

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS  
DEPARTAMENTO DE FISICA

MANIFESTACIONES DE SUBESTRUCTURA EN  
INTERACCIONES ELECTRODEBILES

TESIS

Oscar Alfredo Sampayo

1989

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS  
DEPARTAMENTO DE FISICA

MANIFESTACIONES DE SUBESTRUCTURA EN  
INTERACCIONES ELECTRODEBILES

TESIS

Oscar Alfredo Sampayo

1989

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

TESIS DOCTORAL

MANIFESTACIONES DE SUBESTRUCTURA EN  
INTERACCIONES ELECTRODÉBILES

OSCAR ALFREDO SAMPAYO

DIRECTOR: LUIS N. EPELE

1989

*A mariné, con todo mi amor*

**AGRADECIMIENTOS:**

**A mi director Profesor Doctor Luis N. Epele**

**Al Doctor José M. Simões y al Doctor Carlos A. Garcia Canal.**

**A mis compañeros: Margarita Faig, Susana Kalko, Mario Bianchet,  
Ruben Buceta, Carlos Riveros, Mario Roca, Hugo Montani.**

**AGRADECIMIENTOS:**

**A mi director Profesor Doctor Luis N. Epele**

**Al Doctor José M. Simões y al Doctor Carlos A. Garcia Canal.**

**A mis compañeros: Margarita Faig, Susana Kalko, Mario Blanchet,  
Ruben Buceta, Carlos Riveros, Mario Roca, Hugo Montani.**

## INDICE

<i>Introducción</i>	<b>1</b>
<i>Referencias de la introducción</i>	<b>6</b>
 <b>CAPITULO I</b>	
<i>Interacciones débiles</i>	<b>8</b>
<i>Referencias del Capitulo I</i>	<b>28</b>
 <b>CAPITULO II</b>	
<i>Invarianza de gauge</i>	<b>30</b>
<i>Rotura espontanea de simetria</i>	<b>37</b>
<i>Modelo de Salam Weinberg</i>	<b>44</b>
<i>Referencias del Capitulo II</i>	<b>55</b>
 <b>CAPITULO III</b>	
<i>Introducción</i>	<b>57</b>
<i>Modelo Extendido</i>	<b>58</b>
<i>Referencias del Capitulo III</i>	<b>84</b>
 <b>CAPITULO IV</b>	
<i>Dispersion neutrino-electron</i>	<b>86</b>

<i>Ancho de decaimiento de los mediadores masivos neutros</i>	<b>97</b>
<i>Asimetrías</i>	<b>108</b>
<i>Anomalía magnética del electrón y del muón</i>	<b>124</b>
<i>Referencias del Capitulo IV</i>	<b>133</b>
 <b>CAPITULO V</b>	
<i>Momento magnético del neutrino</i>	<b>136</b>
<i>Decaimiento del muón</i>	<b>140</b>
<i>Pequenez de la masa del neutrino</i>	<b>155</b>
<i>Referencias del Capitulo V</i>	<b>164</b>
 <i>Comentarios finales</i>	 <b>166</b>
 <i>Apendice I</i>	 <b>170</b>
<i>Apendice II</i>	<b>173</b>
<i>Apendice III</i>	<b>182</b>

## INTRODUCCION

El modelo estandar de las interacciones fuertes y electrodébiles es, por su gran éxito predictivo, el referente de la actual física de partículas. Este modelo es una teoría cuántica de campos renormalizable que describe exitosamente toda la información disponible en el presente sobre la estructura de la materia hasta distancias de  $10^{-16}$  cm. A pesar de su extraordinario éxito, existe un consenso general, entre los físicos de partículas, de que el modelo estandar es un modelo efectivo, esto es, la aproximación a bajas energías de una teoría más fundamental. Es cierto que no existen problemas experimentales serios en las predicciones del modelo estandar que justifiquen su abandono pero es claro también que este modelo deja muchas cuestiones sin respuesta. Entre éstas podrían citarse el porqué de la repetición de las familias fermiónicas, el problema de jerarquía en las masas de los fermiones y la necesidad de una gran cantidad de parámetros que no deberían ser fundamentales tales como las masas de los fermiones, el ángulo de Weinberg, el ángulo de Cabibo, la masa del bosón de Higgs, etc.

Existen muchos intentos de producir modelos que contengan al modelo estandar como un límite de bajas energías y que den respuesta satisfactoria a las cuestiones anteriores. Entre éstos están los que se basan en la no elementalidad de las partículas conocidas, es decir, suponen que los quarks,

leptones, escalares de Higgs y bosones vectoriales intermedarios no son partículas elementales totalmente diferentes sino que se encuentran constituidas por alguna subestructura común a todas ellas. La idea de un nivel de elementalidad subyacente al actual es una idea recurrente que ha guiado sistemáticamente nuestra comprensión de la estructura de la materia (moléculas, átomos, núcleos, quarks,...). Un indicio de que podríamos estar frente a una nueva etapa de elementalidad puede ser la repetición de las familias fermiónicas. Es decir, la existencia de cierta regularidad en la forma en la que los fermiones prefieren agruparse para interactuar puede deberse, como en el ejemplo de la tabla periódica de elementos, a una subestructura común. Otro indicio puede ser la característica de corto alcance de las interacciones débiles y fuertes. En este sentido cabe recordar que las fuerzas de Van Der Waals y la vieja interacción hadrón-hadrón, fuerzas de corto alcance, resultan ser una manifestación de fuerzas más fundamentales: la electrodinámica y la cromodinámica cuántica respectivamente.

Si se admite que las interacciones electrodébiles y las fuerzas fuertes actuales no son las interacciones fundamentales, sería necesario un nuevo esquema dinámico con nuevas partículas fundamentales y nuevas interacciones. Sin embargo, rápidas estimaciones sugieren que la escala de energías donde se manifestaría la dinámica interna de los nuevos constituyentes está fuera del alcance experimental actual. Por otra parte, las interacciones residuales efectivas entre objetos compuestos de masa despreciable con respecto a la nueva escala, serían

insensibles a su estructura interna. A pesar de esto, uno puede esperar detectar indicios de la naturaleza compuesta de leptones y quarks a través del estudio de su comportamiento externo, y sin duda, la consecuencia más clara del carácter compuesto sería la existencia de estados excitados similares a los quarks, leptones y bosones vectoriales intermedarios conocidos. En este sentido, desde mucho tiempo atrás se ha propuesto la búsqueda de materia excitada como un primer paso para la confirmación de la naturaleza compuesta de estas partículas. Los estados excitados pueden ser identificados a través de propiedades físicas muy generales como el spin y su masa.

Dentro de un esquema de partículas compuestas basada en subcomponentes de spin  $1/2$  cabría esperar la existencia de fermiones de spin  $s=1/2$  (y eventualmente de spin  $s=3/2$ ) y de bosones de gauge masivos de spin  $s=0$ . Por simplicidad en esta tesis nos restringiremos a explorar efectos de estados excitados con masas más altas que la materia ordinaria pero con el mismo spin. En otras palabras, analizaremos el comportamiento global externo de las partículas compuestas, manifestado como altos niveles de masa con respecto a las masas de las partículas conocidas pero conservando otros números cuánticos tales como carga, spin, número leptónico, isospin, etc. Se investigarán manifestaciones de la naturaleza compuesta de las partículas a través de sus interacciones electrodébiles y en este sentido se propone que éstas respeten una simetría de gauge que surge de la extensión natural de la parte electrodébil del modelo estandar.

En el Capítulo I se presentan las características relevantes de las interacciones débiles y una breve descripción del desarrollo histórico de las ideas que culminan con la formulación del modelo de Salam-Weinberg.

El Capítulo II será dedicado al modelo de Salam-Weinberg y, en particular, a sus ingredientes básicos: la invarianza de gauge local y la rotura espontánea de simetría.

En el Capítulo III presentamos nuestro modelo extendido. Se discutirá la elección del grupo de simetrías, del que se obtienen las interacciones básicas entre la materia ordinaria y las nuevas partículas excitadas, así como las predicciones tanto de los acoplamientos como de las masas de los nuevos mediadores que aparecerán en el modelo.

En el Capítulo IV se hace el estudio fenomenológico del modelo extendido. Mostraremos que dentro de los errores experimentales el límite de bajas energías coincide con el modelo estándar. Además se calcularán las predicciones a altas energías para las asimetrías  $A_{LR}$  y  $A_{FB}$  así como el ancho de decaimiento del bosón vectorial neutro  $Z_1$  y su compañero excitado  $Z_2$ , datos de los que se obtendrá información precisa en los próximos meses a partir de los experimentos de LEP. También se estudiará la contribución de las nuevas partículas a la anomalía magnética del electrón y del muón. Detalles técnicos de estos cálculos se incluyen en los Apéndices II y III.

En el Capítulo V discutiremos la predicción más importante de nuestro modelo que es su capacidad de dar un valor suficientemente grande al momento magnético del neutrino como para dar solución a uno de los problemas más acuciantes en

astrofísica cual es el problema de los neutrinos solares. Mostraremos cómo nuestro modelo provee este valor grande al momento magnético sin generar una gran corrección radiativa a la masa de neutrino.

## REFERENCIAS DE LA INTRODUCCION

- 1- Kerson Huang, Quarks Leptons and Gauge Fields, World Scientific, Singapore, (1982),Cap VI.  
E. Abers y B. W. Lee, Gauge Theories, Phys. Rep. 90,1  
G. Quigg, Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interaction, Benjamin, London (1983), Cap VI
- 2- Ugo Amaldi et al.,Phys. Rev. D36 (1987) 1385  
J.E.Kim, P. Langaker, M. Levine, y H. B.Williams, Rev. of Mod. Phys. 53 (1981) 211
- 3- Epele et al.,Phys. Rev. D38 (1988) 2129
- 4- N. Cabibbo, L. Maiani y Y. Srivastava, Phys. Lett. B139 (1984) 459 ; A. De Rujula, L. Maiani y R. Petronzio, Phys. Lett. B140, 253 (1984) N. Fleury, J. Leite Lopez y J.A.Martin Simoes, Strasbourg CNR/HE-84/10

# CAPÍTULO I

## INTERACCIONES DEBILES

## INTERACCIONES DEBILES

La mayor parte de nuestra información sobre las interacciones débiles proviene de los procesos de decaimiento espontáneo.<sup>1</sup>

En particular estas interacciones fueron primeramente observadas en el proceso lento del decaimiento- $\beta$  nuclear.<sup>2</sup> En este proceso un neutrón, con vida media de  $15^m$ , decae en un proton y un electrón, más una partícula neutra de spin  $1/2$  y aparentemente sin masa: el neutrino (pequeño neutrón)



Las interacciones débiles pueden ser observadas en aquellos casos en los que los decaimientos fuertes y electromagnéticos, que son mucho más rápidos, están prohibidos por leyes de conservación. Por ejemplo, se encuentra para el decaimiento del pión cargado:



una vida media de  $\tau=2.6 \times 10^{-8}$  seg y para el decaimiento del muón:



una vida media de  $\tau=2.2 \times 10^{-6}$  seg.

Si a estos valores se los compara con los tiempos de decaimiento característicos de los procesos mediados por

Interacciones fuertes ( $10^{-23}$  seg) y las electromagnéticas ( $10^{-16}$  seg), y se tiene en cuenta que la vida media es inversamente proporcional a la intensidad del acoplamiento, se concluye que las interacciones responsables de los procesos (I.2) y (I.3) son "débiles".<sup>2</sup>

En caso del decaimiento del pión cargado, éste no puede ser producido por interacciones fuertes puesto que el  $\pi$  es el hadrón más liviano, y estas interacciones conservan el número hadrónico. Por otra parte, por conservación de la carga eléctrica, tampoco puede decaer electromagnéticamente en dos fotones como le ocurre al pión neutro ( $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ ).

Respecto al proceso (I.3), la razón por la cual éste es el canal dominante para el decaimiento del muón es interesante. En principio el muón podría decaer electromagnéticamente de acuerdo al siguiente proceso:



Sin embargo este canal de decaimiento no ha sido observado, lo que hace suponer que (I.4) viola alguna ley de conservación. Para justificar la no observación de (I.4) y la observación de (I.3) se propone la existencia de nuevos números cuánticos aditivos, el número leptónico del electrón y el número leptónico del muón, que se conservan independientemente en las interacciones débiles.

Por otro lado, se observa experimentalmente que los neutrinos producidos en la reacción  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$  no actúan para producir electrones en el decaimiento- $\beta$  inverso ( $\bar{\nu} + n \rightarrow p + e^-$ ). Esto nos

lleva a pensar en la existencia de un neutrino asociado al electrón y un neutrino asociado al muón.<sup>3</sup>

En estas condiciones los decaimientos (I.1), (I.2) y (I.3) deben escribirse como

$$\begin{aligned}
 n &\rightarrow p + e + \bar{\nu}_e \\
 \pi^- &\rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \\
 \mu^- &\rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu
 \end{aligned}
 \tag{I.5}$$

respectivamente.

Además de estos leptones ( $\mu, e$ ) se tiene evidencia de la existencia, a través de sus productos de decaimiento, de un tercer leptón cargado  $\tau$  y de su neutrino asociado  $\nu_\tau$ .

De acuerdo con esto, y llamando  $L_e, L_\mu$  y  $L_\tau$  a los números leptónicos de electrón, muón y tau respectivamente, se asigna a estos leptones y sus neutrinos asociados los siguientes valores de estos números leptónicos

Partícula	Numero Leptónico		
$e^-, \nu_e$	$L_e = 1$	$L_\mu = 0$	$L_\tau = 0$
$\mu^-, \nu_\mu$	$L_e = 0$	$L_\mu = 1$	$L_\tau = 0$
$\tau^-, \nu_\tau$	$L_e = 0$	$L_\mu = 0$	$L_\tau = 1$
quarks	$L_e = 0$	$L_\mu = 0$	$L_\tau = 0$

TABLA I.1: *Numeros leptónicos de leptones y quarks.*

Vemos entonces cómo la conservación del número leptónico del muón y del electrón prohíbe la reacción (I.4) y permite las

reacciones (I.5). Por supuesto el mismo mecanismo ocurre en reacciones en las que intervienen el leptón tau y su neutrino asociado.

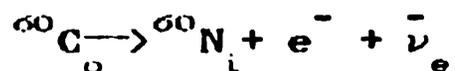
Algunas propiedades de estos leptones se encuentran resumidas en la TABLA I.2:

Lepton	Carga	Masa (MeV)
$\nu_e$	0	< 60. eV
e	-1	0.511
$\nu_\mu$	0	< 0.57
$\mu$	-1	105.66
$\nu_\tau$	0	< 250. ?
$\tau$	-1	1784.

TABLA I.2: *Propiedades de los leptones.*

En 1956, Lee y Yang realizaron un análisis crítico de todos los datos disponibles sobre las interacciones débiles y llegaron a la conclusión de que éstas violan paridad (P). Inmediatamente se realizaron experimentos para confirmar esta hipótesis. Entre éstos, el más ilustrativo es realizado por Wu y colaboradores en 1957.

El experimento estudia la transición- $\beta$  de núcleos de cobalto polarizado:



Con la ayuda de un campo magnético externo se alinean los spines nucleares de una muestra de  ${}^{60}\text{Co}$  a baja temperatura y se

estudia la asimetría en la distribución espacial de los electrones emitidos.

Se encontró que los electrones prefieren ser emitidos en dirección opuesta al spin nuclear.<sup>2</sup>

El núcleo de cobalto tiene un spin total  $J=5$  y el de níquel  $J=4$ , evidentemente el electrón y el neutrino deben aportar el impulso angular  $J=1$ . Puesto que los electrones son emitidos en dirección opuesta al spin nuclear, es evidente que estos deben tener el spin antiparalelo al impulso (izquierdos) y los antineutrinos deben tenerlo paralelo al impulso (derechos). Esta situación se ilustra en la FIGURA I.1.

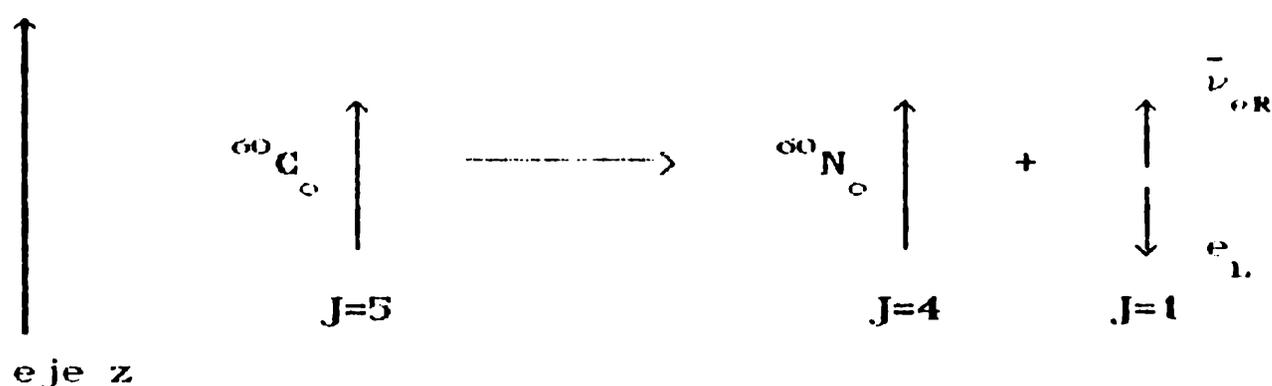


FIGURA I.1: Decaimiento- $\beta$  del  $^{60}\text{Co}$

Estas y otras experiencias evidencian que las interacciones débiles sólo involucran  $\bar{\nu}_R$  o  $\nu_L$ . La ausencia de los estados que son imágenes especulares de éstos,  $\nu_R$  o  $\bar{\nu}_L$ , es una manifestación de la no conservación de la paridad por las interacciones débiles.

Por otro lado, estas interacciones también violan conjugación de carga  $C$  ya que esta operación transforma  $\nu_L$  en  $\bar{\nu}_L$ . Sin embargo, las interacciones débiles respetan la operación combinada de paridad y conjugación de carga  $CP$ .<sup>1</sup>

Veamos ahora los intentos realizados para obtener un modelo que describa correctamente estas interacciones.

Fermi fue el primero en desarrollar una teoría del decaimiento- $\beta$ , con muy buen poder predictivo, basándose en los conocimientos de las interacciones electromagnéticas.

Para resumir su propuesta consideremos primero el proceso de dispersión electromagnético de un electrón y un protón



Como es un proceso elástico podemos describirlo como la interacción de dos corrientes a través del intercambio de un fotón virtual.

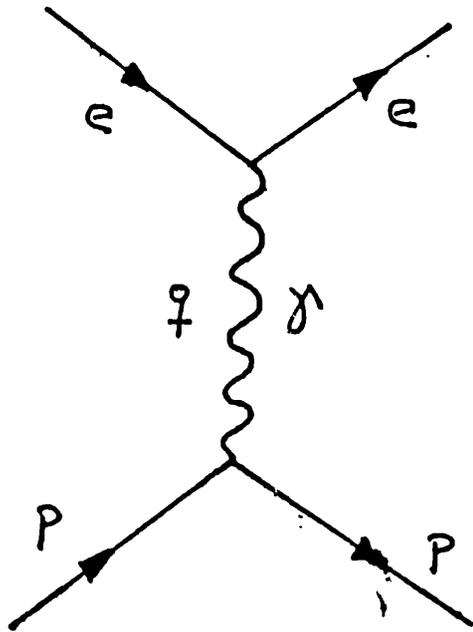


FIGURA 1.2: *Dispersión electromagnética electron-proton.*

El elemento de matriz estará representado<sup>4</sup> por

$$M \propto \frac{e^2}{q^2} J^{\text{barion}} J^{\text{electron}} \quad (1.7)$$

donde  $q$  es el momento transferido por el fotón.

En la teoría de Dirac los fermiones relativistas están descritos por espinores de cuatro componentes  $e$  y  $p$ , y las respectivas corrientes electromagnéticas serán:

$$J^{\text{barion}} = \bar{P} \hat{O} P \tag{I.8}$$

$$J^{\text{electron}} = \bar{e} \hat{O} e$$

donde  $O$  es una matriz de  $4 \times 4$  que actúa sobre los espinores.

En este caso de corrientes electromagnéticas,  $O \equiv \gamma_{\mu}$  donde  $(\gamma_{\mu})$  son las matrices de Dirac.

Por analogía, Fermi propone para el decaimiento del neutrón (I.1), o su forma equivalente  $\nu + n \rightarrow p + e$ , la siguiente amplitud:<sup>5</sup>

$$M = G J_{\text{barion}}^{\text{debil}} J_{\text{lepton}}^{\text{debil}} \tag{I.9}$$

donde

$$J_{\text{barion}}^{\text{debil}} = \bar{P} \hat{O} n \tag{I.10}$$

$$J_{\text{lepton}}^{\text{debil}} = \bar{e} \hat{O} \nu$$

donde designamos a los espinores con el nombre de la partícula correspondiente.

Este proceso puede representarse como

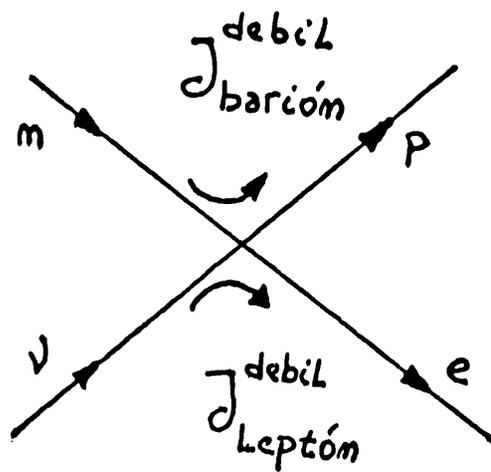


FIGURA 1.3: *Decaimiento del neutrón.*

El modelo de Fermi supone una interacción de contacto de cuatro fermiones y es por esto que en (1.9) no se incluye el propagador del fotón  $1/q^2$  como en (1.7); además, la constante  $e^2$  es reemplazada por  $G$ , que mide la intensidad de la interacción débil que resulta ser una constante con dimensiones.<sup>6</sup>

Como vemos, en las corrientes débiles (1.10) las cargas de leptones y bariones cambian en una unidad. Es por esta razón que a las reacciones del tipo del decaimiento- $\beta$  se las denomina interacciones débiles con intercambio de carga o simplemente interacciones débiles entre corrientes cargadas.

Resta por determinar la naturaleza del operador  $O$ .

De manera de satisfacer los requerimientos de invarianza relativista este operador puede tener cinco formas independientes:<sup>5</sup> escalar (S), vector (V), tensor (T), vector axial (A) y pseudotensor (P). Estos nombres están asociados con las propiedades de transformación de las corrientes débiles bajo inversiones espaciales. Explícitamente éstas son

$$\begin{aligned}
\hat{O}_S &= \hat{1} \\
\hat{O}_V &= \gamma_\mu \\
\hat{O}_T &= \sigma_{\mu\nu} \\
\hat{O}_A &= \gamma_\mu \gamma_5 \\
\hat{O}_P &= \gamma_5
\end{aligned}
\tag{I.11}$$

En la discusión realizada sobre las conclusiones del experimento de Wu vimos que las interacciones débiles sólo involucran neutrinos izquierdos (o antineutrinos derechos). De acuerdo con esto, la combinación correcta de operadores  $O$  que se debe poner en las corrientes débiles (I.10) es aquella que seleccione la parte izquierda de los neutrinos de Dirac  $\nu$ ; esto es, aquella que implique el proyectar  $(1-\gamma_5)/2$  que deja la parte izquierda. Si además tenemos en cuenta la naturaleza tetravectorial de las corrientes débiles, vemos que el operador  $O=O_V - O_A = \gamma_\mu (1-\gamma_5)/2$  cumple con estos requisitos.

Para la corriente débil hadrónica se propone una combinación arbitraria  $O=O_V - \lambda O_A$  donde  $\lambda$  es un parámetro a determinar experimentalmente.

En estas condiciones la amplitud (I.9) puede escribirse como:

$$M = \frac{G}{4\sqrt{2}} \bar{P} \gamma_\mu (1-\lambda\gamma_5) n \bar{e} \gamma^\mu (1-\gamma_5) \nu
\tag{I.12}$$

Para el proceso  $(n \rightarrow p + e + \bar{\nu})$   $\lambda=1.25$  y su apartamiento de la unidad se atribuye a efectos de las interacciones fuertes entre los quarks constituyentes del nucleón.<sup>1</sup>

Para los procesos puramente leptónicos claramente  $\lambda=1$ . Así por ejemplo, el decaimiento del muón (I.3) puede describirse como

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} J_{\alpha}^{(\mu)} J^{(e)\alpha \dagger} \quad (I.13)$$

donde

$$J_{\alpha}^{(\mu)} = \bar{\nu}_{\mu} \gamma_{\alpha} \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \mu \quad (I.14)$$

$$J_{\alpha}^{(e)} = \bar{\nu}_{e} \gamma_{\alpha} \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) e$$

que sólo involucran campos izquierdos. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} J_{\alpha}^{(e)} &= \bar{\nu}_{e} \gamma_{\alpha} \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) e = \\ &= \frac{1}{4} \bar{\nu}_{e} \gamma_{\alpha} (1 - \gamma_5)(1 - \gamma_5) e = \\ &= \frac{1}{4} \bar{\nu}_{e} (1 + \gamma_5) \gamma_{\alpha} (1 - \gamma_5) e = \\ &= \bar{\nu}_{eL} \gamma_{\alpha} e_L \end{aligned} \quad (I.15)$$

donde el subíndice L denota la parte izquierda del espinor correspondiente.

De acuerdo con esto, la violación de paridad por parte de las interacciones débiles tiene una interpretación simple en términos de campos de leptón: en las interacciones débiles de corrientes cargadas los grados de libertad dinámicos fundamentales para la materia son los campos fermiónicos izquierdos (dos componentes).

Es importante resaltar que a pesar de que la interacción (I.13) describe adecuadamente los decaimientos, pues para ello ha sido construida, ésta no puede ser una teoría fundamental de las interacciones débiles debido a la existencia de patologías incompatibles con una teoría cuántica de campos consistente si se considera la reacción  $\nu_{\mu} + e^{-} \rightarrow \mu + \nu_e$ , descrita por (I.13), dado que G tiene dimensiones, resulta que la sección eficaz a

altas energías se comporta como  $\sigma \sim G.s^3$ , donde  $s$  es el cuadrado de la energía de centro de masa. Esta sección eficaz a altas energías manifiestamente viola unitariedad, ya que ésta prohíbe un crecimiento lineal de  $S$  y este mal comportamiento empeora a órdenes más altos en el desarrollo perturbativo. Para solucionar esta situación una posibilidad es empujar más a fondo la analogía con las interacciones electromagnéticas que no presentan esta violación de unitariedad y así suponer que las interacciones débiles están también mediadas por el intercambio de bosones vectoriales.<sup>4,5,6</sup> Estos bosones vectoriales deben tener carga  $\pm 1$  ya que mediarán interacciones débiles con intercambio de carga. Además, deben ser masivos para dar cuenta del corto alcance de estas interacciones.

En estas condiciones introducimos bosones vectoriales masivos cargados  $W_{\mu}^{\pm}$  que interactúan con la corriente débil (I.15) de la siguiente manera:

$$\mathcal{L} = g (J_{\mu} W^{\mu} + \text{h.c.}) \quad (\text{I.16})$$

El propagador de estos bosones vectoriales intermediarios tiene la forma estándar

$$-i \frac{(\epsilon_{\mu\nu} - k_{\mu} k_{\nu} / M_W^2)}{k^2 - M_W^2} \quad (\text{I.17})$$

donde  $k$  es el tetraimpulso de  $W_{\mu}^{\pm}$ .

A partir de esta propuesta para las interacciones débiles, la interacción corriente-corriente (I.13) puede entenderse como

una teoría efectiva a bajas energías generada por (I.16) a segundo orden. Esta situación puede ilustrarse de la siguiente manera a través del ejemplo  $\nu_\mu + \mu^- \rightarrow \nu_e + e^-$  que, como un proceso a segundo orden da:

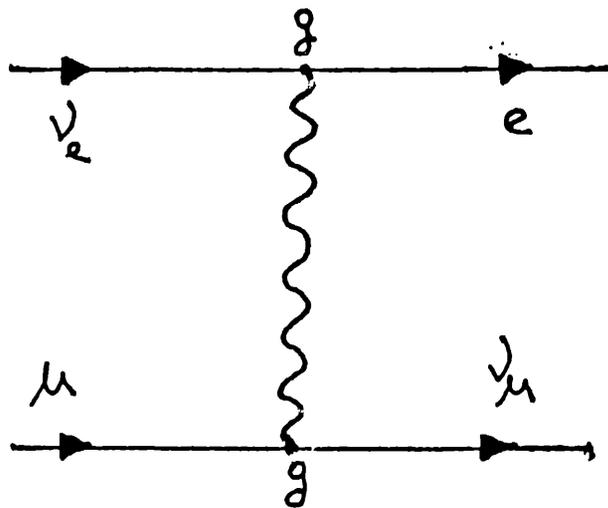


FIGURA 1.4: Decaimiento del muón como proceso a segundo orden.

La amplitud de dispersión será:

$$M = g^2 J_\alpha^{(e)} \frac{(g^{\alpha\beta} - k^\alpha k^\beta / M_W^2)}{(k^2 - M_W^2)} J_\beta^{(\mu)\dagger} \quad (I.18)$$

y a bajas energías, cuando  $k^2 \ll M_W^2$ , esta expresión se convierte en:

$$M = -\frac{g^2}{M_W^2} J_\alpha^{(e)} J^{(\mu)\dagger \alpha} \quad (I.19)$$

coincidiendo con la teoría de Fermi (I.13) si se identifica:

$$\frac{g}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{M_W^2} \quad (I.20)$$

Desgraciadamente el resultado de esta propuesta es que la inclusión de un bosón vector intermediario masivo si bien mejora el comportamiento a altas energías no corrige totalmente las patologías, ya que debido a la naturaleza masiva del mediador, su propagador se comporta como una constante cuando  $k \rightarrow \omega$  y esto hace que cada orden en el desarrollo perturbativo sea más divergente.<sup>4</sup> El resultado es que la inclusión de un bosón vectorial masivo nos lleva a una teoría no renormalizable.

Sin embargo, que el W sea masivo es necesario para explicar el corto alcance de las interacciones débiles y tener el correcto límite de bajas energías (I.19). ¿Cómo introducir un bosón vectorial masivo sin perder renormalizabilidad? En realidad hasta aquí sólo explotamos de la supuesta analogía con el electromagnetismo la existencia de un mediador de la interacción pero, como es sabido, el esquema teórico a partir del que se construyó la electrodinámica cuántica es el requerimiento de invarianza de gauge frente a las transformaciones de un grupo G de simetría interna, que en este caso es el  $U(1)_{emg}$ . De esta manera la primera pregunta a responder es cuál debe ser el grupo de transformaciones que dejan invariantes las fuerzas débiles.<sup>4</sup> O, de otra manera, cuáles son las simetrías básicas de estas interacciones. Pero, teniendo presente que la invarianza de gauge va a solicitar la inclusión de bosones vectoriales sin masa, como ocurre con el

fotón, la segunda pregunta es cómo dotar de masa<sup>6,7</sup> a los bosones vectoriales intermediarios sin aumentar el grado de divergencia a altos órdenes en el desarrollo perturbativo y sin violar la invarianza de gauge propuesta para estas interacciones, ya que para tener una teoría correcta de las interacciones débiles es necesario que ésta sea renormalizable.

