CAPITULO 1

INTRODUCCION

Capítulo 1

Introducción

Uno de los problemas más importantes de la Física, cuyo interés se ha ido afirmando con el tiempo, es el de llegar a formular una teoría única que incorpore a todas las fuerzas conocidas, revelando sus conexiones profundas y a la vez, dando cuenta de su aparente diversidad.

En la actualidad se conocen cuatro interacciones básicas, que hasta hace pocas décadas requerían, cada una de ellas, una teoría diferente. Estas interacciones son la gravitatoria, la electromagnética, la interacción débil y la interacción fuerte. Las dos primeras poseen un alcance ilimitado, pueden percibirse en forma directa como causantes de atracciones y repulsiones entre diversos sistemas; las restantes, en cambio, escapan a la percepción directa porque su influencia se extiende solamente a distancias cortas, no mayores que el radio del núcleo atómico. La fuerza débil es responsable, en gran parte, de la desintegración de ciertas partículas, mientras que la interacción fuerte es la que mantiene unidos a protones y neutrones en el núcleo, y liga a otras partículas, llamadas quarks, que hoy se consideran los constituyentes de protones y neutrones.

En las últimas décadas, importantes avances en el terreno de la Teoría Cuántica de Campos y Partículas, dieron un nuevo impulso al proyecto de unificación. La clave de estos avances fue el reconocimiento de la simetría fren te a transformaciones de gauge locales como principio básico, subyacente a todas las interacciones de la materia.

La primera teoría con simetría de gauge local fue la que introdujo Maxwell, en 1868, para describir los campos eléctricos y magnéticos. Esta teoría es clásica (no cuántica), pero se ha probado que la simetría de gauge existe también en la teoría cuántica de las interacciones electromagnéticas, que hoy conocemos como Electrodinámica Cuántica. La formulación de esta teoría y la demostración de su coherencia interna fue una labor que llevó cerca de veinte años, iniciada por Dirac en la década de 1920 y completada en lo esencial alrededor de 1948, por Feynman, Schwinger, Tomonaga y otros (1).

Por otro lado, el tratamiento de las interacciones débiles y fuertes seguía presentando serias dificultades. Desde los años treinta se contaba con una teoría formulada por Fermi que explicaba algunos de los hechos básicos de las interacciones débiles, pero estaba plagada de divergencias. Con respecto a las interacciones fuertes, la proliferación de nuevas partículas cuya existencia no encajaba en ningún marco teórico apropiado, hacía más confusa la situación. Hoy se entiende que el principal motivo que impedía develar el sentido de estas fuerzas es que no se comprendía cuál debía ser el modelo con simetría de gauge local, necesario para ello. El primer paso teórico en esta dirección lo dieron Yang y Mills (2) en 1954, quienes consideraron una simetría de spin isotópico con carácter local. A diferencia de aquellos modelos (como la Electrodinámica Cuánti ca) en los cuales las transformaciones de simetría de los campos forman un grupo abeliano (conmutativo), en las teo rías de Yang y Mills el grupo de simetría es no abeliano. Esto da como resultado nuevas complicaciones matemáticas, pero a la vez da a estos modelos una estructura cuya rique za permite englobar en un mismo marco nuevos y variados fe nómenos. Basándose en esta formulación, Salam y Weinberg (3) lograron construir, alrededor de 1968, un modelo que u nifica satisfactoriamente las interacciones débiles con las electromagnéticas. El éxito obtenido por este modelo conso lidó la idea de que mediante teorías de gauge no abelianas podría también explicarse la naturaleza de las demás fuer- zas, en el marco de una teoría unificada.

La elaboración de un modelo coherente de las interac ciones fuertes sólo pudo enfrentarse cuando se comprendió que los hadrones (así se llama a las partículas que interac túan a través de la fuerza fuerte) no constituyen partícu- las elementales. En 1963, Gell-Mann, Ne'eman y Zweig (4) propusieron un modelo en el que los hadrones se considera- ban objetos matemáticos compuestos. Se dio el nombre de quarks a las nuevas partículas que en la actualidad se con sideran los constituyentes básicos de la materia hadrónica. Por combinación de tres quarks se forman los bariones (ha drones de naturaleza fermiónica), mientras que el estado ligado de un quark y un antiquark da lugar a los mesones (los piones son miembros típicos de esta clase de partícu las).

