en la amplitud de transición. Notemos que al elevar al cuadrado los gráficos a)-c) obtenemos S_A , mientras que al hacerlo con el gráfico d) obtenemos S_D . Por otra parte, S_{BC} resulta del término cruzado entre b) y d). Contribuciones del tipo e) dan

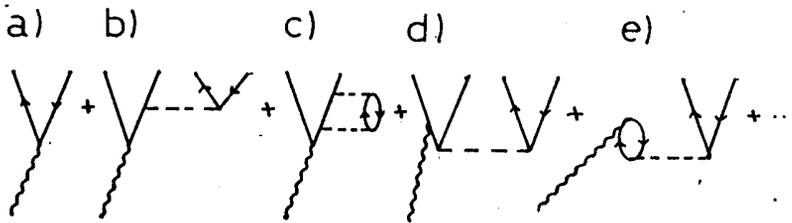


Fig. II.8: Diagramas representando a los elementos de matriz explicados en el texto.

origen al RPA. En esta figura no hemos incluido ni las corrientes de intercambio de mesones ni la Δ -isobárica, sobre las que hablaremos en el cap. IV.

Físicamente a) significa que un fotón (esto es, el operador de excitación externo) arranca un nucleón del núcleo dejando un agujero; con lo cual el estado final es de $1p-1h$.

En el gráfico b), vemos que el fotón arranca, al igual que en el caso a), un nucleón dejando un agujero; pero en este caso, además, el nucleón al salir de núcleo arrastra consigo a otro nucleón vecino por medio de la interacción nuclear. De esta manera, en lugar de salir un nucleón del núcleo salen dos; y el estado final es de $2p-2h$.

El caso c) es similar al b), solo que en este caso el nucleón "arrastrado" vuelve a interactuar con el nucleón y es reabsorbido por el núcleo; siendo así nuevamente el estado final

de $1p-1h$.

En el caso d) vemos que en el núcleo existía una correlación de $2p-2h$ que por efecto de la dispersión con un nucleón adquiere suficiente energía para poder salir de núcleo, dando así origen a una excitación de $2p-2h$.

Finalmente, en e) vemos que un par partícula- agujero presente en una correlación, es destruido por el efecto del operador externo, dejando así un estado de $1p-1h$.

En conclusión, notemos que *con la interacción nuclear tenemos la posibilidad de emitir dos (o mas) nucleones, mientras que se puede emitir un solo nucleon si se despreja la interacción nuclear.*

Hemos presentado en este capítulo un esquema, que consideramos simple, para dar cuenta de un modo coherente de las excitaciones de $1p-1h$ y de $2p-2h$ en la dispersión cuasi elástica de electrones. De hecho, dado que no tuvimos necesidad de especificar en ningún momento cual era nuestro operador de excitación \hat{O} , el formalismo es en si más general. Sin embargo, las aproximaciones hechas son las adecuadas para el estudio de la dispersión cuasi elástica de electrones.

La formulación original del formalismo fue desarrollado por Takayanagi et al. [TA 87], en un contexto diferente. Aprovechemos para citar que el formalismo así construido se denomina Aproximación de las Fases al Azar Extendida (ERPA). Si nos limitamos a $(S_A)^{RPA}$, lo que tenemos suele denominarse segunda aproximación de las fases al azar (SRPA). Finalmente, señalemos que la fomulación completa del ERPA en su versión original,

resulta prohibitivamente complicada, y es solo por medio del conjunto de aproximaciones desarrolladas a lo largo de este capítulo, que logramos un esquema práctico para su uso en la dispersión cuasi elástica de electrones.

CAPITULO III

AUTO ENERGIA

En el capítulo II presentamos el formalismo general. Sin embargo debemos recorrer aún un cierto camino para obtener expresiones que puedan ser calculadas numéricamente. Tanto en el canal longitudinal como en el transversal, aparece la auto energía Σ^{22} (ver ec. II.10.a y II.11). En este capítulo mostramos como calcular esta cantidad. Damos valores numéricos para la misma, junto con una comparación con el experimento. Los valores obtenidos son empleados en los capítulos siguientes.

III.1. Auto Energía Σ^{22} .

III.1.a. *Parte imaginaria de* Σ^{22} .

Partimos de la expresión (II.10.a) para Σ^{22} :

$$\hat{\Sigma}^{22} = \text{PHQ} \frac{1}{\omega - \text{QHQ} + i\eta} \text{QHP} \quad (\text{III.1})$$

Como vimos en la ec. (II.27) evaluaremos el valor medio de este operador entre estados de 1p-1h.

$$\Sigma^{22} \equiv \langle 2 | \hat{\Sigma}^{22} | 2 \rangle = \frac{1}{2} \sum_4 \frac{|V_{24}|^2}{\omega - \epsilon_{44} + i\eta} \quad (\text{III.2})$$

donde después de haber hecho el sandwich entre estados de 1p-1h multiplicamos por la identidad a ambos lados del denominador de (III.1). Recordemos que $V_{24} \equiv \langle 2 | \text{PHQ} | 4 \rangle$ y que ϵ_{44} es el autovalor correspondiente a QHQ. La suma sobre 4 debe entenderse como una suma sobre todos los posibles estados intermedios de 2p-2h, integrando sobre sus impulsos y sumando sobre las variables discretas de spin e isospin. El factor 1/2 es necesario para evitar doble conteo en los estados intermedios ([SA 80], [BL 81], [MA 85]).

Debemos especificar ahora qué es el estado $|2\rangle$ y los estados $|4\rangle$ sobre los que corre la suma en la ec. (III.2). En la fig. III.1, mostramos gráficamente el significado de la ec. (III.2). Los gráficos a) y b) representan el caso de que la inserción de auto energía se hace sobre la línea de partícula o de

agujero, respectivamente. Análogamente, en la fig. III.2, mostramos el caso atrazado (o backward). En lo que sigue mostraremos como evaluar la parte imaginaria del gráfico III.1.a, ya que el caso III.1.b es enteramente analogo. (Señalemos que en la ec. (III.2) la información sobre si la inserción de auto energía es del tipo a) o b), esta contenida en el estado $|4\rangle$, esto es, si el impulso $|\mathbf{p}_I|$ es mayor o menor que el impulso de Fermi, k_F , se trata del caso a) o b), respectivamente). Tenemos entonces,

$$\Sigma^{22} = \frac{1}{\Sigma} \sum_{\substack{\text{spin,} \\ \text{isospin}}} \sum_{\mathbf{p}_I, \mathbf{p}'_I, \mathbf{p}_2} \frac{|\langle \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_I, \mathbf{p}'_I, \mathbf{p}_2 | \text{QHP} | \mathbf{p}'_1, \mathbf{p}_1 \rangle|^2}{\omega - (\mathbf{p}_I^2 + \mathbf{p}'_I^2 - \mathbf{p}_1^2 - \mathbf{p}_2^2)/2m + i\eta} \quad (\text{III.3})$$

donde el significado de cada una de las variables de impulso está dado en la fig. III.1. Tomamos, en primer término, como interacción nuclear la de intercambio de un pión con la adición de la constante de Landau-Migdal en el canal σ , g' . De esta manera, tenemos:

$$\langle \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_I, \mathbf{p}'_I, \mathbf{p}_2 | \text{QHP} | \mathbf{p}'_1, \mathbf{p}_1 \rangle = \frac{1}{V} \frac{f^2}{m^2} \frac{\Gamma^2}{\pi} \left\{ g' \sigma_1 \cdot \sigma_2 - \gamma_1 \frac{k^2}{k^2 + m_\pi^2} (\sigma_1 \cdot \hat{k})(\sigma_2 \cdot \hat{k}) \right\} \tau_1 \cdot \tau_2 \quad (\text{III.4})$$

\downarrow
 \times
 Así

$$\text{con } k = \mathbf{p}'_2 - \mathbf{p}_2 \quad (\text{III.5})$$

V es el volumen de normalización dado por $3\pi^2 A / (2k_F^3)$. Más adelante

Fig. III.1

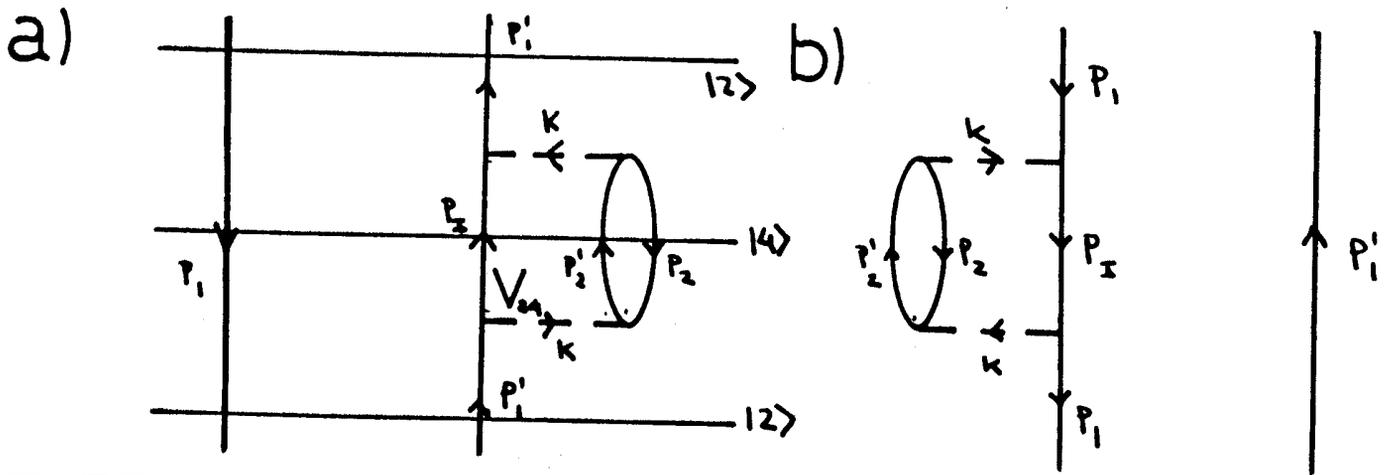


Fig. III.2

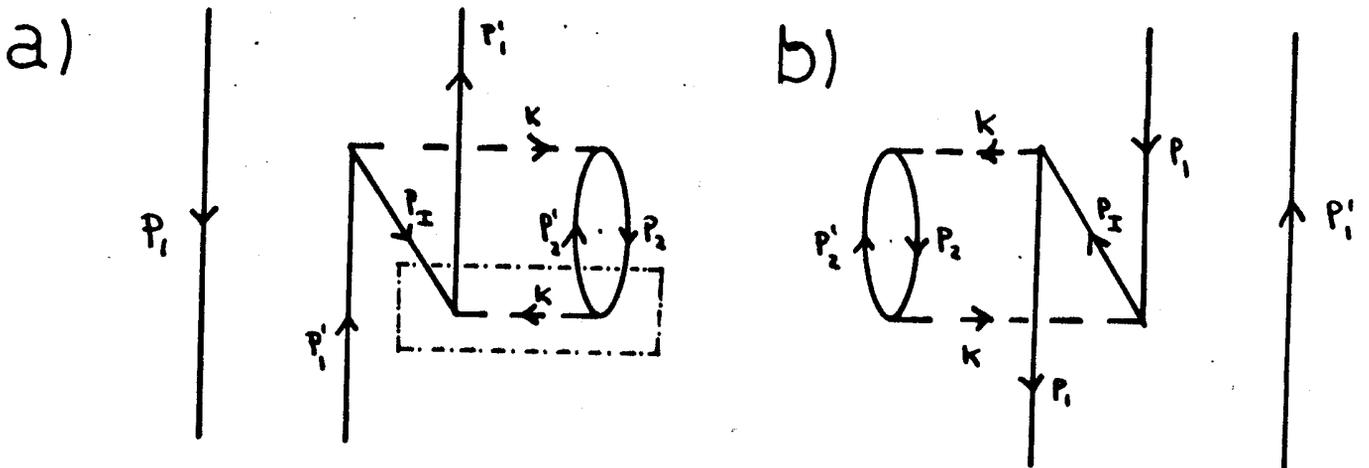


Fig. III.1: Inserciones de auto energía. En a) la inserción es sobre una partícula, y en b) es sobre un agujero. En a) detallamos el impulso, la interacción nuclear y cada uno de los estados.

Fig. III.2: Inserciones de auto energía de tipo atrazada (o "backward"). En a) el recuadro de línea de puntos y rayas muestra una correlación de estado fundamental.

tomaremos otros modelos para la interacción que especificaremos en cada caso. El paso siguiente es reemplazar las sumas sobre impulsos por integrales siguiendo el procedimiento usual, esto es hacer, (ver Apendice A):

$$\sum_{\mathbf{p}} \rightarrow \frac{V}{(2\pi)^3} \int \frac{d\mathbf{p}}{2m} \quad (III.6)$$

debido a la conservación del impulso, tenemos que agregar:

$$\frac{(2\pi)^3}{V} \delta(\mathbf{p}'_1 - \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}'_2 - \mathbf{p}_2) \quad (III.7)$$

reuniendo estas expresiones en (III.3), obtenemos:

$$\Sigma^{22} = \frac{f^4}{m^4} \frac{4m}{\pi} \int d\mathbf{p}_2 \int d\mathbf{p}'_2 \theta(|\mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_2| - k_F) \theta(|\mathbf{p}'_2| - k_F) \theta(k_F - |\mathbf{p}_2|) \cdot$$

$$\frac{1}{\omega - (\mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}'_2)^2 - \mathbf{p}'_2{}^2 + \mathbf{p}_1{}^2 + \mathbf{p}_2{}^2 + i\eta}$$

$$\left\{ \left[3g' - \gamma_1 \frac{k^2}{k^2 + m^2/\pi} \right]^2 + 2\gamma_1^2 \frac{k^4}{(k^2 + m^2/\pi)^2} \right\} \quad (III.8)$$

donde ya hemos hecho las sumas sobre spin e isospin. Introducimos ahora la cantidad $x = (\mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}_2)/2$; y haciendo adimensionales todas las variables, de la siguiente forma:

$$k \rightarrow k/k_F,$$

$$x \rightarrow x/k_F,$$

$$\mathbf{p}_1 \rightarrow \mathbf{p}_1/k_F,$$

$$p_1' \rightarrow p_1'/k_F,$$

$$m_\pi \rightarrow m_\pi/k_F,$$

$$Q = q/k_F,$$

$$\nu = \omega/(k_F^2/m); \quad (III.9)$$

tenemos entonces,

$$\Sigma^{22} = \left(\frac{f^2}{4\pi}\right)^2 \frac{m}{2\pi^4} \int dk \int dx \theta(|p_1'-k|-1) \theta(|k/2+x|-1) \theta(1-|k/2-x|).$$

$$\frac{1}{\nu - (p_1'-k)^2/2 + p_1'^2/2 - k \cdot x + i\eta}$$

$$\left\{ \left[3g' - \gamma_1 \frac{k^2}{k^2 + m_\pi^2} \right]^2 + 2\gamma_1^2 \frac{k^4}{(k^2 + m_\pi^2)^2} \right\} \quad (III.10)$$

Notemos que en esta última expresión la primer función θ de Heaviside indica que el nucleón con impulso $p_1'-k$, está por encima del nivel de Fermi. Las otras dos funciones de Heaviside muestran la "burbuja" partícula-agujero a la derecha del la fig. III.1.a.

Usando ahora la propiedad (C.2) obtenemos:

$$\text{Im} (\Sigma^{22}(q, \omega, p_1)) = -\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)^2 \frac{m}{\pi^2 m_\pi^4} \int_0^\infty dk k^2 \int_{-1}^1 dx \theta(|p_1'+Q-k|-1)$$

$$I(\alpha, k) \left\{ \left[3g' - \gamma_1 \frac{k^2}{k^2 + m_\pi^2} \right]^2 + 2\gamma_1^2 \frac{k^4}{(k^2 + m_\pi^2)^2} \right\}$$

$$(III.11)$$

donde usamos la conservación del impulso en el vértice electromagnético para eliminar p'_1 ($p'_1 = p_1 + Q$). Realizamos la integral sobre el ángulo azimutal de k . α es el coseno del ángulo entre k y x . Mientras que la función $I(\alpha, k)$ viene definida por:

$$I(\alpha, k) \equiv \int dx \delta(\alpha - x \cdot k) \theta(|x+k/2|-1) \theta(1-|x-k/2|) \quad (\text{III.12})$$

con

$$\alpha = \nu - (k^2 + Q^2)/2 - p_1 \cdot Q + p_1 \cdot k + Q \cdot k \quad (\text{III.13})$$

El valor de la función $I(\alpha, k)$ está dado en el apéndice E. Esta integral se puede calcular en forma exacta.

El resultado principal de esta sección está dado por la ecuación (III.11). Notemos que hemos podido reducir el problema al cálculo de una integral de dos dimensiones, que puede ser hecho numéricamente.

Siguiendo el mismo procedimiento para el caso de la inserción de auto energía sobre el estado de agujero, tenemos que la contribución proveniente del gráfico de la fig. III.1.b, resulta:

$$\text{Im} (\Sigma^{22}(q, \omega, p_1))^h = -\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)^2 \frac{m}{\pi^2 m^4 \pi} \int_0^\infty dk k^2 \int_{-1}^1 dx \theta(1-|p_1+k|) \\ I(\alpha, k) \left\{ \left[3g' - \gamma_1 \frac{k^2}{k^2 + m^2/\pi} \right]^2 + 2\gamma_1^2 \frac{k^4}{(k^2 + m^2/\pi)^2} \right\} \quad (\text{III.14})$$

con,

$$\alpha' = \nu + (k^2 - Q^2)/2 + p_1 \cdot k - Q \cdot p_1 \quad (\text{III.15})$$

El superíndice h indica, naturalmente, que la inserción es sobre un estado de agujero.

III.1.b. *Parte real de Σ^{22} .*

Usando (C.2) puedo escribir (III.2) como:

$$\Sigma^{22} = \mathcal{P} \frac{1}{2} \sum_4 \frac{|V_{24}|^2}{\omega - \epsilon_{44}} - i \frac{\pi}{2} \sum_4 |V_{24}|^2 \delta(\omega - \epsilon_{44}) \quad (\text{III.16})$$

lo cual define las partes real e imaginaria de la auto energía como:

$$\text{Re} (\Sigma^{22}) = \mathcal{P} \frac{1}{2} \sum_4 \frac{|V_{24}|^2}{\omega - \epsilon_{44}} \quad (\text{III.17.a})$$

$$\text{Im} (\Sigma^{22}) = \frac{\pi}{2} \sum_4 |V_{24}|^2 \delta(\omega - \epsilon_{44}) \quad (\text{III.17.b})$$

Si multiplico ahora (III.17.a) por:

$$1 = \int d\omega' \delta(\omega' - \epsilon_{44})$$

comparando con (III.17.b), vemos inmediatamente que:

$$\text{Re} (\Sigma^{22}) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int d\omega' \frac{\text{Im}(\Sigma_{22}(\omega'))}{\omega' - \omega} \quad (\text{III.18})$$

de ésta manera las partes real e imaginaria de la auto energía están conectadas por medio de una relación de dispersión.

Esta relación, si bien formalmente correcta, es de poco uso práctico; ya que en resultados de una energía ω del orden de 200 MeV o mayores deberíamos conocer la interacción nuclear en una región del espectro que alcanzaría energías del orden de 1000 MeV. Debido a esto, fuera del entorno de $\omega = 0$, la relación no es útil.*

Alternativamente, usando nuevamente (C.2) pero esta vez en la ec. (III.10), obtenemos para la parte real del gráfico a) de la fig. III.1,

$$\text{Re} (\Sigma^{22}(q, \omega, p_1)) = -\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)^2 \frac{m}{\pi^2 m^4 \pi} \int_0^\infty dk k^2 \int_{-1}^1 dx \theta(|p_1 + Q - k| - 1) \\ f(-\alpha, k) \left\{ \left[3g' - \gamma_1 \frac{k^2}{k^2 + m_\pi^2} \right]^2 + 2\gamma_1^2 \frac{k^4}{(k^2 + m_\pi^2)^2} \right\} \quad (\text{III.19})$$

con,

$$f(a, k) = \mathcal{P} \int dx \frac{1}{a + k \cdot x} \theta(|x + k/2| - 1) \theta(1 - |x - k/2|) \quad (\text{III.20})$$

dada en el apéndice E.

*Notar que no podemos evaluar (III.18) haciendo una extensión analítica al plano complejo, ya que no conocemos cómo son los polos de $\text{Im}(\Sigma_{22})$ fuera del eje real.

Análogamente,

$$\text{Re} (\Sigma^{22}(q, \omega, \mathbf{p}_1))^h = -\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)^2 \frac{m}{\pi^2 m^4} \int_0^\infty dk k^2 \int_{-1}^1 dx \theta(1-|p_1+k|) \\ f(-\alpha', k) \left\{ \left[3g' - \gamma_1 \frac{k^2}{k^2 + m^2} \right]^2 + 2\gamma_1^2 \frac{k^4}{(k^2 + m^2)^2} \right\} \quad (III.21)$$

con α' dado por la ec. (III.15).

III.2 Promedio sobre los valores de auto energía.

Vemos en las expresiones (III.11,14,19,21), que la auto energía depende de cinco variables: q, ω y las tres componentes del impulso \mathbf{p}_1 . En la sección II.3 del capítulo II, basamos nuestro análisis en la validez de la aproximación (II.28), donde la auto energía solo dependía de dos variables, q y ω .

Para que esta aproximación sea válida, la auto energía debe ser una función débilmente dependiente de \mathbf{p}_1 . (Recordemos que \mathbf{p}_1 es el impulso del agujero, ver fig. III.1.) En este caso sería posible tomar el promedio sobre \mathbf{p}_1 en las funciones mencionadas, para eliminar así la dependencia sobre esta variable.

Para responder a este interrogante recurrimos a un análisis numérico de cada una de estas funciones, del cual pudimos obtener las siguientes conclusiones:

1. La dependencia sobre \mathbf{p}_1 de las partes real e imaginaria de la auto energía, cuando la inserción de la misma se realiza sobre la línea de partícula (fig. III.1.a y ecs. III.11 y 19) es, efectivamente, débil. Además, del análisis surge que se puede

reemplazar el promedio por el valor de la función en $p_1 = 0$.

2. Para el caso de inserción de auto energía sobre una línea de agujero (fig. III.1.b y ecs. III.14 y 21) encontramos una fuerte dependencia con el valor de p_1 . Sin embargo, los valores máximos para $\text{Im} (\Sigma^{22})^h$ y $\text{Re} (\Sigma^{22})^h$, son siempre al menos un orden de magnitud menor que los correspondientes a $\text{Im} (\Sigma^{22})$ y $\text{Re} (\Sigma^{22})$ (ecs. (III.11 y 19), respectivamente).

