
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
DEPARTAMENTO DE FISICA

*La diferencia de masa
neutron-proton*

TESIS DOCTORAL

Ramon Mendez Galain

1989

LA DIFERENCIA DE MASA NEUTRON - PROTON

TESIS DOCTORAL

RAMON MENDEZ GALAIN

Director: LUIS N. EPELE

febrero de 1989

a los viejos

a Alvaro

a Patricia

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi sincero agradecimiento, en primer lugar, al Dr. Luis N. Epele, quien tuvo la responsabilidad de dirigirme en este trabajo con gran dedicación y empeño. Cada vez que tuve un problema o una duda lo encontré dispuesto a darme una mano, para pensar juntos un rato. En los momentos difíciles, en los que el trabajo parecía trabarse, recibí siempre una punta para comenzar a desenrollar la madeja. Por todo eso gracias.

En segundo término quiero agradecer al Dr. Huner Fanchiotti quien fue mi primer orientador científico y con quien he mantenido excelentes discusiones. Pero fundamentalmente quiero agradecerle por su constante, aunque particular, apoyo y aliento.

También deseo agradecer profundamente a todos los que de una manera u otra hicieron posible que este trabajo pudiera concretarse. Al Dr. Carlos García Canal, como tercer integrante del "boliche de los Jefes". Al Dr. Héctor Vucetich, por sus valiosos comentarios. A los Drs. Horacio Falomir y Mariel Santangelo, por sus fructíferas discusiones y sugerencias. Al Dr. Mario Blanchet, por haberme enseñado (casi) todo lo que sé de computación y por su amistad. A mis varios "compañeros de boliche": Marcelo Camperi, Sergio Fanchiotti, Esteban Roulet, Freddy Sampayo, Rubén Buceta y fundamentalmente a Hugo Montani, Daniel Stariolo y Daniel Barci, por su amistad, compañerismo, apoyo y por las fructíferas discusiones. A mis dos compatriotas, Jorge Griego y Gabriel Gonzalez, por lo mucho que

aprendimos juntos, por su inmensa amistad y porque los tres sabemos lo que todo esto significa para la física de nuestro país. A todos mis amigos que me apoyaron y me brindaron su afecto.

Deseo agradecer a los Drs. Rodolfo Gambini y Luis Másperi y a los demás miembros del jurado, por sus comentarios y sugerencias,

También quiero expresar mi agradecimiento al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas, por el otorgamiento de becas de iniciación y de perfeccionamiento y a la Universidad Nacional de La Plata, en particular a la Facultad de Ciencias Exactas y al Departamento de Física, por haberme recibido y aceptado como un argentino más.

Si no fuera por el apoyo incondicional e irrestricto de mis padres, jamás podría haber realizado este trabajo. A mi esposa, que me apoya, me estimula, me comprende, me banca, me quiere, le debo la realización de esta Tesis.

*"The proton - neutron mass difference problem,
probably the oldest puzzle in hadron physics,
has challenged and frustrated generations of theorists."*

*A. Zee; "The proton - neutron mass difference
and related topics"; Physics Reports 3C, 127 (72).*

INDICE GENERAL

Capítulo I.	INTRODUCCION.....	1
	Referencias del Capítulo 1.....	9
Capítulo II	EL PROBLEMA DE LA DIFERENCIA DE MASA	
	NEUTRON-PROTON: RESEÑA HISTORICA.....	10
2.1.	Medida de la diferencia de masa neutrón-proton.....	11
2.2.	El cálculo de la diferencia de masa	
	electromagnética.....	14
2.2.1.	Cálculo aproximado.....	14
2.2.2.	Cálculo "experimental" de la diferencia	
	de masa.....	18
2.3.	Otras contribuciones a la diferencia de masa.....	29
	Referencias del Capítulo 2.....	34
Capítulo III	MODELOS EFECTIVOS DE HADRONES.....	36
3.1.	Algunos modelos efectivos de hadrones.....	37
3.1.1.	El modelo de la bolsa.....	38
3.1.2.	Otros modelos efectivos de hadrones.....	43
3.2.	El modelo de Skyrme.....	45
3.2.1.	La simetría quiral y los piones.....	46
3.2.2.	El sector bariónico.....	52
3.2.3.	Cuantificación y fenomenología del skyrmión.....	63
3.2.4.	El skyrmión y los mesones vectoriales.....	68
3.3.	Pasaje de un lagrangeano de quarks al de Skyrme.....	73
	Referencias del Capítulo 3.....	80

Capítulo IV	VIOLACION DE ISOSPIN EN EL MODELO DE SKYRME.....	83
4.1.	La diferencia de masa up-down y el modelo de Skyrme.....	84
4.2.	La necesidad de campos externos.....	97
	Referencias del Capítulo 4.....	104
Capítulo V	EL PAPEL DE LOS MESONES VECTORIALES.....	105
5.1.	Dominación de los mesones vectoriales.....	106
5.2.	La mezcla $\omega - \rho$	112
5.3.	El mixing $\omega - \rho$ y los lagrangeanos quirales.....	119
	Referencias del Capítulo 5.....	131
Capítulo VI	LA DIFERENCIA DE MASA NEUTRON-PROTON.....	133
6.1.	El cálculo en el modelo de Skyrme.....	134
6.2.	El Cálculo "experimental" de la diferencia de masa.....	142
	Referencias del Capítulo 6.....	150
Capítulo VII	LA DIFERENCIA DE MASA Y OTRAS PROPIEDADES DE LOS NUCLEONES.....	151
7.1.	El efecto EMC.....	152
7.2.	La anomalía de Nolen - Schiffer.....	155
7.3.	La hinchazón de los nucleones y la anomalía de Nolen - Schiffer.....	158
	Referencias del Capítulo 7.....	168

Capítulo VIII	CONCLUSIONES.....	170
Apéndice A	FACTORES DE FORMA.....	175
Referencias del Apéndice A.....		180

CAPITULO I

INTRODUCCION

La Relatividad y la Mecánica Cuántica, las dos teorías que marcaron más profundamente la Física de este siglo, plantearon una problemática diferente para el físico: a diferencia de las áreas de la Física estudiadas hasta entonces (dinámica, mecánica, calor, óptica, electromagnetismo, etc.) en las que se pretendía explicar hechos observables cotidianamente, los fenómenos relativistas y cuánticos pertenecen a un mundo observable indirectamente. Aunque existen evidencias experimentales tales como la precesión del perihelio de Mercurio o la forma de un espectro de emisión, estos no forman parte del universo percibido por el no-científico.

La comprensión del mundo de las llamadas *partículas elementales* a través de la *Física de Altas Energías* (donde tanto la teoría de la Relatividad como la Mecánica Cuántica juegan un papel esencial) es un claro ejemplo de lo que hemos señalado. En efecto, alcanza con notar que la mayoría de las "partículas" que se conocen, existen durante intervalos de tiempo inimaginablemente cortos, y las experiencias para observarlas requieren energías comparables a las que consume una ciudad como La Plata y a costos que se miden en cientos de millones de dólares. Sin embargo, con muy pocas de estas partículas (en realidad apenas tres: protones, neutrones y

electrones) se conforma prácticamente toda la materia. A pesar de ello, la Física de Altas Energías tiene un enorme interés. En efecto, para comprender el Universo en sus detalles más íntimos, es necesario estudiar estas partículas elementales y sus interacciones, pues la física de las partículas elementales es protagonista en el entendimiento del pasado, presente y futuro del Universo, ya que, tal como se cree actualmente, en el "Universo primitivo" el baño térmico fue tanto mayor que en el Universo actual que existían en forma estable partículas que hoy sólo se obtienen, con gran dificultad, en colisiones con aceleradores de enorme energía.

En definitiva, el estudio de este mundo subatómico resulta esencial si se pretende comprender la génesis y la conformación básica del mundo observable, que es uno de los objetivos (quizá el más fundamental) de la Física.

Sin embargo, a pesar del gran número de físicos interesados en las Altas Energías y de los medios materiales empleados, existen aún muchos problemas que permanecen sin respuesta.

El punto de contacto entre el mundo observable y la Física de Altas Energías está indudablemente en las tres partículas elementales mencionadas, y aunque mucho se conoce de las mismas, no escapan a lo señalado pues presentan propiedades que, luego de décadas de análisis, no pueden aún explicarse totalmente. Todo progreso en esta dirección puede dar respuesta a otros interrogantes, tanto del comportamiento de la materia, como de la evolución del propio Universo.

Indudablemente, uno de los problemas que se enmarca en esta

categoría, es el de la diferencia de masa entre el protón y el neutrón. El primero, por tener carga eléctrica neta, presenta una autointeracción electromagnética más importante que la del neutrón⁽¹⁾. Sin embargo, el protón se revela como una partícula más liviana que el neutrón⁽²⁾. Esta propiedad de los nucleones es fundamental en la conformación actual de la materia ya que si el protón fuera más pesado que el neutrón, el primero decaería al segundo haciendo inestable al átomo, por lo que, seguramente, la materia estaría enteramente formada por neutrones.

A pesar de innumerables intentos a lo largo de más de medio siglo, esta propiedad de los nucleones no está aún bien comprendida y constituye lo que suele llamarse *el problema de la diferencia de masa neutrón-protón*. En un artículo de revisión⁽³⁾, A. Zee afirma en 1972 que "el problema de la diferencia de masa protón-neutrón, probablemente uno de los rompecabezas más viejo de la Física Hadrónica, ha desafiado y frustrado generaciones de teóricos".

Este problema está ligado a la ruptura de simetrías fundamentales de la Física microscópica. En efecto, recordemos que el descubrimiento, primero teórico luego experimental, de la existencia de "partes componentes" o "partones" o subcomponentes de los hadrones (entre los cuales se encuentran los nucleones) llamados *quarks*, está íntimamente ligado a propiedades de simetría. Alcanza con estudiar cuales son los quarks que componen a cada hadrón para deducir las propiedades más relevantes del mismo. Hasta el momento se han "observado" 5

sabores (es decir 3 tipos) de quarks, aunque probablemente existen 6. Aquí, la palabra "observado" ha sido puesta entre comillas pues los quarks no pueden salir de los hadrones, están confinados a permanecer dentro de ellos; dicho de otra forma, no podemos encontrar un quark aislado, por lo que sólo puede "observársele" indirectamente. Estos quarks, como si fueran ladrillos, se unen de dos maneras distintas, dando origen a los hadrones: si se une un par quark-antiquark tendremos un mesón; si se unen tres quarks, un barión (el protón y el neutrón son los más livianos de esta última familia).

El neutrón y el protón están compuestos por quarks de los dos sabores más livianos (*up* y *down*); el protón tiene dos *up* y un *down* y el neutrón dos *down* y un *up*. Como las masas de estos dos sabores son pequeñas y similares, uno supone en primera instancia que son iguales. Esta es la realización de la llamada *simetría de isospín*, que se traslada naturalmente al ámbito hadrónico: si la simetría de isospín no está rota, el protón y el neutrón son estados degenerados de masa. Sin embargo, de la observación del espectro de masa hadrónico, podemos sospechar que el *down* tiene una masa mayor que el *up*, rompiendo la simetría de isospín.

Como es sabido, hoy se cuenta con una teoría llamada *Modelo Standard* que es capaz de reproducir los datos experimentales de la Física de Altas Energías. Si bien es cierto que respuestas a preguntas como: ¿por qué "existen" 6 (?) sabores de quarks?, ¿por qué hay tantos como leptones (electrón, muón, tau y sus neutrinos)?, ¿por qué se agrupan en familias?, ¿cuál es el

origen de su carga eléctrica fraccionaria?, ¿cuál el de sus masas?, ¿cómo se rompe el isospín?, pertenecen todas a una Física aún más fundamental, es lícito cuestionarse respecto de la manifestación, en el mundo directamente observable, de estas propiedades incorporadas fenomenológicamente en el Modelo Standard. En realidad, el problema de la diferencia de masa protón-neutrón se origina en la comprensión del diferente "contenido fundamental" de estas partículas observables.

En esta Tesis nos proponemos abordar un camino que aporte luz a estas cuestiones.

En el Capítulo 2, haremos una breve reseña histórica del problema, comenzando por las observaciones experimentales que dieron origen a la controversia. Luego, analizaremos en detalle un interesante resultado⁽¹⁾ que relaciona la contribución electromagnética a la diferencia de masa, con cantidades que se miden experimentalmente. Veremos, como era esperable, que esta contribución es de signo opuesto a la medida experimental. Por último, reseñaremos algunos intentos de resolución del problema, concluyendo que el elemento esencial a tener en cuenta es el distinto contenido de quarks del protón y del neutrón.

Nos volcaremos entonces al análisis de la manifestación de la diferencia de masa up-down en el nivel hadrónico. Para ello, será necesario realizar previamente un estudio de los modelos que describen a los hadrones. Estos modelos se llaman *efectivos*, ya que las propiedades fundamentales del confinamiento que produce la cromodinámica cuántica (QCD),

están modelados en forma efectiva para simular la interacción entre quarks: las propiedades hadrónicas son sólo un reflejo, aún poco comprendido, de las interacciones fundamentales. La necesidad de poder describir y predecir propiedades de las partículas que se observan, tanto en la naturaleza como en los aceleradores, dió nacimiento a diversos modelos efectivos hadrónicos que sintetizan las características esenciales de la QCD, a bajas energías. En el Capítulo 3 entonces, discutiremos algunos de estos modelos. Nos detendremos en particular en el llamado *modelo de Skyrme*⁽⁴⁾ que es sin duda el que mejor se adapta al problema que tratamos. (El modelo inicial de Skyrme describe básicamente piones, que son los mesones más livianos, pero también a los bariones; puede extenderse para incluir los mesones llamados *vectoriales*). En efecto, culminaremos el Capítulo 3 con una descripción de una técnica que se conoce como *bosonización*⁽⁵⁾, mediante la cual es posible pasar de una descripción microscópica (fundamental, de quarks) a una macroscópica (efectiva, de hadrones).

La idea que perseguimos es clara: a través de este proceso de bosonización que permite el modelo de Skyrme, es posible rastrear el traslado de la diferencia de masa up-down del nivel fundamental al efectivo. En el Capítulo 4, realizamos esta idea⁽⁶⁾; pero la conclusión es negativa: la ruptura en la simetría de isospín debida a la presencia del término proporcional a la diferencia de masa up-down, no se traslada al nivel hadrónico, verificándose así la conjetura de Weinberg⁽⁷⁾ que atribuye esto a la gran simetría que presenta el vacío, la

que impide esta ruptura. Sin embargo, como ya habíamos observado, el fotón (mediador de las interacciones electromagnéticas) separa al protón del neutrón, rompiendo así la simetría de isospín. Por lo tanto, es natural preguntarse por otras partículas efectivas que, actuando como el fotón, manifiesten, en el nivel hadrónico, la diferencia de masa up-down, rompiendo la simetría de isospín.

En este sentido, es crucial en este punto tener presente la existencia de mesones vectoriales, los que juegan un papel importante⁽⁸⁾ en los fenómenos electromagnéticos de los hadrones, interactuando en forma similar al fotón. En el Capítulo 5 analizamos este fenómeno, mostrando que la diferencia de masa entre los piones puede calcularse adecuadamente⁽⁹⁾ a partir de estos bosones vectoriales. Sin embargo no se puede afirmar lo mismo para los nucleones. Existe en cambio en la naturaleza, otra manifestación efectiva, no del todo comprendida, que será crucial para nuestro propósito. Es el llamado *mixing de los mesones vectoriales*⁽¹⁰⁾ ω y ρ . Este da cuenta que estas partículas físicas no son sino una mezcla de los estados "puros" de isospín. El *mixing* presenta además un elemento esencial: el parámetro que lo regula está probablemente controlado por la diferencia de masa up-down. Bajo la hipótesis de que esta es la manifestación efectiva de la diferencia de masa, terminamos el Capítulo 5 preparando el siguiente: estudiamos el origen de esta ruptura⁽¹¹⁾ mediante una bosonización similar a la ya descrita.

En el Capítulo central, el sexto, ponemos en marcha nuestra

tesis calculando, de dos maneras diferentes la contribución del mixing a la diferencia de masa neutrón-protón. En primer lugar, lo hacemos en el modelo de Skyrme⁽⁶⁾, haciendo jugar a los mesones vectoriales ω y ρ^0 el mismo papel que jugaba el fotón. Obtenemos un resultado que muestra, cualitativamente, que la hipótesis efectuada era correcta. En segundo término, realizamos en cambio un análisis independiente de todo modelo hadrónico, relacionando⁽¹²⁾ la contribución del mixing con cantidades medibles experimentalmente. Encontramos un notable acuerdo con los datos experimentales, lo que da un espaldarazo, también cuantitativo, a nuestra propuesta.

Por último, en el Capítulo 7, estudiamos las consecuencias de nuestro modelo, reanalizando un resultado⁽¹⁸⁾ que relaciona la "anomalía de Nolen-Schiffer" (un viejo problema de la Física Nuclear) con las más recientes medidas del "efecto EMC", a través de la diferencia de masa neutrón-protón. Este reanálisis puede considerarse como un test independiente para nuestra propuesta, dado que los resultados obtenidos son coincidentes con los que existen en la literatura.

Esta Tesis se cierra con un breve Capítulo de conclusiones, en el que señalamos los problemas que entendemos abiertos, así como los puntos que deberían ser profundizados.

Un rápido Apéndice sobre los *factores de forma*, se incluye por una cuestión de coherencia pedagógica.

REFERENCIAS DEL CAPITULO 1

1. W. N. Cottingham; Ann. Phys. (NY) 25, 424 (63);
J. Gasser y H. Leutwyler; Phys. Rep. 87, 77 (82);
M. Elitzur y H. Harari; Ann. Phys. 56, 81 (70).
2. Particle Data Group; Phys. Lett. B170, 1 (86).
3. A. Zee; Phys. Rep. 3C, 129 (72).
4. I. Zahed y G. E. Brown; Phys. Rep. 142, 1 (86).
5. D. Ebert y H. Reinhardt; Nucl. Phys. B271, 188 (86).
6. L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y R. Méndez Galain; " ω - ρ mixing and n-p mass difference", a ser publicado en Phys. Rev. D, Rap. Comm..
7. S. Weinberg; Physica A96, 327 (79).
8. J. J. Sakurai; "Currents and Mesons", (University of Chicago Press, 69).
9. T. Das y colab.; Phys. Rev. Lett. 18, 759 (67).
10. P. Langacker; Phys. Rev. 20D, 2983 (79).
11. L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y R. Méndez Galain; "Isospin Violation in Chiral Effective Models", La Plata preprint (88).
12. L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y R. Méndez Galain; "On the Neutron-Proton Mass Difference", La Plata preprint (88).
13. L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y R. Méndez Galain; Phys. Lett. B188, 498 (87).

CAPITULO II

EL PROBLEMA DE LA DIFERENCIA DE MASA N-P : RESEÑA HISTORICA

El protón es más liviano que el neutrón. Es este un hecho experimental bien conocido desde hace 50 años. La medida, realizada por primera vez en la década del '30 a través de la fotodesintegración del deuterón, tiene un aspecto sorprendente y otro esperable. En primer lugar, el hecho que el protón tenga una carga neta finita y el neutrón no, hace suponer que la autointeracción electromagnética del primero sea mayor que la del segundo. Esto de hecho es así; lo que sucede es que parece haber otros ingredientes de origen no electromagnético que separan las masas de ambos nucleones. En segundo lugar en cambio, el hecho que el protón sea el más liviano de los bariones no es sorprendente: es la garantía de la estabilidad del átomo de hidrógeno que de otra forma decaería por desintegración débil.

En este capítulo vamos a realizar en tres secciones una breve reseña histórica de los principales aspectos de este intrincado problema de la diferencia de masa entre ambos nucleones. En la sección 2.1 describiremos brevemente los experimentos mediante los cuales se mide esta diferencia de masa. En la 2.2 explicaremos, primero en forma simplista, luego con un cálculo completo y detallado, cómo se calcula la contribución electromagnética a la diferencia de masa. En la

sección 2.3, finalmente, contaremos los principales intentos que se realizaron durante estas últimas décadas buscando otras contribuciones de origen no electromagnético. Concluiremos que un elemento esencial a tener en cuenta es el diferente contenido de quarks de valencia del neutrón y del protón.

2.1. MEDIDA DE LA DIFERENCIA DE MASA NEUTRON - PROTON

En 1935, J. Chadwick y M. Golhaber dieron por primera vez una base sólida a la sospecha de que el neutrón era más pesado que el átomo de hidrógeno y por lo tanto más pesado que el protón. En un artículo⁽¹⁾ en el que describen lo que llaman el "efecto fotoeléctrico nuclear", dan cuenta del decaimiento del deuterio y otros núcleos livianos por excitación fotónica y a partir de allí estiman la masa del neutrón.

El experimento realizado puede describirse mediante la reacción:



dónde ${}^2\text{D}$ es un átomo de deuterio y ${}^1\text{H}$ de hidrógeno. Chadwick y Golhaber enviaron una radiación gama de energía $h\nu = 2.82 \text{ Mev}$ sobre átomos de deuterio y midieron en una cámara de ionización la energía cinética del neutrón y del hidrógeno resultantes. Encontraron que la suma de estas (E_c) era del orden de 500 kev. Dedujeron entonces que la energía de ligadura ϵ_D del deuterio

era

$$\epsilon_D = h\nu - E_c \approx 2.1 \text{ Mev} . \quad (2.1.2)$$

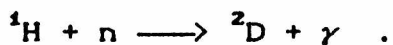
En aquel momento no se conocían con precisión las masas del deuterio ($m_D \sim 1877 \text{ Mev}$) y del hidrógeno ($m_H \sim 939 \text{ Mev}$). Para esos valores se establece:

$$m_n = m_D - m_H + \epsilon_D \approx 940 \text{ Mev} , \quad (2.1.3)$$

es decir un neutrón aproximadamente un Mev más pesado que el átomo de hidrógeno. Considerando que la masa del electrón es del orden de medio Mev, puede establecerse que

$$m_n - m_p \approx +1.5 \text{ Mev} . \quad (2.1.4)$$

Varias décadas después, la diferencia de masa entre ambos nucleones se mide con mucha mayor precisión pero usando un procedimiento experimental diferente. Se mide aún la energía de ligadura del deuterio, pero mediante la reacción nuclear inversa: se mide la energía E_D de los rayos gama emitidos tras la captura de neutrones térmicos por hidrógeno



La energía de ligadura ϵ_D del deuterio se determina de la expresión:

$$\epsilon_D = E_D + E_{ret} \quad , \quad (2.1.5)$$

donde la energía de retroceso E_{ret} del núcleo, usando los datos standard, vale $E_{ret} = 1317 \pm 1$ ev.

Los diferentes experimentos que se han realizado utilizan distintos tipos de espectrómetros gama: Compton⁽²⁾, centelladores⁽³⁾, difracción por cristales⁽⁴⁾ y semiconductores⁽⁵⁾. Un interesante y accesible resumen puede encontrarse en el trabajo de Vylov y colaboradores⁽⁶⁾ del año 1978. Vamos a analizar brevemente el experimento descrito en la Ref. (8), en el que la medida se realiza con un espectrómetro semiconductor.

Se colocó una fuente de Po-Be de 9.1×10^6 neutrones/s en medio de un paralelepípedo de parafina que sirve a la vez de moderador de neutrones y de blanco de hidrógeno. La radiación gama fue medida en un detector de Ge(Li). Con estos elementos se obtuvo:

$$\epsilon_D = E_D + E_{ret} = 2224.572 \pm 0.040 \text{ kev} \quad . \quad (2.1.6)$$

Usando ahora la (2.1.3) que puede escribirse

$$m_n - m_H = -(2m_H - m_D) + \epsilon_D \quad , \quad (2.1.7)$$

y con los valores actuales de m_H y m_D ($2m_H - m_D = 1442.232 \pm 0.004$ kev), se obtiene

$$m_n - m_H = 782.340 \pm 0.040 \text{ kev} .$$

Teniendo en cuenta que $m_e = 511.003 \text{ kev}$ y que la energía de ligadura del átomo de hidrógeno es 13.6 ev , resulta

$$m_n - m_p = 1.293330 \pm 0.000040 \text{ Mev} . \quad (2.1.8)$$

Finalicemos esta sección acotando que el valor promedio actual para la medida de la diferencia de masa entre ambos nucleones⁽⁷⁾ es de $1.293323 \pm 0.000016 \text{ Mev}$.

2.2. EL CALCULO DE LA DIFERENCIA DE MASA ELECTROMAGNETICA

En esta sección vamos a calcular la diferencia de masa electromagnética entre el protón y el neutrón. En primer lugar vamos a introducir un cálculo sencillo para tener una primera aproximación al problema. Luego el cálculo "correcto" que relaciona esta diferencia de masa con cantidades medibles experimentalmente.

2.2.1. CALCULO APROXIMADO

En una primera aproximación, es natural suponer que la autoenergía electromagnética de una partícula en reposo es

puramente electrostática. Es por tanto plausible, para los nucleones, realizar una sencilla pero efectiva estimación que consiste en suponer que la automasa electromagnética del nucleón se debe a la energía del campo eléctrico generado por la distribución de carga del mismo. Así

$$\Delta M_N = \frac{1}{2} \int d^3r \epsilon_0 |\vec{E}(\vec{r})|^2 . \quad (2.2.1)$$

Usando las ecuaciones de Maxwell, vemos que para una distribución de carga con simetría esférica, $\vec{E}(\vec{r})$ es radial y su módulo vale

$$E(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q(r)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi}{r^2} \int_0^r r'^2 \rho(r') dr' . \quad (2.2.2)$$

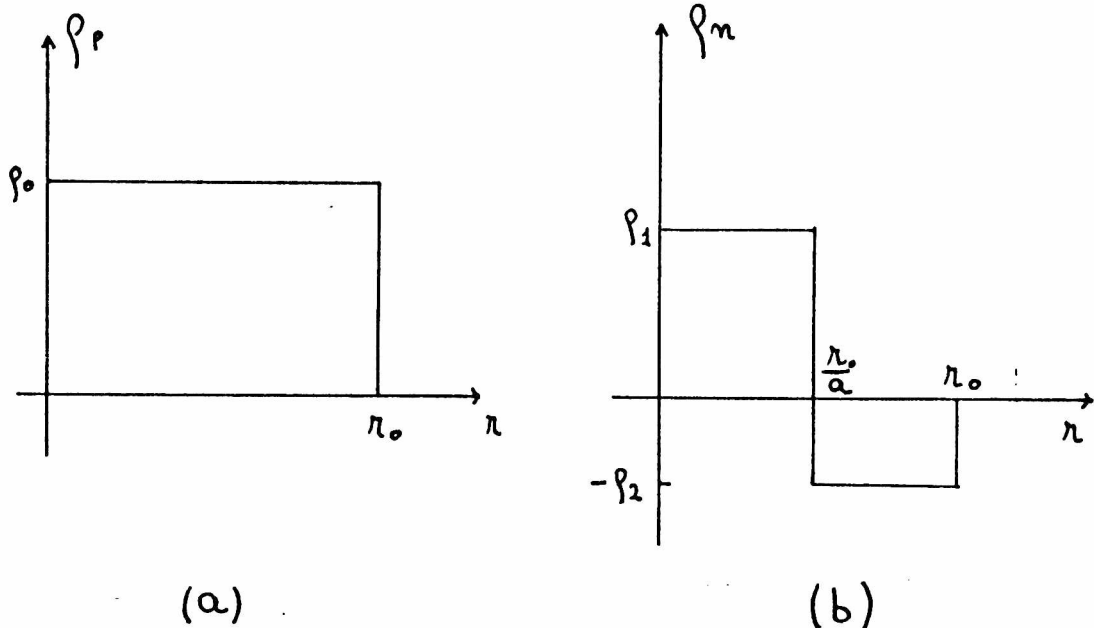


Fig. 2-1. Distribuciones de carga para el proton (a) y el neutron (b).

Supongamos entonces las distribuciones de carga de protón y neutrón que se muestran en la Fig. 2-1.

Los parámetros ρ_0 , r_0 y ρ_1 , ρ_2 , a , r_0 , pueden ser hallados imponiendo que la carga total del protón sea e :

$$\frac{4}{3}\pi \rho_0 r_0^3 = e \quad ,$$

por lo que

$$\frac{e}{r_0^3} = \frac{4}{3} \pi \rho_0 \quad , \quad (2.2.3)$$

y que la carga neta del neutrón sea nula

$$\frac{4}{3} \pi \rho_1 \frac{r_0^3}{a^3} - \frac{4}{3} \pi \rho_2 \left(r_0^3 - \frac{r_0^3}{a^3} \right) = 0 \quad ,$$

por lo que

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = a^3 - 1 \quad . \quad (2.2.4)$$

Supongamos finalmente que $r_0 \sim 1$ Fm. El perfil del protón queda entonces determinado, mientras que el del neutrón tiene dos parámetros: $b \equiv \rho_0/\rho_1$ (obviamente $b > 1$) y a ($a \sim 1.5 - 4$).

Llevando $\rho_p(r)$ a (2.2.2), ésta a (2.2.1) y haciendo uso de (2.2.3)

$$\Delta M_p = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_0} \frac{6}{5} \quad , \quad (2.2.5)$$

con lo que se obtiene el valor numérico $\Delta M^p \sim 0.86$ Mev.

Haciendo el mismo cálculo para $\rho_N(r)$ y usando (2.2.4)

$$\Delta M_n = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_0} \frac{1}{b^2} f(a) \quad , \quad (2.2.6)$$

donde $f(a)$ es una función de a , decreciente para $a \geq 1.5$ con $f(1.5) = 0.047$. Por lo tanto

$$\Delta M_n \leq \frac{0.034}{b^2} \text{ Mev} \quad . \quad (2.2.7)$$

Como $b > 1$, (2.2.7) indica que podemos despreciar la automasa electrostática del neutrón frente a la del protón. Obtenemos entonces en esta aproximación simple que

$$\Delta M_{n-p}^{em} = \Delta M_n^{em} - \Delta M_p^{em} \approx -0.8 \text{ Mev} \quad . \quad (2.2.8)$$

Concluimos de esta forma que tal como era de esperar, teniendo en cuenta sólo el electromagnetismo, el protón es más pesado que el neutrón, lo que contradice la evidencia experimental.

En primer lugar, es lícito preguntarse si la contribución magnética no puede revertir el signo de la diferencia de masa. Esto fue sugerido por Feynman y Speisman⁽⁸⁾ en el año 1954 y sobre esta cuestión volveremos más adelante. Sin embargo, como veremos a continuación la rápida estimación que hemos realizado no está lejos del cálculo correcto.

2.2.2 CALCULO "EXPERIMENTAL" DE LA DIFERENCIA DE MASA

Para avanzar en el estudio detallado de la contribución electromagnética a la diferencia de masa entre los nucleones, consideremos un importante resultado obtenido por Cottingham en 1963. En un notable trabajo⁽⁹⁾, relacionó la automasa electromagnética de los nucleones, con los resultados experimentales de la dispersión de electrones por nucleones. En esta sección vamos a analizar, con cierto detalle, los pasos principales del trabajo de Cottingham.

Al orden más bajo en las interacciones electromagnéticas, la automasa electromagnética de un hadrón puede ser expresada formalmente a partir de la dispersión Compton de fotones por el hadrón, que se ve en la Fig. 2-2.

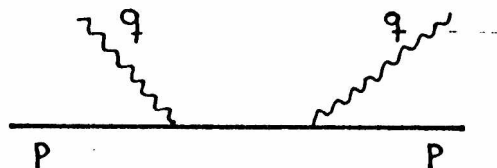


Fig. 2-2. Dispersión Compton de fotones.

El diagrama de la Fig. 2-3 muestra, en cambio, la contribución de orden e^2 a la automasa electromagnética, mediante la emisión y reabsorción de fotones virtuales por el mismo hadrón.

Por lo tanto podemos escribir la contribución del diagrama como

$$\Delta M_N^{em} = \frac{i}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 q}{q^2 + i\epsilon} g_{\mu\nu} M^{\mu\nu}(\vec{q}, \nu) \quad , \quad (2.2.9)$$

donde p y q son los cuadrimomentos del hadrón y del fotón virtual respectivamente, $\nu = (1/M)(p \cdot q) = q_0$ es la energía del fotón ya que trabajaremos en el "sistema del laboratorio" ($\vec{p} = 0$; $p_0 = M$) y $M^{\mu\nu}$ es la amplitud de dispersión Compton de la Fig. 2-2. Esta última puede expresarse como la suma de dos términos, el primero de los cuales está dado por el producto ordenado temporalmente

$$T_{\mu\nu}(q, \nu) = i\pi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{iq \cdot x} \langle p | T [J_\mu(x), J_\nu(0)] | p \rangle d^4 x \quad , \quad (2.2.10)$$

donde $J(x)$ es el operador de corriente de Heisenberg y $|p\rangle$ es un estado de hadrón de momento p . $T^{\mu\nu}$ no es ni covariante ni invariante de gauge. Es el segundo término de $M^{\mu\nu}$, el término de Schwinger, el que garantiza la covariancia y la invariancia de gauge de la amplitud completa. Sin embargo, es posible demostrar⁽¹⁰⁾ que este segundo término no contribuye a (2.2.9).

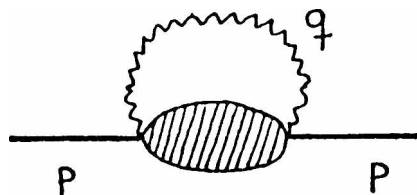


Fig. 2-3. Diagrama de mas bajo orden para la automasa de un hadron.

Por lo tanto, el integrando de (2.2.9) tiene la estructura

analítica de $T^{\mu\nu}$, más un par de polos debido al propagador del fotón:

$$\nu = \pm (|\mathbf{q}| - i\epsilon) \quad . \quad (2.2.11)$$

Para poder integrar (2.2.9) debemos estudiar entonces las propiedades analíticas de $T^{\mu\nu}$. Para ello, escribamos (2.2.10) como

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}(q, \nu) = & i\pi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} d^3x \int_0^{+\infty} e^{-ix_0\nu} d\nu \langle p | J_{\mu}(x) \Sigma | k \rangle \langle k | J_{\nu}(0) | p \rangle \\ & + i\pi \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\vec{q} \cdot \vec{x}} d^3x \int_{-\infty}^0 e^{-ix_0\nu} d\nu \langle p | J_{\nu}(0) \Sigma | k \rangle \langle k | J_{\mu}(x) | p \rangle \end{aligned} \quad (2.2.12)$$

donde $\Sigma | k \rangle \langle k |$ es una suma sobre un conjunto completo de estados $| k \rangle$.

Si ahora hacemos la transformación

$$J_{\mu}(x) = e^{-iP \cdot x} J_{\mu}(0) e^{iP \cdot x} \quad ,$$

donde P es el operador de cuádrimomento, tenemos que

$$\langle p | J_{\mu}(x) | k \rangle = e^{i(k-p) \cdot x} \langle p | J_{\mu}(0) | k \rangle \quad .$$

En (2.2.11), la integración en x dará lugar entonces a $\delta^3(\vec{k} + \vec{q})$ para el primer miembro y a $\delta^3(-\vec{k} + \vec{q})$ para el segundo. La integración en x^0 en cambio, integrando en el plano complejo,

da lugar a $1/(k^0 - M + \nu - i\epsilon)$ y $1/(k^0 - M - \nu - i\epsilon)$ respectivamente. Por lo tanto, en el "sistema de laboratorio"

$$T_{\mu\nu}(\vec{q}, \nu) = \frac{(2\pi)^4}{2} \sum \langle p | J_\mu(0) | k \rangle \langle k | J_\nu(0) | p \rangle \cdot \left[\frac{\delta^3(\vec{k} + \vec{q})}{k^0 - M + \nu - i\epsilon} + \frac{\delta^3(\vec{k} - \vec{q})}{k^0 - M - \nu - i\epsilon} \right] . \quad (2.2.13)$$

Vemos entonces que $T^{\mu\nu}$, como función de ν es analítica en todo el plano complejo ν excepto por dos polos y cortes. Los dos polos aparecen si consideramos que el estado intermedio es un nucleón ($k_0^2 = \vec{k}^2 + M^2$) :

$$\nu = \pm [(\vec{k}^2 + M^2)^{1/2} - M - i\epsilon] . \quad (2.2.14)$$

Los cortes aparecen cuando el estado intermedio es un nucleón y un mesón. El punto de ramificación es (μ es la masa del pión)

$$\nu = \pm [(\vec{k}^2 + (M + \mu)^2)^{1/2} - M - i\epsilon] . \quad (2.2.15)$$

Conocemos ahora todo el comportamiento analítico del integrando de (2.2.9). En la Fig. 2-4 pueden verse sus singularidades.