La teoría que se ha desarrollado para explicar de qué manera interactúan los quarks es una teoría no abeliana con simetría de gauge local SU(3) exacta, que se denomina Cromodinámica Cuántica.

Los quarks son partículas fermiónicas que poseen carga eléctrica fraccionaria y a las cuales se les atribuye nuevas propiedades llamadas arbitrariamente, sabor y color. Cada sabor de los quarks (hasta el momento se conocen cinco y se presume la existencia de un sexto) aparece en tres colores, de manera que la introducción de la carga de color triplica el número de quarks distintos. El término color fue elegido porque las reglas de formación de hadrones pueden expresarse sucintamente exigiendo que todas las combinaciones permitidas de tres quarks den como resultado el color "blanco" o carezcan de color. En este contexto, la simetría de gauge es una invarianza con respecto a las transformaciones locales del color de los quarks. Como ocurre en otras teorías de gauge, la preservación de una simetría local requiere la introducción de nuevos campos que son los intermediarios de la interacción. Los cuantos del campo de color se denominan gluones, porque "pegan" los quarks entre sí (del inglés, glue). Estas nuevas partículas son bosones vectoriales de masa nula y con spin igual a 1. Los gluones no son neutros respecto a la carga de color. Aquí radica la diferencia crucial de esta teoría frente a la Electrodinámica Cuántica, hecho directamente ligado a su carácter no abeliano. Cada uno de los 8 bosones vectoriales de la Cromodinámica Cuántica (hay uno de ellos por cada generador del grupo y el número de generadores del grupo SU(N) es $N^2 - 1$), además de transmitir la interacción de color entre quarks, transporta una carga de color, por lo que puede interactuar él mismo con los quarks y con otros gluones. Esta propiedad ha permitido contar con una explicación cualitativa del singular comportamiento de los quarks,que, por un lado, no han sido observados en estado libre en ningún experimento y por otro, actúan como partículas libres en el interior de los hadrones. La coexistencia de estos fenómenos, llamados "confinamiento" y "libertad asintótica", respectivamente, puede entenderse como consecuencia de un efecto de "antiapantallamiento" debido a la presencia de gluones con carga de color que hace que la fuerza efectiva de color entre quarks sea una función creciente de la distancia.

No siempre allí donde las teorías de gauge son correctas resultan de fácil manejo. Por el contrario, los cálculos necesarios para predecir el resultado de un experimento son, en general, tediosos, y, salvo en el caso de la Electrodinámica Cuántica, pocas veces se ha obtenido una gran precisión. Por ejemplo, las ecuaciones que describen un protón en términos de quarks y gluones, son ecuaciones altamente no lineales, de un orden de complicación comparable a las que describen un núcleo de tamaño intermedio en términos de protones y neutrones. Ninguno de estos conjuntos de ecuaciones puede resolverse con exactitud.

Es debido a este tipo de razones que, si bien contamos con un esquema teórico sólido que nos permitiría incluso tener una visión intuitiva de fenómenos básicos como el del confinamiento de los quarks, todavía no podemos decir que éste, y otros varios problemas, hayan sido resueltos. Esta situación ha originado, hace ya algunos años, un vivo interés por el estudio de modelos simplificados que compartan algunos de los rasgos más relevantes con las teorías realistas de las interacciones fundamentales. En este sentido, uno de los terrenos más fertiles ha sido y continúa siendo el de los modelos en dos dimensiones (1 espacio y 1 tiempo), que han permitido obtener una comprensión más profunda de fenómenos tales como la generación dinámica de masa; el confinamiento y la libertad asintótica de los fermiones fundamentales; la forma en que pueden obtenerse lagrangianos efectivos (tipo modelo sigma no lineal) para describir el comportamiento de hadrones a bajas energías, a partir de la Cromodinámica Cuántica (5).