Basados en estos elementos, hemos decidido despreciar $\text{Im} (\Sigma^{22})^h$ y $\text{Re} (\Sigma^{22})^h$ frente a $\text{Im} (\Sigma^{22})$ y $\text{Re} (\Sigma^{22})$. Además, reemplazamos $\text{Im} (\Sigma^{22})$ y $\text{Re} (\Sigma^{22})$ por su promedio que resulta directamente el valor de la función en $p_1 = 0$. Recordando la ec. (II.28), tenemos entonces,

$$\langle \text{Im} (\Sigma^{22}(q, \omega, p_1)) \rangle \cong \text{Im} (\Sigma^{22}(q, \omega, p_1=0)) \equiv -\Gamma^{22}(q, \omega)/2$$

(III.22.a)

$$\langle \text{Re} (\Sigma^{22}(q, \omega, p_1)) \rangle \cong \text{Re} (\Sigma^{22}(q, \omega, p_1=0)) \equiv \Delta^{22}(q, \omega)$$

(III.22.b)

En las figs. III.3 y III.4, vemos las partes imaginaria y real de la auto energía dadas por estas dos últimas ecuaciones. Vemos que $\text{Im} \Sigma^{22}$ es una cantidad menor que cero, mientras que $\text{Re} \Sigma^{22}$ también lo es en nuestra región de interés.

III.3. Conexión con el Experimento.

En varios trabajos (ver, por ejemplo, [FA 87], [CD 88]), se emplea una auto energía parametrizada a partir de datos

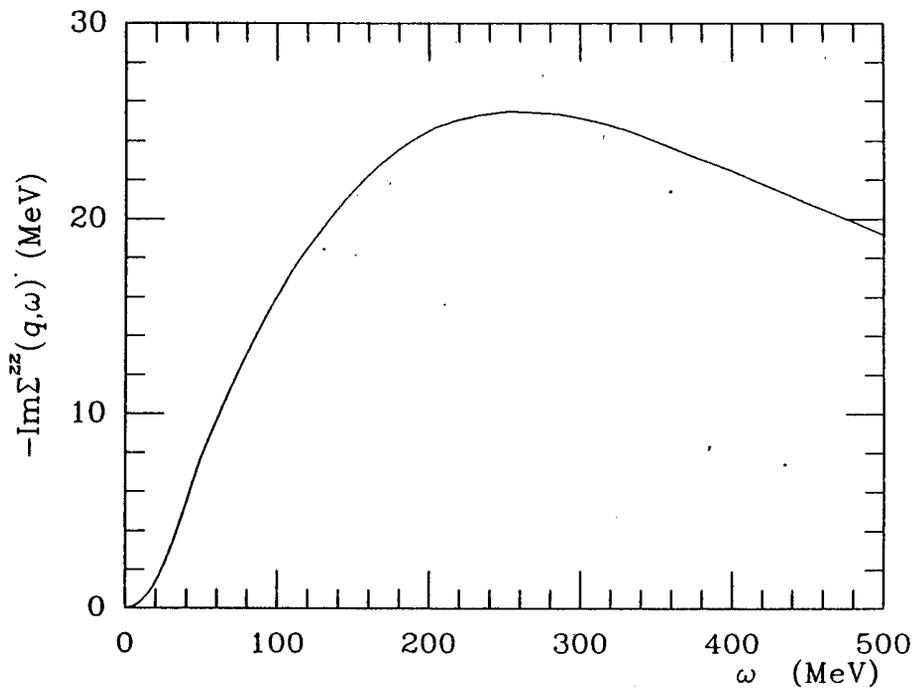


Fig. III.3

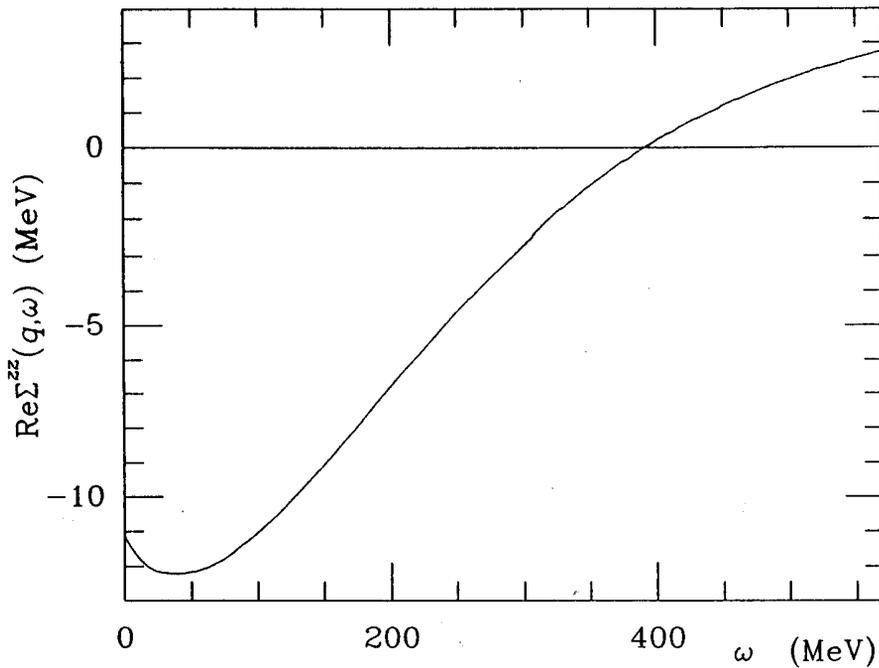


Fig. III.4

Fig. III.3: Dependencia con la energía de la parte imaginaria de la auto energía, según la expresión del texto. El impulso transferido es $q = 410$ MeV/c. La interacción es "pion-correlacionado", el impulso de Fermi es de 1.2 1/fm y el $g'=0.5$.
 Fig. III.4: Igual que fig. III.3, para la parte real de la auto energía.

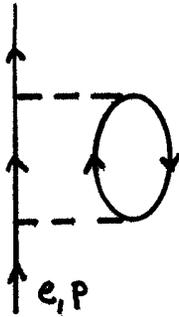


Fig. III.5: Inserción de auto energía sobre una línea de partícula.

experimentales del potencial óptico. Veamos cuál es el significado de estas palabras y cuál es la conexión con nuestro cálculo.

Consideremos el gráfico del la fig. III.5. La línea de partícula indicada posee una energía e , y un impulso p . Siguiendo el procedimiento trazado en la primera sección de este capítulo, es fácil obtener una auto energía como función de estas variables, esto es, una $\Sigma(p, e)$.

Si trabajamos con el potencial óptico, las distintas variables que aparecen deben cumplir con la siguiente relación: ([OR 78], [SA 80], [BL 81], [MA 85]),

$$e - p^2/2m - \text{Re } \Sigma(p, e) = 0 \quad (\text{III.23})$$

que define la energía de partícula independiente e , en función del impulso p :

$$e = e(p) \quad (\text{III.24})$$

En forma alternativa, podemos invertir esta relación y escribir el impulso en función de la energía e . Así, podemos escribir la auto energía en función de una sola variable:

$$\Sigma(p,e) = \Sigma(p(e),e) = \Sigma(e) \quad (\text{III.25})$$

En la práctica no se resuelve la ec. (III.23), sino que se asume como válida y simplemente se parametrizan los datos experimentales en función de la energía ([FA 87], [CO 88]).

En nuestro cálculo al poner el impulso del agujero igual a cero estamos suponiendo que la partícula, (sobre la que está actuando la inserción de auto energía), tiene el impulso del fotón (esto es, $p'_1 = Q$); y la energía ω puede variar libremente. Mientras que en el caso del potencial óptico el impulso de la partícula no es constante, sino que es una función de la energía.

De esta manera, podemos imaginar un plano en donde dibujamos un par de ejes coordenados, colocando en uno de ellos la energía y en el otro el impulso de la partícula. La aproximación del potencial óptico consiste en tomar un corte de este plano determinado por la curva $p=p(e)$. Nuestra aproximación es la de tomar un corte distinto, aquel dado por $p'_1 = Q = \text{constante}$.

Naturalmente, la pregunta que sigue es, por qué tomar un corte u otro y cuál es el mejor. El motivo para optar por el primer corte es evitar el cálculo explícito de la auto energía, tomándola directamente del experimento. A diferencia de los autores mencionados, en nuestro caso particular esto implicaría una inconsistencia en el cálculo. Si miramos las expresiones

correspondientes a S_B , S_C y S_D (ecs. (II.21.b-d)) vemos que estos términos deben ser evaluados usando la misma interacción que aquella para la auto energía. Usar algún modelo para la interacción nuclear en el cálculo de S_B , S_C y S_D y usar el mencionado ajuste para la auto energía (que supondría una interacción distinta), resultaría, como dijimos, inconsistente.

En la fig. III.6, comparamos nuestro cálculo con los puntos experimentales que se deben usar para la primera aproximación. Vemos que la diferencia no es importante.

Podemos dar dos argumentos a favor de nuestra aproximación. El primero es que lo que hicimos nosotros fue tomar la expresión completa para la auto energía, notar que era poco dependiente del impulso del agujero, y reemplazar su valor por el del promedio. Al tomar un punto distinto que aquel que representa al promedio, estaríamos subestimando o sobrestimando el valor de la auto energía.

El segundo argumento es que los puntos experimentales llegan solo hasta energías del orden de los 100 MeV. Para la región que llega a 350 MeV, sobre la cual estamos interesados, no existe ningún criterio seguro de cómo parametrizar la curva. De hecho, en ref. [CO 88] vemos que dos elecciones diferentes para esta parametrización arroja curvas muy distintas. En nuestro caso podemos calcular explícitamente el valor de la auto energía para cualquier valor de ω , eliminando así esta arbitrariedad.

III.4 Contribucion atrasada (o "backward") a la auto energia.

Estudiamos ahora cuál es la contribución a la auto energía del gráfico de la fig. III.2.a. Esta contribución tiene su

origen en las correlaciones de estado fundamental, hecho este que se resalta en el rectángulo de línea de rayas de la figura mencionada.

Recordando la expresión (II.38) para la modificación del propagador por las contribuciones atrasadas, tenemos:

$$\Sigma_{\mathbf{B}}^{22}(q, \omega) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{4}} \frac{|V_{24}|^2}{\omega + \epsilon_{44} + i\eta} \quad (\text{III.26})$$

si $\omega > 0 \Rightarrow \text{Im } \Sigma_{\mathbf{B}}^{22} = 0$, ya que $\epsilon_{44} > 0$. Así, tenemos que evaluar solo la parte real de (III.26), que siguiendo los procedimientos usuales conduce a:

$$\text{Re} (\Sigma_{\mathbf{B}}^{22}(q, \omega, p_1)) = -\left(\frac{f^2}{4\pi}\right)^2 \frac{m}{\pi^2 m^4 \pi} \int_0^\infty dk k^2 \int_{-1}^1 dx \theta(|p_1 + Q - k| - 1) \\ f(\alpha^{\mathbf{B}}, k) \left\{ \left[3g' - \gamma_1 \frac{k^2}{k^2 + m^2/\pi} \right]^2 + 2\gamma_1^2 \frac{k^4}{(k^2 + m^2/\pi)^2} \right\} \quad (\text{III.27})$$

$$\alpha^{\mathbf{B}} = \nu + (k^2 + Q^2)/2 + p_1 \cdot Q - p_1 \cdot k - Q \cdot k \quad (\text{III.28})$$

también en este caso podemos hacer:

$$\Delta^{\mathbf{B}}(q, \omega) \equiv \text{Re} (\Sigma_{\mathbf{B}}^{22}(q, \omega, p_1=0)) \quad (\text{III.29})$$

En la fig. III.7 graficamos (III.29). Vemos que en este caso la función es menor que cero en toda la región de interés.

III.5 Dependencia de $\text{Im } \Sigma^{22}(q, \omega)$ con la interacción, el impulso del foton q y el impulso de Fermi k_F .

En todas las expresiones finales para la parte real e imaginaria de la auto energía hemos encerrado dentro de una llave el factor del integrando proveniente de la interacción nuclear. Consideremos ahora una interacción nuclear más general, de la forma,

$$V_{\pi+\rho}(q, \omega) = \frac{f^2}{m_\pi^2} \left\{ \Gamma_\pi^2 g' \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \Gamma_\pi^2 \gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} (\sigma_1 \cdot \hat{q})(\sigma_2 \cdot \hat{q}) + \Gamma_\rho^2 \gamma_2 \frac{q^2}{q^2 + m_\rho^2} (\sigma_1 \times \hat{q}) \cdot (\sigma_2 \times \hat{q}) \right\} \tau_1 \cdot \tau_2 \quad (\text{III.30})$$

Los valores de las distintas constantes que aparecen en la ec. (III.30) se dan en la tabla I.1, para distintas interacciones. Para usar esta interacción en el cálculo de la auto energía solo hay que reemplazar las expresiones dentro de las llaves por:

$$\{ \} \rightarrow \left\{ (-3g' + \gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2})^2 + 2(\gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2})^2 + 6(\gamma_2 \frac{q^2}{q^2 + m_\rho^2})^2 + 4\gamma_2(-3g' + \gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2}) \frac{q^2}{q^2 + m_\rho^2} - 4\gamma_1\gamma_2 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} \frac{q^2}{q^2 + m_\rho^2} \right\} \quad (\text{III.31})$$

donde por simplicidad no hemos escrito en forma explícita los factores de forma nucleares.

En las figuras III.8-10 usamos la interacción "pion

correlacionado" de la tabla I.1. En la fig. III.8 estudiamos la dependencia con el impulso del fotón q , en la fig. III.9 con el impulso de Fermi k_F y en la III.10 con la constante de Landau-Migdal g' .

En la fig. III.11 mostramos $\text{Im } \Sigma^{22}(q, \omega)$ para dos interacciones diferentes. Incluimos además los puntos experimentales dados ya en la fig. III.6. Desde el capítulo I, señalamos la dificultad que existe en dar una interacción nuclear. De esta manera, en la sec. III.3, podríamos haber sugerido el siguiente esquema para ajustar la interacción: tomar la interacción más general posible; con ella resolver la ec. (III.23) variando los parámetros de la misma de modo de ajustar la curva con los puntos experimentales. La interacción así construida, puede ser usada para calcular la auto energía dentro de nuestra aproximación. El motivo por el cual este procedimiento es inconducente para dar respuesta a qué interacción emplear, se ve en la figura III.11. Vemos aquí que para dos interacciones diferentes, el resultado de la auto energía para $\omega \leq 150$ MeV es el mismo. Sin embargo, a energías mayores la diferencia es apreciable. *Vemos que ajustar los parámetros de una interacción de modo que reproduzcan a las propiedades nucleares en un rango de energías, no implica que ese mismo conjunto de parámetros reproduzcan correctamente las propiedades del núcleo a energías mayores.*

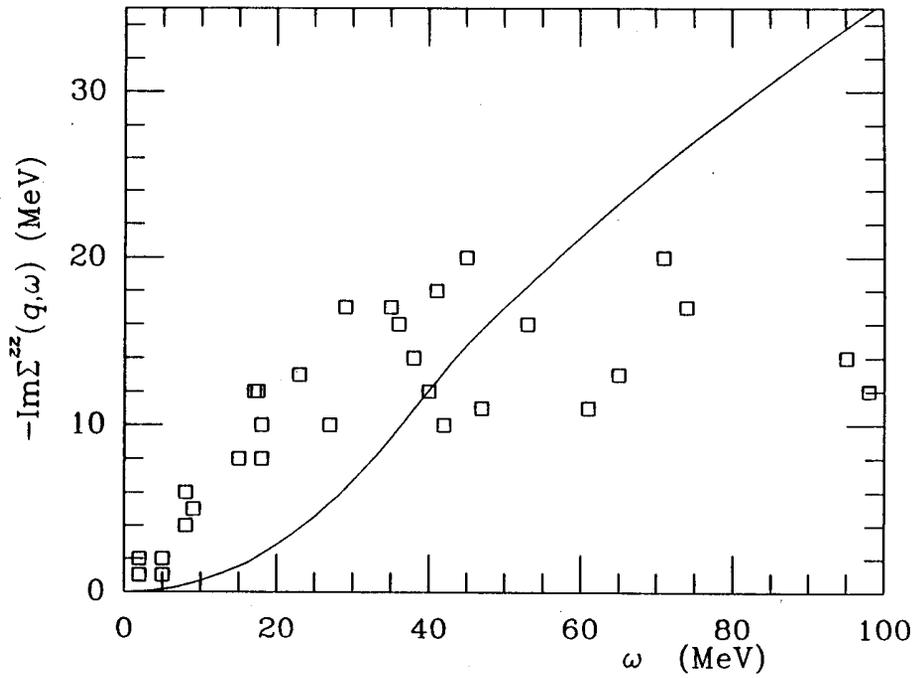


Fig. III.6

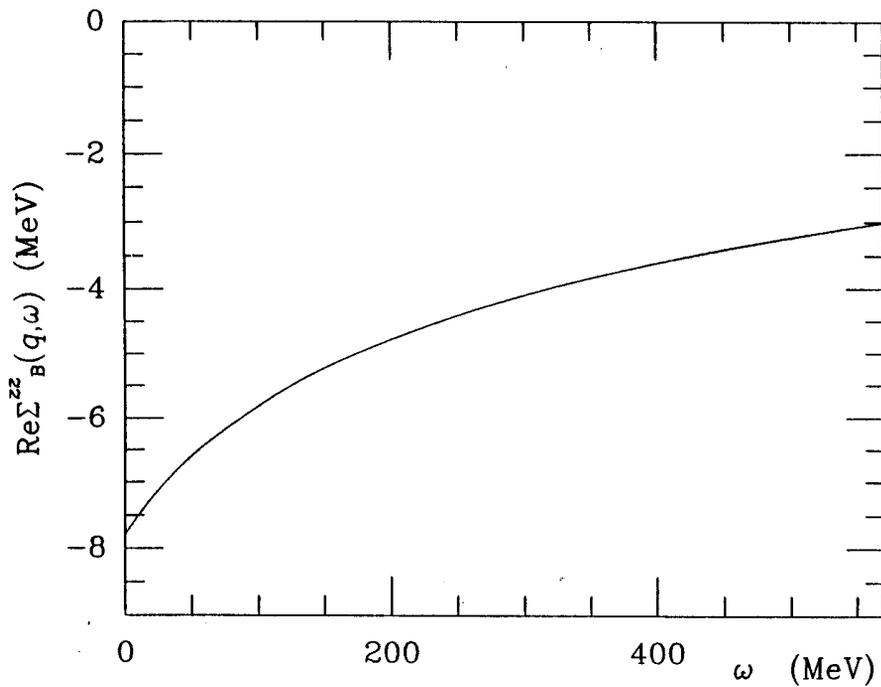


Fig. III.7

Fig. III.6: Parte imaginaria de la auto energía comparada con el potencial óptico. El impulso transferido es de 410 MeV/c, la interacción es pión correlacionado con $g'=0.7$ y $k_F = 1.2 \text{ 1/fm}$. Los puntos experimentales fueron tomados de [CO 88].

Fig. III.7: Igual que fig. III.3, para la parte real atrazada (o "backward") de la auto energía.

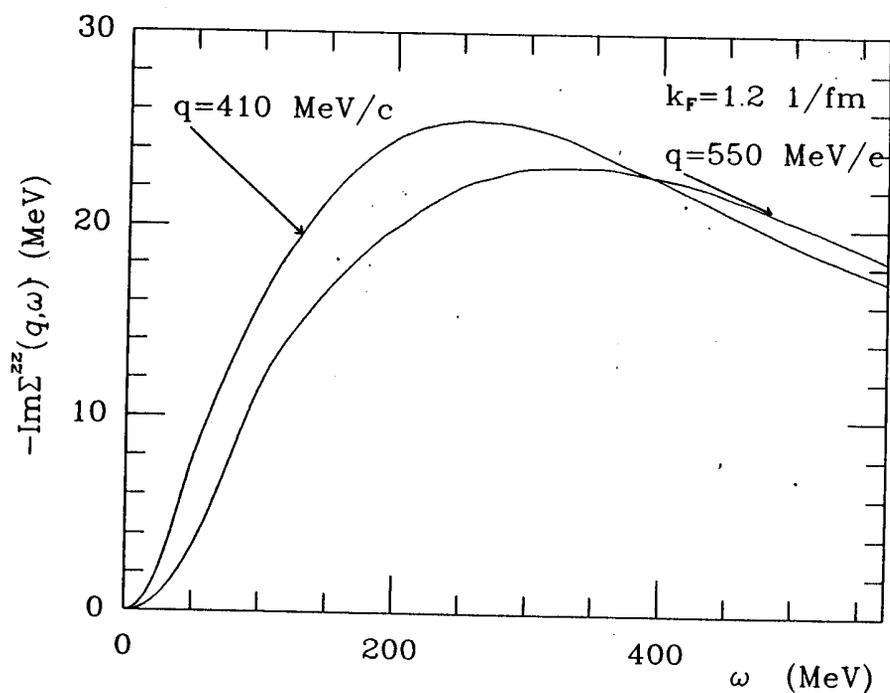


Fig. III.8

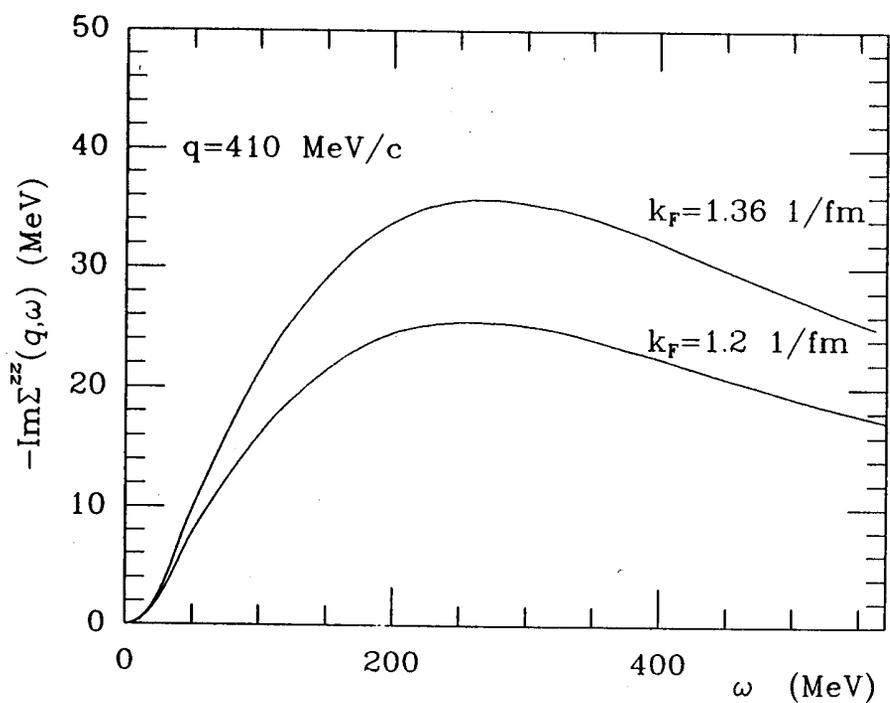


Fig. III.9

Fig. III.8: Dependencia con el impulso de la parte imaginaria de la auto energía.

Fig. III.9: Dependencia con el impulso de Fermi de la parte imaginaria de la auto energía.