El desarrollo histórico de estas ideas podría resumirse de la siguiente manera:<sup>4</sup>

Schwinger (1957), notando la naturaleza vectorial de las interacciones débiles y electromagnéticas, fue el primero en introducir la idea de una posible unificación entre ellas.

Glashow (1958) sugiere que para tener la deseada renormalizabilidad de las interacciones débiles es necesario su unificación con las interacciones electromagnéticas. En 1961 propone un modelo unificador que tiene una simetría de gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . Sin embargo, éste no es renormalizable debido a que las masas de los bosones vectoriales intermediarios es puesta a mano en la teoría. Salam y Ward hacen un intento parecido en 1964. Finalmente, Weinberg (1967) propone que las interacciones electrodébiles respeten la simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  y genera las masas de los mediadores, sin violar la simetría de gauge, a través del mecanismo de Higgs. Por último, fue 't Hooft, en 1971, el que demuestra la renormalizabilidad de este tipo de teorías de gauge.

Veamos ahora las razones que llevan a la elección del grupo de gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ .

En este análisis nos centraremos en los leptones de la familia del electrón, aunque los resultados se extienden sin dificultad

para las otras familias.

El lagrangiano para las interacciones débiles, con la inclusión de un mediador vectorial masivo, está dado por (I.16), donde

$$J_{\alpha} = \bar{\nu}_{e} \gamma_{\alpha} \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) e \quad (I.21)$$

$$J_{\alpha}^{\dagger} = e \gamma_{\alpha} \frac{1}{2} (1 - \gamma_5) \nu_e$$

por otro lado la interacción electromagnética de estos leptones está dada por

$$\mathcal{L}_{emg} = e J_{\lambda}^{emg} A^{\lambda} \quad (I.22)$$

donde  $A^{\lambda}$  es el fotón, mediador de esta interacción, y la corriente electromagnética es:

$$J_{\alpha}^{emg} = \bar{\psi} \gamma_{\alpha} \hat{Q} \psi \quad (I.23)$$

donde  $Q$  es el operador de carga eléctrica.

Tenemos entonces tres corrientes que interactúan con los bosones vectoriales intermedarios:

$$\begin{aligned} J_{\alpha} &= J_{\alpha}^{+} = \bar{\nu}_{e_L} \gamma_{\alpha} e_L \\ J_{\alpha}^{\dagger} &= j_{\alpha}^{-} = \bar{e}_L \gamma_{\alpha} \nu_{eL} \\ J_{\alpha}^{emg} &= \bar{e} \gamma_{\alpha} e \end{aligned} \quad (I.24)$$

donde los supraíndices +, - rotulan el intercambio de carga en la corriente.

Para obtener una descripción unificada de las interacciones débiles y electromagnéticas es necesario encontrar cuál es el grupo de transformaciones que conserva las corrientes anteriores obtenidas fenomenológicamente.<sup>4</sup>

De acuerdo con esto describimos las corrientes  $J_{\alpha}^{+}$ ,  $J_{\alpha}^{-}$ ,  $J_{\alpha}^{\text{emg}}$  en una forma más conveniente: para ello introducimos el doblete  $\psi_{eL} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$  que es simplemente un apilamiento de los campos izquierdos de neutrino y electrón y llamamos

$$t_{+} = t_1 + i t_2 \quad (1.25)$$

$$t_{-} = t_1 - i t_2$$

con  $t_i = \sigma_i / 2$ , donde  $\sigma_i$  son las matrices de Pauli (ver APENDICE

I) y las corrientes pueden escribirse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} J_{\alpha}^{+} &= \bar{\psi}_{eL} \gamma_{\alpha} t_{+} \psi_{eL} \\ J_{\alpha}^{-} &= \bar{\psi}_{eL} \gamma_{\alpha} t_{-} \psi_{eL} \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$J_{\alpha}^{\text{emg}} = \bar{\psi}_{eL} \gamma_{\alpha} Q \psi_{eL}$$

donde el operador de carga es

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

Para cada una de estas corrientes conservadas se pueden encontrar las cargas asociadas:<sup>6</sup>

$$\begin{aligned}
T_+ &= \int J_0^\dagger(x) d^3x \\
T_- &= \int J_0^-(x) d^3x \\
Q &= \int J_0^{\text{emg}}(x) d^3x
\end{aligned}
\tag{I.28}$$

que son constantes de movimiento si se conservan las corrientes en (I.26). Estas cargas podrían generar un grupo de transformaciones, y el grupo más simple con tres generadores es SU(2).

Sin embargo, como veremos inmediatamente, los generadores (I.28) no cierran un álgebra. En efecto

$$[T_+, T_-] = T_3 \tag{I.29}$$

con

$$T_3 = \int J_0^3(x) d^3x \tag{I.30}$$

donde  $J_0^3(x)$  es la componente temporal de la corriente asociada a  $t^3$ :

$$J_\alpha^3(x) = \bar{\psi}_{e_L} \gamma_\alpha t^3 \psi_{e_L} \tag{I.31}$$

De la forma del doblete  $\psi_{e_L} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$  y de  $t^3$  se ve claramente que esta corriente no involucra un cambio de carga (está constituida por partículas de la misma carga). De acuerdo con esto, se dice que es una corriente neutra y que está asociada a un mediador neutro.

De (I.31) es evidente que  $J_\alpha^3(x)$  no puede ser  $J_\alpha^{\text{emg}}(x)$ . La primera sólo involucra campos izquierdos mientras que la corriente electromagnética está formada por campos derechos e

izquierdos.<sup>1</sup>

En estas condiciones  $T_3 \neq Q$  y por lo tanto, de (I.29) se ve que el álgebra no se cierra.<sup>4</sup> La razón de esto no es difícil de ver: para que  $Q$  sea generador de  $SU(2)$  es necesario que la suma de las cargas del multiplete sea cero, debido a que los generadores de  $SU(2)$  deben tener traza nula. Es evidente que esta situación no se cumple ya que el doblete se ha formado con electrones y neutrinos.

Existen dos alternativas para solucionar este problema: una es la ampliación de los multipletes con la inclusión de nuevos fermiones y modificar las corrientes de tal manera que el nuevo conjunto de  $T_{\pm}$ ,  $Q$  cierren el álgebra de  $SU(2)$ .<sup>6</sup> Esta teoría fue desarrollada por Georgi y Glashow en 1972 pero fue descartada en 1973 con el descubrimiento de las corrientes neutras (distintas a la electromagnética) que este modelo no predice.

La segunda alternativa es incluir  $J_{\alpha}^3(x)$  dentro del conjunto de corrientes que deben conservarse en una interacción electrodébil (ver (I.26)). En estas condiciones se pide que el grupo bajo el cual son invariantes las interacciones electrodébiles sea el que deja a  $J_{\alpha}^+$ ,  $J_{\alpha}^-$ ,  $J_{\alpha}^3$ ,  $J_{\alpha}^{\text{emg}}$  como corrientes conservadas. De aquí, como en (I.28), se obtienen las cargas conservadas  $T_+$ ,  $T_-$ ,  $Q$ . Estas cargas generan el grupo que deja invariante las corrientes anteriores.

Una elección simple para un grupo de cuatro generadores es  $G = SU(2) \times U(1)$ , donde el generador de  $U(1)$  debe conmutar con los generadores de  $SU(2)$ . De acuerdo con esto, si consideramos al grupo  $SU(2)_L$  generado por  $T_+$ ,  $T_-$ ,  $T_3$  o (de acuerdo con (I.25)), por  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ , entonces el grupo  $U(1)$  no puede estar generado

por  $Q$  ya que<sup>4</sup>

$$[T_i, Q] \neq 0 \quad (I.32)$$

$i=1,2,3$

En otras palabras, la carga no es un número cuántico que caracterice correctamente los dobletes de  $SU(2)_L$ ,  $\psi_{eL} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$ , ya que los miembros de este multiplete tienen distinta carga.

Sin embargo, la combinación  $Q - T_3 = Y$  sí conmuta con los generadores de  $SU(2)$ :

$$[T_i, Y] \stackrel{=}{\neq} 0 \quad (I.33)$$

$i=1,2,3$

Entonces podemos tomar a  $Y$ , que llamamos Hypercarga, como el generador de  $U(1)$ .

La Hypercarga caracteriza correctamente a los multipletes de  $SU(2)$  ya que todos sus miembros toman el mismo valor de este número cuántico.

En estas condiciones las interacciones electrodébiles serán invariantes frente al grupo de transformaciones:

$$G = SU(2)_L \times U(1)_Y \quad (I.34)$$

(donde el subíndice  $Y$  se refiere a la hypercarga)

Los campos de materia izquierdos formarán dobletes de  $SU(2)$  (de ahí el subíndice  $L$  en (I.34)) y los campos derechos serán singuletes bajo este grupo.<sup>5,6,7</sup> En el modelo mínimo sólo los electrones tienen parte derecha ya que a los neutrinos se los

considera de masa nula. Es decir que los campos

$$\psi_{eL} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}, \quad e_R \quad (I.35)$$

la

sostendrán representación fundamental del grupo  $G$  (I.34).

El hecho de que las componentes izquierdas y derechas de los fermiones se transformen de manera diferente bajo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  se reflejará fenomenológicamente en la violación de paridad por parte de las interacciones débiles.

Finalmente, los números cuánticos de los fermiones bajo el grupo de simetrías electrodébiles se resumen en la TABLA I.3.

Leptones	$\zeta$	$t^3$	Q	Y
$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	1/2	1/2	0	-1/2
$e_L, \mu_L, \tau_L$	1/2	-1/2	-1	-1/2
$e_R, \mu_R, \tau_R$	0	0	-1	-1
Quarks				
$u_L, c_L, t_L$	1/2	1/2	2/3	1/6
$d_L, s_L, b_L$	1/2	-1/2	-1/3	1/6
$u_R, c_R, t_R$	0	0	2/3	2/3
$d_R, s_R, b_R$	0	0	-1/3	-1/3

TABLA I.3: Propiedades de transformación de los fermiones bajo el grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ .

## REFERENCIAS DEL CAPITULO I

- 1- F.Halzen y A. D. Martin, "Quarks and Leptons", John Wiley, (1984)
- 2- D. H. Perkins, "Introduction to High Energy Physics", Addison Wesley, (1984).
- 3- C. A. Garcia Canal, "Fenomenología del modelo  $SU(3)\times SU(2)\times U(1)$ ", Escola de Verao Jorge André Swieca, Partículas e Campos (1985). A José da Silva, C.A.Aragao de Carvalho (Editores) (1985) Volumen III-B Pag 489.
- 4- Ta-Pei Cheng y Ling-Fung-Li, "Gauge Theory of Elementary Particle Physics", Oxford Science Publications.
- 5- D. H. Perkins, "Introduction to High Energy Physics", Addison Wesley (1987).
- 6- E. Abers y B. W. Lee, "Gauge Theory", Phys. Rep. 9C,1
- 7- Kerson Huang, "Quarks, Leptons and Gauge Fields", World Scientific, Singapore, (1982).

## CAPITULO II

MODELO DE GAUGE DE LAS INTERACCIONES ELECTRODEBILES

INVARIANZA DE GAUGE

ROTURA ESPONTANEA DE SIMETRIA

MODELO DE SALAM-WEINBERG

## INVARIANZA DE GAUGE

El objeto básico en teoría de campos es la densidad lagrangiana  $\mathcal{L}_0$ , que es una función de los campos  $\psi(x)$  y de sus gradientes  $\partial_\mu \psi(x)$ .

La formulación lagrangiana de una teoría de campos permite incorporar en la teoría las leyes de simetría física.<sup>1</sup> De esta manera, por ejemplo, la invarianza frente a las transformaciones de Lorentz (transformaciones espacio-temporales) lleva a la conservación de la energía, el momento y el momento angular.

Si nos interesamos en las leyes de conservación que no son consecuencia de simetrías clásicas espacio-temporales, el ejemplo más simple es la carga eléctrica, y si suponemos que la carga del campo  $\psi(x)$  es  $q$  podemos definir un grupo de transformaciones para los campos de la siguiente manera:<sup>2</sup>

$$\psi(x) \longrightarrow e^{-i q \alpha} \psi(x) \quad (\text{II.1})$$

donde por ahora  $\alpha$  no depende de la coordenada espacio-temporal  $x$ .

Puesto que la densidad lagrangiana es función de los campos  $\psi(x)$  y de su gradiente  $\partial_\mu \psi(x)$  es necesario dar además de la ley de transformación para los campos  $\psi(x)$  ((II.1)) la ley de transformación del gradiente  $\partial_\mu \psi(x)$ . Pero debido a que  $\alpha$  es independiente de  $x$  entonces tenemos:

$$\partial_{\mu} \psi(x) \longrightarrow e^{-i q \alpha} \partial_{\mu} \psi(x) \quad (II.2)$$

Con las leyes de transformación (II.1) y (II.2) la densidad lagrangiana resulta invariante frente a cambios de fase independientes de  $x$  (globales) y de acuerdo al teorema de Noether's<sup>1</sup> esto nos lleva a la existencia de una corriente conservada,  $J_{\mu}(x)$  que es el caso de la corriente electromagnética, y a la carga correspondiente conservada

$$Q = \int J_0(x) d^3x \quad (II.3)$$

Esta carga es justamente el generador del grupo  $U(1)$  global bajo el cual la densidad lagrangiana es invariante.

Una teoría puede contener más de una cantidad conservada y ser invariante bajo un grupo de transformaciones más complicado que  $U(1)$ . El ejemplo más simple, creciendo en complicación es el de transformaciones de un grupo no-abeliano como lo es la simetría de isospín.<sup>2</sup> En una teoría con simetría de isospín los campos  $\psi(x)$  serán multipletes que forman una base para la representación del grupo de isospín  $SU(2)$ . Entonces podemos definir una transformación de gauge global de la siguiente manera<sup>3</sup>

$$\begin{aligned} \psi(x) &\longrightarrow e^{-i \vec{\tau} \cdot \vec{\alpha} / 2} \psi(x) \\ \partial_{\mu} \psi(x) &\longrightarrow e^{-i \vec{\tau} \cdot \vec{\alpha} / 2} \partial_{\mu} \psi(x) \end{aligned} \quad (II.4)$$

donde  $\psi(x)$  es un vector columna y  $\tau$  es una apropiada representación de los generadores de SU(2) que obedecen el álgebra correspondiente:

$$[\tau^i, \tau^j] = i \epsilon^{ijk} \tau^k \quad (II.5)$$

Es importante notar en (II.4) que el gradiente se transforma de la misma manera que el campo. La invarianza del lagrangiano frente a las transformaciones (II.4) tiene como consecuencia la conservación de una corriente llamada corriente de isospin:<sup>3</sup>

$$\vec{J}_\mu(x) = 1/2 \bar{\psi}(x) \gamma_\mu \vec{\tau} \psi(x) \quad (II.6)$$

Estas ideas pueden ser generalizadas sin dificultad a cualquier grupo de Lie  $G$  de simetrías internas.

Hasta aquí sólo hemos considerado transformaciones globales, donde los parámetros son independientes del punto espacio-temporal. Estas transformaciones son conocidas también como transformaciones de gauge de primer orden.

Sin embargo, según lo apuntan Yang y Mills, la idea de invarianza de fases globales parece inconsistente con el concepto de campos localizados que subyace en la teoría de campos usual.

De esta manera surge la idea de estudiar las invarianzas del lagrangiano frente a transformaciones de fases locales, o transformaciones de gauge de segundo orden.<sup>4</sup>

De acuerdo con esto los campos se transforman como:

$$\psi(x) \longrightarrow e^{-i \vec{t} \cdot \vec{\alpha}(x)} \psi(x) \quad (\text{II.7})$$

donde el campo  $\psi(x)$  es un multiplete que expande el espacio de representación del grupo y las fases  $\alpha_i(x)$  son funciones del punto espacio-temporal  $x$ .

Veamos ahora cómo se transforma el gradiente bajo las transformaciones de este grupo. Inmediatamente nos encontramos frente a la dificultad de que para calcular una derivada ( $\partial_\mu \psi(x)$ ) es necesario tomar la diferencia entre los valores del campo en puntos vecinos y que tal diferencia carece totalmente de sentido físico cuando se admiten transformaciones diferentes en puntos diferentes.<sup>4</sup> Veamos cómo se transformaría el gradiente frente a la transformación de gauge local  $U(\alpha(x)) = e^{-i \vec{t} \cdot \alpha(x)}$

$$\partial_\mu \psi(x) \longrightarrow e^{-i \vec{t} \cdot \vec{\alpha}(x)} \left( \partial_\mu - i \vec{t} \cdot \vec{\partial}_\mu \alpha(x) \right) \psi(x) \quad (\text{II.8})$$

Como vemos en esta última expresión el gradiente de un campo no se transforma como el campo ((II.4)) y la aparición <sup>en el</sup> del gradiente de la fase arbitraria  $\alpha(x)$  ((II.8)) impide la invarianza del lagrangiano frente a transformaciones de gauge locales. Sin embargo, este problema se puede solucionar siguiendo el ejemplo de la electrodinámica, con la inclusión de un campo, llamado campo de gauge,  $A_\mu$ . Este campo va a permitir definir una derivada con sentido físico, la derivada

covariante:

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} + i g \vec{t} \cdot \vec{A}_{\mu} \quad (\text{II.9})$$

exigiendo que las propiedades de transformación del campo  $A_{\mu}$  frente a transformaciones de gauge locales, sean tales que la derivada covariante (II.9) se transforme como el campo mismo:

$$D_{\mu} \psi(x) \longrightarrow e^{-i \vec{t} \cdot \vec{\alpha}(x)} D_{\mu} \psi(x) \quad (\text{II.10})$$

De esta manera, si reemplazamos a las derivadas ordinarias en el lagrangiano por derivadas covariantes la teoría resultará invariante frente a las transformaciones de gauge locales. Es decir

$$\mathcal{L}(\psi(x)', D'_{\mu} \psi(x)') = \mathcal{L}(\psi(x), D_{\mu} \psi(x)) \quad (\text{II.11})$$

Veamos ahora cómo debe transformarse  $A_{\mu}$  ( $A_{\mu} \rightarrow A'_{\mu}$ ) para que se cumpla<sup>2</sup>

$$D'_{\mu} \psi(x)' \longrightarrow e^{-i \vec{t} \cdot \vec{\alpha}(x)} D_{\mu} \psi(x) \quad (\text{II.12})$$

que explícitamente implica

$$\begin{aligned} (\partial_{\mu} + i g \vec{t} \cdot \vec{A}'_{\mu}) e^{-i \vec{t} \cdot \vec{\alpha}(x)} \psi(x) = \\ e^{-i \vec{t} \cdot \vec{\alpha}(x)} (\partial_{\mu} + i g \vec{t} \cdot \vec{A}_{\mu}) \psi(x) \end{aligned} \quad (\text{II.13})$$

Considerando una transformación infinitesimal de fase resulta

que

$$\delta A_{\mu}^a(x) = A_{\mu}^{\prime a}(x) - A_{\mu}^a(x) = \frac{1}{g} \partial_{\mu} \alpha^a(x) - C^{abc} A_{\mu}^b(x) \alpha^c(x) \quad (II.14)$$

Una vez introducido el campo de gauge y conocidas sus propiedades de transformación ((II.14)) bajo las transformaciones de un grupo local, es natural darle a este campo dinámica propia.<sup>2</sup> Para esto se debe adicionar a  $\mathcal{L}_0$  una densidad lagrangiana libre para el campo de gauge. Esta se construye a partir del tensor de campos, y deberá ser cuadrática en las derivadas espacio-temporales

$$F_{\mu\nu}^a(x) = \partial_{\mu} A_{\nu}^a(x) - \partial_{\nu} A_{\mu}^a(x) + g C^{abc} A_{\mu}^b(x) A_{\nu}^c(x) \quad (II.15)$$

que resulta invariante bajo una transformación de gauge, como puede verificarse usando (II.14) y (II.15).

En estas condiciones se propone la densidad lagrangiana libre para el campo de gauge  $-1/4 F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a}$  y entonces

$$\mathcal{L} = -1/4 F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \mathcal{L}_0(\psi(x), D_{\mu} \psi(x)) \quad (II.16)$$

Esta es, entonces, una densidad lagrangiana invariante de gauge que describe la dinámica de un campo de materia  $\psi(x)$  y su interacción, a través de  $D_{\mu} \psi(x)$ , con el campo de gauge  $A_{\mu}^a(x)$ . Es importante destacar que el campo de gauge descrito por (II.16) es un campo de masa nula ya que un término de masa para  $A_{\mu}^a(x)$  no sería invariante de gauge. Este es un serio problema

si se quiere describir interacciones de corto alcance como las interacciones débiles. Fue Weinberg quien solucionó este problema, dando masa a los campos de gauge en una forma invariante a través del mecanismo de Higgs, el cual será descrito en la siguiente sección.

## ROTURA ESPONTANEA DE SIMETRIA

Se dice que la simetría de un sistema está espontáneamente rota si el estado de menor energía (vacío) no es invariante frente a esta simetría.<sup>2</sup> Esta es una situación común en el mundo macroscópico. Por ejemplo, la simetría rotacional se encuentra espontáneamente rota en un ferromagneto por debajo de la temperatura de Curie.

Como un ejemplo típico de una simetría espontáneamente rota describiremos aquí el modelo de Goldstone.<sup>3</sup> Tomemos, por simplicidad, un campo escalar complejo  $\phi(x)$  sin acoplamientos electromagnéticos. Es decir, nos concentraremos por ahora en las invarianzas del sistema frente a transformaciones de fase globales.

La densidad lagrangiana para este campo será:

$$\mathcal{L}_0(\phi, \partial^\mu \phi) = \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - V(\phi^* \phi) \quad (\text{II.17})$$

invariante frente a un cambio de fase global

$$\phi' \longrightarrow e^{i\alpha} \phi \quad (\text{II.18})$$

A partir de  $\mathcal{L}_0$  dado por (II.17) se puede encontrar, a través de una transformación de Legendre, el hamiltoniano del sistema

$$H = \int [\pi^*(x) \dot{\pi}(x) + \dot{\vec{\phi}}^* \dot{\vec{\phi}} + V(\phi^* \phi)] d^3x \quad (\text{II.19})$$

donde  $\pi(x)$  es la variable conjugada del campo  $\phi(x)$ .

De (II.19) es evidente que la solución de las ecuaciones de movimiento que minimiza la energía será una constante  $\phi(x)=\phi_0$ , para la cual el potencial  $V(\phi_0^*\phi_0)$  toma su valor mínimo.

Si  $\phi_0 \neq 0$  entonces esta solución, que minimiza la energía, no será invariante frente a cambios de fase globales. Es decir, el estado más bajo en energía está infinitamente degenerado correspondiendo a la arbitrariedad en la fase de  $\phi_0$ . En estas condiciones decimos que la simetría de fase global se encuentra espontáneamente rota.

Para precisar el ejemplo tomemos como potencial  $V(\phi^*\phi)$  la siguiente forma cuadrática en  $\phi^*\phi$ :<sup>2,3</sup>

$$V(\phi^*\phi) = \mu^2 \phi^*\phi + \lambda (\phi^*\phi)^2 + \text{cttes} \quad (\text{II.20})$$

(Este potencial dará una teoría de campos cuánticos renormalizable).<sup>5,6</sup>

Los parámetros  $\mu^2$  y  $\lambda$  deben elegirse para conseguir un potencial con un mínimo en  $\phi_0 \neq 0$  y que esté acotado inferiormente. Es fácil ver que la elección correcta es  $\lambda > 0$  y  $\mu^2 < 0$ . en este caso el potencial (II.20) puede ser escrito en una forma más conveniente:

$$V(\phi^*\phi) = \lambda (\phi^*\phi - \phi_0^2)^2 \text{ con } \phi_0 \neq 0 \quad (\text{II.21})$$

El mínimo de energía corresponderá a aquellas configuraciones

de campo para las cuales  $\phi^* \phi = \phi_0^2$ :

$$\phi(x) = \phi_0 e^{-i\alpha_0} \quad (\text{II.22})$$

donde  $\alpha_0$  es una constante real arbitraria.

En esta última expresión se manifiesta claramente la no invarianza del estado de vacío con respecto a las transformaciones globales de fase.

Es importante notar que el campo transformado  $(\phi_0 e^{i(\alpha_0 - \alpha)})$  es también un estado de vacío (ya que su módulo cuadrado es  $\phi_0^2$ ). Así los distintos estados de vacío pueden ser alcanzados a través de transformaciones de fases globales, operación de simetría bajo la cual el lagrangiano original es invariante.

Una vez elegido el estado de vacío, se pueden analizar pequeñas perturbaciones alrededor de éste para lo que conviene escribir el campo  $\phi(x)$  en la forma

$$\phi(x) = (\phi_0 + \eta(x)) e^{i\alpha(x)/\phi_0} \quad (\text{II.23})$$

donde ahora  $\phi(x)$  y  $\phi^*(x)$  son reemplazados por los campos reales  $\eta(x)$  y  $\alpha(x)$ . De esta manera insertando (II.23) en (II.17) y (II.20), y despreciando términos pequeños en  $\eta$  obtenemos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0 \cong & \partial_\mu \eta(x) \partial^\mu \eta(x) - 4 \lambda \phi_0^2 \eta^2(x) + \\ & \partial^\mu \alpha(x) \partial_\mu \alpha(x) \end{aligned} \quad (\text{II.24})$$

Vemos entonces que este lagrangiano describe la dinámica de una

partícula escalar masiva  $\eta(x)$  de masa  $2\phi_0\sqrt{\lambda}$  y una partícula escalar sin masa  $\alpha(x)$ .

En estas condiciones la rotura espontánea de una simetría global continua (en este ejemplo el grupo de simetría es el grupo unitario de un parámetro U(1)) implica la existencia de una partícula sin masa de spin cero. Este resultado es conocido como el teorema de Golstone.<sup>3</sup>

La simetría que se ha roto espontáneamente obviamente sigue siendo una simetría del sistema, pero que no se manifiesta a través de la invarianza del vacío sino a través de la presencia del bosón de Golstone. Todo este análisis puede extenderse a grupos de simetrías globales continuas más complicadas que el U(1) con más de un generador. El teorema de Golstone asegura, en este caso, la aparición de tantos modos sin masa como el número independiente de generadores de transformaciones que no dejan el vacío invariante.

Veamos ahora qué sucede cuando la simetría que se rompe es una simetría de gauge local. Para esto estudiaremos el lagrangiano (II.17) modificado para hacerlo invariante frente a transformaciones locales

$$\mathcal{L} = -1/4 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (D^\mu \phi)^* (D_\mu \phi) - V(\phi^* \phi) \quad (\text{II.25})$$

Este lagrangiano es invariante frente a la transformación

$$\begin{aligned} \phi(x) &\longrightarrow e^{i g \alpha(x)} \phi(x) \\ A_\mu(x) &\longrightarrow A_\mu + 1/g \partial_\mu \alpha(x) \end{aligned} \quad (\text{II.26})$$

Como en (II.21), si el mínimo de energía se realiza cuando  $\phi_0 \neq 0$  la simetría de gauge local se encuentra rota espontáneamente.

Usando (II.23) notamos que bajo la transformación (II.26) el módulo del campo queda invariante y la fase se transforma como:

$$\Theta(x) \longrightarrow \Theta(x) + g \phi_0 \alpha(x) \quad (\text{II.27})$$

De esta última expresión se ve claramente que es posible anular la fase eligiendo el parámetro de la transformación:<sup>4</sup>

$$\alpha(x) = -\Theta(x)/(g \phi_0) \quad (\text{II.28})$$

De esta manera, con esta elección del parámetro, el campo  $\phi(x)$  es real y el campo de gauge en este "gauge" resulta

$$A_\mu \longrightarrow A_\mu + (1/g\phi_0) \partial_\mu \Theta(x) \quad (\text{II.29})$$

Esta elección particular de la transformación de gauge es conocida como el "gauge unitario", y el lagrangiano (II.32) puede escribirse como:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -1/4 F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \partial^\mu \chi \partial_\mu \chi + g^2 \phi_0^2 A_\mu A^\mu + \\ & 2 g^2 \phi_0 A_\mu A^\mu \chi + g^2 A_\mu A^\mu \chi\chi - \\ & \lambda [4 \phi_0^2 \chi\chi + 4 \phi_0 \chi\chi\chi + \chi\chi\chi\chi] + \text{cttes} \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

Como se ve el campo de gauge ha adquirido masa y han

desaparecido los escalares no masivos. En otras palabras, el bosón de Golstone ha sido absorbido en la componente longitudinal del campo de gauge. El campo escalar que correspondería al bosón de Golstone da el grado de libertad extra que tiene un bosón vectorial masivo respecto de uno sin masa. Asimismo, en (II.30) se observa la aparición de un escalar masivo, el campo de Higgs.

Todo este análisis puede ser extendido para el caso en que el grupo de invarianzas es un grupo  $G$  en general no-abeliano.<sup>2,3</sup> El conjunto de los elementos de  $G$  que dejan el vacío invariante formarán un subgrupo, generalmente conocido como "pequeño grupo".

Supongamos que  $G$  tiene  $N$  generadores y denotémoslos por  $\{L_a\}$ . Este conjunto puede subdividirse en dos subconjuntos disjuntos, los que rompen el vacío:

$$L_j \phi_0 \neq 0 \quad \text{con } j = 1, \dots, K \quad (\text{II.31})$$

y los que lo dejan invariante:

$$L_\alpha \phi_0 = 0 \quad \text{con } \alpha = 1, \dots, N-K \quad (\text{II.32})$$

En estas condiciones se puede probar que si nuestro lagrangiano (II.25) es invariante bajo  $G$  entonces la rotura espontánea de esta simetría nos llevará a la aparición de  $K$  campos de gauge masivos,  $N-K$  campos de gauge sin masa y  $R-K$  campos bosones de Higgs, donde  $R$  es la dimensionalidad de la representación.

De esta manera hemos presentado los dos ingredientes principales del modelo de Salam-Weinberg: invarianza de gauge local y rotura espontánea de simetría.

Ahora haremos una breve descripción de este modelo que nos servirá de guía para la formulación de nuestro modelo extendido.

## MODELO DE SALAM-WEINBERG

Este modelo propone que las interacciones débiles y las electromagnéticas tienen un origen común.<sup>9</sup> Son consecuencia de la invarianza local bajo las transformaciones del grupo  $G = SU(2)_L \times U(1)_Y$ . La justificación de este grupo como grupo de simetrías de las interacciones electrodébiles fue discutida en el Capítulo I.

La rotura espontánea de esta simetría<sup>2,3,7</sup> lleva a que los campos de gauge que median las interacciones débiles adquieran masa, dando cuenta de las características de corto alcance de estas interacciones. Por otro lado el campo de gauge que media las interacciones electromagnéticas, el campo del fotón, queda sin masa.