La idea de Cottingham fue entonces rotar ν en sentido antihorario⁽¹¹⁾, mediante $\nu \longrightarrow i\nu$. Con esto, la ecuación (2.2.9) concierne sólo a fotones virtuales de energía imaginaria pura. Estos fotones son por lo tanto únicamente de tipo espacio:

$$q^2 = (i\nu)^2 - \vec{q}^2 \leq 0 \quad .$$

(2.2.16)

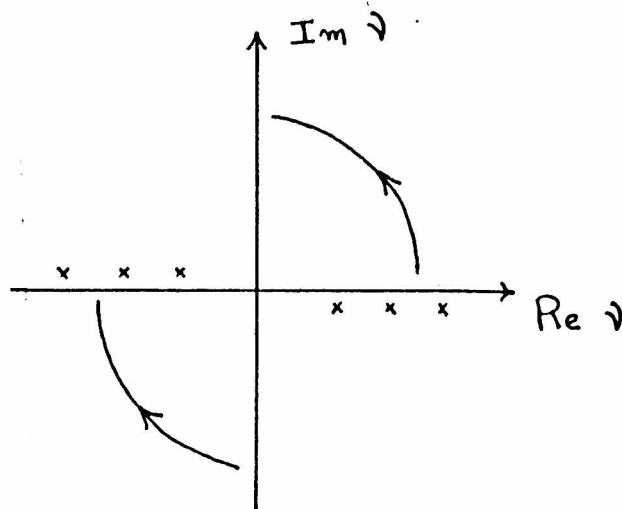


Fig. 2-4. Posibles polos del integrando de (2.2.9) según (2.2.11), (2.2.14) y (2.2.15).

Así, $\Delta M_N^{\circ m}$ se escribirá

$$\Delta M_N^{\circ m} = + \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^4 q}{q^2 + \nu^2} g_{\mu\nu} T^{\mu\nu}(\vec{q}, i\nu) \quad . \quad (2.2.17)$$

Una vez resuelto este aspecto formal de la integración, aboquémosnos a la consideración de $T^{\mu\nu}$ y a su relación con la dispersión de electrones.

Para ello, siguiendo un análisis independiente de todo modelo, Cottingham observó que por simples consideraciones de invariancia de Lorentz y de gauge, podemos extraer toda la información necesaria para el cálculo de ΔM . En efecto, los únicos tensores invariantes de gauge que caracterizan a $M^{\mu\nu}$ (y no a $T^{\mu\nu}$ como supuso Cottingham, ya que como vimos no es

invariante de gauge) son

$$D_{1,\mu\nu} = q^2 g_{\mu\nu} - q_{\mu\nu} \quad (2.2.18a)$$

$$D_{2,\mu\nu} = \nu^2 g_{\mu\nu} + \frac{q^2}{M^2} p_\mu p_\nu - \frac{\nu}{M} (p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu) \quad (2.2.18b)$$

$M_{\mu\nu}$ se expresa entonces como combinación lineal de estos dos tensores. Los coeficientes dependen naturalmente de los invariantes de gauge q^2 y ν :

$$M_{\mu\nu}(\vec{q}, \nu) = t_1(q^2, \nu) D_{1,\mu\nu} + t_2(q^2, \nu) D_{2,\mu\nu} \quad (2.2.19)$$

Insertemos (2.2.19) en (2.2.17). La integración en la dirección angular de \vec{q} es trivial; pasando entonces a las variables de integración q^2 y ν , obtenemos

$$\Delta M_N^{om} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \frac{dq^2}{q^2} \int_0^q d\nu (q^2 - \nu^2)^{1/2} \cdot (3q^2 t_1(q^2, i\nu) - (q^2 + 2\nu^2) t_2(q^2, i\nu)) \quad (2.2.20)$$

Para encontrar las expresiones de t_i , puede usarse el método de Bogoliubov⁽¹²⁾ para ensayar relaciones de dispersión. Se observa que, despreciando la posibilidad de sustracciones⁽¹³⁾ y usando la estructura analítica de $T^{\mu\nu}$ (2.2.13), las funciones t_i satisfacen relaciones de dispersión en la variable ν (para q^2 fijo y positivo) :

$$t_i(q^2, \nu) = \frac{4Mq^2 f_i(q^2)}{q^4 - 4M^2 \nu^2} + \frac{1}{\pi} \int_c^{\infty} \frac{h_i(q^2, \nu') 2\nu'}{\nu'^2 - \nu^2} d\nu' \quad , \quad (2.2.21)$$

donde f_i da cuenta de la parte real de t_i que proviene del estado intermedio de nucleón (2.2.14) y h_i da cuenta de la parte imaginaria e incluye la información del sector continuo de la producción de partículas en el estado intermedio. Además

$$c = (2M\mu + \mu^2 + q^2)/2M \quad .$$

Veamos ahora la dispersión de electrones y nucleones para analizar su relación con (2.2.20). Veremos que, suponiendo que la amplitud de dispersión electrón-nucleón está dominada por el proceso de intercambio de un fotón, las funciones $f_i(q^2)$ y $h_i(q^2, \nu)$ para ambos nucleones pueden deducirse de las medidas de las secciones eficaces elástica e inelástica respectivamente.

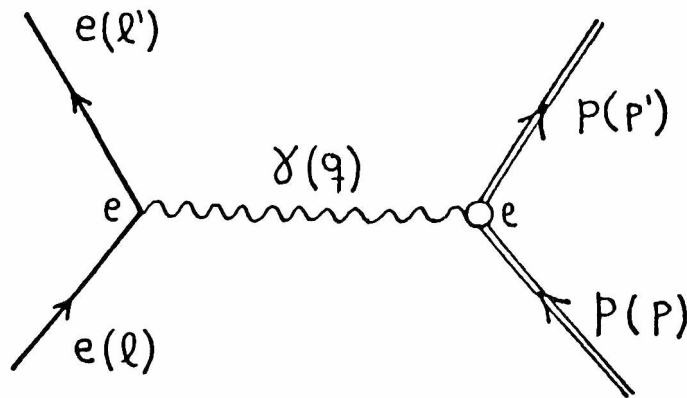


Fig. 2-5. Diagrama del proceso de intercambio de un fotón para la dispersión elástica electron-proton.

Para el protón por ejemplo, el elemento de matriz de la dispersión elástica por el proceso de intercambio de un fotón (Fig. 2-5), es

$$\mathcal{M} = -e^2 \langle 1' | \gamma_\mu | 1 \rangle \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} \langle p' | J_\nu^{\bullet m} | p \rangle . \quad (2.2.22)$$

Luego como la sección eficaz es proporcional a $|\mathcal{M}|^2$, tendremos

$$|\mathcal{M}|^2 \sim C^{\mu\nu} \sum \langle p | J_\mu^{\bullet m} | p' \rangle \langle p' | J_\nu^{\bullet m} | p \rangle , \quad (2.2.23)$$

donde $C^{\mu\nu}$ es un tensor simétrico que da cuenta de la dinámica del electrón (el cuadrado del primer término de (2.2.22)) y del fotón; la suma se extiende sobre todos los estados $|p'\rangle$.

Cottingham observó que la sumatoria de (2.2.23) puede relacionarse con la parte real de (2.2.19). En efecto, como $M^{\mu\nu}$ y $T^{\mu\nu}$ dan el mismo resultado en (2.2.9), podemos igualar (2.2.13) y (2.2.19). Reemplazando entonces t_i por su expresión (2.2.21), multiplicando ambos miembros por $(q^4 - 4M^2\nu^2)/4Mq^2$ y tomando el polo simple $\nu = q^2/2M$, tenemos que

$$f_1(q^2)_{1,\mu\nu} + f_2(q^2)_{2,\mu\nu} = \frac{(2\pi)^4}{2} \sum \langle p | J_\mu^{(0)} | k \rangle \langle k | J_\nu^{(0)} | p \rangle .$$

$$\left. \frac{(q^4 - 4M^2\nu^2)/4Mq^2}{\nu - [(\vec{q}^2 + M^2)^{1/2} - M]} \right|_{\nu = q^2/2M} . \quad (2.2.24)$$

Luego,

$$\frac{(q^4 - 4M^2\nu^2)/4Mq^2}{\nu - [(|\vec{q}^2| + M^2)^{1/2} - M]} \Big|_{\nu = q^2/2M} = 1 + q^2/2M^2 . \quad (2.2.25)$$

Podemos llevar entonces (2.2.24) y (2.2.25) a (2.2.23), relacionando así la amplitud de dispersión con las funciones $f_i(q^2)$. Finalmente se obtiene

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^2}{2} \left[\begin{matrix} 1 & 0' \\ 1 & 0 \end{matrix} \right]^2 \left[f_1(q^2) + \left(\frac{1}{2} \cotg\left(\frac{\theta}{2}\right) + \frac{q^2}{4M^2} \right) f_2(q^2) \right] , \quad (2.2.26)$$

donde

$$q^2 \approx |\vec{1}| |\vec{1}'| (1 - \cos\theta) + \frac{m^2\nu^2}{1^0 1^0} .$$

De la misma forma, se muestra que las funciones h_i se relacionan con las secciones eficaces transversa y escalar para la dispersión inelástica

$$\sigma_T(q^2, K) = \frac{(2\pi)^2}{K} [q^2 h_1(q^2, \nu) + \nu h_2(q^2, \nu)] , \quad (2.2.27a)$$

$$\sigma_S(q^2, K) = \frac{(2\pi)^2}{K} q^2 [h_2(q^2, \nu) - h_1(q^2, \nu)] , \quad (2.2.27b)$$

$$K = \nu - q^2/2M .$$

En la práctica, las secciones eficaces elásticas se miden con gran precisión por lo que $f_1(q^2)$ y $f_2(q^2)$ se conocen perfectamente. En cambio, las secciones eficaces inelásticas no se miden tan bien, por lo que es difícil tener un buen conocimiento de las funciones $h_i(q^2, \nu)$.

El éxito del trabajo de Cottingham es entonces el de haber expresado la automasa electromagnética de los nucleones en término de cantidades que se miden experimentalmente, haciendo uso exclusivamente de invariancia Lorentz y de gauge y de unos pocos elementos bien verificados de la matriz S. Por este motivo, es frecuente encontrar en la literatura referencias a este cálculo como el de la *diferencia de masa electromagnética "experimental"*.

Para terminar esta sección, veamos los resultados numéricos que se obtienen con este cálculo.

En primer lugar, es usual realizar la aproximación de Born⁽¹⁴⁾ que consiste en aproximar $t_i(q^2, \nu)$ sólo por el primer miembro de la ecuación (2.2.21); es decir, se supone que el único estado intermedio posible es el de un nucleón. La aproximación de Born ha sido ampliamente estudiada; en la Ref. 14 pueden encontrarse algunos artículos donde se la analiza.

En segundo término, para un acercamiento más práctico al problema observemos que, comparando (2.2.26) con la expresión usual de la sección eficaz de dispersión elástica⁽¹⁵⁾, concluimos que las f_i pueden escribirse en función de los *factores de forma electromagnéticos* de los nucleones :

$$f_1(q^2) = \frac{1}{4\pi^2} \frac{1}{2M} \left[\frac{1}{M} F_1(q^2) F_2(q^2) + \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right) F_2^2(q^2) / 2M \right] , \quad (2.2.28a)$$

$$f_2(q^2) = \frac{1}{4\pi^2} \left[\frac{1}{q^2} F_1^2(q^2) + \frac{1}{4M^2} F_2^2(q^2) \right] . \quad (2.2.28b)$$

Una breve introducción a los factores de forma puede

encontrarse en el Apéndice A.

Cuando llevamos (2.2.28) a (2.2.21) y ésta a (2.2.20) vía aproximación de Born, podemos escribir la automasa de los nucleones como

$$\Delta M_N^{\text{em}} = -\frac{M}{\pi^3} \int_0^{+\infty} \frac{q \, dq}{q^2} \int_0^q d\nu (q^2 - \nu^2)^{1/2} / (q^4 + 4M^2\nu^2).$$

$$\cdot \left\{ \frac{3q^4}{4M^2} \left[2 F_1^N F_2^N + \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right) F_2^{N^2} \right] - (q^2 + 2\nu^2) \left[F_1^{N^2} + \frac{q^2}{4M^2} F_2^{N^2} \right] \right\}$$

(2.2.29)

Debido a que esta expresión fue obtenida antes de que se pudiera medir las funciones $F_i(q^2)$, mucho se especuló sobre posibles divergencias y fundamentalmente, en caso de obtener un resultado finito, sobre el signo de (2.2.29). En particular se recordó la idea de la Ref. (8) : el resultado depende de la velocidad de decaimiento de los factores de forma, ya que si éstos toman valores importantes para q grandes, la contribución magnética (que tiene un acoplamiento derivativo) puede llegar a revertir el signo de la contribución coulombiana.

La medida de los factores de forma (ver Apéndice A) disipó todas las dudas : decaen lo suficientemente rápido como para proveer un corte natural a (2.2.29), dando así un resultado finito, pero al mismo tiempo haciendo que sea la contribución coulombiana la dominante. En efecto, para $F_1(q^2)$ y $F_2(q^2)$ dados por la expresión (A.6), se obtiene

$$\Delta M_p^{\text{em}} = +0.63 \text{ Mev} \quad , \quad \Delta M_n^{\text{em}} = -0.13 \text{ Mev} \quad , \quad (2.2.30)$$

y entonces

$$\Delta M_{n-p}^{\text{em}} = -0.78 \text{ Mev} . \quad (2.2.31)$$

Este resultado, como dijimos antes, era esperable. Muestra también que la aproximación realizada en la sección 2.2.1 (ecuación (2.2.8)) era satisfactoria. Sin embargo contradice el valor experimental (ecuación (2.1.8)) para la diferencia de masa de ambos nucleones.

2.3. OTRAS CONTRIBUCIONES A LA DIFERENCIA DE MASA

El resultado del cálculo de la diferencia de masa electromagnética neutrón-protón, aunque esperable, no concuerda con el valor experimental. Sin embargo en otros isomultipletes el cálculo electromagnético da excelentes resultados. Este es el origen del referido *problema de la diferencia de masa*.

Numerosos intentos se han realizado para corregir el cálculo teórico. Para un análisis completo de los mismos, remitimos al lector a la Ref. 16. En esta sección vamos a analizar algunas ideas que consideramos interesantes y otras que motivaron la propuesta de esta Tesis para la resolución del problema.

Como hemos señalado más arriba, la primera reacción frente al resultado de la sección anterior fue la de revisar el

cálculo de Cottingham. Sin embargo, las correcciones del mismo, particularmente el comportamiento para q^2 grande, han sido descartadas^(10,15).

Se hizo entonces evidente la necesidad de buscar una nueva contribución.

Un interesante intento ha sido el de los *tadpoles* de Coleman y Glashow⁽¹⁷⁾. Nótese que el cálculo electromagnético en la aproximación de Born da los valores correctos para las diferencias de masa $m_{\pi\pm} - m_{\pi 0}$ (ver sección 5.1) y $m_{\Sigma^+} + m_{\Sigma^-} - 2m_{\Sigma^0}$, ejemplos en los que $\Delta I_3 = 2$; mientras que fracasa en el cálculo de $m_{K^+} - m_{K^0}$, $m_{\Sigma^+} - m_{\Sigma^-}$, $m_{\Xi^-} - m_{\Xi^0}$, así como $m_n - m_p$ es decir cuando $\Delta I_3 = 1$. Un elemento común surge de todos estos resultados: dado que la corriente electromagnética se transforma como I_3 bajo isospín, cabe esperar que el operador de masa (el cuadrado del operador de masa en el caso de los mesones) dentro de cada multiplete de $SU(3)$, por renormalización electromagnética adquiera la forma⁽¹⁸⁾ $M = a + bI_z + cI_z^2$. De acuerdo a lo dicho, entonces, la aproximación de Born calcula correctamente el parámetro c pero no el b .

Coleman y Glashow propusieron, en consecuencia, que efectos dinámicos adicionales debían contribuir sustancialmente al parámetro b , sin modificar el c . Así, $c = c_{\text{Born}}$, $b = b_{\text{Born}} + b_{\text{adicional}}$. Más aún, suponiendo que la simetría $SU(3)$ de sabor es una buena simetría, los parámetros a , b y c serán los mismos dentro de cada multiplete de sabor. De esta forma, todas las diferencias de masa pueden ser ajustadas convenientemente.

El mecanismo dinámico para proveer estos efectos debería

provenir de la existencia de un octete de mesones escalares, acoplados a todos los hadrones a través de una interacción fuerte con simetría SU(3). En la Fig. 2-6, se muestran el diagrama general del tadpole de un mesón escalar (Fig. 2-6a) y un típico tadpole π^0 debido al electromagnetismo.

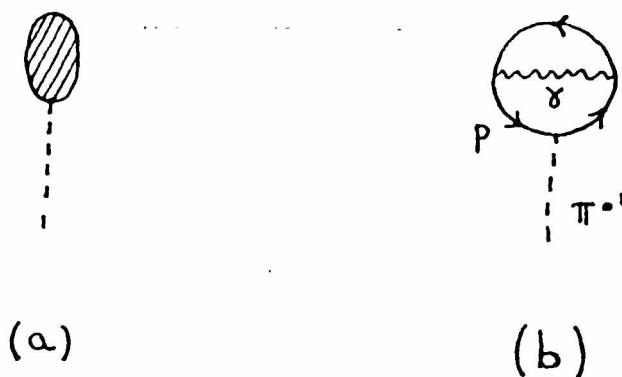


Fig. 2-6. (a) El diagrama general del tadpole de un meson escalar. (b) Un tipico tadpole π^0 debido al electromagnetismo.

Por una cuestión de simetría estos mesones escalares no pueden acoplarse con los piones (mesones pseudovectoriales) por lo que no intervienen en la diferencia de masa $\pi^\pm - \pi^0$. En cambio, sí se acoplan con los nucleones, separando al neutrón del protón.

Sin embargo, hoy en día, no puede considerarse esta propuesta más que como un modelo matemático, ya que no existe en la naturaleza un tal octete de mesones escalares.

Otro camino interesante a analizar es el de los mecanismos de realimentación. Estos se basan en la posibilidad de que las interacciones fuertes reviertan el signo de la contribución electromagnética⁽¹⁹⁾. En efecto, existen modelos⁽²⁰⁾ en los que

el protón se disocia en dos estados fundamentales: un neutrón y un pión (+), parte del tiempo y un protón y un pión (0), el resto. La probabilidad relativa de encontrar al protón en uno u otro estado está controlada por una simetría de isospín. Al "prender" el electromagnetismo, esta simetría se rompe y las dos masas se separan debido a la expresión esquemática $m = m_0 + I(m)$, donde m_0 es la masa desnuda e $I(m)$ está dada por integrales que contienen vértices de interacción fuertes.

Sin embargo, no se han podido realizar cálculos satisfactorios de contribuciones de este tipo.

Estos análisis abren la puerta hacia otra búsqueda: la de las contribuciones no electromagnéticas a la diferencia de masa, o más específicamente, la de las rupturas de isospín no electromagnéticas.

En este punto, se hace necesario realizar un cambio en la óptica de nuestro análisis: estudiemos los nucleones como *objetos compuestos, en el marco del grupo SU(3) de sabor*, es decir de acuerdo a los sabores de los quarks de valencia que los constituyen. Estos son

p : u u d ,

n : u d d .

Vemos así, que en el contenido de los nucleones, el isospín se manifiesta en una constitución diferente de quarks de valencia. Si estos quarks tienen diferente masa⁽²¹⁾ habrá una ruptura de isospín, que es esperable que, de alguna forma,

contribuya a la diferencia de masa neutrón-protón.

Si bien no se tienen evidencias claras^(21,22) respecto del origen (¿fuerte?, ¿débil?, ¿de algún otro tipo?) de la diferencia de masa entre los quarks, una tarea difícil pero posible es la de estudiar la manifestación de este diferente contenido de quarks, en el mundo (léase "escala de energías") de los hadrones. Esta es claramente la tarea que nos proponemos en esta Tesis. Claro que, para ello, será necesario estudiar en primer lugar el modelo con el que vamos a describir al nucleón. Este deberá ser el más idóneo para darle cabida al efecto del diferente contenido de quarks de valencia. Todo esto será desarrollado en el siguiente Capítulo.

REFERENCIAS DEL CAPITULO 2

1. J. Chadwick y M. Goldhaber; Proceedings of the Royal Society of London A151, 479 (35).
2. H. T. Matz, R. E. Carter y P. C. Pisher; Bull. Ann. Phys Soc. 4, 457 (59).
3. J. Z. Monahan, S. Raboy y C. C. Trail; Nucl. Phys. 24, 400 (61).
4. A. H. Kazi, N. C. Rasmusen y H. Mark; Phys. Rev. 123, 1310 (61).
5. R. C. Greenwood y W. W. Black; Phys. Lett. 21, 702 (66).
6. Ts. Vilov y colaboradores; Soviet Journal of Nuclear Physics 28, 585 (78).
7. Particle Data Group; Phys. Lett. 170B, 152 (86).
8. R. P. Feynman y G. Speisman; Phys. Rev. 94, 500 (54).
9. W. N. Cottingham; Ann. Phys. (NY) 25, 424 (63).
10. M. Elitzur y H. Harari; Ann. Phys. 56, 81 (70).
11. Las condiciones que permiten esta rotación han sido ampliamente discutidas. Ver por ejemplo:
A. Rabi; Phys. Rev. 176, 2034 (68);
ver también Ref. (10).
12. N. N. Bogoliubov y D. V. Shirkov; "Introduction to the theory of quantized fields" (Interscience Monographs in Physics and Astronomy, Interscience, New York, 1959) página 610.
13. En la Ref. 10 se analizan las posibles sustracciones y se concluye que no son lo suficientemente importantes como para

modificar el resultado.

14. La literatura es vasta; ver por ejemplo
Riazuddin; Phys. Rev. 114, 1184 (59);
L. Pande; Nuovo Cim. 26, 1063 (62);
A. Solomon; Nuovo Cim. 27, 748 (63).
15. Ver por ejemplo la ecuación (A.3). Para un análisis más profundo, remitimos al lector a
R. Hofstadter, F. Bumiller y M. R. Yearian, Rev. Mod. Phys. 30, 482 (58).
16. A. Zee; Phys. Rep. 3C, 129 (72).
17. S. Coleman y S. L. Glashow; Phys. Rev. B134, 671 (64).
18. S. Weinberg y S. B. Treiman; Phys. Rev. 116, 465 (59).
19. H. M. Fried y T. N. Tuang; Phys. Rev. Lett. 16, 559 (66).
20. G. Barton y D. Dare; Phys. Rev. 150, 1220 (67).
21. J. Gasser y H. Leutwyler; Phys. Rep. 87, 77 (82).
22. R. D. Peccei; "The pion masses: looking for its origin",
Kyoto International Symposium (85), DESY preprint.

CAPITULO III

MODELOS EFECTIVOS DE HADRONES

Los resultados obtenidos en el capítulo anterior para la diferencia de masa electromagnética neutrón-protón, sugieren la necesidad de una nueva fuente de violación de isospín. Es natural pensar que esta puede provenir del diferente contenido de quarks de ambos nucleones por lo que es sin duda un elemento esencial a tener en cuenta.

Para analizar los grados internos de quarks es necesario recurrir a la cromodinámica cuántica (QCD), la teoría fundamental de las interacciones fuertes. Sin embargo una característica esencial de esta teoría es el confinamiento del color. Si bien este fenómeno no está aún bien comprendido, puede simularse suponiendo que la constante de interacción entre los quarks crece indefinidamente cuando éstos se alejan, es decir cuando la energía disminuye. Como consecuencia, no es posible tratar perturbativamente las interacciones en QCD en bajas energías. Una alternativa son los cálculos sobre retículos, que sugieren fuertemente el mencionado confinamiento de quarks. Desde el punto de vista analítico, estudios en menor número de dimensiones son posibles, aunque las conclusiones no parecen trasladarse a cuatro dimensiones. Otro intento interesante es el desarrollo en $1/N_c$ (N_c es el número de colores) que ha dado bastante información sobre el comportamiento de la teoría a bajas energías.

Frente a estas dificultades, en la década pasada comenzaron a surgir diversos *modelos efectivos* para la descripción de hadrones. En éstos se simulan las características relevantes de la QCD, tales como el confinamiento, la libertad asintótica, las simetrías de quarks, etc..

En este capítulo vamos a introducir brevemente (sección 3.1) algunos modelos efectivos de hadrones. Luego (sección 3.2) nos extenderemos un poco más sobre un modelo particular : el modelo de Skyrme. Por razones que expondremos más adelante, consideramos que es éste el modelo más adecuado para introducir el efecto de la diferencia de masa entre los quarks up y down, en el problema de la diferencia de masa entre los nucleones. En la sección 3.3, veremos finalmente cómo se realiza el pasaje de un lagrangeano de quarks al lagrangeano efectivo de Skyrme, en un proceso de bosonización que resulta de la eliminación de los grados de libertad fermiónicos de los quarks.

3.1 ALGUNOS MODELOS EFECTIVOS DE HADRONES

Sin duda el modelo que más éxito ha mostrado (junto con el de Skyrme) para describir las propiedades hadrónicas es el *modelo de la bolsa del MIT*⁽¹⁾ y todas sus modificaciones⁽²⁾. Veremos entonces en primer lugar, una breve descripción de este modelo así como un pantallazo sobre la diferencia de masa neutrón-protón en el mismo. Luego, veremos más brevemente algunos otros modelos efectivos de hadrones.

3.11 EL MODELO DE LA BOLSA

El modelo de la bolsa primitivo tiene en cuenta tres propiedades fundamentales de la QCD:

i) los hadrones están compuestos de quarks;

ii) existe libertad asintótica, es decir a distancias muy chicas (mucho menores que el radio de un hadrón) los quarks no interactúan entre sí;

iii) hay confinamiento, esto es los quarks no existen libres (no pueden "escapar" de los hadrones) dado que la interacción gluónica crece indefinidamente con la distancia.

La idea madre es por lo tanto considerar quarks libres dentro de una esfera de radio R , que verifican entonces

$$\not{D} \psi(x) = m \psi(x) \quad . \quad (3.1.1)$$

Hay dos clases de soluciones para esta ecuación⁽⁸⁾ que son

$$\psi_{-1} = N \begin{pmatrix} [(\omega + m)/\omega]^{1/2} i j_0(r\lambda/R) X_m \\ - [(\omega - m)/\omega]^{1/2} j_1(r\lambda/R) \frac{\vec{\sigma} \cdot \hat{r}}{r} X_m \end{pmatrix} \quad (3.1.2a)$$

y

$$\psi_{+1} = N' \begin{pmatrix} [(\omega + m)/\omega]^{1/2} i j_1(r\lambda/R) \frac{\vec{\sigma} \cdot \hat{r}}{r} X_m \\ [(\omega - m)/\omega]^{1/2} j_0(r\lambda/R) X_m \end{pmatrix} \quad , \quad (3.1.2b)$$

donde N y N' son constantes de normalización, X_m son espinores de Pauli de dos componentes, J_0 y J_1 son las funciones de Bessel esféricas, λ es el autovalor y ω es la energía dada por

$$\omega = (m^2 + \lambda^2/R^2)^{1/2} . \quad (3.1.3)$$

Para que (iii) se cumpla es necesario implementar dos condiciones más. La primera es para asegurar que no haya flujo de corriente de quarks que cruce la superficie de la esfera de radio R . Esta condición es

$$n^\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi \Big|_{\text{sup.}} = 0 , \quad (3.1.4)$$

donde n^μ es la normal saliente a la superficie. Es sencillo ver que (3.1.4) se satisface si

$$-i \bar{\psi} \gamma_\mu n^\mu = \bar{\psi}$$

y por lo tanto

$$\bar{\psi} \psi = (i \bar{\psi} \gamma_\mu n^\mu) \psi = \bar{\psi} (i \gamma_\mu n^\mu \psi) = -\bar{\psi} \psi ,$$

es decir $\bar{\psi} \psi$ es cero en la superficie y por lo tanto $n^\mu \bar{\psi} \gamma_\mu \psi$ también.

Imponiéndole a $\psi_{\pm 1}$ (fórmulas (3.1.2)) la condición (3.1.5), obtenemos el vínculo⁽⁴⁾

$$J_1(x) = [(\omega + m)/(\omega - m)]^{1/2} J_0(x) ,$$

de donde se sigue que

$$\operatorname{tg} \lambda = \lambda / (1 - mR \pm m^2 R^2 + \lambda^2) . \quad (3.1.6)$$

(El signo + (-) es para la función ψ_{+1} (ψ_{-1}).)

En el límite ultrarrelativista ($m \rightarrow 0$), las soluciones de los modos más bajos son $\lambda_{-1} = 2.04$ y $\lambda_{+1} = 3.81$, mientras que en el límite norrelativista ($m \rightarrow \infty$) las soluciones son $\lambda_{\pm 1} = 0, \pi$. Para m arbitrario λ_{-1} (λ_{+1}) crece monotonamente de 2.04 (3.81) a π .

Esta primera condición que hemos impuesto, nos brinda entonces los posibles valores de ω , cuantizando así los niveles de energía del sistema.

Para ver la necesidad de una segunda condición que garantice (iii), veamos primero la energía de una bolsa (es decir de un hadrón) de N_i quarks del tipo $i = u, d, s, \dots$. (3.1.3) indica que esta energía es

$$E = \sum_i N_i (m_i^2 + \lambda^2/R^2)^{1/2} . \quad (3.1.7)$$

Vemos entonces que este sistema es claramente inestable dado que para R crecientes, E decrece monotonamente hasta $R = \infty$. Por lo tanto no hay confinamiento automático para este modelo. Esto era esperable : en ningún momento hemos introducido en el

modelo la interacción de gluones que impide que los quarks se separen. Es necesario complementar (iii) con una segunda condición ad-hoc: introduzcamos una presión B que juegue el rol de los gluones estabilizando el sistema. En efecto, B puede introducirse como una energía estabilizadora por unidad de volumen. (3.1.7) se corrige entonces como

$$E = \sum_i N_i (m_i^2 + \lambda^2/R^2)^{1/2} + B \frac{4\pi R^3}{3} \quad (3.1.8)$$

Para los hadrones sin extrañeza, suponiendo $m_u \approx m_d \approx 0$, tenemos

$$E = \frac{2.04 N}{R} + \frac{4\pi R^3}{3} B$$

y el mínimo se obtiene para

$$\frac{\partial E}{\partial R} = 0 = 4\pi R^2 B - \frac{2.04 N}{R^2}$$

es decir

$$R = \frac{(2.04 N)^{1/4}}{(4\pi B)^{1/4}} \quad (3.1.9)$$

y por lo tanto

$$M_N = \frac{4}{3} (4\pi B)^{1/4} (2.04 N)^{3/4} \quad (3.1.10)$$

o también

$$E = \frac{4}{3} \frac{2.04 N}{R} \quad (3.1.11)$$

Para el protón, por ejemplo, $N = 3$, $E = 938 \text{ Mev}$ y de (3.1.11) resulta $R \sim 1.6 \text{ Fm}$. Para estos valores, $B \sim 15 \text{ MeV}/(\text{Fm})^3$.

En cuanto a la diferencia de masa electromagnética entre el neutrón y el protón en el modelo de la bolsa, ésta vale⁽⁵⁾

$$\Delta M_{n-p}^{\bullet m} = -0.50 \text{ Mev} \quad (3.1.12)$$

La forma de agregar la contribución faltante es muy sencilla: incorporando al modelo un parámetro nuevo, la diferencia de masa Δm entre los quarks down y up. Esta se ajusta para obtener el valor de la ΔM_{n-p} , obteniéndose

$$\Delta m \equiv m_d - m_u = \Delta M_{n-p}^{\bullet xp} - \Delta M_{n-p}^{\bullet m} = 1.79 \text{ Mev} \quad (3.1.13)$$

Es claro que esta solución para el problema que concierne a esta Tesis, no arroja mucha luz sobre el mismo. Es por ello que intentaremos, en las secciones siguientes, un análisis más profundo, usando el modelo de Skyrme.

Pero antes veamos brevemente otros modelos efectivos de hadrones.

3.1.2. OTROS MODELOS EFECTIVOS DE HADRONES

Aparte de los modelos de bolsa, que hemos analizado y el de Skyrme, que analizaremos en la próxima sección, existen otros modelos hadrónicos efectivos. La base de todos estos consiste en osciladores de quarks; es decir se trata de diversas variantes en las cuales los quarks aparecen ligados por potenciales tipo oscilador armónico. En esta sección veremos, sucintamente, un par de estos modelos que han sido utilizados para calcular la diferencia de masa protón-neutrón y que nos serán de utilidad más adelante.

En primer lugar, N. Isgur, en una serie de trabajos^(6,7) introdujo un modelo que describe los estados fundamentales de los bariones en la QCD. Cuando se considera un barión con quarks de diferente sabor, se impone introducir una base llamada *uds* que fue concebida⁽⁷⁾ para discutir bariones extraños. Por ejemplo, tenemos que

$$n = (ddu) X^\lambda \psi_{00} \quad (3.1.14a)$$

$$p = (uud) X^\lambda \psi_{00} \quad (3.1.14b)$$

donde (ddu) significa que al quark u se le asigna la "etiqueta" 3 y entonces el principio de Pauli debe aplicarse sólo a los dos quarks idénticos; X^λ es la función de onda para tres partículas de spin 1/2, simétricas en los quarks 1 y 2

$$X^\lambda = -\frac{1}{\sqrt{6}} (\uparrow\downarrow\uparrow + \downarrow\uparrow\uparrow - 2\uparrow\uparrow\downarrow) \quad (3.1.15)$$

ψ_{00} , por último, es la función de onda asimétrica del estado fundamental . Esta se aproxima, en el modelo, por la solución de oscilador armónico

$$\psi_{00} = \frac{\alpha_a^{3/2} \alpha_b^{3/2}}{\pi^{3/2}} \exp \left(-\frac{1}{2} \alpha_a a^2 - \frac{1}{2} \alpha_b b^2 \right) , \quad (3.1.16)$$

con

$$\vec{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{r}_1 - \vec{r}_2) , \quad \vec{b} = \frac{1}{\sqrt{6}} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3) \quad (3.1.17)$$

y donde $\alpha_i \equiv (3Km_i)^{1/4}$, $m_a = m_1 = m_2 = m$ y $m_b = 3mm'/(2m+m')$ con $m' = m_3$. La cantidad K se define como

$$K = \langle p_0^2 / 2m_u \rangle = \lambda^2 / 2m_u . \quad (3.1.18)$$

Obsérvese que el modelo está caracterizado por dos parámetros con dimensión: λ , que está relacionado con la constante del oscilador y m , la masa promedio de los quarks constituyentes.

Un segundo modelo de osciladores, puede encontrarse en los trabajos de Itoh y colaboradores⁽⁸⁾. Se propone como funciones de onda espaciales de barión y de mesón a

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = N \exp [-a\vec{r}_{12}^2 - b\vec{r}_{23}^2 - c\vec{r}_{31}^2] , \quad (3.1.19a)$$

$$\phi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = N' \exp [-a'\vec{r}_{12}^2] , \quad (3.1.19b)$$

respectivamente, donde N y N' son factores de normalización. Los parámetros a , b , c , a' están relacionados con las distancias entre quarks y deben ser ajustados. La interacción que se propone entre los quarks, además del potencial confinante, es la de intercambio de un fotón e intercambio de un gluón.

En la sección 7.3, analizaremos con más detalle estos modelos, en particular en lo que se refiere a la diferencia de masa entre los nucleones.

3.2. EL MODELO DE SKYRME

En la década del '60 T. H. R. Skyrme, en una serie de trabajos⁽⁹⁾ que pasaron casi desapercibidos en aquel momento, introdujo un modelo efectivo de hadrones mucho antes que se conocieran los quarks y las simetrías quirales. En esta sección vamos a realizar una descripción moderna del modelo de Skyrme, el que fue reconsiderado en 1983 a partir de los resultados de Adkins, Nappi y Witten⁽¹⁰⁾. Para mayores detalles remitimos al lector a los numerosos trabajos de revisión, algunos de los cuales están en la Ref. 11.

Usaremos dos guías teóricas para construir el lagrangeano del modelo. La primera concierne la simetría quiral del lagrangeano de la QCD (\mathcal{L}_{QCD}). Esta simetría está espontáneamente rota, lo que implica la existencia de

partículas de masa nula : los bosones de Goldstone, que se identifican con los piones. Estos son los grados de libertad que dominan a bajas energías⁽¹²⁾. La segunda guía concierne el límite de la cromodinámica cuando el número de colores tiende a infinito. Se puede mostrar entonces⁽¹³⁾ que la cromodinámica se hace equivalente a una teoría efectiva de mesones interactuantes debilmente. Será natural representar entonces a \mathcal{L}_{QCD} por un lagrangeano puramente mesónico que, en el límite de muy bajas energías, se reduce a un lagrangeano que describe la dinámica de un campo de piones. Mostraremos después cómo surgen los bariones como solitones en dicha teoría mesónica. Finalmente veremos cómo la ida y vuelta entre teoría y experiencia permite mejorar el modelo, al precio de complicarlo, haciéndolo más predictivo.