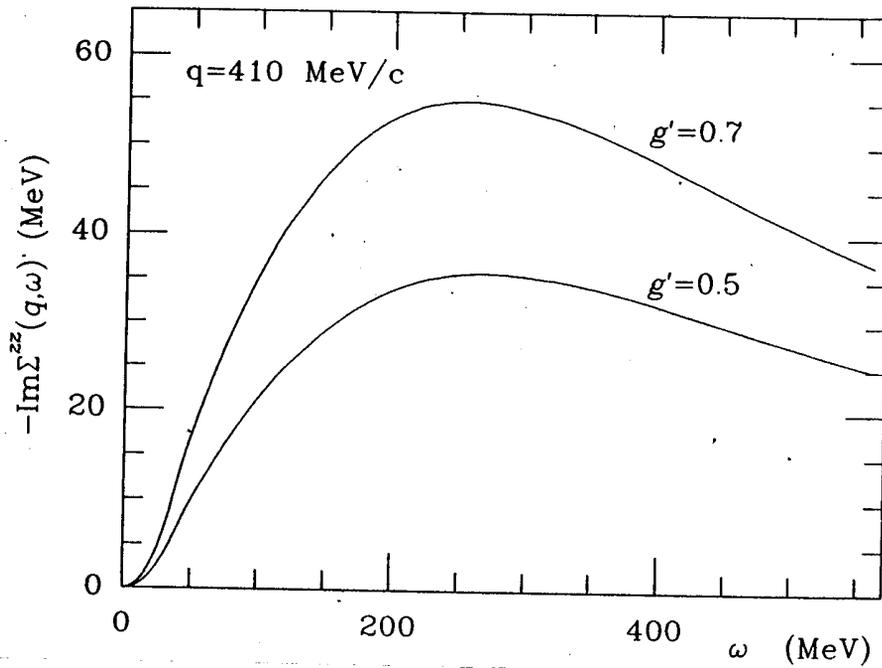


Fig. III.10

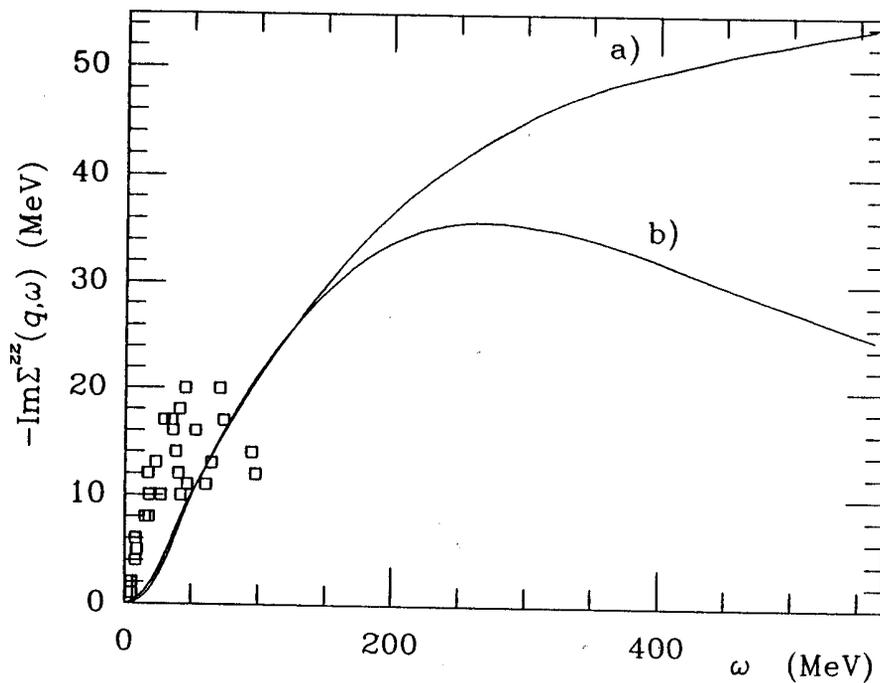


Fig. III.11

Fig. III.10: Dependencia con g' de la parte imaginaria de la auto energía.

Fig. III.11: Dependencia con la interacción de la parte imaginaria de la auto energía: a) fue calculada con la interacción "Blaizot" de la Tabla I.1, mientras que b) fue calculada con la interacción "pion correlacionado". Para ambos casos $k_F = 1.2 \text{ 1/fm}$ y $g' = 0.5$.

III.6 Modificación de la función de Lindhard debido a las inserciones de auto energía.

En el capítulo I mostramos las partes imaginaria y real de la función de Lindhard dados por las ecs. (I.30,31) respectivamente. La presencia de la auto energía modifica la función de Lindhard de la siguiente manera:

$$\text{Im } \Pi(q, \omega) = \int dE \text{ Im } \Pi^0(q, E) \rho(q, \omega, E) \quad (\text{III.32})$$

$$\text{Re } \Pi(q, \omega) = \int dE \text{ Im } \Pi^0(q, E) (\sigma(q, \omega, E) + \sigma^B(q, \omega, E)) \quad (\text{III.33})$$

En las figs. III.12 y 13 graficamos $\text{Im } \Pi(q, \omega)$ y $\text{Re } \Pi(q, \omega)$ junto con $\text{Im } \Pi^0(q, \omega)$ y $\text{Re } \Pi^0(q, \omega)$, respectivamente. Vemos que el efecto de la auto energía es chico sobre la parte real, produciendo simplemente una pequeña reducción.

El efecto de la auto energía sobre la parte imaginaria de la función de Lindhard es el siguiente. La parte imaginaria de la auto energía produce un aumento en el ancho de la curva, mientras que al parte real provoca un corrimiento del pico hacia la izquierda. Notemos que el tipo de contribución sobre la función de Lindhard de auto energía redistribuye la intensidad sin cambiar su valor total, esto es,

$$\int d\omega \text{ Im } \Pi^0(q, \omega) = \int d\omega \text{ Im } \Pi(q, \omega) \quad (\text{III.34})$$

Finalmente, en el apéndice F, mostramos por que $\text{Im } \Pi(q, \omega) \neq 0$ en $\omega = 0$.

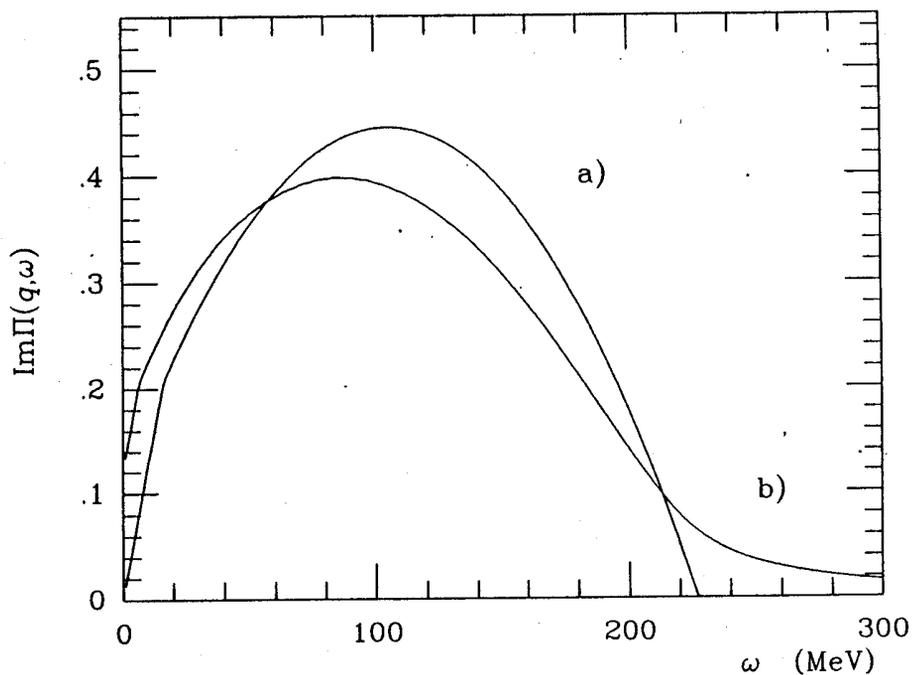


Fig. III.12

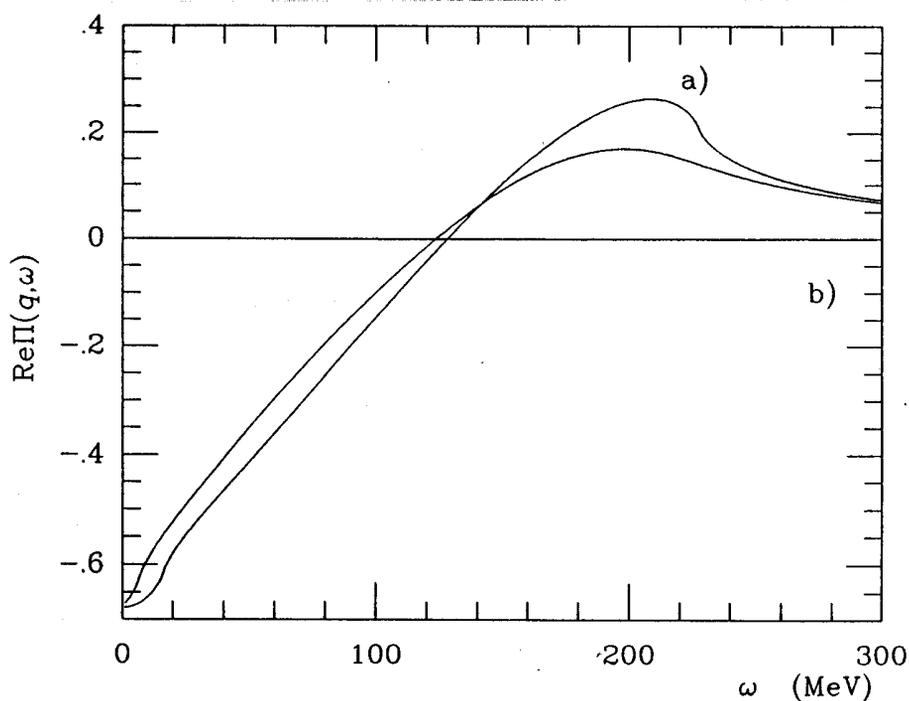


Fig. III.13

Fig. III.12: Efecto de las inserciones de auto energía sobre la parte imaginaria de la función de Lindhard: a) representa a la función de Lindhard sin inserciones de auto energía, mientras que b) muestra el efecto de las inserciones de auto energía.

Fig. III.13: Igual que fig. III.12 para la parte real de la función de Lindhard.

CAPITULO IV.

ESTUDIO DEL CANAL TRANSVERSAL

En este capítulo estudiamos la función de estructura $S(q, \omega)$ en el canal transversal del operador electromagnético de excitación. Damos al comienzo del capítulo una introducción donde analizamos los distintos términos que integran la corriente nuclear. Analizamos luego la función estructura en el canal transversal provenientes de dichas corrientes, dejando para el capítulo siguiente la componente longitudinal.

IV.1. Introducción.

En el cap. I mostramos una expresión explícita para la corriente nuclear en el caso de tener excitaciones de una partícula-un agujero (1p-1h). Mostraremos ahora las expresiones para el caso de incluir excitaciones de 2p-2h, del tipo ilustrado en la fig. II.3. Veremos enseguida que las expresiones correspondientes resultan más complicadas que en el caso anterior.

Antes de ello, notemos que el fotón virtual intercambiado no está limitado a crear un par partícula-agujero o a dispersar una partícula o un agujero. Sino que también puede dispersar al mesón virtual intercambiado entre los nucleones, o puede crear una excitación del tipo delta-isobaro. Los diagramas de Feynman correspondientes, se muestran en la fig. IV.1. El diagrama a) se denomina de mesón en vuelo, el b) de contacto y el c) contiene una excitación $\Delta(1232)$ como estado virtual intermedio. Todas estas contribuciones son importantes en el canal transversal.

Van Orden y Donnelly [OR 81], derivaron expresiones para la corriente de dos cuerpos asociada a cada uno de estos diagramas, partiendo de un Lagrangiano efectivo invariante chiral, con un acoplamiento pión-nucleón pseudovectorial. Estos autores, junto con Alberico et al. ([AL 84]), analizaron extensamente la contribución de estos diagramas, afirmando que los mismos son importantes solo en el canal transversal a energías intermedias y altas. El estudio de estas corrientes va más allá del objetivo de la presente tesis y referimos al lector a dichos trabajos para su análisis. Sin embargo, notemos que nuestro formalismo permite incluirlas automáticamente.

En la fig. IV.2 mostramos otro tipo de contribución a la

Fig. IV. 1

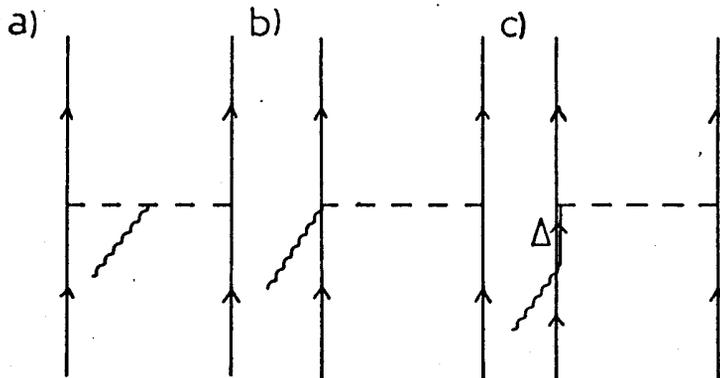


Fig. IV.2

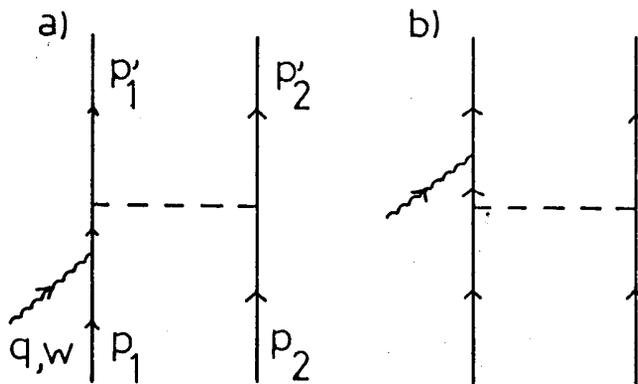


Fig. IV.1: Representación diagramática de la corriente de intercambio de mesones.

Fig. IV.2: Representación diagramática de la corriente de correlación.

corriente de dos cuerpos, denominada de correlación, pues tiene su origen en la correlación que existe entre los nucleones (esto es, en el intercambio de un mesón virtual entre los nucleones, como vemos en la figura). Aplicando las reglas de Feynman usuales, tenemos para la corriente de correlación, cuando suponemos que el mesón intercambiado es un pión, [FR 77], [AL 84], [TO 87]:

$$\begin{aligned}
 J_{\mu}^{\text{CORR}}(p'_1, p_1, p'_2, p_2) = & \\
 - \frac{f_{\pi}^2}{m_{\pi}^2 v^2} \{ & \bar{u}(p'_1, s'_1) \chi_{\rho_1}^+ \Gamma_{\mu}^{(1)} S_{\mathbf{F}}^+(p'_1 - q, m) \tau_i^1 \gamma_{\nu} k_2^{\nu} \gamma_5 u(p_1, s_1) \chi_{\rho_1} + \\
 & \bar{u}(p'_1, s'_1) \chi_{\rho_1}^+ \gamma_{\nu} k_2^{\nu} \gamma_5 \tau_i^1 S_{\mathbf{F}}^+(p'_1 + q, m) \Gamma_{\mu}^{(1)} u(p_1, s_1) \chi_{\rho_1} \} + \\
 & \frac{1}{m_{\pi}^2 - k_2^2} \bar{u}(p'_2, s'_2) \gamma_{\lambda} k_2^{\lambda} \gamma_5 \chi_{\rho_2}^+ \tau_i^2 \chi_{\rho_2} u(p_2, s_2) + [1 - 2]
 \end{aligned}
 \tag{IV-1}$$

donde $k_2 = p'_2 - p_2$ y el significado de las variables de impulso, spin e isospin, es evidente a partir de la fig. IV.2.

$$S_{\mathbf{F}}^+(p, m) = \frac{\gamma_0 \sqrt{p \cdot p + m \cdot m} - \gamma \cdot p + m}{2 \sqrt{p \cdot p + m \cdot m} \cdot (p_0 - \sqrt{p \cdot p + m \cdot m})}
 \tag{IV-2}$$

es el propagador en Feynman para energías positivas, $\Gamma_{\mu}^{(1)}$ viene dado por (I-21).

El mesón virtual intercambiado puede ser cualquiera, como el mesón ρ , σ , ω , etc. En lo que sigue incluiremos el mesón ρ en forma explícita y parametrizaremos la acción del resto de los mesones por medio de la constante del Landau-Migdal en el canal σ , g' , como es el procedimiento usual [BR 77], [NA 85], [KR 88], [BA

89.b].

IV.2. Limite no relativista de la corriente de correlacion de dos cuerpos en el canal transversal.

El límite no-relativista de la (IV-1) conduce, para las componentes espaciales, a:

$$\begin{aligned}
 J_i^{\text{CORR}}(p'_1, p_1, p'_2, p_2) = & 4m \frac{f^2}{\pi} \left\{ \frac{1}{m^2 V^2} \left[\frac{1}{2m\omega - q \cdot (p'_1 + p_1 - k_2)} \right. \right. \\
 & [i (\sigma_1 \times q)_i (k_2 \cdot \sigma_1) \{ \mathcal{G}_E (\mu_S + 2\rho_2 \mu_V) + \rho_2 \mathcal{G}_D (\mu_V + 2\rho_1 \mu_S) \} + \\
 & (p'_1 + p_1 - k_2)_i (k_2 \cdot \sigma_1) \{ \mathcal{G}_E (1 + 2\rho_2) + \rho_2 \mathcal{G}_D (1 + 2\rho_1) \}] + \\
 & + \frac{1}{2m\omega - q \cdot (p'_1 + p_1 + k_2)} \\
 & [-i (k_2 \cdot \sigma_1) (\sigma_1 \times q)_i \{ \mathcal{G}_E (\mu_S - 2\rho_2 \mu_V) + \rho_2 \mathcal{G}_D (\mu_V + 2\rho_1 \mu_S) \} \\
 & \left. \left. - (p'_1 + p_1 + k_2)_i (k_2 \cdot \sigma_1) \{ \mathcal{G}_E (1 + 2\rho_2) + \rho_2 \mathcal{G}_D (1 + 2\rho_1) \} \right] \right\} \\
 & \frac{1}{m^2 + k_2^2} \cdot (k_2 \cdot \sigma_2) + [1 - 2]
 \end{aligned}
 \tag{IV.3}$$

Definimos $\chi_{S_i}^+ \vec{\sigma} \chi_{S_i} \equiv \sigma_i$; $\mathcal{G}_I = \delta_{\rho'_1 \rho_1} \delta_{\rho'_2 \rho_2}$ y $\mathcal{G}_E = (1 - \delta_{\rho'_1 \rho_2})(1 - \delta_{\rho'_1 \rho_1})(1 - \delta_{\rho'_2 \rho_2})$. Introdujimos variables adimensionales en analogía con (III-9). $\mu_S = 1 + \mu_p + \mu_N = 0.88$ y $\mu_V = 1 + \mu_p - \mu_N = 4.7$. Notemos que en (IV.3) tomamos el límite estático para el propagador de mesón. Observemos además que esta expresión depende de cuatro variables de impulso separadamente (un hecho de pesadas

consecuencias en el análisis numérico), y muestra tanto una componente magnética como una componente eléctrica (dados por el primer y segundo término de los corchetes de la (IV.3)).

La contribución de ésta corriente a la función de estructura transversal, se obtiene a través del elemento de matriz desde el vacío a $2p-2h$, dado por (ver (I.19)):

$$\langle p'_1, p_1, p'_2, p_2 | \hat{J}_i^{\text{CORR}} | \phi_4 \rangle = \theta(p'_1-1) \theta(p'_2-1) \theta(1-p_1) \theta(1-p_2) \cdot J_i^{\text{CORR}}(p'_1, p_1, p'_2, p_2) \quad (\text{IV.4})$$

junto con (I.3) y (I.15), No tomamos en cuenta la antisimetrización [AL 84].

La introducción de esta corriente de correlación, implica la aparición de 16 gráficos perturbativos a $S_T(q, \omega)$, que resultan de las 4 amplitudes dadas en la fig. IV.3. En la fig. IV.4 mostramos los 6 gráficos, topológicamente distintos que surgen de las amplitudes antes mencionadas. Al tratar con estos diagramas debemos enfatizar que conservamos las líneas nucleónicas ubicadas entre el vértice electromagnético y el nuclear, estrictamente fuera de la capa de masa ("off the mass shell"). La notación utilizada en estas dos últimas figuras resultara clara enseguida.

Incluiremos ahora otros mesones. Para ello usamos la interacción dada por (III.30), que por comodidad repetimos,

$$V(q, \omega) = \frac{f^2}{m_\pi^2} \left\{ g' \sigma_1 \cdot \sigma_2 \tau_1 \cdot \tau_2 + \gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} (\sigma_1 \cdot \hat{q})(\sigma_2 \cdot \hat{q}) \tau_1 \cdot \tau_2 + \gamma_2 \frac{q^2}{q^2 + m_\rho^2} (\sigma_1 \times \hat{q}) \cdot (\sigma_2 \times \hat{q}) \tau_1 \cdot \tau_2 \right\} \quad (\text{IV.5})$$

Fig. IV.3

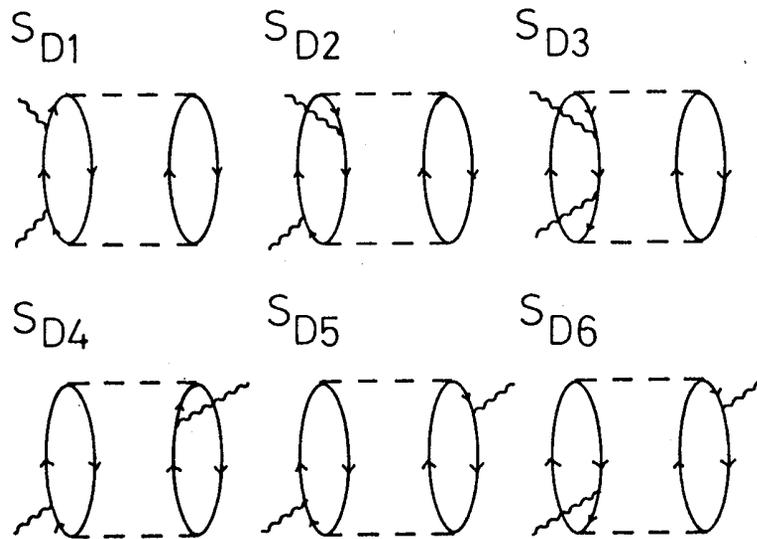
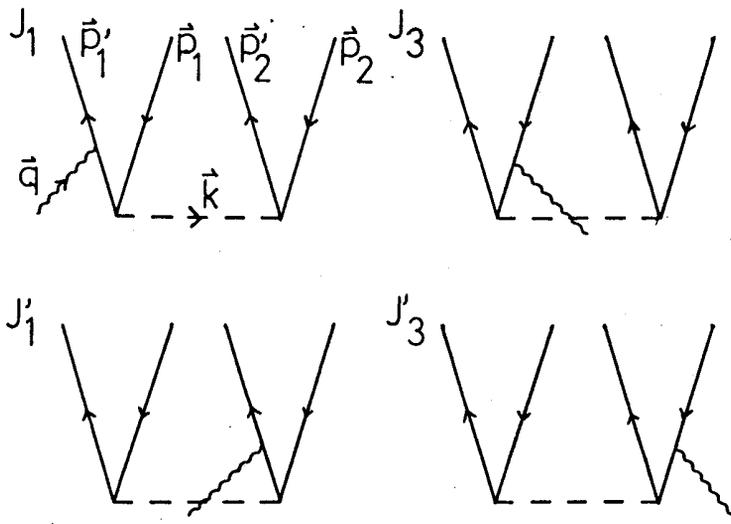


Fig. IV.4

Fig. IV.3: Elementos de matriz correspondientes a la corriente de correlación. Solo mostramos los términos provenientes de correlaciones del estado fundamental.