La invarianza local bajo el grupo  $G = SU(2)_L \times U(1)_Y$  necesita que los fermiones (quarks y leptones), aquí tomados como fundamentales, se transformen de acuerdo a alguna representación de este grupo. Para dar cuenta de la violación de paridad por parte de las interacciones débiles se supone que las componentes de helicidad izquierda y derecha de los fermiones se transforman de manera distinta bajo  $G^2$ .

En particular se supone que los campos izquierdos están organizados en dobletes de  $SU(2)_L$ , mientras que los campos derechos son singuletes de  $SU(2)_L$ .

Las propiedades de transformación de los fermiones bajo el grupo  $U(1)_Y$  se desprenden directamente de la carga de éstos vía

la relación

$$Q = T_3 + Y \quad (\text{II.33})$$

donde  $T_3$  y  $Y$  son, como se explica en Capítulo I, la tercera componente del generador de  $SU(2)_L$  y el generador de  $U(1)_Y$  (hipercarga) respectivamente, mientras que  $Q$  es la carga eléctrica.

Como se explicó antes, los leptones de cada familia los representamos por<sup>2,8</sup>

$$L_e^c = \begin{pmatrix} \nu_e^c \\ e^c \end{pmatrix}_L, \quad L_\mu^c = \begin{pmatrix} \nu_\mu^c \\ \mu^c \end{pmatrix}_L, \quad L_\tau^c = \begin{pmatrix} \nu_\tau^c \\ \tau^c \end{pmatrix}_L \quad (\text{II.34})$$

$$e_R^c, \quad \mu_R^c, \quad \tau_R^c$$

y a los quarks por

$$L_u^c = \begin{pmatrix} u^c \\ d^c \end{pmatrix}_L, \quad L_c^c = \begin{pmatrix} c^c \\ s^c \end{pmatrix}_L, \quad L_b^c = \begin{pmatrix} b^c \\ t^c \end{pmatrix}_L \quad (\text{II.35})$$

$$u_R^c, d_R^c, \quad c_R^c, s_R^c; \quad b_R^c, t_R^c$$

Nótese que al suponer que los neutrinos no tienen masa se los describe solamente por su parte izquierda.

El subíndice "c" en los campos indica que éstos son autoestados de corriente pero no necesariamente autoestados de masa.<sup>2</sup>

En la presentación de las características relevantes del modelo

de Salam-Weinberg nos concentraremos en los leptones de la familia del electrón ya que los resultados pueden extenderse sin dificultad a las otras familias.

Habiendo definido el grupo de simetrías, y la representación a la que pertenecen los fermiones debemos convertirlos en objetos dinámicos para luego estudiar sus interacciones. Escribimos entonces un lagrangiano invariante de gauge local bajo  $G$  cuya parte cinética será

$$\mathcal{L} = \bar{L}_e^c i \gamma^\mu D_\mu L_e^c + \bar{e}_R^c i \gamma^\mu D_\mu e_R^c \quad (II.36)$$

donde las derivadas covariantes  $D_\mu$  aseguran la invarianza local.

Estas derivadas tendrán, de acuerdo con (II.9), la siguiente forma<sup>2,3</sup>

$$D_\mu = \partial_\mu + ig \vec{t} \cdot \vec{W}_\mu + ig' t^0 W_\mu^0 \quad (II.37)$$

donde  $t \equiv (t_1, t_2, t_3)$  son los generadores de  $SU(2)_L$  y  $t^0 \equiv Y$  es el generador de  $U(1)_Y$  y claramente aparece un campo de gauge por cada generador.

La interacción de estos campos con los fermiones se obtiene fácilmente insertando (II.37) en (II.36) y para completar la descripción de estos campos, debemos agregar a (II.36) la parte cinética de  $\vec{W}_\mu$  y  $W_\mu^0$  que de acuerdo con (II.15) se escribe en término del tensor de campo<sup>2,3,6</sup>

$$F_{\mu\nu}^a(x) = \partial_\mu W_\nu^a(x) - \partial_\nu W_\mu^a(x) + g C^{abc} W_\mu^b(x) W_\nu^c(x) \quad (\text{II.38})$$

para los campos no-abelianos y

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu^0 - \partial_\nu W_\mu^0 \quad (\text{II.39})$$

para los campos abelianos.

La parte cinética de los campos de gauge será entonces

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -1/4 F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} - 1/4 G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \quad (\text{II.40})$$

Es importante remarcar que, en las teorías de gauge no-abelianas, los términos cuadráticos en los campos  $W_\mu^a$  en (II.38) producirán una autointeracción entre estos campos. Volviendo al lagrangiano (II.36) nótese que no se ha incluido un término de masa para el electrón, pues un término de masa de la forma<sup>o</sup>

$$\mathcal{L}_{\text{masas}} = -m \bar{\psi}_L \psi_R + \text{h.c} \quad (\text{II.41})$$

no respeta la simetría puesto que los campos izquierdos y derechos se transforman de maneras diferentes bajo  $SU(2)_L$ .

Salam y Weinberg salvaron esta dificultad dotando de masa al electrón de una manera invariante con ayuda del mecanismo de Higgs. Así el electrón adquiere masa por la rotura espontánea de la simetría de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  inducida por un campo escalar complejo, doblete de  $SU(2)$ ,

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.42})$$

con valor de espectación de vacío distinto de cero.

De acuerdo con la carga de los elementos del multiplete y con la relación (II.33) se puede ver que la hypergarga de este campo es  $t_0 = 1/2$ . La interacción de este campo con los fermiones está dado por el acoplamiento de Yukawa<sup>2,3,8</sup>

$$\mathcal{L}_{\text{masas}} = C_e \left[ \bar{L}_e^c \Phi e_R^c + \bar{e}_R^c \Phi^\dagger L_e^c \right] \quad (\text{II.43})$$

y puesto que el valor de vacío de  $\phi$  es distinto de cero el lagrangiano (II.43) producirá un término indistinguible de un término de masa pero en un mecanismo invariante de gauge. La constante de  $C_e$  será fijada para obtener la masa del electrón.

Para completar la descripción del campo de Higgs debemos agregar el lagrangiano invariante de gauge

$$\mathcal{L}_{\text{esc.}} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi) \quad (\text{II.44})$$

En este se encuentran las interacciones entre el campo escalar y los campos de gauge que finalmente le darán masa a estos últimos.

Trabajando en el gauge unitario podemos lograr que sólo la componente neutra de  $\phi$  desarrolle un valor de espectación de vacío.

$$\langle \Phi \rangle_0 = \Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (\text{II.45})$$

Aplicando los generadores del grupo a este valor de vacío se observa que

$$\begin{aligned} t_i \langle \Phi \rangle_0 &\neq 0 \\ t_c \langle \Phi \rangle_0 &\neq 0 \end{aligned} \quad (\text{II.46})$$

donde  $t_i = 1/2 \sigma_i$  (ver Apéndice I).

Sin embargo la combinación

$$(t_3 + t_0) \langle \Phi \rangle_0 = \hat{Q} \langle \Phi \rangle_0 = 0 \quad (\text{II.47})$$

Este es un resultado promisorio puesto que de los cuatro campos de gauge, el asociado a la carga eléctrica debe quedar sin masa.<sup>8</sup> Esto se debe al hecho que, según (II.47) la carga deja el vacío invariante. El resto de los campos masivos se manifestarán como interacciones de corto alcance.

De acuerdo a los resultados (II.46) y (II.47) suele decirse que la simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  se ha roto espontáneamente en la simetría  $U(1)$  del electromagnetismo<sup>9</sup>

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \longrightarrow U(1)_{\text{emg}} \quad (\text{II.48})$$

Para encontrar los términos de masa de los campos de gauge debemos prestar atención a los términos bilineales en estos campos. Estos se encuentran en la parte cinética del lagrangiano de los escalares (primer término de (II.44))

$$\phi^\dagger [\epsilon t_a W_a^\mu + \epsilon' 1/2 W_0^\mu] [\epsilon t_b W_{b\mu} + \epsilon' 1/2 W_{0\mu}] \phi \quad (II.49)$$

de donde los términos de masa se obtienen tomando  $\phi = \langle \phi \rangle_0$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{masas}} = & v^2/8 [\epsilon'^2 W_{0\mu} W_0^\mu - 2 \epsilon' \epsilon W_{0\mu} W_3^\mu + \epsilon^2 W_{3\mu} W_3^\mu] \\ & + v^2/8 \epsilon^2 [ |W_{+\mu}|^2 + |W_{-\mu}|^2 ] \end{aligned} \quad (II.50)$$

donde

$$W_{\pm\mu} = 1/2 (W_{1\mu} \mp i W_{2\mu}) \quad (II.51)$$

En la expresión (II.50) los campos  $W_+$  y  $W_-$  representan campos de gauge cargados de masa  $M_{\nu\pm} = 1/2 v g$ . Estos campos están asociados respectivamente a la combinación de generadores  $t_{\pm} = t_1 \pm i t_2$ .

Por otro lado, el primer término de (II.50) es una forma bilineal en los campos asociados a los generadores de  $t_0$  y  $t_3$ . Si escribimos en una conveniente forma matricial

$$\begin{pmatrix} W_{0\mu} & W_{3\mu} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} +\epsilon'^2 & -\epsilon' \epsilon \\ -\epsilon' \epsilon & \epsilon^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_0^\mu \\ W_3^\mu \end{pmatrix} \quad (II.52)$$

Puesto que esta "matriz de masas" no es diagonal, los campos  $W_0^\mu$ ,  $W_3^\mu$  no son autoestados de masa. En estas condiciones, los campos físicos que diagonalizan esta matriz serán una combinación lineal de los anteriores

$$A^\mu = W_0^\mu \cos \theta_w + W_3^\mu \sin \theta_w \quad (II.53)$$

$$Z^\mu = -W_0^\mu \sin \theta_w + W_3^\mu \cos \theta_w$$

Con esta combinación la matriz (II.52) queda diagonal con el autovalor correspondiente al campo  $A^\mu$  nulo. Obviamente el ángulo de rotación  $\theta_w$ , conocido como ángulo de Weinberg, está relacionado con las constantes de acoplamiento a través de la relación

$$\tan \theta_w = g'/g \quad (II.54)$$

Finalmente los términos de masa para los campos de gauge serán

$$\mathcal{L}_{masas} = 1/2 M_{W^\pm}^2 |W_\pm^\mu|^2 + 1/2 M_Z^2 Z_\mu Z^\mu + 1/2 M_A^2 A_\mu A^\mu \quad (II.55)$$

donde

$$\begin{aligned} M_{W^\pm} &= 1/2 v g \\ M_Z &= 1/2 v g / \cos \theta_w \\ M_A &= 0 \end{aligned} \quad (II.56)$$

Aquí se observa una importante relación entre las masas

$$M_W = M_Z \cos \theta_w \quad (II.57)$$

Por último, si en el gauge unitario realizamos pequeñas perturbaciones en torno al valor de vacío

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ (v+\eta(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (II.58)$$

e insertamos éste en (II.43) y (II.44) obtendremos la dinámica del campo escalar real (Higgs) y sus interacciones con los fermiones y los campos de gauge.

Reuniendo los lagrangianos (II.36), (II.40), (II.43) y (II.44) junto con las definiciones (II.37) y (II.58) obtendremos el lagrangiano completo del modelo de Salam-Weinberg<sup>2,8</sup>

En este modelo aparecen una gran cantidad de parámetros libres que deben ser fijados experimentalmente. Entre ellos podemos citar las constantes de los acoplamientos de Yukawa, los parámetros del potencial de Higgs, el ángulo de Weinberg, las constantes  $g$ ,  $g'$ , etc.

De (II.36), (II.37) y las combinaciones (II.53) puede obtenerse la interacción de fermiones con los campos de gauge

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & (1/2\sqrt{2}) g (W_+^\mu J_{- \mu} + W_-^\mu J_{+ \mu}) + \\ & [(g \cos \theta_w + g' \sin \theta_w) J_3^\mu - g' \sin \theta_w J_{emg}^\mu] Z_\mu + \\ & [(g' \cos \theta_w J_{emg}^\mu + (g' \cos \theta_w - g \sin \theta_w) J_3^\mu] A_\mu \end{aligned} \quad (II.59)$$

con la ayuda de la relación (II.54) esta expresión puede ser simplificada y llevada a la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & (1/2\sqrt{2}) (e/\sin \theta_w) [W_+^\mu J_{- \mu} + W_-^\mu J_{+ \mu}] + \\ & (e/\cos \theta_w \sin \theta_w) J_{NC}^\mu Z_\mu + e J_{emg}^\mu A_\mu \end{aligned} \quad (II.60)$$

donde se ha identificado la carga electromagnética con

$$e = g' \cos \Theta_W = g \sin \Theta_W \quad (\text{II.61})$$

o en forma análoga

$$1/e^2 = 1/g^2 + 1/g'^2 \quad (\text{II.62})$$

En el lagrangiano (II.60) las corrientes  $J_{-\mu}$ ,  $J_{+\mu}$  y  $J_{emg}$  son las introducidas en el Capítulo I (I.24) asociadas a los bosones vectoriales intermedarios cargados y al fotón respectivamente.

La corriente  $J_{NC}$  se acopla al bosón vectorial intermedario neutro por lo que se la denomina corriente neutra y tiene la siguiente forma

$$J_{NC}^{\mu} = J_3^{\mu} - \sin^2 \Theta_W J_{emg}^{\mu} \quad (\text{II.63})$$

Estas corrientes fueron predichas por el modelo de Salam-Weinberg y descubiertas experimentalmente después.

Para que este modelo sea fenomenológicamente viable debe incorporar como límite de bajas energías la interacción corriente-corriente de las interacciones débiles descritas en el Capítulo I, (ver (I.13)).<sup>8</sup>

$$\mathcal{L}_{cc} = G_F/\sqrt{2} J_+^{\mu} J_{\mu}^{-} \quad (\text{II.64})$$

Esta ecuación se desprende de la (II.60) a segundo orden en la teoría de perturbaciones para bajas transferencias de impulso ( $q^2 \ll M_W^2$ ) si se hace la identificación

$$G_F = (g/2\sqrt{2})^2 1/M_W^2 = (e/2\sqrt{2}\sin\theta_W)^2 1/M_W^2 \quad (II.65)$$

Análogamente puede encontrarse el límite de bajas energías para las corrientes neutras ( $q^2 \ll M_Z^2$ )

$$\mathcal{L}_{NC}^{efect.} = \left[ \frac{e}{2\sqrt{2} \sin\theta_W \cos\theta_W} \right]^2 (1/M_Z^2) J_{NC}^\mu J_{NC\mu} \quad (II.66)$$

Pero con la ayuda de la relación (I.57) y (II.65) se llega a

$$\mathcal{L}_{NC}^{efect.} = G_F/\sqrt{2} J_{NC}^\mu J_{NC\mu} \quad (II.67)$$

es decir que, a bajas energías, el acoplamiento de las corrientes neutras coincide con el de las corrientes cargadas. Esto es una consecuencia directa de representar a los escalares de Higgs por dobletes y está de acuerdo con la evidencia experimental.<sup>10</sup>

Por último, notamos la importancia de las relaciones (II.57), (II.61) y (II.65) que conectan parámetros del modelo tales como  $g$ ,  $g'$ ,  $\theta_W$  con cantidades medibles experimentalmente  $M_Z$ ,  $M_W$ ,  $G_F$ ,  $e$ .

## REFERENCIAS DEL CAPITULO II

- 1- J. D. Bjorken y S. D. Drell, "Relativistic Quantum Fields", Mc Graw Hill, New York (1965).
- 2- Kerson Huang, "Quarks, Leptons and Gauge Fields", World Scientific, Singapore (1982).
- 3- E. Abers y B. W. Lee, "Gauge Theory", Phys. Rep. 9C,1.
- 4- C. G. Bollini, "Teoría General de los Campos de Medida", II Simposio Argentino de Física Teórica de Partículas y Campos"; Bariloche (1973) Pag 43.
- 5- P. Ramond, Field Theory A Modern Primer, Benjamin; Massachusetts (1981)
- 6- C. Itzykson y J. B. Zuber, "Quantum Field Theory", Mc Graw-Hill, New York, 1980.
- 7- J. J. Giambiagi, "Teoría Unificada de las Interacciones Débiles y Electromagnéticas", II Simposio Argentino de Física Teórica de Partículas y Campos"; Bariloche (1973) Pag 73.
- 8- C. Quigg, "Gauge Theory of The Strong, Weak, and electromagnetic interactions", Benjamin, London (1983).
- 9- Ta-Pei Cheng y Ling-Fung-Li, "Gauge Theory of Elementary Particle Physics", Oxford Science Publication.
- 10- U. Amaldi et al, Phys. Rev. D36, 1385, (1987).

## CAPITULO III

### BASES PARA LA EXTENSION DEL MODELO DE SALAM-WEINBERG

## INTRODUCCION

Como se explica en el Capítulo II, las interacciones electrodébiles de la materia ordinaria están correctamente descritas por el modelo de gauge  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . En estas condiciones es natural preservar esta descripción dinámica al nivel de las partículas excitadas y es por esta razón que proponemos que las interacciones electrodébiles relacionadas con la materia excitada estén generadas en forma análoga por el grupo de gauge  $SU(2)_L^* \times U(1)_Y$ , de manera que, las interacciones electrodébiles de partículas ordinarias y excitadas respeten el grupo de simetrías  $G = SU(2)_L^* \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ .

Para mantener la invarianza de gauge local bajo este grupo son necesarios siete campos de gauge (uno por generador). De esta manera tendremos dos bosones vectoriales neutros ( $Z_1$  y  $Z_2$ ), cuatro bosones vectoriales cargados ( $W_1^\pm$  y  $W_2^\pm$ ) y un fotón  $A_\mu$ .

En la elección del grupo  $G$  se ha dejado un único  $U(1)_Y$  para conservar un único fotón que, como media una interacción de largo alcance, decidimos tomarlo como fundamental.

En este capítulo se obtendrán, entonces, las interacciones electrodébiles entre las partículas ordinarias y excitadas y se calcularán las masas de los nuevos mediadores masivos que, como veremos, están en la zona de 100-200 GeV.

## MODELO EXTENDIDO

Como dijimos en la introducción vamos a tomar el grupo  $G = SU(2)_L^* \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  como grupo de simetrías para las interacciones electrodébiles entre los leptones (y quarks) ordinarios y las nuevas partículas excitadas.

En el análisis que sigue nos concentraremos en la familia del electrón pero puede extenderse sin dificultad a las otras.

Consideraremos al neutrino ordinario y al excitado con masa distinta de cero y por esta razón incluimos las componentes derechas de ambos neutrinos.<sup>2</sup>

Como en el modelo de Salam-Weinberg consideramos a las componentes izquierdas de los neutrinos y electrones ordinarios y excitados formando dobletes de  $SU(2)_L$  y  $SU(2)_L^*$  respectivamente y las componentes derechas de todos los campos fermiónicos como singletes del grupo respectivo.<sup>1</sup> Es decir:

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \nu^{c(1)} \\ e^{c(1)} \end{pmatrix}_L & \quad \text{doblete de } SU(2)_L \text{ y singlete de } SU(2)_L^* \\
 \begin{pmatrix} \nu^{c(2)} \\ e^{c(2)} \end{pmatrix}_L & \quad \text{doblete de } SU(2)_L^* \text{ y singlete de } SU(2)_L
 \end{aligned}
 \tag{III.1}$$

$$\begin{aligned}
 e_R^{c(1)}, e_R^{c(2)} & \quad \text{singletes bajo } SU(2)_L \text{ y } SU(2)_L^* \text{ pero se transforman de manera no trivial bajo } U(1)_Y \\
 \nu_R^{c(1)}, \nu_R^{c(2)} & \quad \text{singletes bajo } SU(2)_L, SU(2)_L^* \text{ y } U(1)_Y
 \end{aligned}$$

De acuerdo con esto los neutrinos derechos no interactuarán con los campos de gauge.<sup>2</sup>

Una situación similar a (III.1) se repite para las otras

familias de leptones y quarks.

Refiriéndonos al sector de los bosones de gauge, este modelo compuesto producirá naturalmente la presencia de nuevos bosones vectoriales<sup>3-6</sup> excitados, manteniendo al fotón como un campo fundamental

$$(W_{1\mu}^{\pm}, Z_{1\mu}, A_{\mu}) \quad \text{y} \quad (W_{2\mu}^{\pm}, Z_{2\mu}, A_{\mu}) \quad \text{(III.2)}$$

Aunque es de esperar que las masas de las partículas compuestas sean una consecuencia de la dinámica de los subcomponentes, aquí se adoptará un mecanismo fenomenológico simple basado en la rotura de simetría espontánea a través de campos de Higgs.<sup>4</sup> En estas condiciones introducimos dos dobletes (de  $SU(2)_L$  y  $SU(2)_L^*$  respectivamente) de campos escalares que en el gauge unitario, sus valores de expectación de vacío serán

$$\langle \Phi_1 \rangle_0 = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \langle \Phi_2 \rangle_0 = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad \text{(III.3)}$$

Estos campos, igualmente que los campos fermiónicos, se encuentran en la representación fundamental del grupo  $G = SU(2)_L^* \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  y sus propiedades de transformación bajo este grupo se resumen en la TABLA III.1, III.2 y III.3.

Leptones	$\zeta^{(1)}$	$\zeta_3^{(1)}$	$\zeta^{(2)}$	$\zeta_3^{(2)}$	Q	Y
$\nu_L^{(1)}$	1/2	1/2	0	0	0	-1/2
$\nu_L^{(2)}$	0	0	1/2	1/2	0	-1/2
$\nu_R^{(1)}$	0	0	0	0	0	0
$\nu_R^{(2)}$	0	0	0	0	0	0
$e_L^{(1)}$	1/2	-1/2	0	0	-1	-1/2
$e_L^{(2)}$	0	0	1/2	-1/2	-1	-1/2
$e_R^{(1)}$	0	0	0	0	-1	-1
$e_R^{(2)}$	0	0	0	0	-1	-1

TABLA III.1 *Propiedades de transformación de los leptones bajo el grupo G.*

Quarks	$\zeta^{(1)}$	$\zeta_3^{(1)}$	$\zeta^{(2)}$	$\zeta_3^{(2)}$	Q	Y
$u_L^{(1)}$	1/2	1/2	0	0	2/3	1/6
$u_L^{(2)}$	0	0	1/2	1/2	2/3	1/6
$u_R^{(1)}$	0	0	0	0	2/3	2/3
$u_R^{(2)}$	0	0	0	0	2/3	2/3
$d_L^{(1)}$	1/2	-1/2	0	0	-1/3	1/6
$d_L^{(2)}$	0	0	1/2	-1/2	-1/3	1/6
$d_R^{(1)}$	0	0	0	0	-1/3	-1/3
$d_R^{(2)}$	0	0	0	0	-1/3	-1/3

TABLA III.2: *Propiedades de transformación de los quarks bajo el grupo G.*

Escalares	$\vec{t}^{(1)}$	$\vec{t}^{(2)}$	Y
$\Phi_1$	1/2	0	1/2
$\Phi_2$	0	1/2	1/2

TABLA III.3: *Propiedades de transformación de los escalares bajo el grupo G.*

Como se explicó en el Capítulo II para construir un lagrangiano invariante de gauge frente a transformaciones locales es necesario reemplazar las derivadas usuales por derivadas covariantes. Estas se construyen como en (II.9) y para nuestro grupo tienen la siguiente forma

$$D_\mu = \partial_\mu + i\xi_0 t^0 B_\mu + i\xi_1 \vec{t}^{(1)} \cdot \vec{W}_\mu^{(1)} + i\xi_2 \vec{t}^{(2)} \cdot \vec{W}_\mu^{(2)} \quad (\text{III.4})$$

donde  $t^0$ ,  $\vec{t}^{(1)}$  y  $\vec{t}^{(2)}$  son los generadores asociados a  $U(1)_L$ ,  $SU(2)_L$  y  $SU(2)_L^*$  respectivamente;  $B_\mu$ ,  $\vec{W}_\mu^{(1)}$  y  $\vec{W}_\mu^{(2)}$  son los campos de gauge respectivos y  $\xi_0$ ,  $\xi_1$  y  $\xi_2$  las constantes de acoplamiento.

Para simplificar los cálculos siguientes y facilitar su interpretación es conveniente realizar aquí un cambio de notación. De los siete campos de gauge de (III.4) agrupemos  $B_\mu$  y los que corresponda a los generadores de  $t_3^{(1)}$  y  $t_3^{(2)}$  por un lado (componentes neutras) y por el otro las que darán lugar a los campos de gauge cargados.<sup>7,8</sup> En estas condiciones definimos la nueva notación

$$B_{\mu} = A_0, \quad W_{\mu}^{(1)} = A_{\mu}^1, \quad W_{\mu}^{(2)} = A_{\mu}^2 \quad (\text{III.5})$$

$$t^0 = t^0, \quad t_3^{(1)} = t^1, \quad t_3^{(2)} = t^2$$

Estos campos darán lugar a campos de gauge neutros.

Ahora la derivada covariante (III.4) puede escribirse como

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} + i \sum_{\alpha=0}^2 g^{\alpha} t^{\alpha} A_{\mu}^{\alpha} + i \sum_{j=1}^2 g_j [t_1^{(j)} W_{\mu}^{(j)} + t_2^{(j)} W_{\mu}^{(j)}] \quad (\text{III.6})$$

Los campos de gauge cargados se definen por

$$t_{\pm}^{(j)} = t_1^{(j)} \pm t_2^{(j)} \quad (\text{III.7})$$

$$W_{\pm}^{(j)} = 1/\sqrt{2} [W_1^{(j)} \mp i W_2^{(j)}]$$

y finalmente la derivada covariante queda

$$D_{\mu} = \partial_{\mu} + i \sum_{\alpha=0}^2 g^{\alpha} t^{\alpha} A_{\mu}^{\alpha} + i \sum_{j=1}^2 (g_j / \sqrt{2}) [t_{+}^{(j)} W_{\mu}^{(j)} + t_{-}^{(j)} W_{\mu}^{(j)}] \quad (\text{III.8})$$

Las masas de los bosones vectoriales intermedarios surgen como se explicó en el Capítulo II, por las interacciones entre los campos de gauge y los escalares contenidos en la parte cinética del sector de Higgs

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^2 (D_{\mu} \Phi_i)^{\dagger} (D^{\mu} \Phi_i) - V(\Phi_i^{\dagger} \Phi_i) \quad (\text{III.9})$$

donde

$$V(\Phi_i^\dagger \Phi_i) = \mu_i^2 \Phi_i^\dagger \Phi_i + \lambda_i (\Phi_i^\dagger \Phi_i)^2 \quad (\text{III.10})$$

Por otro lado, en el gauge unitario (ver TABLA III.1)

$$t_1^{(j)} \Phi_i = t_2^{(j)} \Phi_i = 0 \quad \forall i \neq j \quad (\text{III.11})$$

y por supuesto

$$t^j \Phi_i = 0 \quad \forall i \neq j \quad (\text{III.12})$$

$$t^c \Phi_i = Y_{\phi_i} \Phi_i = 1/2 \Phi_i$$

En estas condiciones resulta

$$D_\mu \Phi_i = \partial_\mu \Phi_i + i/2 A_\mu^0 \Phi_i + i g_i t^i \Phi_i A_\mu^i + \quad (\text{III.13})$$

$$i g_i [t_1^{(i)} W_{1\mu}^{(i)} + t_2^{(i)} W_{2\mu}^{(i)}] \Phi_i$$

Reemplazando esta expresión para la derivada en (III.9), tomando a los dobletes de Higgs por sus valores de vacío (III.3), dejando de lado las constantes irrelevantes, llegamos a las masas de los campos de gauge

$$\mathcal{L}_{\text{masas}} = 1/8 \sum_{i=1}^2 v_i^2 [g_0^2 A_\mu^0 A^{0\mu} - 2g_0 g_i A_\mu^0 A^{i\mu} + g_i^2 A_\mu^i A^{i\mu}] + \quad (\text{III.14})$$

$$1/8 \sum_{i=1}^2 g_i^2 v_i^2 [W_{1\mu}^{(i)} W_1^{(i)\mu} + W_{2\mu}^{(i)} W_2^{(i)\mu}]$$

Usando (III.7), se escribe (III.14) en forma matricial:

$$\mathcal{L}_{\text{masas}} = 1/2 \sum_{\alpha, \beta} \mu_{\alpha\beta}^2 A_{\mu}^{\alpha} A^{\beta\mu} + \quad (\text{III.15})$$

$$1/2 \sum_{i=1}^2 1/4 g_i^2 v_i^2 [ |W_{+}^{(i)}|_{\mu}^2 + |W_{-}^{(i)}|_{\mu}^2 ]$$

donde  $\mu^2$ , que es la matriz de masas para el sector neutro, tiene el siguiente aspecto<sup>1</sup>

$$\mu^2 = 1/4 v_1^2 \begin{pmatrix} g_0^2(1+R^2) & -g_0^2 g_1^2 & -g_0^2 g_2^2 R^2 \\ -g_0^2 g_1^2 & g_1^2 & 0 \\ -g_0^2 g_2^2 R^2 & 0 & g_2^2 R^2 \end{pmatrix} \quad (\text{III.16})$$

$R=v_2/v_1$  es el cociente de los valores de expectación de vacío de los Higgs. Puesto que en este modelo  $\Phi_2$  sería un estado excitado de un sistema del cual  $\Phi_1$  es el estado fundamental, es razonable pensar que ambos campos están caracterizados por el mismo valor de vacío. En estas condiciones deberíamos tomar  $R \cong 1$ . Sin embargo liberaremos esta condición y estudiaremos el comportamiento del modelo para distintos valores de  $R$ . De (III.15) se ve inmediatamente que los campos de gauge cargados ya a este nivel son autoestados de masa con valores

$$M_{W_{\pm}^{(1)}} = 1/2 g_1 v_1 \quad \text{y} \quad M_{W_{\pm}^{(2)}} = 1/2 g_2 v_2 \quad (\text{III.17})$$

Para el sector neutro la cuestión es un poco más complicada.<sup>3-6</sup> Puesto que la matriz de masas<sup>2</sup>  $\mu$  no es diagonal los campos de gauge  $(A^0, A^1, A^2)$  no son autoestados de masa (es decir, no corresponden a los bosones intermediarios físicos). Para

encontrar los autoestados es necesario diagonalizar la matriz  $\mu^2$ . Si llamamos  $U$  a la transformación de similitud que la diagonaliza, el sector neutro de (III.15) puede escribirse como

$$\mathcal{L}_{\text{masas}} = 1/2 (A_{\mu}^0, A_{\mu}^1, A_{\mu}^2) U U^{-1} \mu^2 U U^{-1} \begin{pmatrix} A_{\mu}^0 \\ A_{\mu}^1 \\ A_{\mu}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{III.18})$$

Los campos físicos, autoestados de masa, serán

$$\begin{pmatrix} Z_{\mu}^0 \\ Z_{\mu}^1 \\ Z_{\mu}^2 \end{pmatrix} = U^{-1} \begin{pmatrix} A_{\mu}^0 \\ A_{\mu}^1 \\ A_{\mu}^2 \end{pmatrix} \quad (\text{III.19})$$

y la matriz diagonalizada

$$\mu_{\text{D}}^2 = U^{-1} \mu^2 U = 1/4 v_1^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda^1 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^2 \end{pmatrix} \quad (\text{III.20})$$

De acuerdo con esto (III.18) puede escribirse como

$$\mathcal{L}_{\text{masas}} = 1/2 (Z_{\mu}^0, Z_{\mu}^1, Z_{\mu}^2) \mu_{\text{D}}^2 \begin{pmatrix} Z_{\mu}^0 \\ Z_{\mu}^1 \\ Z_{\mu}^2 \end{pmatrix} = \quad (\text{III.21})$$

$$1/2 M_{z_0}^2 Z_{\mu}^0 Z_{\mu}^0 + 1/2 M_{z_1}^2 Z_{\mu}^1 Z_{\mu}^1 + 1/2 M_{z_2}^2 Z_{\mu}^2 Z_{\mu}^2$$

donde

$$R^2 = 0.1$$

$$\lambda_1 = 0.534128$$

$$\lambda_2 = 0.74707$$

$$X_1 = 0.437517$$

$$X_2 = 0.1958$$

$$R^2 = 1$$

$$\lambda_1 = 0.534$$

$$\lambda_2 = 1.627$$

$$X_1 = 0.4271$$

$$X_2 = 0.3102$$

$$\begin{aligned}
M_{z_0}^2 &= 0 \\
M_{z_1}^2 &= 1/4 v_1^2 \lambda^1 \\
M_{z_2}^2 &= 1/4 v_2^2 \lambda^2
\end{aligned}
\tag{III.22}$$

En la diagonalización de (III.16) se encuentra la siguiente relación para los autovalores<sup>6</sup>

$$\begin{aligned}
\lambda^1 + \lambda^2 &= g_0^2 + g_1^2 + (g_0^2 + g_2^2) R^2 \\
\lambda^1 \lambda^2 &= (g_0^2 g_1^2 + g_0^2 g_2^2 + g_1^2 g_2^2) R^2
\end{aligned}
\tag{III.23}$$

que utilizando la (III.22), (III.17) y la definición de R pueden ponerse como un par de ecuaciones que vinculan las masas de los bosones vectoriales intermediarios y las constantes de acoplamiento

$$\begin{aligned}
M_{z_1}^2 + M_{z_2}^2 &= [g_0^2/g_1^2 + 1] M_{w_1}^2 + [g_0^2/g_2^2 + 1] M_{w_2}^2 \\
M_{z_1}^2 M_{z_2}^2 &= g_0^2 [1/g_0^2 + 1/g_1^2 + 1/g_2^2] M_{w_1}^2 M_{w_2}^2
\end{aligned}
\tag{III.24}$$

Por otro lado la transformación  $U$  que da la combinación ortogonal entre los campos de gauge originales y los mediadores vectoriales masivos neutros, será

$$U = \begin{pmatrix} p^0 & u^{10} & u^{20} \\ p^1 & u^{11} & u^{21} \\ p^2 & u^{12} & u^{21} \end{pmatrix}
\tag{III.25}$$

donde

$$\begin{aligned}
p^\alpha &= (X^0, \epsilon_0/\epsilon_1 X^1, \epsilon_0/\epsilon_2 X^2) \\
u^{1\alpha} &= (X^1, -\epsilon_0/\epsilon_1 X^1/T_1^{(1)2}, -\epsilon_0/\epsilon_2 X^1/T_1^{(2)2}) \\
u^{2\alpha} &= (X^2, -\epsilon_0/\epsilon_1 X^2/T_2^{(1)2}, -\epsilon_0/\epsilon_2 X^2/T_2^{(2)2})
\end{aligned}
\tag{III.26}$$

son los correspondientes autovectores.