A estas razones se debe que teorías cuánticas bidimensionales como los modelos de Schwinger (Electrodinámica Cuántica en dos dimensiones), Thirring (fermiones en autointeracción cuártica), y más recientemente el modelo Gross-Neveu quiral y la Cromodinámica Cuántica bidimensional (QCD_2), se hayan convertido en verdaderos "laboratorios teóricos" donde ensayar nuevas técnicas y métodos de cálculo, capaces de ayudar a resolver los problemas que se presentan en las teorías más realistas (6-13).

Uno de los fenómenos más interesantes descubiertos en modelos cuánticos bidimensionales es la existencia de na equivalencia entre teorías fermiónicas y bosónicas. Se ha dado el nombre de bosonización al procedimiento mediante el cual se pone de manifiesto tal equivalencia. Su orígen puede hallarse en el trabajo de Klaiber (8) sobre el modelo de Thirring y en las investigaciones de Lowenstein y Swieca (9) sobre el modelo de Schwinger. La primera aplicación directa de este procedimiento fue llevada a cabo por Coleman, quien identificó las funciones de Green del modelo de Thirring masivo (fermiónico) con las correspondientes al modelo Seno-Gordon (bosónico) (10). Este sorprendente resultado profundizó la comprensión de los modelos bidimensionales y aportó, a su vez, nuevas posibilidades de cálculo. En efecto, una de las conclusiones del trabajo de Coleman es que el límite de acoplamiento fuerte correspondiente al modelo de Thirring masivo equivale a la aproximación para acoplamiento débil en el modelo Seno-Gordon.

La clave de la bosonización radica en la no existencia, en un mundo de dos dimensiones, de un teorema de spin-estadística que prohíba la construcción de un fermión a partir del estado coherente de un campo de Bose. Esto se debe al simple hecho de que en una dimensión espacial no existen las rotaciones, y por lo tanto, no hay spin, en el sentido físico usual (14). De hecho, la aparición de fermiones en una teoría puramente bosónica se ha demostrado en un modelo mucho más sencillo que el Seno-Gordon: la teoría de un campo escalar libre sin masa. En este modelo el subespacio del espacio de Fock que corresponde a dos partículas, contiene estados en los que cada partícula se encuentra en un estado normalizable, con el soporte de su impulso espacial restringido al semieje positivo. Estos estados son autovectores de $P_\mu P^\mu$, con autovalor igual a cero; todos los bi-impulsos en las funciones de onda individuales son vectores nulos. Si se adopta la definición usual de una partícula, como estado normalizable de P^2, se encuentra que el sector de dos partículas del espacio de Fock contiene partículas individuales de masa nula. Lo mismo ocurre en el sector que corresponde a un estado coherente. Streater y Wilde (15) demostraron que algunos de estos estados coherentes son fermiones, porque pueden crearse a partir del vacío por medio de campos que anticonmutan entre sí, para separaciones de tipo espacial.

A partir del trabajo de Coleman (10) y el de otros autores (16), se llegó a establecer sobre una base sólida el método de bosonización, cuando las teorías consideradas son abelianas. La manera de generalizar estos resultados al caso en que los campos de la teoría se transforman de acuerdo a un grupo no abeliano permaneció sin solución por cierto tiempo. Los primeros intentos en este sentido se encontraron con la seria dificultad de que las corrientes fermiónicas resultaban ser cantidades no locales, cuando se las expresaba en términos de campos bosónicos (17). Sólo muy recientemente empezó a entenderse la forma correcta de encarar este problema. Estudiando el modelo de fermiones libres con una simetría no abeliana, luego de un análisis cuidadoso de las ecuaciones de conservación que obedecen las corrientes fermiónicas, Witten pudo dar una prescripción adecuada para llevar adelante el procedimiento de bosonización en el caso no abeliano (18). Todos estos trabajos, pioneros en la elucidación de la equivalencia entre fermiones y bosones en dos dimensiones, fueron realizados siguiendo el método operacional.