Fig. IV.4: Contribuciones de las correlaciones de estado fundamental a la función de estructura.

Al ver la expresión (IV.3) notamos que resulta complicada y en ella solo intercambiamos un pión. La introducción de (IV.5) hace la expresión de la corriente aun más complicada, por lo cual resulta conveniente separarla en un pedazo central (esto es, proporcional a $\sigma_1 \cdot \sigma_2$) y otro tensorial (proporcional a $S_{12}(\hat{q})^*$). Para ello, usamos:

$$(\sigma_1 \cdot \hat{q})(\sigma_2 \cdot \hat{q}) = \frac{1}{3} (\sigma_1 \cdot \sigma_2 + S_{12}(\hat{q})) \quad (\text{IV.6.a})$$

$$(\sigma_1 \times \hat{q}) \cdot (\sigma_2 \times \hat{q}) = \frac{1}{3} (2\sigma_1 \cdot \sigma_2 - S_{12}(\hat{q})) \quad (\text{IV.6.b})$$

A su vez, separamos la contribución proveniente de cada uno de los gráficos de la fig. IV.3, en cuatro términos, J_1 , J_3 , J'_1 y J'_3 , del modo en que ahí se indica, y cuyo valor viene dado por:

$$\{J_{1i}^C\}_j = C \frac{1}{3d_1} \{ i (\sigma_1 \times Q)_i I_1 + (2t - Q)_i I_2 \} \sigma_1 \cdot \sigma_2 P_j^C \quad (\text{IV.7.a})$$

$$\{J_{1i}^T\}_j = C \frac{1}{3d_1} \{ i (\sigma_1 \times Q)_i I_1 + (2t - Q)_i I_2 \} S_{12}(\hat{q}) P_j^T \quad (\text{IV.7.b})$$

$$\{J_{3i}^C\}_j = -C \frac{1}{3d_3} \sigma_1 \cdot \sigma_2 \{ i (\sigma_1 \times Q)_i I_3 + (2t' - Q)_i I_4 \} P_j^C \quad (\text{IV.7.c})$$

$$* S_{12}(\hat{q}) = 3 (\sigma_1 \cdot \hat{q})(\sigma_2 \cdot \hat{q}) - \sigma_1 \cdot \sigma_2$$

$$\{J_{3i}^T\}_j = -C \frac{1}{3d_3} S_{12}(\hat{q}) \{ i (\sigma_1 \times Q)_i I_3 + (2t' - Q)_i I_4 \} P_j^T \quad (\text{IV.7.d})$$

con $C = 4m^2 f^2 / (V^2 m^2 k_F)$ y:

$$d_1 = 2\nu - Q \cdot (2x_1 + 1 - Q) \quad (\text{IV.8.a})$$

$$d_3 = 2\nu - Q \cdot (2x_1 - 1 + Q) \quad (\text{IV.8.b})$$

$$I_1 = \mathcal{G}_E (\mu_S + 2\rho_2 \mu_V) + \rho_2 \mathcal{G}_D (\mu_V + 2\rho_1 \mu_S) \quad (\text{IV.9.a})$$

$$I_2 = \mathcal{G}_E (1 + 2\rho_2) + \rho_2 \mathcal{G}_D (1 + 2\rho_1) \quad (\text{IV.9.b})$$

$$I_3 = \mathcal{G}_E (\mu_S - 2\rho_2 \mu_V) + \rho_2 \mathcal{G}_D (\mu_V + 2\rho_1 \mu_S) \quad (\text{IV.9.c})$$

$$I_4 = \mathcal{G}_E (1 - 2\rho_2) + \rho_2 \mathcal{G}_D (1 + 2\rho_1) \quad (\text{IV.9.d})$$

$$P_j^C = \left\{ -3g' + \gamma_1 \frac{Q^2}{Q^2 + m_\pi^2} \right\} \quad \text{si } j = \text{pion}, \quad (\text{IV.10.a})$$

$$= \gamma_2 \frac{Q^2}{Q^2 + m_\rho^2} \quad \text{si } j = \text{meson rho} \quad (\text{IV.10.b})$$

$$P_j^T = \gamma_1 \frac{Q^2}{Q^2 + m_\pi^2} \quad \text{si } j = \text{pion}, \quad (\text{IV.10.c})$$

$$= \gamma_2 \frac{Q^2}{Q^2 + m_\rho^2} \quad \text{si } j = \text{meson rho} \quad (\text{IV.10.d})$$

mientras que, $t = p_1'$
 $l = p_2' - p_2$
 $x_1 = (p_1' + p_1) / 2$
 $t' = t + l$

(IV.11)

Por otro lado,

$$\{ J_{1,3}^{C,T} \}_i = [\{ J_{1,3}^{C,T} \}_i]_{1-2} \quad (IV.12)$$

Este cambio 1-2, se refiere exclusivamente a los índices de impulso, spin e isospin, como se muestra en la fig. IV.3.

Finalmente,

$$\{ J_i^{CORR} \}_j = \{ J_{1i}^C + J_{1i}^T + J_{3i}^C + J_{3i}^T + J_{1i}^C + J_{1i}^T + J_{3i}^C + J_{3i}^T \}_j \quad (IV.13)$$

Esquemáticamente, cada una de las contribuciones de la fig. IV.4, viene dada por:

$$S_{D1} \sim J_1^+ J_1 \quad (IV.14.a)$$

$$S_{D2} \sim J_1^+ J_3 + J_3^+ J_1 \quad (IV.14.b)$$

$$S_{D3} \sim J_3^+ J_3 \quad (IV.14.c)$$

$$S_{D4} \sim J_1^+ J_1 \quad (IV.14.d)$$

$$S_{D5} \sim J_1^+ J_3 + J_3^+ J_1 \quad (IV.14.e)$$

$$S_{D6} \sim J_3^+ J_3 \quad (IV.14.f)$$

De estos 6 términos evaluaremos solo los primeros 3 (esto es, aquellos en los que el vértice electromagnético se encuentran en la misma "burbuja"); ya que la contribución de los tres restantes (ecs. IV.14.d-f) es despreciable [AL 84].

IV.3. Funcion de Estructura Transversal $S_T(q, \omega)$.

Como vimos en el cap. II, dividimos a la función de

estructura en tres componentes: S_A , S_{BC} y S_D . Comenzaremos por analizar S_D , ya que su cálculo se encuentra sugerido al final de la sección anterior. Continuaremos con S_{BC} por su similitud con la S_D . Finalmente, por completitud, analizaremos S_A , aunque su expresión resulta trivial.

IV.3.a. Análisis de la contribución S_D .

Recordemos que,

$$4\pi S_T = \left(\delta_{ll'} - \frac{Q_l Q_{l'}}{Q^2} \right) W^{ll'} \quad , \quad (IV.15)$$

junto con la definición de $W^{ll'}$ (ec. I.3), y las ecs. (IV.7) y (IV.14) nos llevan a:

$$\begin{aligned} (S_{D1}^C)_{ij} &= \beta_{ij} \int dt \int dl \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) P_i^C P_j^C \\ &\quad \frac{\theta(|t-Q|-1)}{[2\nu + Q^2 - 2Q.t]} I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2, 1). \\ &\quad [(\mu_S^2 + \mu_V^2) Q^2 + 4(t^2 - \frac{1}{Q^2} (Q.t))] \quad (IV.16.a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (S_{D2}^C)_{ij} &= \beta_{ij} \int dt \int dl \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) P_i^C P_j^C \\ &\quad \frac{\theta(1-|t+1|)}{\nu - Q.(t+1-Q/2)} \frac{\theta(|t-Q|-1)}{\nu - Q.(t+Q/2)} I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2, 1). \\ &\quad [(3\mu_S^2 - \mu_V^2) Q^2 + 12 [t.(t+1) - \frac{1}{Q^2} (Q.t)(t+1).Q]] / 18. \quad (IV.16.b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(S_{D3}^C)_{ij} &= \beta_{ij} \int dt \int dl \theta(1-t) \theta(|t+1-Q|-1) P_i^C P_j^C \\
&\frac{\theta(1-|t-Q|)}{[2\nu - Q^2 - 2Q.t]} I(\nu-t.(Q-1)-(Q-1)^2/2, 1). \\
&[(\mu_S^2 + \mu_V^2) Q^2 + 4(t^2 - \frac{1}{Q^2} (Q.t))] \quad (IV.16.c)
\end{aligned}$$

$$(S_{D1,3}^T)_{ij} = 2 (S_{D1,3}^C)_{ij} \left| P_{ij}^C \rightarrow P_{ij}^T, g' = 0. \quad (IV.17.a)
\right.$$

$$\begin{aligned}
(S_{D2}^T)_{ij} &= \beta_{ij} \int dt \int dl \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) P_i^T P_j^T / l^2 \\
&\frac{\theta(1-|t+1|)}{\nu - Q.(t+1-Q/2)} \frac{\theta(|t-Q|-1)}{\nu - Q.(t+Q/2)} I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2, 1). \\
&[(3\mu_S^2 - \mu_V^2) [(Q.1)^2/3 + Q^2 l^2/9] - \\
&\frac{8}{3} l^2 [t.(t+1) - \frac{1}{Q^2} (Q.t)(t+1).Q]] / 2 \quad (IV.17.b)
\end{aligned}$$

Para el caso S_{D2} , tenemos también un término que mezcla la contribución central con la tensorial, dado por:

$$\begin{aligned}
(S_{D2}^{C\ i\ j}) &= \beta_{ij} \int dt \int dl \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) P_i^T P_j^T / l^2 \\
&\frac{\theta(1-|t+1|)}{\nu - Q.(t+1-Q/2)} \frac{\theta(|t-Q|-1)}{\nu - Q.(t+Q/2)} I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2, 1). \\
&[(3\mu_S^2 - \mu_V^2) [-2(Q.1)^2/3 - Q^2 l^2/9]] \quad (IV.18)
\end{aligned}$$

atención!, en esta subsección los índices i, j no son índices de

suma, sino que se refieren al mesón intercambiado. En nuestro caso, sus valores posibles son $i, j = \pi, \rho$; donde π indica pión y ρ al mesón rho.

$$\beta_{ij} = \frac{A^2}{(2\pi)^6 m_i^2 m_j^2} \left(\frac{f_i f_j}{4\pi} \right)^2 \frac{3m^2}{k_F^2} \quad (\text{IV.19})$$

$$m_i = (\text{masa del mesón } i) / k_F \quad (\text{IV.20})$$

y f_i es la constante de acoplamiento del mesón i . En estas expresiones hemos hecho ya las sumas sobre spin e isospin.

Cuando tenemos una interacción de intercambio de un mesón π mas un mesón ρ , estos términos deben sumarse según las expresiones:

$$S_{D1} = (S_{D1}^C)_{\pi\pi} + (S_{D1}^T)_{\pi\pi} + 4(S_{D1}^C)_{\rho\rho} + (S_{D1}^T)_{\rho\rho} + 4(S_{D1}^C)_{\pi\rho} - 2(S_{D1}^T)_{\pi\rho} \quad (\text{IV.21.a})$$

$$S_{D2} = (S_{D2}^C)_{\pi\pi} + (S_{D2}^T)_{\pi\pi} + 2(S_{D2}^{C^{\pi\rho}}) + 4(S_{D2}^C)_{\rho\rho} + (S_{D2}^T)_{\rho\rho} - 4(S_{D2}^{C^{\rho\rho}}) + 4(S_{D2}^C)_{\pi\rho} - 2(S_{D2}^T)_{\pi\rho} - 2(S_{D2}^{C^{\pi\rho}}) + 4(S_{D2}^{C^{\rho\pi}}) \quad (\text{IV.21.b})$$

$$S_{D3} = (S_{D1})_{1 \rightarrow 3} \quad (\text{IV.21.c})$$

por ejemplo, $(S_{D1}^C)_{pp}$ representa la componente central del gráfico S_{D1} de la fig. IV.4, cuando en todos los vértices nucleares se propaga un mesón rho. Como vemos, el grado de complejidad de las expresiones es elevado, ya que su cálculo implica la evaluación de integrales de dimensión 6. Su cálculo, sin embargo, no resulta prohibitivo. Esquemas similares que calculan excitaciones de 2p-2h, pero en núcleos finitos conduce a un elevadísimo número de configuraciones, con lo cual el problema numérico adquiere una dificultad formidable. [BE 82], [DR 86].

IV.3.b. Analisis de la contribucion S_{BC} .

Analizaremos ahora la contribución S_{BC} dada por la ec. (II.44), en el canal transversal. Mostramos la misma en la segunda linea de la fig. IV.5.

Antes de estudiar S_{BC} en si, notemos que puedo obtener el segundo orden perturbativo de estos gráficos a partir de los correspondientes a S_D del modo en que se muestra en la fig. IV.5. Como ejemplo concentremos en la columna a): la expresión de S_D correspondiente a este gráfico, viene dada por la ec. (IV.16.a). Para obtener S_{BC} solo hay que transformar la partícula $1'$ en un agujero. Sin embargo, es fácil ver, que S_{BC} es igual a cero tanto para la columna a) como para la columna c) como consecuencia de la conservación del impulso; ya que el valor del mismo para 1 y $1'$ debe ser igual, como 1 es una partícula y $1'$ un agujero, entonces S_{BC} es idénticamente nulo.

El único caso no nulo que calcularemos, es el correspondiente a la columna b) de la figura citada. Otros casos

de contribuciones no nulas, que sin embargo despreciaremos, se muestran en la fig. IV.6. Las expresiones para los mismos se pueden obtener a partir de (II.44), junto con las expresiones para las corrientes dadas por (I.24) y (IV.7).

En lo que sigue, nos concentraremos exclusivamente en S_{BC} dado por la columna b) de la fig. IV.5. A partir de (II.44), (I.24) y (IV.7), y luego de un poco de álgebra, obtenemos la expresión para S_{BC} . Como vemos en (II.44), la parte imaginaria de S_{BC} consta de dos términos, que escribiremos separadamente como S_{BC}^a y S_{BC}^d . De este modo tenemos:

$$S_{BC}^a = \beta \int dt \int ds \int dl \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2,1) W_{\pi+\rho}^2 / (6\pi)$$

$$\left\{ F(\alpha_1-\nu, \alpha_2, 1) \theta(|t+1|-1) \theta(|t-Q|-1) \frac{\Gamma / 2}{[\nu - Q.(t+1-Q/2) - \Delta]^2 + \Gamma^2/4} + \right.$$

$$\left. + F(\alpha_1-\nu, \alpha_3, 1) \theta(1-|t+1|) \theta(|t-Q|-1) \frac{\Gamma / 2}{[\nu - Q.(t+Q/2) - \Delta]^2 + \Gamma^2/4} \right\}$$

(IV.22.a)

$$S_{BC}^d = -\beta \int dt \int ds \int dl \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2,1)$$

$$\left\{ \theta(|t+1|-1) \frac{\nu - Q.(t+1-Q/2) - \Delta}{[\nu - Q.(t+1-Q/2) - \Delta]^2 + \Gamma^2/4} \frac{\theta(|t-Q|-1)}{\nu - Q.(t+Q/2)} + \right.$$

$$\left. \frac{\theta(1-|t+1|)}{\nu - Q.(t+1-Q/2)} \theta(|t-Q|-1) \frac{\nu - Q.(t+Q/2) - \Delta}{[\nu - Q.(t+Q/2) - \Delta]^2 + \Gamma^2/4} \right\} W_{\pi+\rho}^2 / 6$$

(IV.22.b)

Fig. IV.5

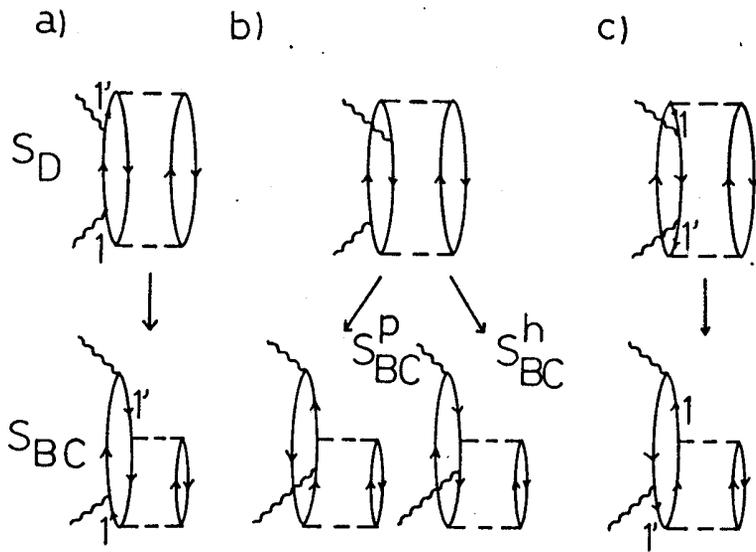


Fig. IV.6

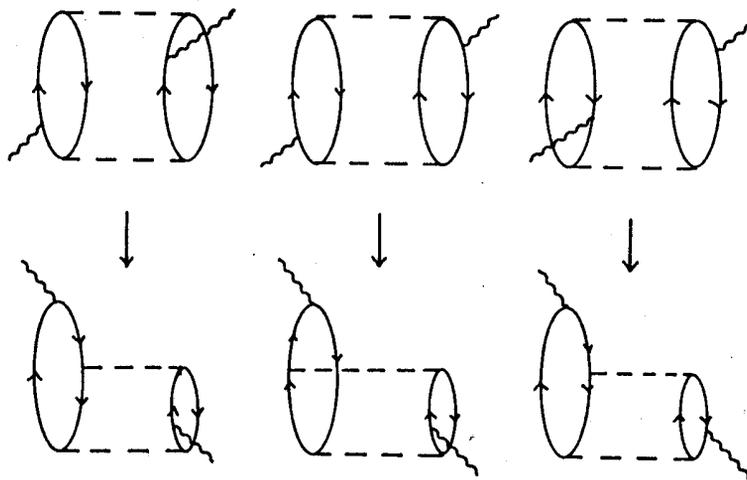


Fig. IV.5: Equivalencia diagramática entre los gráficos S_D y S_{BC} .
 Fig. IV.6: Equivalencia diagramática entre los gráficos S_D y S_{BC} .
 Estos gráficos no son calculados, ya que su contribución se considera pequeña [AL 84].

con,

$$F(a,c,1) \equiv \mathcal{P} \int dx \frac{1}{(a+x.1)(c+x.1)} \theta(|x+1/2| - 1) \theta(1-|x-1/2|) \quad (IV.23)$$

El valor de $F(a,c,1)$ esta dado en el apéndice E.

$$\alpha_1 = Q.(t + 1 - Q/2) - 1.(t + 1/2) \quad (IV.24.a)$$

$$\alpha_2 = 1.(Q - t - 1/2) \quad (IV.24.b)$$

$$\alpha_3 = -1.(t + 1/2) \quad (IV.24.c)$$

$$\beta = \frac{A^2}{(2\pi)^6 m^4 \pi} \left(\frac{f^2}{4\pi} \right)^2 \frac{3m^2}{k_F^2} \quad (IV.25)$$

$$W_{\pi+\rho}^2 = (W_{\pi+\rho}^2)^C + (W_{\pi+\rho}^2)^T + (W_{\pi+\rho}^2)^{CT} \quad (IV.26)$$

$$\begin{aligned} (W_{\pi+\rho}^2)^C = & \left\{ \left(3g' - \gamma_1 \frac{l^2}{l^2 + m_\pi^2} \right)^2 + 4C_\rho^2 \gamma_2 \frac{l^2}{l^2 + m_\rho^2} + \right. \\ & \left. 4C_\rho \gamma_2 \left(3g' - \gamma_1 \frac{l^2}{l^2 + m_\pi^2} \right) \frac{l^2}{l^2 + m_\rho^2} \right\}. \\ & [(3\mu_S^2 - \mu_V^2) Q^2 + 12 [t.(t+1) - \frac{1}{Q^2} (Q.t)(t+1).Q]] / 18 \end{aligned} \quad (IV.27.a)$$

$$\begin{aligned} (W_{\pi+\rho}^2)^T = & \left\{ \left(\gamma_1 \frac{l^2}{l^2 + m_\pi^2} \right)^2 + C_\rho^2 \gamma_2 \frac{l^2}{l^2 + m_\rho^2} - \right. \\ & \left. - 2C_\rho \gamma_1 \gamma_2 \frac{l^2}{l^2 + m_\pi^2} \frac{l^2}{l^2 + m_\rho^2} \right\}. \\ & \left\{ (3\mu_S^2 - \mu_V^2) [(Q.l)^2 / 3 + Q^2 l^2 / 9] - \frac{8}{3} l^2 [t.(t+1) - \frac{1}{Q^2} (Q.t)(t+1).Q] \right\} / 2 \end{aligned} \quad (IV.27.b)$$

$$\begin{aligned}
(W_{\pi+\rho}^2)^{CT} &= 2 \left\{ \left(-3g' + \gamma_1 \frac{l^2}{l^2 + m_\pi^2} \right) \gamma_1 \frac{l^2}{l^2 + m_\pi^2} - \right. \\
&- 2C_\rho^2 \gamma_2^2 \left(\frac{l^2}{l^2 + m_\rho^2} \right)^2 - C_\rho \gamma_2 \left(-3g' + \gamma_1 \frac{l^2}{l^2 + m_\pi^2} \right) \frac{l^2}{l^2 + m_\rho^2} + \\
&\left. 2\gamma_1 C_\rho \gamma_2 \frac{l^2}{l^2 + m_\pi^2} \frac{l^2}{l^2 + m_\rho^2} \right\} \cdot \\
&\cdot \left((3\mu_S^2 - \mu_V^2) \left[-2(Q.1)^2/3 - Q^2 l^2/9 \right] \right) \quad (IV.27.c)
\end{aligned}$$

finalmente,

$$\Delta = \text{Re} (\Sigma^{22}(q, \omega)) \quad (IV.28.a)$$

$$-\Gamma/2 = \text{Im} (\Sigma^{22}(q, \omega)) \quad (IV.28.b)$$

En (IV.22) el primer término de la derecha se refiere a la contribución S_{BC}^p y el segundo a S_{BC}^h , según la notación de la fig. IV.5.

Observemos que ya que S_{BC} es un término de interferencia entre S_A y S_D , aparecen las inserciones de auto-energía. En S_D al despreciar dichas inserciones lo que hacíamos de hecho, era conservar solo el segundo orden perturbativo en la interacción. No es ese el caso para S_{BC} , en donde si incluimos la auto-energía. En la fig. IV.7, mostramos los primeros términos de la serie perturbativa que están sumados en (IV.22).