3.2.1. LA SIMETRIA QUIRAL Y LOS PIONES

El lagrangeano de la cromodinámica es

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} \text{Tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) + \bar{\psi}_R i \not{D} \psi_R + \bar{\psi}_L i \not{D} \psi_L, \quad (3.2.1)$$

donde $\not{D} = \gamma^\mu (\partial_\mu - i g A_\mu)$, A_μ representa al campo gluónico, $F_{\mu\nu}$ es el tensor asociado y ψ_L , ψ_R son los campos de quarks izquierdos y derechos que verifican las ecuaciones

$$\psi_R = \gamma_5 \psi_R, \quad \psi_L = -\gamma_5 \psi_L. \quad (3.2.2)$$

No explicitaremos los índices de color ya que no juegan aquí ningún papel importante. Si suponemos que los quarks son de masa nula, lo que no está muy alejado de la realidad⁽¹⁴⁾ para u y d , la forma (3.2.1) del lagrangeano de la cromodinámica pone en evidencia su invariancia frente a las transformaciones globales de sabor. Estas están representadas por operadores unitarios actuando sobre los campos de quarks, de la siguiente forma:

$$\psi_R \longrightarrow U_R \psi_R \quad , \quad \psi_L \longrightarrow U_L \psi_L \quad . \quad (3.2.3)$$

(Si los campos de quarks tienen N_c componentes, con N_s el número de sabores, los operadores U_R y U_L están representados por matrices unitarias $N_s \times N_s$.) Luego, el grupo de transformaciones es el grupo $U(N_s) \times U(N_s)$ que contiene tres subgrupos importantes. El primero es el grupo $U(1)$ asociado a la multiplicación de ψ_R y ψ_L por la misma fase, $\psi \longrightarrow e^{i\theta} \psi$; a esta simetría se asocia, por la construcción de Noether habitual, una corriente conservada: la corriente bariónica $(\bar{\psi} \gamma^\mu \psi)$. Existe un segundo grupo $U(1)$ asociado a la multiplicación de ψ_R y ψ_L por fases opuestas, $\psi \longrightarrow e^{i\theta\gamma_5} \psi$; la corriente de Noether asociada a esta simetría, por razones de origen cuántico (anomalías), no es una corriente conservada. Por último el grupo que está en el centro de nuestra discusión es el grupo $SU(N_s) \times SU(N_s)$ de las transformaciones quirales; están realizadas por matrices

unitarias de determinante unidad actuando sobre los campos de quarks como en (3.2.3). Las corrientes de Noether asociadas a las transformaciones quirales son corrientes conservadas

$$\partial_{\mu} \left[\bar{\psi} \gamma^{\mu} \frac{1 \pm \gamma_5}{2} T_a \psi \right] = 0 \quad , \quad (3.2.4)$$

donde T_a es uno de los generadores de las transformaciones unitarias (una matriz de Pauli si $N_c = 2$). Podemos descomponer las corrientes derecha e izquierda que aparecen en (3.2.4) en una corriente vectorial V_{μ}^a y una axial A_{μ}^a :

$$V_{\mu}^a = \bar{\psi} \gamma_{\mu} \frac{T_a}{2} \psi \quad , \quad A_{\mu}^a = \bar{\psi} \gamma_{\mu} \gamma_5 \frac{T_a}{2} \psi \quad . \quad (3.2.5)$$

Una propiedad importante de la cromodinámica cuántica, sugerida tanto por los hechos experimentales como por las simulaciones numéricas, es la siguiente: el estado fundamental, es decir el vacío $|0\rangle$, es invariante frente a las transformaciones vectoriales pero no lo es frente a las axiales. En otras palabras, los generadores de las simetrías quirales en el espacio de estados

$$Q_V^a = \int d^3x V_0^a(x) = \int d^3x \psi^{\dagger}(x) \frac{T_a}{2} \psi(x) \quad , \quad (3.2.8a)$$

$$Q_A^a = \int d^3x A_0^a(x) = \int d^3x \psi^{\dagger}(x) \gamma_5 \frac{T_a}{2} \psi(x) \quad (3.2.8b)$$

actúan sobre el vacío

$$e^{i\omega_a Q_V^a} |0\rangle = |0\rangle \quad , \quad e^{i\omega_a Q_A^a} |0\rangle \neq |0\rangle \quad , \quad (3.2.7)$$

donde los ω_a son parámetros reales. En el caso particular $N_c = 2$ Q_V está asociado a las rotaciones de isospín y la primera de las ecuaciones (3.2.7) indica que el vacío tiene isospín nulo. La segunda ecuación traduce la ruptura espontánea de la simetría quiral, e implica la existencia de $N_c^2 - 1$ estados de masa nula (tantos como generadores Q_V^a) llamados bosones de Goldstone. Estos son modos de excitación particulares de los campos que figuran en el lagrangeano de partida, es decir quarks y gluones.

Cuando uno se interesa sólo por fenómenos de muy baja energía, es razonable considerar que los únicos grados de libertad importantes son los asociados con las partículas más livianas de la teoría, en nuestro caso los bosones de Goldstone. Ignorando por ahora los otros modos de excitación del vacío, es decir los otros mesones, así como los acoplamientos con los otros grados de libertad como los quarks, uno puede representar la teoría fundamental descrita por \mathcal{L}_{QCD} , por un lagrangeano efectivo que gobierne únicamente la dinámica de los bosones de Goldstone. Al orden más bajo en la derivada de los campos, este lagrangeano es el del modelo sigma no lineal que describe los $N_c^2 - 1$ bosones mediante una matriz unitaria $U(N_c \times N_c)$, a través del lagrangeano

$$\mathcal{L}_0 = \frac{F^2}{16} \text{Tr} \left[(\partial_\mu U) (\partial^\mu U^\dagger) \right] \quad , \quad (3.2.8)$$

con

$$U U^\dagger = 1 \quad , \quad (3.2.9)$$

donde F_π es una constante. La parametrización de U no es única. En lo que sigue, excepto que se diga otra cosa, vamos a trabajar en un mundo de dos sabores donde sólo están presentes los sabores livianos u y d . En $SU(2)$, una forma cómoda para la parametrización de U es la siguiente

$$U(\vec{r}) = \exp \left[i \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}(\vec{r})}{2 F_\pi} \right] \quad , \quad (3.2.10)$$

donde $\vec{\tau}$ son las matrices de Pauli, $\vec{\pi}(\vec{r})$ son los campos de los tres piones y F_π está ligada a la constante de desintegración del pión. Desarrollando $U(\vec{r})$ para amplitudes débiles de los campos $\vec{\pi}(\vec{r})$ ($\pi(\vec{r}) \ll F_\pi$), se obtiene

$$U(\vec{r}) \simeq 1 + i \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{\pi}}{2 F_\pi} - \frac{\vec{\pi}^2}{8 F_\pi^2} + \dots \quad (3.2.11)$$

y

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi}) \cdot (\partial^\mu \vec{\pi}) + \frac{1}{24 F_\pi^2} \left[(\vec{\pi} \cdot \partial_\mu \vec{\pi})(\vec{\pi} \cdot \partial^\mu \vec{\pi}) - \vec{\pi}^2 (\partial_\mu \vec{\pi}) \cdot (\partial^\mu \vec{\pi}) \right] \quad . \quad (3.2.12)$$

\mathcal{L}_0 es un lagrangeano efectivo que da cuenta de fenómenos cuya descripción "microscópica" se basa en la cromodinámica cuántica. En primer lugar, preserva todas las simetrías de

\mathcal{L}_{QCD} : \mathcal{L}_0 es invariante frente a las simetrías quirales y su estado fundamental (la matriz unidad) es un estado de simetría rota (en efecto, \mathcal{L}_0 es invariante frente a la simetría axial $U \rightarrow AUA$ con $A \in \text{SU}(2)$, pero el vacío $U = 1$ no lo es). Sin embargo, es necesario acotar que \mathcal{L}_0 hace aparecer además una simetría espúrea; ésta debe ser eliminada con el agregado de un término de Wess-Zumino⁽¹⁵⁾ como mostró Witten⁽¹⁶⁾, cosa que veremos más adelante.

\mathcal{L}_0 permite describir la fenomenología de piones a baja energía⁽¹²⁾: la mayoría de los resultados del álgebra de corrientes así como los teoremas de bajas energías se deducen de un lagrangeano efectivo cuya parte esencial es \mathcal{L}_0 . Finalmente, puntualicemos que el pasaje de \mathcal{L}_{QCD} a \mathcal{L}_0 pone en juego un cambio de variables dinámicas: para \mathcal{L}_0 estas variables son los campos de piones; para \mathcal{L}_{QCD} son los campos de quarks y gluones.

Antes de terminar esta sección observemos que la expresión (3.2.8) del lagrangeano del modelo sigma no lineal, puede escribirse de una forma más cercana al lenguaje del álgebra de corrientes. Para ello, introduzcamos la corriente izquierda

$$L_{\mu} = (\partial_{\mu} U) U^{\dagger} \quad (3.2.13)$$

que se obtiene por aplicación de la construcción de Noether a la simetría izquierda $U \rightarrow AU$, en la expresión (3.2.8). Haciendo uso de (3.2.9), \mathcal{L}_0 se escribe

$$\mathcal{L}_0 = - \frac{F^2}{16} \text{Tr} (L_\mu L^\mu) . \quad (3.2.14)$$

3.2.2. EL SECTOR BARIONICO

Como hemos dicho más arriba, una de las complicaciones mayores de la cromodinámica cuántica es la ausencia de un parámetro natural pequeño, que permita efectuar un desarrollo alrededor de una situación fácilmente calculable. Sin embargo, es posible hacer aparecer un tal parámetro en una familia de teorías que contenga a la cromodinámica y en la cual el número de colores, N_c , pueda tomar un valor arbitrario. Se encuentra que la teoría obtenida en el límite $N_c \rightarrow \infty$ es mucho más simple (aunque todavía complicada) que la teoría correspondiente a $N_c = 3$ y da el orden cero de un desarrollo en $1/N_c$.

t' Hooft (en 1974) y Witten (en 1979) ⁽¹³⁾ estudiaron las características de este mundo con un número grande de colores. Las principales conclusiones son:

- i) los bariones son pesados, sus masas son de orden N_c ;
los mesones son livianos con masas de orden 1;
- ii) los mesones están fuertemente acoplados con los bariones, con una constante de orden $\sqrt{N_c}$;
- iii) la probabilidad de crear mesones en el vacío es grande, de orden N_c ;
- iv) los mesones interactúan débilmente, la amplitud de

difusión mesón-mesón es de orden $1/N_c$.

Así, en el límite $N_c \rightarrow \infty$, la cromodinámica se convierte en una teoría de mesones debilmente acoplados. Es posible acomodar bariones en una tal teoría. En efecto, el hecho de que sus masas crezcan como el inverso de la constante de acoplamiento sugiere que se los interprete como solitones del campo mesónico⁽¹⁷⁾.

Skyrme, sin conocer esta justificación, propuso un lagrangeano de piones en autointeracción, con las mismas simetrías que \mathcal{L}_0 (es decir, lo que hoy llamamos simetría quiral) y que presente soluciones solitónicas. En otras palabras, los bariones estarán representados por configuraciones de campo de pión localizadas en el espacio, independientes del tiempo y obviamente de energía finita, que llamaremos skyrmiones.

Para conseguir estas propiedades, alcanza con agregarle al lagrangeano \mathcal{L}_0 (que describe bien la física piónica) un término de orden superior. La necesidad del mismo, como veremos enseguida, es la de estabilizar las soluciones solitónicas. Skyrme eligió el lagrangeano

$$\mathcal{L}_0 = - \frac{F^2}{16} \text{Tr} (L_\mu L^\mu) + \frac{1}{32 a^2} \text{Tr} ([L_\mu, L_\nu])^2, \quad (3.2.15)$$

donde a es un parámetro del modelo.

Como hemos señalado más arriba, buscamos soluciones independientes del tiempo: por lo tanto vamos a concentrarnos en soluciones estáticas, que llamaremos U_0 .

Miremos rápidamente la estabilidad de las soluciones solitónicas del lagrangeano (3.2.15). No lo haremos en forma general, sino que nos contentaremos con examinar la estabilidad del sistema para un tipo particular de perturbación de la solución⁽¹⁸⁾. Esto nos justificará la presencia del término de orden cuatro en las derivadas. Consideremos la energía del sistema

$$E = \int d^3x \left\{ \frac{F^2}{16} \text{Tr} (\nabla U \nabla U^\dagger) - \frac{1}{32 a^2} \text{Tr} ([\nabla_i U, \nabla_j U^\dagger])^2 \right\} \quad (3.2.16)$$

y hagamos la transformación de escala de coordenadas $\vec{r} \longrightarrow \lambda \vec{r}$. Si U_0 es la solución de energía mínima, se encuentra fácilmente que si la dimensión del espacio es D en vez de 3, la energía en la configuración $U(\vec{r}) = U_0(\lambda \vec{r})$ es

$$E(U) = \frac{F^2}{\pi} E_2 \lambda^{D-2} + \frac{1}{a^2} E_4 \lambda^{D-4}, \quad (3.2.17)$$

donde E_2 y E_4 son integrales sin dimensiones, positivas, que no dependen más que de U_0 . $E(U)$ debe tener un mínimo para $\lambda = 1$; por lo tanto

$$(D - 2) \frac{F^2}{\pi} E_2 + (D - 4) \frac{1}{a^2} E_4 = 0, \quad (3.2.18)$$

lo que sólo es posible si $(D - 2)(D - 4) < 0$, es decir si y sólo si $D = 3$. Por otro lado, es fácil ver que

$$\frac{d^2 E}{d\lambda^2} = (D - 2) \frac{F^2}{\pi} E_2 > 0$$

para $D = 3$.

Este argumento muestra que el término cuártico es esencial para garantizar la estabilidad en $D = 3$; en efecto si $E_4 = 0$, la ecuación (3.2.18) no presenta ninguna solución. Sin embargo la elección del término de cuarto orden no es única. Pak y Tzé⁽¹⁹⁾ probaron que hay tres invariantes quirales de orden cuarto en las derivadas

$$\text{Tr} [L_\mu, L_\nu]^2, \quad \text{Tr} (L_\mu L^\mu)^2, \quad \text{Tr} (\partial^\mu L_\mu)^2.$$

Sin embargo sólo el primero es cuadrático en las derivadas temporales, por lo que es el único que garantiza causalidad.

Pasemos ahora a analizar las soluciones solitónicas.

Señalemos en primer lugar que, en general, asociado a un solitón existe un número topológico, es decir una cantidad conservada pero no a raíz de una simetría del lagrangeano. (Acotemos que existen también solitones no topológicos⁽¹⁷⁾) Aquí, Skyrme observó que es posible construir la corriente

$$B^\mu = \frac{1}{24 \pi^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{Tr} (L_\nu L_\alpha L_\beta) \quad (3.2.19)$$

que llamaremos por ahora *corriente topológica conservada* ya que, como

$$\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu L_\nu = \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu \partial_\nu \ln U = 0, \quad ,$$

entonces

$$\partial_{\mu} B^{\mu} = 0 \quad . \quad (3.2.20)$$

La ecuación (3.2.20) muestra la existencia de un número conservado,

$$W_0 = \int d^3x B_0(\vec{r}) \quad . \quad (3.2.21)$$

W_0 es conocido como el *winding number* lo que puede traducirse como "número de enrollamientos". Para entender el significado geométrico de este número veamos sus características

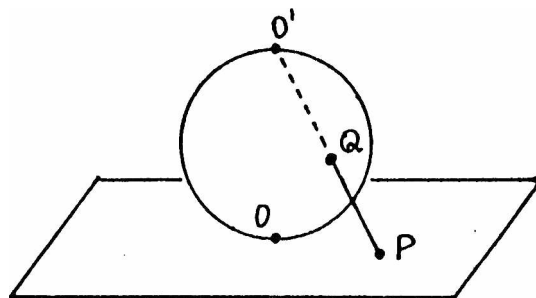


Fig. 3-1. Una proyección estereográfica mediante la que se realiza una compactificación de \mathbb{R}^2 sobre S^2 : a cada P le corresponde un Q; a todos los puntos del infinito, el polo norte; el polo sur es un punto fijo.

topológicas. Para ello, observemos que para que la energía (ecuación (3.2.16)) sea finita, $U(\vec{r})$ debe ir a una constante para $|\vec{r}| \rightarrow \infty$. Usando (3.2.9) vemos que esto significa que

$$U(\vec{r}) \rightarrow \pm 1 \quad , \quad \text{para } |\vec{r}| \rightarrow \infty \quad . \quad (3.2.22)$$

Por lo tanto todos los puntos del infinito del espacio físico \mathbb{R}^3 se identifican con un único punto y pueden mapearse en el elemento unidad; \mathbb{R}^3 es compactificado sobre la esfera S^3 . Un posible mapeo es la típica proyección estereográfica que se muestra en la Fig. 3-1.

Por otro lado, $SU(2)$ es topológicamente equivalente a S^3 . Por lo tanto la topología asociada a la solución solitónica corresponde al mapeado del espacio real \mathbb{R}^3 , sobre el espacio de parámetros del grupo de simetría interna $SU(2)$. Puesto en términos matemáticos, se dice que $U(x,y,z,t)$ para t fijo, satisfaciendo (3.2.22), representa un elemento del tercer grupo de homotopía $\pi_3(SU(2)) \approx \pi_3(S^3)$. En general, el n -ésimo grupo de homotopía de S^n es

$$\pi_n(S^n) = \mathbb{Z} \quad , \quad (3.2.23)$$

donde \mathbb{Z} es el grupo aditivo de los enteros. Así⁽²⁰⁾, el mapeado en cuestión está caracterizado por un entero, que representa el número de veces que U recorre el espacio de parámetros de $SU(2)$, cuando \vec{r} recorre todo el espacio \mathbb{R}^3 . Para visualizar mejor esta noción en un caso más simple, consideremos el problema en una dimensión, es decir la compactificación de la recta \mathbb{R}^1 (con sus extremos identificados) sobre el círculo S^1 . Ambos tienen la misma topología. La compactificación puede hacerse a través de la transformación x ($-\infty < x < +\infty$) \longrightarrow θ ($0 < \theta \leq 2\pi$) que puede verse en la Fig. 3-2.

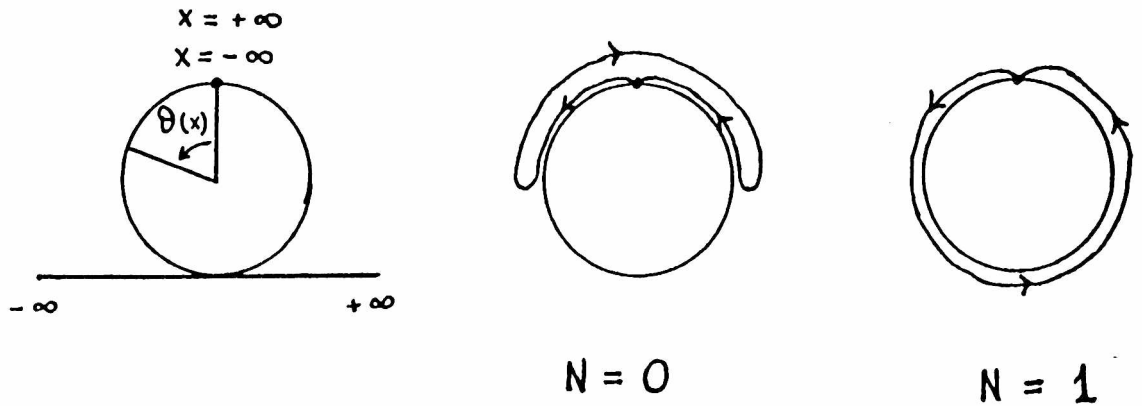


Fig. 3-2. Ilustración mostrando el significado del número topológico en el mapeado de \mathbb{R}^1 sobre S^1 : $\pi^1(S^1) \approx \mathbb{Z}$

Vemos que las aplicaciones en cuestión pueden clasificarse de acuerdo al número de veces que enrollamos la recta sobre el círculo. Este viene dado por la expresión

$$N = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{d\theta}{dx} = \int_{\theta(-\infty)}^{\theta(+\infty)} \frac{d\theta}{2\pi} . \quad (3.2.24)$$

Como $\theta(+\infty) = \theta(-\infty) + n\pi$, N es un número entero. En la Fig. 3-2 pueden verse dos ejemplos.

La generalización de (3.2.24) al caso de \mathbb{R}^3 sobre S^3 es la siguiente

$$N = \frac{1}{24 \pi^2} \int d^3r \epsilon^{\sigma\nu\alpha\beta} \text{Tr} (L_\nu L_\alpha L_\beta) , \quad (3.2.25)$$

que tiene la misma estructura que (3.3.22): el factor $24 \pi^2$ es el volumen de la esfera unidad en un espacio de cuatro

dimensiones; en cuanto al integrando, no es más que el jacobiano de la transformación: $\vec{r} \longrightarrow$ "coordenadas sobre la esfera S^3 ".

Podemos observar entonces la interpretación geométrica del número topológico, comparando (3.2.19) y (3.2.17) con (3.2.23): la conservación de la corriente topológica (3.2.18) implica la invariancia del "número de enrollamientos" de \mathbb{R}^3 sobre el espacio interno de $SU(3)$, frente a la evolución temporal. Es por lo tanto una característica propia de cada solución solitónica.

La tarea que resta es la de encontrar el significado físico de este número topológico. Skyrme, en una aventurada conjetura, afirmó que se trataba del número bariónico. Pero hoy en día, podemos arribar a esta conclusión con muchos más elementos.

Varios autores probaron que el solitón es un fermión⁽²¹⁾, pero fue Witten quien mostró efectivamente⁽¹⁶⁾ que $W_0 \equiv N$ es el número bariónico N_B . Veamos los aspectos más importantes de la propuesta de Witten, en el marco del mundo de tres sabores (u, d, s), es decir trabajando con el grupo quirral $SU(3) \times SU(3)$.

Como hemos señalado antes, el lagrangeano de Skyrme (3.2.15) tiene una simetría inexistente en QCD, la que impide el decaimiento $K^+ K^- \longrightarrow \pi^+ \pi^0 \pi^-$ que sin embargo se observa en la naturaleza. Para corregir esto, hay que agregar un término que mantenga las buenas simetrías pero que rompa explícitamente la indeseable. (De hecho un tal término había sido propuesto por Wess y Zumino⁽¹⁵⁾ una década atrás). Witten encontró que se trata de un complicado término no local (Γ). La

acción correcta es entonces

$$S = \int d^4x \mathcal{L} = \int d^4x \mathcal{L}_{SK} + m \Gamma, \quad (3.2.26)$$

donde, al cuantificar se prueba que m es entero. Witten mostró que

$$m = N_c, \quad (3.2.27)$$

donde N_c , como vimos, es el número de colores. Esto se observa luego de incluir el electromagnetismo en el modelo y de comparar la descripción de $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ en este lagrangeano, con la que se obtiene en diagramas triangulares en QCD.

Para mostrar entonces que $W_0 = N_c$, alcanza con calcular la corriente bariónica $J_\mu^\alpha = \bar{\psi} \lambda^\alpha \gamma_\mu \psi$, donde λ^α son las matrices de Gell-Mann 3×3 . La corriente de Noether $U(1)$ asociada con (3.2.26) es, haciendo uso de (3.2.27)

$$J_\mu^\alpha = \frac{N_c}{24 \pi^2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \text{Tr} [\lambda^\alpha L^\nu L^\alpha L^\beta] \quad (3.2.28)$$

Finalmente, como puede pensarse que cada quark lleva un número bariónico $1/N_c$, para que el barión compuesto de N_c quarks tenga número bariónico uno, podemos escribir $\lambda^\alpha \rightarrow 1/N_c$ con lo que J_μ^α se hace idéntica a la corriente topológica B^μ (3.2.19).

Pasemos entonces ahora, a la resolución efectiva de la ecuación estática del skyrmión, en $SU(2)$. Para ello, debemos

encontrar los mínimos de (3.2.16), verificando la condición de contorno (3.2.22). Skyrme probó una solución particular de este problema, que si bien no es única, presenta, como veremos, un gran interés físico. La forma de dicha solución, conocida como *hedgehog* ("puercoespín") o como el *ansatz de Skyrme*, es

$$\begin{aligned}
 U_0(\vec{r}) &= \exp \left\{ \frac{\vec{r} \cdot \hat{r}}{2F} \pi(r) \right\} \\
 &= \cos F(r) + i \vec{r} \cdot \hat{r} \sin F(r) \quad , \quad (3.2.29)
 \end{aligned}$$

donde $F(r) \equiv \pi(r)/F_\pi$ es el único campo del problema.

Llevando (3.2.29) a (3.2.16) obtenemos

$$\begin{aligned}
 E &= 4\pi \int_0^\infty r^2 \left\{ \frac{1}{8} F_\pi^2 \left[\left(\frac{dF}{dr} \right)^2 + 2 \frac{\text{sen}^2 F}{r^2} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2a^2} \frac{\text{sen}^2 F}{r^2} \left[\frac{\text{sen}^2 F}{r^2} + 2 \left(\frac{dF}{dr} \right)^2 \right] \right\} \quad . \quad (3.2.30)
 \end{aligned}$$

Para que E no tenga divergencias para $r \rightarrow 0$, debemos imponer $\text{sen}^2 F = 0$ para $r = 0$, por lo que

$$F(0) = n \pi \quad (3.2.31)$$

con n entero. Por otro lado, al imponer el vínculo (3.2.22), (3.2.29) muestra que

$$F(r) \rightarrow 0 \quad , \quad \text{si } r \rightarrow \infty \quad . \quad (3.2.32)$$

La minimización de (3.2.30) con las condiciones de contorno (3.2.31) y (3.2.32) da lugar a una ecuación diferencial no lineal

$$\left(\frac{1}{4} \tilde{r}^2 + 2 \operatorname{sen}^2 F\right) \cdot F'' + \frac{1}{2} \tilde{r} F' + \operatorname{sen} 2FF' - \frac{1}{4} \operatorname{sen} 2F - \frac{1}{\tilde{r}^2} (\operatorname{sen}^2 F \cdot \operatorname{sen} 2F) = 0 \quad (3.2.33)$$

en términos de la variable adimensional $\tilde{r} = aF_{\pi} r$. El comportamiento de la solución numérica $F(\tilde{r})$ puede verse en la Fig. 3-3.

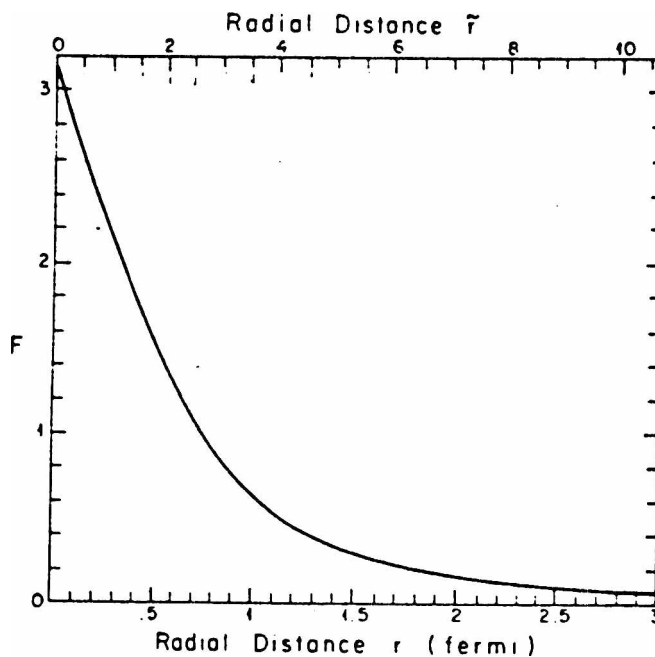


Fig. 3-3. Forma típica de la solución de la parte radial del skyrmion.

Para terminar esta sección veamos el significado físico del

entero n . Para ello, alcanza con calcular B_0 ($= W_0$) dado por la ecuación (3.2.21)) con el ansatz de Skyrme. El resultado es

$$B_0 = \frac{1}{2\pi^2} \int d^3r \frac{\sin^2 F}{r} \frac{dF}{dr} = \left[\frac{1}{\pi} F(r) - \frac{\sin 2F}{2} \right] \Big|_0^\infty = n. \quad (3.2.34)$$

La ecuación (3.2.34) muestra un primer aspecto del interés físico del ansatz de Skyrme: el valor en el origen de $F(r)$ es el número bariónico. Por lo tanto, al fijar las condiciones de contorno, determinamos qué tipo de hadrón queremos describir. Claro que por ahora no podemos diferenciar un nucleón de una delta; sólo describimos bariones.

3.2.3. CUANTIFICACION Y FENOMENOLOGIA DEL SKYRMION

Con la idea de identificar los distintos bariones compuestos por los dos sabores más livianos, sigamos analizando las simetrías. Como señalamos más arriba, el hedgehog (3.2.29) presenta un gran interés físico. En efecto la expresión (3.2.29) no es invariante ni por las rotaciones de isospín, ni por las espaciales. En cambio, es invariante por las rotaciones simultáneas de los ejes de coordenadas y de los de isospín, dado que esta transformación no cambia el producto escalar $\vec{\tau} \cdot \vec{\tau}^{(2)}$. Una tal ruptura de simetría (el lagrangeano de Skyrme (3.2.15) es invariante tanto por rotaciones de espín como de isospín) produce una degeneración de la solución clásica. Así,

$$E [U_0] = E [A U_0 A^\dagger] \quad , \quad A \in SU(2) \quad , \quad (3.2.35)$$

donde U_0 es la solución estática y A es una matriz que realiza una rotación de ejes de isospín:

$$A U_0 A^\dagger = \cos F(r) + i \operatorname{sen} F(r) \hat{r} \cdot A \vec{\tau} A^\dagger \quad . \quad (3.2.36)$$

Para encontrar los números cuánticos perdidos en la aproximación clásica (spín e isospín), se considera A como una coordenada colectiva dependiente del tiempo y se procede a la cuantificación de esta variable. El lagrangeano asociado a $A(t)$ se obtiene reemplazando $U_0(\vec{r})$ por

$$U(\vec{r}, t) = A(t) U_0(\vec{r}) A^\dagger(t) \quad (3.2.37)$$

en el lagrangeano de Skyrme (3.2.15). Es útil definir $\vec{\omega}$ tal que

$$i A^\dagger \partial_t A \equiv \vec{\omega} \cdot \frac{\vec{\tau}}{2} \quad , \quad (3.2.38)$$

(se verifica sin dificultad que la matriz $iA^\dagger \partial_t A$ es hermítica y de traza nula) lo que permite una interpretación física de A . Las cantidades ω^a juegan el papel de velocidades angulares en el espacio de los parámetros del grupo de isospín. Para convencerse, alcanza con elegir la parametrización de A en término de los ángulos de Euler α , β y γ

$$A = e^{-i\frac{\alpha}{2} \tau_1} e^{-i\frac{\beta}{2} \tau_2} e^{-i\frac{\gamma}{2} \tau_3} \quad . \quad (3.2.39)$$

Un cálculo simple da

$$\begin{aligned} (\omega_x, \omega_y, \omega_z) = & (-\cos\gamma \operatorname{sen}\beta \dot{\alpha} + \operatorname{sen}\gamma \dot{\beta}, \\ & \operatorname{sen}\gamma \operatorname{sen}\beta \dot{\alpha} + \cos\beta \dot{\beta}, \cos\beta \dot{\alpha} + \dot{\gamma}) \end{aligned} \quad (3.2.40)$$

El vector $\vec{\omega}$ puede ser interpretado entonces como el vector de "rotación instantánea" que describe la rotación de un sistema de ejes, respecto de un referencial fijo, mediante los ángulos de Euler α , β y γ .

El lagrangeano obtenido usando (3.2.38) tiene la forma

$$L = L_0 + \frac{1}{2} \mathfrak{I} \vec{\omega}^2, \quad (3.2.41)$$

donde L_0 es el lagrangeano estático e \mathfrak{I} es una funcional de $F(r)$ cuya expresión explícita no tiene interés aquí⁽¹⁰⁾. Este lagrangeano puede verse como el de un trompo simétrico de momento de inercia \mathfrak{I} . El espectro de los estados es un espectro de rotación

$$E_I = E_0 + \frac{I(I+1)}{2\mathfrak{I}}, \quad (3.2.42)$$

donde E_0 es la energía del skyrmión estático (3.2.16) e I denota el isospín, igual al spín, de los estados. La igualdad del spín y del isospín para todos los estados refleja la invariancia del skyrmión frente a las rotaciones combinadas de espacio físico y de espacio interno.

Mediante (3.2.42) es posible obtener la masa del nucleón ($I = 1/2$) y de la delta ($I = 3/2$)

$$M_N = E_0 + \frac{1}{2} \mathfrak{Z} \frac{3}{4} \quad , \quad M_\Delta = E_0 + \frac{1}{2} \mathfrak{Z} \frac{15}{4} \quad . \quad (3.2.43)$$

E_0 e \mathfrak{Z} pueden calcularse a partir de la solución numérica de la ecuación (3.2.33), obteniéndose⁽¹⁰⁾

$$E_0 = 36.5 F_\pi / a \quad , \quad \mathfrak{Z} = 106.6 / (a^3 F_\pi) \quad . \quad (3.2.44)$$

Adkins, Nappi y Witten ajustaron a y F_π para obtener las masas experimentales M_N y M_Δ . Se encuentra que $a = 5.45$ y $F_\pi = 129$ Mev, lo que es 30 % menor que el valor experimental de 186 Mev.

Veremos en lo que sigue que ciertos errores predictivos del modelo son inherentes al mismo. Para avanzar en el cálculo de otras propiedades bariónicas es necesario hallar primero las autofunciones de los distintos bariones. Esto no lo haremos aquí⁽²³⁾. Diremos apenas que para hacerlo, es necesario proceder a la cuantificación de la coordenada colectiva A , escribir los operadores intervinientes (hamiltoniano, spin e isospin) en términos de A

$$H = E_0 + \frac{1}{2} \mathfrak{Z} \text{Tr} (\dot{A} \dot{A}^+) \quad , \quad (3.2.45)$$

$$S^i = \frac{2\pi i F_\pi a^3 \Lambda}{3} \text{Tr} (A^+ \dot{A} \tau^i) \quad , \quad (3.2.46)$$

$$I^i = \frac{2\pi i F_\pi a^3 \Lambda}{3} \text{Tr} (A A^+ \tau^i) \quad , \quad (3.2.47)$$

con $A = 50.9$ y resolver la ecuación de autovalores $H [A] |\psi\rangle = E |\psi\rangle$, clasificando los estados por los autovalores de espín y de isospín. Es así posible encontrar las autofunciones para los nucleones $|p^\uparrow\rangle$, $|p^\downarrow\rangle$, $|n^\uparrow\rangle$ y $|n^\downarrow\rangle$ donde la flecha indica el estado de espín.

Para terminar esta sección, presentemos algunas predicciones del modelo.

En primer lugar, el radio isoescalar (o radio bariónico) que utilizaremos en el capítulo 7, no es más que el valor medio de r^2 "pesado" por la densidad bariónica; ésta viene dada por el operador B_0 que es independiente de A

$$B_0 = - \frac{1}{2\pi^2} \frac{\text{sen}^2 F}{r^2} F',$$

por lo que el radio medio isoescalar es

$$\langle r^2 \rangle_{\text{iso}} = \int d^3r r^2 B_0 = \frac{4.47}{a^2 F^2 \pi} \quad (3.2.48)$$

ya sea para un nucleón o para una delta.

Calculando los elementos de matriz de otros operadores, es posible encontrar las predicciones que se muestran en la Tabla 3-1.

Vemos que, excepto para la constante de acoplamiento axial $g_A^{(24)}$, las demás predicciones difieren menos de 30 % respecto del valor experimental correspondiente.

magnitud	prediccion	experimento
M_N	input	939 Mev
M_Δ	input	1232 Mev
F_π	129 Mev	186 Mev
$\langle r \rangle_{I=0}^{2, 1/2}$	0.59 Fm	0.72 Fm
μ_p	1.87	2.79
μ_n	-1.31	-1.91
g_A	0.61	1.28

Tabla 3-1. Resultados numericos del modelo de Skyrme.