En las expresiones anteriores las variables  $X^\alpha$  y  $T_\alpha^{(i)2}$  son

$$X^\alpha = \left[ 1 + \frac{\epsilon_0^2 \epsilon_2^2}{[\epsilon_1^2 - \lambda^\alpha]^2} + \frac{\epsilon_0^2 \epsilon_2^2 R^4}{[\epsilon_2^2 R^2 - \lambda^\alpha]^2} \right]^{-1/2}
\tag{III.27}$$

$$T_\alpha^{(i)2} = \frac{M_{Z_\alpha}^2}{M_{W_\pm}^2} - 1$$

Es importante notar aquí que el campo  $Z_{0\mu}$ , de masa cero, será identificado luego con el fotón.

De esta manera, con la ayuda de (III.19) y (III.25) podemos escribir para el sector neutro<sup>7,8</sup>

$$A_\mu^\alpha = p^\alpha Z_{0\mu} + \sum_{i=1}^2 u^{i\alpha} Z_{i\mu}
\tag{III.28}$$

Ahora consideramos el problema de las masas de los fermiones. Estos, como se explicó en el Capítulo II, se obtienen en una forma invariante de gauge a través de un acoplamiento de Yukawa entre los campos fermiónicos y los escalares de Higgs.

Aquí denotaremos a los dobletes izquierdos fermiónicos por  $\psi_L^{C(i)}$  donde el índice "i" se refiere a la naturaleza ordinaria o excitada del fermión y "c" indica que estamos considerando

los autoestados de corriente. En estas condiciones tenemos

$$\psi_L^{c(i)} = \begin{pmatrix} \nu_L^{c(i)} \\ e_L^{c(i)} \end{pmatrix} \quad (\text{III.29})$$

Además, puesto que estamos interesados en tener neutrinos masivos, debemos considerar también la interacción de los fermiones con el doblete conjugado de Higgs<sup>o</sup>

$$\tilde{\Phi}_i = \begin{pmatrix} \phi_i^0 \\ -\phi_i^- \end{pmatrix} \quad (\text{III.30})$$

El acoplamiento de Yukawa más general entre estos campos será<sup>1</sup>

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{i,j=1}^2 [f_{ij}^{(e)} \bar{\psi}_L^{c(i)} \tilde{\Phi}_i e_R^{c(j)} + \quad (\text{III.31})$$

$$f_{ij}^{(\nu)} \bar{\psi}_L^{c(i)} \tilde{\Phi}_i \nu_R^{c(j)} + \text{h.c.}]$$

Si reemplazamos los escalares por sus valores de expectación de vacío, donde  $\langle \tilde{\Phi}_i \rangle_0 = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} v_i \\ 0 \end{pmatrix}$ , tenemos

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{i,j=1}^2 [M_{ij}^{(e)} \bar{e}_L^{c(i)} e_R^{c(j)} + M_{ij}^{(\nu)} \bar{\nu}_L^{c(i)} \nu_R^{c(j)} + \text{h.c.}] \quad (\text{III.32})$$

$$M_{ij}^{(e)} = v_i / \sqrt{2} f_{ij}^{(e)} \quad \text{y} \quad M_{ij}^{(\nu)} = v_i / \sqrt{2} f_{ij}^{(\nu)}$$

y, si imponemos conservación de CP, estas matrices deben ser reales y pueden tomarse simétricas, de tal forma que pueden ser diagonalizadas con la ayuda de dos transformaciones ortogonales

de parámetros  $\beta$  y  $\alpha$  respectivamente.

De acuerdo con esto, en forma matricial, (III.32) queda

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & -(\bar{e}_L^{(1)}, \bar{e}_L^{(2)}) D^{(e)} \begin{pmatrix} e_R^{(1)} \\ e_R^{(2)} \end{pmatrix} - \\ & (\bar{\nu}_L^{(1)}, \bar{\nu}_L^{(2)}) D^{(\nu)} \begin{pmatrix} \nu_R^{(1)} \\ \nu_R^{(2)} \end{pmatrix} + \text{h.c} \end{aligned} \quad \text{(III.33)}$$

con

$$D^{(e)} = \begin{pmatrix} m_e^{(1)} & 0 \\ 0 & m_e^{(2)} \end{pmatrix} \quad D^{(\nu)} = \begin{pmatrix} m_\nu^{(1)} & 0 \\ 0 & m_\nu^{(2)} \end{pmatrix} \quad \text{(III.34)}$$

La conexión entre los autoestados de masa y los de carga resulta

$$\begin{pmatrix} e_a^{(1)} \\ e_a^{(2)} \end{pmatrix} = R^{(e)t} \begin{pmatrix} e_a^{c(1)} \\ e_a^{c(2)} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_a^{(1)} \\ \nu_a^{(2)} \end{pmatrix} = R^{(\nu)t} \begin{pmatrix} \nu_a^{c(1)} \\ \nu_a^{c(2)} \end{pmatrix} \quad \text{(III.35)}$$

donde  $a=L, R$  rotula el estado de helicidad y donde las matrices  $R^{(e)}$  y  $R^{(\nu)}$  son matrices de rotación estándar.

$$R^{(\nu)} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\text{sen } \alpha \\ \text{sen } \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}, \quad R^{(e)} = \begin{pmatrix} \cos \beta & -\text{sen } \beta \\ \text{sen } \beta & \cos \beta \end{pmatrix}$$

Hasta aquí hemos visto la generación de masas, a través del mecanismo de Higgs, de los leptones y bosones vectoriales intermedarios del modelo. Ahora comenzaremos a estudiar las interacciones entre estos campos.

Para unificar la notación denotaremos a las componentes

derechas de los electrones de una manera similar a como lo hicimos con sus componentes izquierdas (ver (III.29)), definiendo

$$\psi_L^{c(i)} = \begin{pmatrix} \nu_L^{c(i)} \\ e_L^{c(i)} \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \psi_R^{c(i)} = e_R^{c(i)} \quad (\text{III.36})$$

Aquí no se tendrán en cuenta los neutrinos derechos ya que, como dijimos, éstos no interactúan con los campos de gauge.

La interacción a estudiar se encuentra en la parte cinética del lagrangiano, invariante de gauge local, para los leptones

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^2 \sum_{a=L,R} \bar{\psi}_a^{c(i)} i \gamma^\mu D_\mu \psi_a^{c(i)} \quad (\text{III.37})$$

Si aquí reemplazamos  $D_\mu$  por su expresión (III.8) y nos quedamos solamente con los términos de interacción entre leptones y campos de gauge tendremos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & - \sum_{\alpha=0}^2 g_\alpha A_\mu^\alpha \left[ \sum_{a=L,R} \sum_{k=1}^2 \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^\mu t^\alpha \psi_a^{c(k)} \right] - \\ & \sum_{j=1}^2 g_j / \sqrt{2} \left\{ W_{+\mu}^{(j)} \left[ \sum_{a=L,R} \sum_{k=1}^2 \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^\mu t_+^{(j)} \psi_a^{c(k)} \right] + \right. \\ & \left. W_{-\mu}^{(j)} \left[ \sum_{a=L,R} \sum_{k=1}^2 \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^\mu t_-^{(j)} \psi_a^{c(k)} \right] \right\} \quad (\text{III.38}) \end{aligned}$$

Por otro lado, de la TABLA III.1 se ve inmediatamente que

$$\bar{\psi}_L^{(i)} \psi_L^{(j)} = 0 \quad \forall i \neq j \quad (\text{III.39})$$

$$\bar{\psi}_R^{(i)} \psi_R^{(j)} = 0 \quad \forall i, j$$

de manera que el acoplamiento entre los leptones y los mediadores cargados ( $W_{\pm\mu}^{(j)}$ ) se simplifica bastante

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & - \sum_{\alpha=0}^2 g_{\alpha} A_{\mu}^{\alpha} \left[ \sum_{a=L,R} \sum_{k=1}^2 \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^{\mu} t^{\alpha} \psi_a^{c(k)} \right] - \\ & \sum_{j=1}^2 g_j / \sqrt{2} \left\{ W_{+\mu}^{(j)} \bar{\nu}_L^{c(j)} \gamma^{\mu} e_L^{c(j)} + W_{-\mu}^{(j)} \bar{e}_L^{c(j)} \gamma^{\mu} \nu_L^{c(j)} \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.40})$$

Por ahora nos concentraremos en el primer término de esta expresión. Este contiene la interacción entre los leptones y los campos de gauge ( $A_{\mu}^0, A_{\mu}^1, A_{\mu}^2$ ) asociados al generador de  $U(1)_Y$  y a las terceras componentes de los generadores de  $SU(2)_L$  y  $SU(2)_L^*$ . Como vimos, estos campos no son autoestados de masa, pero luego de la transformación ortogonal (III.19) darán lugar a los mediadores vectoriales neutros físicos. Es por esta razón que este primer término lo denominaremos como la parte neutra de  $\mathcal{L}_{int}$  (III.40) y la denotaremos por  $\mathcal{L}_{int}^N$ .

La conexión entre los campos de gauge  $A_{\mu}^{\alpha}$  y los mediadores vectoriales neutros  $Z_{\alpha\mu}$  está dada por (III.28). De acuerdo con esto,  $\mathcal{L}_{int}^N$  en función de estos campos queda como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}^N = & -Z_{0\mu} \sum_{a=L,R} \sum_{k=1}^2 \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^{\mu} \left[ \sum_{\alpha=0}^2 g_{\alpha} p^{\alpha} t^{\alpha} \right] \psi_a^{c(k)} - \\ & - \sum_{i=1}^2 Z_{i\mu} \sum_{a=L,R} \sum_{k=1}^2 \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^{\mu} \left[ \sum_{\alpha=0}^2 g_{\alpha} u^{i\alpha} t^{\alpha} \right] \psi_a^{c(k)} \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

Con la ayuda de (III.26) podemos lograr una interpretación de las combinaciones de generadores neutros y constantes de acoplamiento en (III.41). En particular tenemos<sup>7</sup>

$$\sum_{\alpha} g_{\alpha} p^{\alpha} t^{\alpha} = g_0 X_0 \sum_{\alpha} t^{\alpha} = g_0 X_0 \hat{Q} \quad (\text{III.42})$$

donde  $\hat{Q}$  es el operador carga eléctrica. De manera análoga al modelo de Salam-Weinberg este generador deja al vacío invariante

$$\hat{Q} \langle \Phi \rangle_0 = 0 \quad (i=1,2) \quad (\text{III.43})$$

y como se ve en el lagrangiano (III.41) está asociado al campo de gauge que no adquiere masa luego de la rotura de simetría ( $Z_{0\mu}$ ). Este campo debe identificarse con el fotón  $A_{\mu}$  ( $Z_{0\mu} \equiv A_{\mu}$ ) y entonces la constante que mide su acoplamiento a los fermiones será la carga eléctrica:

$$e = g_0 X_0 \quad (\text{III.44})$$

Pero de acuerdo a (III.27) esta última expresión toma el siguiente aspecto

$$1/e^2 = 1/g_0^2 + 1/g_1^2 + 1/g_2^2 \quad (\text{III.45})$$

Obsérvese su similitud con la ecuación (II.62) del modelo de

Salam-Weinberg.

Además, también con la utilización de (III.26), tenemos que

$$\sum_{\alpha=0}^2 \xi_{\alpha} u^{i\alpha} t^{\alpha} = \xi^0 X^i \left[ \hat{Q} - \sum_{j=1}^2 \frac{t^j}{S_i^{(j)2}} \right] \quad (\text{III.46})$$

donde

$f_{2|t2}$   $\left( \begin{smallmatrix} ? \\ \cdot \end{smallmatrix} \right)$   $\rightarrow$   $S_i^{(j)} = \frac{M_{Z_i}^2 - M_{W_j}^2}{M_{Z_i}^2}$  (III.47)

En estas condiciones, reemplazando (III.42), (III.44) y (III.46) en (III.41) y teniendo en cuenta que para los generadores neutros se verifica

$$t^j \psi_a^{c(k)} = 0 \quad \forall j \neq k \quad (\text{III.48})$$

obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}^N = -e A_{\mu} \sum_{\alpha=L,R} \sum_{k=1}^2 \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^{\mu} \hat{Q} \psi_a^{c(k)} - \\ \sum_{j=1}^2 Z_i_{\mu} \sum_{k=1,2} \xi_0 X^i \sum_{\alpha=L,R} \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^{\mu} \left[ \frac{-t^k}{S_i^{(k)2}} + \hat{Q} \right] \psi_a^{c(k)} \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

y, desarrollando los productos indicados obtenemos

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{int}^N = & e A_\mu \sum_{j=1,2} \sum_{\alpha=L,R} e_a^{c(k)} \gamma^\mu e_a^{c(k)} + \\
\sum_{i=1}^2 Z_i \sum_{\mu} \sum_{k=1}^2 \xi_i X^i / 4 & \left\{ \frac{1}{S_i^{(k)2}} \bar{\nu}^{c(k)} \gamma^\mu (1-\gamma_5) \nu^{c(k)} + \right. \\
& \left. e^{c(k)} \gamma^\mu \left[ - \frac{1}{S_i^{(k)2}} (1-\gamma_5) + 4 \right] e^{c(k)} \right\} \quad (III.50)
\end{aligned}$$

Por ultimo reemplazaremos los leptones autoestados de corriente en función de los de masa. Como vimos, éstos están relacionados a través de las transformaciones (III.35). Para el sector neutro resulta

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{int}^N = & e A_\mu \sum_{l,l'=1}^2 \left[ \sum_{k=1}^2 R_{(e)}^{lk} R_{(e)}^{l'k} \right] \sum_{\alpha=L,R} \bar{e}_\alpha^{c(l)} \gamma^\mu e_\alpha^{c(l')} + \\
\sum_{i=1}^2 Z_i \sum_{\mu} \sum_{l,l'=1}^2 \xi_i X^i / 4 & \left\{ \left[ \sum_{k=1}^2 \frac{R_{(\nu)}^{lk} R_{(\nu)}^{l'k}}{S_i^{(k)2}} \right] \bar{\nu}^{(l)} \gamma^\mu (1-\gamma_5) \nu^{(l')} + \right. \\
& \left. \bar{e}^{(l)} \gamma^\mu \left[ - \left[ \sum_{k=1}^2 \frac{R_{(e)}^{lk} R_{(e)}^{l'k}}{S_i^{(k)2}} \right] (1-\gamma_5) + 4 \left[ \sum_{k=1}^2 R_{(e)}^{lk} R_{(e)}^{l'k} \right] \right] e^{(l')} \right\} \quad (III.51)
\end{aligned}$$

y para el sector cargado (segundo término de (III.40))

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{int}^C = & \sum_{l,l'=1}^2 \sum_{k=1}^2 \xi_k / \sqrt{2} \left\{ R_{(\nu)}^{lk} R_{(e)}^{l'k} \bar{\nu}_L^{(l)} \gamma^\mu e_{L+}^{(l')} W_{+\mu}^{(k)} + \right. \\
& \left. R_{(e)}^{lk} R_{(\nu)}^{l'k} \bar{e}_L^{(l)} \gamma^\mu \nu_L^{(l')} W_{-\mu}^{(k)} \right\} \quad (III.52)
\end{aligned}$$

teniendo en cuenta las relaciones de ortogonalidad para las transformaciones  $R^{(\alpha)}$  y  $R^{(\beta)}$

$$\sum_{k=1}^2 R^{lk} R^{lk} = \delta^{ll} \quad (III.53)$$

La (III.51) quedará como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}^N = & e A_\mu \sum_{l=1}^2 \bar{e}^{(l)} \gamma^\mu e^{(l)} + \\ & \sum_{i=1}^2 Z_i \sum_{\mu} \sum_{l=1}^2 \xi_\nu X^i / 4 \left\{ \left[ \sum_{k=1}^2 \frac{R_{(\nu)}^{lk} R_{(\nu)}^{lk}}{S_i^{(k)2}} \right] \cdot \bar{\nu}^{(l)} \gamma^\mu (1-\gamma_5) \nu^{(l)} + \right. \\ & \left. \bar{e}^{(l)} \gamma^\mu \left[ - \left[ \sum_{k=1}^2 \frac{R_{(e)}^{lk} R_{(e)}^{lk}}{S_i^{(k)2}} \right] (1-\gamma_5) + 4\delta^{ll} \right] e^{(l')} \right\} \end{aligned} \quad (III.54)$$

donde se observa la naturaleza no diagonal de la interacción entre los leptones y los bosones vectoriales intermediarios neutros masivos. Es decir, en el lagrangiano (III.54) tenemos, a nivel árbol, interacciones entre alguno de los Z y un leptón y su correspondiente excitado. En cambio, para el bosón vectorial de masa nula, el fotón, sus interacciones con los leptones son diagonales. Esta situación puede esquematizarse en los siguientes diagramas

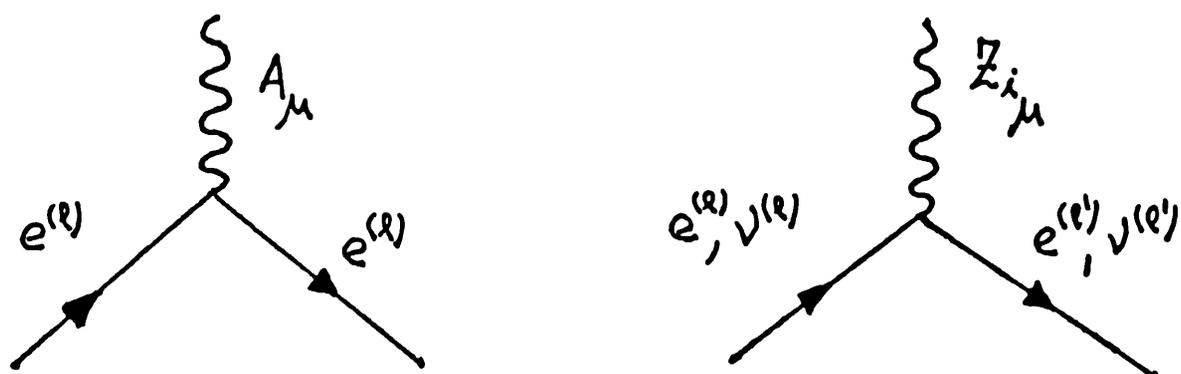


FIGURA III.1: Interacción entre los mediadores neutros y los fermiones.

con  $i=1,2$  y  $e,e'=1,2$ .

Los acoplamientos correspondientes a estos vértices están contenidos en (III.54).

Una situación similar ocurre para el sector cargado donde las interacciones del lagrangiano (III.52) pueden representarse por el siguiente diagrama

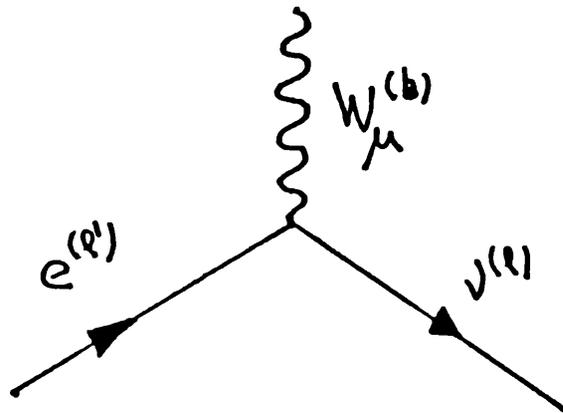


FIGURA III.2: Interacción entre los mediadores cargados y los fermiones:

Estudiamos ahora el caso en que la mezcla entre dos sectores de leptones neutros y excitados es muy pequeña. Esta mezcla está gobernada por los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  (para los leptones neutros y cargados respectivamente).

Partamos de  $\alpha=\beta=0$  y veamos sus consecuencias. En este caso las transformaciones (III.36) quedan diagonales  $R^{lk}(\alpha)\equiv R^{lk}(\beta)=\delta^{lk}$  y entonces el lagrangiano para el sector cargado será

$$\mathcal{L}_{int}^c = \sum_{k=1}^2 \left( g_k / 2\sqrt{2} \right) \bar{\nu}^{(k)} \gamma^{\mu} (1 - \gamma_5) e^{(k)} W_{+\mu}^{(k)} + h.c \quad (III.55)$$

donde los leptones ordinarios ( $k=1$ ) interactúan con el mediador cargado ordinario ( $W_{\mu}^{(1)}$ ) y los leptones excitados ( $k=2$ ) con el

mediador excitado ( $W_{\mu}^{(2)}$ ), no observándose mezcla entre sectores.

Para el sector neutro, en cambio, tendremos (de (III.54))

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}^N = eA_{\mu} \sum_{l=1}^2 \bar{e}^{(l)} \gamma^{\mu} e^{(l)} + \\ \sum_{i=1}^2 Z_i_{\mu} \sum_{k=1}^2 \frac{\epsilon_0 X^i}{S_i^{(k)2}} \left\{ 1/4 \bar{\nu}^{(k)} \gamma^{\mu} (1-\gamma_5) \nu^{(k)} + \right. \\ \left. \bar{e}^{(k)} \gamma^{\mu} \left[ -1/4 (1-\gamma_5) + S_i^{(k)2} \right] e^{(k)} \right\} \end{aligned} \quad (III.56)$$

donde, contrariamente al sector excitado, se observan interacciones de los leptones ordinarios y excitados con ambos Z.

De manera análoga a (I.24) es posible definir las corrientes

$$\begin{aligned} J_{-}^{(l)\mu} &= \bar{\nu}^{(l)} \gamma^{\mu} (1-\gamma_5) e^{(l)} \\ J_{emg}^{\mu}(e^l) &= e^{(l)} \gamma^{\mu} e^{(l)} \\ J_0^{\mu}(\nu^l) &= 1/4 \bar{\nu}^{(l)} \gamma^{\mu} \nu^{(l)} \\ J_0^{\mu}(e^l) &= -1/4 \bar{e}^{(l)} \gamma^{\mu} e^{(l)} \end{aligned} \quad (III.57)$$

con lo cual los lagrangianos (III.55) y (III.56) quedan expresados como

$$\mathcal{L}_{int}^C = \sum_{k=1}^2 \left( \epsilon_k / 2\sqrt{2} \right) J_{-}^{(k)\mu} W_{\mu}^{(k)} + h.c \quad (III.58)$$

$$x_{int}^C = e A_\mu \sum_{l=1}^2 J_{emg}^{\mu(e^l)} + \quad (III.59)$$

$$\sum_{i=1}^2 Z_{i\mu} \sum_{k=1}^2 \frac{g_0 X^i}{S_i^{(k)^2}} \left[ J_0^\mu(\nu^{(k)}) + \left( J_0^\mu(e^{(k)}) + S_i^{(k)^2} J_{emg}^{\mu(k)} \right) \right]$$

donde claramente se ve que el término de corrientes neutras para los leptones ordinarios es análogo al del modelo de Salam-Weinbeg (III.63) si se verifica

$$S_1^{(1)^2} = 1 - M_{W(1)}^2 / M_{Z1}^2 = \sin^2 \theta_w$$

Continuaremos aquí con la discusión planteada a continuación de la fórmula (III.56). Es evidente de la observación de esta ecuación que la mezcla entre los sectores ordinarios y excitados está gobernada por el valor de la constante  $g_0 X^i / S_i^{(k)^2}$ . En consecuencia vamos a buscar una expresión para esta constante en la que se manifieste con más claridad el acoplamiento entre los sectores.

Para esto utilizamos las propiedades de ortonormalidad entre las filas de la transformación de similitud (III.25) y con las definiciones (III.26) obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones

$$X^0{}^2 + \sum_{i=1}^2 X^i{}^2 = 1$$

$$X^0{}^2 + \sum_{i=1}^2 \frac{X^i{}^2}{T_i^{(k)4}} = \xi_k^2 / \xi_0^2$$

(III.60)

$$X^0{}^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{X^i{}^2}{T_i^{(k)4}}$$

$$X^0{}^2 = - \sum_{i=1}^2 \frac{X^i{}^2}{T_i^{(1)2} T_i^{(2)2}}$$

Combinando estas ecuaciones con la ayuda de (III.44) y con el hecho que

$$\frac{1}{T_i^{(k)2}} + 1 = \frac{1}{S_i^{(k)2}} \quad (III.61)$$

obtenemos

$$\sum_{i=1}^2 \frac{X^i{}^2}{T_i^{(k)4}} = \frac{\xi_k^2 - e^2}{\xi_0^2}$$

(III.62)

$$\sum_{i=1}^2 \frac{X^i{}^2}{T_i^{(k)4} S_i^{(k)2}} = \frac{\xi_k^2}{\xi_0^2}$$

que pueden resolverse fácilmente para las incógnitas  $x^1$  y  $x^2$ . Llegamos así a las expresiones buscadas para las constantes de acoplamiento<sup>4</sup>

$$\frac{\xi_0^2 X_1^2}{S_1^{(k)^4}} = \xi_k^2 \frac{M_{Z_1}^2}{M_{W(k)}^4} \left[ \frac{M_{Z_2}^2 \left( 1 - e^2/\xi_k^2 \right) - M_{W(k)}^2}{\left( M_{Z_2}^2 - M_{Z_1}^2 \right)} \right] \quad (\text{III.63})$$

$$\frac{\xi_0^2 X_2^2}{S_2^{(k)^4}} = \xi_k^2 \frac{M_{Z_2}^2}{M_{W(k)}^4} \left[ \frac{M_{W(k)}^2 - M_{Z_1}^2 \left( 1 - e^2/\xi_k^2 \right)}{\left( M_{Z_2}^2 - M_{Z_1}^2 \right)} \right]$$

Donde claramente se ve que para la validez de estas ecuaciones debe pedirse que para  $M_{Z_1} < M_{Z_2}$  se cumpla

$$M_{Z_2}^2 \left( 1 - e^2/\xi_k^2 \right) \geq M_{W(k)}^2 \quad (\text{III.64})$$

$$M_{W(k)}^2 \geq M_{Z_1}^2 \left( 1 - e^2/\xi_k^2 \right)$$

Con la simplificación ( $\alpha=\beta=0$ ) tenemos cinco parámetros desconocidos en el modelo.<sup>1</sup> Estos son las tres constantes de acoplamiento  $\xi_0, \xi_1, \xi_2$  y los dos valores de expectación de los Higgs  $v_1, v_2$  y cuatro datos experimentales independientes: los valores de la carga eléctrica  $e$ , las masas de los bosones vectoriales intermedarios ordinarios  $M_{W_1}$  y  $M_{Z_1}$ , y la constante de Fermi  $G_F$ .

De la ecuación (III.58) se ve que los leptones ordinarios interactúan con el bosón vectorial intermedario cargado ordinario y, entonces, de la discusión del Capítulo I ((I.18)-(I.20)) la constante de acoplamiento  $\xi_1$  está directamente conectada con  $G_F$

$$\xi_1^2 = 4 \sqrt{2} M_{W(1)}^2 G_F \quad (\text{III.65})$$

Por otro lado la relación (III.45) vincula las otras constantes con la carga eléctrica y de (III.24) tenemos la conexión entre las mismas constantes desconocidas y los valores de vacío (a través de  $M_{W2}$ ,  $M_{Z2}$  con las masas conocidas de los bosones ordinarios ( $M_{Z1}$ ,  $M_{W1}$ ))

Si llamamos ahora

$$X = \frac{\xi_0^2}{\xi_1^2}, \quad Y = \frac{\xi_2^2}{\xi_1^2}, \quad Z = \left( \frac{M_{Z2}}{M_{W(1)}} \right)^2 \quad (III.66)$$

$$d = \left( \frac{M_{Z1}}{M_{W(1)}} \right)^2, \quad r = \frac{\xi_1^2}{e^2} - 1$$

el siguiente sistema de ecuaciones no lineales nos permite encontrar los parámetros desconocidos en función de los datos disponibles ( $e$ ,  $G_F$ ,  $M_{Z1}$ ,  $M_{W(1)}$ )

$$r = \frac{1}{X} + \frac{1}{Y} + \frac{1}{Z}$$

$$d + Z = 1 + X + (X + Y) R^2 \quad (III.67)$$

$$d - Z = R^2 (X + Y + XY)$$

Las soluciones de este sistema junto con (III.61) y (III.60) nos permiten encontrar los valores de  $\xi_0$ ,  $\xi_1$ ,  $\xi_2$ ,  $M_{Z2}$ ,  $M_{W2}$ .