En el marco de la integral funcional, las investigaciones de Fujikawa (19) acerca del tratamiento de las anomalías quirales (20), dió lugar a progresos significativos en el estudio de modelos bidimensionales con simetrías abelianas y no abelianas (11-13). En particular, Gamboa Saraví, Schaposnik y Solomin (12) desarrollaron una técnica basada en un cambio quiral de variables en la medida de integración fermiónica, que ha mostrado ser especialmente útil en la resolución de modelos no abelianos. El cálculo del jacobiano asociado resulta ser no trivial debido a la existencia de la anomalía quiral. Su evaluación, directamente relacionada con la de un determinante fermiónico, da como resultado una acción efectiva que contiene un término de Wess-Zumino. Esto sugiere una relación profunda con el resultado obtenido por Witten (18) en su análisis de la teoría de fermiones libres y permite establecer un contacto directo con los trabajos de Polyakov y Wiegmann (21) sobre el modelo sigma no lineal. Esta técnica ha permitido resolver modelos de fermiones en interacción cuyo estudio en el marco operacional había resultado poco práctico. Tales son los casos, por ejemplo, del modelo Gross-Neveu quiral y el de la Cromodinámica Cuántica bidimensional (12-13),(22).

El objetivo de esta tesis es el de aplicar el método funcional que acabamos de describir superficialmente, al estudio sistemático de la equivalencia entre modelos fermiónicos y bosónicos en dos dimensiones del espacio-tiempo.

En el Capítulo 2 se presentan los resultados ya conocidos sobre el procedimiento de bosonización mediante el método operacional. La sección 2.1. es la introducción a este capítulo. La sección 2.2. contiene una discusión detallada de la equivalencia entre el modelo de Thirring masivo y el Seno-Gordon, obtenida originalmente por Coleman (10). En la sección 2.3. se reseñan los resultados fundamentales de Lowenstein y Swieca (9) sobre el modelo de Schwinger (sin masa); se estudia el problema de la rotura espontánea de la simetría quiral global, para concluir la sección con una breve síntesis del resultado de Coleman, Jackiw y Susskind (23) acerca del modelo de Schwinger masivo. La sección 2.4. contiene los rasgos fundamentales del esquema de bosonización no abeliana propuesto por Witten (18).

El Capítulo 3 reúne las contribuciones originales de esta tesis. La sección 3.1. es su introducción. La sección 3.2. sirve como una introducción elemental a los métodos de integración funcional. En las secciones 3.3. y 3.4. se aplican estas técnicas a modelos abelianos (24). En la primera se reobtiene el resultado de Coleman para los modelos Seno-Gordon y Thirring masivo, mientras que en la otra se analiza el modelo de Schwinger masivo y se establece su equivalencia con un modelo Seno-Gordon masivo. Finalmente, en las últimas dos secciones, se extienden los resultados anteriores al estudio de teorías con simetrías no abelianas (12-13),(24-25). En la sección 3.5. se introduce el gauge desacoplante (12) y se utiliza la generalización no abeliana del cambio quiral de variables fermiónicas aplicado en el caso del modelo de Schwinger, para mostrar, como ejemplo, la equivalencia entre la Cromodinámica Cuántica bidimensional y un cierto modelo bosónico. La última sección contiene los resultados alcanzados al aplicar el método funcional al estudio de las corrientes fermiónicas de la Cromodinámica Cuántica en dos dimensiones (25). En particular se obtienen sus reglas de bosonización y el álgebra de conmutadores que satisfacen. En un Apéndice, al final del capítulo, se calcula el jacobiano asociado al cambio quiral de variables antes mencionado.

Por último, en el Capítulo 4 se da un resúmen de los resultados alcanzados y se presentan las conclusiones de este trabajo.

Bibliografía

(1) P.A.M.Dirac, Reporte Solvay 1934, en "Quantum Electrodynamics", Editado por J.Schwinger, Dover, New York, 1958.

R.P.Feynman, Phys. Rev., 76, (1949), 749.