3.2.4. EL SKYRMION Y LOS MESONES VECTORIALES

Las diferencias apreciables entre modelo y experiencia que acotamos al final de la sección precedente, parecen estar indicando que en el primero estamos dejando de lado alguna corrección importante. Dos factores llevan a pensar que los mesones vectoriales deben ser introducidos para intentar mejorarlo. En primer término, como hemos visto más arriba, en el esquema sugerido por el desarrollo en el número de colores, los bariones son solitones de un lagrangeano mesónico; es esperable entonces que una mejor descripción del sector mesónico provoque una mejoría en el sector bariónico. Por otro lado, los mesones vectoriales juegan un papel importante en la interacción nucleón-nucleón (este aspecto será discutido con más detalle en el Capítulo siguiente).

La incorporación, en el modelo descrito, de los mesones

vectoriales, plantea un problema formal: los piones surgen en el modelo como bosones de Goldstone, pero, ¿qué justificaría la introducción de los mesones vectoriales?

Uno de los primeros intentos de agregar al mesón isoescalar ω fue de Adkins y Nappi⁽²⁵⁾. Ellos no se preocuparon por la justificación teórica sino simplemente por la estabilización del solitón. Propusieron el lagrangeano efectivo

$$\mathcal{L} = \frac{F^2}{16} \text{Tr} [(\partial_\mu U)(\partial^\mu U^\dagger)] - \frac{1}{4} \omega^{\mu\nu} \omega_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\mu \omega_\mu + g_\omega \omega^\mu B_\mu \quad (3.2.49)$$

donde $\omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$. El último término de (3.2.49) es el acoplamiento del mesón ω con la corriente bariónica B^μ (3.2.19) del skyrmión. En el límite de amplitudes débiles (3.2.11), este acoplamiento es

$$\omega^\mu B_\mu \approx \frac{i}{4\pi^2 F_\pi^3} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \omega_{\mu\nu} \pi^0 (\partial_\alpha \pi^+) (\partial_\beta \pi^-) \quad (3.2.50)$$

describiendo la desintegración de ω en tres π . La existencia de este vértice permite fijar la constante de acoplamiento g_ω . El resultado es⁽²⁵⁾ $g_\omega = 25.4$ a comparar con la experimental que vale $g_\omega \approx 12$. Sin embargo, en el mundo real, la desintegración $\omega \rightarrow 3\pi$ está dominada por la resonancia $\omega \rightarrow \rho + \pi$ que no aparece en nuestro acoplamiento. Por lo tanto no es de extrañar que el valor de g_ω que necesita este modelo para describir el decaimiento, sea mayor que el experimental.

Por otro lado, eliminando ω a través de la ecuación de movimiento, es fácil ver que el término $\omega^\mu B_\mu$ tiene un

comportamiento en $1/R$, donde R es el tamaño del solitón, lo que también puede verse por consideraciones dimensionales. Este término estabiliza entonces al solitón, sin necesidad de agregar el término cuártico de autointeracción de piones.

A partir de este intento puramente fenomenológico, ha habido otros. Las justificaciones teóricas para la introducción de ω , ρ y A_1 , pueden ser separadas en dos vertientes.

La primera de ellas es a partir de la interpretación de los mesones vectoriales como campos de gauge de una simetría local escondida. Cualquier modelo sigma no lineal basado en la variedad G/H es equivalente-gauge⁽²⁶⁾ a otro modelo con simetría $G_{\text{global}} \times H_{\text{local}}$. Los campos de gauge de la así llamada simetría escondida local están generados por efectos cuánticos, desarrollándose polos en los campos de gauge. A partir de esta observación, Bando y colaboradores⁽²⁷⁾ propusieron al mesón ρ como un bosón de gauge dinámico de una simetría escondida local, en el lagrangeano del modelo sigma no lineal (ecuación (3.2.8)). La simetría global (quiral) $G = SU(2)_L \times SU(2)_R$, que está espontáneamente rota al subgrupo diagonal $H = SU(2)_V$, es la que interviene ya que, como hemos visto antes, el coset $G/H = SU(2)_L \times SU(2)_R / SU(2)_V$ es la simetría de (3.2.8). Se introduce así al mesón isovectorial ρ como bosón de gauge del grupo $H = SU(2)_V$.

Una forma alternativa, que permite introducir tanto al ω como al ρ y al A_1 , es la propuesta de varios autores⁽²⁸⁻³⁰⁾ de considerar a los mesones vectoriales simplemente como bosones de gauge de la simetría $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)_V$ definiendo

$$A_{R/L}^{\mu} = \frac{1}{2} g (\rho^{\mu} + \omega^{\mu} \pm a^{\mu}) . \quad (3.2.51)$$

(g es la constante de acoplamiento, la misma para los tres campos). La idea se basa un resultado de Weinberg⁽⁸⁰⁾ y luego Callan, Coleman, Wess y Zumino⁽⁸²⁾, quienes mostraron que descripciones quirales efectivas, del tipo del modelo sigma no lineal, con un campo de gauge externo de spin uno, saturan a orden dominante las identidades de Ward quirales anómalas de la QCD.

Con esta justificación teórica en mente, se realiza el siguiente procedimiento. En primer lugar, mediante la introducción de los campos A_{μ} definidos en (3.2.51), se transforman las derivadas del lagrangeano (3.2.8) en derivadas covariantes; luego se agrega la dinámica de los campos A_{μ} y en tercer lugar un término de masa para estos campos; por último se incluye el término de Wess-Zumino "gaugeado" (Si bien este último es nulo en SU(2), el "gaugeado" del mismo da una contribución no nula⁽²²⁾). Se puede ver⁽²⁸⁾ que una de las contribuciones del término de Wess-Zumino es justamente (3.2.50). Por otro lado, del "gaugeado" de (3.2.8) proviene el término

$$i \frac{F^2}{16} g \text{Tr} [\rho_i^{\mu} \tau^i (U \partial_{\mu} U^{\dagger} + U^{\dagger} \partial_{\mu} U)] \quad (3.2.52)$$

el cual, en el límite de bajas energías (3.2.11) se escribe

$$i g \rho_0^\mu (\pi^+ \partial_\mu \pi^- - \pi^- \partial_\mu \pi^+) + (\text{términos en } \rho^\pm) \quad (3.2.53)$$

Este término describe el decaimiento $\rho \longrightarrow \pi^+ \pi^-$. Para reproducir los datos experimentales se ajusta la constante de acoplamiento g al valor⁽²⁸⁾

$$g = 6.05 \quad (3.2.54)$$

magnitud	prediccion	experimento
M_N	input	939 Mev
M_Δ	input	1232 Mev
F_π	181 Mev	186 Mev
$\langle r^2 \rangle_{I=0}^{1/2}$	0.71 Fm	0.72 Fm
μ_p	2.70	2.79
μ_n	-1.91	-1.91
g_A	1.26	1.23

Tabla 3-2. Resultados numericos del modelo de la Ref. 33.

Acotemos aquí que se han hecho otros intentos⁽³⁰⁾ de introducir mesones vectoriales más pesados, ϵ por ejemplo. En una constante relación de ida y vuelta entre modelo y experiencia, se han ido modificando los primeros hasta llegar a un reciente trabajo⁽³³⁾ en el cual, usando una clasificación de los mesones vectoriales que induce una forma muy simple de acoplamiento con los piones, se obtienen los resultados numéricos que se muestran en la Tabla 3-2. Se observa un muy buen acuerdo con los datos experimentales.

Digamos por último que una nueva justificación formal para la presencia de mesones vectoriales en un modelo quirral, se verá en la sección que sigue.

Concluimos esta sección señalando que el modelo de Skyrme, ampliado con la inclusión de los mesones vectoriales, es un muy buen marco para describir las propiedades de los mesones, las de los bariones, así como algunos aspectos de la interacción entre ellos.

3.3. PASAJE DE UN LAGRANGEANO DE QUARKS AL DE SKYRME.

En la sección precedente vimos que el pasaje del lagrangeano de la QCD al de Skyrme ponía en juego un cambio de las variables dinámicas: se pasa de los quarks y gluones a los piones. Para ello es imprescindible integrar de alguna forma los grados de libertad fundamentales (quarks y gluones) para dar paso a los efectivos (piones). Indudablemente el marco más adecuado para realizar dicha integración es el de la *integral funcional*. La esperanza es que, a través de la integración de quarks y gluones, aparezcan los grados de libertad bosónicos. Esto está basado en el hecho que las reglas de suma de QCD indican que el sector de larga longitud de onda de la QCD está caracterizado por condensados escalares de quarks $\langle \bar{q}q \rangle$ y gluones $\langle GG \rangle$. La integral funcional que se debería considerar es

$$Z_{\text{QCD}} = \int \mathcal{D}A_\mu \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}q \mathcal{D}\bar{c} \mathcal{D}c \ e^{i(S_{\text{QCD}} + S_{\text{FP}} + S_{\text{GF}})} \ , \quad (3.3.1)$$

donde S_{QCD} es la acción asociada al lagrangeano \mathcal{L}_{QCD} (3.2.1), S_{FP} es la acción de Faddeev-Popov que incluye los campos de fantasmas c y \bar{c} y S_{GF} es el término de fijado de gauge. Sin embargo el programa de bosonización propuesto es sumamente complicado debido a la no linealidad en la acción del campo de gluones. Si bien ha habido intentos⁽²²⁾ de realizarlo, se puede decir que hasta hoy no existen resultados definitivos. Se hace imprescindible entonces, realizar alguna aproximación en la que los efectos gluónicos sean simulados, suponiendo que la integración en los gluones y los fantasmas da lugar a un potencial escalar. Esto ha sido propuesto por Simic⁽²⁴⁾ aunque un análisis más completo es el realizado en el artículo de la Ref. 22. Sin embargo, este tipo de aproximaciones dejan de lado los mecanismos reales del confinamiento y la libertad asintótica.

Es por todo esto que, a los fines que perseguimos (trasladar el diferente contenido de quarks de los hadrones, de un lagrangeano fundamental a uno efectivo) creemos que es más conveniente usar como punto de partida algún lagrangeano de quarks alternativo, donde los efectos de los gluones se manifiesten mediante autointeracciones de los quarks. Es posible obtener un tal lagrangeano a partir de \mathcal{L}_{QCD} : en el límite de constante fuerte, la integración en las variables de gauge, con una expansión en $1/d$ (d es la dimensión del espacio tiempo) da lugar⁽²⁵⁾, en los términos de orden dominante, a

una autointeracción de cuatro fermiones (vecinos próximos). Este lagrangeano es del tipo del de Nambu-Jona-Lasinio (NJL)⁽⁸⁶⁾, con el cual se encontraron respuesta a muchos de los interrogantes planteadas por la superconductividad a bajas temperaturas.

Un tal lagrangeano en autointeracción presenta varias ventajas. La integración en los quarks es relativamente sencilla dando lugar a los grados de libertad mesónicos. Más aún, como veremos brevemente en lo que sigue, el lagrangeano de NJL provee una única forma de construcción de lagrangeanos mesónicos efectivos, incluyendo los mesones isovectoriales e isoescalares, el término de Wess-Zumino y los términos de orden superior en las derivadas necesarios para dar lugar a la presencia de solitones en la teoría (es más; a partir de un lagrangeano del tipo de NJL es posible obtener⁽⁸⁷⁾ uno del tipo de Skyrme). Por último, como veremos en el Capítulo 5, hemos encontrado⁽⁸⁸⁾ que a partir de este lagrangeano es posible estudiar la diferencia de masa entre los mesones ω y ρ así como la mezcla de ambos.

En lo que sigue, contaremos brevemente cómo se realiza esta integración en los fermiones dando lugar a mesones (por lo que se la llama *bosonización*) siguiendo el completo análisis de Ebert y Reinhardt⁽⁸⁹⁾. Partimos del lagrangeano de NJL extendido

$$\mathcal{L} = \bar{q}(i\partial - \hat{m}_0)q + 2G_1 \sum_{j=0}^{n^2-1} \{(\bar{q} \frac{\lambda_j}{2} q)^2 + (\bar{q} i \gamma_5 \frac{\lambda_j}{2} q)^2\} -$$

$$- 2G_2 \sum_{j=0}^{n^2-1} \{ (\bar{q} \gamma_\mu \hat{z}^j q)^2 + (\bar{q} i \gamma_\mu \gamma_5 \hat{z}^j q)^2 \} \quad (3.3.2)$$

q es el espinor de quarks (está implícita una suma en el grupo de color, que supondremos es $U(N_c)$) y λ_i son los generadores del grupo de sabor $U(n)$ con $\lambda_0 = \sqrt{\frac{2}{n}} \mathbb{1}$. $\hat{m}_0 = \text{diag}(m_1^0, m_2^0, \dots, m_n^0)$ es la matriz de masas desnudas que rompe explícitamente la simetría quiral. Sin este término, el lagrangeano (3.3.2) tendría la simetría de \mathcal{L}_{QCD} (3.2.1) : $U(n)_R \times U(n)_L$, como vimos en la sección 3.2.1.

Podemos integrar los campos q y \bar{q} mediante la introducción de variables nuevas, que permiten eliminar primero los términos cuárticos en los campos de quarks. Para ello usamos la idea de Stratonovich

$$\exp [g \psi^2] = C \int \mathcal{D}\phi \exp [- \frac{1}{4g} \phi^2 + \psi \phi] \quad (3.3.3)$$

Si utilizamos (3.3.3) para $\psi = \bar{q} \frac{\lambda_i}{\hat{z}^i} q$, etc., hacemos aparecer un término cuadrático en los nuevos campos y una interacción lineal en éstos y bilineal en q, convirtiendo la integración en los quarks en una de tipo gaussiano. Así, es posible escribir la acción funcional como

$$Z = \int \mathcal{D}M \mathcal{D}M^\dagger \mathcal{D}V \mathcal{D}A \exp i \int d^4x [- \frac{1}{4G_1} \text{Tr} (M - \hat{m}_0)^\dagger (M - \hat{m}_0) - \frac{1}{4G_2} \text{Tr} (V_\mu^2 + A_\mu^2)] \cdot Z_f(M, V, A) \quad (3.3.4a)$$

$$Z_f(M, V, A) = \int \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}q \exp i \int d^4x \bar{q} i \not{D} q = (\det i \not{D})^N \quad (3.3.4b)$$

donde

$$i \not{D} = i (\not{\partial} + \not{V} + K \gamma_5) - (P_R M + P_L M^\dagger) \quad (3.3.4c)$$

es el operador de Dirac y $P_{R/L} = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma_5)$ los proyectores. En (3.3.4) V_μ y A_μ son campos vectoriales y axiales

$$V_\mu = -i \sum_{j=0}^{n^2-1} A_\mu^j \frac{\lambda_j}{2} \quad , \quad A_\mu = -i \sum_{j=0}^{n^2-1} A_\mu^j \frac{\lambda_j}{2} \quad (3.3.5)$$

que provienen de $(\bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda_j}{2} q)$ y de $(\bar{q} \gamma_5 \gamma_\mu \frac{\lambda_j}{2} q)$. Los campos escalares (S) y pseudoescalares (P) que surgen de $(\bar{q} \frac{\lambda_j}{2} q)$ y $(\bar{q} i \gamma_5 \frac{\lambda_j}{2} q)$

$$S = \sum_{j=0}^{n^2-1} S^j \frac{\lambda_j}{2} \quad , \quad P = \sum_{j=0}^{n^2-1} P^j \frac{\lambda_j}{2} \quad (3.3.6)$$

están redefinidos como

$$M = S + i P \quad (3.3.7)$$

Por último, las masas desnudas \hat{m}_0 fueron absorbidas mediante la redefinición $M \longrightarrow M + \hat{m}_0$.

La integración del determinante fermiónico (3.3.4b) es claramente no trivial. Sin embargo, el cálculo se simplifica considerablemente bajo dos hipótesis. En primer lugar, en el régimen de baja energía (larga longitud de onda) es posible

realizar una expansión en gradientes del determinante (es decir una expansión en potencias de las derivadas de los campos de mesones). En segundo término, en el límite de N_c grande, el determinante fermiónico está dominado por la fase estacionaria

En estas condiciones, el módulo del determinante puede calcularse mediante el esquema de *proper-time regularization* seguido de una expansión usando el método del *heat kernel*. No nos detendremos aquí en más detalles. En el Capítulo siguiente analizaremos una modificación al método de Ref. 39 que resultará más útil a las particularidades del lagrangeano de la sección 4.1. Acotemos simplemente que se obtiene un lagrangeano que, entre otros términos, presenta los dos del lagrangeano de Skyrme (3.2.15). Para llegar a este resultado es necesario realizar una redefinición de los campos introducidos, luego de la cual M da lugar a los campos de piones U , A_μ a los mesones vectoriales y V_μ a los vectoriales-axiales.

La fase del determinante fermiónico, presente debido a la anomalía que implica el acoplamiento $\gamma_\mu \gamma_5$, es más complicada de evaluar. Mediante el método de "ensayo y error"⁽⁴⁰⁾ o por técnicas de geometría diferencial⁽⁴¹⁾, se obtiene no sólo el término de Wess-Zumino escrito à la Witten⁽¹⁶⁾ sino además su versión "gaugeada" por los campos A_μ y V_μ .

Finalizamos esta sección observando dos hechos interesantes. En primer término, la ecuación (3.3.3) permite, en cierta forma, que términos del tipo $(\bar{q} \sigma^j q)$ (donde $\sigma^j = \frac{\lambda_j}{2}$, $i \gamma_5 \frac{\lambda_j}{2}$, $\gamma_\mu \frac{\lambda_j}{2}$ o $\gamma_\mu \gamma_5 \frac{\lambda_j}{2}$) puedan escribirse como $\psi_j (\bar{q} \sigma^j q)$ (donde $\psi_j = S_j, P_j, A_j$ o V_j). Es plausible interpretar

entonces a los nuevos campos que hemos introducido, como condensados de quarks ($\bar{q} \sigma^j q$) ; esto es coherente con lo señalado al comienzo de esta sección en el sentido que, a bajas energías, la QCD estaría caracterizada por condensados de quarks. La segunda observación a realizar es que el resultado obtenido mediante esta bosonización es una nueva justificación formal (que se agrega a las dos analizadas en la sección anterior) para la introducción de bosones vectoriales en el modelo de Skyrme.

En resumen, en este Capítulo hemos descrito las herramientas que pretendemos usar en lo que sigue, para el análisis de la diferencia de masa neutrón-protón.

REFERENCIAS DEL CAPITULO 3

1. Chodos y colab.; Phys. Rev. D9, 3471 (74).
2. Ver por ejemplo G. E. Brown, M. Rho y V. Vento; Phys. Lett. 94B, 383 (79).
3. Akhiezer y Beretsteski; "Quantum Electrodynamics" (John Wiley, New York, 1963) sección 11.
4. F. E. Close; "An introduction to Quarks and Partons" (Academic Press, Bristol, 1979) página 410.
5. N. Deshpande y colab. ; Phys. Rev. D15, 1885 (77).
6. N. Isgur y G. Karl; Phys. Rev. D20, 1191 (79).
7. N. Isgur y G. Karl; Phys. Lett B74, 353 (78).
8. C. Itoh y colab.; Prog. Theor. Phys. 61, 548 (79).
9. T. H. R. Skyrme; Proc. Roy. Soc. 260, 127 (60); 262, 237 (61)
10. G. Adkins, C. Nappi y E. Witten; Nucl. Phys. B228, 552 (83).
11. I. Zahed y G. E. Brown; Phys. Rep. 142, 1 (86).
12. B. W. Lee; "Chiral Dinamics" (Gordon and Beach, New York, 1972);
S. Weinberg; Phys. Rev. 166, 1568 (74).
13. G. t' Hooft; Nucl. Phys. B72, 431 (74); B75, 461 (74);
E. Witten; Nucl. Phys. B160, 57 (79).
14. J. Gasser y H. Leutwyler; Phys Rep. 87, 77 (82).
15. J. Wess y B. Zumino; Phys. Lett. B37, 95 (71).

16. E. Witten; Nucl. Phys. B223, 422, 433 (83).
17. T. D. Lee; "Particle Physics and Introduction to Field Theory", capítulo 7.
18. G. H. Derwick ; Jour. Math. Phys. 5, 1252 (64).
19. N. K. Pak y H. C. Tze; Ann. of Phys. 117, 164 (79).
20. R. Shankar; Jour. de Phys. (Paris) 38, 1405 (77).
21. D. Filkenstein y J. Rubinstein; Jour. Math. Phys. 9, 1762 (68).
22. Ver Ref. 11.
23. Remítimos al lector interesado a
Ramón Méndez Galain; "Autofunciones de los bariones en el modelo de Skyrme", Tesis de Licenciatura , La Plata (86).
24. Ver un análisis en
Diego Mazzitelli; "Solitones en teoría de campos", Tesis doctoral, Bariloche (86);
F. D. Mazzitelli y L. Masperi; Phys. Rev. D35, 368 (87).
25. G. Adkins y C. Nappi; Phys. Lett. B137, 251 (84).
26. E. Gremmer y B. Julia; Phys. Lett. B80, 48 (79).
27. M. Bando y colab.; Phys. Rev. Lett. 54, 1215 (85).
28. U. Meissner e I. Zahed; Zeits. fur Phys. A327, 5 (87).
29. U. Meissner e I. Zahed; Phys. Rev. Lett. 56, 1035 (86).
30. M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vin Mauh y W. N. Cottingham;
Phys. Rev. Lett. 57, 170 (86).
31. S. Weimberg; Phys. Rev. 166, 1568 (68).
32. C. Callan y colab.; Phys. Rev. 177, 2247 (69).
33. C. X. Chen y J. S. Ball; Phys. Rev. D38, 342 (88).
34. P. Simic; Phys. Rev. Lett. 55, 40 (85).

35. N. Kawamoto y J. Smith; Nucl. Phys. B192, 100 (81).
36. Y. Nambu y G. Jona-Lasinio; Phys. Rev. 122, 349 (61); 124, 246 (61).
37. H. Reinhardt y B. Kampfer; NBI-HE-87-16.
38. L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y R. Méndez Galain; "Isospin violation in chiral effective models", La Plata preprint (88).
39. D. Ebert y H. Reinhardt; Nucl. Phys. B271, 188 (86).
40. Ver por ejemplo Ref. 16.
41. Ver por ejemplo
K. C. Chou y colab., Phys. Lett. B134, 67 (84).

CAPITULO IV

VIOLACION DE ISOSPIN EN EL MODELO DE SKYRME

En el Capítulo 2 vimos que el efecto del diferente contenido de quarks del neutrón y del protón debía jugar un papel esencial en la diferencia de masas entre ambos nucleones. Como señalamos luego en el Capítulo 3, el marco más adecuado para analizar las consecuencias de esta propiedad en el nivel efectivo es el modelo de Skyrme. En efecto, como vimos en la sección 3.1 para modelos como el de la bolsa sólo es posible solucionar el problema de la diferencia de masa neutrón-protón mediante la introducción de un parámetro ad-hoc que representa la diferencia de masa entre los dos sabores más livianos. Esto no aclara mucho el asunto. El modelo de Skyrme en cambio, provee la posibilidad de un pasaje concreto (como analizamos en la sección 3.3) desde un lagrangeano de quarks a un lagrangeano efectivo, donde sólo los grados de libertad hadrónicos están presentes.

En este Capítulo vamos a analizar las violaciones de isospín en este tipo de modelos efectivos. En la sección 4.1, mostraremos un intento de traslado de un término proporcional a la diferencia de masa up-down (agregado al lagrangeano de NJL) al lagrangeano efectivo. Veremos que, no sólo este término no produce violación de isospín alguna en el lagrangeano quiral, sino que además, no es posible construir ningún otro término

con campos de piones en autointeracción que produzca esta ruptura de simetría. En la sección 4.2 veremos en cambio que la ruptura de la simetría up-down provocada por el campo electromagnético se traslada correctamente al nivel hadrónico, separando las masas de los nucleones. Sin embargo, como era esperable, la contribución electromagnética en el modelo es de signo opuesto a la diferencia de masa experimental. Concluiremos así, que parece necesaria, en la teoría quiral, la presencia de algún campo de gauge masivo neutro que, actuando como el fotón, produzca la diferencia de masa faltante.

4.1. LA DIFERENCIA DE MASA UP-DOWN Y EL MODELO DE SKYRME

En esta sección vamos a describir parte de un trabajo que hemos realizado⁽⁴⁾, en el que introducimos, en el lagrangeano de NJL, una matriz de masas de quarks no diagonal e intentaremos rastrear sus efectos en la teoría quiral que se obtiene por bosonización.

A diferencia de lo realizado en la sección 3.3, vamos a partir de un lagrangeano más sencillo

$$\mathcal{L} = \bar{q} (i \not{\partial} - \hat{m}) q + \frac{g}{2} \{ (\bar{q}q)^2 + \sum_{j=1}^3 (\bar{q} i \tau_j \gamma_5 q)^2 \} . \quad (4.1.1)$$

En ausencia del término de masa, este lagrangeano presenta la simetría $SU(2)_A \times SU(2)_V \times U(1)_V$, mientras que si el término está presente, sólo sobrevive la simetría $U(1)_V$. Elegimos a

este lagrangeano como punto de partida ya que, a los efectos del análisis a realizar, sólo nos interesa obtener el modelo de Skyrme; para ello, sólo precisamos que aparezcan los campos pseudoescalares, que surgen de $(\bar{q} i\tau_j \gamma_5 q)^2$. La necesidad de incluir $(\bar{q}q)^2$ en vez de $(\bar{q} \gamma_5 q)^2$ es que es el primero de ellos el que garantiza, junto con $\sum_{j=1}^3 (\bar{q} i\tau_j \gamma_5 q)^2$, la simetría $SU(2)_A$. Vemos finalmente, que la simetría $U(1)_A$ no está presente lo cual no es importante ya que, como vimos en la sección 3.2.1, esta simetría desaparece de \mathcal{L}_{QCD} al cuantificar.

Por su lado, la matriz de masa puede escribirse como

$$\hat{m} = \bar{m} \mathbb{1} + \frac{1}{2} \Delta m \tau_3, \quad m^- = \frac{m_u + m_d}{2}; \quad \Delta m = m_u - m_d, \quad (4.1.2)$$

lo que pone más claramente en evidencia la parte que rompe la simetría axial $SU(2)_A$ ($\bar{m} \mathbb{1}$) y la que rompe la simetría vectorial $SU(2)_V$ ($\frac{1}{2} \Delta m \tau_3$). El objetivo, en esta sección, es rastrear el término Δm a través de la bosonización, para analizar sus consecuencias en el modelo efectivo.

Al usar la idea de Stratonovich (ecuación (3.3.3)), la integral funcional asociada a (4.1.1)

$$Z = \int D\bar{q} Dq e^{i \int d^4x \mathcal{L}},$$

se escribe

$$Z = C \int D\alpha \prod_{j=1}^3 D\beta_j D\bar{q} Dq \exp i \int d^4x \left\{ -\frac{1}{2g} \left[\alpha^2 + \sum_{j=1}^3 \beta_j^2 \right] + \right.$$

$$+ \bar{q} (i \not{\partial} - \hat{m} + \alpha + \sum_{j=1}^3 i \gamma_5 \beta_j \tau^j) q \} . \quad (4.1.3)$$

Para tomar contacto con los campos más apropiados, definamos

$$-\phi U \gamma_5 \equiv \alpha + i \gamma_5 \beta_j \tau^j - \bar{m} , \quad (4.1.4)$$

donde ϕ es un campo real y $U \in SU(2)$. Es fácil ver que

$$\alpha^2 + \sum_{j=1}^3 \beta_j^2 = \phi^2 + \bar{m}^2 - \frac{1}{2} \bar{m} \phi \text{Tr} (U + U^*) ,$$

por lo que

$$Z = \mathbb{C} \int \mathcal{D}\phi \mathcal{D}U^+ \mathcal{D}U \exp \left[-i \int d^4x \frac{1}{2g} (\phi^2 - \frac{1}{2} \bar{m} \phi \text{Tr}(U + U^*) + \bar{m}^2) \right] \times \\ \times Z_f(\phi, U) , \quad (4.1.5)$$

donde

$$Z_f(\phi, U) = \int \mathcal{D}\bar{q} \mathcal{D}q \exp \left\{ i \int d^4x \bar{q} (i \not{\partial} - \phi U \gamma_5 - \frac{1}{2} \Delta m \tau_3) q \right\} , \quad (4.1.6)$$

que puede escribirse

$$Z_f(\phi, U) = \det_f (i \not{D}) = \exp \{- \log [\det (i \not{D})]\} \\ = \exp \{- \text{Tr} [\log (i \not{D})]\} , \quad (4.1.7)$$

con

$$i\mathcal{D} = i\mathcal{D} - \phi^\gamma \tau_3 - \frac{1}{2} \Delta m \tau_3 . \quad (4.1.8)$$

Observemos antes que nada que (4.1.8) sugiere la conveniencia de incluir $\Delta m \tau_3$ en $\phi U^\gamma \tau_3$ mediante una redefinición de (4.1.4) con \hat{m} en vez de \bar{m} . Sin embargo, desafortunadamente esto no es posible ya que no existen ϕ real y U de $SU(2)$ que verifiquen una tal relación.

La acción mesónica efectiva, en el espacio euclídeo, es entonces

$$S = - \int d^4x \frac{1}{2g} (\phi^2 - \frac{1}{2} \bar{m} \phi \text{Tr}(U + U^\dagger) + \bar{m}^2) - \text{Tr} \log(i\mathcal{D}) . \quad (4.1.9)$$

Dado que el operador (4.1.8) no presenta anomalías, alcanza con calcular la parte real de $\text{Tr} \log(i\mathcal{D})$ lo que puede escribirse como $\frac{1}{2} \text{Tr} \log \mathcal{D}^\dagger \mathcal{D}$. El operador que nos interesa es entonces

$$\mathcal{D}^\dagger \mathcal{D} = \partial_\mu \partial^\mu + \phi^2 + \frac{1}{4} \Delta m^2 + i\mathcal{D}(\phi U^\gamma \tau_3) + \frac{1}{2} \Delta m \phi (\tau_3 U^\gamma \tau_3 + U^\dagger \tau_3 \tau_3) \quad (4.1.10)$$

Para la evaluación de $\text{Tr} \log \mathcal{D}^\dagger \mathcal{D}$ representamos el determinante como una integral en un parámetro llamado *tiempo propio* y usamos el método de *regularización de tiempo propio*

$$\text{Tr} \log \mathcal{D}^\dagger \mathcal{D} = - \int_{\Lambda^{-2}}^{\infty} \frac{dt}{t} \text{Tr} [\exp(-t \mathcal{D}^\dagger \mathcal{D})] , \quad (4.1.11)$$

donde Λ es un parámetro de regularización y donde

$$\text{Tr} \equiv \int d^4x \text{Tr}' \equiv N \int d^4x \text{tr}_\gamma \text{tr}_{\text{SU}(2)} . \quad (4.1.12)$$

tr_γ significa traza sobre las matrices de Dirac (grupo de Lorentz) y $\text{tr}_{\text{SU}(2)}$, que notaremos simplemente tr , significa traza sobre las matrices de Pauli (grupo de sabor). (También hay que calcular la traza sobre el grupo de color, pero como se trata de escalares frente a este grupo, $\text{tr}_{\text{SU}(N)} = N$). Por lo tanto, (4.1.11) se escribe

$$\text{Tr} \log \not{D}^\dagger \not{D} = - \int_{\Lambda^{-2}}^{\infty} \frac{dt}{t} \int d^4x \langle x | \text{tr}_\gamma \text{tr} [\exp(-t \not{D}^\dagger \not{D})] | x \rangle .$$

(4.1.13)

Para calcular el elemento de matriz de (4.1.13) hemos realizado una modificación al método conocido como *heat kernel*⁽²⁾. Este se basa en la introducción de un núcleo relacionado con el operador a estudiar, es decir, en nuestro caso

$$\exp(-t \not{D}^\dagger \not{D}) = \hat{\sigma}(t) \hat{K}_0(t) \quad (4.1.14)$$

y hacer un desarrollo en t . (El "sombrero" indica que se trata de un operador). Es natural elegir

$$\hat{K}_0(t) = e^{-\phi^2 t} e^{-t \hat{\partial}_\mu \hat{\partial}^\mu} . \quad (4.1.15)$$

En efecto, con la descomposición (4.1.14) y (4.1.15),

$$\langle x | e^{-t\hat{D}^\dagger\hat{D}} | x \rangle = \int d^4y \langle x | \hat{\sigma}(t) | y \rangle \langle y | e^{-\phi^2 t} e^{-t\hat{\partial}_\mu \hat{\partial}^\mu} | x \rangle$$

(4.1.16)

y el segundo elemento de matriz del integrando se calcula exactamente: en el espacio de momentos

$$e^{-t \hat{\partial}_\mu \hat{\partial}^\mu} = e^{+t \hat{p}_\mu \hat{p}^\mu},$$

por lo que, transformando Fourier

$$\begin{aligned} \langle y | e^{-t \hat{\partial}_\mu \hat{\partial}^\mu} | x \rangle &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4p e^{i p_\mu (x^\mu - y^\mu)} e^{t p_\mu p^\mu} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4p e^{-[i\sqrt{t} p^\mu - \frac{1}{2} \frac{x^\mu - y^\mu}{\sqrt{t}}]^2} e^{\frac{(x-y)^2}{4t}} \\ &= \frac{1}{(4\pi t)^2} e^{\frac{(x-y)^2}{4t}}. \end{aligned}$$

(4.1.17)

Por lo tanto, en el espacio de coordenadas,

$$K_0(x, y, t) \equiv \langle y | e^{-\phi^2 t} e^{-t\hat{\partial}_\mu \hat{\partial}^\mu} | x \rangle = \frac{1}{(4\pi t)^2} e^{-\phi^2(x)t} e^{\frac{(x-y)^2}{4t}}.$$

(4.1.18)

Las ecuaciones (4.1.16) y (4.1.18) muestran entonces que el elemento de matriz de (4.1.13) se encuentra calculando $\langle x | \hat{\sigma}(t) | y \rangle$ y haciéndolo actuar sobre la expresión (4.1.18). Esto no se puede hacer en forma exacta, por lo que recurriremos a una expansión en t . Para ello observemos que (4.1.14) y (4.1.10) sugieren escribir

$$e^{-t\hat{D}^+\hat{D}} = e^{t(A+B)} = \dots e^{C_4 t^4} e^{C_3 t^3} e^{C_2 t^2} e^{Bt} e^{At} , \quad (4.1.19)$$

donde

$$A = -\hat{\sigma}^\mu \hat{\partial}_\mu , \quad (4.1.20a)$$

$$B = -\phi^2 - i \partial(\phi U^\gamma_5) - \frac{1}{2} \Delta m \phi (\tau_3 U^\gamma_5 + U^\gamma_5 \tau_3) - \frac{1}{4} \Delta m^2 \\ \equiv -\phi^2 - b , \quad (4.1.20b)$$

$$C_2 = \frac{1}{2} [A, B] , \quad (4.1.21a)$$

$$C_3 = \frac{1}{6} [A, [A, B]] - \frac{1}{3} [[A, B], B] , \quad (4.1.21b)$$

$$C_4 = \frac{1}{24} [A, [A, [A, B]]] + \frac{1}{8} [[[A, B], B], B] - \frac{1}{8} [A, [[A, B], B]] \\ (4.1.21c)$$

y los puntos significan términos en potencias superiores de t . Observemos en primer lugar que ϕ^2 es un escalar por lo que conmuta con b y entonces

$$e^{Bt} e^{At} = e^{-bt} K_0(t) .$$

Tenemos así que

$$\hat{\sigma}(t) = \dots e^{C_4 t^4} e^{C_3 t^3} e^{C_2 t^2} e^{-bt} . \quad (4.1.22)$$

Desarrollando en (4.1.16) el producto de exponenciales que conforma $\hat{\sigma}(t)$, podemos escribir (4.1.13) como

$$\begin{aligned} \text{Tr} \log \not{D}^\dagger \not{D} = & - \int d^4x \int d^4y \int_{\Lambda^{-2}}^{\infty} \frac{dt}{t} \langle x | \text{tr}_\gamma \text{tr} [1 - bt + (C_2 + \frac{1}{2}b^2)t^2 \\ & + (C_3 - C_2b + \frac{1}{3!}b^3)t^3 + (C_4 - C_3b + \frac{1}{2}C_2b^2 + \frac{1}{2}C_2^2 + \frac{1}{4}b^4)t^4 + \\ & + \dots] | y \rangle \frac{e^{-\phi^2(x)t} e^{-(x-y)^2/4t}}{(4\pi t)^2} . \end{aligned} \quad (4.1.23)$$

La tarea que resta, engorrosa pero sin sorpresas, es la de calcular los operadores C_i y hacerlos actuar sobre el núcleo $K_0(x,y,t)$. Mostraremos, como ejemplo, la acción de los tres primeros términos de $\hat{\sigma}(t)$. En primer lugar,

$$\text{Tr}' \langle x | 1 | y \rangle = N \text{tr}_\gamma \text{tr} (1) \delta(x-y) = 8N \delta(x-y) . \quad (4.1.24)$$

En segundo término

$$\text{Tr}' \langle x | b | y \rangle = 2N \Delta m^2 \delta(x-y) \quad (4.1.25)$$

ya que $\text{tr}_\gamma \gamma^\mu = \text{tr}_\gamma \gamma^5 = 0$. Finalmente, para calcular el término en t^2 , debemos evaluar primero C_2 . Según (4.1.21a),

$$2C_2 = [A, B] = [\hat{\partial}_\mu \hat{\partial}^\mu, b + \phi^2] ,$$

cuyo resultado es

$$C_2 = (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) + 2 \phi (\square \phi) + \square b + 4 \phi (\partial^\mu \phi) \hat{\partial}_\mu + 2 (\partial^\mu b) \hat{\partial}_\mu$$

por lo que

$$\text{Tr}' \langle x | C_2 | y \rangle = [16N (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) + 16N \phi (\square \phi) + 32N \phi (\partial^\mu \phi) \hat{\partial}_\mu] \delta(x-y) \quad (4.1.26)$$

Por último

$$\begin{aligned} \text{Tr}' \langle x | b^2 | y \rangle = & [-8N (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) + 4N \phi^2 \text{tr} (\partial^\mu U \partial_\mu U) + \\ N \Delta m^2 \phi^2 \text{tr} (\tau_3 U \tau_3 U + \tau_3 U^\dagger \tau_3 U^\dagger) + & 4 N \Delta m^2 \phi^2 + \frac{1}{2} N \Delta m^4] \delta(x-y) \end{aligned} \quad (4.1.27)$$

Si hacemos actuar ahora estos operadores sobre $K_0(x, y, t)$, vemos que actúan todos multiplicativamente, excepto el tercer término de (4.1.26). Para éste tenemos que

$$\begin{aligned} \delta(x-y) \partial^\mu K_0(x, y, t) &= \frac{\delta(x-y)}{(4\pi t)^2} \{ -2\phi (\partial^\mu \phi) + \frac{(x-y)^\mu}{2t} \} e^{-\phi^2(x)t} e^{\frac{(x-y)^2}{4t}} \\ &= -2 \phi (\partial^\mu \phi) \frac{e^{-\phi^2 t}}{(4\pi t)^2} . \end{aligned} \quad (4.1.28)$$

Al llevar (4.1.24), (4.1.25), (4.1.26) con el agregado de (4.1.28) y (4.1.27) a la expresión (4.1.23), vemos que

a) todos los términos están multiplicados por $\delta(x-y)$, lo que hace que la integral en y sea trivial, obteniéndose en particular $e^{(x-y)^2/4t} \rightarrow 1$;

b) es posible reordenar los términos según las potencias de t ;

c) el término de (4.1.28) tiene un t^2 extra dividiendo, por lo que contribuye junto con (4.1.24) y no con (4.1.26).