Los valores de las masas de los nuevos mediadores se muestran en función de  $R$  para distintos valores de  $M_{W1}$ ,  $M_{Z1}$  en la gráficas (III.1) y los valores de las constantes de acoplamiento se muestran en la TABLA III.4.

Notas  $y \geq 0 \Rightarrow (d - (1 + 1/r))(z - (1 + 1/r)) \leq 0$

$$M_{W1}^2 \geq \frac{M_{Z1}^2}{2} + M_{Z1} \sqrt{\frac{M_{Z1}^2}{4} - \frac{1}{\delta}} \quad (\delta = 4\sqrt{2} G_F / e^2)$$

$M_{W_1}$ (GeV)	$M_{Z_1}$ (GeV)	$R^2$	$g_0^2$	$g_1^2$	$g_2^2$	$M_{Z_2}$
80	90	0.1	0.1172	0.422	7.283	106
80	90	0.5	0.123	0.422	2.298	
80	90	1.0	0.127	0.422	1.485	157
81	90.5	1.0	0.129	0.433	1.185	
81.5	91.5	1.0	0.122	0.438	2.299	

TABLA III.4: Constantes de acoplamiento en función de las masas de los mediadores ordinarios y el parámetro R.

Destaquemos aquí que la elección de  $\alpha=0$ ,  $\beta=0$  solo influye en la definición de  $g_F$  (III.65) y no produce ningún cambio en el resto de las ecuaciones (III.67). En el siguiente Capítulo veremos cómo una elección de  $\alpha$  y  $\beta$  distinta de cero puede ser considerada sin alterar las ecuaciones (III.67) siempre que los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  no superen un cierto valor máximo.

Hasta aquí hemos presentado los ingredientes principales de este modelo extendido tales como: representación de partículas excitadas, masas de los nuevos mediadores vectoriales, nuevas interacciones, acoplamientos, etc.

En el siguiente Capítulo estudiaremos las predicciones fenomenológicas del modelo mostrando la concordancia a bajas energías, dentro de los errores experimentales, con el modelo de Salam-Weinberg.

Además se calculará la contribución al ancho de decaimiento de ambos bosones intermedios neutros, las asimetrías  $A_{FB}$ ,  $A_{LR}$  y la anomalía magnética del electrón y del muón.

$M_{W_1}$	$M_{Z_1}$	$g_0^2$	$g_1^2$	$g_2^2$	$R^2$	$M_{Z_2}$	$M_{W_2}$
80.71	91	0.1166	0.42966	4300.	$1.3 \cdot 10^{-4}$	92.8	92.79

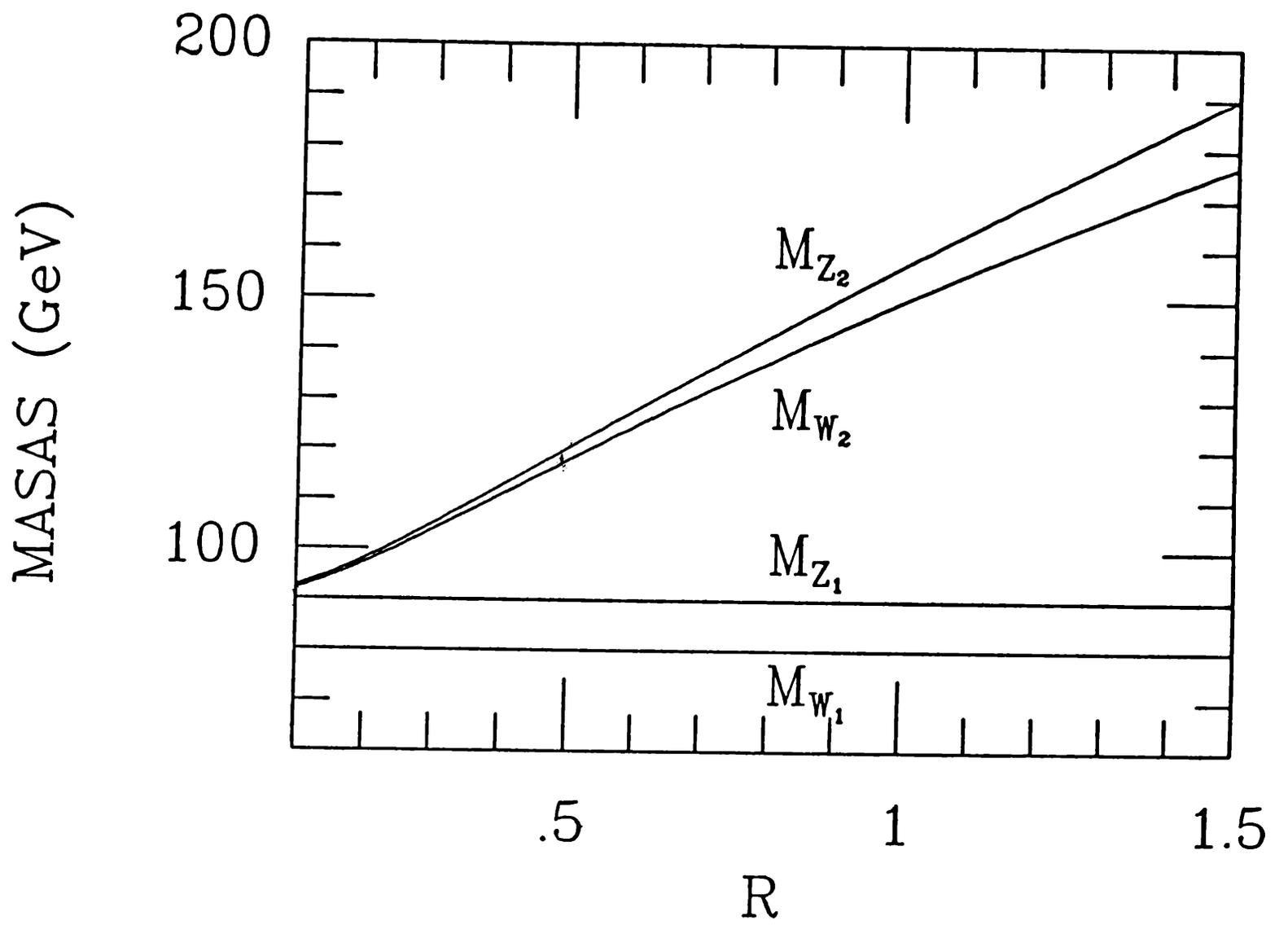


FIGURA III.4: Masa de los mediadores en función del parámetro R

### REFERENCIAS DEL CAPITULO III

- 1- Epele et al. Phys. Rev. D 38 (1988) 2129
- 2- J.H. Lopez y J.A.M. Simões, Phys. Rev. D (1987) 3428
- 3- V. Barger, W.Y.Keung y Ernest Ma.,Phys. Rev. Lett. 44, (1980) 1169
- 4- E.H. De Groot, G.J. Gounaris y D. Schildknecht, Z. Physik C, Particles and Fields 5, (1980) 127
- 5- V. Barger y W.Y. Keung, Phys. Lett. 94 B, (1980) 377
- 6- V. Barger, Ernest Ma y K. Whisnant, Phys. Rev. Lett. 46, (1981) 1501
- 7- Howard Georgi y Steven Weinberg, Phys. Rev. D 17, (1978) 275
- 8- R Gatto y F. Strocchi; Phys. Rev. D 18, (1978) 2062
- 9- Kerson Huang, Quarks, Leptons and Gauge Fields, World Scientific, Singapore, (1982).

## CAPITULO IV

DISPERSIÓN NEUTRINO-ELECTRÓN

ANCHO DE DECAIMIENTO DE LOS MEDIADORES NEUTROS MASIVOS

ASIMETRIAS

ANOMALÍA MAGNÉTICA DEL ELECTRÓN Y DEL MUÓN

## DISPERSIÓN NEUTRINO-ELECTRÓN

En este capítulo vamos a analizar las predicciones del modelo propuesto a la vez que determinaremos las cotas que imponen los datos experimentales actuales sobre los parámetros del mismo.

En particular, una fuente precisa de datos experimentales son las medidas de los efectos de las corrientes neutras. Entre éstas son muy útiles el estudio de los siguientes procesos de dispersión:  $\nu_\mu$  sobre e,  $\bar{\nu}_e$  sobre e y  $\nu_e$  sobre e. (1)

En particular el análisis experimental de estos procesos se realiza en forma independiente del modelo en términos de un Hamiltoniano efectivo, que para el estudio de procesos de dispersión entre neutrinos y electrones sin intercambio de carga es:

$$H_{elec}^N = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu} \gamma^\mu (1-\gamma_5) \nu \bar{e} \gamma_\mu (\xi_V^{(e)} - \xi_A^{(e)} \gamma_5) e \quad (IV.1)$$

y con intercambio de carga es

$$H_{elec}^C = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu} \gamma^\mu (1-\gamma_5) e \bar{e} \gamma_\mu (1-\gamma_5) \nu \quad (IV.2)$$

Del análisis experimental<sup>1</sup> en función de los acoplamientos  $\xi_V^{(e)}$  y  $\xi_A^{(e)}$  se encuentra como resultado para estas constantes los siguientes valores:

$$\epsilon_A^{(e)} = -0.498 \pm 0.027$$

(IV.3)

$$\epsilon_V^{(e)} = -0.044 \pm 0.036$$

Veamos entonces, la predicción de nuestro modelo<sup>2</sup> para estas constantes. Para ello debemos encontrar cuál es el Hamiltoniano efectivo del modelo, en el límite de bajas energías, para los procesos neutros y cargados.

Los procesos de interés<sup>1</sup> pueden esquematizarse en los diagramas de la FIGURA.IV.1.

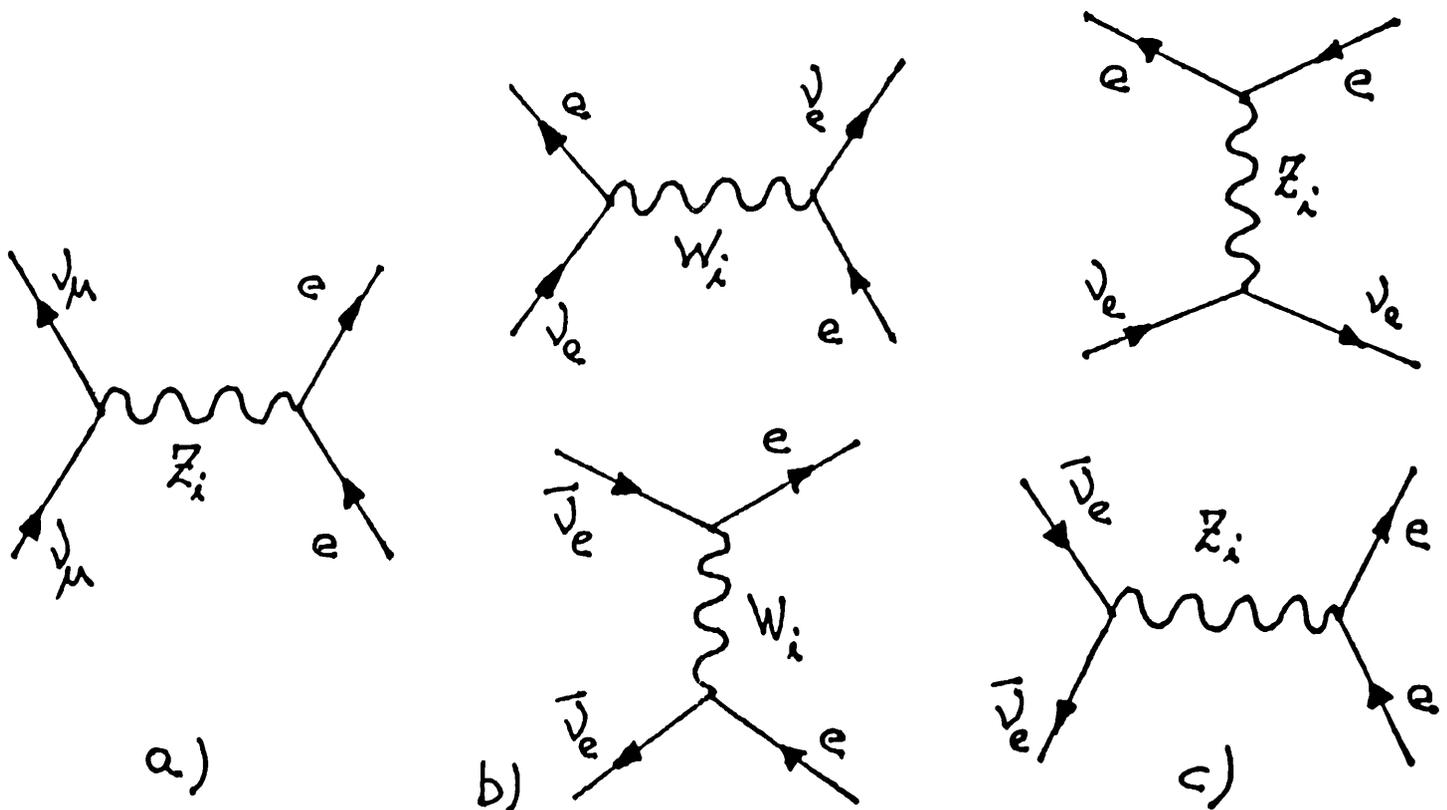


FIGURA IV 1 *Dispersión neutrino-electron mediada por bosones vectoriales neutros y cargados*

Los propagadores de los bosones vectoriales intermediarios masivos están dados por (I.17) que en el límite de bajas energías son proporcionales a la inversa de la masa del

mediador.

Comencemos por el Hamiltoniano efectivo de bajas energías del proceso descrito por el diagrama b) de la FIGURA IV.1. Deseamos escribir esta interacción en forma de una interacción a 4-fermiones. Este es un proceso que se obtendrá a partir del lagrangiano (III.52). Considerando la interacción sólo entre partículas ordinarias, para lo cual ponemos  $l=l'=1$ , pero  $k=1,2$ , tenemos para el proceso bajo estudio (FIGURA IV.1 b)) el siguiente Hamiltoniano efectivo:

$$H_{\text{efec}}^C = \left[ \sum_{k=1}^2 \frac{\xi_k^2}{8 M_{W(k)}^2} (R_{(\nu)}^{1k})^2 (R_{(e)}^{1k})^2 \right] \bar{\nu}^{(1)} \gamma^\mu (1-\gamma_5) e^{(1)} \cdot \bar{e}^{(1)} \gamma_\mu (1-\gamma_5) \nu^{(1)} \quad (\text{IV.4})$$

o desarrollando la suma:

$$H_{\text{efec}}^C = (1/8) \left[ \frac{\xi_1^2}{M_{W_1}^2} \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \frac{\xi_2^2}{M_{W_2}^2} \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \right] \bar{\nu}^{(1)} \gamma^\mu (1-\gamma_5) e^{(1)} \cdot \bar{e}^{(1)} \gamma_\mu (1-\gamma_5) \nu^{(1)} \quad (\text{IV.5})$$

donde, de acuerdo con (I.13) podemos identificar

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = (1/8) \left[ \frac{\xi_1^2}{M_{W_1}^2} \cos^2 \alpha \cos^2 \beta + \frac{\xi_2^2}{M_{W_2}^2} \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \right] \quad (\text{IV.6})$$

Esta expresión para la constante de Fermi puede ser comparada

con el resultado del modelo de Salam-Weinberg o con la expresión (III.65) del modelo extendido luego de hacer la identificación  $e^2/g_1^2 = \sin^2 \theta_w$  (que como veremos es necesaria para obtener el correcto límite de bajas energías). En estas condiciones si tomamos como definición de  $G_F$  a (III.65) y puesto que existen medidas independientes<sup>2</sup> de  $G_F$ ,  $\alpha$ ,  $\sin \theta_w$ ,  $M_{w1}$  la ecuación (IV.6) puede utilizarse para encontrar cotas a los ángulos de mezcla  $\alpha$  y  $\beta$ . Si llamamos  $M_{w1}^0$  y  $X_w^0 = (\sin^2 \theta_w)^0$  a los valores que satisfacen (III.65) (incluyendo solo las correcciones radiativas del modelo de Salam-Weinberg)<sup>4</sup>:

$$M_{w1}^{02} X_w^0 = A / (1 - \Delta r)$$

donde  $A = \pi\alpha / (\sqrt{2} G_F)$  y  $\Delta r = 0.073$  entonces de la ecuación (IV.7) se obtiene a  $O(\sin^4 \alpha)$ :

$$\sin^2 \alpha \leq 1/2 \left| \frac{\Delta X_w}{X_w^0} \right| + \left| \frac{\Delta M_{w1}}{M_{w1}^0} \right|$$

que para  $X_w^0 = 0.23 \pm 0.0048$  y  $M_{w1}^0 = 80.9 \pm 1.4$  GeV. impone:

$$\sin \alpha \leq 0.1$$

El estudio de los procesos neutros es un poco más complicado y para obtener el límite de bajas energías seguiremos el procedimiento de Georgi-Weinberg<sup>2</sup>.

Con respecto a los procesos a) y c) de FIGURA IV.1 estos

también son procesos a segundo orden contenidos en el lagrangiano (III.41). Para el cálculo del Hamiltoniano efectivo a bajas energías nos quedamos con los procesos (de (III.41)) donde se intercambian mediadores masivos

$$Z_i = \sum_{\mu} \sum_{k=1}^2 \sum_{\alpha=L,R} \sum_{\alpha=0}^2 \epsilon^{\alpha} u^{i\alpha} \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^{\mu} t^{\alpha} \psi_a^{c(k)} \quad (IV.7)$$

En estas condiciones la interacción efectiva a 4-fermiones está dada por

$$\Pi_{elec}^N = 1/2 \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{\substack{\alpha=L \\ \beta=R}} \sum_{\alpha,\beta=0}^2 \left( \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^{\mu} t^{\alpha} \psi_a^{c(k)} \right) \left( \bar{\psi}_b^{c(k')} \gamma^{\nu} t^{\beta} \psi_b^{c(k')} \right) \epsilon^{\alpha} \epsilon^{\beta} \Delta^{\alpha\beta} \quad (IV.8)$$

con

$$\Delta^{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^2 \frac{u^{i\alpha} u^{i\beta}}{M_{z_i}^2} \quad (IV.9)$$

Se puede probar<sup>5</sup> que  $\Delta^{\alpha\beta}$  puede ser puesto de la siguiente manera

$$\Delta^{\alpha\beta} = \sum_{i,j=1}^2 \xi^{i\alpha} \xi^{j\beta} [\mu^{-2}]_{ij} \quad (IV.10)$$

donde

$$\xi^{\alpha\beta} = \delta^{\alpha\beta} - p^{\alpha} p^{\beta} \quad (IV.11)$$

con  $p^{\alpha}$  dado por (III.26) y  $[\mu^{-2}]_{ij}$  es la inversa de la submatriz de  $\mu_{\alpha\beta}$  cuando  $\alpha=i, \beta=j$  con  $i,j=1,2$ .

$$[\mu^{-2}]_{ij} = \begin{pmatrix} 4/v_1^2 \epsilon_1^2 & 0 \\ 0 & 4/v_1^2 \epsilon_2^2 R^2 \end{pmatrix} \quad (\text{IV.12})$$

Si llamamos

$$\hat{\mathcal{N}}^i = \sum_{\alpha=0}^2 \epsilon^\alpha \zeta^{i\alpha} t^\alpha \quad (\text{IV.13})$$

la expresión (IV.8) puede ser puesta en la forma

$$H_{\text{efec}}^N = 1/2 \sum_{k \in \mathcal{R}} \sum_{j \in \mathcal{R}} \sum_{\alpha \in \mathcal{R}} \left[ \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^\mu \hat{\mathcal{N}}^i \psi_a^{c(k)} \right] \quad (\text{IV.14})$$

$$\left[ \bar{\psi}_a^{c(k')} \gamma_\mu \hat{\mathcal{N}}^j \psi_a^{c(k')} \right] [\mu^{-2}]_{ij}$$

haciendo uso de (IV.11) y de (III.42) con la definición (III.44) obtenemos para (IV.13)

$$\hat{\mathcal{N}}^i = \epsilon^i \left[ \hat{t}^i - p^i \frac{e}{\epsilon^i} \hat{Q} \right] \quad (\text{IV.15})$$

Finalmente (IV.14) puede ser puesta como

$$H_{\text{efec}}^N = 1/2 \sum_{k \in \mathcal{R}} \sum_{b \in \mathcal{R}} \left[ \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^\mu \hat{\mathcal{N}}^1 \psi_a^{c(k)} \right] \left[ \bar{\psi}_b^{c(k')} \gamma^\mu \hat{\mathcal{N}}^1 \psi_b^{c(k')} \right] \frac{4}{v_1^2 \epsilon_1^2} + \quad (\text{IV.16})$$

$$\left[ \bar{\psi}_a^{c(k)} \gamma^\mu \hat{\mathcal{N}}^2 \psi_a^{c(k)} \right] \left[ \bar{\psi}_b^{c(k')} \gamma^\mu \hat{\mathcal{N}}^2 \psi_b^{c(k')} \right] \frac{4}{v_1^2 \epsilon_2^2 R^2}$$



$$H_{\text{efec}}^N = \frac{1}{8} \left[ \bar{\nu}_L^{c(1)} \gamma^\mu \nu_L^{c(1)} - \bar{e}_L^{c(1)} \gamma^\mu e_L^{c(1)} + \frac{2 e^2}{g_1^2} \sum_{k=1}^2 \sum_{a \in \{R\}} \bar{e}_a^{c(k)} \gamma^\mu e_a^{c(k)} \right].$$

$$\left[ \bar{\nu}_L^{c(1)} \gamma_\mu \nu_L^{c(1)} - \bar{e}_L^{c(1)} \gamma_\mu e_L^{c(1)} + \frac{2 e^2}{g_1^2} \sum_{k=1}^2 \sum_{b \in \{R\}} \bar{e}_b^{c(k')} \gamma_\mu e_b^{c(k')} \right] \frac{4}{v_1^2} +$$

(IV.19)

$$\left[ \bar{\nu}_L^{c(2)} \gamma^\mu \nu_L^{c(2)} - \bar{e}_L^{c(2)} \gamma^\mu e_L^{c(2)} + \frac{2 e^2}{g_2^2} \sum_{k=1}^2 \sum_{a \in \{R\}} \bar{e}_a^{c(k)} \gamma^\mu e_a^{c(k)} \right].$$

$$\left[ \bar{\nu}_L^{c(2)} \gamma_\mu \nu_L^{c(2)} - \bar{e}_L^{c(2)} \gamma_\mu e_L^{c(2)} + \frac{2 e^2}{g_2^2} \sum_{k=1}^2 \sum_{a \in \{R\}} \bar{e}_b^{c(k')} \gamma_\mu e_b^{c(k')} \right] \frac{4}{v_1^2 R^2}$$

nos queda expresado el Hamiltoniano efectivo en función de los autoestados de corriente.

Para expresarlo en función de los autoestados de masa debemos hacer uso de las relaciones (III.35). Una vez usadas estas transformaciones y haciendo uso de la propiedad de ortogonalidad de las mismas

$$\sum_{k=1}^2 R^{lk} R^{l'k} = \delta^{ll'} \quad \text{(IV.20)}$$

obtenemos la siguiente expresión

$$\begin{aligned}
H_{\text{efec}}^N = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{l, l', m, m'} \left\{ \left[ R_{(\nu)}^{l1} R_{(\nu)}^{l'1} \bar{\nu}_L^{(l)} \gamma^\mu \nu_L^{(l')} - R_{(e)}^{l1} R_{(e)}^{l'1} \bar{e}_L^{(l)} \gamma^\mu e_L^{(l')} + \right. \right. \\
\left. \frac{2e^2}{\xi_1^2} \delta^{ll'} \bar{e}^{(l)} \gamma^\mu e^{(l')} \right] \cdot \left[ R_{(\nu)}^{m1} R_{(\nu)}^{m'1} \bar{\nu}_L^{(m)} \gamma_\mu \nu_L^{(m')} - \right. \\
\left. R_{(e)}^{m1} R_{(e)}^{m'1} \bar{e}_L^{(m)} \gamma_\mu e_L^{(m')} + \frac{2e^2}{\xi_1^2} \delta^{mm'} \bar{e}^{(m)} \gamma_\mu e^{(m')} \right] + \\
\left[ R_{(\nu)}^{l2} R_{(\nu)}^{l'2} \bar{\nu}_L^{(l)} \gamma^\mu \nu_L^{(l')} - R_{(e)}^{l2} R_{(e)}^{l'2} \bar{e}_L^{(l)} \gamma^\mu e_L^{(l')} + \right. \\
\left. \frac{2e^2}{\xi_2^2} \delta^{ll'} \bar{e}^{(l)} \gamma^\mu e^{(l')} \right] \cdot \left[ R_{(\nu)}^{m2} R_{(\nu)}^{m'2} \bar{\nu}_L^{(m)} \gamma_\mu \nu_L^{(m')} - \right. \\
\left. R_{(e)}^{m2} R_{(e)}^{m'2} \bar{e}_L^{(m)} \gamma_\mu e_L^{(m')} + \frac{2e^2}{\xi_2^2} \delta^{mm'} \bar{e}^{(m)} \gamma_\mu e^{(m')} \right] \frac{1}{R^2}
\end{aligned} \tag{IV.21}$$

Si seleccionamos los fermiones ordinarios, es decir  $l=l'=m=m'=1$  quedándonos con los términos que contribuyen a los procesos de dispersión entre neutrinos y electrones resulta

$$H_{\text{efec}}^{N(\nu e-\nu e)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{\nu}^{(1)} \gamma^\mu (1-\gamma_5) \nu^{(1)} \left\{ -\cos^2 \alpha \bar{e}^{(1)} \gamma_\mu \left[ \frac{\cos^2 \beta}{4} (1-\gamma_5) - \right. \right. \\
\left. \left. \frac{e^2}{\xi_2^2} \right] e^{(1)} - \frac{\sin^2 \alpha}{R^2} \bar{e}^{(1)} \gamma_\mu \left[ \frac{\sin^2 \beta}{4} (1-\gamma_5) - \frac{e^2}{\xi_2^2} \right] e^{(1)} \right\} \tag{IV.22}$$

Finalmente, sacando los factores comunes adecuados y utilizando la relación (III.17) y la definición (IV.6), esta última expresión puede expresarse como

$$H_{\text{efec}}^{N(\nu e-\nu e)} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu}^{(1)} \gamma^\mu (1-\gamma_5) \nu^{(1)} \bar{e}^{(1)} \gamma_\mu [\xi_V - \xi_A \gamma_5] e^{(1)} \tag{IV.23}$$

donde

$$\xi_V = -1/2 + (2e^2 / \xi_1^2 \cos^2 \beta) \left[ 1 + \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \frac{\tan^2 \alpha}{R^2} \right] \left[ 1 + \frac{\tan^2 \alpha \tan^2 \beta}{R^2} \right]^{-1} \quad (\text{IV.24})$$

$$\xi_A = -1/2$$

Si tomamos  $\alpha \approx \beta$  entonces podemos estudiar la región de los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $R$  en la que no se violan las cotas experimentales (IV.3). Esta región (zona sombreada) se encuentra representada en la FIGURA.IV.2. Vemos entonces que para  $\alpha \leq 0.1$  y  $R \cong 1$  las predicciones del modelo a  $\xi_V$  y  $\xi_A$  están dentro del error experimental.

Ahora estamos en condiciones de estudiar algunas predicciones del modelo tales como anchos<sup>13</sup> de decaimientos de los bosones vectoriales intermedarios neutros y asimetrías<sup>7</sup> que podrán ser verificadas en las nuevas máquinas  $e^+e^-$ . También calcularemos en la parte final de este capítulo, las contribuciones de las nuevas partículas a la anomalía magnética del electrón y del muón.

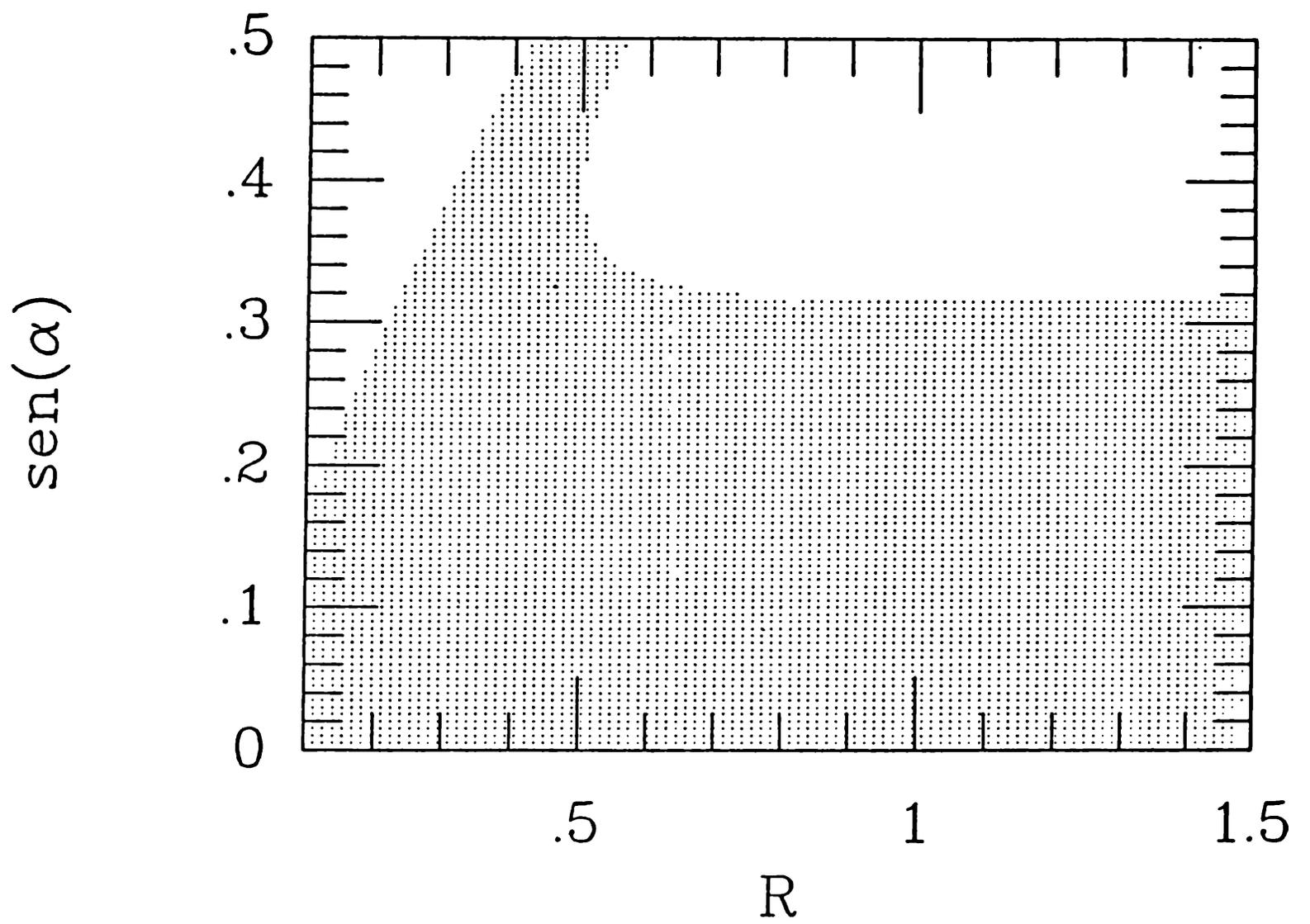


FIGURA IV.2: La zona sombreada representa la región de los parámetros  $R$  y  $\alpha$  para los cuales el valor de las constantes  $\xi_V$  y  $\xi_A$  está dentro del error experimental.