J.Schwinger, Phys. Rev., 74, (1948), 1439; 75, (1949), 651; 76, (1949), 790; 82, (1951), 664.

S.Tomonaga, Prog. Theor. Phys., I, (1946), 27.

(2) C.N.Yang and R.L.Mills, Phys. Rev., 96, (1954), 191.

(3) S.Weinberg, Phys. Rev. Lett., 19, (1967), 1264.

A.Salam, en "Elementary Particle Theory", Editado por N.Svartholm, Almquist and Wiksells, Stockholm, 1968.

(4) M.Gell-Mann and Y.Ne'eman, en "The Eightfold Way", Benjamin, New York, 1964.

M.Gell-Mann, Phys.Lett., 8, (1963), 214.

G.Zweig, Reporte del CERN, 1963, (no fue publicado).

(5) J.Schwinger, Phys. Rev., 128, (1962), 2425.

A.Casher, J.Kogut and L.Susskind, Phys. Rev. Lett., 31, (1973), 792.

J.Kogut and L.Susskind, Phys. Rev. D, 11, (1975), 3594.

E.Witten, Nucl. Phys. B, 233 , (1983), 422 y 433.

(6) J.Schwinger, Phys. Rev., 128 , (1962), 2425.

(7) W.Thirring, Ann. Phys., (N.Y.), 3 , (1958), 91.

(8) B.Klaiber, Lectures in Theoretical Physics, Boulder Lectures 1967, pág. 141, Gordon and Breach, New York, 1968.

(9) J.H.Lowenstein and J.A.Swieca, Ann. Phys. (N.Y.), 68 , (1971), 172.

(10) S.Coleman, Phys. Rev. D, 11 , (1975), 2088.

(11) R.Roskies and F.A.Schaposnik, Phys. Rev. D, 23 , (1981), 558.

(12) R.E.Gamboa Saraví, F.A.Schaposnik and J.E.Solomin, Nucl. Phys. B, 185 , (1981), 239.

(13) K.Furuya, R.E.Gamboa Saraví and F.A.Schaposnik, Nucl. Phys. B, 208 , (1982), 159.

(14) S.Coleman, "Classical lumps and their quantum descendants", Lectures in the International School of Subnuclear Physics, Ettore Majorana, Erice, 1975.

(15) R.Streater and I.Wilde, Nucl. Phys. B, 24 , (1970) 561.

(16) J.Frölich, Phys. Rev. Lett., 34 , (1975), 833.
S.Mandelstam, Phys. Rev. D, 11 , (1975), 3026.
J.A.Swieca, Fortschr. Phys., 25 , (1977), 303.

(17) I.Belvedere, J.Swieca, K.Rothe and B.Schroer, Nucl. Phys. B, 153 , (1979), 112.
B.Baluni, Phys. Lett. B, 90 , (1980), 407.
P.Steinhardt, Nucl. Phys. B, 106 , (1980), 100.

(18) E.Witten, Comm. Math. Phys., 92 , (1984), 455.

(19) K.Fujikawa, Phys. Rev. Lett., 42 , (1979), 1195; Phys. Rev.D, 21 , (1980), 2848.

(20) S.Adler, Phys. Rev., 177 , (1969), 2426. J.Bell and R.Jackiw, Nuovo Cimento A, 60 , (1969), 47.

(21) A.M.Polyakov and P.B.Wiegmann, Phys. Lett. B, 131 , (1983), 121; 141, (1984), 223.

(22) R.E.Gamboa Saraví, F.A.Schaposnik and J.E.Solomin, Phys. Rev. D, 30 , (1984), 1353.

(23) S.Coleman, R.Jackiw and L.Susskind, Ann. Phys. (N.Y.), 93 , (1975), 267.

(24) C.M.Naón, Phys. Rev. D, 31 , (1985), 2035.

(25) R.E.Gamboa Saraví, C.M.Naón and F.A.Schaposnik, Phys. Lett. B, 153 , (1985), 97; 163, (1985), 213. R.E.Gamboa Saraví, F.A.Schaposnik and J.E. Solomin, Phys. Rev. D, en prensa.