Podemos entonces escribir (4.1.23) de la forma

$$\text{Tr} \log \not{D}^\dagger \not{D} = \frac{1}{(4\pi)^2} \int d^4 x \sum_{k=0}^{\infty} \Gamma(k-2, \phi^2/\Lambda^2) A_k , \quad (4.1.29)$$

donde

$$\Gamma(\alpha, \beta) = \int_{\beta}^{\infty} dt e^{-t} t^{\alpha-1} \quad (4.1.30)$$

es la función Gamma incompleta y los A_k son expresiones en los campos ϕ , U y sus derivadas. El mecanismo ejemplificado con los tres primeros términos de $\hat{\sigma}(t)$ se repite para los restantes.

La única precaución a tener, es que cuando aparecen operadores derivativos, como en el caso de (4.1.26), éstos actúan sobre $K_0(x,y,t)$ modificando la potencia de t de dicho término. Por lo tanto, hay que rastrear a distintos órdenes en $\hat{\sigma}(t)$ para obtener la contribución completa de un dado A_k . Con este cuidado es posible obtener sin dificultad los términos A_k , al menos hasta el A_4 .

Al llevar la sumatoria de (4.1.29) a la expresión (4.1.9), encontramos el lagrangeano efectivo en función de los campos ϕ y U ; observamos que

i) cuando $\bar{m} = \Delta m = 0$, el lagrangeano efectivo resultante es del tipo de Skyrme. El campo ϕ hace las veces de parámetro de orden para la ruptura de la simetría quiral. Reencontramos así los resultados de la Ref. (34), donde el lector puede hallar un análisis sobre este interesante modelo.

ii) si $\bar{m} \neq 0$ pero $\Delta m = 0$, se obtiene el mismo lagrangeano efectivo pero con el agregado del término de masa de (4.1.9) es decir

$$\frac{1}{4g} \bar{m} \phi \text{tr} (U + U^\dagger) \quad (4.1.31)$$

iii) cuando $\bar{m} \neq 0$ y $\Delta m \neq 0$ encontramos que no aparece ningún término proporcional a Δm . Aparece en cambio una contribución proporcional a Δm^2 . Esta tiene una parte que no depende del campo U por lo que sólo agrega una constante (la misma) a la masa de los nucleones, no diferenciándolos entre sí. Una segunda parte es proporcional a

$$\text{tr} (U \tau_3 U \tau_3 + U^\dagger \tau_3 U^\dagger \tau_3) . \quad (4.1.32)$$

Sin embargo este término tampoco separa al protón del neutrón, lo que puede verse rápidamente. En primer lugar, para cuantificar de la forma explicada en la sección 3.2.3 debemos introducir las coordenadas colectivas A como en (3.2.35). El término que contribuye a la masa del nucleón es entonces proporcional a

$$\Delta M_N \propto \int d^3r \text{tr} [\tau_3 (AUA^\dagger) \tau_3 (AUA^\dagger)] + \text{ch} \quad (4.1.33)$$

donde ch significa "conjugado hermitico". Usando (3.2.34), que puede expresarse de la forma

$$AUA^\dagger = \alpha + i \beta^j A \tau_j A^\dagger , \quad (4.1.34)$$

(4.1.33) se escribe

$$\Delta M_N \propto \int d^3r \text{tr} [\alpha^2 - \beta_i \beta_j (A \tau_i A^\dagger \tau_3 A \tau_j A^\dagger \tau_3) + 2i \beta_i \alpha (A \tau_i A^\dagger)] + \text{ch}$$

$$= \int d^3r [4\alpha^2 - 2 \beta_i \beta_j \text{tr} (A \tau_i A^\dagger \tau_j A \tau_j A^\dagger \tau_i)] \quad (4.1.35)$$

Luego como $\beta^i = \sin F(r) \hat{r}^i$ y

$$\int d\Omega \hat{r}^i \hat{r}^j = \frac{4}{3} \pi \delta^{ij} \quad (4.1.36)$$

tenemos que analizar solamente $\text{tr} (A \tau_i A^\dagger \tau_j A \tau_j A^\dagger \tau_i)$. Pero es sencillo ver que esta traza es constante. Para ello escribamos la matriz de coordenadas colectivas como

$$A = a_0 + i a_i \tau_i \quad (4.1.37)$$

Recordemos que $A \in \text{SU}(2)$, por lo que $AA^\dagger = 1$, es decir

$$a_0^2 + \vec{a}^2 = 1 \quad (4.1.38)$$

Usando solamente el álgebra de las matrices de Pauli ($\tau_i \tau_j = i \epsilon^{ijk} \tau_k + \delta_{ij}$), es inmediato que

$$A \tau_j A^\dagger = b_{jm} \tau_m \quad (4.1.39)$$

con

$$b_{jm} = (a_0^2 - \vec{a}^2) \delta_{jm} + 2 a_j a_m - 2 \epsilon^{ljm} a_0 a_l \quad (4.1.40)$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \text{tr} (A \tau_i A^\dagger \tau_3 A \tau_i A^\dagger \tau_3) &= b_{rm} b_{rs} \text{tr} (\tau_3 \tau_m \tau_3 \tau_s) \\ &= 2 [2(b_{r3})^2 - (b_{rm})^2] \quad . \quad (4.1.41) \end{aligned}$$

Usando (4.1.40) se sigue sin dificultad que

$$\text{tr} (A \tau_i A^\dagger \tau_3 A \tau_i A^\dagger \tau_3) = -2 (a_0^2 + \vec{a}^2)^2 \quad , \quad (4.1.42)$$

por lo que (4.1.38) indica que se trata de una cantidad constante (independiente de A); no distingue al protón del neutrón.

Concluimos entonces que la ruptura explícita de la simetría vectorial inducida, a nivel microscópico (quarks), por el término de masa $\frac{1}{2} \Delta m \tau_3$ no se traslada (al menos hasta el orden Δm^2) al nivel efectivo, ya que no aparece ningún término que viole el isospín.

Nos preguntamos entonces por la posibilidad de poder construir un término que rompa la simetría de isospín al nivel de la teoría quiral, aunque no tengamos una justificación en el nivel de quarks. Para ello tengamos en cuenta dos pistas fundamentales. La primera es que para poder separar a los dos nucleones es necesario que, luego de introducir las coordenadas colectivas y cuantificarlas, aparezca el operador de isospín I_3 (3.2.45). Para ello es necesario que el término a construir contenga derivadas en el campo quiral U , lo que dará lugar al operador A . Por otro lado este término no debe modificar el sector mesónico del modelo; es natural entonces hacer aparecer

la corriente topológica (bariónica) B^μ (3.2.17).

Hemos analizado sistemáticamente todos los términos de la forma

$$\int d^3r C_\mu B^\mu, \quad (4.1.43)$$

donde C_μ es una expresión del campo U y sus derivadas. Hallamos que (4.1.43) se anula para todas las posibles formas de C_μ con derivadas de hasta tercer orden, luego de introducir el ansatz de Skyrme (3.2.27) y las variables colectivas A (3.2.35).

Cerramos esta sección concluyendo entonces que no es posible encontrar una contribución sólo con campos de piones en autointeracción, que separe al protón del neutrón. De hecho, esto confirma lo argumentado por Weinberg⁽³⁾ en el sentido que, en modelos quirales de dos sabores incluyendo sólo campos de piones, las propiedades de simetría del vacío parecen estar protegiendo la ruptura de la simetría vectorial.

4.2. LA NECESIDAD DE CAMPOS EXTERNOS

Lo analizado hasta ahora nos lleva a preguntarnos sobre la posibilidad de que el skyrmión se haya olvidado de su origen (es decir de su contenido de quarks) ya que el lagrangeano original presentaba una ruptura explícita de la simetría vectorial que no podemos encontrar a nivel efectivo.

La respuesta la da el campo electromagnético. En efecto, la

ruptura de la simetría vectorial inducida por el campo electromagnético en el nivel fundamental puede ser trasladada al nivel efectivo⁽⁴⁾. Al introducir este campo en el lagrangeano de NJL mediante la prescripción mínima, aparece naturalmente el término

$$e A_{\mu} \bar{q} Q \gamma^{\mu} q , \quad (4.2.1)$$

donde A_{μ} es el campo del fotón y

$$Q = \begin{bmatrix} 2/3 & 0 \\ 0 & -1/3 \end{bmatrix} \quad (4.2.2)$$

es la matriz de carga eléctrica, responsable por la ruptura de la simetría vectorial. Al realizarse la bosonización descrita en la sección anterior, vemos que el término (4.2.1) se traduce en el agregado de $A_{\mu} Q \gamma^{\mu}$ al operador de la ecuación (4.1.8). Por lo tanto, el operador $\not{D}^{\dagger} \not{D}$ de la ecuación (4.1.10) y por ende el b de (4.1.20b) se modifican. Realizando entonces el proceso descrito más arriba, se observa que, al nivel efectivo, el fotón se acopla como

$$e A_{\mu} J_{em}^{\mu} , \quad (4.2.3)$$

donde

$$J_{em}^{\mu} = \frac{1}{2} B^{\mu} + J_{g}^{\mu} ; \quad (4.2.4)$$

B^μ es la corriente topológica (3.2.17) y J_3^μ la corriente

$$J_3^\mu = \frac{F^2}{16i} \text{tr} \{ (U^\dagger \partial^\mu U + U \partial^\mu U^\dagger) \tau_3 \} + \\ + \frac{1}{16ia^2} \text{tr} \{ [U^\dagger \partial_\mu U, U^\dagger \partial_\nu U] \cdot ([U^\dagger \partial^\nu U, \tau_3] + \partial^\nu (U^\dagger \tau_3 U)) \} \quad (4.2.5)$$

La corriente (4.2.4) no sólo rompe la simetría de isospín del modelo efectivo, sino que además es la corriente que se obtiene de introducir el campo electromagnético, directamente en el modelo de Skyrme completo.

En efecto, para realizar esta tarea, es necesario hallar la corriente conservada frente a la simetría vectorial

$$U \longrightarrow QUQ = \left(\frac{1}{8} 1 + \frac{1}{2} \tau_3 \right) U \left(\frac{1}{8} 1 + \frac{1}{2} \tau_3 \right) . \quad (4.2.6)$$

La parte $U(1)$ de (4.2.6) da lugar, a partir del término de Wess-Zumino, al término B^μ . Esto no era de extrañar: la corriente bariónica debe surgir a partir de una simetría $U(1)_V$ del lagrangeano de Skyrme; por provenir justamente del término de Wess-Zumino, se conoce también a B^μ como la parte anómala de la corriente electromagnética. La parte $SU(2)$ de (4.2.6) da lugar a la corriente J_3^μ la cual, resultando de una simetría $SU(2)_V$, se identifica con el isospín. Observamos por lo tanto que B^μ es una corriente isoescalar, mientras que J_3^μ es la parte neutra de un isotriplete de isospín.

La corriente electromagnética (4.2.4), ha sido utilizada⁽⁵⁾, por cierto, para calcular la diferencia de masa electromagnética entre los dos nucleones, en el modelo de

Skyrme.

Como $J_{\bullet m}^{\mu}$ está expresada en el espacio de coordenadas, es natural usar la versión de (2.2.9) en este espacio. Luego de realizar la aproximación estática, la expresión de $\Delta M_N^{\bullet m}$ es ⁽⁶⁾

$$\Delta M_N^{\bullet m} = \frac{1}{2} e^2 \int \int d^3r d^3r', \frac{\langle N | J_{\mu}^{\bullet m}(\vec{r}) J_{\bullet m}^{\mu}(\vec{r}') | N \rangle}{4\pi |\vec{r} - \vec{r}'|} . \quad (4.2.7)$$

En primer término, observemos que el producto $J_{\mu}^{\bullet m} J_{\bullet m}^{\mu}$ tiene partes en $\Delta I = 0, 1, 2$ de las cuales sólo la parte en $\Delta I = 1$ contribuye a la diferencia de masa entre los nucleones. Esta parte está dada por

$$\begin{aligned} [J_{\mu}^{\bullet m}(\vec{r}) J_{\bullet m}^{\mu}(\vec{r}')]_{\Delta I=1} &= \frac{1}{2} \{ [B^0(\vec{r}) J_3^0(\vec{r}') + B^0(\vec{r}') J_3^0(\vec{r})] - \\ &- [B^1(\vec{r}) J_3^1(\vec{r}') + B^1(\vec{r}') J_3^1(\vec{r})] \} \end{aligned} \quad (4.2.8)$$

y usando la cuantificación de las variables colectivas A, alrededor del solitón estático U_0 como vimos antes, (4.2.8) se escribe

$$\begin{aligned} [J_{\mu}^{\bullet m}(\vec{r}) J_{\bullet m}^{\mu}(\vec{r}')]_{\Delta I=1} &= \frac{F^2}{32i\pi^2} \text{tr} (A^{\dagger} \dot{A} \tau_i) \text{tr} (\tau_j \dot{A}^{\dagger} \tau_3 A) \times \\ &\times \{ B(\vec{r}) V(\vec{r}') [(\vec{r}'^2 - \vec{r} \cdot \vec{r}') \delta^{ij} + r'^i r^j - r'^i r'^j] + \\ &+ B(\vec{r}') V(\vec{r}) [(\vec{r}^2 - \vec{r} \cdot \vec{r}') \delta^{ij} + r^i r'^j - r^i r'^j] \} , \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

donde

$$B(r) = \frac{\text{sen}^2 F}{r^2} \frac{dF}{dr} , \quad (4.2.10a)$$

$$V(r) = \frac{\text{sen}^2 F}{r^2} \left\{ 1 + \frac{4}{F^2 a^2} \left[\frac{\text{sen}^2 F}{r^2} + \left(\frac{dF}{dr} \right)^2 \right] \right\} . \quad (4.2.10b)$$

Al sustituir (4.2.9) y (4.2.10) en (4.2.8) y luego de usar la expansión⁽⁷⁾

$$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \sum_{l=0}^{\infty} \left(\frac{r_{<}}{r_{>}} \right)^l P_l(\vec{r} \cdot \vec{r}') , \quad (4.2.11)$$

las integraciones angulares se realizan facilmente, dando contribuciones no nulas sólo para los términos $l = 0, 1$, debido a las reglas de selección para los momentos angulares⁽⁸⁾. El resultado puede escribirse como

$$\Delta M_N^{\text{em}} = \frac{e^2}{4\pi} \frac{aF}{2\pi\Lambda} C \langle N | -I_3 | N \rangle , \quad (4.2.12)$$

donde

$$I_3 = \int d^3r J_3^0 = \frac{2\pi i F a^2 \Lambda}{3} \text{tr} (A A^+ \tau^3) \quad (4.2.13)$$

es la tercer componente de isospín (ecuación (3.2.45)), $\Lambda = 50.9$ y

$$C = C_0 - C_1 , \quad (4.2.14a)$$

con $(S = raF_{\pi} , S' = r'aF_{\pi})$

$$C_0 = \int \int dS dS' \frac{S^2 S'^2}{S_3} [S'^2 B(S) V(S') + S^2 B(S') V(S)] , \quad (4.2.14b)$$

$$C_1 = \frac{1}{3} \int \int dS dS' \frac{S^3 S'^3}{S_3^2} [B(S) V(S') + B(S') V(S)] . \quad (4.2.14c)$$

Por lo tanto, la contribución electromagnética a la diferencia de masa neutrón-protón, en el modelo de Skyrme se expresa

$$\Delta M_{n-p}^{em} = \frac{e^2}{4\pi} \frac{aF_\pi}{2\pi\Lambda} C . \quad (4.2.15)$$

Evaluando numericamente C ($C = -40.63$) y usando los valores standard⁽⁹⁾ para a y F_π ($a = 5.45$, $F_\pi = 129$ Mev), tenemos que

$$\Delta M_{n-p}^{em} \simeq - 0.65 \text{ Mev} . \quad (4.2.16)$$

Este resultado debe ser comparado con -0.50 Mev del modelo de la bolsa (ecuación (3.1.12)) y -0.76 Mev para la "diferencia de masa experimental" (ecuación (2.2.31)).

Más que una información novedosa en cuanto a la diferencia de masa electromagnética, este resultado debe considerarse como un excelente test del modelo de Skyrme. Es la confirmación de lo expresado al comienzo de la sección en el sentido que, si bien es imposible romper la simetría de isospín sólo mediante la autointeracción de piones, en cambio el campo de gauge electromagnético externo lo hace.

¿Qué sucederá entonces con la contribución faltante en la

diferencia de masa entre los nucleones? Por lo expuesto más arriba, es natural pensar en algún otro bosón de gauge que, actuando en forma similar al fotón, produzca la ruptura de isospín necesaria para obtener el resultado experimental. Este debería ser un bosón de gauge masivo y, al igual que el fotón, vectorial y sin carga eléctrica. El único bosón de gauge que reúne estas características es el intermediario de las interacciones débiles neutras, Z_0 . Sin embargo la contribución de esta partícula es sin duda despreciable frente a la electromagnética ya que a bajas energías su participación está pesada por la constante de Fermi.

Existe sin embargo otra posibilidad a explorar. Como vimos en el Capítulo anterior, los modelos hadrónicos surgen como una necesidad frente a la complejidad de la QCD. Claro que, al aproximar las características de esta teoría fundamental por modelos efectivos, algunas de éstas pueden transformarse en mecanismos difíciles de desentrañar. En particular, pueden aparecer bosones vectoriales de gauge efectivos, que realicen la tarea deseada, es decir que sean la manifestación, a energías hadrónicas, del diferente contenido de quarks de los nucleones. El Capítulo siguiente está dedicado al análisis de esta posibilidad.

REFERENCIAS DEL CAPITULO 4

1. L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y R. Méndez Galain, " ω - ρ mixing and neutron-proton mass difference", a ser publicado en Phys. Rev. D, Rap. Comm..
2. K. D. Rothe y B. Schroer, "Field Theoretical Methods in Particle Physics" (Plenum Publishing Corporation, New York, 1980).
3. S. Weinberg; Physica A96, 327 (79).
4. Y. Brahaye, N. K. Pak y P. Rossi; Phys. Lett. B149, 191 (84).
5. A. Ebrahim y M. Savci; Phys. Lett. B189, 343 (87).
6. N. G. Deshpande y colab.; Phys. Rev. D15, 1885 (77).
7. J. D. Jackson, "Classical electrodynamics" (John Wiley, New York, 1975) página 92.
- 7.G. Arfken, "Mathematical Methods for Physicists" (Academic Press, New York, 1966) página 455.
8. Ver sección 3.2.3.

CAPITULO V

EL PAPEL DE LOS MESONES VECTORIALES

Como vimos en el Capítulo anterior, un modelo quiral para describir mesones y bariones, del tipo propuesto por Skyrme, es incapaz de separar las masas de los nucleones usando solamente términos de autointeracción en campos de piones. En cambio, la interacción con un campo de gauge como el fotón, como la que muestra la Fig. 2-3, da una contribución que rompe la simetría de isospín. Pero no hay en la naturaleza ningún otro bosón de gauge capaz de producir la contribución que falta, para obtener la diferencia de masa experimental.

Sin embargo, vimos en la sección 3.2.4 que hay fuertes razones para suponer que los mesones vectoriales son bosones de gauge efectivos en una teoría quiral como la de Skyrme. Además, a lo largo del Capítulo 3, vimos algunos aspectos que indican el papel importante de los mesones vectoriales en este tipo de lagrangeanos quirales. Por otro lado, es bien conocida la contribución de estos mesones a las fuerzas nucleares.

Estos hechos nos llevaron a estudiar la posible participación de ω y ρ en la contribución faltante en la diferencia de masa neutrón-protón.

En este Capítulo vamos a analizar las principales características de estos bosones, en relación a la física hadrónica. En la sección 5.1 introduciremos el modelo de dominación de los mesones vectoriales ("vector meson dominance")

- VMD) y su relación con la diferencia de masa entre los piones cargados y el neutro. Veremos en cambio que el VMD no puede resolver el caso de los nucleones. En la sección 5.2, introduciremos un nuevo ingrediente: la mezcla entre los estados de isospín puro ω y ρ (conocido como " ρ - ω mixing") , que discutiremos desde el punto de vista tanto experimental como teórico. Analizaremos porqué el mixing puede ser la clave para el problema que concierne a esta Tesis. En la sección 5.3, preparando el Capítulo 6, veremos cómo se introduce el mixing en los modelos quirales analizados en la sección 3.2, a través de una bosonización del tipo de la estudiada en la sección 4.1.

5.1. DOMINACION DE LOS MESONES VECTORIALES

La existencia de los mesones vectoriales surgió del estudio de ciertas propiedades de la estructura electromagnética de los nucleones. El mesón ω fue introducido por Nambu⁽¹⁾ en el año '57 para explicar la discrepancia aparente en el radio de carga del protón y del neutrón: el mesón ω , una partícula vectorial frente al grupo de Lorentz y escalar frente al de isospín, puede entenderse como una correlación resonante de tres piones. Por otro lado, el análisis teórico del factor de forma de carga del protón llevó a Frazer y Fulco⁽²⁾ a introducir, en el año '59, al mesón $\vec{\rho}$: vectorial tanto por su estructura Lorentz como por la de isospín, es una correlación resonante de dos piones. Sakurai conjeturó⁽³⁾ en el '60 que la conservación de isospín e hipercarga puede ser explicada a través del

acoplamiento de partículas hadrónicas vía un mecanismo de Yang y Mills⁽⁴⁾. Estos dos aspectos de las interacciones electromagnéticas y hadrónicas, de apariencia tan disímil, fueron unificados en el marco del modelo conocido como *dominación de los mesones vectoriales* ("vector meson dominance" - VMD). VMD⁽⁵⁾ sostiene que el intercambio de mesones vectoriales domina las interacciones electromagnéticas de los hadrones. Dicho de otra forma, los hadrones no interactúan con el fotón sino a través de los mesones vectoriales neutros ρ^0 y ω , como se muestra en el diagrama de la Fig. 5-1.

En el marco de $SU(3)$ de sabor los mesones vectoriales ω y $\vec{\rho}$ son estados $q\bar{q}$ con impulso angular total 1, con la siguiente composición "espectroscópica":

$$\rho^+ : u \bar{d} \quad , \quad (5.1.1a)$$

$$\rho^- : \bar{u} d \quad , \quad (5.1.1b)$$

$$\rho^0 : (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2} \quad , \quad (5.1.1c)$$

$$\omega : (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2} \quad (5.1.1d)$$

y VMD puede entenderse de la siguiente forma: frente a las interacciones hadrónicas el fotón se materializa en un par $q\bar{q}$ que se propaga como un mesón vectorial ρ^0 u ω , siendo estos quarks los que interactúan con los quarks que componen el hadrón. Todas las complejidades de la QCD (autointeracciones de gluones y confinamiento) están incorporados en los estados intermedios de mesón vectorial.

Es necesario acotar aquí que se han observado otros mesones vectoriales (ϕ , ρ' , ψ , ψ' , etc), así como mesones

vectoriales-axiales (pseudovectores del grupo de Lorentz) como el isoescalar $\omega(1285)$ y el isotriplete $A_1(1270)$; estos últimos juegan también un papel en el VMD como, por ejemplo, en la diferencia de masa entre protones, según veremos en lo que sigue.

Para precisar las ideas veamos como el VMD participa en el factor de forma del pión⁽⁶⁾. Los experimentos en anillos de almacenamiento mostraron que en el proceso $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$, las secciones eficaces estaban dominadas por diagramas del tipo del de la Fig. 5-1. No hay evidencias de ningún decaimiento directo de fotones a pares $\pi^+ \pi^-$. El modelo propone entonces que el factor de forma⁽⁷⁾ del pión sea

$$F_\pi(q^2) \approx \sum_{\rho, \omega} \frac{b_v}{1 - (q^2/m_v^2)} \quad (5.1.2)$$

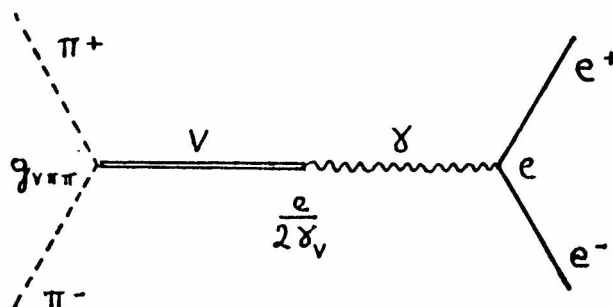


Fig. 5-1. Diagrama de dominación de los mesones vectoriales ($v = \rho, \omega$) en el proceso $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$.

En la región tipo espacio ($q^2 < 0$), el factor de forma se mide en la electroproducción de piones⁽⁸⁾. Los resultados que se obtienen (vea Fig. 5-2) indican que, en esta región, el factor de forma del pión está dominado por el mesón ρ^0 :

$$F_{\pi}(q^2) = \frac{m_{\rho}^2}{m_{\rho}^2 - q^2} \quad (q^2 < 0) \quad , \quad (5.1.3)$$

con $m_{\rho} = 770$ Mev.

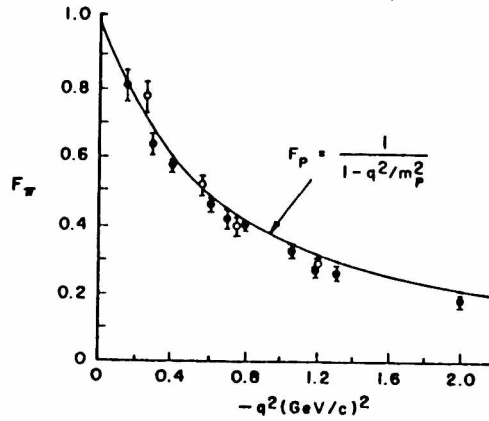


Fig. 5-2. Factor de forma del pion en la region q^2 tipo espacio ($q^2 < 0$).

En cambio en la región tipo tiempo ($q^2 > 0$), el factor de forma está determinado por la resonancia del mesón ρ^0 , es decir, debe ser tenido en cuenta el ancho finito del decaimiento $\rho \longrightarrow 2\pi$.

La expresión que ajusta los datos experimentales es ahora

$$F_{\pi}(q^2) = \frac{m_{\rho}^2}{m_{\rho}^2 - im_{\rho}\Gamma_{\rho}(q^2) - q^2} \quad (q^2 > 0) \quad , \quad (5.1.4)$$

con $\Gamma_{\rho}(m_{\rho}^2) = 153$ Mev.

Uno de los mayores éxitos del modelo de VMD consiste en la predicción de la diferencia de masa entre los piones cargados y el neutro. A fines de la década del '60 Das y colaboradores⁽⁹⁾

expresaron la diferencia de masa $\delta m_{\pi}^2 = m_{\pi^{\pm}}^2 - m_{\pi^0}^2$, en término de las funciones espectrales⁽¹⁰⁾ $\rho_V(m^2)$ y $\rho_A(m^2)$ para las funciones de dos puntos de corriente vectorial y axial, respectivamente:

$$\delta m_{\pi}^2 = \frac{3e^2}{F_{\pi}^2} \frac{1}{i} \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \int dm^2 \frac{\rho_V(m^2) - \rho_A(m^2)}{q^2 (q^2 + m^2)} . \quad (5.1.5)$$

Aproximando las funciones espectrales de forma de retener sólo los polos en ρ y A_1 , es decir

$$\rho_V(m^2) = g_{\rho}^2 \delta(m^2 - m_{\rho}^2) , \quad (5.1.6a)$$

$$\rho_A(m^2) = g_A^2 \delta(m^2 - m_A^2) \quad (5.1.6b)$$

y usando el resultado del álgebra de corrientes⁽¹¹⁾ $g_{\rho}^2 = 2m_{\rho}^2 F_{\pi}^2$ se obtiene

$$\delta m_{\pi}^2 = \frac{3 \ln 2}{2\pi} \frac{e^2}{4\pi} m_{\rho}^2 , \quad (5.1.7)$$

con lo que

$$m_{\pi^+} - m_{\pi^0} \approx 5.0 \text{ Mev} \quad (5.1.8)$$

en razonable acuerdo con el valor experimental de 4.6 Mev.

Este estimulante resultado lleva naturalmente a preguntarnos qué sucede con los nucleones. En primer lugar, ¿es posible ajustar los datos experimentales para los factores de forma de los nucleones mediante una expresión del tipo de

(5.1.2)? Al intentar responder a este interrogante observamos una gran diferencia con el caso piónico: el pión tiene isospín uno; es por lo tanto natural que el mesón vectorial que describe su factor de forma sea el mesón isovectorial ρ^0 . El nucleón en cambio tiene isospín $1/2$ por lo que, en principio, ni el ω (isoescalar) ni el ρ (isovectorial) podrían ajustar los factores de forma nucleónicos. Pero podemos intentar lo siguiente: los factores de forma del protón y del neutrón pueden ser escritos como

$$G^p = G^S + G^V, \quad G^n = G^S - G^V, \quad (5.1.9)$$

donde G^S es un factor de forma isoescalar: permanece invariante bajo una rotación de isospín (la que cambia un protón en un neutrón y vice-versa); G^V en cambio es un factor de forma isovectorial: cambia su signo bajo una rotación de isospín. La idea sería entonces ajustar G^S con los mesones vectoriales isoescalares (ω, ϕ, etc) y G^V con los isovectoriales (ρ, ρ', etc). Sin embargo, resulta imposible⁽¹²⁾ ajustar de esta manera los datos experimentales. Este fracaso ha sido sin duda un gran golpe para el modelo de VMD.

Otro importante comentario surge, al intentar realizar un cálculo similar al de Das y colaboradores con los nucleones. Si tenemos en mente la idea del bosón de gauge efectivo que mencionábamos al final del Capítulo 4, aparecen problemas con el isospín: así como la automasa de los piones requería un mesón vectorial de isospín 1 (el ρ), ahora para los nucleones precisaríamos uno de isospín $1/2$, lo que es imposible.

En cambio, de lo que sí se tienen claras evidencias experimentales es de una mezcla entre los estados puros de isospín ω y ρ^0 , que podría simular el efecto del mencionado bosón de gauge efectivo. Esto lo analizamos en la siguiente sección.

5.2. LA MEZCLA $\omega - \rho$

En 1961, siguiendo las predicciones de Nambu y Sakurai⁽¹³⁾, Greenberg conjeturó⁽¹⁴⁾ sobre las posibilidades de decaimientos extraños del mesón ω (que decae casi predominantemente a tres piones):

$$\omega \longrightarrow \pi^+ \pi^- . \quad (5.2.1)$$

En aquél entonces el status experimental era aún ambiguo⁽¹⁵⁾. Greenberg propuso analizar estos decaimientos extraños mediante una interacción que pueda describirse por el hamiltoniano fenomenológico

$$\mathcal{H} = m_{\omega\rho}^2 \rho_{\mu}^0 \omega^{\mu} . \quad (5.2.2)$$

En este modelo, $m_{\omega\rho}^2$ es la constante de acoplamiento de la interacción $\omega - \rho$. Incluye los efectos electromagnéticos (vía intercambio de fotones virtuales, Fig. 5-3a) así como otros estados intermediarios con los mismos números cuánticos del fotón (Fig. 5-3b).

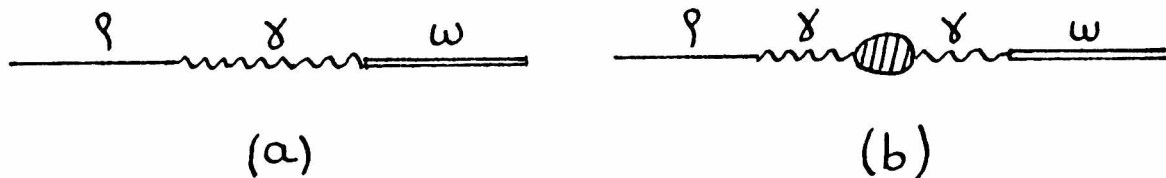


Fig. 5-3. Mixing de los mesones vectoriales ω y ρ^0 debido a interacciones electromagnéticas (a) y de otros tipos (b).

Los diagramas de la Fig. 5-4 muestran el proceso dominante (Fig. 5-4a) y secundario (Fig. 5-4b) en $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$, cerca de la masa del ω , de acuerdo al modelo propuesto.

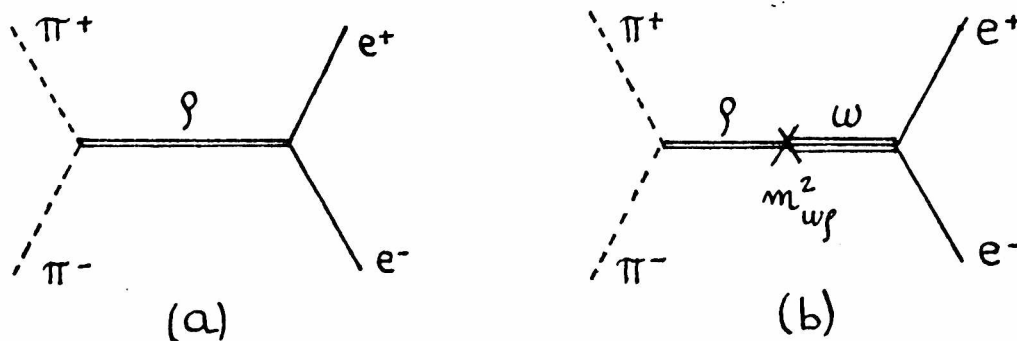


Fig. 5-4. Procesos para $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$ cerca de la masa de ω - ρ .

Esta idea se basa fundamentalmente en el hecho de que los mesones ω y ρ^0 tienen masas similares ($m_\omega = 783$ Mev, $m_\rho = 770$ Mev), por lo que, cerca de estos valores, estos dos procesos interfieren.