## ANCHO DE DECAIMIENTO DE LOS MEDIADORES NEUTROS MASIVOS

En particular el cálculo del ancho de decaimiento del  $Z_1$  es de gran importancia ya que próximamente tanto SLC como LEP medirán esta cantidad con una precisión mejor que 50 Mev y por lo tanto permitirán testear las predicciones de este modelo al ancho de esta partícula.

De la misma manera que en el modelo de Salam-Weinberg, el bosón vectorial neutro  $Z_1$  se acopla en este modelo en forma diagonal a las distintas familias, pero aquí existen además, interacciones no diagonales con respecto al sector ordinario o excitado al que pertenece el fermión. Es decir, en este modelo podemos tener en el mismo vértice interacciones entre  $Z_1$  y fermiones ordinarios y excitados. En estas condiciones el bosón neutro  $Z_1$  puede decaer en dos fermiones ordinarios, dos excitados o uno ordinario y uno excitado.

La misma situación ocurre para el decaimiento de  $Z_2$  y la reacción característica para el decaimiento de estos bosones será

$$Z_i \longrightarrow f_l + \bar{f}_{l'} \quad (IV.25)$$

donde los índices  $l, l'$  rotulan la característica ordinaria o excitada del fermión. Por supuesto, en (IV.25) se encuentra implícita la suma sobre los distintos canales de decaimientos leptónicos ( $\nu_e, \nu_\mu, \dots, e, \mu, \dots$ ) y de quarks ( $u, d, s, b, \dots$ ).

Diagramáticamente la reacción (IV.25) se encuentra esquematizada por

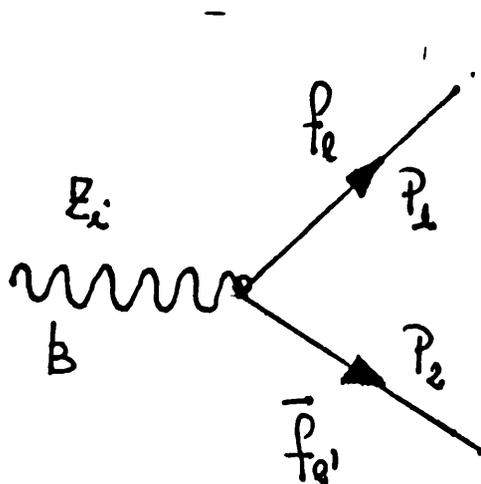


FIGURA IV.3 Decaimiento de  $Z_1$  y  $Z_2$  en fermiones ordinarios y/o excitados

La contribución del modelo a este diagrama puede ser leída del lagrangiano (III.54) que para este caso particular se escribe como

$$\mathcal{L}_{Z_i f f} = 1/4 \bar{f}_l \gamma^\mu [\epsilon_V + \epsilon_A \gamma_5] f_l Z_{i\mu} \quad (IV.26)$$

Debemos recordar que la deducción de (III.54) se hizo para la familia del electrón pero, sin embargo, la extensión a las otras familias leptónicas es directa debido a la universalidad propuesta de las interacciones.

Para tener en cuenta los decaimientos en quarks sólo debe modificarse el operador de carga (I.27) que ahora será

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 \\ 0 & -1/3 \end{pmatrix} \quad (IV.27)$$

De esta manera las constantes de acoplamiento  $\epsilon_V$  y  $\epsilon_A$  contenidas en (III.54), tomando por simplicidad  $\alpha \approx \beta$ , son

$l=1, 2$   
 $l, l'$

$$\epsilon_{A_i}^{ll'} = A g^0 X^i \sum_{h=1}^2 \frac{R_{(\nu)}^{lh} R_{(\nu)}^{l'h}}{S_i^{(h)2}} \quad (IV.28)$$

$$\epsilon_{V_i}^{ll'} = A g^0 X^i \left[ - \sum_{h=1}^2 \frac{R_{(\nu)}^{lh} R_{(\nu)}^{l'h}}{S_i^{(h)2}} + 4 \delta^{ll'} |q_l| \right]$$

donde A es una constante que vale 1 para los  $e_{(1)}, e_{(2)}, \dots, d_{(1)}, \dots$  y vale -1 para los  $\nu_{e(1)}, \nu_{e(2)}, \dots, u_{(1)}, u_{(2)}, \dots$

Aplicando las reglas de Feynman contenidas en el lagrangiano (IV.26) al diagrama de la FIGURA IV.3 se obtiene la amplitud de dispersión para el proceso bajo estudio

$$M = (i/4) u(f_l, p_1) \gamma^\mu [\epsilon_{V_i} + \epsilon_{A_i} \gamma_5] v(\bar{f}_{l'}, p_2) \xi_\mu(k, \lambda) \quad (IV.29)$$

donde u y v son los espinores de los fermiones con impulso  $p_1$  y  $p_2$  respectivamente y  $\xi_\mu$  es la polarización del  $Z_1$  con impulso  $k_\mu$ . El módulo cuadrado de la amplitud (IV.30) es

$$|M|^2 = -1/16 \text{Tr} \left\{ (m_{f_l} + p_1) \xi(k, \lambda) (\epsilon_{V_i} + \epsilon_{A_i} \gamma_5) (m_{f_{l'}} - p_2) \cdot \xi^*(k, \lambda) (\epsilon_{V_i} + \epsilon_{A_i} \gamma_5) \right\} \quad (IV.30)$$

y utilizando los teoremas sobre las trazas de las matrices de

Dirac: contenidos en el Apéndice I esta expresión queda

$$|M|^2 = -1/4 \left\{ m_{f_1} m_{f_2} (\xi_{v_1}^2 - \xi_{A_1}^2) \delta^* \cdot \delta - 2i \xi_{v_1} \xi_{A_1} \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p^\alpha p^\beta \delta^\gamma \delta^{*\delta} - \right. \\ \left. (\xi_{v_1}^2 + \xi_{A_1}^2) (p_2 \cdot \delta p_1 \cdot \delta^* + p_1 \cdot \delta p_2 \cdot \delta^* - p_1 \cdot p_2 \delta \cdot \delta^*) \right\} \quad (IV.31)$$

Ahora debemos apelar a la cinemática de la reacción (IV.25) para encontrar una expresión para los impulsos  $p_1$  y  $p_2$ .

En el sistema de reposo del bosón  $Z_1$ , sistema de centro de masa, los impulsos  $p_1$ ,  $p_2$  y  $k$  pueden escribirse como

$$p_1 = (E_{p_1}, \vec{p}) \\ p_2 = (E_{p_2}, -\vec{p}) \\ k = (M_{Z_1}, 0) \quad (IV.32)$$

Puesto que  $P_1^2 = m_{f_1}^2$  y  $P_2^2 = m_{f_2}^2$  de las ecuaciones anteriores se obtiene

$$E_{p_1}^2 = m_{f_1}^2 + |\vec{p}|^2 \\ E_{p_2}^2 = m_{f_2}^2 + |\vec{p}|^2 \quad (IV.33)$$

que junto a la conservación del impulso ( $k = p_1 + p_2$ ) nos llevan al siguiente sistema de ecuaciones

$$E_{p_1} - E_{p_2} = (m_{f_1}^2 - m_{f_2}^2) / M_{Z_1} \\ E_{p_1} + E_{p_2} = M_{Z_1} \quad (IV.34)$$

de donde rápidamente se obtienen las energías de las partículas

$$E_{p_1} = (M_z/2) \left\{ 1 + (m_{f_1}^2 - m_{f_2}^2)/M_z^2 \right\}$$

$$E_{p_2} = (M_z/2) \left\{ 1 - (m_{f_1}^2 - m_{f_2}^2)/M_z^2 \right\}$$
(IV.35)

En estas condiciones de (IV.33) podemos encontrar el valor del módulo del impulso

$$|\vec{p}| = (M_z/2) \left\{ 1 - (2/M_z^2)(m_{f_1}^2 + m_{f_2}^2) + (m_{f_1}^2 - m_{f_2}^2)^2/M_z^4 \right\}^{1/2}$$
(IV.36)

con las ecuaciones (IV.35) y (IV.36) los impulsos (IV.32) pueden escribirse como

$$p_1 = (E_{p_1}, |\vec{p}|(\text{sen } \Theta, 0, \text{cos } \Theta))$$

$$p_2 = (E_{p_2}, |\vec{p}|(-\text{sen } \Theta, 0, -\text{cos } \Theta))$$
(IV.37)

Por otro lado, el ritmo de decaimiento debe ser independiente de la polarización de la partícula y es por esto que tomamos el caso más simple en el que el  $Z_1$  está polarizado longitudinalmente

$$\xi = (0; 0, 0, 1)$$
(IV.38)

Finalmente los productos de impulso que aparecen en la expresión (IV.31) quedan expresados en función de las masas de las partículas y del ángulo  $\Theta$ .

$$p_1 \cdot \xi = -\left(\frac{M_z}{2}\right) \left\{ 1 - \left(\frac{2}{M_z^2}\right) (m_{f_1}^2 + m_{f_2}^2) + \frac{(m_{f_1}^2 - m_{f_2}^2)^2}{M_z^4} \right\}^{1/2} \cos \Theta$$

$$p_2 \cdot \xi = -p_1 \cdot \xi \quad (\text{IV.39})$$

$$p_1 \cdot p_2 = 1/2 [M_z^2 - (m_{f_1}^2 + m_{f_2}^2)]$$

Como es sabido el ritmo de decaimiento por unidad de ángulo sólido de una partícula en reposo en dos partículas está dado por la siguiente expresión

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega_{\text{C.M.}}} = \frac{|M|^2}{64\pi^2} \frac{\xi^{12}}{M_z^3} \quad (\text{IV.40})$$

$$\text{con } \xi^{12} = \left[ S - (m_{f_1} + m_{f_2})^2 \right]^{1/2} \left[ S - (m_{f_1} - m_{f_2})^2 \right]^{1/2}$$

donde S es el cuadrado de la energía del centro de masa que en este caso vale

$$S = M_z^2 \quad (\text{IV.41})$$

Si en (IV.40) reemplazamos el valor de  $|M|^2$  ((IV.31)) con la ayuda de (IV.39) y (IV.41) e integrando  $\Theta$  obtenemos la expresión para la probabilidad de decaimiento de  $\underline{Z_1}$  en un par de fermiones

$$\Gamma = \left[ M_Z^2 - (m_{f_1} - m_{f_2})^2 \right]^{1/2} \left[ M_Z^2 - (m_{f_1} + m_{f_2})^2 \right]^{1/2} (384 M_Z^5)^{-1} \quad (IV.42)$$

$$\left\{ M_Z^2 (\xi_{V_1}^2 + \xi_{A_1}^2) (2M_Z^2 - m_{f_1}^2 - m_{f_2}^2) + 6 m_{f_1} m_{f_2} M_Z^2 (\xi_{V_1}^2 - \xi_{A_1}^2) - \right.$$

$$\left. (\xi_{V_1}^2 + \xi_{A_1}^2) (m_{f_1}^2 - m_{f_2}^2)^2 \right\} N$$

donde N es el numero de colores del fermión.

Los valores de las constantes  $\xi_{V_1}$  y  $\xi_{A_1}$  para el acoplamiento de  $Z_1$  y  $Z_2$  para los fermiones se encuentran en la TABLA IV.1 Y TABLA IV.2 para distintos valores de R y  $\alpha$ .

Además se presenta en la FIGURA IV.4 y FIGURA IV.5 el ancho de decaimiento fermiónico total de ambos bosones intermedarios como función de la masa de los fermiones excitados cargados para la masa de los fermiones excitados neutros del orden de 10 GeV. que es un valor interesante desde el punto de vista cosmológico.<sup>8</sup>

En esta gráfica se muestra un aspecto interesante de este modelo.<sup>9</sup> Se observa que para grandes valores de las masas de las partículas excitadas el ancho total es menor que el predicho por el modelo de Salam-Weinberg. Este es un hecho que distingue a éste de otros modelos extendidos y es cualitativamente fácil de ser observado experimentalmente.

En estos calculos se tomó como límite inferior de la masa de los fermiones cargados excitados la cota inferior experimental que se obtiene procesos de dispersión  $e^+e^-$ .<sup>10</sup> ( $\cong 30$  GeV.)

En este punto es importante destacar que en este modelo no existen a nivel arbol interacciones del tipo  $\bar{e}_1 e_2 \gamma$ , lo cual

elimina fuertes restricciones a las masas de las partículas  
 (11)  
 excitadas provenientes de cotas de decaimientos radiativos de Z  
 y W, y de medidas de  $(g-2)_{\mu}^{12}$ .

Vertice	$\xi_A$	$\xi_V$
$Z_{1\nu e_1\nu e_1}, Z_{1\nu\mu_1\nu\mu_1}, Z_{1\nu\tau_1\nu\tau_1}$	-0.73	0.73
$Z_{1\nu e_1\nu e_2}, Z_{1\nu\mu_1\nu\mu_2}, Z_{1\nu\tau_1\nu\tau_2}$	-0.08	0.08
$Z_{1\nu e_2\nu e_2}, Z_{1\nu\mu_2\nu\mu_2}, Z_{1\nu\tau_2\nu\tau_2}$	0.04	-0.04
$Z_{1e_1e_1}, Z_{1\mu_1\mu_1}, Z_{1\tau_1\tau_1}$	* 0.73	-0.11 *
$Z_{1e_1e_2}, Z_{1\mu_1\mu_2}, Z_{1\tau_1\tau_2}$	0.09	-0.09
$Z_{1e_2e_2}, Z_{1\mu_2\mu_2}, Z_{1\tau_2\tau_2}$	-0.05	0.66
$Z_{1u_1u_1}, Z_{1c_1c_1}, Z_{1t_1t_1}$	* -0.73	0.32 *
$Z_{1u_1u_2}, Z_{1c_1c_2}, Z_{1t_1t_2}$	-0.08	0.08
$Z_{1u_2u_2}, Z_{1c_2c_2}, Z_{1t_2t_2}$	0.04	-0.46 *
$Z_{1d_1d_1}, Z_{1s_1s_1}, Z_{1b_1b_1}$	* 0.73	-0.52 *
$Z_{1d_1d_2}, Z_{1s_1s_2}, Z_{1b_1b_2}$	0.08	-0.08
$Z_{1d_2d_2}, Z_{1s_2s_2}, Z_{1b_2b_2}$	-0.04	0.25

TABLA IV 1 Valor de las constantes de acoplamiento vectorial y axial entre los fermiones ordinarios y excitados y el bosón vectorial ordinario. Para  $R = 1$  y  $\sin(\alpha) = 0.1$

Vertice	$\epsilon_A$	$\epsilon_V$
$Z_{2\nu e_1 e_1}, Z_{2\nu \mu_1 \mu_1}, Z_{2\nu \tau_1 \tau_1}$	-0.12	0.12
$Z_{2\nu e_1 e_2}, Z_{2\nu \mu_1 \mu_2}, Z_{2\nu \tau_1 \tau_2}$	0.14	-0.14
$Z_{2\nu e_2 e_2}, Z_{2\nu \mu_2 \mu_2}, Z_{2\nu \tau_2 \tau_2}$	-1.49	1.49
$Z_{2e_1 e_1}, Z_{2\mu_1 \mu_1}, Z_{2\tau_1 \tau_1}$	* 0.12	0.23
$Z_{2e_1 e_2}, Z_{2\mu_1 \mu_2}, Z_{2\tau_1 \tau_2}$	-0.14	0.14
$Z_{2e_2 e_2}, Z_{2\mu_2 \mu_2}, Z_{2\tau_2 \tau_2}$	1.49	-1.14
$Z_{2u_1 u_1}, Z_{2c_1 c_1}, Z_{2t_1 t_1}$	* -0.12	-0.11
$Z_{2u_1 u_2}, Z_{2c_1 c_2}, Z_{2t_1 t_2}$	0.14	-0.14
$Z_{2u_2 u_2}, Z_{2c_2 c_2}, Z_{2t_2 t_2}$	-1.49	1.26
$Z_{2d_1 d_1}, Z_{2s_1 s_1}, Z_{2b_1 b_1}$	* 0.12	-0.01
$Z_{2d_1 d_2}, Z_{2s_1 s_2}, Z_{2b_1 b_2}$	-0.14	0.14
$Z_{2d_2 d_2}, Z_{2s_2 s_2}, Z_{2b_2 b_2}$	1.49	-1.38

TABLA IV.2 Valor de las constantes de acoplamiento vectorial y axial entre los fermiones ordinarios y excitados y e boson vectorial excitado. Para  $R = 1$  y  $\sin(\alpha) = 0.1$

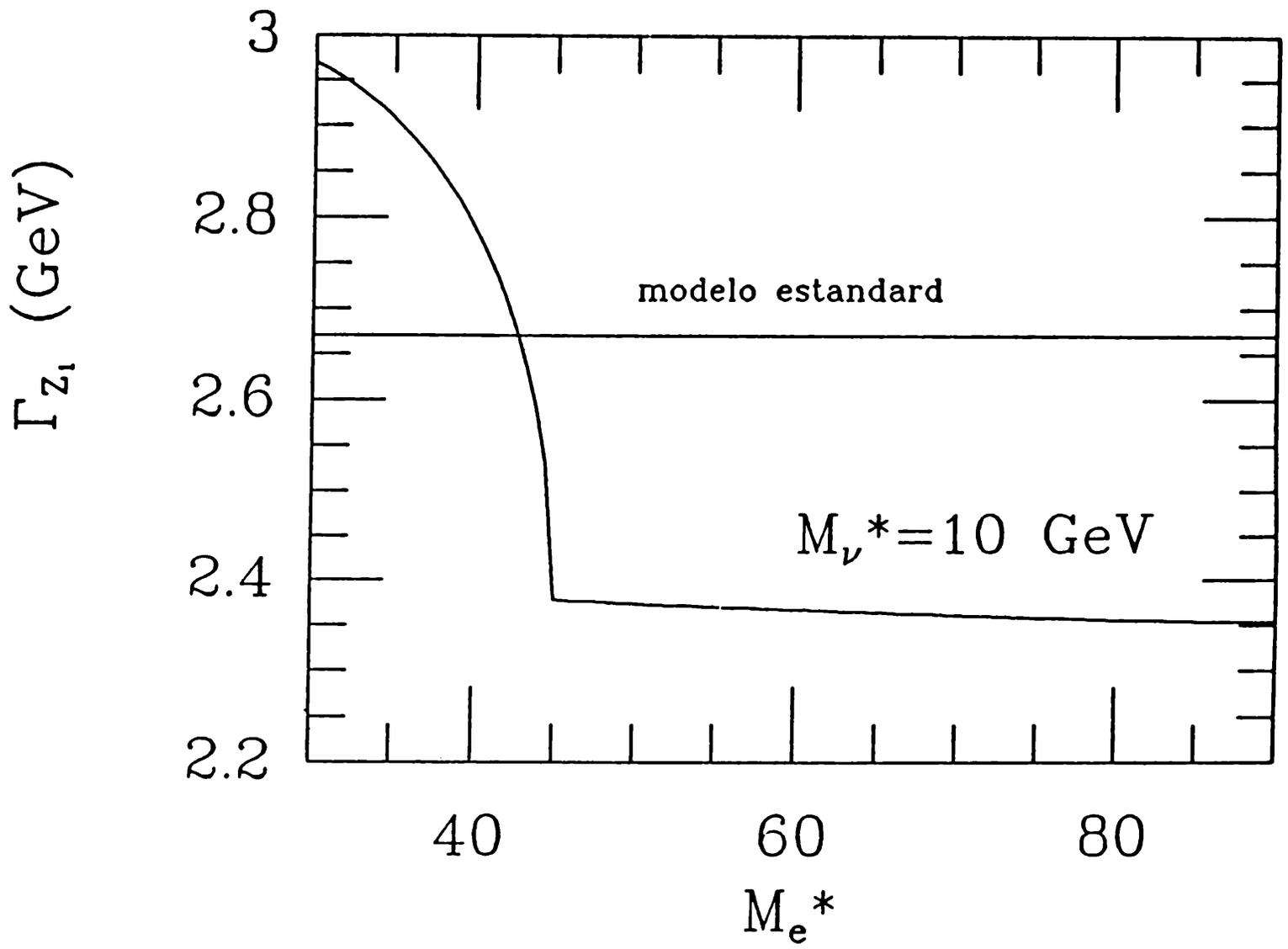


FIGURA IV.4 Ancho de decaimiento fermiónico total del boson  $Z_1$  para  $m_{\nu 2} = 10$  GeV

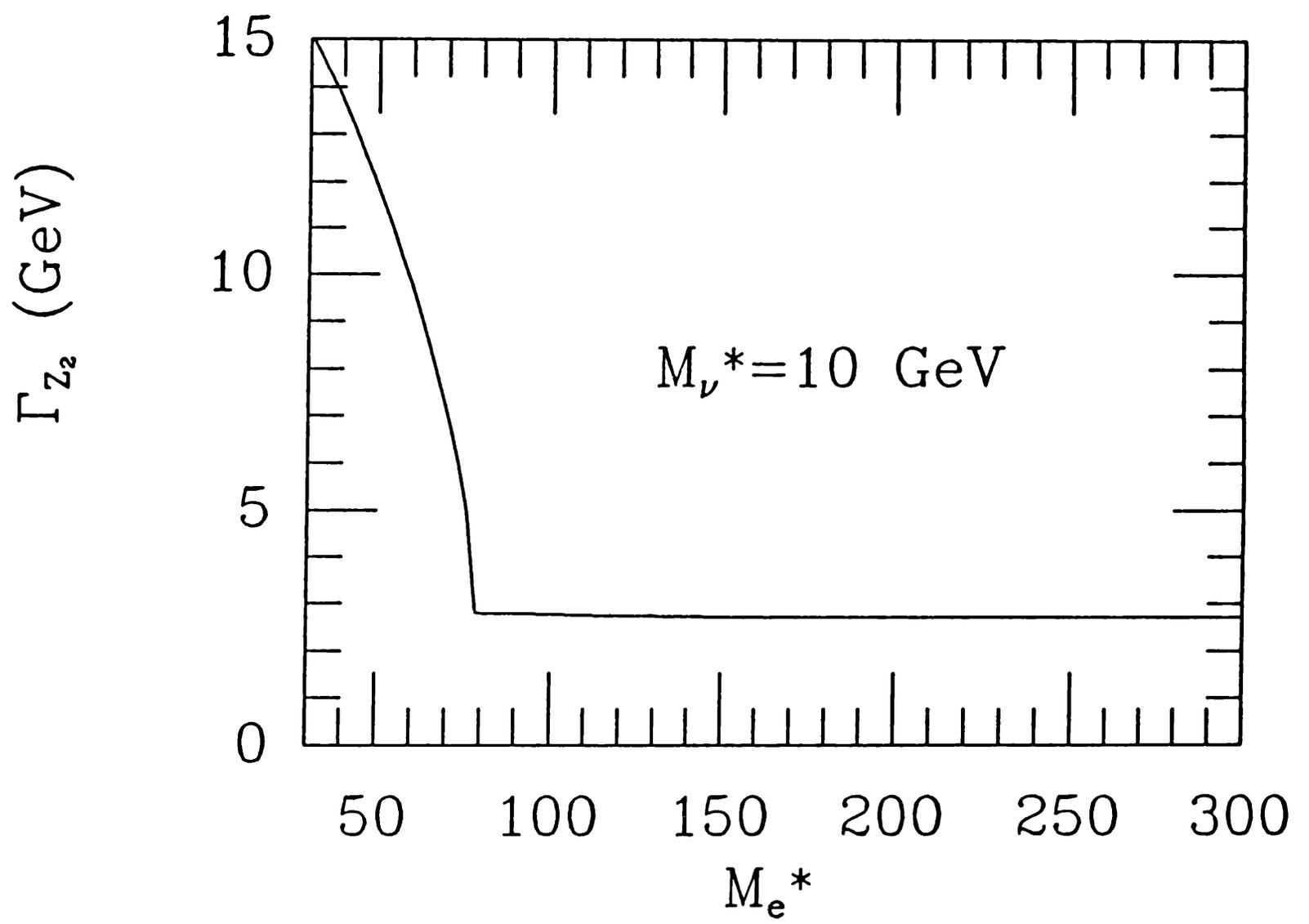


FIGURA IV.5: Ancho de decaimiento fermiónico total del boson  $Z_2$  para  $m_{\nu_2} = 10$  GeV  $R=1$

## ASIMETRIAS

Un importante sondeo de las interacciones electrodébiles de este modelo es el estudio de la reacción leptónica



y en particular las asimetrías<sup>13</sup> adelante-atrás, izquierda-derecha y el apartamiento<sup>14</sup> de la electrodinámica cuántica a bajas energías  $(\sigma^{\text{MOD}} - \sigma^{\text{QED}}) / \sigma^{\text{QED}}$ . Aquí comenzaremos por el estudio de esta última. Es decir, estudiaremos cuál es el apartamiento de la sección eficaz total del modelo, para la reacción (IV.43), de la sección eficaz debida únicamente a la electrodinámica. Finalmente, teniendo en cuenta los valores experimentales de  $(\sigma^{\text{MOD}} - \sigma^{\text{QED}}) / \sigma^{\text{QED}}$ , veremos si el modelo tiene un comportamiento aceptable a bajas energías para la reacción (IV.43):

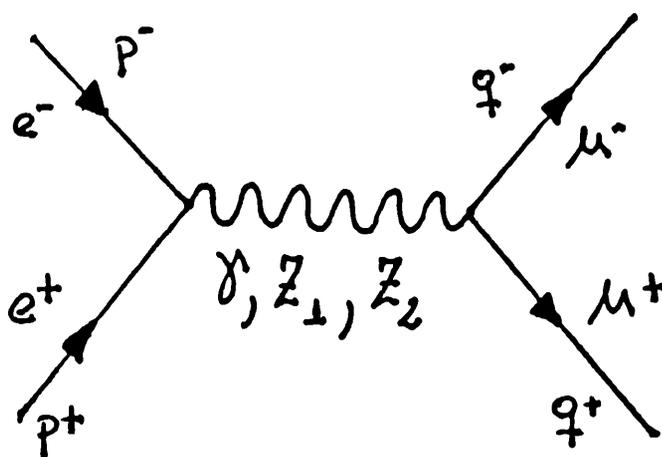


FIGURA IV.6<sup>f</sup>: Dispersión  $e^+e^- \longrightarrow \mu^+\mu^-$

Las reacciones del tipo  $e^+e^- \longrightarrow l^+l^-$  pueden describirse en una

forma independiente del modelo utilizando el formalismo de Hung y Sakurai<sup>15</sup> quienes introducen tres parámetros  $h_{VV}$ ,  $h_{VA}$ ,  $h_{AA}$ . Si se supone universalidad en las interacciones entre corrientes neutras de leptones, estos parámetros serán los mismos para  $l=e,\mu,\tau$ .

En los modelos que tienen un único bosón neutro intermediario Z (como el modelo de Salam-Weinberg) los parámetros  $h_{VV}$ ,  $h_{VA}$  y  $h_{AA}$  pueden relacionarse<sup>16</sup> directamente a las constantes de acoplamiento vectorial y axial  $g_V$ ,  $g_A$  medidas en el proceso de dispersión neutrino-electrón. Para este modelo, donde tenemos más de un bosón neutro intermediario, la conexión entre las constantes no es tan directa.

En el formalismo de Sakurai el proceso de dispersión (IV.43) puede describirse por el Hamiltoniano efectivo de bajas energías

$$\begin{aligned} \Pi_{efec.}^N = & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ h_{VV} (\bar{e} \gamma_\mu e + \bar{\mu} \gamma_\mu \mu) (\bar{e} \gamma^\mu e + \bar{\mu} \gamma^\mu \mu) + \right. \\ & 2h_{VA} (\bar{e} \gamma_\mu e + \bar{\mu} \gamma_\mu \mu) (\bar{e} \gamma^\mu \gamma_5 e + \bar{\mu} \gamma^\mu \gamma_5 \mu) + \\ & \left. h_{AA} (\bar{e} \gamma_\mu \gamma_5 e + \bar{\mu} \gamma_\mu \gamma_5 \mu) (\bar{e} \gamma^\mu \gamma_5 e + \bar{\mu} \gamma^\mu \gamma_5 \mu) \right\} \quad (IV.44) \end{aligned}$$

En el modelo de Salam-Weinberg los parámetros toman los valores

$$h_{VV} = 1/4 (1 - 4 \sin^2 \theta_W)^2, \quad h_{AV} = 1/4 (1 - 4 \sin^2 \theta_W), \quad h_{AA} = 1/4 \quad (IV.45)$$

Con el Hamiltoniano (IV.44) fácilmente puede obtenerse el apartamiento de la electrodinámica cuántica<sup>17</sup> obteniéndose

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma^{\text{QED}}} = \frac{\sigma^{\text{MOD}} - \sigma^{\text{QED}}}{\sigma^{\text{QED}}} = \frac{-G_F S}{\sqrt{2} \pi \alpha} h_{\nu\nu} \quad (\text{IV.46})$$

donde  $S$  es cuadrado de la energía de centro de masa.

Este apartamiento puede ser parametrizado en función del cut-off  $\Lambda$  que se obtiene de medidas de la sección eficaz total para el proceso (IV.43) de manera que

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma^{\text{QED}}} \geq \frac{-2 S}{\Lambda^2} \quad (\text{IV.47})$$

y experimentalmente<sup>18</sup> se obtiene  $\Lambda \simeq 200 \text{ GeV}$

De las ecuaciones (IV.46) y (IV.47) obtenemos cotas al parámetro  $h_{\nu\nu}$

$$h_{\nu\nu} \leq \frac{2 \sqrt{2}}{G_F} \frac{\pi \alpha}{\Lambda^2} \quad (\text{IV.48})$$

Ahora debemos ver cuál es, en este modelo, la expresión para  $h_{\nu\nu}$ . Para esto tomamos el Hamiltoniano de bajas energías del modelo (IV.21) y rotulamos los campos fermiónicos con un índice que identifique la familia.

