CAPITULO 4

CONCLUSIONES

Capítulo 4: Conclusiones

En este trabajo de tesis se ha estudiado la equivalencia entre modelos fermiónicos y bosónicos en dos dimensiones del espacio-tiempo. El procedimiento por el cual se pone de manifiesto esta identidad - conocida usualmente con el nombre de bosonización - fue desarrollado,en un principio, mediante el método operacional (1-4). El capítulo 2 es una revisión de los resultados fundamentales obtenidos en ese contexto. Como primer ejemplo acabado de bosonización de una teoría fermiónica abeliana, en la sección 2.2. se analiza la equivalencia entre las funciones de Green del modelo de Thirring para fermiones masivos y las correspondientes al modelo bosónico Seno-Gordon, haciendo hincapié en la implementación de un proceso de orden normal en el que se explota la ambigüedad existente con respecto a la masa de la teoría bosónica (3). Una de las consecuencias sobresalientes de la identificación entre estos dos modelos reside en que el límite de acoplamiento fuerte de la teoría fermiónica corresponde al régimen de acoplamiento débil para el modelo bosónico. Este resultado, obtenido también en la bosonización de otros modelos bidimensionales, permite tratar perturbativamente el modelo fermiónico para grandes valores de la constante de acoplamiento.

En la sección siguiente se describe la bosonización operacional del modelo de Schwinger (Electrodinámica Cuántica bidimensional con fermiones sin masa), mostrándose su equivalencia con un modelo de campos escalares libres y masivos. En este caso se observa que el lagrangiano bosónico equivalente no preserva la simetría frente a transformaciones quirales globales, propia del modelo fermiónico de partida. La introducción de un nuevo campo de naturaleza angular, denominado vacío θ, asociado a la rotura espontánea de aquella simetría, permite definir un nuevo campo escalar en términos del cual el método recupera su consistencia (2). A partir de la discusión previa se muestra la extensión de la técnica al modelo de Schwinger masivo y se estudia este modelo en interacción con una distribución clásica de corriente externa. Se encuentra que para algunos valores particulares de las cargas externas (múltiplos enteros de la carga elemental) la fuerza de largo alcance desaparece, las cargas de los fermiones son apantalladas. (Cuando los fermiones no tienen masa este fenómeno se produce para cualquier valor de las cargas externas) (4).

En la sección 2.4. se repasan los aspectos más importantes relacionados a la extensión del procedimiento de bosonización al caso de teorías bidimensionales con simetrías no abelianas (5). En particular, se muestra la equivalencia entre el modelo de fermiones libres sin masa con simetría O(N) y un modelo sigma no lineal. Estudiando las ecuaciones de conservación que obedecen las corrientes fermiónicas, debido a la simetría global del modelo frente a transformaciones quirales y de gauge, se obtienen expresiones locales para dichas corrientes en términos de campos bosónicos. Luego se muestra que la dinámica de estos campos bosónicos está gobernada por una acción efectiva que corresponde a un mode lo sigma no lineal cuyos parámetros son tales que se preserva la invarianza conforme del modelo fermiónico de partida.

En el capítulo 3 se presenta un método alternativo para el tratamiento de la bosonización de teorías cuánticas de campos bidimensionales, basada en la formulación de la integral funcional. Los resultados que allí se describen, desde la sección 3.3. en adelante, constituyen los aportes originales de esta tesis.

Con el objeto de facilitar la comprensión del método funcional, en la sección 3.2. se hace una reseña de aspectos básicos concernientes a la técnica de integrales funcionales aplicadas al estudio de teorías de campos.

En las secciones 3.3. y 3.4. se aplicó el método de bosonización funcional a modelos abelianos (6-8). La implementación de un cambio quiral de variables en la medida de integración fermiónica permitió reobtener resultados alcanzados con anterioridad en el marco operacional (3-4), pero de un modo más simple y que pone de manifiesto la aparición de anomalías (9) en las teorías bajo consideración, y por lo tanto el papel que éstas desempeñan en el procedimiento de bosonización, un punto que no queda explícito en el tratamiento operacional. En la formulación funcional, la presencia de la anomalía quiral se manifiesta através de la falta de invarianza de la medida fermiónica de integración funcional (9), lo que da lugar a un jacobiano no trivial asociado al cambio de dicha medida. La evaluación de este jacobiano - ligado directamente a un determinante funcional fermiónico - da como resultado una contribución a la acción efectiva bosónica, equivalente al modelo fermiónico original. De esta manera, en la sección 3.3. se estableció una equivalencia entre las integrales funcionales correspondientes a los modelos de Thirring masivo y Seno-Gordon, mientras que en la sección 3.4. se obtuvo la correspondencia entre el modelo de Schwinger con masa fermiónica y un modelo Seno-Gordon masivo, en completo acuerdo con los resultados del capítulo 2. También se mostró la forma de incorporar el vacío θ en este contexto de bosonización funcional.

Los resultados obtenidos en las secciones anteriores confirman la eficacia del método desarrollado, dentro del marco funcional, para poner en evidencia la correspondencia fermión-bosón en teorías abelianas, uno de los fenómenos destacables de la fisico-matemática bidimensional.

La continuación natural de este trabajo consiste, luego, en la generalización del procedimiento al caso de modelos fermiónicos en los cuales los campos se transforman de acuerdo a un grupo de simetría no abeliano. Esta situación es de interés porque las teorías realistas - por supuesto, en cuatro dimensiones - postuladas con mayor éxito para describir las interacciones fundamentales de la materia, son teorías no abelianas con simetría de gauge local.