Al mejorarse las mediciones, el mixing pudo detectarse y entenderse con mayor claridad. Las medidas experimentales del

grupo de Orsay⁽¹⁶⁾ son, tal vez, la primera evidencia clara del fenómeno. En la Fig. 5-5 pueden verse los ajustes de los datos experimentales del factor de forma del pión, mediante la expresión

$$|F_{\pi}(s)| = \left| \frac{m_{\rho}^2}{s^2 - m_{\rho}^2 + im_{\rho}\Gamma_{\rho}} + R e^{i\varphi} \frac{m_{\omega}^2}{s^2 - m_{\omega}^2 + im_{\omega}\Gamma_{\omega}} \right|. \quad (5.2.3)$$

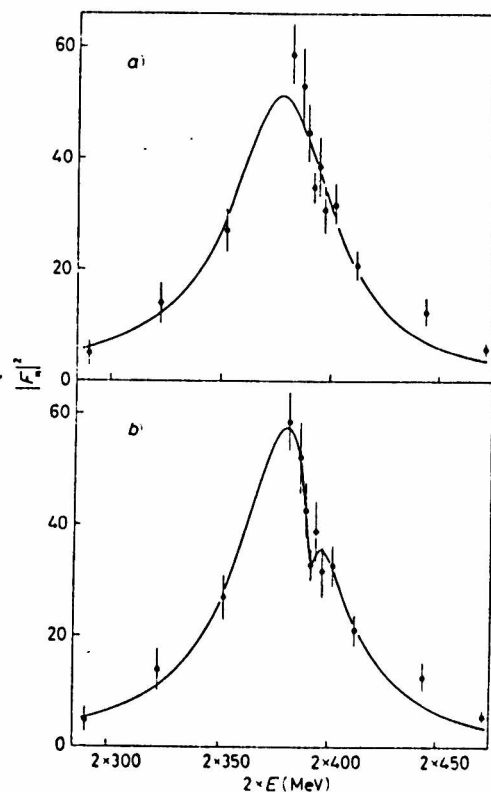


Fig. 5-5. Factor de forma del pión $|F_{\pi}|^2$. (a): ajuste con $R = \varphi = 0$ (sin interferencia); (b): ajuste con R y φ libres.

Como puede verse en la Fig. 5-5, el parámetro complejo $R e^{i\varphi}$ de la ecuación (5.2.3), se usa para ajustar los datos experimentales. Esta es sin duda una forma alternativa de entender el mixing. En efecto, (5.2.3) es la expresión de los

diagramas que se muestran en la Fig. 5-6.

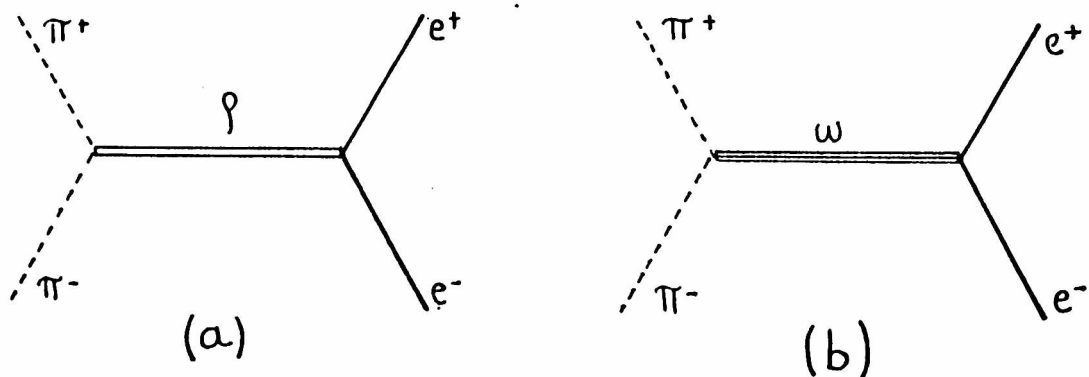


Fig. 5-6. Diagramas de Feynman para $e^+ e^- \rightarrow \pi^+ \pi^-$,
según la interpretación del mixing de la Ref. 16.

Naturalmente, hay una forma inmediata de relacionar ambas interpretaciones del mixing. La idea central que subyace en este fenómeno puede describirse de la siguiente manera: los estados físicos $\tilde{\omega}$ y $\tilde{\rho}^0$ son en realidad una mezcla de los estados puros de isospín ω y ρ^0 descritos en (5.1.1c) y (5.1.1d) :

$$|\tilde{\rho}^0\rangle = |\rho^0\rangle - \epsilon |\omega\rangle , \quad (5.2.4a)$$

$$|\tilde{\omega}\rangle = \epsilon |\rho^0\rangle + |\omega\rangle , \quad (5.2.4b)$$

donde ϵ es un parámetro pequeño. Así, los diagramas de la Fig. 5-4 se refieren a los estados puros de isospín ω y ρ^0 . El hamiltoniano correspondiente presenta la interacción de la ecuación (5.2.2) y debe por lo tanto ser diagonalizado. Los estados que diagonalizan al "hamiltoniano de masa"

$$\mathfrak{H}_m = \frac{1}{2} m_\rho^2 \rho_0^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^2 + m_{\omega\rho}^2 \omega^\mu \rho_\mu^0 \quad (5.2.5)$$

son los estados físicos (5.2.4), siempre que

$$\varepsilon = \frac{m_{\omega\rho}^2}{m_\omega^2 - m_\rho^2} . \quad (5.2.6)$$

El hamiltoniano diagonalizado se escribe entonces en función de los campos físicos $\tilde{\omega}$ y $\tilde{\rho}^0$

$$\mathfrak{H}_m = \frac{1}{2} m_{\tilde{\rho}^0}^2 \tilde{\rho}_0^2 + \frac{1}{2} m_{\tilde{\omega}}^2 \tilde{\omega}^2 , \quad (5.2.7)$$

con

$$m_{\tilde{\rho}^0}^2 = m_\rho^2 - 2\varepsilon m_{\omega\rho}^2 , \quad m_{\tilde{\omega}}^2 = m_\omega^2 + 2\varepsilon m_{\omega\rho}^2 \quad (5.2.8)$$

despreciando términos en ε^2 .

El estado físico $\tilde{\omega}$ presenta entonces una parte predominante ω que decae a tres piones, pero también una parte ρ^0 que decae a dos piones. Por lo tanto los diagramas de la Fig. 5-6 son los que corresponden a los campos físicos $\tilde{\omega}$ y $\tilde{\rho}^0$, mientras que los campos puros de isospín ω y ρ^0 verifican los de la Fig. 5-4.

En lo que sigue, no pondremos especial cuidado en diferenciar ω de $\tilde{\omega}$ y ρ^0 de $\tilde{\rho}^0$, excepto que la situación lo requiera.

Antes de terminar con este punto de contacto entre las formas de entender el mixing acotemos que, al vestirse la masa

de las resonancias ω y ρ , se agregará $-im_v \Gamma_v$ ($v = \omega, \rho$) en los propagadores⁽¹⁷⁾. Por lo tanto, (5.2.6) se transforma en

$$\epsilon = \frac{m_{\omega\rho}^2}{m_\omega^2 - m_\rho^2 - im_\omega \Gamma_\omega + im_\rho \Gamma_\rho} \quad (5.2.9)$$

Una vez introducido un modelo para el mixing, vamos a hacer el contacto con los resultados experimentales más recientes.

La cantidad más fácilmente medible es el coeficiente $m_{\omega\rho}^2$. En efecto $m_{\omega\rho}^2$ es proporcional a la raíz cuadrada del "branching ratio" para $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^-$

$$B_{\omega \rightarrow \pi\pi} \equiv \frac{\Gamma_{\omega \rightarrow \pi\pi}}{\Gamma_{\omega}(\text{total})} \propto (m_{\omega\rho}^2)^2 \quad (5.2.10)$$

Los valores experimentales para $B_{\omega \rightarrow \pi\pi}^{1/2}$ así como los correspondientes de $m_{\omega\rho}^2$ se muestran en la Tabla 5-1. Se observa una dispersión para los valores de $m_{\omega\rho}^2$.

experimento	$B_{\nu \rightarrow 2\pi}^{1/2}$	$m_{\omega\rho}^2 (10^{-8} \text{ GeV}^2)$
Bigge y col. $\gamma N \rightarrow \pi\pi N$	0.09 ± 0.014	-2.6 ± 0.4
Alversleben y col. $\gamma N \rightarrow \pi\pi N$	0.11 ± 0.014	-3.2 ± 0.4
Benaksas y col. $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$	0.19 ± 0.05	-5.5 ± 1.4
Quenzer y col. $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$	0.13 ± 0.03	-3.7 ± 0.9

Tabla 5-1. El parametro del mixing ρ - ω , a partir de los experimentos de la Ref. 16.

Para finalizar esta sección, acotemos un interesante

resultado de Langacker⁽¹⁹⁾. Como vimos más arriba, pueden distinguirse dos contribuciones al coeficiente $m_{\omega\rho}^2$. La parte electromagnética se calcula con facilidad, observándose que el diagrama dominante es el de la Fig. 5-3a, es decir el intercambio de un fotón. Esta vale $m_{\omega\rho}^2(\gamma) = +(0.69 \pm .05) \times 10^{-8} \text{ Gev}^2$. Suponiendo que la parte restante se debe a un término de "tadpole" y bajo ciertas hipótesis, se puede relacionar⁽¹⁹⁾ esta contribución con la diferencia de masas entre quarks, mediante

$$\frac{m_d - m_u}{2m_s - (m_d + m_u)} = \frac{(m_{\omega\rho}^2)_{\text{tad}}}{-2(m_k^2 - m_\rho^2)} \quad (5.2.11)$$

Esta ecuación fue deducida partiendo del hecho de que el operador de tadpole, $d\bar{d} - u\bar{u}$ y el operador de ruptura de SU(3), $d\bar{d} + u\bar{u} - 2s\bar{s}$, pertenecen al mismo octeto. A partir de (5.2.11) puede deducirse la cantidad $r^- \equiv (m_d - m_u)/2m_s$, obteniéndose un valor⁽¹⁹⁾ (0.010 ± 0.002) perfectamente compatible con el que se obtiene por otros métodos.

Este resultado, relacionando el mixing de los mesones vectoriales ω y ρ^0 con la diferencia de masa entre los quarks que constituyen los nucleones, es sin duda otro elemento para convencerse de que este mixing tiene que estar relacionado con la ruptura de isospín no electromagnética, necesaria para separar correctamente las masas del neutrón y del protón.

La pregunta que uno se hace ahora, naturalmente, es cómo introducir el mixing en el modelo quiral estudiado en los dos Capítulos anteriores. Esto es lo que analizamos en la siguiente

sección.

5.3. EL MIXING $\omega - \rho$ Y LOS LAGRANGEANOS QUIRALES

En la sección 3.3 vimos que, a partir de un lagrangeano de quarks del tipo de NJL, es posible obtener un lagrangeano efectivo capaz de describir la física tanto de los mesones escalares (piones) como de los vectoriales. Sin embargo, el mixing no surge de dicha bosonización, lo que indica que el lagrangeano de NJL requiere de una extensión para reproducir los efectos de ruptura de la simetría de isospín ligados al mixing. El origen⁽²⁰⁾ de esta ruptura será analizado pues en esta sección.

Vamos a partir del lagrangeano de la sección 3.3

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{q}(i\not{\partial} - \hat{m})q + 2G_1 \sum_{j=0}^3 \{(\bar{q} \frac{\tau_j}{2} q)^2 + (\bar{q} i\gamma_5 \frac{\tau_j}{2} q)^2\} - \\ & - 2G_2 \sum_{j=0}^3 \{(\bar{q} \gamma_\mu \frac{\tau_j}{2} q)^2 + (\bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau_j}{2} q)^2\} . \quad (5.3.1) \end{aligned}$$

Recordemos que, para $\hat{m} = 0$, este lagrangeano posee una simetría quiral $U(2)_L \times U(2)_R$ global, la que está espontáneamente rota a $U(2)_V$ para el límite N_c (número de colores) grande.

Como vimos en la secciones 3.3 y 4.1, usando la fórmula de Stratonovich (ecuación (3.3.3)) la interacción corriente vectorial - corriente vectorial se lineariza

$$- 2G_2 \sum_{j=0}^3 \{ \bar{q} \gamma_\mu \tau_j^j q \}^2 \longrightarrow \sum_{j=0}^3 \left\{ \frac{1}{8G_2} (V_\mu^j)^2 + V_\mu^j \bar{q} \gamma_\mu \tau_j^j q \right\} . \quad (5.3.2)$$

Luego de la integración sobre los campos de quarks y algunos cálculos suplementarios que no hacen a la esencia del resultado (renormalización de los campos y una redefinición de los V_μ^j), básicamente V_μ^0 es identificado con el campo ω_μ , V_μ^3 con el campo ρ_μ^0 y las combinaciones standard de V_μ^1 y V_μ^2 con los campos cargados ρ_μ^+ y ρ_μ^- .

El término cuadrático en (5.3.2) da origen al término de masa de los mesones vectoriales. Como puede verse, estos están degenerados. Esto es por efecto de la gran simetría del sector en autointeracción del lagrangeano (5.3.1). Este sector es invariante frente a las rotaciones $O(4)$ que mezclan la parte isoescalar con las tres componentes de la parte isovectorial correspondiente. En el sector escalar (aquél cuya constante de acoplamiento es G_1), esta simetría de isospín está contenida en $U(2)_V \times U(2)_A$; en el sector vectorial en cambio, se trata de una simetría extra impuesta por el modelo.

Por otro lado, el término lineal en V_μ^3 en (5.3.2), luego de la integración en los quarks, da lugar a la interacción de los mesones vectoriales con los campos de piones. Es fácil ver que, al igual que en los modelos descritos en la sección 3.2.4, el ω se acopla con la corriente bariónica B_μ , vía

$$g_\omega \omega_\mu B^\mu \quad (5.3.3)$$

que da origen al decaimiento $\omega \longrightarrow 3\pi$. Lo mismo sucede para el ρ que se acopla con la corriente J_μ^i (ecuación (4.2.6))

$$-g_{\rho\pi\pi} \rho_\mu^i J_i^\mu \sim g_{\rho\pi\pi} \rho_\mu^i [(\partial^\mu \vec{\pi}) \times \vec{\pi}] \Big|_i \quad (5.3.4)$$

que produce el decaimiento $\rho^0 \rightarrow 2\pi$. Estas dos interacciones preservan la simetría de isospín. De hecho, para $\hat{m} = 0$, el lagrangeano (5.3.1) es invariante bajo transformaciones de isospín y esta simetría se mantiene luego que la simetría quirral se rompe espontáneamente.

Antes de analizar las modificaciones del lagrangeano que introduzcan violaciones de isospín, acotemos que, en un procedimiento similar al descrito para los mesones vectoriales, es posible generar campos de mesones vectoriales - axiales a partir del término $\sum_{j=0}^9 (\bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau_j}{2} q)^2$: aparecen así en el modelo el mesón isoescalar $D(1285)$ y el isotriplete $A_1(1275)$.

Pasemos ahora a la violación del isospín. En todos los modelos efectivos hadrónicos se reconocen dos fuentes para esta violación: el electromagnetismo y la diferencia de masa entre los quarks down y up. Esto se basa en las propiedades de las interacciones fundamentales entre quarks y en la pequeñez de los efectos de la corriente débil neutra. En el caso particular de estos modelos quirales, los efectos electromagnéticos están muy bien comprendidos; pero no puede decirse lo mismo para los fenómenos originados en la diferencia de masa de los quarks. En lo que sigue, contaremos algunos intentos⁽²⁰⁾ por arrojar un poco más de luz sobre este último aspecto.

En la sección 4.1 discutimos brevemente, en un esquema similar al presente, la ruptura de la simetría de isospín, en un modelo que incluía sólo campos de piones. Concluimos que la

espectroscopía hadrónica no podía ser reproducida sólo con estos campos y, en la sección 4.2, apuntamos la necesidad de campos vectoriales auxiliares. En el esquema presente en cambio, la consideración del término de masa \hat{m} en el lagrangeano (5.3.1) rompe la simetría de isospín, separando las masas del ω y ρ^0 de las de los mesones vectoriales cargados

$$m_{\omega}^2 = m_{\rho^0}^2 = M_0^2, \quad m_{\rho^+}^2 = m_{\rho^-}^2 = M_0^2 + \frac{3}{2}(m_d - m_u)^2. \quad (5.3.5)$$

Sin embargo, esta ruptura es insuficiente para explicar dos hechos experimentales que nos interesan particularmente. Por un lado, el ω y el ρ^0 siguen teniendo la misma masa. Por otro, los acoplamientos (5.3.3) y (5.3.4) de estos campos con los piones siguen siendo los mismos; por lo tanto el decaimiento $\omega \rightarrow 2\pi$ sigue estando prohibido.

Este resultado no puede sorprendernos. El campo ω_{μ} introducido en (5.3.2) no es más que el campo medio⁽²⁴⁾ de la corriente $\frac{1}{2}(\bar{u} \gamma_{\mu} u + \bar{d} \gamma_{\mu} d)$ que es un isosinglete, mientras que el ρ_{μ}^0 es el campo medio de la corriente $\frac{1}{2}(\bar{u} \gamma_{\mu} u - \bar{d} \gamma_{\mu} d)$, la combinación neutra del isotriplete. Es entonces evidente que el término de masa de quarks del lagrangeano de NJL, que proviene de \hat{m} , no puede producir el resultado deseado ya que no puede cambiar el contenido de quarks de estas corrientes. Esto sólo puede realizarse mediante el agregado de nuevos términos de autointeracción en los quarks. En efecto, creemos que, en un modelo quiral basado en un lagrangeano de NJL, la violación de isospín no electromagnética no se origina a través de un término de masa de los quarks; debe ser producido, al nivel del

lagrangeano de NJL, por interacciones efectivas entre los quarks.

Comencemos entonces por el origen de la diferencia de masa entre el ω y el ρ^0 . Este debe ser producido por una interacción que rompa la simetría previamente mencionada presente en el término controlado por la constante de acoplamiento G_2 . El término más sencillo que realiza esta tarea es

$$2K \{(\bar{q} \gamma_\mu \bar{z}^0 q)^2 - \sum_{j=1}^3 (\bar{q} \gamma_\mu \bar{z}^j q)^2 + (\bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \bar{z}^0 q)^2 - \sum_{j=1}^3 (\bar{q} \gamma_\mu \gamma_5 \bar{z}^j q)^2\} \quad (5.3.6)$$

En efecto, el primer junto con el cuarto término de (5.3.6) garantizan la continuidad de la simetría $SU(2)_A$; lo mismo sucede con el segundo junto con el tercero. Esto ya lo habíamos observado en el lagrangeano (4.1.1) (aunque como escalar de Lorentz, en vez de vectorial como en este caso) donde la simetría $SU(2)_A$ estaba presente. En cambio, este nuevo término diferencia a los mesones vectoriales isovectoriales del isoescalar, debido al signo opuesto del primer y el segundo término. Esto se ve claramente al observar que (5.3.2) se escribe ahora

$$\begin{aligned} & - 2 G_2 \{(1-a)(\bar{q} \gamma_\mu \bar{z}^0 q)^2 + (1+a) \sum_{j=1}^3 (\bar{q} \gamma_\mu \bar{z}^j q)^2\} \\ \longrightarrow & \frac{1}{8G_2(1-a)} (v_\mu^0)^2 + \frac{1}{8G_2(1+a)} \sum_{j=1}^3 (v_\mu^j)^2 + \sum_{j=0}^3 v_\mu^j (\bar{q} \gamma_\mu \bar{z}^j q) \end{aligned} \quad (5.3.7)$$

donde $a \equiv K/G_2$. Las masas de ω y ρ^0 ahora se separan;

comparando con (5.3.5) deducimos que

$$m_{\omega}^2 = \frac{1}{1-a} M_0^2 \quad , \quad m_{\rho_0}^2 = \frac{1}{1+a} M_0^2 \quad . \quad (5.3.8)$$

Si $m_{\omega} = 783$ Mev y $m_{\rho_0} = 770$ Mev,

$$\frac{K}{G_2} = a = \frac{m_{\omega}^2 - m_{\rho_0}^2}{m_{\omega}^2 + m_{\rho_0}^2} = 0.0167 \quad . \quad (5.3.9)$$

Un análisis similar puede hacerse para las masas de los mesones vectoriales axiales. En efecto la ruptura que producen el tercer y cuarto término de (5.3.6) separa las masas del D y del A_1 . Recordemos que los valores experimentales son⁽²²⁾ $m_D = 1283 \pm 5$ Mev y $m_A = 1275 \pm 28$ Mev. Nuestra predicción para la masa del A_1 es

$$m_A = \sqrt{\frac{1-a}{1+a}} m_D = 1262 \text{ Mev} \quad ,$$

compatible con el error experimental.

Analicemos brevemente el posible origen de la interacción (5.3.6). Obsérvese que puede escribirse en la forma

$$K \{ \text{Det}_s [\bar{q} \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) q] + \text{Det}_s [\bar{q} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) q] \} \quad , \quad (5.3.10)$$

donde s indica sabor; es decir, el determinante se calcula sobre la matriz que se genera en (5.3.10) cuando \bar{q} y q recorren los índices (\bar{u}, \bar{d}) y (u, d) respectivamente. La expresión (5.3.10) es similar al conocido determinante de t' Hooft⁽²³⁾

$$\text{Det}_s [\bar{q} (1 + \gamma_5) q] + \text{Det}_s [\bar{q} (1 - \gamma_5) q] \quad (5.3.11)$$

cuyo papel es crucial en la solución del problema $U(1)$. El es el responsable de la masa del η y, consecuentemente, de su separación en masa de los tres bosones de Goldstone: los piones. Claramente (5.3.10) no rompe la simetría $U(1)_A$, pero (5.3.10) y (5.3.11) actúan en forma similar, dado que ambos separan un isoescalar de un isotriplete: en el problema $U(1)$ se trata de los mesones más livianos de spin cero; mientras que en el caso presente se trata de los mesones más livianos de spin uno. El determinante de t' Hooft se origina en el efecto tunel de instantones entre diferentes estados de vacío. Es posible que la justificación de (5.3.10) se deba a efectos similares. Es este un interesante camino abierto.

Volviendo a las consecuencias del agregado del término (5.3.6) al lagrangeano (5.3.1), vemos que, si bien separa las masas del ω y del ρ^0 , en cambio no cambia los acoplamientos entre los mesones vectoriales y los quarks. En otras palabras, los términos lineales en V_μ^l que aparecen (5.3.7) son los mismos que aparecían en (5.3.2). Esto significa que la ruptura de la simetría de isospin producida por (5.3.6) no genera la mezcla esperada; los acoplamientos con piones siguen estando dados por (5.3.3) y (5.3.4). Lo que sucede es que (5.3.6) preserva la simetría u-d (simetría $SU(2)_V$), mientras que, como hemos señalado más arriba, para generar el mixing tenemos que romper precisamente esta simetría.

Dado a que no existe evidencia experimental respecto de una violación de la G-paridad en los modos de decaimiento de los

mesones vectoriales axiales, vamos a concentrarnos únicamente en el sector vectorial (en caso que fuera necesario, la extensión al sector vectorial axial sería inmediata).

Introducimos una ruptura mínima de la simetría u-d en este sector, mediante el término

$$- G_2 b [(\bar{u} \gamma_\mu u)^2 - (\bar{d} \gamma_\mu d)^2] \quad . \quad (5.3.12)$$

Veamos cómo (5.3.12) junto con (5.3.6) da lugar al mixing. Para simplificar el álgebra, definamos

$$U_\mu = \bar{u} \gamma_\mu u \quad , \quad D_\mu = \bar{d} \gamma_\mu d \quad (5.3.13)$$

y consideremos sólo los términos del lagrangeano que contienen estas dos corrientes que son las únicas fuentes para los campos ω y ρ^0 . De (5.3.1), (5.3.6) y (5.3.12) estos términos resultan

$$- \frac{G}{2} \{ (1-a)(U_\mu + D_\mu)^2 + (1+a)(U_\mu - D_\mu)^2 + 2b(U_\mu^2 - D_\mu^2) \} \quad , \quad (5.3.14)$$

lo que puede ser escrito como

$$- \frac{G}{2} \left\{ \left(1 - \frac{a}{\sqrt{1-b^2}}\right) (\sqrt{1+b} U_\mu + \sqrt{1-b} D_\mu)^2 + \left(1 + \frac{a}{\sqrt{1-b^2}}\right) (\sqrt{1+b} U_\mu - \sqrt{1-b} D_\mu)^2 \right\} \quad . \quad (5.3.15)$$

Usando ahora la fórmula de Stratonovich, al igual que en (5.3.2) y (5.3.7), la expresión (5.3.15) se transforma en

$$\frac{1}{8G_2} \frac{1}{1-a^2-b^2} \{ (1+a) \omega_\mu^2 + (1-a) \rho_\mu^2 + -2 b \omega^\mu \rho_\mu^0 \} + \frac{1}{2} \omega^\mu (U_\mu + D_\mu) + \frac{1}{2} \rho_\mu^0 (U_\mu - D_\mu) . \quad (5.3.16)$$

Vemos que las interacciones de ω y ρ^0 con las corrientes de quarks son las mismas que en (5.3.7). Sin embargo, aparece un nuevo ingrediente: el término de interacción cruzado en $\omega^\mu \rho_\mu^0$ que, como vimos en la sección anterior, es una posible interpretación del mixing; se trata del término de (5.2.2) con

$$m_{\omega\rho}^2 = \frac{1}{4G_2} \frac{b}{1-a^2-b^2} . \quad (5.3.17)$$

Para pasar a la otra modelización del mixing, diagonalicemos la matriz de masa de ω y ρ^0 , definiendo los llamados *campos físicos*

$$\tilde{\omega}_\mu = \omega_\mu + \varepsilon \rho_\mu^0 , \quad \tilde{\rho}_\mu^0 = \rho_\mu^0 - \varepsilon \omega_\mu , \quad (5.3.18)$$

donde ε verifica la ecuación

$$-b \varepsilon^2 + 2a \varepsilon + b = 0 \quad (5.3.19)$$

por lo que, si no despreciamos el término en ε^2 como hicimos en la sección anterior, el parámetro del mixing vale

$$\varepsilon = - \frac{\sqrt{a^2+b^2} - a}{b} . \quad (5.3.20)$$

La parte de interacción de los mesones vectoriales con los

campos de piones es ahora

$$\tilde{\omega}_\mu (g_\omega B^\mu - \varepsilon g_{\rho\pi\pi} J_\rho^\mu) + \rho_\mu^0 (-\varepsilon g_\omega B^\mu - g_{\rho\pi\pi} J_\rho^\mu) \quad (5.3.21)$$

permitiendo el decaimiento observado $\omega \rightarrow 2\pi$. La ecuación (5.3.21) muestra que los campos físicos no conservan isospín.

Es interesante observar que si elimináramos el término de ruptura de simetría (5.3.12) haciendo $b = 0$, el parámetro de mixing desaparece. Por otro lado si eliminamos el término (5.3.6), haciendo $a = 0$ ($K = 0$), entonces de (5.3.20) se sigue que $\varepsilon = -1$ cualquiera sea el valor de b . Sin embargo, tomando el módulo de la ecuación (5.2.9), vemos que para los valores experimentales de $m_{\omega\rho}^2$, $\varepsilon \simeq -0.05$. Por lo tanto, para generar un mixing que ajuste los datos experimentales, son necesarios tanto el término de ruptura de la simetría de isospín de la ecuación (5.3.6) como el de la (5.3.12).

Para terminar con las predicciones de este modelo, vemos que de (5.3.20) se deduce

$$\frac{b}{a} = - \frac{2\varepsilon}{1 - \varepsilon^2} \quad (5.3.22)$$

por lo que para $\varepsilon = -0.05$, $b/a = 0.1$. Deducimos entonces que

$$m_{\tilde{\omega}}^2 = \frac{1}{1 - \sqrt{a^2+b^2}} \frac{\sqrt{a^2+b^2} + a}{2\sqrt{a^2+b^2}} M_0^2 \simeq \frac{1}{1-a} M_0^2,$$

$$m_{\tilde{\rho}}^2 = \frac{1}{1 + \sqrt{a^2+b^2}} \frac{\sqrt{a^2+b^2} + a}{2\sqrt{a^2+b^2}} M_0^2 \simeq \frac{1}{1+a} M_0^2.$$

Finalmente, usando (5.3.20) vemos que la expresión (5.3.9) ahora se escribe

$$a = \frac{1 - \epsilon^2}{1 + \epsilon^2} \frac{m_\omega^2 - m_\rho^2}{m_\omega^2 + m_\rho^2} = 0.0166$$

casi coincidente con el valor obtenido en (5.3.9) para $\epsilon = 0$.

Para terminar esta sección, reflexionemos acerca del posible origen del término de ruptura de la simetría de sabor (5.3.12). Observamos que este término puede escribirse de la forma

$$- 4 G_2 b (\bar{q} \gamma_\mu \frac{\tau_0}{2} q) (\bar{q} \gamma_\mu \frac{\tau_3}{2} q) . \quad (5.3.23)$$

Se podría sospechar que la expresión (5.3.23) proviene de una interacción entre corrientes neutras. Sin embargo, aunque la constante de acoplamiento aquí es pequeña ($4 G_2 b \sim 10^{-7} \text{ Mev}^{-2}$) es mucho más grande que la constante de Fermi ($G_F/\sqrt{2} \sim 10^{-11} \text{ Mev}^{-2}$). Por lo tanto, desde un punto de vista conservador, la única posibilidad es que, al pasar del lagrangeano de la QCD con quarks y gluones al lagrangeano efectivo de quarks de NJL, diferentes masas de los quarks down y up den lugar al término de ruptura (5.3.23), a través de algún mecanismo complicado. Sin embargo, aunque esta fuera la causa final de este término, es claro que en teorías quirales efectivas, el punto de vista simplista que asigna el origen de la espectroscopía hadrónica directamente a las masas de los quarks constituyentes, parece no ser correcto (al menos en un mundo sin extrañeza). Aun más,

en el esquema que hemos desarrollado aquí, las propiedades externas de los hadrones permanecen sin cambio, cuando en el lagrangeano de NJL los quarks tienen la misma masa. En otras palabras, para reproducir correctamente las evidencias experimentales ligadas a la violación de isospín, es necesario incluir simultáneamente, interacciones del tipo de las ecuaciones (5.3.6) y (5.3.12).

Concluimos este Capítulo entonces, puntualizando, en primer lugar, que los mesones vectoriales juegan un importante papel en la espectroscopía hadrónica; en segundo término, la mezcla entre los mesones ω y ρ^0 se relaciona con la diferencia de masa entre los quarks down y up; finalmente, una tal ruptura de la simetría de isospín puede ser introducida en modelos quirales del tipo de los analizados en los Capítulos anteriores. El paso siguiente será intentar explicar la contribución faltante en la diferencia de masa entre ambos nucleones, mediante el mecanismo del mixing. Esto es lo que haremos en el siguiente Capítulo.

REFERENCIAS DEL CAPITULO 5

1. Y. Nambu; Phys. Rev. 106, 1366 (57).
2. W. B. Frazer y J. Fulco; Phys. Rev. Lett. 2, 365 (59).
3. J. J. Sakurai; Ann. Phys. (NY) 11, 1 (60).
4. C. N. Young y R. L. Mills; Phys. Rev. 96, 191 (54).
5. J. J. Sakurai; "Currents and mesons" (Univesity of Chicago Press, Chicago, 1969).
6. D. C. Cheng y G. K. O' Neill; "Elementary Particle Physics" (Adison Wesley Publissing Company, 1979) página 105.
7. A diferencia del caso del nucleón que se muestra en el Apéndice A, es posible ver que el pión tiene un único factor de forma . Ver por ejemplo Ref. 6, página 104.
8. M. Gourdin; "Proc. 6th Int. Symp. on Electron and Photon Interactions" (North Holland, Amsterdam, 1973) página 412.
9. T. Das y colaboradores; Phys. Rev. Lett. 18, 759 (67).
10. S. Weimberg; Phys. Rev. Lett. 18, 759 (67).
11. K. Kawarabayashi y M. Suzuki; Phys. Rev. Lett. 16, 255 (66).
12. M. W. Kirson; Phys. Rev. 132, 1249 (63).
13. Y. Nambu y J. J. Sakurai; Phys. Rev. Lett. 8, 79 (62).
14. D. F. Greenberg; Il Nuovo Cim. 38, 1908 (65).
15. J. Steimberger y G. Lütjens; Phys. Rev. Lett. 12, 517 (63).
16. J. E. Augustin y colaboradores; Lett. al Nuovo Cim. 2, 214 (69).
17. Comparar por ejemplo (5.1.3) y (5.1.4). Para un análisis detallado de la cuestión, ver por ejemplo
B. De Witt y J. Smith; "Field Theory in Particle Physics

Vol.1 (North-Holland, 1986) página 104.

18. P. J. Biggs y colab. ;Phys. Rev Lett. 24, 1197 (70); 24, 1201 (70); H. Alvensleben y colab. ;ibid 27, 888 (71); 25, 1373 (70); D. Benaksas y colab.; Phys. Lett. 39B, 289 (72); 42B, 507 (72); A. Quenzer y colab.; ibid. 76B, 512 (78).
19. P. Langacker; Phys. Rev. 20D, 2983 (79).
20. L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y R. Méndez Galain; "Isospin violation in chiral effective models", La Plata preprint (88).
21. Ver sección 3.3.
22. Particle Data Group, Phys. Rev. Lett. B170, 1.
23. S. Weinberg; Phys. Rev. Lett. 40, 223 (78); F. Wilczek; ibid. 40, 279 (78).

CAPITULO VI

LA DIFERENCIA DE MASA NEUTRON-PROTON

En los primeros Capítulos de esta Tesis hemos analizado diversos aspectos del problema de la diferencia de masa entre el neutrón y el protón. En primer lugar observamos que sólo con la contribución electromagnética no se reproduce ni siquiera el signo del valor experimental. Vimos entonces, que el diferente contenido de quarks de ambos nucleones debía ser la fuente de la violación de isospín faltante en el problema. La dificultad surge en la conexión de este fenómeno microscópico (quarks) y el nivel efectivo hadrónico (nucleones). Como vimos en el Capítulo 4, la mera traslación de la ruptura explícita de la simetría vectorial (o simetría de isospín) desde el lagrangeano pre-QCD del tipo de NJL, no producía al nivel efectivo ningún término que rompiera la simetría de isospín. Un bosón de gauge vectorial, como el fotón, en cambio, separa ambos nucleones. Buscando entonces algún campo efectivo que actúe en forma similar al fotón, en el Capítulo 5 analizamos la relación entre los mesones vectoriales y la espectroscopía hadrónica ya que, como es bien conocido desde hace algún tiempo, estos mesones juegan un papel fundamental (a través del VMD) en las interacciones electromagnéticas de los hadrones. Si bien el VMD falla para los bariones en algunos aspectos, observamos que la mezcla de los mesones vectoriales ω y ρ^0 puede ser la clave

para la contribución faltante en la diferencia de masa neutrón - protón. Finalmente, concluimos el Capítulo anterior con un análisis referido a la introducción de esta mezcla en los modelos quirales que hemos venido utilizando.

En este Capítulo, como corolario de todo lo ya estudiado, vamos a implementar dos formas diferentes de cálculo concreto de esta nueva contribución. En primera instancia (sección 6.1) lo haremos en el marco de un modelo del tipo de Skyrme; veremos así, que desde un punto de vista cualitativo, puede concluirse que hemos encontrado la contribución faltante. En la segunda parte del Capítulo (sección 6.2) haremos en cambio un análisis independiente de todo tipo de modelo hadrónico (del tipo del que hemos descrito en la sección 2.2.2 para el cálculo de Cottingham de la contribución electromagnética) y veremos que, usando únicamente cantidades medibles experimentalmente, obtenemos un resultado numérico muy próximo a 1.29 Mev, lo que significa una confirmación desde el punto de vista cuantitativo.

6.1. EL CALCULO EN EL MODELO DE SKYRME

En la sección 4.2 describimos el cálculo de la automasa electromagnética del nucleón en el modelo de Skyrme, debida a la emisión y reabsorción de un fotón (Fig. 2-3) expresada en la ecuación (4.2.6). Concluimos que un bosón de gauge efectivo pero masivo podría igualmente separar la masa de ambos

nucleones. Todo lo analizado en el Capítulo 5 nos lleva a imitar esta idea usando los mesones vectoriales ω y ρ^0 . En esta sección describiremos un trabajo⁽⁴⁾, en el que realizamos este cálculo en el marco del modelo de Skyrme.

En primer lugar, veamos que sucede con las contribuciones de ambos mesones separadamente, de acuerdo a los diagramas de la Fig. 6-1.