Si suponemos universalidad en las interacciones, la interacción entre leptones ordinarios a bajas energías mediadas por corrientes neutras para las familias del electrón y del muón resulta

$$\begin{aligned}
H_{elec}^N = 2/v_1^2 \sum_{i,j=1}^2 & \left\{ \left[ \left( \frac{-\cos^2 \beta}{4} + \frac{e^2}{\epsilon_1^2} \right) \bar{e}_i^{(1)} \gamma^\mu e_i^{(1)} + \frac{\cos^2 \beta}{4} \bar{e}_i^{(1)} \gamma^\mu \gamma_5 e_i^{(1)} \right] \cdot \right. \\
& \left[ \left( \frac{-\cos^2 \beta}{4} + \frac{e^2}{\epsilon_1^2} \right) \bar{e}_j^{(1)} \gamma_\mu e_j^{(1)} + \frac{\cos^2 \beta}{4} \bar{e}_j^{(1)} \gamma_\mu \gamma_5 e_j^{(1)} \right] + \\
& \left[ \left( \frac{-\sin^2 \beta}{4} + \frac{e^2}{\epsilon_2^2} \right) \bar{e}_i^{(1)} \gamma^\mu e_i^{(1)} + \frac{\sin^2 \beta}{4} \bar{e}_i^{(1)} \gamma^\mu \gamma_5 e_i^{(1)} \right] \\
& \left. \left[ \left( \frac{-\sin^2 \beta}{4} + \frac{e^2}{\epsilon_2^2} \right) \bar{e}_j^{(1)} \gamma_\mu e_j^{(1)} + \frac{\sin^2 \beta}{4} \bar{e}_j^{(1)} \gamma_\mu \gamma_5 e_j^{(1)} \right] 1/R^2 \right\}
\end{aligned} \tag{IV.49}$$

donde los valores  $i,j=1$  rotulan al electrón y  $i,j=2$  rotulan al muón. Reacomodando los términos en (IV.49) teniendo en cuenta las relaciones (III.17) y (IV.6) para  $\alpha \approx \beta$  y comparándola con la expresión independiente del modelo (IV.44) se obtiene para los parámetros  $h_{VV}$ ,  $h_{VA}$ ,  $h_{AA}$  la siguiente expresión:

$$\begin{aligned}
h_{VV} = 1/4 & \left\{ \left[ -\cos^2 \beta + 4e^2/\epsilon_1^2 \right]^2 + 1/R^2 \left[ -\sin^2 \beta + 4e^2/\epsilon_2^2 \right]^2 \right\} \\
& \left\{ \cos^4 \beta \left[ 1 + t\epsilon^4 \beta/R^2 \right] \right\}^{-1}
\end{aligned} \tag{IV.50}$$

$$\begin{aligned}
h_{VA} = 1/4 & \left\{ \left[ -\cos^2 \beta + 4e^2/\epsilon_1^2 \right]^2 \cos^2 \beta + 1/R^2 \left[ -\sin^2 \beta + 4e^2/\epsilon_2^2 \right]^2 \sin^2 \beta \right\} \\
& \left\{ \cos^4 \beta \left[ 1 + t\epsilon^4 \beta/R^2 \right] \right\}^{-1}
\end{aligned}$$

$$h_{AA} = 1/4$$

Pero como vimos al comienzo de este capítulo  $\sin \beta \lesssim 0,1$  y de esta manera tenemos aproximadamente

$$\text{sen}^2 \beta \cong \beta^2$$

(IV.51)

$$\text{cos}^2 \beta \cong 1 - \beta^2$$

con lo cual a  $O(\beta^4)$  las constantes de acoplamiento quedarán

$$h_{\text{VV}} = 1/4 \left\{ \left[ -1 + 4e^2/\epsilon_1^2 \right]^2 + A(\beta^2) \right\}$$

$$h_{\text{VA}} = 1/4 \left\{ \left[ -1 + 4e^2/\epsilon_1^2 \right] + B(\beta^2) \right\}$$

(IV.52)

$$h_{\text{AA}} = 1/4$$

Donde

$$A(\beta^2) = C + 1/2 \left\{ e^2/\epsilon_1^2 \left[ -1 + 4e^2/\epsilon_1^2 \right]^2 + 1/R^2 e^2/\epsilon_2^2 \left[ -1 + 4e^2/\epsilon_2^2 \right] \right\} \beta^2$$

(IV.53)

$$B(\beta^2) = e^2 \left( 1/\epsilon_1^2 + 1/\epsilon_2^2 R^2 \right) \beta^2$$

con<sup>13</sup>

$$C = e^4/\epsilon_2^4 R^2 = \frac{16 \pi^2 \alpha^2}{\epsilon_1^2 \epsilon_2^2} \frac{M_{W1}^2}{M_{W2}^2}$$

(IV.54)

En estas condiciones para  $\beta \cong 0$  se tiene  $A(0)=C$ ,  $B(0)=0$  con lo cual si se identifica

$$e^2/\epsilon_1^2 = \text{sen}^2 \theta_w$$

(IV.55)

(aquí  $\theta_w$  no tiene un sentido preciso como en el modelo de Salam-Weinberg, donde describe la mezcla entre el fotón y el

único bosón neutro Z) notamos que (IV.51) describe la misma fenomenología de bajas energías que el modelo de Salam-Weinberg a menos del término  $G$  en  $h_{\nu\nu}$ . En el modelo de Salam-Weinberg  $G \equiv 0$ , y si nos aproximamos a este modelo poniendo  $\beta^2 = 0$  vemos que  $G \neq 0$  por lo que se concluye que este término proviene exclusivamente de la ampliación del grupo de gauge.

Para el valor usualmente aceptado<sup>4</sup>,  $\sin^2 \theta_w = 0,23 \pm 0,048$ , el máximo valor permitido de  $G$ , o para  $\beta^2 \neq 0$  de  $A(\beta^2)$ , puede obtenerse de la cota experimental para  $\Delta\sigma/\sigma^{\text{QED}}$  que da

$$0 \leq A(\beta^2) \leq \pi\alpha / (\sqrt{2} G_F \Lambda^2) - (1/4 - \sin^2 \theta_w)^2 \quad (\text{IV.56})$$

Experimentalmente<sup>10</sup> se encuentra que para  $\sqrt{s} = 44 \text{ GeV}$   $A(\beta^2) \leq 0.035$  y, de esta manera pueden testearse las cotas anteriores a los ángulos de mezcla. Tomando  $\alpha, \beta \leq 0.1$  y  $R=1$  se encuentra que la predicción del modelo a  $A(\beta^2)$  ((IV.53) y (IV.54)) no viola la cota experimental ( $A(\beta^2) \leq 0.035$ ) y entonces la fenomenología de bajas energías es idéntica a la del modelo de Salam-Weinberg a menos de un término ( $A(\beta^2)$ ) que está a salvo por debajo del valor experimental.

A continuación vamos a estudiar el proceso (IV.43) pero ya no como límite de bajas energías, con el fin de estudiar las asimetrías <sup>7</sup>adelante-atrás,  $A_{\text{FB}}$ , y la asimetría izquierda-derecha,  $A_{\text{LR}}$ .

La asimetría adelante-atrás está dada por

$$A_{FB} = \frac{N(\theta < 90^\circ) - N(\theta > 90^\circ)}{N(\theta < 90^\circ) + N(\theta > 90^\circ)} \quad (IV.57)$$

donde  $N(\theta < 90^\circ)$  es el número de eventos con  $\mu^-$  dispersados en la semiesfera delantera con respecto a la dirección del  $\bar{e}$  entrante y  $N(\theta > 90^\circ)$  es el número dispersado en la semiesfera opuesta.

La expresión (IV.57) puede escribirse en función de la sección eficaz diferencial  $d\sigma/dz$

$$A_{FB} = \frac{\int_0^1 \frac{d\sigma}{dz} dz - \int_{-1}^0 \frac{d\sigma}{dz} dz}{\int_{-1}^1 \frac{d\sigma}{dz} dz} \quad (IV.58)$$

con  $Z = \cos\theta$ .

Por otro lado, la violación de paridad por parte de las interacciones débiles pueden caracterizarse por las diferencias en la sección eficaz de dispersión entre electrones izquierdos y derechos colisionando con positrones no polarizados. Esta información puede resumirse en lo que se denomina asimetría izquierda-derecha

$$A_{FB} = \frac{\sigma_L - \sigma_R}{\sigma_L + \sigma_R} \quad (IV.59)$$

Como vemos, para el cálculo de estas asimetrías necesitamos obtener primeramente la sección eficaz diferencial para el proceso (IV.43). La amplitud para el proceso representado en la FIGURA IV.6 será

$$\begin{aligned}
M = & ie^2 \bar{u}(\mu^-, q^-) \gamma_\mu v(\mu^+, q^+) \frac{\epsilon^{\mu\nu}}{S} \bar{v}(e^+, p^+) \gamma_\nu u(e^-, p^-) + \\
& \sum_{i=1}^2 \frac{1}{16} \bar{u}(\mu^-, q^-) \gamma_\mu [\epsilon_{V_i} + \epsilon_{A_i} \gamma_5] v(\mu^+, q^+) \frac{\epsilon^{\mu\nu}}{[(S-M_{Z_i}^2) + iM_{Z_i} \Gamma_{Z_i}]} \cdot \\
& v(e^+, p^+) \gamma_\nu [\epsilon_{V_i} + \epsilon_{A_i} \gamma_5] u(e^-, p^-)
\end{aligned} \tag{IV.60}$$

donde los valores de  $\epsilon_{V_i}$  y  $\epsilon_{A_i}$  están dados por (IV.28) y el propagador de los bosones masivos neutros fue reemplazado por el apropiado para una partícula inestable de ancho total  $\Gamma_{Z_i}$ .

La sección eficaz diferencial por unidad de ángulo sólido está dada por

$$\frac{d\sigma}{dz} = \frac{|M|^2}{32\pi S} \tag{IV.61}$$

donde en  $|M|^2$  se incluye la suma sobre estados finales y su promedio sobre estados iniciales.

Por lo tanto, tenemos para (IV.61) con la ayuda de (IV.60) y llamando

$$\begin{aligned}
\epsilon_{L_a} = \epsilon_{V_a} - \epsilon_{A_a}, \quad \epsilon_{R_a} = \epsilon_{V_a} + \epsilon_{A_a}, \quad \chi_a(S) = \frac{[S-M_{Z_a}^2]^2}{[S-M_{Z_a}^2]^2 + M_{Z_a}^2 \Gamma_{Z_a}^2} \\
\rho_{L_a}(S) = \frac{1}{128\pi\alpha} \frac{S}{(S-M_{Z_a}^2)}
\end{aligned} \tag{IV.62}$$

obtenemos

$$\frac{d\sigma}{dz} = \frac{\pi\alpha^2}{2S} \left\{ (z^2 + 1) + \sum_{\alpha=1}^2 \rho_{\alpha}(S) \chi_{\alpha}(S) \left[ (\epsilon_{L_{\alpha}} + \epsilon_{R_{\alpha}})^2 (z^2 + 1) + 2(\epsilon_{L_{\alpha}} - \epsilon_{R_{\alpha}})^2 z \right] \right. \\ \left. + \sum_{\alpha=1}^2 \rho_{\alpha}^2(S) \chi_{\alpha}^2(S) \left[ (\epsilon_{L_{\alpha}}^2 + \epsilon_{R_{\alpha}}^2)^2 (z^2 + 1) + 2(\epsilon_{L_{\alpha}}^2 - \epsilon_{R_{\alpha}}^2)^2 z \right] \right\} + \quad (IV.63)$$

$$\rho_1(S) \rho_2(S) \chi_1(S) \chi_2(S) \left[ (\epsilon_{L_1} \epsilon_{L_2} + \epsilon_{R_1} \epsilon_{R_2})^2 (z^2 + 1) + 2(\epsilon_{R_1} \epsilon_{R_2} - \epsilon_{L_1} \epsilon_{L_2})^2 z \right]$$

Con esta expresión y las definiciones (IV.58) y (IV.59) fácilmente se obtienen las expresiones para la sección eficaz total  $\sigma(S)^{MOD}$

$$\sigma(S)^{MOD} = \frac{4\pi\alpha^2}{3S} \mathcal{R}(S) \quad (IV.64)$$

donde

$$\mathcal{R}(S) = 1 + \sum_{\alpha=1}^2 \left[ \rho_{\alpha}(S) \chi_{\alpha}(S) (\epsilon_{L_{\alpha}} + \epsilon_{R_{\alpha}})^2 + \rho_{\alpha}^2(S) \chi_{\alpha}^2(S) (\epsilon_{L_{\alpha}}^2 + \epsilon_{R_{\alpha}}^2)^2 \right] + \quad (IV.65)$$

$$2 \rho_1(S) \rho_2(S) \chi_1(S) \chi_2(S) (\epsilon_{L_1} \epsilon_{L_2} + \epsilon_{R_1} \epsilon_{R_2})^2$$

y para las asimetrías  $A_{FB}$ ,  $A_{LR}$  tenemos

$$A_{FB}(S) = \frac{3}{4\mathcal{R}(S)} \left\{ \sum_{\alpha=1}^2 \left[ \rho_{\alpha}(S) \chi_{\alpha}(S) (\epsilon_{L_{\alpha}} - \epsilon_{R_{\alpha}})^2 + \rho_{\alpha}^2(S) \chi_{\alpha}^2(S) (\epsilon_{L_{\alpha}}^2 - \epsilon_{R_{\alpha}}^2)^2 \right] + \right. \quad (IV.66)$$

$$\left. 2 (\epsilon_{L_1} \epsilon_{L_2} - \epsilon_{R_1} \epsilon_{R_2})^2 \rho_1(S) \rho_2(S) \chi_1(S) \chi_2(S) \right\}$$

$$A_{LR} = 1/R(S) \left\{ \sum_{\alpha=1}^2 \left[ (\xi_{L\alpha}^2 - \xi_{R\alpha}^2) \rho_{\alpha}(S) \chi_{\alpha}(S) + (\xi_{L\alpha}^4 - \xi_{R\alpha}^4) \rho_{\alpha}^2(S) \chi_{\alpha}(S) \right] + \right. \\ \left. 2(\xi_{L1}^2 \xi_{L2}^2 - \xi_{R1}^2 \xi_{R2}^2) \rho_1(S) \rho_2(S) \chi_1(S) \chi_2(S) \right\} \quad (IV.67)$$

Los valores de estas asimetrías se encuentran representadas<sup>13</sup> en función de S en las FIGURA IV.7 a FIGURA IV.12 para distintos valores del parámetro R y de las masas de los mediadores ordinarios  $M_{W1}$ ,  $M_{Z1}$ .

Como se ve en estas gráficas existe un gran apartamiento del modelo estandar en el rango de energías de 100-200 GeV. Esto hace que las predicciones del modelo puedan ser facilmente comprobadas por LEP en el futuro proximo.

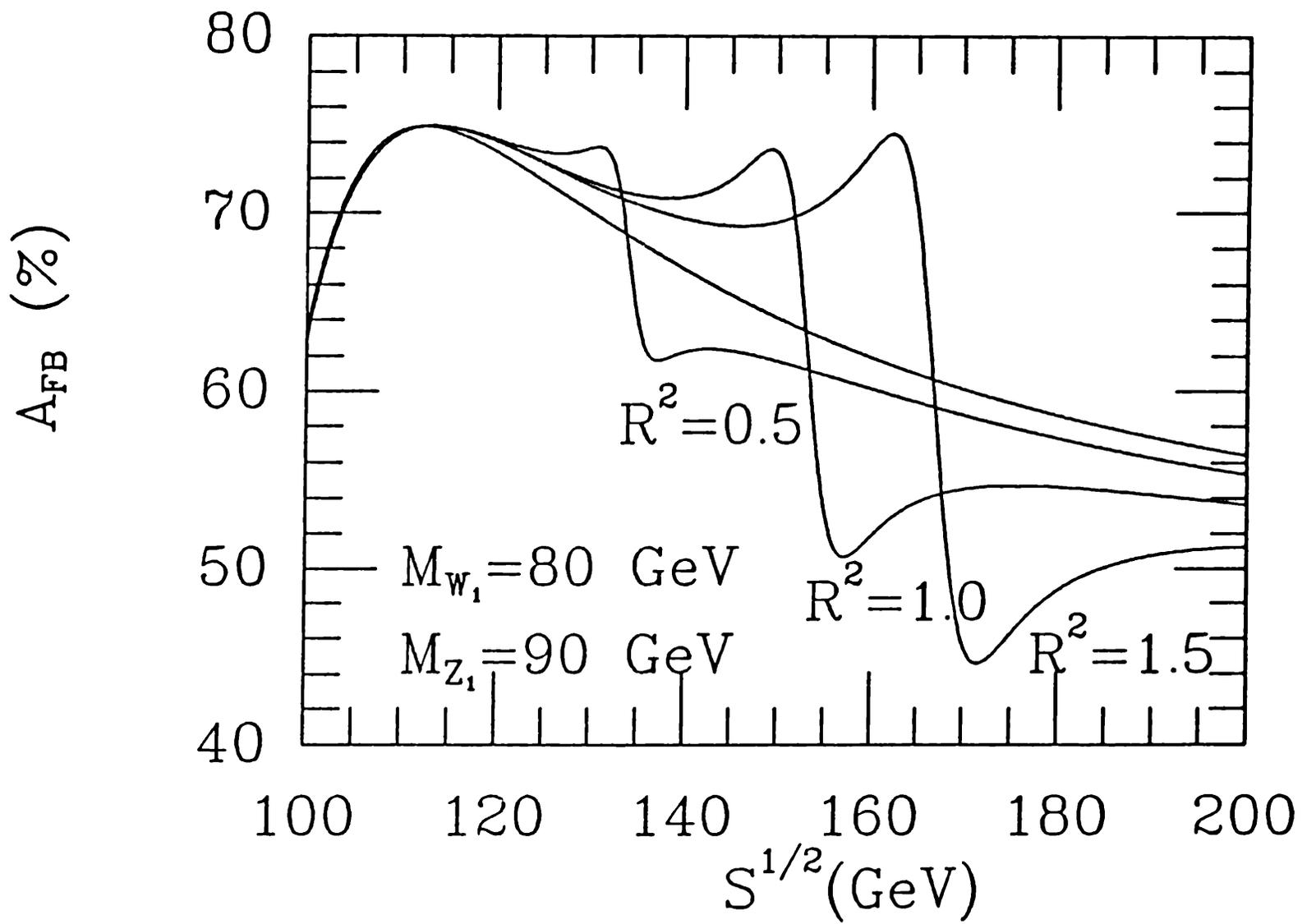


FIGURA IV 7: Asimetría delante-atrás para  $M_{W_1} = 80 \text{ GeV}$ ,  $M_{Z_1} = 90 \text{ GeV}$  y distintos valores del parámetro  $R$ .

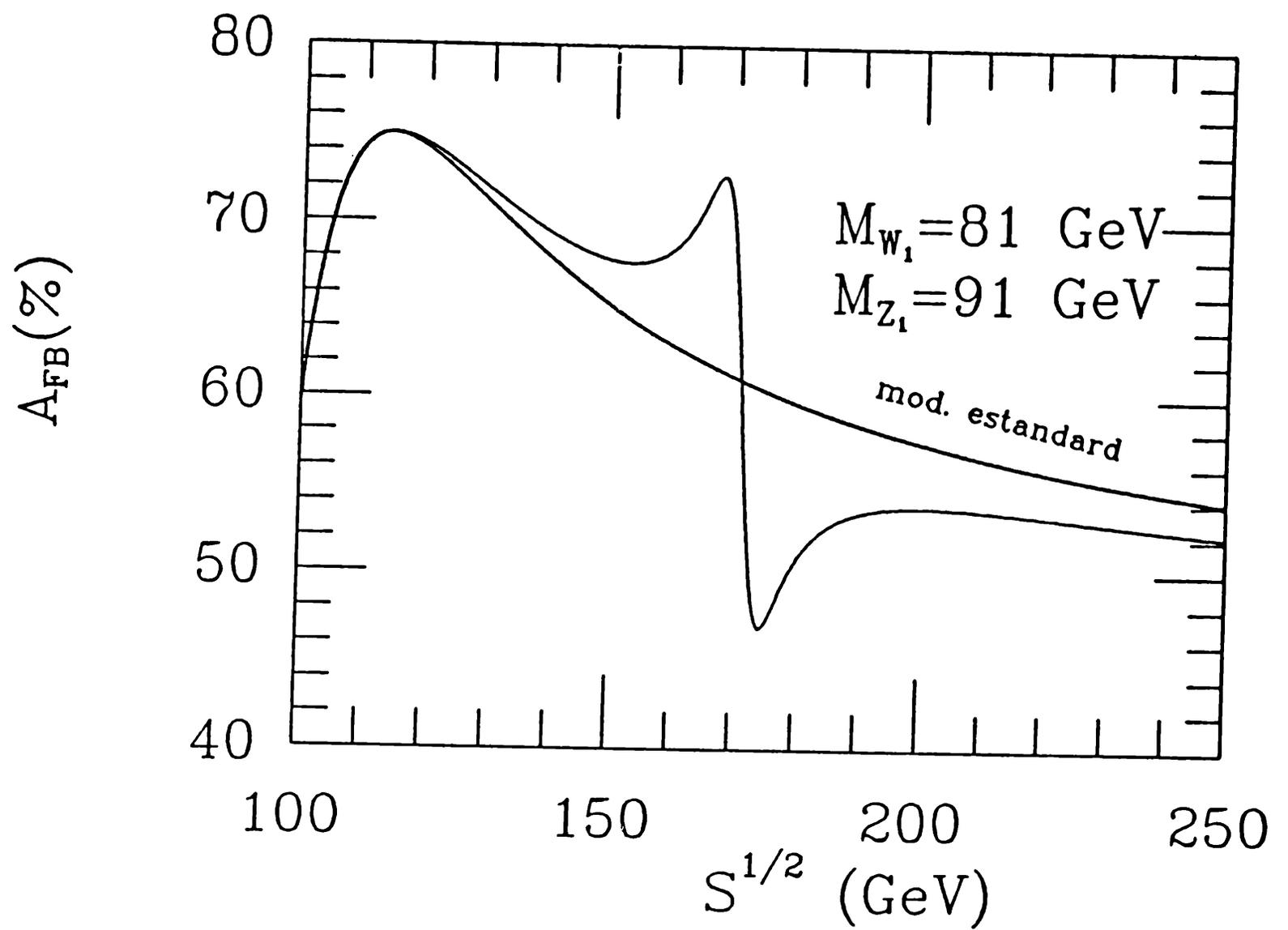


FIGURA IV.8: *Asimetría delante-atras para  $M_{W_1} = 81$  GeV  $M_{Z_1} = 91$  GeV y R=1*

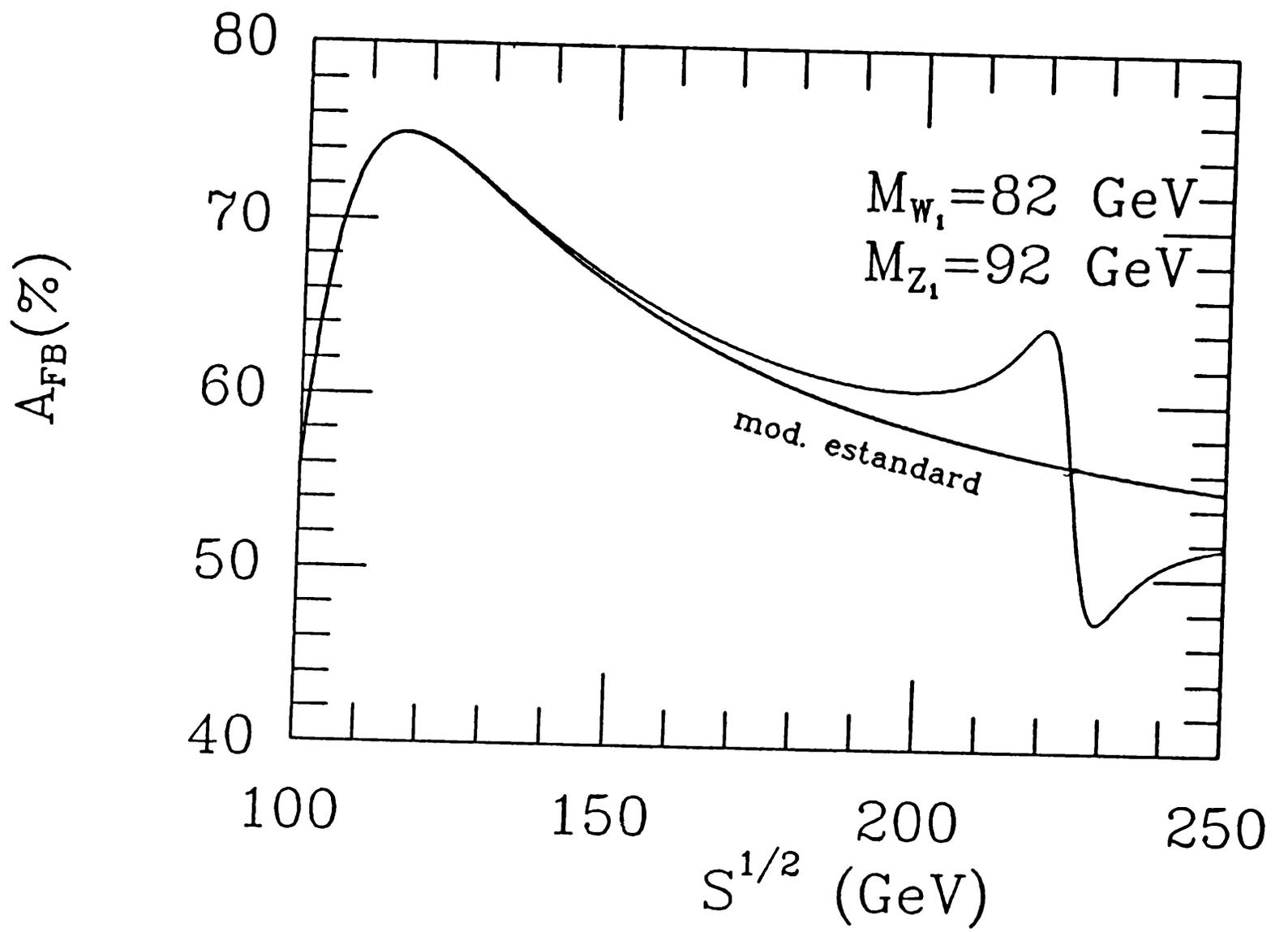


FIGURA IV.9: Asimetría delante-atras para  $M_{W_1} = 82$  GeV  $M_{Z_1} = 92$  GeV y  $R=1$

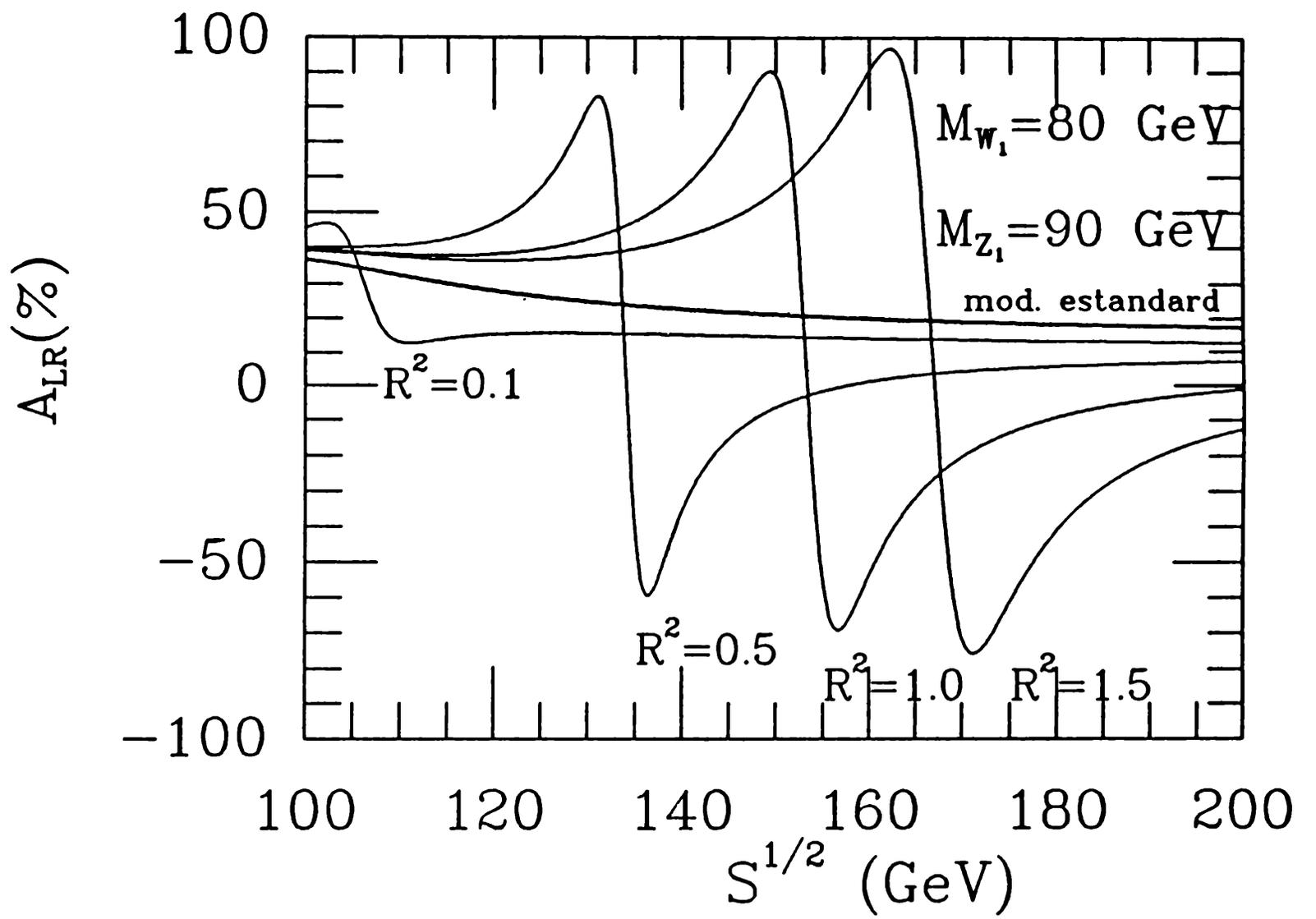


FIGURA IV.10: *Asimetría izquierda-derecha para  $M_{W_1} = 80$  GeV,  $M_{Z_1} = 90$  GeV y distintos valores del parametro R.*