La separación en S_{BC}^a y S_{BC}^d no es arbitraria. Tomando adecuadamente el límite de (IV.22) para mantener exclusivamente el

segundo orden perturbativo, obtenemos (notar que es necesario modificar convenientemente las funciones de Heaviside θ), los términos S_A y S_D como se muestra en la fig. IV.8. Acerca de S_A debemos ser precavidos ya que si bien es posible obtener una expresión para el mismo, ésta resulta divergente. Sobre este punto hablaremos con más cuidado en la próxima subsección.

IV.3.c. Analisis de la contribucion S_A

Recordemos las expresiones para S_A (ec. II.35):

$$(S_A)^{RPA} = \text{Im} \left\{ \frac{\tilde{S}_A}{1 - \tilde{S}_A V_{res}} \right\} \quad (\text{IV.29})$$

$$\tilde{S}_A = \text{Re} \tilde{S}_A + i \text{Im} \tilde{S}_A \quad (\text{IV.30})$$

$$\text{Re} \tilde{S}_A = \int dE \{S_A^O(q, E)\}_T \{ \sigma(q, \omega, E) + \sigma^B(q, \omega, E) \} \quad (\text{IV.31.a})$$

$$\text{Im} \tilde{S}_A = \int dE \{S_A^O(q, E)\}_T \rho(q, \omega, E) \quad (\text{IV.31.b})$$

donde $S_A^O(q, E)$ viene dada por (I.26) . En la fig. IV.9 mostramos las diferentes contribuciones a S_A . En el segundo gráfico de la derecha indicamos en forma explícita los estados de $1p-1h$ ($|2\rangle$) y de $2p-2h$ ($|4\rangle$). Repitamos una vez mas que S_A como se indica en la ec. (IV.31.b) representa la suma de una serie infinita de gráficos. No es posible conservar solo los primeros términos perturbativos

Fig. IV.7

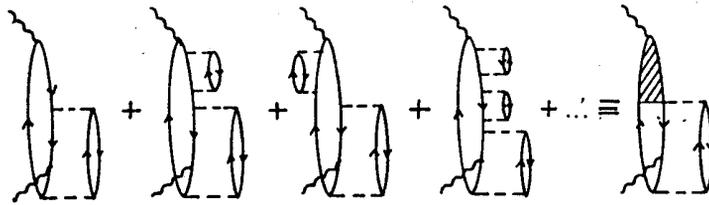


Fig. IV.8

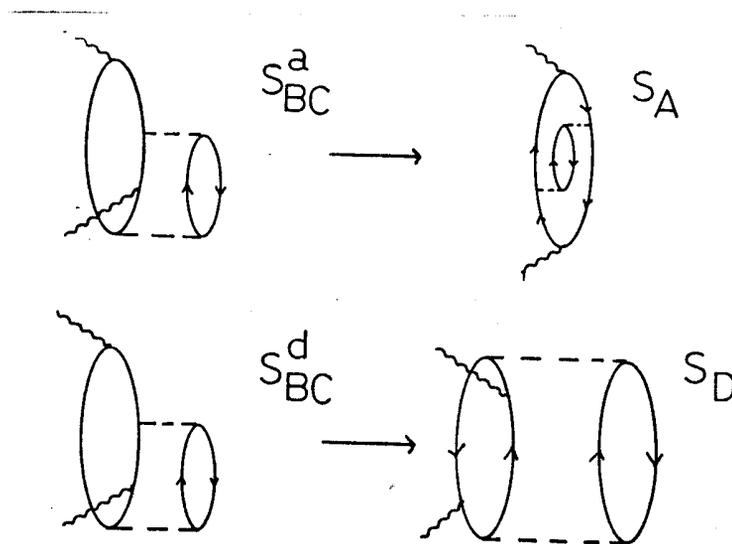


Fig. IV.7: Representación diagramática de S_{BC} al tomar en cuenta las inserciones de auto energía.

Fig. IV.8: Equivalencia diagramática entre los gráficos S_{BC}^a y S_A ; y entre S_{BC}^d y S_D .

Fig. IV.9

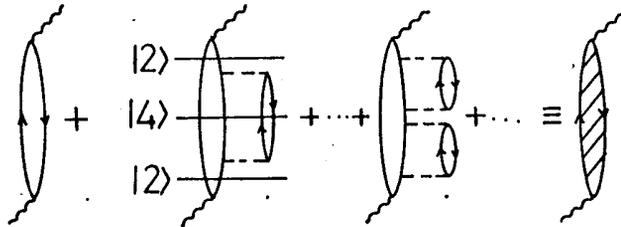


Fig. IV.10

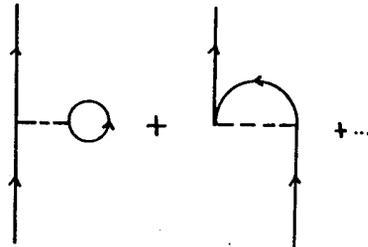


Fig. IV.9: Representación diagramática de S_A al tomar en cuenta las inserciones de auto energía.

Fig. IV.10: Inserciones de auto energía de primer orden que contribuyen a la masa efectiva. [PI 88].

(como los que graficamos en dicha figura), ya que los estados $|2\rangle$ y $|4\rangle$ pueden tener la misma energía, lo que hace al gráfico en si divergente. Nuestros estados pertenecen al continuo, por lo cual no podemos construir con los estados degenerados una matriz de dimensión finita y luego diagonalizar. [FE 71].

IV.4. Resultados Numericos.

En el cap. III mostramos la evaluación numérica de la auto energía. Una vez conocida la misma, el valor de S_A se obtiene trivialmente por medio de las ec. (IV.29-31). La evaluación de S_{BC} y S_D (ecs. (IV.16-21) y (IV.22-28), respectivamente), resultaba sin embargo más complicada ya que como vemos, aparecen integrales de dimensión seis. Para ello recurrimos a un código de integración multidimensional por el método de Monte Carlo. El error resultante es del orden de 30 %. Dado que S_{BC} y S_D resultan al menos un orden de magnitud menor que S_A en la región del pico cuasi-elástico, este error resulta aceptable. El error puede reducirse hasta un 5-10 %, al precio de aumentar dramáticamente el tiempo de ejecución de dicho código.

Hasta ahora hablamos solo de inserciones de auto energía denominadas de "segundo orden" [AL 89] ya que la interacción nuclear se halla dos veces. Debemos tomar en cuenta también las inserciones de primer orden como se muestran en la fig. IV.10. Este tipo de inserción puede parametrizarse por medio de la introducción de una masa efectiva m^* , dependiente del impulso ([BL 81], [CO 88], [PI 88]). En el presente trabajo usamos los valores de la masa efectiva dados en la tabla IV.1, extraída de

Tabla IV.1

q [MeV/c]	m^*/m
410.	0.85
550.	0.88

[CO 88] y [PI 88].

Es importante mencionar aquí, que algunos autores ([BL 81], [SA 80]) incluyen también dentro de la masa efectiva a las inserciones de auto energía de segundo orden, obteniendo valores para el cociente m^*/m en el orden de 0.6-0.7. Estos números *no pueden ser usados en nuestro caso, ya que implicaría un doble conteo de graficos.*

De la misma forma en que hemos modificado las propiedades del nucleón como consecuencia de que el mismo se encuentra dentro del núcleo, deberíamos modificar a los mesones intercambiados entre los nucleones ([TO 87]). En esta primer aproximación al problema, hemos incluido de un modo elemental, por medio de los parametros de la interacción de Landau-Migdal, estos efectos. Esto está de acuerdo con el espíritu de la bibliografía sobre el tema ([AL 89] y referencias ahí citadas). Sin embargo, este punto requiere ser estudiado más cuidadosamente.

Analizaremos ahora los resultados numéricos de cada uno de los distintos términos de S_T . Consideremos el ^{48}Ca , para $q = 410$ MeV/c ($m^*/m = 0.85$). Fijo $k_F = 1.2$ 1/fm y empleo la interacción pión-correlacionado de la tabla I.1. Uso $g' = 0.5$. las distintas contribuciones se muestran en la fig. IV.11 y en la tabla IV.2. Veamos en primer lugar S_A . La cantidad S_A^0 representa el modelo de un gas de Fermi. Vemos que el efecto de la auto-

energía es el de redistribuir la intensidad, trasladándola desde la región del pico cuasi elástico a la región de energías más altas. El pico cuasi elástico se corre hacia la izquierda (esto se debe a la parte real de la auto energía).

En la misma figura vemos la suma de las contribuciones $S_{BC} + S_D$. A los efectos de simplificar la representación gráfica, hemos parametrizado la curva por medio de una parábola (ésta resultó ser la curva que mejor ajustó con los puntos calculados). La importancia de los gráficos en la región del pico cuasi elástico, como vemos, es muy poca. Aunque pequeño, su efecto sobre S_T va a ser el de correr el pico hacia la derecha y aumentar la intensidad. La contribución de estos gráficos en la región del "dip", se hace importante, llegando incluso a superar la contribución proveniente de S_A . (Notar que en esta región S_A^0 es idénticamente nulo).

En la tabla IV.2 vemos cada una de las contribuciones S_{BC} y S_D , individualmente. Vemos que la contribución más importante proviene de S_{D1} (ver fig. IV.4). Esto es natural ya que el fotón dispersa es este caso a una partícula y el espacio de impulsos resulta entonces más grande que cuando se dispersa un agujero. La contribución de S_{BC} es en general negativa y observamos que su contribución es especialmente importante en la región del dip.

En la fig. IV.12 mostramos la suma de S_A^{RPA} , S_{BC} y S_D ; obteniendo así el resultado final que comparamos con los datos experimentales para el ^{48}Ca (como vimos en la introducción, en el canal transversal es poco importante en qué núcleo trabajamos).

Tabla IV.2*

ω	S_{D1}	S_{D2}	S_{D3}	S_{BC}^a	S_{BC}^d	$S_{Tot.}$
50.	4.32	-0.007	0.93	-1.19	$\sim 0.$	4.06
100.	10.8	-0.05	0.39	-0.63	$\sim 0.$	10.57
150.	14.9	-0.09	0.23	-0.47	$\sim 0.$	15.52
200.	14.1	-0.08	0.14	-0.82	-0.07	13.28
250.	8.28	-0.06	0.08	-0.18	-5.53	2.6
300.	5.65	-0.04	0.05	-0.04	-4.03	0.97

* La energía ω está dada en MeV, y la función estructura en 10^{-3} MeV⁻¹.

En las figs. IV.13 y 14, hacemos un análisis similar al anterior, pero para $q = 550$ MeV/c. Para este impulso todo gráfico sobre el cual el fotón dispersa al menos a un agujero (como por ejemplo S_{D2} y S_{D3}) resulta idénticamente nulo. Esto se debe a que si el impulso del fotón es mayor que dos veces el impulso de Fermi, entonces la conservación del impulso nos impone la restricción mencionada.

Finalmente, en las figs. IV.15 y 16 mostramos el resultado de $S_T(q, \omega)$ para $q = 410$ y 550 MeV/c, respectivamente; con $k_F = 1.36$ 1/fm. Estos constituyen nuestros resultados finales para el canal transversal. Vemos que la intensidad en la región del dip está por debajo de la experimental. Esto se debe a que no hemos incluido ni las corrientes de intercambio de mesones ni la delta isobárica.

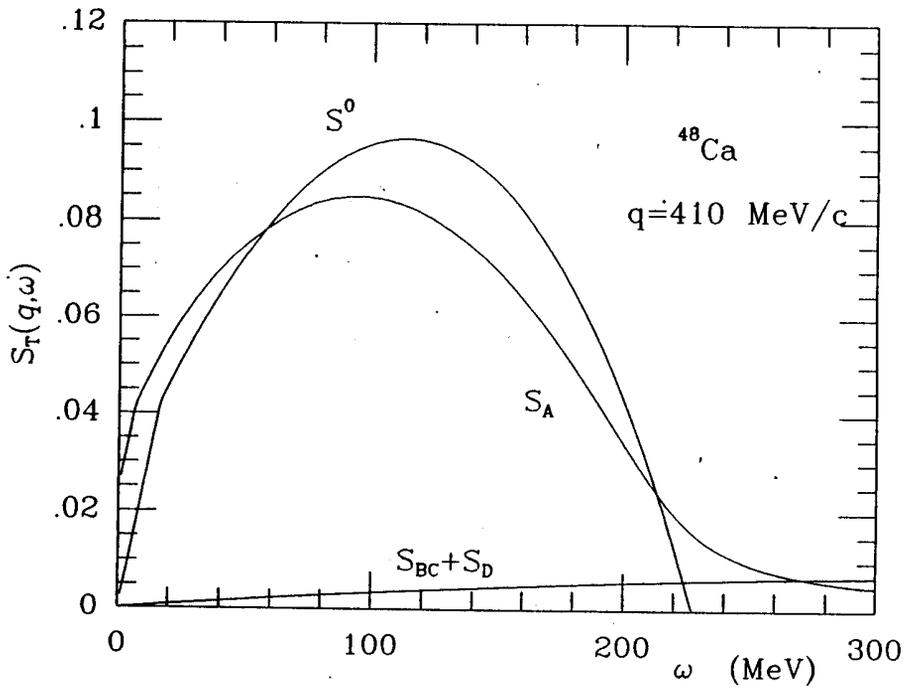


Fig. IV.11

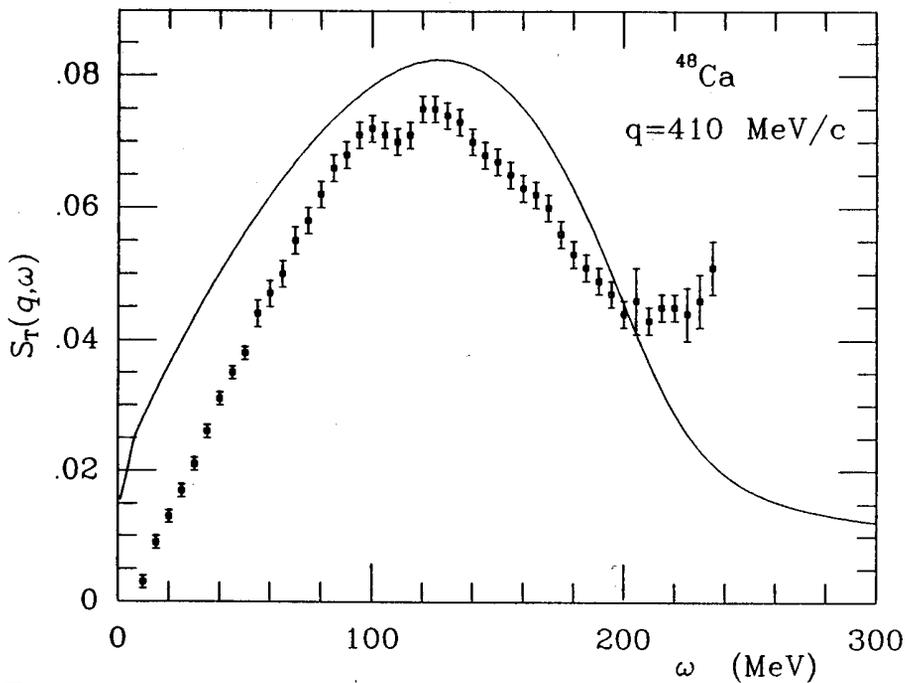


Fig. IV.12

Fig. IV.11: Contribuciones a $S_T(q, \omega)$ en unidades de $(\text{MeV})^{-1}$. La interacción usada fue "pion correlacionado", con $g' = 0.5$. El impulso de Fermi, $k_F = 1.2 \text{ 1/fm}$.

Fig. IV.12: Valor total para $S_T(q, \omega)$. La curva es la suma de S_A^{RPA} + $S_{BC} + S_D$. Los puntos experimentales fueron tomados de [ME 85].

Fig. IV.13

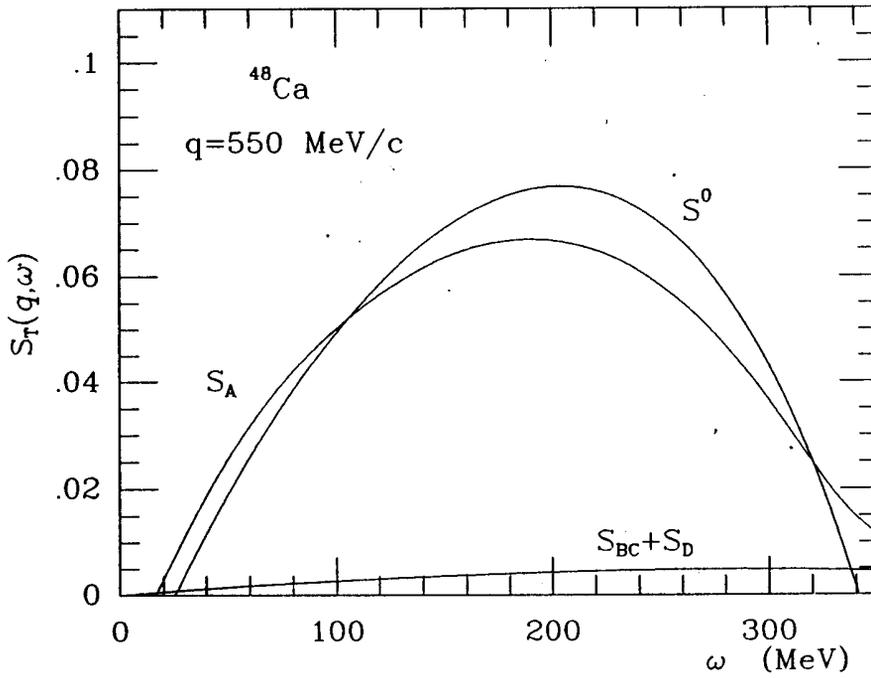


Fig. IV.14

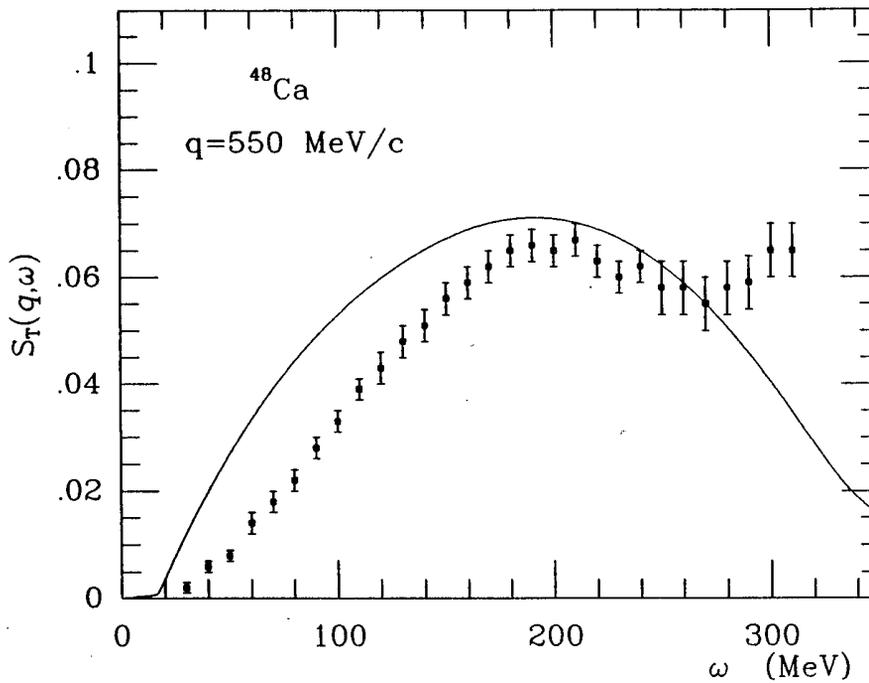


Fig. IV.13: Igual que fig. IV.11, para $q = 550 \text{ MeV}/c$.

Fig. IV.14: Igual que fig. IV.12, para $q = 550 \text{ MeV}/c$.

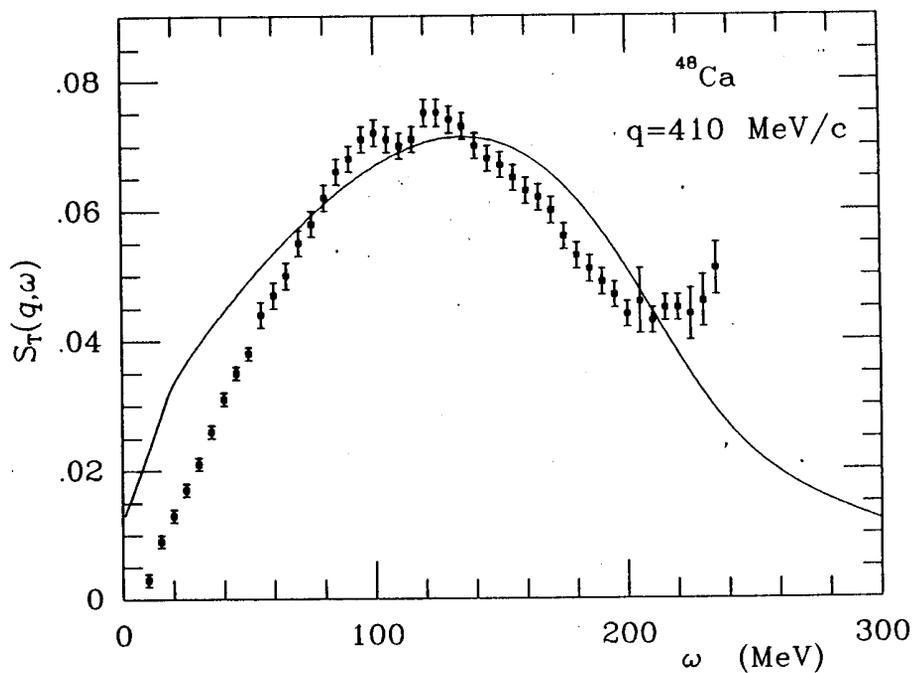


Fig. IV.15

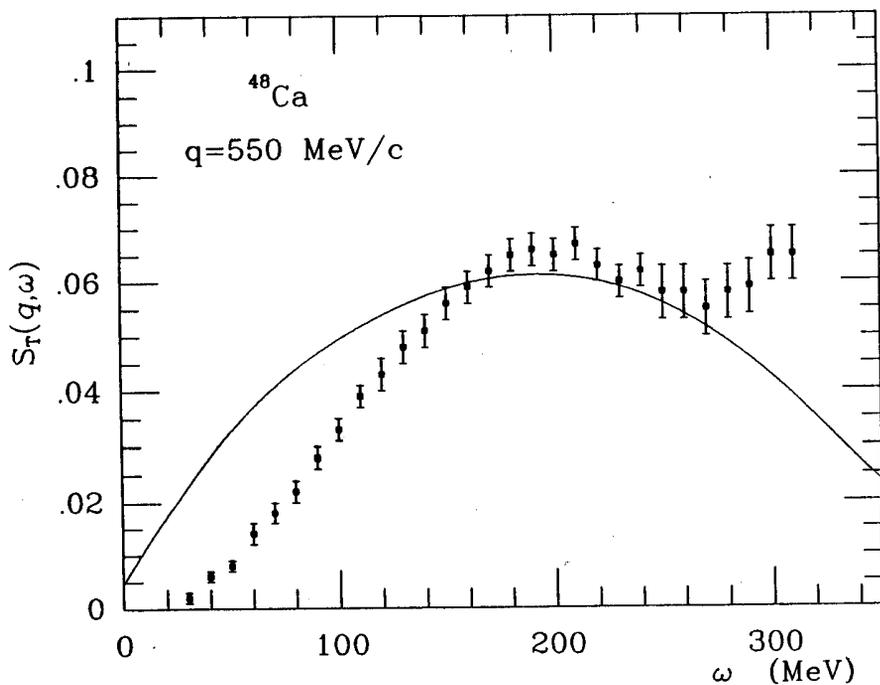


Fig. IV.16

Fig. IV.15: Igual que fig. IV.12, para $k_F = 1.36 \text{ 1/fm}$.