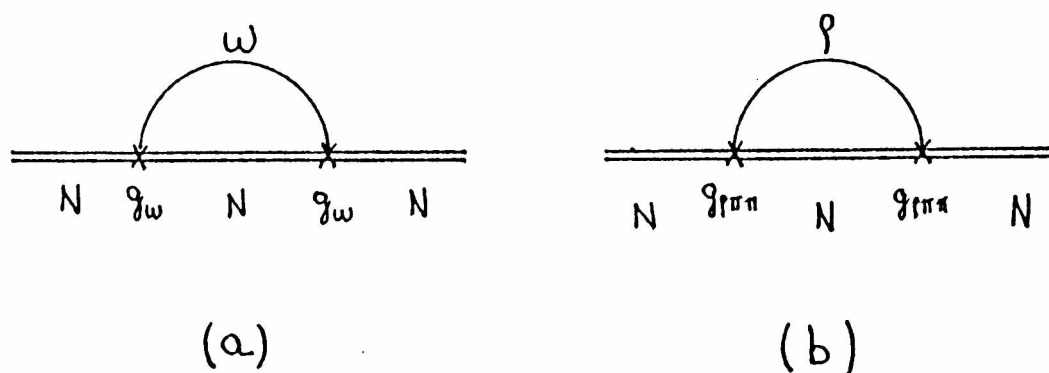


Fig. 6-1. Diagrama de automasa de los nucleones debida a la emision y reabsorcion de un meson vectorial ω (a) y ρ (b).

En vez de (4.2.3), tendremos las interacciones nucleón- ω y nucleón- ρ^0 . Como vimos en las secciones 3.2.4 y 5.3, los acoplamientos de los mesones vectoriales en las teorías quirales están dados por

$$g_{\omega} \omega_{\mu} B^{\mu} \sim \frac{i g_{\omega}}{4\pi^2 F_{\pi}^3} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \omega_{\mu\nu} \pi^0 (\partial_{\alpha} \pi^{+}) (\partial_{\beta} \pi^{-}) \quad (6.1.1)$$

y

$$-g_{\rho\pi\pi} \rho_{\mu}^0 J_s^{\mu} \sim g_{\rho\pi\pi} \rho_{\mu}^0 (\pi^{+} \partial^{\mu} \pi^{-} - \pi^{-} \partial^{\mu} \pi^{+}) \quad (6.1.2)$$

Estas expresiones, según vimos, describen los decaimientos del ω a 3π y del ρ^0 a 2π . Hemos visto también (sección 3.2.4) que las constantes de acoplamiento, en el marco de estos modelos, son $g_\omega \sim 25.4$ y $g_{\rho\pi\pi} \sim 6.2$. Claramente, debido a que (6.1.1) y (6.1.2) son invariantes de isospín, los diagramas de la Fig. 6-1 no podrán separar al iso-doblete neutrón-protón.

Analicemos en cambio, la contribución del diagrama de la Fig. 6-2. En otras palabras, pongamos en juego el mixing.

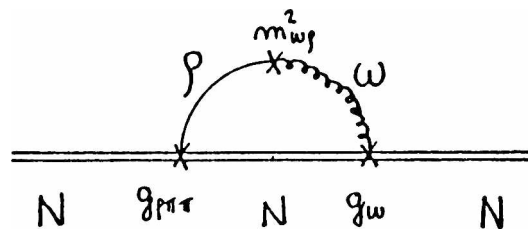


Fig. 6-2. Contribución del mixing ω - ρ^0 a la automasa del nucleon.

El cálculo de este diagrama puede hacerse siguiendo las líneas de la sección 4.2. Así, esta nueva contribución puede escribirse como

$$\Delta M_N^{\rho-\omega} = \frac{1}{2} m_{\omega\rho}^2 g_\omega g_{\rho\pi\pi} 2 \iint d^3r d^3r' \langle N | B_\mu(\vec{r}) \Delta G^{\mu\nu}(\vec{r}-\vec{r}') [-J_\nu^3(\vec{r}')] | N \rangle \quad (6.1.3)$$

donde, siguiendo con las suposiciones de la sección 4.2, $\Delta G^{\mu\nu}$ es el producto de los propagadores de ω y ρ^0 , en el límite estático. Obsérvese que, en el espacio de momentos, el producto de los propagadores es

$$g^{\mu\nu} \frac{1}{p^2 - m_\omega^2} \cdot \frac{1}{p^2 - m_\rho^2} = - \frac{g^{\mu\nu}}{m_\omega^2 - m_\rho^2} \cdot \left[\frac{1}{p^2 - m_\rho^2} - \frac{1}{p^2 - m_\omega^2} \right] . \quad (6.1.4)$$

La ecuación (6.1.4) muestra que $\Delta G^{\mu\nu}$ puede escribirse como la resta de los dos propagadores del ω y del ρ^0 respectivamente. Por lo tanto, al pasar al espacio de coordenadas y realizar el límite estático, tendremos la resta usual de dos propagadores masivos, es decir

$$\Delta G^{\mu\nu}(\vec{r}) = - \frac{g^{\mu\nu}}{4\pi} \frac{1}{m_\omega^2 - m_\rho^2} \left[\frac{e^{-m_\rho r}}{r} - \frac{e^{-m_\omega r}}{r} \right] . \quad (6.1.5)$$

Por otro lado, la ecuación (4.2.7) indica que el producto de corrientes que contribuye a (4.2.6) es el mismo que en (6.1.3). (Obsérvese sin embargo, que la parte isoescalar de la corriente electromagnética es $\frac{1}{2} B^\mu$, por lo que aquí tenemos un factor "2" extra.) Podemos usar entonces, en la ecuación (6.1.3), la expresión (4.2.8) de estas corrientes en función de $F(r)$ y $A(t)$. En cambio, el carácter masivo de los propagadores hace que el desarrollo (4.2.10) deba reemplazarse por ⁽²⁾

$$\frac{e^{-m|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = - m \sum_{l=0}^{\infty} (2l + 1) j_l(imr) h_l^{(4)}(imr') P_l(\hat{r} \cdot \hat{r}') . \quad (6.1.6)$$

Al llevar las expresiones (4.2.7) y (6.1.5)-(6.1.6) a (6.1.3), podemos observar, en primer término, que las integrales angulares son las mismas que en el caso del fotón,

ya que en ambos casos (ecuaciones (4.2.10) y (6.1.6)) tenemos los mismos polinomios de Legendre. La diferencia en cambio, reside en los coeficientes de estos polinomios; debemos reemplazar pues

$$\frac{1}{r_{>}} \longrightarrow \{ -m j_0(imr_{<}) h_0^{(1)}(imr_{>}) \} =$$

$$= \frac{1}{2m} \frac{e^{mr_{<}} - e^{-mr_{<}}}{r_{<}} \frac{e^{-mr_{>}}}{r_{>}} ; \quad (6.1.7a)$$

$$\frac{r_{<}}{r_{>}^2} \longrightarrow \{ -3m j_1(imr_{<}) h_1^{(1)}(imr_{>}) \} =$$

$$= \frac{3}{2m^3} \frac{e^{mr_{<}}(mr_{<} - 1) + e^{-mr_{<}}(mr_{<} + 1)}{r_{<}^2} \frac{e^{-mr_{>}}}{r_{>}^2} (mr_{>} + 1) .$$

(6.1.7b)

Se obtiene así, que

$$\Delta M_N^{\rho-\omega} = \frac{m_{\omega\rho}^2}{m_{\omega}^2 - m_{\rho}^2} \frac{g_{\omega} g_{\rho} \pi \pi}{4\pi} \approx \frac{aF_{\pi}}{2\pi\Lambda} [DC(m_{\rho}) - DC(m_{\omega})] \langle N | -I_3 | N \rangle$$

(6.1.8)

donde

$$DC(m) = \frac{m}{2} \int \int dS dS' \left\{ \frac{e^{\mu(S_{<} - S_{>})}}{\mu^4 S_{<}^2 S_{>}^2} [\mu^2 S_{<} S_{>} (P_1 - P_2) - \mu(S_{<} - S_{>}) P_2 + P_2] \right.$$

$$\left. - \frac{e^{-\mu(S_{<} + S_{>})}}{\mu^4 S_{<}^2 S_{>}^2} [\mu^2 S_{<} S_{>} (P_1 + P_2) + \mu(S_{<} + S_{>}) P_2 + P_2] \right\} , \quad (6.1.9a)$$

con

$$\mu = m / a F_{\pi} \quad (6.1.9b)$$

y

$$P_1(S, S') = S^2 S'^2 [S'^2 B(S) V(S') + S^2 B(S') V(S)] \quad (6.1.10a)$$

$$P_2(S, S') = S^3 S'^3 [B(S) V(S') + B(S') V(S)] \quad (6.1.10b)$$

($B(S)$ y $V(S')$) son las expresiones definidas en (4.2.9)

Hemos evaluado $D(m)$ por métodos numéricos.

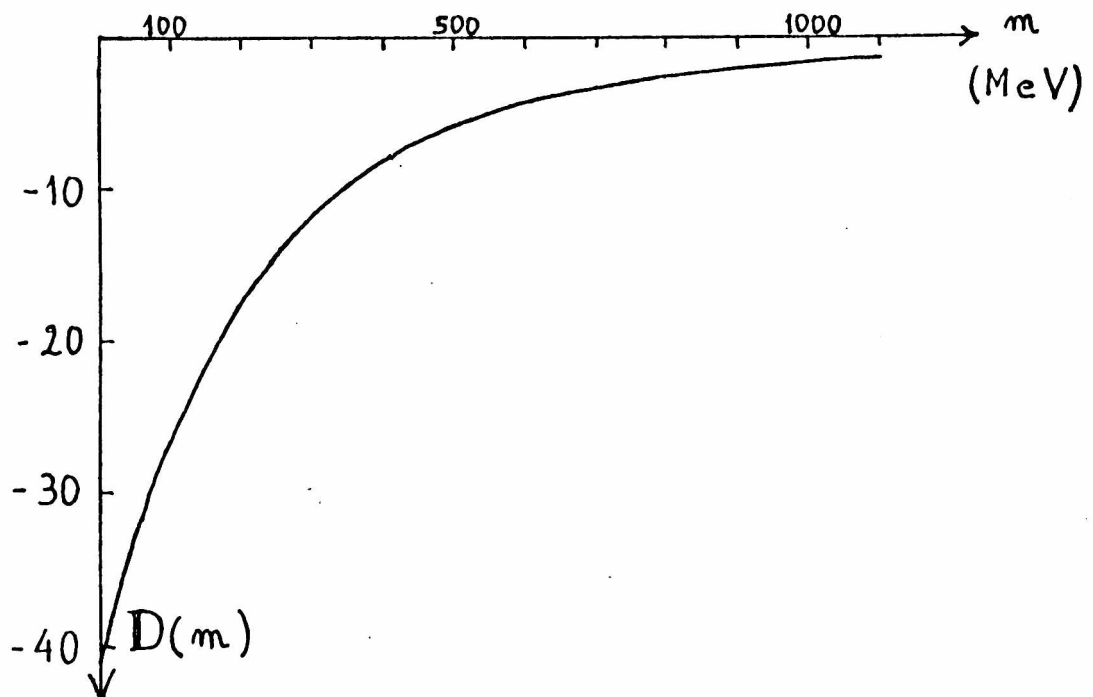


Fig. 6-3. Comportamiento de $D(m)$ para m menor que 1 GeV.

En primer lugar, resolvimos la ecuación diferencial (3.2.31) por el método de Runge-Kutta⁽⁹⁾. Impusimos $F(0) = \pi$ y ajustamos $F'(0)$ de forma que, para \tilde{r} grande, $F(\tilde{r})$ tienda a su

comportamiento asintótico, es decir

$$F(\tilde{r}) \longrightarrow 8.62 / \tilde{r}^2 \quad (6.1.11)$$

que es la solución de (3.2.31) para $\tilde{r} \longrightarrow \infty$. Luego, realizamos la integral doble mediante un programa de desarrollo propio, usando los ceros de los polinomios de Legendre⁽⁴⁾.

El comportamiento de $D(m)$ para m menor que 1 Gev, puede verse en la Fig. 6-3.

Puede observarse que, como era esperable, $D(0) = C = -40.63$. Para las masas experimentales $m_\rho = 770$ Mev y $m_\omega = 783$ Mev, resulta $D(m_\rho) - D(m_\omega) = -0.093$.

La contribución del mixing $\omega - \rho$ se escribe entonces

$$\Delta M_{n-p}^{\rho-\omega} = \frac{m_{\omega\rho}^2}{m_\omega^2 - m_\rho^2} \frac{g_\omega g_{\rho\pi\pi}}{4\pi} \approx \frac{aF_\pi}{2\pi\Lambda} [D(m_\rho) - D(m_\omega)] \quad (6.1.12)$$

Por lo tanto, usando los valores de las constantes de acoplamiento y de las constantes a , F_π y Λ ya citados, que surgen en el modelo de Skyrme, obtenemos

$$\Delta M_{n-p}^{\rho-\omega} = -2.54 \times 10^{-4} (\text{Mev}^{-1}) \times m_{\omega\rho}^2 \quad (6.1.13)$$

Finalmente, la diferencia de masa neutrón-protón puede escribirse como

$$\Delta M_{n-p} = \Delta M_{n-p}^{\text{em}} + \Delta M_{n-p}^{\rho-\omega} \quad (6.1.14)$$

con $\Delta M_{n-p}^{*m} = -0.65 \text{ Mev}$ (ecuación (4.2.15)). Para obtener el valor experimental $\Delta M_{n-p} = 1.29 \text{ Mev}$, la nueva contribución debe ser $\Delta M_{n-p}^{D-\omega} = 1.94 \text{ Mev}$ y por lo tanto

$$m_{\omega\rho}^2 \sim -7.6 \times 10^{-3} (\text{Gev})^2 \quad (6.1.15)$$

Como observamos en la sección 5.2, existe una apreciable dispersión en las medidas experimentales del parámetro $m_{\omega\rho}^2$. De todas formas, el valor de la ecuación (6.1.15) es ligeramente mayor que los que se muestran en la Tabla 5.1. Esto no es sorprendente dado que, como hemos señalado, las predicciones del modelo de Skyrme difieren hasta un 30 % de los valores experimentales.

Sin embargo, este interesante resultado muestra que, al menos desde el punto de vista cualitativo, la nueva contribución que hemos agregado parece ser la base de la violación de isospín no electromagnética necesaria para explicar la diferencia de masa entre los nucleones.

Para terminar esta sección, analicemos las bases más importantes de este resultado.

Tal vez, el hecho más sorprendente es la obtención de un valor comparable al electromagnético, a partir de interacciones fuertes: en efecto, la contribución electromagnética es proporcional a la constante de estructura fina ($\alpha = e^2/4\pi \approx 1/137$) mientras que la contribución de los mesones vectoriales es proporcional al producto $g_{\omega} g_{\rho\pi\pi}/4\pi$ (α

12.5). Sin embargo, dos ingredientes aparecen como cruciales. Primeramente, el mixing hace que las contribuciones de cada uno de los dos mesones sean competitivas, como puede verse en la ecuación (6.1.12). El segundo elemento esencial es el hecho de que las masas del ω y del ρ^0 son diferentes pero cercanas; esto hace que aunque la contribución de cada bosón pueda ser importante, la de la mezcla es proporcional a $D(m_\rho) - D(m_\omega)$ que no es nulo sino que es pequeño. El origen de estos dos mecanismos (el mixing y la pequeña diferencia de masa $\omega-\rho^0$) fueron los dos ejes centrales del análisis de la sección 5.3. Luego del cálculo de esta sección, podemos concluir nuevamente que, aunque puedan tener orígenes distintos, son ambos fundamentales para la violación de la simetría de isospín.

Por último, a pesar del buen resultado obtenido en el modelo de Skyrme, creímos conveniente un análisis más cuantitativo. En la siguiente sección, realizaremos un estudio del problema independiente de todo modelo hadrónico, imitando el espíritu del trabajo de Cottingham que discutimos en la sección 2.2.2: la idea será escribir la contribución del mixing en función, únicamente, de cantidades medibles experimentalmente.

6.2. CALCULO "EXPERIMENTAL" DE LA DIFERENCIA DE MASA

La idea, en esta sección, es la de describir un cálculo⁽⁵⁾ de la diferencia de masa neutrón-protón, basado enteramente en

datos experimentales e independientemente de todo modelo de nucleones. Este cálculo se desarrolla en el mismo marco del trabajo de Cottingham que describiéramos en la sección 2.2.2. En efecto, si consideramos el proceso de emisión y reabsorción de un mesón vectorial, en lugar del de un fotón (como se muestra en la Fig. 2-3) tendremos que (2.2.9) se transforma en

$$\Delta M_N^m = \frac{i}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d^4q G_m^{\mu\nu}(q^2) T_m^{\mu\nu, N}(\vec{q}, q_0) \quad , \quad (6.2.1)$$

donde ahora

$$G_m^{\mu\nu}(q^2) = \frac{\delta^{\mu\nu}}{q^2 + m_m^2} \quad (6.2.2)$$

es el propagador del mesón vectorial ($m = \omega, \rho$). $T_m^{\mu\nu, N}$ es la amplitud de dispersión del mesón virtual de cuadrimento (\vec{q}, q_0) . La ecuación (6.2.1) es la expresión del diagrama de la Fig. 6-1.

Las consideraciones de invariancia de gauge y Lorentz siguen siendo válidas en este caso, y por lo tanto también lo son las ecuaciones (2.2.24)-(2.2.25). Podemos escribir entonces que, en la aproximación de Born

$$T_m^{\mu\nu, N}(\vec{q}, q_0) = \frac{4Mq^2}{q^4 - 4M^2q_0^2} \left(1 + \frac{q^2}{2M^2}\right) \frac{(2\pi)^4}{2} \times \\ \times \sum \langle N | J_m^\mu(0) | N' \rangle \langle N' | J_m^\nu(0) | 0 \rangle \quad . \quad (6.2.3)$$

Obsérvese que, a diferencia de lo realizado en la sección

2.2.2 y en el Apéndice A para el caso electromagnético, estamos incluyendo las constantes de acoplamiento en las corrientes.

La diferencia entre el caso electromagnético y el de los bosones vectoriales radica en la expresión de los elementos de matriz de la ecuación (6.2.3). En el primer caso, la violación de isospín se observa con mayor claridad si escribimos los elementos de matriz de la corriente electromagnética como

$$\langle N | J_{em}^\mu(0) | N' \rangle = S_{em}^\mu \pm V_{em}^\mu . \quad (6.2.4)$$

El signo + (-) corresponde al protón (neutrón). La ecuación (A.2) nos indica que las partes isoescalar y la isovectorial de la corriente electromagnética, pueden ser expresadas en función de los factores de forma

$$S_{em}^\mu = \bar{u}(p) \{ F_1^S(q^2) \gamma^\mu + i F_2^S(q^2) \sigma^{\mu\nu} q^\nu \} u(p) \quad (6.2.5)$$

para la parte isoescalar y

$$V_{em}^\mu = \bar{u}(p) \{ F_1^V(q^2) \gamma^\mu + i F_2^V(q^2) \sigma^{\mu\nu} q^\nu \} u(p) \quad (6.2.6)$$

para la isovectorial. Los factores de forma isoescalares (F_i^S) e isovectoriales (F_i^V) son naturalmente

$$F_i^S = \frac{1}{2} (F_i^p + F_i^n) , \quad F_i^V = \frac{1}{2} (F_i^p - F_i^n) , \quad (6.2.7)$$

donde $F_i^{p,n}$ son los factores de forma electromagnéticos del

protón y del neutrón respectivamente.

Llevando estas corrientes a la expresión de la diferencia de masa, se puede ver que sólo contribuirá el término cruzado, $S_{\omega\mu}^{\mu} V_{\omega\mu}^{\omega m}$. Esto ya lo habíamos visto en la sección precedente; expresa la necesidad de un término en $\Delta I = 1$ para separar las masas de los nucleones.

Volvamos al caso de los bosones vectoriales. Al igual que en la sección anterior, cuando no consideramos el mixing, no se viola la simetría de isospín y por lo tanto los nucleones no se separan. Esto puede verse de manera muy sencilla si consideramos la expresión de los elementos de matriz de la corriente mesón vectorial-nucleón. Claramente, para el caso del ω , sólo tendremos una parte isoescalar, es decir

$$S_{\omega}^{\mu} = \bar{u}(p) \{ F_1^{\omega, S}(q^2) \gamma^{\mu} + i F_2^{\omega, S}(q^2) \sigma^{\mu\nu} q^{\nu} \} u(p) \quad (6.2.8)$$

mientras que $V_{\omega}^{\mu} \equiv 0$. Para el ρ^0 en cambio, sólo tendremos

$$V_{\rho}^{\mu} = \bar{u}(p) \{ F_1^{\rho, V}(q^2) \gamma^{\mu} + i F_2^{\rho, V}(q^2) \sigma^{\mu\nu} q^{\nu} \} u(p) \quad (6.2.9)$$

ya que $S_{\rho}^{\mu} \equiv 0$ (De ahora en más llamaremos a $F_i^{\omega, S}$, simplemente F_i^{ω} y a $F_i^{\rho, V}$, F_i^{ρ}). Es inmediato entonces, que la contribución de ω o de ρ aisladamente no presentará "término cruzado" por lo que no podrá romper la simetría de isospín.

Si ahora consideramos el mixing (ecuación 5.2.4), como vimos en secciones anteriores el acoplamiento de los mesones ω y ρ^0 pasa de

$$\omega^\mu J_\mu^\omega \quad , \quad \rho_0^\mu J_\mu^\rho \quad .$$

a

$$\tilde{\omega}^\mu (J_\mu^\omega + \varepsilon J_\mu^\rho) \quad , \quad \tilde{\rho}_0^\mu (J_\mu^\rho - \varepsilon J_\mu^\omega) \quad .$$

Por lo tanto los elementos de matriz de las corrientes son ahora

$$\langle N | J_\mu^{\tilde{\omega}} | N' \rangle = S_\mu^\omega \pm \varepsilon V_\mu^\rho \quad , \quad (6.2.10a)$$

$$\langle N | J_\mu^{\tilde{\rho}} | N' \rangle = -\varepsilon S_\mu^\omega \pm V_\mu^\rho \quad (6.2.10b)$$

y los factores de forma nucleón-mesón vectorial

$$F_i^{\tilde{\omega}} = F_i^\omega \pm \varepsilon F_i^\rho \quad , \quad (6.2.11a)$$

$$F_i^{\tilde{\rho}} = -\varepsilon F_i^\omega \pm F_i^\rho \quad . \quad (6.2.11b)$$

El ω contribuye entonces como $\pm \varepsilon S_\mu^\omega V_\mu^\rho$, mientras que el ρ lo hace como $\mp \varepsilon S_\mu^\omega V_\mu^\rho$. Las contribuciones son entonces, al igual que en la sección anterior, iguales y de signo contrario. La diferencia de masa entre el ω y el ρ^0 hace que las expresiones de (6.2.8) para uno y otro caso, sean ligeramente distintas, lo que produce una contribución conjunta, pequeña pero no nula. La contribución del mixing a la diferencia de masa entre ambos nucleones se escribe entonces

$$\Delta M_{n-p}^{\omega-\rho} = \varepsilon [E(m_\omega) - E(m_\rho)] , \quad (6.2.12a)$$

con

$$E(m_m) = \frac{4\pi}{\pi^3} \int_0^\infty \frac{q \, dq}{q^2 + m_m^2} \int_0^q \frac{d\nu}{q^4 + 4M^2\nu^2} (q^2 - \nu^2)^{1/2} \left\{ \frac{3}{4} \left(\frac{q^2}{M} \right)^2 [(F_1^\omega F_2^\rho + F_1^\rho F_2^\omega) + (1 - q^2/4M^2) F_2^\omega F_2^\rho] - (q^2 + 2M^2) [F_1^\omega F_1^\rho + (q^2/4M^2) F_2^\omega F_2^\rho] \right\} , \quad (6.2.12b)$$

donde M es la masa del nucleón.

Una vez analizado el marco formal del problema, pasemos a la aplicación numérica. Las únicas variables son los factores de forma nucleón- ω y nucleón- ρ y el parámetro del mixing ε .

Los factores de forma han sido intensamente medidos. Los ajustes más recientes⁽⁸⁾ obtenidos a partir de la dispersión ("phase shifts") nucleón-nucleón en el Modelo de Intercambio de Mesones de Born son los siguientes

$$F_1^\omega(q^2) = \frac{11.59}{1 + (q/1500)^2} , \quad F_2^\omega = 0 ,$$

$$F_1^\rho(q^2) = \frac{2.27}{1 + (q/1400)^2} , \quad F_2^\rho(q^2) = \frac{13.83}{1 + (q/1400)^2} .$$

(q en Mev)

(6.2.13)

Nótese que estos factores de forma tienen un comportamiento monopolar a diferencia de los factores de forma electromagnéticos que son dipolares (ver ecuación (A.7)). Esto hace que los efectos para q^2 grande sean importantes.

Con respecto al valor del parámetro del mixing ε , como vimos en la sección 5.2, éste se determina a partir de la

ecuación (5.2.9) mediante el ajuste de los datos experimentales que se muestran en la Tabla 5-1. Es así que, como vimos más arriba, ε suele considerarse como un número complejo. Sin embargo, si el origen del mixing se adscribe a propiedades fundamentales de la QCD, uno debería esperar que ε sea un número real. Más aún, como vimos en la sección 5.3, el mixing tiene dos ingredientes. Uno de ellos es la diferencia de masa ω - ρ^0 , probablemente debida a instantones, la que adquiere una parte imaginaria en la región resonante del canal directo. El segundo ingrediente está directamente relacionado a efectos que violan isospín y su origen debe buscarse en la estructura de QCD subyacente. Por lo tanto, como en el cálculo que estamos considerando ω y ρ^0 no aparecen como resonancias sino como partículas virtuales que renormalizan la masa del nucleón, debemos considerar a ε como un número real. El valor que utilizamos es entonces el que se obtiene tomando el módulo de la ecuación de (5.2.9) para el promedio de los valores de $m_{\omega\rho}^2$ que figuran en la Tabla 5-1. Se obtiene así, $|\varepsilon| \approx 0.06$, lo que es coherente con los valores que se encuentran en la literatura⁽⁶⁾. El signo de ε ha sido discutido extensamente en la Ref. 7. Se determina de la fase relativa de las amplitudes de ω y ρ en $e^+ e^- \longrightarrow \pi^+ \pi^-$, cerca de m_ρ y m_ω . Es negativo. Por lo tanto, tomamos $\varepsilon = -0.06$.

Hemos realizado la integración numérica que surge de llevar (6.2.13) a (6.2.12). Usamos el procedimiento al que nos hemos referido en la sección anterior. Realizamos además varios tests numéricos de consistencia. Obtuvimos que, con estos datos

$$\Delta M_{n-p}^{\omega-p} = +1.99 \text{ Mev} ,$$

(6.2.14)

lo que sumado a la contribución electromagnética calculada por Cottingham, $\Delta M_{n-p}^{\text{em}} = -0.76 \text{ Mev}$ (ecuación (2.2.31)), predice una diferencia de masa neutrón-protón de 1.23 Mev, que difiere a penas 5 % del valor experimental.

Este resultado tiene dos aspectos interesantes. Por un lado, el excelente acuerdo entre la predicción y la medida. Por otro, hemos llegado a (6.2.14) siguiendo los mismos pasos de Cottingham; es decir, hemos expresado el resultado, en función de cantidades que se miden directamente.

REFERENCIAS DEL CAPITULO 6

1. L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y R. Méndez Galain; " $\omega - \rho$ mixing and neutron - proton mass difference", a ser publicado en Phys. Rev. D, Rap. Comm..
2. E. Merzbacher; "Quantum Mechanics" (John Wiley & Sons, Carolina, 1970), página 243.
3. Usamos el método de Runge Kutta con fórmulas de 5^o y 6^o orden : T. E. Hull, W. H. Ewright y K. R. Jackson; "User' s Guide for DVERK: a subroutine for solving non-stiff ODE 's", Tr. N 100, Department of Computer Science, University of Toronto, 1976.
4. Usamos los 20 ceros del polinomio P_{20} . Ver por ejemplo "Handbook of Mathematical Functions" (M. Abramowitz e I. Stegun, Ed.) páginas 887 y 916.
5. L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y R. Méndez Galain; " On the neutron - proton mass difference", La Plata Preprint (88).
6. F. M. Renard; " ρ - ω mixing", 63 of Springer Tracts in Modern Physics (Springer, New York, 1972).
P. J. Biggs, D. W. Braben, R. W. Clifft, P. Kitching y R. E. Rand; Phys. Rev. Lett. 24, 1197 (70);
P. J. Biggs, R. W. Clifft, P. Kitching y R. E. Rand; Phys. Rev. Lett. 24, 1201 (70);
P. Langacker; Phys. Rev. D20, 2983 (79).
7. S. A. Coon, M. D. Scadron y P. C. Mc Namee; Nucl. Phys. A287, 381 (77).
8. R. Machleidt, K. Holinde y Ch. Elster; Phys. Rep. 149, 1 (87).

CAPITULO 7

LA DIFERENCIA DE MASA Y OTRAS PROPIEDADES DE LOS NUCLEONES

El estudio que hemos hecho de la diferencia de masa neutrón - protón, nos permite analizar determinadas consecuencias de esta diferencia de masa en el marco de la física nuclear y de partículas; más precisamente, el correlato de ΔM_{n-p} con otras propiedades medibles, sirve de test para propuestas alternativas. El propósito de este Capítulo es describir un trabajo que hemos realizado, en el que intentamos acercar dos fenómenos de la física nuclear. En primer lugar, *el efecto EMC*, que indica una variación del comportamiento del nucleón, de acuerdo al núcleo en el que se halla inserto. Como discutiremos más adelante, una posible interpretación de este efecto, es la variación de la diferencia de masa neutrón-protón, como función del número atómico del núcleo en el que se encuentran. En segundo término, *la anomalía de Nolen-Schiffer* que es una vieja incompatibilidad entre la teoría y la experiencia, para la diferencia de masas entre los llamados núcleos espejo.

En la sección 7.1 describiremos brevemente, tanto desde el punto de vista teórico como experimental, el efecto EMC, así como una posible interpretación del mismo, basado en la llamada *hinchazón de los nucleones* y la consecuencia en sus masas. En la sección 7.2 vamos a introducir la anomalía de Nolen-Schiffer y sus posibles soluciones. En la sección 7.3 finalmente, contaremos nuestro análisis de estos fenómenos. tratando de

resolver la anomalía en base a la variación de la diferencia de masa neutrón-protón, en los distintos modelos de hadrones que hemos descrito en el Capítulo 3 y de acuerdo a las predicciones del efecto EMC.

7.1. EL EFECTO EMC

A partir del comienzo de la década del '80 ha habido una extensa discusión respecto de los efectos nucleares en el comportamiento del nucleón ligado a un núcleo, cuando se lo estudia a través de la dispersión profundamente inelástica de leptones. En estos procesos las propiedades del nucleón están resumidas en las *funciones de estructura*, que han sido medidas en diversos núcleos⁽¹⁾. Los experimentos muestran que el cociente de las secciones eficaces por nucleón para dispersión profundamente inelástica de leptones por un núcleo dado, y por deuterio, no es uno. Este fenómeno, llamado desde su descubrimiento en 1983 *efecto EMC* (por European Muon Collaboration), ha recibido numerosos intentos de explicación. En 1984, Jaffe, Close, Roberts y Ross⁽²⁾ argumentaron persuasivamente que el efecto puede ser explicado si el valor del volumen del nucleón es mayor cuando está inmerso en un núcleo.

De acuerdo a esta propuesta, la función de estructura de un núcleo pesado $F_2'(x, Q^2)$, se relaciona con la del nucleón libre, por un simple reescaleo, $F_2'(x, Q^2) = F_2(x, \xi Q^2)$. Más aún,

estos autores mostraron que si uno elige $\xi = 1/2$ y dibuja $F_2^{\text{hierro}}(x, Q^2/2) / F_2^{\text{deut}}(x, Q)$ versus x , en vez de $F_2^{\text{hierro}}(x, Q^2) / F_2^{\text{deut}}(x, Q^2)$ una gran parte del efecto EMC desaparece. En efecto, se puede ver que el primero de estos cocientes, como función de x , es mucho más cercano a la unidad que el segundo. Sin embargo, el mecanismo preciso que da lugar a este desconfinamiento parcial no está totalmente comprendido.

Entre los varios mecanismos que se han sugerido para entender este cambio en la escala, podemos citar los modelos de clusters de 6 o más quarks⁽³⁾, las propuestas de un modelo dieléctrico de color⁽⁴⁾ (con una constante dieléctrica que es cero en el vacío y distinta de cero en pequeñas regiones localizadas), el apantallamiento de la presión del vacío⁽⁵⁾ (donde la variable en juego es la presión B - ecuación (3.1.8) - del modelo de la bolsa), tubos de flujo⁽⁶⁾ (percolación de quarks de un nucleón a otro), modelos que surgen de la ruptura dinámica de simetría al pasar del vacío a la materia nuclear⁽⁷⁾, etc..

En todos estos modelos se produce un aumento del radio de confinamiento del nucleón, a medida que el número atómico A aumenta. Esto da lugar a la llamada *hinchazón (swelling) del nucleón*.

Una nueva alternativa de introducir el fenómeno es la siguiente^(8,9). La masa efectiva del nucleón se toma como un parámetro libre para ajustar los datos experimentales⁽¹⁰⁾. Un modelo de convolución es usado para tener en cuenta el "smearing" de Fermi así como los efectos de ligadura,

obteniéndose de esta manera el tamaño efectivo del nucleón para cada átomo. Comparando estos resultados con los obtenidos por otros métodos⁽³⁻⁷⁾, se observa un razonable acuerdo⁽⁹⁾.

La variación típica del radio de confinamiento del nucleón en un núcleo (R^*), respecto del nucleón en vacío (R), para todos estos modelos, puede verse en la Tabla 7.1.

A	R^*/R
⁴ He	1.0492
⁹ Be	1.0547
¹² C	1.0714
²⁴ Al	1.0798
⁴⁰ Ca	1.0996
⁵⁶ Fe	1.0996
¹⁰⁷ Ag	1.1052
¹⁹⁷ Au	1.1309

Tabla 7-1. R^*/R en función del núcleo considerado, de acuerdo al ajuste⁽⁹⁾ de los datos experimentales.

Un ajuste para la variación de r con A es

$$1/r \equiv R/R^* = 0.146 A^{-1/3} + 0.870 \quad , \quad (7.1.1)$$

como se muestra en la Fig. 7-1.

Una vez introducido el swelling del nucleón, como una posible explicación del efecto EMC, es interesante preguntarse por las consecuencias que pueda tener este fenómeno sobre las propiedades nucleares. En particular, en la sección que sigue vamos a analizar una vieja anomalía de la física nuclear cual es la anomalía de Nolen-Schiffer.

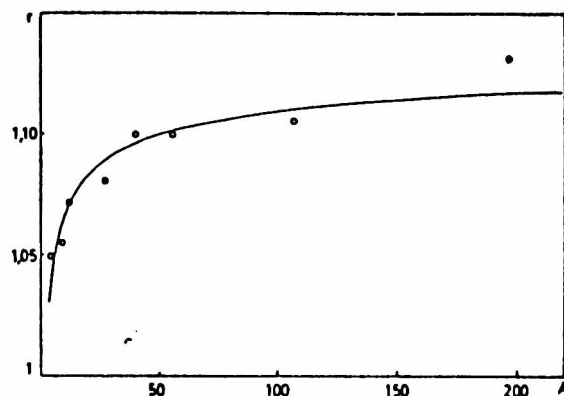


Fig. 7-1. Ajuste de $r = R^*/R$ en función de A :
 Los círculos son los puntos de la Tabla 7-1;
 la curva está dada por la ecuación (7.1.1).

7.2. LA ANOMALIA DE NOLAN-SCHIFFER

La acabada comprensión de la interacción electromagnética, ha permitido estudiar sistemáticamente el efecto de la misma en las propiedades nucleares. Esto se hace usualmente midiendo e interpretando la respuesta de los núcleos a los campos electromagnéticos (secciones eficaces y transiciones entre niveles nucleares), así como los efectos de la interacción electromagnética en los nucleones. Los cálculos de las energías coulombianas nucleares han sido objeto de muchas investigaciones, las que han contribuido significativamente al conocimiento actual de la estructura nuclear.