En la sección 3.5. se desarrolla el método de bosonización funcional aplicable a modelos no abelianos (8,10,11). Utilizando las técnicas originadas en la referencia (10), en el caso particular de la Cromodinámica Cuántica bidimensional (con fermiones no masivos), mediante la extensión no abeliana del cambio quiral de variables fermiónicas introducido en las secciones anteriores, se obtuvo una acción efectiva puramente bosónica. Nuevamente, en analogía con el caso abeliano, la transformación de variables desacopla a los fermiones del campo vectorial de gauge y su jacobiano asociado - relacionado, como antes, a la anomalía quiral - contribuye al lagrangiano bosónico. En el caso presente, esta contribución incluye un término tipo Wess-Zumino, análogo al hallado en la bosonización operacional de la teoría de fermiones libres sin masa (5) (considerada en el capítulo 2) y que permite también hacer contacto con tratamientos recientes del modelo sigma no lineal (12). A pesar de estas similitudes se encuentran importantes diferencias: en nuestro caso, por tratarse de una teoría de fermiones en interacción con un campo vectorial de gauge, se debe tener en cuenta el aporte de su término cinético, F F , al lagrangiano bosonizado, el cual involucra términos con derivadas de orden superior aplicadas al campo bosónico equivalente.

Al final de la sección 3.5. se indica la forma de aplicar este método a la bosonización de otros modelos bidimensionales.

En la sección 3.6. se emplean las técnicas anteriores al cálculo de corrientes fermiónicas. En particular se obtuvieron expresiones locales para las corrientes de la Cromodinámica Cuántica bidimensional, en términos de campos bosónicos (13). Los resultados obtenidos son la extensión natural, para una teoría que describe fermiones en interacción con un campo de gauge, de las reglas de bosonización ya conocidas para las corrientes asociadas al modelo de fermiones libres (5). Por otro lado, a partir de éste cálculo se confirma la estrecha relación existente entre la corriente bosonizada y el campo de gauge (un aspecto cuya importancia fue enfatizada con anterioridad por Swieca (14)), que en el caso abeliano se reduce a una relación de proporcionalidad.

Por último, se utilizó un procedimiento que combina el método funcional con el formalismo de operadores, permitiendo inferir las reglas de conmutación que satisfacen las corrientes fermiónicas (15). Nuevamente, el álgebra de conmutadores obtenida puede interpretarse como la extensión natural de las relaciones conocidas con anterioridad para la teoría de fermiones libres (y para el modelo sigma no lineal) (5), al caso en que los campos fermiónicos están acoplados a un campo de gauge. Estas expresiones son formalmente semejantes a las que se encuentran en el caso libre, salvo por el hecho notorio de que las derivadas que aparecen en el término de Schwinger son reemplazadas por derivadas covariantes, fenómeno similar al encontrado previamente en otros modelos (ver sección 3.6.). Además, a diferencia de lo que ocurre en el modelo de fermiones libres sin masa, las distintas componentes de las corrientes (en el cono de luz) no se conservan en forma independiente, como consecuencia de la anomalía quiral. Por encima de estas discrepancias, la estructura obtenida sugiere posibles conexiones con un álgebra de Kac-Moody.

A partir de los resultados alcanzados en este trabajo se concluye que el método funcional de bosonización es una herramienta útil para encarar el estudio no perturbativo de teorías cuánticas de campos con simetrías abelianas y no abelianas. En el caso abeliano ha permitido reobtener, mediante un procedimiento sencillo, las equivalencias entre modelos bidimensionales fermiónicos y bosónicos, establecidas con anterioridad en el marco operacional. En el caso no abeliano posibilitó el tratamiento de teorías en interacción cuyo análisis operacional había resultado poco práctico, dejando en evidencia estrechos vínculos entre diversos modelos bidimensionales que mantienen su interés como medio para lograr una mayor y más profunda comprensión de las teorías realistas que se proponen dar un marco unificado a todas las interacciones conocidas en la naturaleza.

Bibliografía

(1) B.Klaiber, Lectures in Theoretical Physics, Boulder Lectures 1967, pág. 141, Gordon and Breach, New York, 1968.

(2) J.H.Lowenstein and J.A.Swieca, Ann. Phys. (N.Y.), 68 , (1971), 172.

(3) S.Coleman, Phys. Rev. D, 11 , (1975), 2088.

(4) S.Coleman, R.Jackiw and L.Susskind, Ann. Phys., (N.Y.), 93 , (1975), 267.

(5) E.Witten, Comm. Math. Phys., 92 , (1984), 455.

(6) R.Roskies and F.A.Schaposnik, Phys. Rev. D, 23 , (1981), 558.

(7) K.Furuya, R.E.Gamboa Saraví and F.A.Schaposnik, Nucl. Phys. B, 208 , (1982), 159.

(8) C.M.Naón, Phys. Rev. D, 31 , (1985), 2035.

(9) K.Fujikawa, Phys. Rev. Lett. 42 , (1979), 1195; Phys. Rev. D, 21 , (1980), 2848.

(10) R.E.Gamboa Saraví, F.A.Schaposnik and J.E.Solomin, Nucl. Phys. B, 185 , (1981), 239.

(11) R.E.Gamboa Saraví,M.A.Muschietti,F.A.Schaposnik and J.E.Solomin, Ann.Phys. (N.Y.), 157 , (1985), 360.

(12) A.M.Polyakov and P.B.Wiegmann, Phys. Lett. B, 131, (1983), 121; 141, (1984), 223.

(13) R.E.Gamboa Saraví, C.M.Naón and F.A.Schaposnik, Phys. Lett. B, 153 , (1985), 97.

(14) J.A.Swieca, Fortschr. Phys., 25 , (1977), 303.

(15) R.E.Gamboa Saraví, C.M.Naón and F.A.Schaposnik, Phys. Lett. B, 163 , (1985), 213.