Fig. IV.16: Igual que fig. IV.12, para $k_F = 1.36 \text{ 1/fm}$ y $q = 550 \text{ MeV}/c$.

Continuaremos la discusión de los resultados obtenidos en las Conclusiones, ya que consideramos útil hacerla junto con los resultados para el canal longitudinal, que presentamos en el próximo capítulo.

CAPITULO V.

ESTUDIO DEL CANAL LONGITUDINAL.

En este capítulo estudiamos el canal longitudinal del vértice electromagnético. Conservaremos la estructura del capítulo anterior. Ya que los diagramas que aparecen son idénticos que en el canal transversal, el análisis se limita a presentar los resultados. Solo al final agregamos una sección nueva, destinada a discutir la regla de suma Coulombiana.

V.1. Introducción.

La corriente de intercambio de mesones se supone despreciable en el canal longitudinal ([CR 81], [AL 84], [ER 88]). La importancia de la Δ -isobárica en el canal longitudinal es un punto que debe ser aun explorado. Nos concentraremos en el canal longitudinal de la corriente de correlación, esto es, la componente $\mu=0$ de la ec. (IV.1). Tomando el límite no relativista de la misma, tenemos:

$$\begin{aligned}
 J_{0}^{\text{CORR}}(p'_{1}, p_{1}, p'_{2}, p_{2}) &= 4 \frac{m_{\pi}^2}{k_{F}} \frac{1}{m_{\pi}^2} \frac{1}{m_{\pi}^2 + l_{2}^2} (l_{2} \cdot \sigma_{1})(l_{2} \cdot \sigma_{2}) \\
 &\left\{ \frac{1}{2m\omega - q \cdot (p'_{1} + p_{1} - l_{2})} \left(\mathcal{G}_{E}(1 + 2\rho_{2}) + \rho_{2} \mathcal{G}_{D}(1 + 2\rho_{1}) \right) + \right. \\
 &\left. \frac{1}{2m\omega - q \cdot (p'_{1} + p_{1} + l_{2})} \left(\mathcal{G}_{E}(1 - 2\rho_{2}) + \rho_{2} \mathcal{G}_{D}(1 + 2\rho_{1}) \right) \right\} \\
 &+ [1 - 2]
 \end{aligned}
 \tag{V.1}$$

Definimos $\chi_{\pm i}^{+} \vec{\sigma} \chi_{\pm i} \equiv \sigma_{i}$, \mathcal{G}_{I} y \mathcal{G}_{E} están definidas en el capítulo anterior. $l_{2} = p'_{2} - p_{2}$.

V.2 Expresión general para la corriente de correlación.

La expresión (V.1) emplea como interacción nuclear el intercambio de un pión. De la misma forma en que procedimos en el capítulo anterior podemos generalizar la misma para incluir otros mesones. Siguiendo los mismos pasos que en dicho capítulo anterior (ver ecs. IV.7-14), tenemos:

$$(J_1^C)_{0j} = -C \frac{1}{3d_1} I_2 \sigma_1 \cdot \sigma_2 P_j^C \quad (V.2.a)$$

$$(J_1^T)_{0j} = -C \frac{1}{3d_1} I_2 S_{12}(\hat{q}) P_j^T \quad (V.2.b)$$

$$(J_3^C)_{0j} = C \frac{1}{3d_3} \sigma_1 \cdot \sigma_2 I_4 P_j^C \quad (V.2.c)$$

$$(J_3^T)_{0j} = C \frac{1}{3d_3} S_{12}(\hat{q}) I_4 P_j^T \quad (V.2.d)$$

con $C = 4m^2 f^2 / (V_m^2 \pi^2 k_F)$. Recordemos que los superíndices C y T se refieren al canal central y tensorial, respectivamente. El significado del primer subíndice (1 o 3), tiene que ver con el tipo de gráfico que generara esa corriente; y para su interpretación más precisa debe verse la sección IV.2 del capítulo anterior. El segundo subíndice (0), indica la componente temporal de la corriente. Mientras que el último, j, se refiere al mesón intercambiado. Recordemos el significado del resto de las cantidades que aparecen de (V.2):

$$d_1 = 2\nu - Q \cdot (2x_1 + 1 - Q) \quad (V.3.a)$$

$$d_3 = 2\nu - Q \cdot (2x_1 - 1 + Q) \quad (V.3.b)$$

$$I_2 = \mathcal{G}_E (1 + 2\rho_2) + \rho_2 \mathcal{G}_D (1 + 2\rho_1) \quad (V.4.a)$$

$$I_4 = \mathcal{G}_E (1 - 2\rho_2) + \rho_2 \mathcal{G}_D (1 + 2\rho_1) \quad (V.4.b)$$

$$P_j^C = \left(-3q^2 + \gamma_1 \frac{Q^2}{Q^2 + \pi^2} \right) \quad \text{si } j = \text{pion}, \quad (V.5.a)$$

$$= \gamma_2 \frac{Q^2}{Q^2 + m_\rho^2} \quad \text{si } j = \text{mesón rho} \quad (\text{V.5.b})$$

$$F_j^T = \gamma_1 \frac{Q^2}{Q^2 + m_\pi^2} \quad \text{si } j = \text{pion}, \quad (\text{V.5.c})$$

$$= \gamma_2 \frac{Q^2}{Q^2 + m_\rho^2} \quad \text{si } j = \text{mesón rho} \quad (\text{V.5.d})$$

mientras que, $t = p_1'$

$$l = p_2' - p_2$$

$$x_1 = (p_1' + p_1)/2$$

$$t' = t + l \quad (\text{V.6})$$

Por otro lado,

$$\{ J_{1,3}^{C,T} \}_i = [\{ J_{1,3}^{C,T} \}_i]_{1-2} \quad (\text{V.7})$$

Este cambio 1-2, se refiere exclusivamente a los índices de impulso, spin e isospin.

Finalmente,

$$\{ J^{\text{CORR}} \}_{0j} = \{ J_1^C + J_1^T + J_3^C + J_3^T + J_1^C + J_1^T + J_3^C + J_3^T \}_{0j} \quad (\text{V.8})$$

IV.3. Función de Estructura Longitudinal $S_L(q, \omega)$.

Las expresiones para el canal longitudinal resultan, como vemos, más simples que las del canal transversal. Recordemos

que para obtener la función estructura, debemos calcular:

$$4\pi S_{\mathbf{L}}^{\mathbf{O}} = W_{\mathbf{O}}^{\mathbf{O}} \quad (\text{V.9})$$

donde $W_{\mathbf{O}}^{\mathbf{O}}$ implica el producto $J_{\mathbf{O}}^+ J_{\mathbf{O}}$, sumando sobre impulso, spin e isospin. Hacemos ahora la descomposición en las funciones estructura $S_{\mathbf{A}}$, $S_{\mathbf{BC}}$ y $S_{\mathbf{D}}$.

V.3.a. Análisis de la contribución $S_{\mathbf{D}}$.

Debido a la simplicidad antes mencionada, escribimos cada contribución de un modo más compacto, como:

$$\begin{aligned} (S_{\mathbf{D1}}^{\mathbf{C}})_{\mathbf{O}} &= \beta \left(\frac{2m}{k_{\mathbf{F}}} \right)^2 \int dt \int dl \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) V_{\pi+\rho}^2 \\ &\quad \frac{\theta(|t-Q|-1)}{[2\nu + Q^2 - 2Q.t]} I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2, 1). \end{aligned} \quad (\text{V.10.a})$$

$$\begin{aligned} (S_{\mathbf{D2}}^{\mathbf{C}})_{\mathbf{O}} &= \beta \left(\frac{2m}{k_{\mathbf{F}}} \right)^2 \int dt \int dl \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) V_{\pi+\rho}^2 \\ &\quad \frac{\theta(1-|t+1|)}{\nu - Q.(t+1-Q/2)} \frac{\theta(|t-Q|-1)}{\nu - Q.(t+Q/2)} I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2, 1). \end{aligned} \quad (\text{V.10.b})$$

$$(S_{\mathbf{D3}}^{\mathbf{C}})_{\mathbf{O}} = \beta \left(\frac{2m}{k_{\mathbf{F}}} \right)^2 \int dt \int dl \theta(1-t) \theta(|t+1-Q|-1) V_{\pi+\rho}^2$$

$$\frac{\theta(1-|t-Q|)}{[2\nu - Q^2 - 2Q.t]} I(\nu-t.(Q-1)-(Q-1)^2/2, 1). \quad (V.10.c)$$

$$(S_{D1,3}^T)_O = 2 (S_{D1,3}^C)_O \quad | \quad g' = 0. \quad (V.11)$$

mientras que,

$$(S_{D2}^T)_O = \beta \left(\frac{2m}{k_F} \right)^2 \int dt \int d1 \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) \frac{\nu^2}{\pi+\rho} / 1^2$$

$$\frac{\theta(1-|t+1|)}{\nu - Q.(t+1-Q/2)} \frac{\theta(|t-Q|-1)}{\nu - Q.(t+Q/2)} I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2, 1). \quad (V.12)$$

usamos,

$$\nu^2_{\pi+\rho} = \left\{ (-3g' + \gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2})^2 + 2 \left(\gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} \right)^2 + 6 \left(\gamma_2 \frac{q^2}{q^2 + m_\rho^2} \right)^2 \right.$$

$$\left. + 4 \gamma_2 \left(-3g' + \gamma_1 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} \right) \frac{q^2}{q^2 + m_\rho^2} - 4 \gamma_1 \gamma_2 \frac{q^2}{q^2 + m_\pi^2} \frac{q^2}{q^2 + m_\rho^2} \right\} \quad (V.13)$$

y

$$\beta = \frac{A^2}{(2\pi)^6 m_\pi^4} \left(\frac{f^2}{4\pi} \right)^2 \frac{3m^2}{k_F^2} \quad (V.14)$$

Referimos al lector a las ecs. (IV.21) del capítulo anterior, para las expresiones correspondientes a la suma de estos términos. Notemos que en este caso no existe ningún término que mezcle las componentes central y tensorial.

V.3.b. Análisis de la contribución S_{BC} .

Nuevamente en este caso es posible escribir una forma más compacta, de la forma:

$$S_{BC}^a = -\beta \int dt \int d1 \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2, 1) \frac{V_{\pi+\rho}^2}{(5\pi)}$$

$$\left\{ F(\alpha_1 - \nu, \alpha_2, 1) \theta(|t+1|-1) \theta(|t-Q|-1) \frac{\Gamma/2}{[\nu - Q.(t+1-Q/2) - \Delta]^2 + \Gamma^2/4} \right.$$

$$\left. + F(\alpha_1 - \nu, \alpha_3, 1) \theta(1-|t+1|) \theta(|t-Q|-1) \frac{\Gamma/2}{[\nu - Q.(t+Q/2) - \Delta]^2 + \Gamma^2/4} \right\}$$

(V.15.a)

$$S_{BC}^d = -\beta \int dt \int d1 \theta(t-1) \theta(1-|t+1-Q|) I(\nu-t.(Q-1)+(Q-1)^2/2, 1)$$

$$\left\{ \theta(|t+1|-1) \frac{\nu - Q.(t+1-Q/2) - \Delta}{[\nu - Q.(t+1-Q/2) - \Delta]^2 + \Gamma^2/4} \frac{\theta(|t-Q|-1)}{\nu - Q.(t+Q/2)} \right.$$

$$\left. \frac{\theta(1-|t+1|)}{\nu - Q.(t+1-Q/2)} \theta(|t-Q|-1) \frac{\nu - Q.(t+Q/2) - \Delta}{[\nu - Q.(t+Q/2) - \Delta]^2 + \Gamma^2/4} \right\} \frac{V_{\pi+\rho}^2}{6}$$

(V.15.b)

V.3.c. Análisis de la contribución S_A .

Las expresiones correspondientes son las mismas que las dadas por las eca. (IV.29-31), reemplazando (S_{AT}^0) por (S_{AL}^0) (ec. (I.27)) y usando una interacción residual distinta en el RPA. Naturalmente, la interacción nuclear para el cálculo de la autoenergía es la misma que en el caso transversal.

IV.4. Resultados Numericos.

Como vemos, el grado de dificultad de las expresiones en cuanto a la dimensionalidad de las integrales es el mismo. En cuanto a el efecto de la introducción de la masa efectiva, tenemos aqui una diferencia importante respecto del canal transversal. En este último caso tanto S_{BC} como S_D resultaban proporcionales a m^*/m ; para el caso longitudinal, sin embargo, resultan proporcionales a $(m^*/m)^3$. La dependencia de S_A con la masa efectiva es idéntica que para la función de Lindhard discutida en el capítulo I; esto es, su uso produce un corrimiento a la derecha con una disminución de la intensidad en el pico cuasi elástico.

En la fig. V.1 y en la tabla V.1, mostramos cada contribución a S_L para $q = 410$ MeV/c, $k_F = 1.2$ 1/fm y $g' = 0.5$, usando la interacción pión correlacionado. Vemos que la contribución de $S_{BC} + S_D$ es solo significativa en la región del "dip". En contraste, la importancia de las inserciones de auto energía resulta evidente, siendo su efecto análogo a aquel del canal transversal.

En la fig. V.2, graficamos $S_A^{RPA} + S_{BC} + S_D$; junto con los puntos experimentales.

Notemos que en el canal longitudinal la región del dip lleva una intensidad menor que en el caso transversal. Este hecho se atribuye a la menor importancia de la corriente de intercambio de mesones en este canal.

En las figs. V.3 y V.4 mostramos los resultados para un impulso transferido $q = 550$ MeV/c; mientras que en las figs. V.5 y 6, mostramos los resultados finales, usando $k_F = 1.36$ 1/fm, para $q = 410$ y 550 MeV/c, respectivamente.

Tabla V.1*

ω	S_{D1}	S_{D2}	S_{D3}	S_{BC}^a	S_{BC}^d	$S_{Tot.}$
50.	3.75	-0.022	0.78	0.08	0.02	4.66
100.	9.39	-0.09	0.35	0.12	-2.32	7.44
150.	12.6	-0.11	0.18	0.17	-5.67	7.17
200.	11.8	-0.06	0.12	0.22	-5.24	6.50
250.	8.13	-0.05	0.07	-0.3	-3.81	4.04
300.	4.83	-0.03	0.05	-0.24	-2.27	2.34

* La energía ω está dada en MeV, y la función estructura en 10^{-3} MeV⁻¹.

Fig. V.1

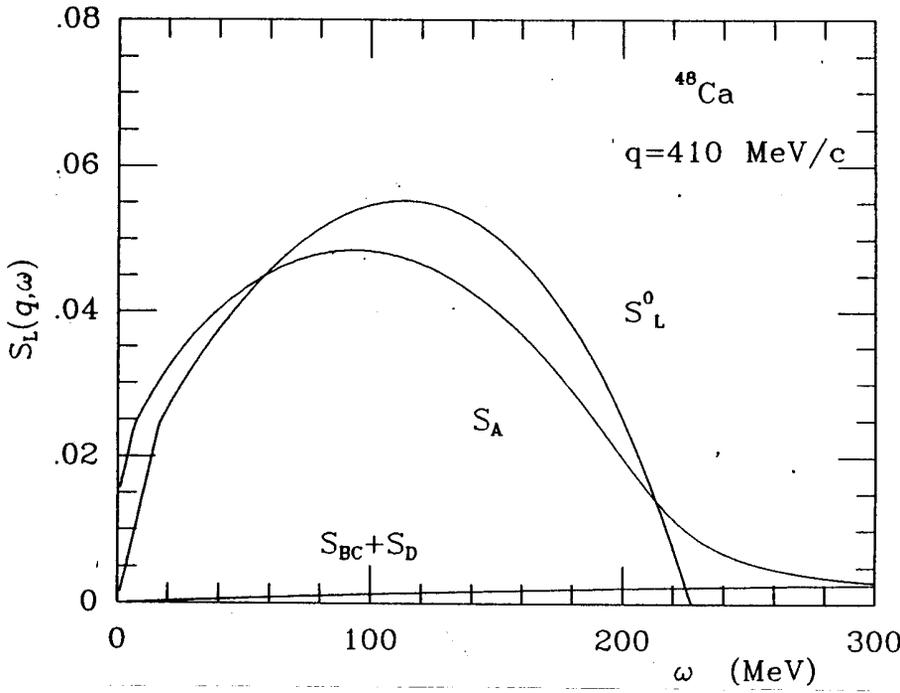


Fig. V.2

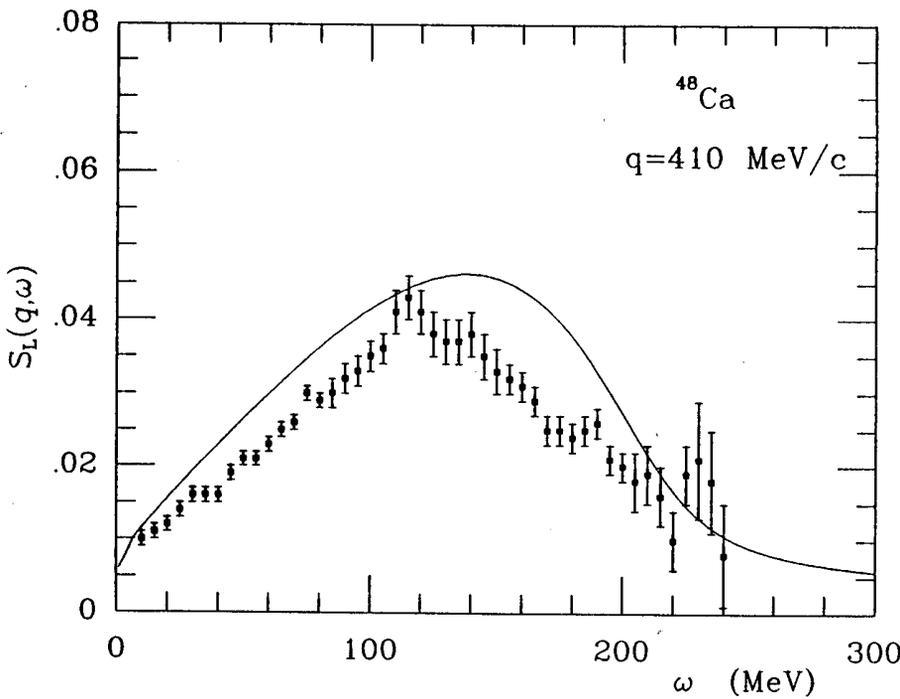


Fig. V.1: Contribuciones a $S_L(q, \omega)$ en unidades de $(\text{MeV})^{-1}$. La interacción usada fue "pion correlacionado", con $g' = 0.5$. El impulso de Fermi, $k_F = 1.2 \text{ 1/fm}$.

Fig. V.2: Valor total para $S_L(q, \omega)$. La curva es la suma de $S_A^{\text{RPA}} + S_{BC} + S_D$. Los puntos experimentales fueron tomados de [ME 84].

Fig. V.3

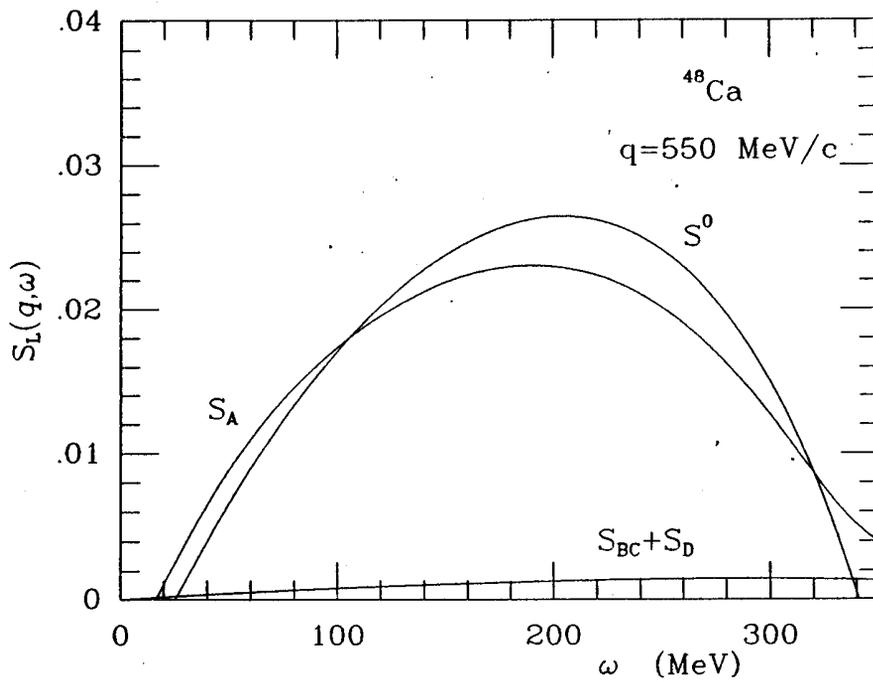


Fig. V.4

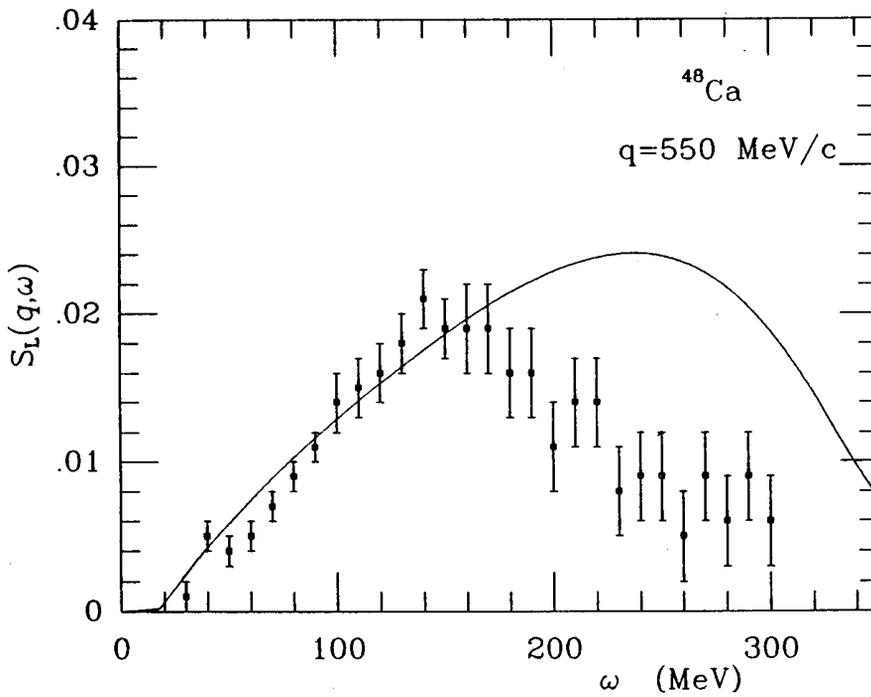


Fig. V.3: Igual que fig. IV.1, para $q = 550 \text{ MeV}/c$.