Sin embargo, existe una importante discrepancia entre teoría y experimento para la diferencia de masa entre los llamados núcleos espejo. Esta se conoce con el nombre de

anomalía de Nolen-Schiffer. Núcleos espejo son aquellos que tienen mismo número de nucleones (A) pero tienen intercambiado el número de protones y neutrones; esto es, (N,Z) y (Z,N). En el caso particular $Z = (A + 1)/2$ y $N = (A - 1)/2$, la diferencia entre las masas de estos núcleos puede escribirse como

$$M(N,Z) - M(Z,N) = \Delta E_{em} + \Delta M_{n-p}, \quad (7.2.1)$$

donde ΔE_{em} es la diferencia de la autoenergía electromagnética entre ambos núcleos y ΔM_{n-p} es la diferencia debida al distinto contenido de nucleones de ambos núcleos. La primera contribución puede expresarse como la suma de dos términos

$$\Delta E_{em} = \Delta E_{em}(\text{directa}) + \Delta E_{em}(\text{intercambio}), \quad (7.2.2)$$

donde la contribución directa (dominante) puede expresarse en término de los factores de forma cargados de los núcleos, que se miden directamente; el término de intercambio puede calcularse usando funciones de onda de un modelo de capas.

Nolen y Schiffer en el año '69 observaron⁽¹¹⁾ una clara discrepancia entre el cálculo de ΔE_{em} y la medida experimental de esta cantidad (a través de la medida de la diferencia de masa entre ambos núcleos y de considerar que $\Delta M_{n-p} = 1.293$ Mev). En la Tabla 7.2, pueden observarse estas discrepancias.

Desde entonces, se han realizado numerosos intentos de mejorar el cálculo de ΔE_{em} así como varios análisis de las

nucleos espejo	ΔE_{em} (calc) (MeV)	ΔE_{em} (exp) (MeV)	diferencia
C ¹³ - N ¹³	2.79	3.00	7
O ¹⁷ - F ¹⁷	3.23	3.54	9
Si ²⁹ - P ²⁹	5.53	5.73	4
S ³³ - Cl ³³	6.11	6.35	4
Ca ⁴¹ - Sc ⁴¹	6.66	7.28	9

Tabla 7-2. Datos numericos y experimentales que muestran la anomalia de Nolen - Sciffer.

posibles fallas de dicho cálculo. En 1978, Shlomo realizó una extensa revisión⁽¹²⁾ de las posibles correcciones que contribuyen más de 10 kev a ΔE_{em} . En este sentido, analizó en detalle, en primer lugar, un refinamiento en el cálculo considerando el movimiento del centro de masas del núcleo, los efectos debido al tamaño finito de las cargas del protón y del neutrón, los posibles efectos causados por las interacciones magnéticas⁽¹³⁾, las correcciones debidas a la polarización del vacío⁽¹⁴⁾, las correlaciones de corto alcance de dos cuerpos⁽¹⁵⁾, etc.. Luego estudió la posible dependencia de las fuerzas nucleares con la carga a través de potenciales que rompen la simetría de carga⁽¹⁶⁾, debido a la dependencia con la carga de los potenciales n-p y p-n. Por último, analizó la interrelación entre las fuerzas de Coulomb y las fuerzas nucleares por efectos de la mezcla de isospín en el "core"⁽¹⁷⁾, de otros términos de segundo orden o términos de orden superior. Frente a todo esto, concluyó que no parecía encontrarse en lo estudiado hasta entonces, ninguna razón para discutir la validez del cálculo de ΔE_{em} . Afirma entonces que

"un término importante, con un crecimiento suficientemente rápido en función del número atómico, parece estar faltando en la teoría".

En este sentido, es natural pensar que este término puede encontrarse en la diferencia de masa neutrón-protón, es decir, en el segundo término de (7.2.1). En efecto, dada la variación de la masa de los nucleones con el número atómico debido al efecto EMC (como hemos visto en la sección 7.1), es plausible adscribir la explicación de la anomalía a la variación de ΔM_{n-p} con el medio nuclear. Esto es lo que analizaremos en la próxima sección.

7.3. LA HINCHAZON DE LOS NUCLEONES Y

LA ANOMALIA DE NOLEN-SCHIFFER

En 1985, Eich y Seghal⁽¹⁸⁾ intentaron explicar la incompatibilidad teórico-experimental en la diferencia de masa de núcleos espejo, tratando a la diferencia de masa neutrón - protón como una cantidad dependiente del radio del nucleón (R) y éste, a su vez función del número atómico (A). Para ello, adoptaron los tres modelos hadrónicos que hemos descrito en la sección 3.1. En primer lugar, el modelo de la bolsa, en el cual la variación de la masa con el radio es directa. En segundo término, dos modelos de osciladores de quarks, en los cuales el cambio en el tamaño del nucleón puede ser inducido por un cambio en la constante de oscilación. Veamos brevemente cómo se

calcula la diferencia de masa en estos dos casos.

En el modelo de la bolsa, como hemos visto en la sección 3.1.1, un cálculo sencillo de la diferencia de masa protón - neutrón muestra que ésta depende de R. Un análisis más detallado⁽¹⁹⁾ permite concluir que

$$\Delta M_{n-p}(R) = 0.42 \Delta M_{d-u} f(R) - \frac{0.34}{R} \frac{e^2}{4\pi} g(R) \quad , \quad (7.3.1)$$

donde las dos partes representan los efectos de la desigualdad de las masas de los quarks up y down y la diferencia de las energías electromagnéticas. f y g son funciones de R que varían lentamente, iguales a la unidad cuando $R^* = R = 1.0$ Fm (el radio del nucleón libre, para la bolsa) y que difieren de la unidad sólo por un término de la forma $m(R^* - R)$ (m es la masa promedio de los quarks). La diferencia de masa experimental, $\Delta M_{n-p}(R) = 1.29$ Mev, se reproduce para $\Delta M_{d-u} = 4.2$ Mev. Despreciando la muy pequeña variación de f y g con R, obtenemos la variación de ΔM_{n-p} que se muestra en la Fig. 7-2. Como se ve claramente de la expresión (7.3.1), la expansión del nucleón lleva a una disminución de la contribución electromagnética, causando un aumento de ΔM_{n-p} . Sin embargo, este cambio es de apenas 50 kev para un aumento de 10 % en el radio.

En lo que se refiere a los osciladores de quarks, veamos primero el modelo de Isgur y colaboradores. La diferencia de masa neutrón-protón en el modelo es⁽²⁰⁾

$$\Delta M_{n-p} = \Delta M_{d-u} \left(-1 + \frac{K}{m} + \frac{56}{24m} + 0.08 \right) - \frac{1}{3} \epsilon + \frac{1}{12} \mu \quad , \quad (7.3.2)$$

donde los términos proporcionales a ΔM_{d-u} , son efectos debidos a la diferencia de masa de los quarks constituyentes y los términos proporcionales a ϵ y μ se deben a las interacciones coulombiana y magnética, respectivamente. De los términos entre paréntesis, el que contiene K proviene de la diferencia de las energías cinéticas de los quarks, el proporcional a δ es la diferencia de interacciones hiperfinas de color y el último es un término de orden superior del acoplamiento hiperfino fuerte. Los parámetros que aparecen en (7.3.2) son funciones explícitas de los dos parámetros con dimensiones de la teoría: λ , que está relacionada con la constante del oscilador, y m , la masa promedio de los quarks constituyentes.

Determinemos ahora la variación de ΔM_{n-p} con una expansión del tamaño del nucleón, inducido por un cambio en la constante de oscilación, dejando fija la masa de los quarks constituyentes.. Esto se logra reemplazando

$$\lambda \longrightarrow \lambda R/R^* \quad (7.3.3)$$

en las ecuaciones⁽²⁰⁾ que dan K, δ , ϵ y μ en función de λ , obteniéndose⁽¹⁸⁾

$$\begin{aligned} \Delta M_{n-p}(R) = & 6.33 [1 - 0.47(R/R^*)^2 - 0.244(R/R^*)^3] + \\ & + 0.62(R/R^*)^2 - 0.10 (R/R^*)^3 \quad . \quad (7.3.4) \end{aligned}$$

Esta función se muestra en la Fig. 7-2.

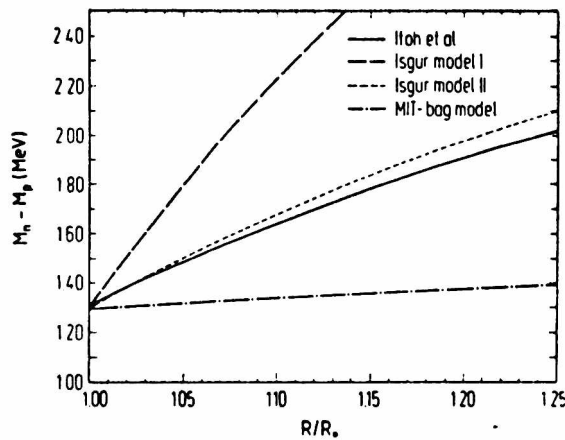


Fig. 7-2. ΔM_{n-p}^* en función de R/R_0 para los modelos descritos en la Ref. 18.

Eich y Seghal observaron que el término cinético (0.47) en (7.3.4) era muy importante, por lo que propusieron una versión relativista del modelo de Isgur. Por último, en la misma línea del cálculo anterior, estudiaron la variación de la diferencia de masa neutrón-protón en el segundo modelo de osciladores de quarks: el modelo de Itoh y colaboradores⁽²¹⁾.

Los cuatro comportamientos de $\Delta M_{n-p}(R)$ que hemos descrito se muestran en la Fig. 7-2.

Para tomar contacto con la anomalía de Nolen-Schiffer, Eich y Seghal trasladaron la dependencia de ΔM_{n-p} en R , en una dependencia en el número atómico. Sin embargo, lo hicieron de manera indirecta, a través de la densidad nuclear (ρ). Luego, afirman que el aumento de ΔM_{n-p} es, tanto por su signo como por su magnitud, el adecuado para explicar la anomalía.

Hemos desarrollado⁽²²⁾ un estudio más exhaustivo del problema y hemos encontrado que la variación de ΔM_{n-p} es la necesaria para asegurar el acuerdo con los datos

experimentales, pero sólo si consideramos la nueva contribución a la diferencia de masa neutrón-protón que propusimos en esta Tesis.

Nuestro análisis usa directamente la relación que vimos en la ecuación (7.1.1) entre el radio del nucleón y el número atómico, sin necesidad, en principio, de introducir la densidad nuclear.

Haciendo uso de las ecuaciones que dan $\Delta M_{n-p}(R)$, junto con (7.1.1), podemos escribir ΔM_{n-p} en función de A, para los tres modelos analizados en la Ref. 18. En la Fig. 7-3, presentamos estas tres funciones. Asimismo, pueden verse algunos puntos experimentales, que corresponden a los valores que debería tener ΔM_{n-p} , para poder levantar la anomalía es decir

$$\Delta = M(N, Z) - M(Z, N) - \Delta E_{em} \quad (7.3.5)$$

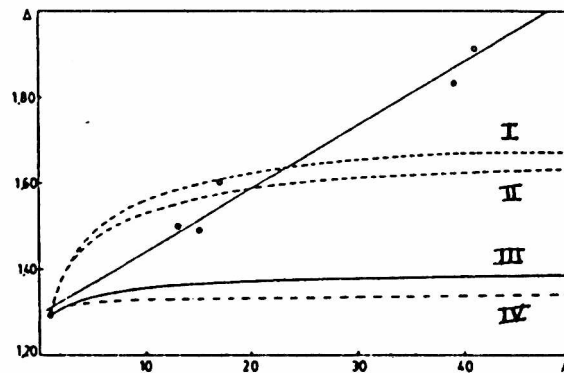


Fig. 7-3. ΔM_{n-p} en función de A en varios modelos.

I y II: los dos modelos de osciladores;

III: bolsa del MIT; IV: modelo de Skyrme.

Los círculos son los puntos dados por (7.3.5)

En la Fig. 7-3 puede verse, que los valores experimentales

de la anomalía tienen un comportamiento claramente diferente de los valores predichos por los tres modelos hadrónicos considerados.

Nuestro intento inicial fue entonces repetir el análisis en el modelo de Skyrme.

En primera instancia, siguiendo lo realizado en la Ref. 22, consideremos que sólo la parte electromagnética de la diferencia de masa puede variar con A, suponiendo que la contribución faltante es un parámetro constante proporcional a la diferencia de masa up-down (Δm)

$$\Delta M_{n-p} = - 9.25 \times 10^{-4} a F_{\pi} + \Delta m \quad . \quad (7.3.6)$$

Para obtener el valor experimental de ΔM_{n-p} , requerimos que $\Delta m = 1.94$ Mev. Usamos entonces (3.2.48) que expresa el radio bariónico en función de las constantes del modelo

$$R = 2.107 / a F_{\pi} \quad .$$

La hinchazón del nucleón dentro del núcleo, puede ser simulada suponiendo una variación de los parámetros a y F_{π} a partir de sus valores standard, $a = 5.45$ y $F_{\pi} = 129$ MeV, de forma que

$$r = R/R^* = 703/a F_{\pi} \quad (7.3.7)$$

y la variación de ΔM_{n-p} con r que se sigue es

$$\Delta M_{n-p} = - \frac{0.65}{r} + 1.94 \quad (\text{en MeV}) .$$

Con esta propuesta predijimos un comportamiento de la diferencia de masa en función de A (haciendo uso de la ecuación (7.1.1)) enteramente análogo al predicho por los otros tres modelos, como puede verse en la Fig. 7-3.

Este resultado no es sorprendente. En efecto, los cuatro modelos analizados tienen un comportamiento del tipo

$$\Delta M_{n-p} = - \frac{\alpha}{r} + \beta , \quad (7.3.8)$$

donde α y β son constantes. Esto hace que

$$\Delta M_{n-p} = - \alpha' A^{-1/3} + \beta' . \quad (7.3.9)$$

(Por ejemplo, en el modelo de Skyrme, $\alpha' = 0.095$ y $\beta' = 1.37$).

En cambio, para tomar contacto con los datos experimentales, la Fig. 7-3 sugiere la necesidad de un comportamiento del tipo

$$\Delta M_{n-p} = 1.3 + 0.0145 A . \quad (7.3.10)$$

En otras palabras, los datos de la anomalía exigen un comportamiento de ΔM_{n-p} lineal en A, en vez de uno en $A^{-1/3}$.

Veamos cómo cambian las cosas cuando consideramos que la contribución no electromagnética a ΔM_{n-p} es la hallada en el

capítulo 8. En primer lugar, las ecuaciones (4.2.14) y (6.1.18) muestran que

$$\Delta M_{n-p} = (-9.25 \times 10^{-4} - m_{\omega\rho}^2 g_{\omega} g_{\rho} [D(m_{\omega}) - D(m_{\rho})] \times 1.74 \times 10^{-5}) aF_{\pi} \quad (7.3.11)$$

Cálculos numéricos muestran que el término $[D(m_{\omega}) - D(m_{\rho})]$ es una cantidad que crece linealmente con aF_{π} , a partir del valor 0.093. Por lo tanto, si $m_{\omega\rho}^2$, g_{ω} y g_{ρ} fueran constantes, tendríamos nuevamente un comportamiento de ΔM_{n-p} en potencias de $A^{-1/3}$. Sin embargo, ¿es razonable suponer que las constantes de acoplamiento no varíen con el número atómico?. Ninguna estimación directa de la física de bajas energías puede responder a esta pregunta ya que, en realidad el interés en física nuclear es encontrar parámetros únicos que ajusten resultados para la mayor cantidad posible de núcleos.

En cambio, en el marco del efecto EMC, es factible realizar una hipótesis respecto de esta posible variación. En primer lugar, los datos experimentales predicen⁽⁷⁾ una variación de la densidad nuclear promedio ρ_p , con el número atómico A. Luego, podría suponerse que el potencial de interacción entre dos nucleones depende linealmente con la densidad nuclear ya que la probabilidad de creación de un π , un ω o un ρ virtual debería ser proporcional a la densidad. Finalmente, como los potenciales son proporcionales a los cuadrados de las constantes de acoplamiento, estas variarán con A como la raíz cuadrada de ρ_p . De otra forma,

$$\rho_p(A) \propto V_{NN} \propto g^2 \Rightarrow g(A) \propto \sqrt{\rho_p(A)} . \quad (7.3.12)$$

Fundada esta hipótesis, veamos la dependencia de ρ_p con A . Los datos de la Tabla I de la Ref. 7 sugieren un comportamiento de la forma

$$\rho_p(A) = a + b A^{2/3} , \quad (7.3.13)$$

como puede verse en la Fig. 7-4.

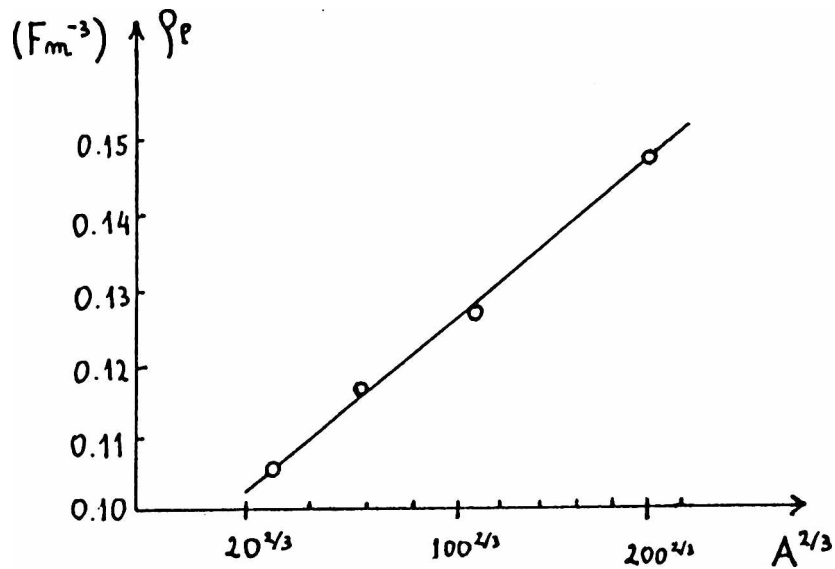


Fig. 7-4. Ajuste de los datos de la Ref. 7 para la variación de la densidad nuclear promedio como función de A .

De (7.3.12) y (7.3.13) se sigue que el comportamiento de $g(A)$ es, básicamente

$$g(A) = a' + b' A^{1/3} \quad (7.3.14)$$

lo que puede aplicarse para las constantes de acoplamiento g_ω , g_ρ y $m_{\omega\rho}^2$ (esta última es claramente una constante de acoplamiento, como lo muestra (5.2.2) y la Fig. 5-4).

Teniendo en cuenta, en primer lugar que (ecuaciones (7.1.1.) y (7.3.13)) $aF_\pi = C_1 + C_2 A^{-1/3}$, en segundo término que $[D(m_\omega^2) - D(m_\rho^2)] = C_3 + C_4 A^{-1/3}$ y finalmente (7.3.14), (7.3.11) se escribe:

$$\Delta M_{n-p} = [-9.25 \times 10^{-4} + (C_5 + C_6 A) (C_3 + C_4 A^{-1/3})] (C_1 + C_2 A^{-1/3}) \quad (7.3.15)$$

cuyo término dominante para grandes valores de A es $C_3 C_6 C_1 A$ (C_i , $i = 1, 7$ son constantes). Este comportamiento de ΔM_{n-p} para A grande, es el necesario para alcanzar los datos experimentales de la anomalía como se muestran en la Fig. 7-3.

Este sencillo pero efectivo análisis cualitativo muestra que, bajo la hipótesis realizada, el comportamiento de la diferencia de masa entre el neutrón y el protón que hemos calculado en esta Tesis en la sección 6-1, es capaz de explicar la anomalía de Nolen-Schiffer, usando los resultados experimentales del efecto EMC.

Esta conclusión es coincidente con la que han encontrado, por otros medios, otros autores⁽²³⁾.

En este sentido, consideramos que el reanálisis del trabajo de la Ref. 22 que hemos realizado en este séptimo Capítulo, reafirma el mecanismo propuesto en esta Tesis para la diferencia de masa neutrón-protón.

REFERENCIAS DEL CAPITULO 7

1. European Muon Collaboration (EMC), J. J. Aubert y colab.;
Phys. Lett. B123, 275 (83);
A. Bodek y colab.; Phys. Rev. Lett. 50, 1431 (83); 51, 534
(83);
R. G. Arnold y colab.; Phys. Rev. Lett. 52, 727 (84).
2. R. Jaffe, F. E. Close, R. G. Roberts y G. G. Ross; Phys.
Lett. B134, 449 (84);
F. E. Close, R. G. Roberts y G. G. Ross; Phys. Lett. B129,
346 (83).
3. R. Jaffe; Phys. Rev. Lett. 50, 228 (83).
4. A. G. Williams y A. W. Thomas; Phys. Rev. C33, 1070 (86).
5. P. Mathieu y P. J. S. Watson; Phys. Lett. B148, 473 (84).
6. P. Mathieu y P. J. S. Watson; "A flux tube model of hadrons
in nuclear matter", Carleton Preprint (85).
7. L. S. Celenza, A. Rosenthal y C. M. Shakin; Phys. Rev. Lett.
53, 892 (84).
8. C. A. García Canal, E. M. Santangelo y H. Vucetich; Phys.
Rev. Lett. 53, 1430 (84).
9. C. A. García Canal, E. M. Santangelo y H. Vucetich; Phys.
Rev. D35, 382 (87).
10. Fueron usados los datos de SLAC:
P. G. Arnold y colab.; Phys. Rev. Lett. 52, 727 (84).
11. S. A. Nolen y J. P. Schiffer; Ann. Rev. of Nucl. Sci. 19,
471 (69).
12. S. Shlomo; Rep. in Prog. in Phys. 41, 957 (78).

13. K. Okamoto y C. Pask; Ann. Phys. (NY) 68, 18 (71).
14. L. L. Foldy y E. Eriksen; Phys. Rev. 95, 1048 (54).
15. R. Jastrow; Phys. Rev. 98, 1479 (55).
16. K. Okamoto; Phys. Lett. 11, 150 (64).
17. E. H. Auerbach y colab.; Phys. Rev. Lett. 23, 1253 (69).
18. E. Eich y L. M. Sehgal; Phys. Lett. B159, 177 (85); B163, 408 (85).
19. R. P. Bickerstaff y A. W. Thomas; Phys. Rev. D25, 1869 (82).
20. N. Isgur, Phys. Rev. D21, 779 (80).
21. C. Itoh y colab.; Prog. Theor. Phys. 61, 548 (79).
22. L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y R. Mendez Galain; Phys. Lett. B188, 498 (87).
23. A. G. Williams, L. R. Dodd y A. W. Thomas; Phys. Lett. B176, 158 (86); ver también Ref. 4.

CAPITULO VIII

CONCLUSIONES

Esta tesis ha sido dedicada al problema de la diferencia de masa neutrón-protón, comenzando por el análisis del estado actual del problema, definiendo el marco adecuado para la discusión y proponiendo una hipótesis de solución, alguna de cuyas consecuencias hemos estudiado.

En el primer capítulo analizamos la determinación experimental de la diferencia de masa, luego la contribución electromagnética, por último las posibles rupturas de isospín no electromagnéticas, que podrían resolver el problema.

En lo que se refiere al marco de discusión, describimos brevemente algunos modelos efectivos de hadrones, deteniéndonos en particular en el modelo de Skyrme y más concretamente en la forma de obtener este lagrangeano a partir de un lagrangeano de quarks.

En cuanto a la formulación de la hipótesis, previamente estudiamos posibles vías de solución. Primero, el traslado directo de la ruptura de isospín por el término de masa up-down, desde el lagrangeano fundamental al efectivo. Frente al fracaso de este intento y tras observar que el fotón separa las masas de los nucleones, nos abocamos a estudiar la factibilidad de una contribución de los mesones vectoriales, que presentan características del tipo de bosones de gauge

efectivos, en modelos quirales del tipo del de Skyrme. Para ello observamos el papel que cumplen estos mesones en las interacciones electromagnéticas de los hadrones, en particular su participación en la diferencia de masa entre los piones. Si bien el mismo esquema no sirve para los nucleones, sabiendo que el mixing de los mesones vectoriales ω y ρ^0 está ligado a la diferencia de masa up-down, llegamos a la formulación de nuestra hipótesis: *la participación conjunta de los mesones vectoriales ω y ρ^0 , a través de la mezcla de los mismos, da la contribución faltante a de la diferencia de masa neutrón-protón.*

Para justificar y sostener nuestra tesis, procedimos en cuatro etapas. Una primera, preparatoria, en la que analizamos el origen del mixing en un modelo quiral del tipo del de Skyrme. Luego, pasando a la verificación misma, calculamos la contribución en el modelo de Skyrme, obteniendo un muy buen resultado. En tercer lugar, mostramos que el mecanismo que hemos propuesto es el correcto y calculamos la contribución independientemente del modelo hadrónico en función de cantidades que pueden medirse en forma directa, obteniendo un excelente acuerdo con el valor experimental. Por último realizamos un test independiente, estudiando la consecuencia de nuestro modelo en la anomalía de Nolen-Schiffer donde usamos la variación de la diferencia de masa neutrón-protón con el número atómico como variable de solución del problema; concluimos que, de acuerdo a la expresión encontrada en los capítulos anteriores y en concordancia con los resultados del efecto EMC,

la variación de la diferencia de masa que argumentamos, era la necesaria para acercar estos fenómenos, en coincidencia con los resultados de otros autores.

Creemos que es este el lugar oportuno para realizar un análisis crítico del trabajo.

Indudablemente, el punto más delicado es el mixing. Es claro que, como expresión de una propiedad fundamental subyaciendo la física de hadrones, el parámetro que gobierna el mixing (ya sea $m_{\omega\rho}^2$ o ϵ) debe ser una cantidad real. Sin embargo, de acuerdo a la forma en que se lo determina (ajustando datos experimentales de la dispersión $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ alrededor de la masa del ω) se le atribuye una fase. Es este entonces un tema que debe seguir profundizándose, y dada la importancia que pareciera tener este mixing, merecería un estudio experimental y fenomenológico más exhaustivo. En efecto, con la dispersión de los datos actuales (recuerde la Tabla 5.1), es difícil realizar una cabal estimación del parámetro del mixing. Por lo tanto, el error adelantado en la sección 6.2, es seguramente un poco mayor.

Otro aspecto a esclarecer es el origen más profundo (a nivel del lagrangeano de la QCD) de los términos utilizados en la sección 5.3 para romper la simetría de isospín, separando las masas de ω y ρ^0 y dando origen al mixing. En particular, la extensión que hemos señalado del determinante de t' Hooft, requiere un estudio más acabado.

En otro orden, sería útil aportar algún otro elemento de análisis al mecanismo citado en la sección 4.1, mediante el

cual la simetría del vacío protege, en un mundo de dos sabores, la ruptura de la simetría vectorial.

Acotemos también que, como una nueva prueba, tanto para nuestra hipótesis como para los modelos quirales, sería interesante efectuar un cálculo completo, más consistente, de la contribución de ω y ρ^0 en un modelo quiral concreto, del tipo de los analizados por Meissner o el grupo de Orsay y que citáramos en la sección 3.2.4.

Por último es importante señalar que no descartamos la existencia de muchos otros fenómenos que rompan la simetría de isospín. Sin embargo, lo que parece evidente es que la principal contribución no electromagnética a la diferencia de masa entre los nucleones, es la que hemos propuesto en esta Tesis.

Antes de pasar a las conclusiones finales, mencionamos brevemente algunos problemas abiertos que deja este trabajo.

En primer lugar, todos los elementos que acabamos de señalar, merecen ser estudiados. Pero existen además un par de objetivos de largo aliento que merecen una especial consideración. El primero es la extensión del análisis al mundo tres sabores, intentando ajustar las masas del octete bariónico. El segundo consiste en un estudio sistemático de otros aspectos de la física hadrónica en la que el mixing pueda jugar un papel importante.

Para terminar, señalemos que varios de estos problemas que hemos planteado, están siendo analizados en nuestro grupo de trabajo.

En resumen, y a manera de síntesis final, remarquemos que en esta Tesis hemos aportado un ingrediente nuevo, seguramente el que faltaba, a este viejo problema, formulando una propuesta de solución que hemos comprobado satisfactoria tanto desde el punto de vista cualitativo como cuantitativo. Finalmente, hemos dejado planteados problemas abiertos que pueden dar lugar a interesantes investigaciones futuras.

APENDICE A

FACTORES DE FORMA

El nucleón tiene estructura interna, debido a que se trata de una partícula fuertemente interactuante. Por lo tanto, la función de vértice electromagnético del mismo puede escribirse, en general, como

$$\Gamma_{\mu}^{\text{em}}(p, p') = \bar{u}(p') J_{\mu}^{\text{em}}(p', p) u(p) \quad , \quad (\text{A.1})$$

donde $J_{\mu}^{\text{em}}(p', p)$ se construye usando cuadvectores de momento y matrices gama, y $u(p)$, $\bar{u}(p')$ son las funciones de onda del nucleón, inicial y final, respectivamente.

En general, esta combinación bilineal puede ser muy complicada. Sin embargo, usando requerimientos de invariancia Lorentz, de gauge y frente a inversión de paridad y utilizando las propiedades de la ecuación de Dirac, es posible⁽¹⁾ escribir la corriente electromagnética del nucleón en función de dos expresiones $F_1(q^2)$ y $F_2(q^2)$, que se llaman *factores de forma electromagnéticos* del neutrón:

$$\Gamma_{\mu}^{\text{em}}(p, p') = \bar{u}(p') \left[F_1(q^2) \gamma_{\mu} + i \frac{F_2(q^2)}{2M} \sigma_{\mu\nu} q^{\nu} \right] u(p) \quad , \quad (\text{A.2})$$

donde M es la masa del nucleón y $\sigma_{\mu\nu} \equiv (i/2)(\gamma_{\mu}\gamma_{\nu} - \gamma_{\nu}\gamma_{\mu})$.

El elemento de matriz para la dispersión electrón-protón

(Fig. 2-5, ecuación (2.2.22)) se escribe

$$\mathfrak{M} = - \frac{e^2}{q} [\bar{u}(k') \gamma^\mu u(k)] \Gamma_\mu^{em}(p, p') \quad (\text{A. 3})$$

y la sección eficaz para el proceso, escrita en función de los factores de forma, es⁽²⁾

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{NS} \left([F_1^2 + \tau F_2^2] - [2\tau(F_1 + F_2)^2 \tan^2 \theta/2] \right), \quad (\text{A. 4})$$

donde $(d\sigma/d\Omega)_{NS}$ es la sección eficaz para la dispersión de dos partículas puntuales y $\tau = |q^2|/4M^2$.

Si se toma el límite de (A.4) para q^2 chico, el proceso es insensible a la estructura interna del protón. Comparando entonces este límite con la expresión que se obtiene para un protón puntual⁽³⁾, se observa que $F_1(0)$ es 1 mientras que $F_2(0)$ es el momento magnético anómalo (K).

La carga total del nucleón no es importante en la derivación de la ecuación (A.4). Por lo tanto, ésta es aplicable tanto al protón como al neutrón, si normalizamos los factores de forma como

$$F_1^p(0) = 1, \quad F_2^p(0) = K^p \quad \text{para el protón}, \quad (\text{A. 5a})$$

$$F_1^n(0) = 1, \quad F_2^n(0) = K^n \quad \text{para el neutrón}. \quad (\text{A. 5b})$$

Las medidas experimentales indican que $K^p \approx +1.79$ y que $K^n \approx -1.91$.

Los factores de forma eléctrico y magnético $G_E(q^2)$ y

$G_M(q^2)$, que se expresan en función de los factores de forma de Dirac, $F_1(q^2)$, y de Pauli, $F_2(q^2)$, como

$$G_E(q^2) = F_1(q^2) - \tau F_2(q^2) \quad , \quad (\text{A. 6a})$$

$$G_M(q^2) = F_1(q^2) + F_2(q^2) \quad , \quad (\text{A. 6b})$$

tienen una interpretación física más directa. En efecto, Sachs mostró⁽⁴⁾ en 1962 que en el límite no relativista, el factor de forma eléctrico $G_E(q^2)$ puede identificarse con la transformada de Fourier de la distribución de carga y que el factor de forma magnético $G_M(q^2)$ puede identificarse con la transformada de Fourier de la distribución de momento magnético dentro del nucleón.

Las primeras medidas de los factores de forma electromagnéticos del protón fueron realizadas por Hofstadter y colaboradores⁽⁵⁾ usando un acelerador lineal de electrones de alta energía y un espectrómetro magnético para detectar los electrones dispersados. Los factores de forma electromagnéticos de los neutrones se miden, usualmente, por la resta de las secciones eficaces de dispersión electrón - protón y electrón - deuterio, corrigiendo los efectos nucleares. Los resultados, que se muestran en la Fig. A-1, pueden ser ajustados por la fórmula dipolar

$$G_E^p(q^2) = G_M^p(q^2)/\mu_p = G_M^n(q^2)/\mu_n = 1 / (1 + |q|^2/0.71)^2 \quad ,$$

$$G_E^n(q^2) = \mu_n (|q|^2 / 4M^2) / (1 + |q|^2/0.71)^2 \quad , \quad (\text{A. 7})$$

con q^2 en $(\text{Gev})^2$, y $\mu_p = G_M^p(0) = F_1^p(0) + F_2^p(0) = 1 + K^p = 2.79$, $\mu_n = G_M^n(0) = F_1^n(0) + F_2^n(0) = K^n = -1.91$, son los momentos magnéticos del protón y del neutrón, respectivamente.

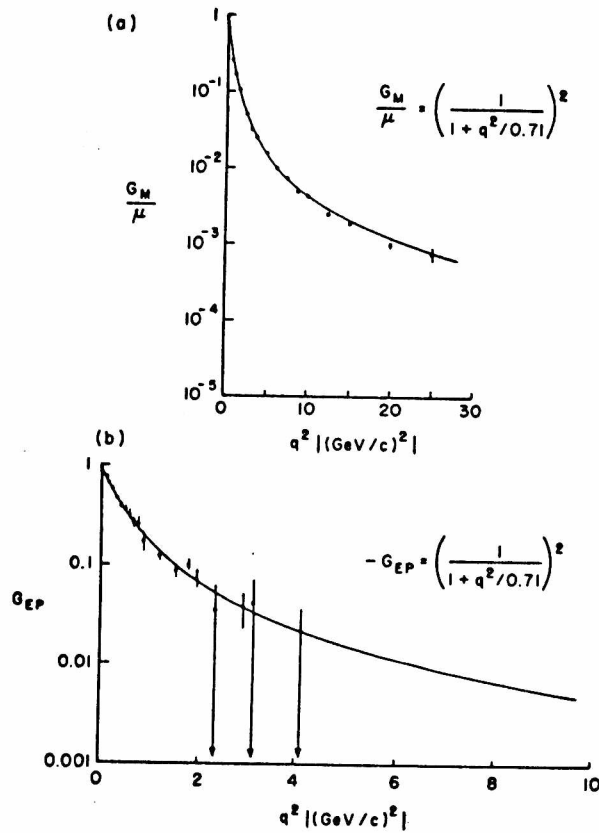


Fig. A-1. Comparacion de la formula dipolar con
 (a) el factor de forma magnetico del proton y
 (b) el factor de forma electrico del proton.

La Fig. A-1 muestra que los factores de forma electromagnéticos de los nucleones disminuyen muy rápidamente con q^2 . Esto proveyó un corte natural para las integrales de automasa de los nucleones, aunque da lugar a una diferencia de masa neutrón-protón negativa, como hemos analizado en el

Capítulo 2.

Para terminar este Apéndice, observemos que existe una forma mucho más rápida que la que hemos expuesto en la sección 2.2.2, para relacionar la diferencia de masa electromagnética ΔM_{n-p}^{em} con los factores de forma. Para ello se lleva (A.2) a la ecuación (2.2.13) y ésta a (2.2.9). La suma en el estado intermedio da lugar, como es usual en teoría de campos⁽⁶⁾ a una traza, la que puede calcularse sin dificultad. Es necesario decir aquí, que si bien éste es un método más directo, hace uso, en cambio, de elementos de álgebra de corrientes y otras consideraciones de la teoría de campos. El método desarrollado por Cottingham, aunque más largo, tiene la ventaja de usar muy pocos elementos "teóricos", lo que justifica que se lo conozca como el cálculo "experimental" de la diferencia de masa electromagnética .

REFERENCIAS DEL APENDICE A

1. D. C. Cheng y G. K. O' Neil, "Elementary particle Physics" (Addison-Wesley Pub. Comp., Massachusetts, 79), página 94.
2. M. N. Rosenbluth; Phys. Rev. 79, 615 (50).
3. Ref. 1, páginas 92 a 96.
4. R. G. Sachs; Phys. Rev. 126, 2256 (62).
5. R. Hofstadter y colab.; Rev. Mod. Phys. 30, 482 (58).
6. Ver por ejemplo J. D. Bjorken y S. D. Drell; "Relativistic Quantum Fields" (International Series in Pure and Applied Physics, Mc Graw-Hill, 64).



R. MENDEZ