Fig. V.4: Igual que fig. IV.2, para $q = 550 \text{ MeV}/c$.

Fig. V.5

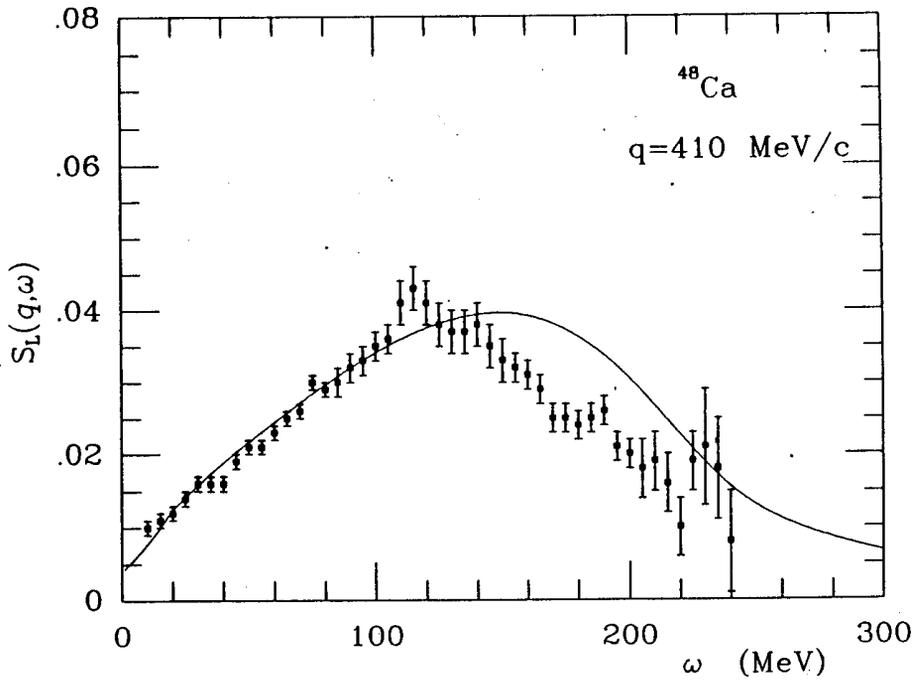


Fig. V.6

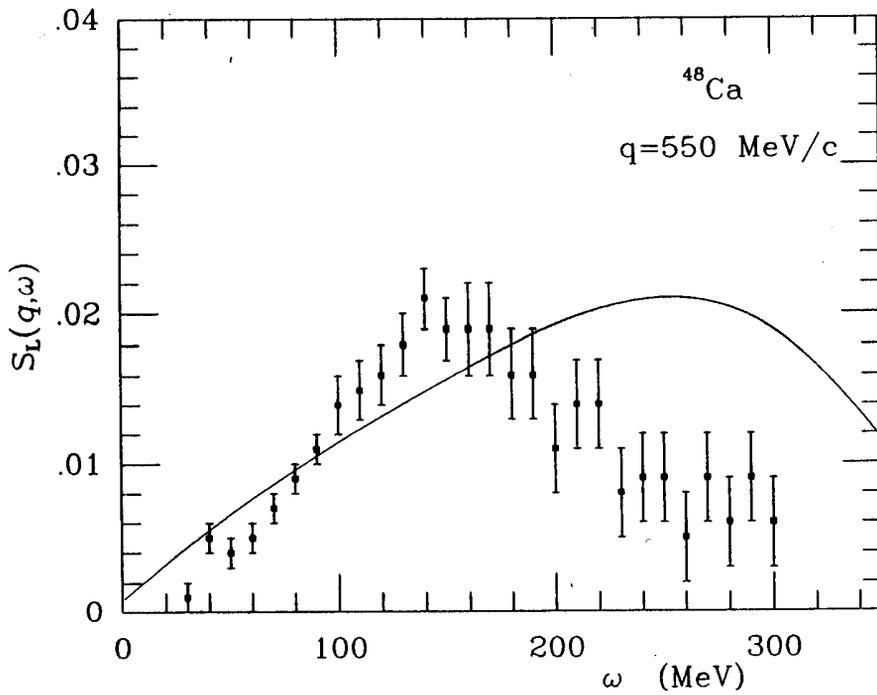


Fig. V.5: Igual que fig. IV.2, para $k_F = 1.36 \text{ 1/fm}$.

Fig. V.6: Igual que fig. IV.2, para $k_F = 1.36 \text{ 1/fm}$ y $q = 550 \text{ MeV}/c$.

V.5 Regla de Suma Coulombiana.

Definimos esta regla de suma como (ver sec. 1.5):

$$S_{\mathbf{L}}(q) = \int d\omega S_{\mathbf{L}}(q, \omega) \quad (\text{V.16})$$

Al calcular esta cantidad en algún modelo simple, como el del gas de Fermi, y comparar con el valor experimental para la misma, resulta que el valor calculado es mayor que el experimental. Se habla así del problema del "apantallamiento" de la regla de suma coulombiana.

Notemos que dentro del integrando de la ec. (V.16) se encuentra el factor de forma del vértice electromagnético $G_{\mathbf{E}}$, que depende de q y de ω . Si suponemos, solo por un momento, que $G_{\mathbf{E}}$ no depende de la energía y recordando la definición de $S_{\mathbf{L}}$, tenemos (ver apéndice G):

$$S_{\mathbf{L}}(q) = \langle 0 | \phi_{\mathbf{L}}^+ \phi_{\mathbf{L}} | 0 \rangle \quad (\text{V.17})$$

donde usamos la relación de completitud. Notar que en caso de incluir un $G_{\mathbf{E}}$ dependiente de la energía, no habiésemos podido llegar a esta expresión, ya que cada estado aparecería pesado por un factor $G_{\mathbf{E}}(q, \omega)$.

La expresión (V.17) es independiente del estado final, por lo cual su conocimiento nos permite aprender sobre la estructura del estado fundamental del núcleo.

En la fig. V.7, mostramos $G_{\mathbf{E}}$ en función de ω . Esto nos muestra que dentro del rango de energías e impulsos de interés, este factor no depende fuertemente de la energía. En lo que sigue,

calcularemos directamente (V.15) con un G_E dependiente de ω . Como acabamos de justificar, el resultado, si bien dependiente del conjunto de estados finales, será un buen parámetro para analizar cuán bueno es nuestro modelo del estado fundamental.

En la figura V.8 mostramos la regla de suma medida experimentalmente [ME 85] junto con el resultado de nuestro cálculo y el proveniente de la función de Lindhard para establecer otro punto de comparación. Vemos la evidente mejora de los resultados obtenidos. Notemos que en (V.15) hemos integrado desde 0 hasta un ω_{max} dado en [ME 85] ($\omega_{max} = 235$ (310) MeV para $q = 410$ (550) MeV/c).

Para finalizar, señalemos que en la literatura ([FD 66], [DR 87], [AL 89], [TA 89]) y referencias ahí citadas, encontramos trabajos que emplean una regla de suma independiente de G_E , tratando de entender así el problema del apantallamiento en términos puramente nucleares. Por otro lado, Noble [NO 81] (ver también [ER 86], [DE 87], [MO 89]) entiende el problema de la regla de suma en términos de una modificación del factor de forma del nucleón dentro del núcleo. Es nuestra opinión que no es posible dar una respuesta al problema del apantallamiento de la regla de suma en forma independiente del factor de forma del nucleón dentro del núcleo, ya que interrogantes como la variación del radio del nucleón dentro del núcleo, son cuestiones abiertas de enorme incidencia sobre los resultados. Los cálculos aquí presentados se encuentran dentro de este espíritu.

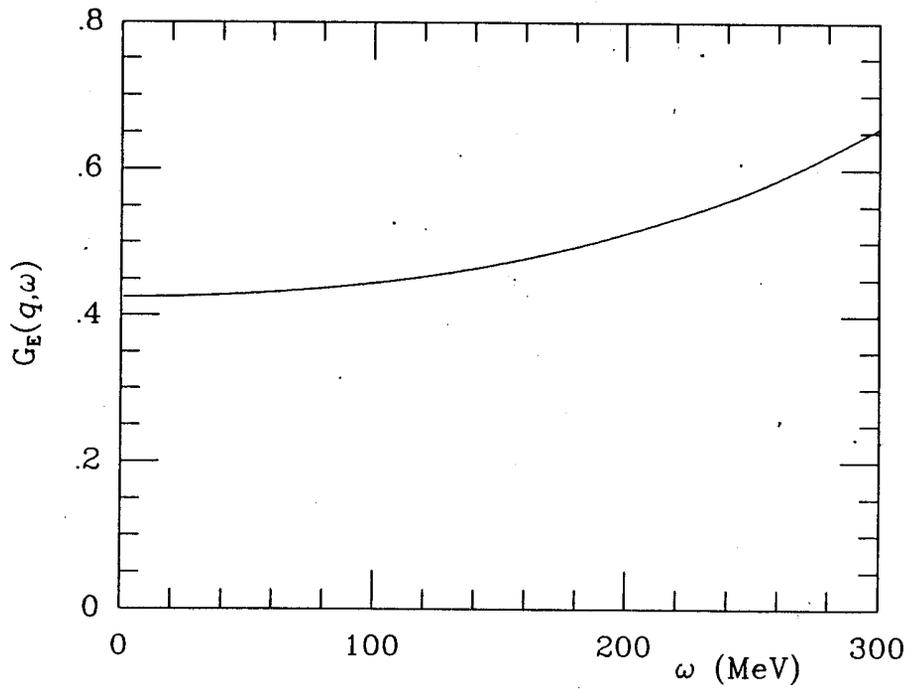


Fig. V.7

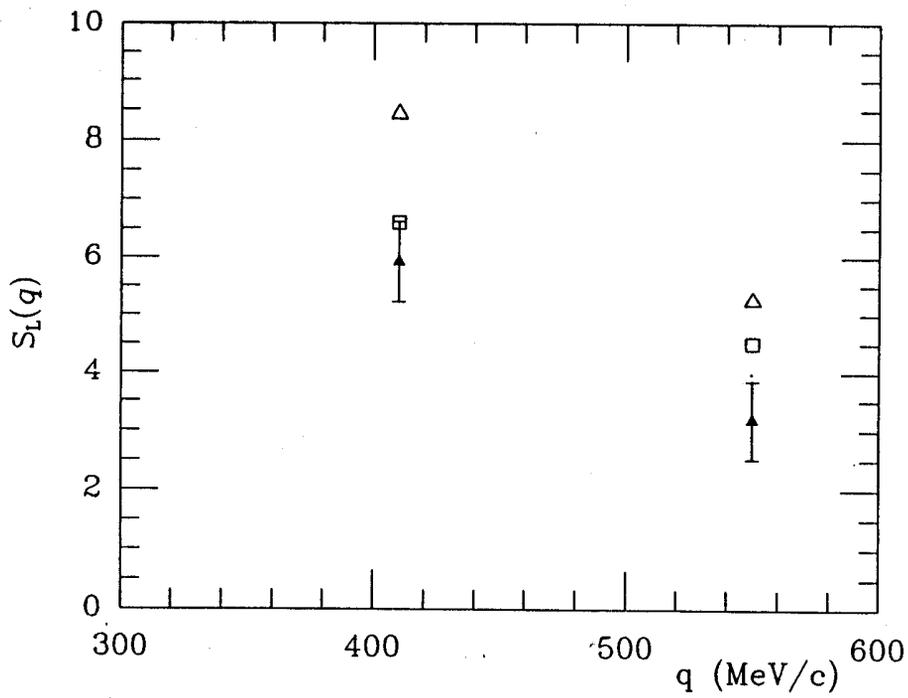


Fig. V.8

Fig. V.7: Dependencia con la energía del factor de forma electromagnético $G_E(q, \omega)$, para $q = 410$ MeV/c.

Fig. V.8: Regla de suma según la ec. (V.18). Los triángulos corresponden a la función de Lindhard y los cuadrados son los calculados según nuestro esquema. Los puntos experimentales fueron sacados de [ME 84].

CONCLUSIONES

En el capítulo I de la presente tesis, mostramos el formalismo de la dispersión cuasi elástica de electrones cuando nos limitamos al espacio de excitación de $1p-1h$. Mostramos cómo separar la sección eficaz de dispersión para este proceso en un canal longitudinal y otro transversal, introduciendo funciones de estructura. Realizamos además un análisis cuidadoso del comportamiento de cada una de estas funciones con el impulso de Fermi, con la masa efectiva y con la interacción nuclear. De este estudio destacamos que el efecto de la masa efectiva sobre el canal longitudinal produce una redistribución de la intensidad, trasladando la misma a energías más altas, a medida que la masa del nucleón disminuye. Mientras que el efecto sobre el canal transversal es distinto, produciendo un aumento de la intensidad. Debemos mencionar además, que la interacción nuclear para estas excitaciones fue introducida por medio de la aproximación de las fases al azar (RFA), su efecto resulta importante y consiste en correr el pico cuasi elástico a energías mayores para ambos canales.

En el capítulo II mostramos un formalismo que permite extender el espacio para incluir excitaciones de $2p-2h$. De las posibles excitaciones de $2p-2h$ nos limitamos solo a aquellas originadas en las correlaciones nucleares. En nuestro esquema, descompusimos a la función de estructura en tres componentes, denominadas S_A , S_{BC} y S_D , según sea la acción del operador de excitación electromagnético. En la primera contribución, S_A , el operador crea o destruye un par partícula agujero; en la última,

S_D , el operador dispersa a una partícula o a un agujero. Mientras que la segunda, S_{BC} , representa la interferencia de estos dos procesos.

En la literatura encontramos un trabajo, debido a Alberico et al. [AL 84], que incluye excitaciones de $2p-2h$. En el mencionado trabajo se calcula S_D , al que se le suma la función de estructura de $1p-1h$ evaluada según el esquema del capítulo I. De esta manera, estos autores no incluyen las contribuciones del tipo S_{BC} , ni las de auto energía. Por otra parte, dicho trabajo se limita al canal transversal; obteniendo que la contribución de las correlaciones del estado fundamental (dadas por S_D) son mayores que las obtenidas en nuestro cálculo. Esto último se debe esencialmente a dos motivos. El primero es que la introducción de la masa efectiva produce una reducción de la intensidad. El segundo es que el término S_{BC} produce también una reducción importante. En el trabajo de Alberico et al., estos dos elementos no están tenidos en cuenta.

Concentremos por un momento en la región del "dip", en el canal transversal. Continuemos la comparación con el trabajo de Alberico et al. un poco más. En dicho trabajo, estos autores logran reproducir buena parte de la intensidad por medio de las correlaciones de estado fundamental, sumadas a las corrientes de intercambio de mesones y la delta isobárica. En nuestro trabajo no incluimos ni la corriente de intercambio de mesones ni la delta isobárica; como consecuencia de lo cual solo podemos reproducir una parte de la intensidad en la región del dip. Sin embargo, si incluimos las inserciones de auto energía (que aportan aproximadamente la mitad de la intensidad en la región en

cuestión). Alberico et al., no incluyen esta contribución. Al tomarla en cuenta, como señalamos en el párrafo anterior, aparecerá el término de interferencia que produce una reducción del orden del 20 % del término de correlación. De esta manera, consideramos que Alberico et al. sobrestima la contribución de las correlaciones sobre la función de estructura. El valioso aporte de estos autores en señalar la importancia de las correlaciones de estado fundamental, junto con nuestro esquema (donde podemos agregar fácilmente las corrientes de intercambio de mesones y la delta isobárica) puede constituirse en una respuesta satisfactoria para la explicación de la intensidad en la región del dip. Los resultados obtenidos ya en el capítulo IV, donde hemos podido explicar una parte importante de la intensidad (ver figs. IV.15 y 16), resultan estimulantes.

En el capítulo III analizamos las inserciones de auto energía. La auto energía consta de una parte real y otra imaginaria. El efecto de la parte real sobre la función de estructura (longitudinal o transversal) es el de correr el pico a energías menores. Mientras que el efecto de la parte imaginaria es el de producir una difusión del pico. En este capítulo, además, establecemos la conexión con el experimento y con otros cálculos.

En el capítulo IV analizamos la función de estructura transversal. Fuimos capaces de reproducir el pico cuasi elástico. En nuestros resultados finales para este canal (figs. IV.15 y 16) encontramos una sobrestimación de la intensidad a bajas energías. De esta deficiencia padece ya el modelo del gas de Fermi (ver figs. 1.12 y 13). Este problema puede ser solucionado en parte introduciendo un corrimiento de la energía ([MO 69]), y también

por medio de las corrientes de intercambio de mesones y la delta isobárica.

En el capítulo V estudiamos el canal longitudinal. Obtuvimos un acuerdo excelente con el experimento para un impulso transferido $q = 410$ MeV/c (ver fig. V.5). Notemos que logramos tener un buen acuerdo aun en la región del dip, ya que en este canal ni las corrientes de intercambio de mesones, ni la delta isobárica, son importantes [BA 72]. El acuerdo no resulta tan bueno para $q = 550$ MeV/c (fig. V.6). Sin embargo, en ambos casos encontramos una mejora importante respecto del problema de la regla de suma (fig. V.8).

En la literatura encontramos un trabajo reciente de Boucher et al. [BO 89], que analiza la inclusión de excitaciones de $2p-2h$ en el canal longitudinal. Dichos autores emplean el potencial óptico, trabajando así en una forma más fenomenológica. Sus resultados son similares a los nuestros, aun para $q = 550$ MeV/c. Sin embargo, una comparación completa para este impulso es difícil, ya que Boucher et al. limitan sus resultados a una energía de 200 MeV, donde nosotros siempre tenemos un buen acuerdo con los datos experimentales. El mencionado trabajo confirma la importancia de las excitaciones de $2p-2h$ en el canal longitudinal.

Comparemos ahora en forma simultanea nuestros resultados para el canal longitudinal y transversal. Para un impulso transferido $q = 410$ MeV/c (figs. IV.15 y V.5) encontramos un buen acuerdo con los datos experimentales. Usando la misma interacción y el mismo conjunto de parámetros, se ha podido dar cuenta del experimento para ambos canales. Señalemos además, que el impulso de Fermi que usamos es de 1.36 1/fm. Boucher et al. usa el mismo

valor; mientras que Alberico et al. requiere de un valor de 1.2 1/fm para ajustar los puntos experimentales. El impulso de Fermi se determina experimentalmente por medio de dispersión de electrones, por lo cual es un parámetro en la teoría que debe ser variado de modo de obtener el mejor ajuste con los puntos experimentales.

Para $q = 550$ MeV/c el acuerdo con el experimento no resulta tan bueno, especialmente en el canal longitudinal. El principal origen de este desacuerdo está en el desconocimiento de la dependencia con la energía y el impulso de los parámetros de la interacción residual a usar en la RPA.

Resumamos los resultados principales:

- a. Las correlaciones del estado fundamental, no contenidas en la RPA, esto es, la contribución S_D , solo son importantes en la región del dip, siendo un poco más relevantes en el canal transversal.
- b. Las inserciones de auto energía producen una importante redistribución de la intensidad desde el pico cuasi elástico a la región del dip. Su importancia es la misma para ambos canales.
- c. El efecto de la RPA es uno de los puntos más destacados. Notemos que mientras que las inserciones de auto energía no modifican la intensidad total; la RPA sí lo hace. El resultado de la RPA es fuertemente dependiente de la interacción residual usada. Sin embargo, su efecto general es el de disminuir la intensidad y llevar el pico cuasi elástico a energías mayores.

A modo de conclusión final, señalemos los puntos que consideramos más polémicos y por lo tanto pueden dar origen a

futuros estudios:

En primer lugar la RPA. Por una parte, no hemos incluido la antisimetrización, y además, el resultado es fuertemente dependiente de la interacción residual usada. No hay una buena respuesta a la pregunta de qué interacción residual usar. Como indicamos en el capítulo III, el hecho de ajustar una interacción en un rango de energías e impulsos no implica que la interacción así construida pueda reproducir las propiedades nucleares en un rango distinto. En particular, vemos que la interacción en el canal logitudinal debe ser mejorada para incluir alguna dependencia con el impulso, ya que obtenemos buenos resultados para $q = 410$ MeV/c, pero no así para $q = 550$ MeV/c. Sobre este punto nos encontramos trabajando.

El otro tema que consideramos requiere de estudios posteriores es el de la modificación de las propiedades del nucleón y de los mesones debido a que los mismos se encuentran dentro del núcleo. En particular, como señalamos en el capítulo V, el factor de forma electromagnético es una variable de enorme incidencia, cuya comprensión no resulta aún del todo satisfactoria.

En resumen, consideramos haber avanzado en la comprensión del efecto de las correlaciones nucleares sobre la dispersión cuasi elástica de electrones sobre núcleos. Encontramos que el efecto de estas correlaciones es importante para entender el comportamiento de los canales longitudinal y transversal, independientemente de la dificultad en establecer qué interacción nuclear usar para describir estas correlaciones. Esta dificultad, junto con la referente al factor de forma electromagnético, son cuestiones abiertas que requieren de un mayor análisis.

REFERENCIAS.

- [AL 82] W. M. Alberico, M. Ericson, y A. Molinari; Nucl. Phys. A372 (1982) 429.
- [AL 84] W. M. Alberico, M. Ericson, y A. Molinari; Ann. of Phys. 154 (1984) 356.
- [AL 87.a] W. M. Alberico, A. de Pace, M. Ericson, M. Johnson y A. Molinari; Phys. Lett. B183 (1987) 135.
- [AL 87.b] W. M. Alberico, P. Czorski, M. Ericson y A. Molinari; Nucl. Phys. A462 (1987) 269.
- [AL 89] W. M. Alberico, R. Cenni, y A. Molinari; Progress in Particle and Nuclear Physics, vol. 23, ed. A. Fäbber, (1989).
- [BA 72] K. Batzner et al.; Phys. Lett. E35 (1972) 575.
- [BA 83] F. Barreau et al.; Nucl. Phys. A402 (1983) 513.
- [BA 88] E. Bauer, F. Krmpotic y K. Nakayama; Nucl. Phys. A495 (1988) 46.
- [BA 89.a] E. Bauer y F. Krmpotic; Phys. Rev. D37 (1989) 2468.
- [BA 89.b] E. Bauer; Can. J. Phys. 67 (1989) 733.
- [BA 89.c] E. Bauer; Influencia de Excitaciones de dos partículas- dos agujeros en la función respuesta longitudinal. Contribución Anales 74a. Reunión A.F.A. No. 039 (en prensa).
- [BE 82] B. F. Bertsh y I. Hamamoto; Phys. Rev. D26 (1982) 189.
- [BL 81] J. P. Blaizot y B. L. Friman; Nucl. Phys. A372 (1981) 69.
- [BL 89] P. G. Blunden y M. N. Butler; Phys. Lett. B219 (1989) 151.

- [BG 89] P. M. Boucher, S. Caetel y Y. Okuhara; Ann. of Phys. 196
(1989) 150.
- [BR 77] S. E. Brown, S. G. Bäckman, E. Oset y W. Weide; Nucl.
Phys. A286 (1977) 191.
- [BR 89] R. Brockmann, D. Drechsel, J. Frank y P. B. Reinhard; Z.
Phys. A332 (1989) 51.
- [BU 88] M. N. Butler y S. E. Koonin; Phys. Lett. B205 (1988) 123.
M. N. Butler y R. D. Mc Keown; Phys. Lett. B208 (1988)
171.
- [CA 84] M. Cavivato, D. Drechsel, E. Fein, M. Marangoni, A. M.
Saruis; Nucl. Phys. A423 (1984) 376.
- [CE 82] L. S. Celenza, W. S. Pong, M. K. Rahman y C. M. Shakin;
Phys. Rev. C26 (1982) 320.
- [CE 85] L. S. Celenza, A. Harindranath, C. M. Shakin y A.
Rosenthal; Phys. Rev. C32 (1985) 650.
- [CO 73] E. D. Commins; "Weak Interactions", Mac Graw Hill, New
York, 1973.
- [CO 88] S. Co, K. F. Ruder, R. D. Smith y J. Waebach; Nucl.
Phys. A405 (1988) 61.
- [CH 89] C. R. Chinn, A. Picklesimer y J. W. van Orden; Phys. Rev.
E40 (1989) 790.
- [DO 75] T. W. Donnelly y J. D. Walecka, Ann. Rev. Nucl. Sci. 25
(1975) 329.
- [DO 89] T. W. Donnelly; IV Summer School in Nuclear Physics
"Jorge André Swieca", Caxambu, Brasil (1989).
- [DR 64] Drell y J. D. Walecka; Ann. of Phys. 28 (1964) 18.
- [DE 87] D. Drechsel; III Summer School in Nuclear Physics "Jorge
André Swieca", Itaipava, Brasil (1987).

- [DR 86] S. Drozd, V. Klemt, J. Speth y J. Wambach; Phys. Lett. B146 (1986) 18.
- [DR 87] S. Drozd, G. Co, J. Wambach y J. Speth; Phys. Lett. B185 (1987) 267.
- [DR 89] S. Drozd, M. Buballa, S. Krewand y J. Speth; Nucl. Phys. A501 (1989) 487.
- [ER 83] M. Ericson; International School of Nuclear Physics, Erice, Italia (1983).
- [ER 86] M. Ericson y M. Rosa-Clot; Z. Phys. A324 (1986) 373.
- * [ER 88] M. Ericson, W. Leidemann y G. Orlandini; Z. Phys. A331 (1988) 369.
- [FA 84] S. Fantoni y V. R. Pandharipande; Nucl. Phys. A427 (1984) 473.
- [FA 87] S. Fantoni y V. R. Pandharipande; Nucl. Phys. A473 (1987) 234.
- [FA 89] A. Fabrocini y S. Fantoni; Nucl. Phys. A503 (1989) 375.
- [FE 71] A. L. Fetter y J. D. Walecka; "Quantum Theory of Many-Particle Systems", Mac Graw Hill, New York, 1971.
- [FD 66] T. de Forest y J. D. Walecka; Adv. in Phys. 15 (1966) 1.
- [FD 67] T. de Forest; Ann. of Phys. 45 (1967) 365.
- [FR 77] J. Friar; Ann. of Phys. 104 (1977) 390.
- [FR 89] P. Frois; 1989 International Nuclear Physics Conference, San Pablo, Brasil (1989).
- [GA 76] M. Gari y H. Hyuga; Z. Phys. A277 (1976) 291.
- [GA 89] A. Gattone; Rio de Janeiro International Workshop on Relativistic Aspects of Nuclear Physics (1989).
- [GL 88] L. Glozman, N. A. Burkova, E. I. Kuchina y V. I. Kukulin; Phys. Lett. B200 (1988) 406.

- [HA 84] F. Halzen y A. Martin; "Quarks and Leptons", John Wiley & Sons. (1984).
- [NO 76] G. Nöhler et al.; Nucl. Phys. B114 (1976) 505.
- [JE 76] J. P. Jeukenne, A. Lejeune y C. Mahaux; Phys. Rep. 25 (1976) 83.
- [KR 88] S. Krawald, K. Nakayama y J. Speth; Phys. Rep. 161 (1988) 103.
- [KU 85] H. Kurasawa y T. Suzuki; Nucl. Phys. A445 (1985) 685.
- [MA 85] C. Mahaux, P. F. Bortignon, R. A. Broglia y C. H. Dasso; Phys. Rep. 120 (1985) 1.
- [ME 84] Z. E. Meziani et al.; Phys. Rev. Lett. 52 (1984) 2130.
- [ME 85] Z. E. Meziani et al.; Phys. Rev. Lett. 54 (1985) 1233.
- [MO 69] E. J. Moniz; Phys. Rev. 184 (1969) 1154.
- [MO 89] E. J. Moniz; 1989, International Nuclear Physics Conference, San Pablo, Brasil (1989).
- [MU 86] P. J. Mulders; Nucl. Phys. A459 (1986) 525.
- [MU 88] P. J. Mulders; Nucl. Phys. A470 (1988) 49c.
- [NA 85] K. Nakayama; Ph. D. Thesis, Jülich, Alemania (1985).
- [NI 86] S. Nishizaki, H. Kurasawa y T. Suzuki; Phys. Lett. B171 (1986) 1.
- [NI 88] S. Nishizaki, T. Maruyama, H. Kurasawa y T. Suzuki, Nucl. Phys. A485 (1988) 515.
- [NO 81] J. V. Noble; Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 412.
- [OR 78] H. Orland y R. Schaeffer; Nucl. Phys. A292 (1978) 442.
- [OR 81] J. W. van Orden y T. W. Donnelly; Ann. of Phys. 131 (1981) 451.
- [PI 88] D. Pines, K. F. Quater y J. Wambach; Nucl. Phys. A477 (1988) 365.

- [RI 80] F. Ring y P. Schuck; "The Nuclear Many-Body Problem",
Springer-Verlag, New York, 1980.
- [RO 80] R. Rosenfelder; Ann. of Phys. 129 (1980) 198.
- [SA 80] R. Sator y C. Mahaux; Phys. Rev. D21 (1980) 1544.
- [SH 89] T. Shigehara, K. Shimizu y A. Arima; Nucl. Phys. A492
(1989) 388.
- [TA 87] K. Takayanagi, K. Shimizu y A. Arima; Nucl. Phys.
A470 (1987) 205.
- [TO 87] I. S. Towner; Phys. Rep. 155 (1987) 263.
- [TA 89] K. Takayanagi; Phys. Lett. B230 (1989) 11.
- [WA 74] J. D. Walecka; Ann. of Phys. 82 (1974)491.

AGRADECIMIENTOS.

Al Dr. A. F. R. de Toledo Piza por sus útiles sugerencias y por las valiosas discusiones realizadas. También deseo agradecerle su cordialidad durante mis visitas a la Universidad de San Pablo.

Al Lic. A. Mariano por sus sugerencias y por las discusiones cotidianas.

Al Dr. F. Krmpotic por su invalorable colaboración en el tema de la simetría de buen isospin que me permitió realizar mis dos primeros trabajos ([BA 88] y [BA 89.a]).

Al Dr. C. Tadic quien me introdujo en el tema de la física nuclear relativista.

Al Dr. K. Nakayama por compartir conmigo sus conocimientos sobre la interacción nuclear. También deseo agradecerle su cordialidad y manifestar mi admiración por su dedicación al trabajo.

Al Dr. A. Gattone por las valiosas discusiones y sus interesantes seminarios. También por su hospitalidad durante mis visitas al TANDAR.

A los Dres. G. E. Brown, T. W. Donnelly y M. Ericson por sus valiosas sugerencias.

Al Fís. J. Hirsch por nuestra breve colaboración en el tema del decaimiento beta doble.

A todos los profesores y colegas de La Plata que de una u otra manera me ayudaron. Especialmente, deseo expresar mi agradecimiento a los Dres. O. Civitarese y F. Schaposnik por los

conocimientos brindados durante los cursos de post-grado.

Deseo agradecer en forma particular a R. Buceta, O. Sampayo, M. Bianchet y M. Faig por la ayuda, que aún a costa de su tiempo, me brindaron en cuestiones de computación.

Al CONICET y a la Universidad Nacional de La Plata, por darme los medios materiales para la realización de este trabajo.

A mi familia y todos mis amigos, especialmente a Víctor y Marcelo. Por su afecto, apoyo y estímulo. A todos ellos, Gracias.

Finalmente, a Claudia, por brindarme su amor.

APENDICE A

CONVENCIONES Y NOTACION.

A lo largo de este trabajo, usamos las siguientes convenciones y notación:

1. Elegimos las unidades de modo que $h = c = 1$ y $e^2/4\pi = 1/137$.
2. La métrica fue elegida de modo que la contracción de dos cuadrivectores de:

$$a^\mu b_\mu = a \cdot b = a \cdot b - a^0 b_0 \quad (\text{A.1})$$

Donde las letras comunes indican cuadrivectores, y las oscurecidas indican las componentes espaciales del cuadrivector.

3. Las matrices gamma y convención de espinores son los mismos que los de Commins [CO 73], con la excepción de:

$$\gamma_5 \equiv \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3 \quad (\text{A.2})$$

4. El paso de sumas discretas sobre impulsos a integrales, se hace por medio de:

$$\sum_p \longrightarrow \frac{V}{(2\pi)^3} \frac{1}{2m} \int dp \quad (\text{A.3})$$

APENDICE B

En este apéndice mostraremos como resolver integrales del tipo:

$$\int dp f(p, p+q) \theta(|p+q| - k_F) \theta(k_F - |p|) \quad (B.1)$$

Resulta adecuado realizar un cambio de variables de las tres componentes de p , a las variables $x = |p|$, $y = |p+q|$ y el ángulo azimutal alrededor del vector q (que tomamos como eje z) que llamamos ϕ . [OR 01].

La relación de estas variables y las componentes de p , resulta:

$$p_x = \left[x^2 - \left(\frac{x^2 - y^2 + q^2}{2|q|} \right)^2 \right]^{1/2} \cos \phi \quad (B.2.a)$$

$$p_y = \left[x^2 - \left(\frac{x^2 - y^2 + q^2}{2|q|} \right)^2 \right]^{1/2} \sin \phi \quad (B.2.b)$$

$$p_z = - \frac{x^2 - y^2 + q^2}{2|q|} \quad (B.2.c)$$

Con esta transformación, el elemento diferencial de volumen es:

$$dp = dx dy d\phi \frac{x y}{|q|} \quad (B.3)$$

APENDICE C

En este apéndice mostramos cómo llegar a la fórmula (II-1) a partir de la (I.3), que recordamos a continuación:

$$W_{\mu\nu} \equiv (2\pi)^3 V \sum_i \sum_f \delta^{(4)}(p-p'-q) \langle p | \hat{J}_\mu^+(0) | p' \rangle \langle p' | \hat{J}_\nu^-(0) | p \rangle E$$

Supondremos ahora que el núcleo se encontraba en su estado fundamental ($\equiv |0\rangle$) antes de que el operador externo actuara. Supondremos, además, que la energía del estado fundamental es igual a cero. De esta manera, $E = M_T$ y puedo eliminar el promedio \sum_i , teniendo entonces:

$$W_{\mu\nu} \equiv (2\pi)^3 V M_T \sum_p \delta(\omega - E_p) \langle 0 | \hat{J}_\mu^+(0) | p \rangle \langle p | \hat{J}_\nu^-(0) | 0 \rangle$$

(C.1)

donde por simplicidad hemos omitido en forma explícita la función delta tridimensional correspondiente a la conservación del impulso ($\delta^{(3)}(q-p')$). Recordando ahora la propiedad [FE 71]:

$$\frac{1}{A \pm i\eta} = \frac{\mathcal{P}}{A} \mp i\pi \delta(A) \tag{C.2}$$

puedo escribir,

$$\delta(\omega - E_{\mathbf{p}'}) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \left(\frac{1}{\omega - E_{\mathbf{p}'} + i\eta} \right) \quad (\text{C.3})$$

incertando (C.3) en (C.1), tenemos:

$$W_{\mu\nu} \equiv -\frac{1}{\pi} (2\pi)^3 V M_{\mathbf{T}} \sum_{\mathbf{p}} \langle 0 | \hat{J}_{\mu}^+(0) | \mathbf{p}' \rangle \frac{\text{Im}}{\omega - E_{\mathbf{p}'} + i\eta} \langle \mathbf{p}' | \hat{J}_{\nu}(0) | 0 \rangle \quad (\text{C.4})$$

Si suponemos ahora que H es el Hamiltoniano exacto de nuestro problema, la ecuación de autovalores,

$$H | \mathbf{p}' \rangle = E_{\mathbf{p}'} | \mathbf{p}' \rangle \quad (\text{C.5})$$

implica que:

$$\frac{1}{\omega - E_{\mathbf{p}'} + i\eta} = \langle \mathbf{p}' | \frac{1}{\omega - H + i\eta} | \mathbf{p}' \rangle \quad (\text{C.6})$$

introduciendo esta última ecuación en (C.4) y usando además la relación de completitud de la base, tenemos:

$$W_{\mu\nu} \equiv -\frac{1}{\pi} (2\pi)^3 V M_{\mathbf{T}} \langle 0 | \hat{J}_{\mu}^+(0) \frac{\text{Im}}{\omega - E_{\mathbf{p}'} + i\eta} \hat{J}_{\nu}(0) | 0 \rangle \quad (\text{C.7})$$

que finalmente podemos escribir como:

$$W_{\mu\nu} \equiv -Im \frac{1}{\pi} (2\pi)^3 V M_T \langle 0 | \hat{J}_\mu^\dagger(0) \hat{G}(q, \omega) \hat{J}_\nu(0) | 0 \rangle \quad (C.8)$$

con,

$$\hat{G}(q, \omega) = \frac{1}{\omega - M^2 + i\eta} \quad (C.9)$$

APENDICE D.

Justifiquemos por qué de toda la interacción residual solo sobreviven los términos f_0 y f'_0 para el canal longitudinal y V_T en el canal transversal. Consideremos el canal longitudinal, donde el operador de excitación es de la forma:

$$\phi_L \sim (1 + \tau_3) \quad (D.1)$$

Calculemos la suma sobre spin e isospin de la fig. D.1, (que es una contribución típica de RPA).

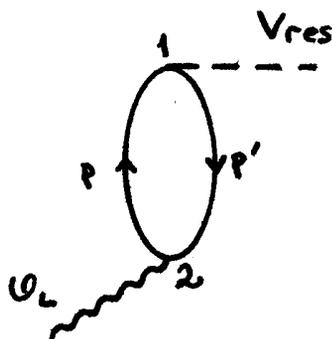


Fig. D.1.

Analicemos el canal σ de la interacción nuclear. Calculando la suma mencionada, tenemos:

$$\sum_{p,p'} \sum_{\pm, \pm'} [\chi_p^+ \chi_{\pm}^+ \sigma \chi_p \chi_{\pm}]_1 [\chi_{p'}^+ \chi_{\pm'}^+ (1 + \tau_3) \chi_{p'} \chi_{\pm'}]_{\sigma} = 0; \quad (D.2)$$

ya que la suma sobre spin lo es. Siguiendo el mismo procedimiento para el resto de los canales, se puede demostrar la afirmación del primer párrafo.

APENDICE E.

En este apéndice damos los valores de las funciones $F(a,c,l)$, $f(a,l)$ y $l(\alpha,l)$. Para ello, definimos primero:

$$\ell_1^-(a,b,x) \equiv \int dx \, x \ln(a+bx) = \left\{ 2bx - b^2 x^2 - 2(a+bx)(a-bx) \right. \\ \left. \cdot \ln(a+bx) \right\} / (2b)^2 \quad (E.1)$$

$$\ell_2^+(a,b,x) \equiv \int dx \, x \ln(b^2 x^2 + a^2) = (b^2 x^2 + a^2) \cdot [\ln(b^2 x^2 + a^2) - 1] / (2b^2) \quad (E.2)$$

La función $f(a,l)$, viene dada por:

$$f(a,l) = \frac{2\pi}{l} \left\{ \ell_1^-(a',l,x) - \ell_1^-(a',-l,x) \right\} \Big|_{x=0}^{x=1} \quad \text{si } l \geq 2$$

$$= \frac{2\pi}{l} \left\{ \ell_2^+((a'+l^2/2-1/2)^{1/2}, (1/2)^{1/2}, x) \Big|_{x=l-1}^{x=1} - \right. \\ \left. \ell_1^-(a',-l,x) \Big|_{x=l-1}^{x=1} + \left[\ell_1^-(a',l,x) - \ell_1^-(a',-l,x) \right] \Big|_{x=c}^{x=l-1} \right\} \\ \text{si } 1 < l < 2$$

$$= \frac{2\pi}{l} \left\{ \ell_2^+((a'+l^2/2-1/2)^{1/2}, (1/2)^{1/2}, x) - \ell_1^-(a',-l,x) \right\} \Big|_{x=l-1}^{x=1} \\ \text{si } l \leq 1. \quad (E.3)$$

En ℓ_2^+ usar (+) si $a'+l^2/2-1/2 \geq 0$ y (-) si $a'+l^2/2-1/2 < 0$.

$$a' = a + l^2/2 \quad (E.4)$$

En el caso de $F(a,c,1)$ debemos tomar en cuenta dos casos:

i) $a \neq c,$

$$F(a,c,1) = \frac{1}{a-b} (f(c,1) - f(a,1)) \quad (E.5)$$

ii) $a = c,$

$$F(a,a,1) = \frac{2\pi}{l^3} (a \ln |(a+1)/(a-1)| - 2l) \quad \text{si } l \geq 2,$$

$$= \frac{2\pi}{l^3} (l^2 \ln |(a+l^2/2)/(a'+l^2/2-1/2+x_{\min}^2/2)| +$$

$$(1 - x_{\min}) l + a \ln |(1-a)/(1-x_{\min}-a')| +$$

$$\mathcal{F} \cdot [\frac{a}{l^2} x_{\min} | \ln |(a+l \cdot x_{\min})/(a-l \cdot x_{\min})| - 2 x_{\min}/l]]$$

$l < 2.$

(E.6)

con,

$$x_{\min} = 1 - l \quad \text{si } l < 1 < 2$$

$$l - 1 \quad \text{si } l < 1$$

$$\mathcal{F} = 1 (0) \quad \text{si } l < 1 < 2 \quad (l < 1)$$

Mientras que la función $I(\alpha, l)$, viene dada por:

$$I(\alpha, l) = \frac{2\pi}{l} (1 - (\alpha/l - l/2)^2)$$

si $l > 2$, o

$$1 \leq l \text{ y } 1+l^2/2 \geq \alpha \geq 1-l^2/2$$

$$= \frac{2\pi}{l} 2\alpha$$

$$1 \leq l \text{ y } 0 \leq \alpha \leq 1-l^2/2$$

APENDICE F

En este apéndice, calculamos el valor de $\text{Im } \Pi(q, \omega=0)$. Para ello, reescribimos (III.33), de la siguiente manera,

$$\text{Im } \Pi(q, \omega) = \int dE \text{Im } \Pi^0(q, \omega) \left\{ - \frac{\text{Im}}{\pi} \frac{1}{\omega - E - \Delta^{22} + i \Gamma^{22}/2 + i\eta} \right\} \quad (\text{F.1})$$

Recordemos que antes dijimos que despreciábamos el factor $i\eta$ por ser muy pequeño frente a la parte imaginaria de la auto energía. Sin embargo, en el caso en que $\omega \rightarrow 0$, resulta que:

$$\omega \rightarrow 0, \Rightarrow \Gamma^{22} \rightarrow 0. \quad (\text{F.2})$$

de esta manera, tengo:

$$\text{Im } \Pi(q, \omega = 0) = \int dE \text{Im } \Pi^0(q, \omega = 0) \left\{ - \frac{\text{Im}}{\pi} \frac{1}{-E - \Delta^{22} + i\eta} \right\} \quad (\text{F.3})$$

pero,

$$- \frac{\text{Im}}{\pi} \frac{1}{-E - \Delta^{22} + i\eta} = \delta(E + \Delta^{22}) \quad (\text{F.4})$$

con lo cual tenemos finalmente,

$$\text{Im } \Pi(\mathbf{q}, \omega = 0) = \text{Im } \Pi^0(\mathbf{q}, \omega = -\Delta^{zz}) \neq 0 \quad (\text{F.5})$$

ya que, $\Delta^{zz}(\mathbf{q}, \omega=0) < 0, \Rightarrow -\Delta^{zz}(\mathbf{q}, \omega=0) > 0$.

La interpretación de este resultado es el siguiente ([FO 66], [SA 80]). En primer lugar, el motivo por el cual $\text{Im } \Pi^0(\omega=0)$ es igual a cero, es que si $\omega=0$, el producto de las funciones escalon θ en la ec. (I.28) es siempre cero (como esquemáticamente dibujamos en la fila A) de la fig. F.1). Que cualitativamente significa que cuando la superficie de Fermi es abrupta, la partícula y el agujero no pueden tener el mismo impulso.

Las inserciones de auto energía, producen una difusión de la superficie de Fermi, de modo que ahora el producto de las dos distribuciones es distinto de cero, como esquemáticamente dibujamos en la fila B) de la fig. F.1.

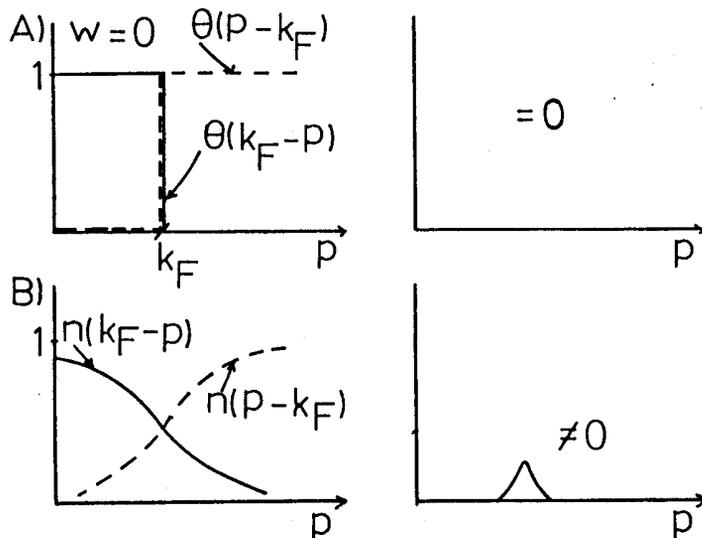


Fig. F.1

APENDICE G.

Partimos de la definición de $S_{\mathbf{L}}(q, \omega)$:

$$S_{\mathbf{L}}(q, \omega) = \sum_f |\langle f | \phi_{\mathbf{L}} | 0 \rangle|^2 \delta(\omega - E_f) \quad (G.1)$$

Integrando respecto de ω , tenemos:

$$\begin{aligned} S_{\mathbf{L}}(q) &= \sum_f |\langle f | \phi_{\mathbf{L}} | 0 \rangle|^2 = \\ &= \sum_f \langle 0 | \phi_{\mathbf{L}}^{\dagger} | f \rangle \langle f | \phi_{\mathbf{L}} | 0 \rangle \end{aligned} \quad (G.2)$$

Usando ahora la relación de completitud (para los estados finales), tenemos finalmente,

$$S_{\mathbf{L}}(q) = \langle 0 | \phi_{\mathbf{L}}^{\dagger} \phi_{\mathbf{L}} | 0 \rangle \quad (G.3)$$