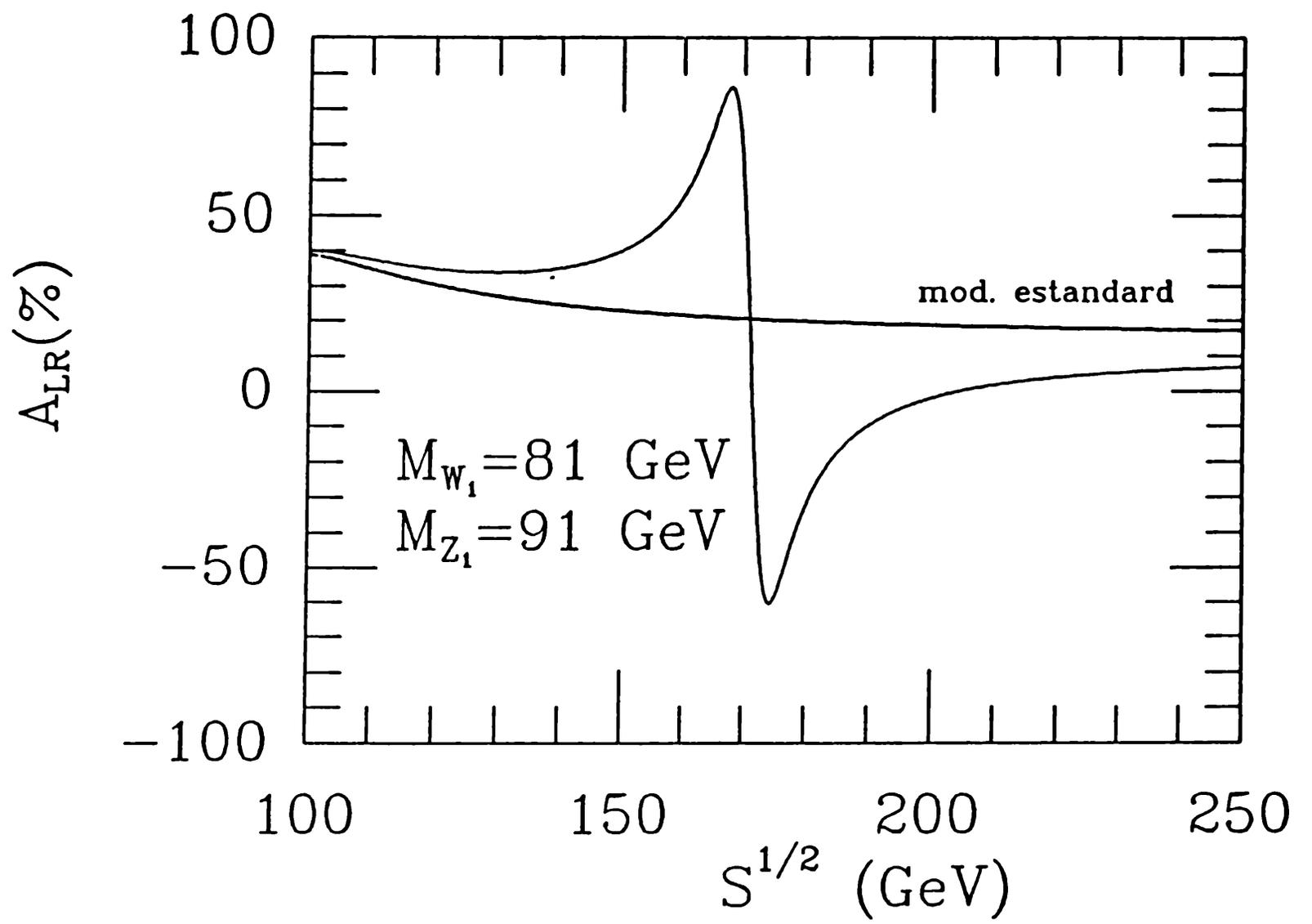


FIGURA IV.11 Asimetría izquierda-derecha para  $M_{W_1} = 81$  GeV.,  
 $M_{Z_1} = 91$  GeV y  $R=1$

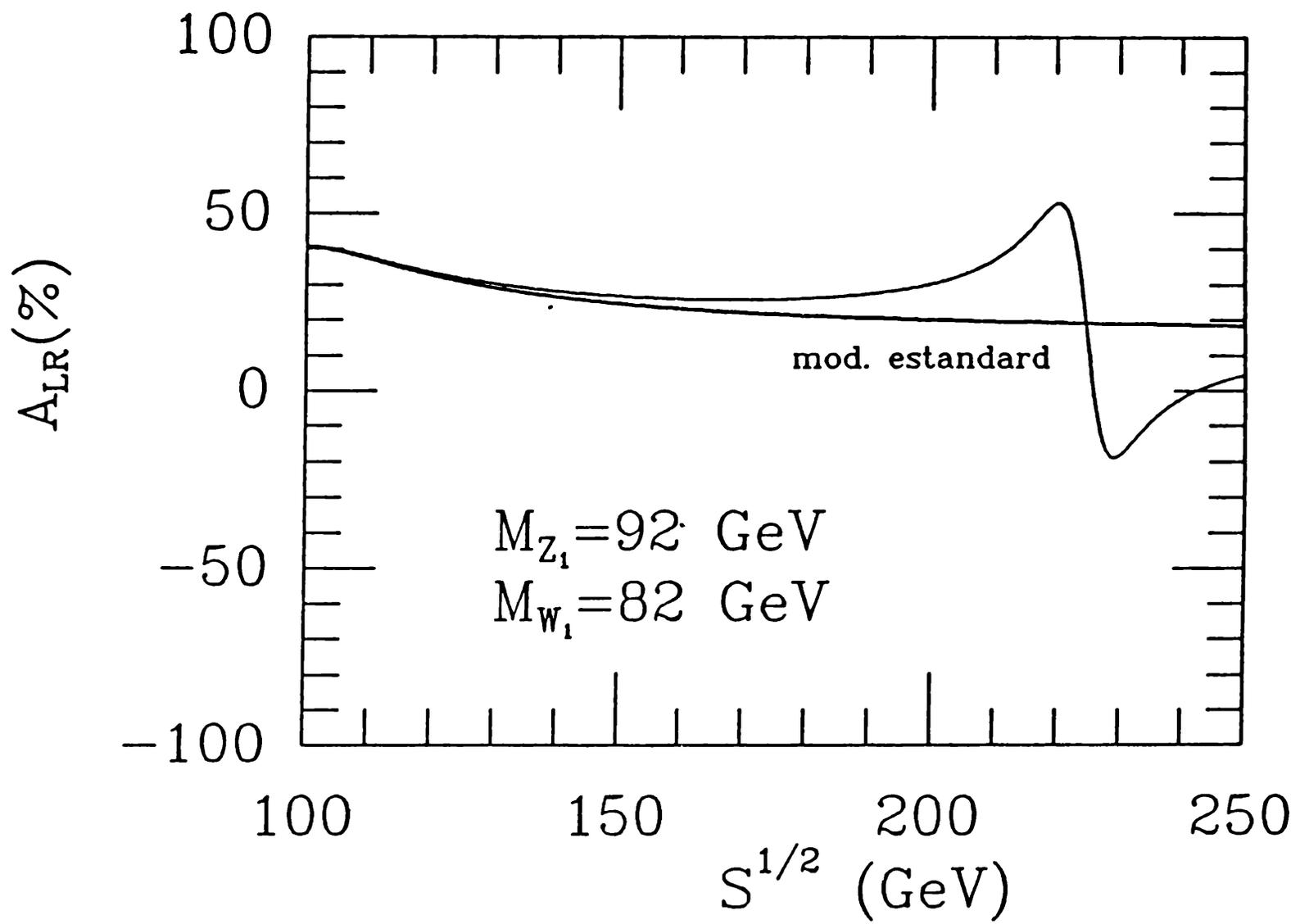


FIGURA IV.12: Asimetría izquierda-derecha para  $M_{W_1} = 82 \text{ GeV}$ .,  
 $M_{Z_1} = 92 \text{ GeV}$  y  $R=1$

## ANOMALIA MAGNÉTICA DEL ELECTRÓN Y DEL MUÓN

Una de las pruebas de bajas energías más importantes para los modelos de partículas elementales es el valor de la anomalía magnética de electrones y muones.

Experimentalmente se mide el apartamiento del factor giromagnético de estas partículas del valor predicho por la teoría de Dirac,  $g=2$ .

Una discusión detallada del cálculo de anomalías magnéticas se encuentra resumida en el Apéndice III.

Aquí sólo consideraremos las contribuciones a one-loop que no están contenidas en el modelo de Salam-Weinberg.

Para facilitar el cálculo y mejorar la convergencia de los diagramas, los cálculos se realizarán en el gauge de Feynman. En este gauge los propagadores de los bosones vectoriales intermedarios toman una forma particularmente simple y los diagramas tienen un buen comportamiento ultravioleta. Sin embargo, estas ventajas se logran a costa de la aparición de partículas "no físicas" que contribuyen a la anomalía magnética. La interacción de estas partículas con las restantes y sus reglas de Feynman fueron deducidas en el Apéndice II.

Los diagramas que presentan contribuciones no-standard a  $(g-2)/2$  se encuentran representados en la FIGURA IV.13

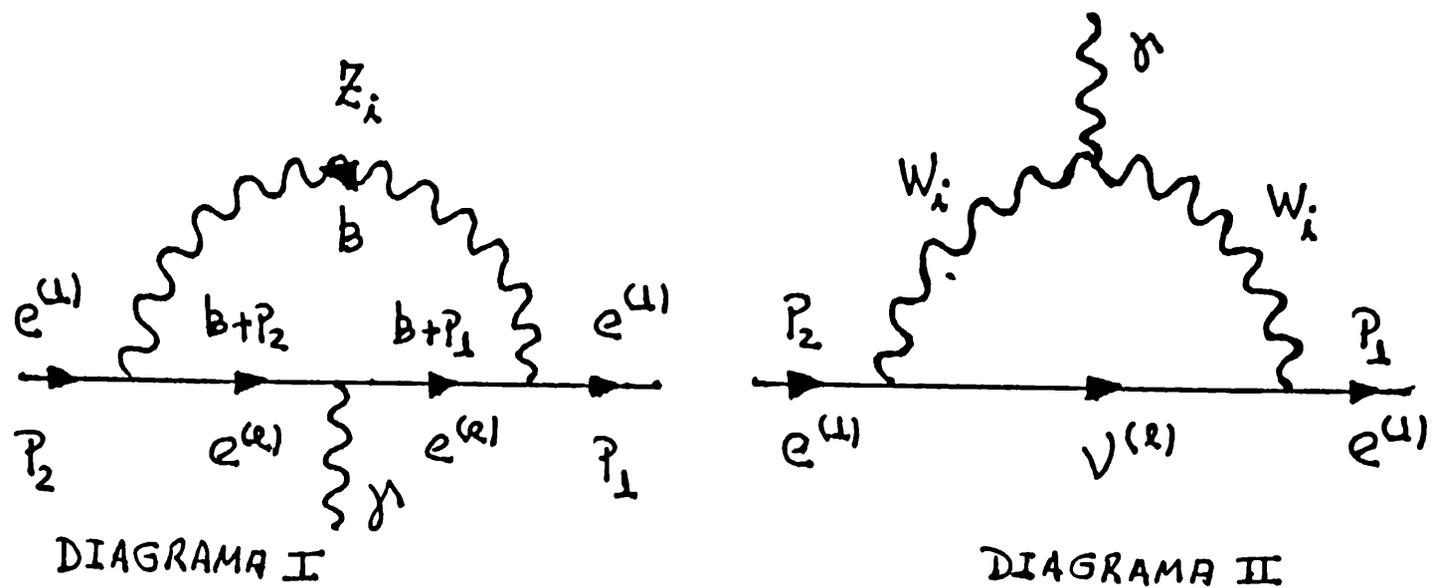


FIGURA IV 13 Contribución de los bosones vectoriales masivos a la anomalia magnética de electrones y muones.

Como se explicó, además de estos diagramas tenemos contribuciones de escalares no-físicos que deben su aparición al hecho de estar trabajando en el gauge de Feynman.

Las contribuciones de estas partículas al Diagrama I son

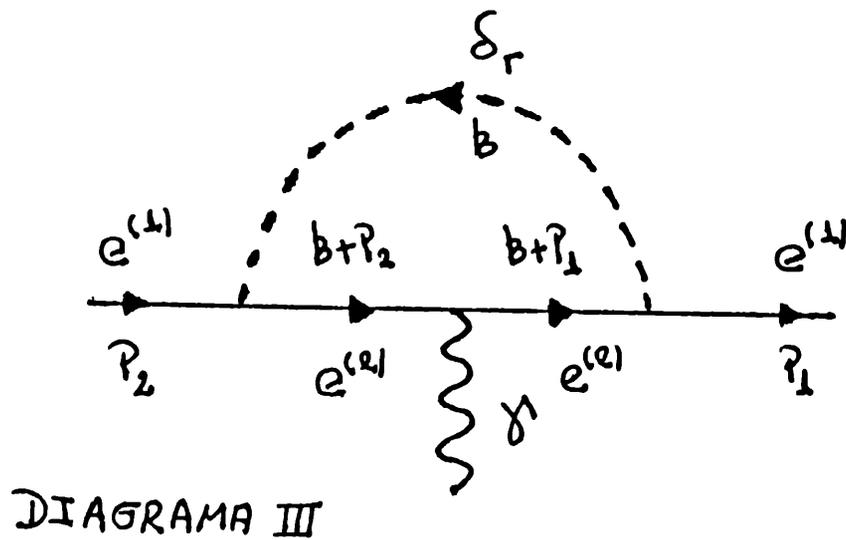


FIGURA IV 14 Contribución a la anomalía magnética de los escalares asociados a  $Z_r$

y para el Diagrama II son

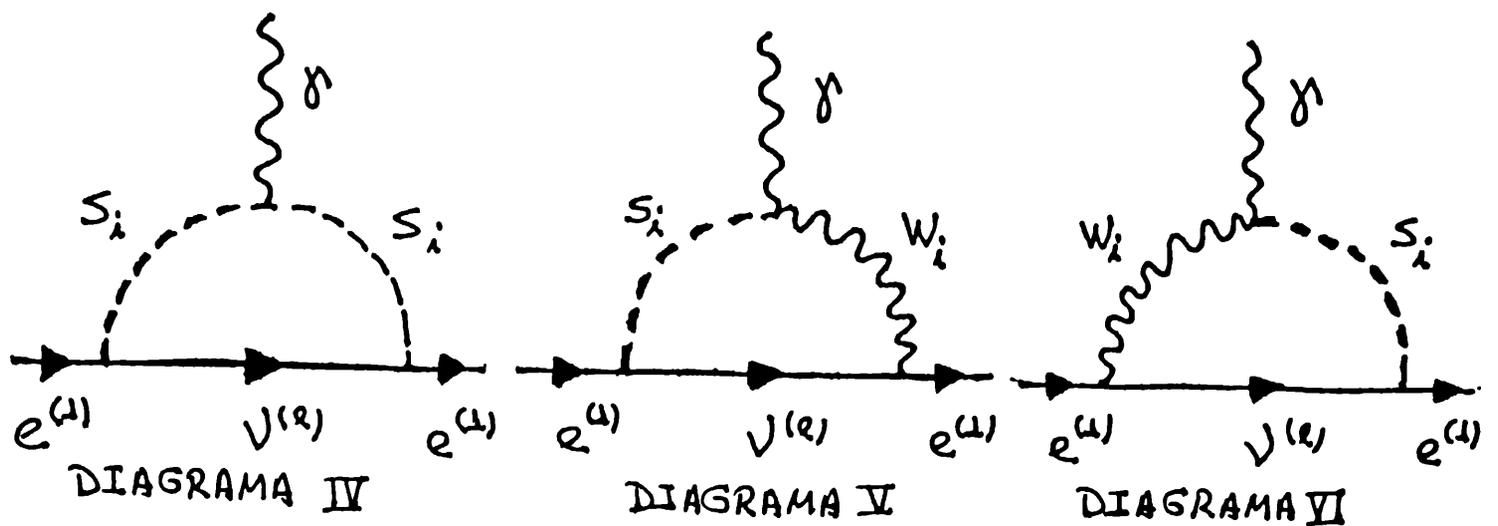


FIGURA IV 15 Contribución a la anomalía magnética de los escalares asociados a  $W_r$

Puesto que estamos interesados solamente en las contribuciones no-standard de los diagramas de las FIGURA IV.13, IV.14, IV.15 consideramos sólo los casos en que los índices  $r$  y  $l$  no toman simultáneamente el valor 1.

De acuerdo con las reglas de Feynman del Apéndice II la amplitud para el Diagrama I y la contribución del Diagrama III resulta

$$\Gamma_{\mu}^{(1)} = \bar{u}(p_1) \left\{ \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ (k + xp_1 + yq)^2 - R_1^2 \right]^{-3} \right. \\ \left. \left\{ -2Q(e_l) \gamma_{\beta} (A^1 + B^1 \gamma_5) (\not{p}_1 + \not{k} + m_{e_l}) \gamma_{\mu} (\not{p}_2 + \not{k} + m_{e_l}) \gamma_{\alpha} (A^1 + B^1 \gamma_5) \epsilon^{\alpha\beta} \right\} u(p_2) \right\} \quad (IV.68)$$

$$\Gamma_{\mu}^{(111)} = \bar{u}(p_1) \left\{ \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ (k + xp_1 + yq)^2 - R_{111}^2 \right]^{-3} \right. \\ \left. \left\{ -2Q(e_l) (A_{\delta_r} - B_{\delta_r} \gamma_5) (\not{p}_1 + \not{k} + m_{e_l}) \gamma_{\mu} (\not{p}_2 + \not{k} + m_{e_l}) (A_{\delta_r} + B_{\delta_r} \gamma_5) \right\} u(p_2) \right\}$$

donde

$$R_1^2 = R_{111}^2 = M_{z_r}^2 - x(m_{e_1}^2 - m_{e_l}^2 + M_{z_r}^2) + x^2 m_{e_1}^2 + y(y-x)q^2 \quad (IV.69)$$

La contribución a la anomalía magnética de los vértices (IV.68) se encuentra (ver Apéndice III) en el factor de forma magnético  $F_2^{(Z)}(q^2=0) = ((g-2)/2)_{z_r}$ . En estas condiciones, teniendo en cuenta la notación introducida en el Apéndice III

$$\left( \frac{g-2}{2} \right)_{z_r} = F_2^{(Z)}(q^2=0) = \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{F_2^{\prime(Z)}(q^2=0)}{[k^2 - R_1^2]^3} \quad (IV.70)$$

donde en  $F_2^{\prime(Z)}(q^2=0)$ , se encuentran las contribuciones de ambas amplitudes (IV.68). Nótese que las integrales son logarítmicamente divergentes y por lo tanto es posible desplazar el origen de integración por medio del cambio

$$k \longrightarrow k - xp_1 - yq \quad (IV.71)$$

y anular los términos con potencias impares de  $k$  debido a la integración simétrica.

Resulta entonces que la contribución de los Diagramas I y III a  $F_2^{(Z)}(q^2=0)$  está dada por

$$F_2^{(Z)}(q^2=0) = 4im_{e_1} Q(e_l) \left[ 2m_{e_1} (A^1{}^2 + B^1{}^2)(x^2 - 3x + 2) + 4m_{e_l} (A^1{}^2 + B^1{}^2) \cdot \right. \\ \left. (x-1) + m_{e_1} (A_{\delta_r}^2 + B_{\delta_r}^2)x(1-x) + m_{e_l} (A_{\delta_r}^2 - B_{\delta_r}^2)x \right] \quad (IV.72)$$

donde de acuerdo con (III.54)

$$A^1 = \xi_0 X_r / 4 \left[ -\sum_{k=1}^2 \frac{R^{kl} R^{kl'}}{S_r^{(k)2}} + 4\delta^{ll'} \right] \\ B^1 = \xi_0 X_r / 4 \sum_{k=1}^2 \frac{R^{kl} R^{kl}}{S_r^{(k)2}} \quad (IV.73)$$

y del Apéndice II

$$A_{\delta_r}^2 + B_{\delta_r}^2 = 1/8 \sum_{i,l} \xi_i \xi_l / M_{wi} M_{wl} U^{ir} U^{i'r} R_{(e)}^{il} R_{(e)}^{i'l'} R_{(e)}^{il} R_{(e)}^{il} (m_{e_l}^2 + m_{e_l'}^2) \\ A_{\delta_r}^2 + B_{\delta_r}^2 = -1/4 \sum_{i,l} \xi_i \xi_l / M_{wi} M_{wl} U^{ir} U^{i'r} R_{(e)}^{il} R_{(e)}^{i'l'} R_{(e)}^{il} R_{(e)}^{il} m_{e_l} m_{e_l'} \quad (IV.74)$$

La amplitud para el Diagrama II y las contribuciones de los Diagramas IV, V y VI respectivamente será

$$\Gamma_{\mu}^{(II)} = \bar{u}_1(p_1) \left\{ \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ (k - xp_1 - yq)^2 - R_{II}^2 \right]^{-3} \right.$$

(IV.75)

$$\left. \left\{ 2Q(W) \gamma_n (A^{\frac{1}{2}} + B^{\frac{1}{2}} \gamma_5) (\not{k} + m_{e_1}) \gamma_\varepsilon (A^{\frac{1}{2}} + B^{\frac{1}{2}} \gamma_5) \varepsilon^{\varepsilon\beta} \varepsilon^{\alpha\pi} V_{\alpha\beta\lambda} \right\} u_2(p_2) \right.$$

donde

$$V_{\alpha\beta\lambda} = \varepsilon_{\alpha\beta} (2k - p_2 - p_1)_\lambda + \varepsilon_{\alpha\lambda} (-q - k + p_1)_\beta - \varepsilon_{\beta\lambda} (-q + k - p_2)_\alpha$$

$$\Gamma_{\mu}^{(IV)} = \bar{u}_1(p_1) \left\{ \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ (k - xp_1 - yq)^2 - R_{IV}^2 \right]^{-3} \right.$$

(IV.76)

$$\left. \left\{ 2Q(W) (A_S - B_S \gamma_5) (\not{k} + m_{e_1}) (A_S + B_S \gamma_5) (2k - p_1 - p_2)_\mu \right\} u_2(p_2) \right.$$

$$\Gamma_{\mu}^{(V)} = u_1(p_1) \left\{ \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ (k - xp_1 - yq)^2 - R_V^2 \right]^{-3} \right.$$

(IV.77)

$$\left. \left\{ -2Q(W) M_{W_r} \gamma_n (A^{\frac{1}{2}} + B^{\frac{1}{2}} \gamma_5) (\not{k} + m_{e_1}) (A_S + B_S \gamma_5) \varepsilon_{\mu\nu} \varepsilon^{\nu\pi} \right\} u_2(p_2) \right.$$

$$\Gamma_{\mu}^{(VI)} = u_1(p_1) \left\{ \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ (k - xp_1 - yq)^2 - R_{VI}^2 \right]^{-3} \right.$$

(IV.78)

$$\left. \left\{ -2Q(W) M_{W_r} (A_S - B_S \gamma_5) (\not{k} + m_{e_1}) \gamma_\varepsilon (A^{\frac{1}{2}} + B^{\frac{1}{2}} \gamma_5) \varepsilon_{\beta\mu} \varepsilon^{\varepsilon\beta} \right\} u_2(p_2) \right.$$

con

$$R_{II}^2 = R_{IV}^2 = R_V^2 = R_{VI}^2 = m_{\nu_l}^2 - x(m_{e_1}^2 + m_{\nu_l}^2 - M_{W_r}^2) + x^2 m_{e_1}^2 + y(y-x)q^2$$

De manera análoga a (IV.70), la contribución a la anomalía

magnética de los vértices (IV.75) a (IV.78) será

$$\left(\frac{\epsilon^{-2}}{2}\right)_w = F_2^{(W)}(q^2=0) = \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{F_2^{(W)}(q^2=0)}{[k^2 - R_{11}^2]^3} \quad (IV.79)$$

Aquí al igual que antes las integrales (IV.75)-(IV.78) son logarítmicamente divergentes, y por lo tanto podemos desplazar el origen de integración

$$k \longrightarrow k + xp_1 + yq \quad (IV.80)$$

y anular los términos que contienen potencias impares de k. Finalmente la contribución de los Diagramas II, IV, V y VI da

$$F_2^{(W)}(q^2=0) = 4im_{e_1} Q(W) \left\{ 2m_{e_1} x(2x+1)A^{II^2} - m_{e_1} x(1-x)(A_S^2 + B_S^2) - m_{\nu_l} (1-x)(A_S^2 - B_S^2) - M_{W_r} A^{II} (A_S + B_S) x \right\} \quad (IV.81)$$

donde de acuerdo a (III.54) tenemos

$$A^{II} = \frac{\epsilon_r}{2\sqrt{2}} R^{r1} R^{r1} \quad (IV.82)$$

y del Apéndice II

$$\begin{aligned}
A_S^2 + B_S^2 &= \xi_r^2 / 4M_{Wr}^2 (R^{rl})^2 (R^{r1})^2 (m_{e_1}^2 + m_{\nu_l}^2) \\
A_S^2 - B_S^2 &= - \xi_r^2 / 2M_{Wr}^2 (R^{rl})^2 (R^{r1})^2 (m_{e_1} m_{\nu_l}) \\
A^{II} (A_S + B_S) &= - \xi_r^2 / 4M_{Wr}^2 (R^{rl})^2 (R^{r1})^2 m_{e_1}
\end{aligned} \tag{IV.83}$$

De esta manera si reemplazamos las expresiones (IV.72) y (IV.81) en (IV.70) y (IV.79) respectivamente, con las constantes dadas por (IV.73), (IV.74), (IV.82) y (IV.83) obtenemos la predicción del modelo a la anomalía magnética del electrón debido a los Diagramas del tipo I y II.

Por ultimo obtenemos la contribución total del modelo

$$\left( \frac{g-2}{2} \right) = \sum_{r,l} \left( F_2^{(Z)} + F_2^{(W)} \right) \tag{IV.84}$$

donde, como dijimos, los índices  $r$  y  $l$  no pueden tomar simultáneamente el valor 1 para considerar solamente contribuciones no-standard.

La contribución para el muón se obtiene fácilmente reemplazando la masa del electrón por la del muón en la expresión (IV.84).

El valor de  $(g-2/2)$  para el electrón y el muón se calculó en función de la masa del fermión cargado excitado para  $m_{\nu_2} = 10$  GeV. Se encontro que el valor de  $g-2/2$  es una función suave de la masa del fermión cargado y su valor para  $30 \text{ GeV} \leq m_{e_2} \leq 1 \text{ TeV}$  es menor que la predicción del modelo estandar:

$$\left( \frac{\epsilon^{-2}}{2} \right)_e^{\text{MOD}} \leq 10^{-12} \quad \left( \frac{\epsilon^{-2}}{2} \right)_e^{\text{ST}} \leq 5 \cdot 10^{-14} \quad (\text{IV.85})$$

$$\left( \frac{\epsilon^{-2}}{2} \right)_\mu^{\text{MOD}} \leq 1 \cdot 10^{-9} < \left( \frac{\epsilon^{-2}}{2} \right)_\mu^{\text{ST}} \leq 2 \cdot 10^{-9}$$

De esta manera las contribuciones no estandar del modelo, a la anomalía magnética de electrones y muones, se mantienen a salvo por debajo del valor experimental y no imponen restricciones a las masas de los leptones excitados en la zona examinada.

Esta es una importante diferencia<sup>12</sup> con otros modelos en los que se impone a nivel arbol un acoplamiento magnético entre el leptón cargado y su compañero excitado y el fotón ( $e_1, e_2, \gamma$ ). Este tipo de interacción da grandes contribuciones a  $(\epsilon^{-1}/2)_{e,\mu}$  e impone fuertes restricciones a las masas de las partículas excitadas.

## REFERENCIAS DEL CAPITULO IV

- 1- P. Langacker, PREPRINT, DESY 88-089, Julio 1988
- 2- Epele et al., enviado
- 3- K. Einsweiler and A. Weidberg, PREPRINT CERN-EP/88-152
- 4- U. Amaldi et al, Phys. Rev. D36, (1987) 1385
- 5- R. Gatto y F. Strocchi, Phys. Rev. D18, 2062 (1979)  
H. Georgi y S. Weinberg, Phys. Rev. D17, 275 (1978)
- 6- John Ellis, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. (1982) 443
- 7- B. Adeva et al, Phys. Rev. Lett, 1701 (1982)
- 8- S. Raby y G. B. West, Nucl. Phys. B292, 793 (1987)
- 9- F. M. Renard y C. Verzegnassi, PREPRINT CERN-TH.5372/89
- 10- K. K. Gan y M. Perl, International Journal of modern  
Physics A3, 531 (1988)
- 11- T. Krücken, D. Rein y R Rodenberg, Phys. Lett. 159B 201 (1985)
- 12- F. M. Renard, Phys. Lett 116B 264 (1982)
- 13- Epele et al Phys. Rev. D38 2129 (1988)
- 15- P. Q. Hung y J. J. Sakurai, Phys. Lett 69B (1977) 323
- 16- B Adeva et al, Phys Rep. 109 3,4 133 (1984)
- 17- E. H. Degroot y D. Schildknecht, Phys. Lett. 95B 128  
(1980)
- 18- M. Althof et al, Z Phys Lett. 161B 521 (1985)  
W. Bartel et al. ; Phys. Lett. 161B 188 (1985)  
B. Adeva et al, Phys. Lett. 179B 177 1979B (1986)
- 19- Adeva et al, Phys. Rev. Lett. 55 665 (1985)

20- J. Calmet, S. Narison .M. Perrottet y E. de Rafael, Rev. of  
Mod. Phys. 49 (1971) 21.

## CAPITULO V

MOMENTO MAGNÉTICO DEL NEUTRINO

DECAIMIENTO DEL MUÓN

PEQUEÑEZ DE LA MASA DEL NEUTRINO

MOMENTO MAGNÉTICO DEL NEUTRINO  
DECAIMIENTO DEL MUÓN  
PEQUEÑEZ DE LA MASA DEL NEUTRINO

Los fenómenos astrofísicos son una fuente de datos indesechables en la comprensión de las interacciones fundamentales de la física. Ya sea por las huellas históricas de las energías que estuvieron en juego en el comienzo del Universo o simplemente por efectos estadísticos. A esta última categoría pertenece el problema de los neutrinos solares, la dificultad más seria de la Astrofísica actual en relación a la física de partículas: el número de neutrinos originados en las reacciones nucleares solares es dos o tres veces más pequeño que el estimado a partir de los modelos estandar del Sol.<sup>1</sup>

En los últimos años se han propuesto diferentes mecanismos para salvar esta dificultad, esencialmente basados en las posibles oscilaciones de neutrinos en el vacío<sup>2</sup> o en la eventual existencia de partículas masivas débilmente interactuantes, conocidas como cosmiones.<sup>3</sup>

Recientemente Voloshin, Vysotsky y Okun (V.V.O.) han propuesto una solución alternativa.<sup>4</sup>

La idea se fundamenta en la siguiente observación. Si el neutrino del electrón tiene un alto momento magnético, una importante fracción de los neutrinos izquierdos sufrirán una precesión a neutrinos derechos bajo la acción del campo

magnético en la zona de convección solar. De esta manera, puesto que sólo los neutrinos derechos no son detectables, un importante número de los neutrinos producidos en el Sol escapará a la detección. Si se adopta esta solución, como probaron V.V.O., para dar cuenta de los valores numéricos observados en la Tierra es necesario que el neutrino del electrón tenga un momento magnético del orden de

$$\mu_{\nu_e} \simeq (0.3-1) \cdot 10^{-10} \mu_B \quad (V.1)$$

donde  $\mu_B = e/2m_e$  es el magnetón de Bohr.

Esta propuesta provee, al mismo tiempo, una explicación natural de la anticorrelación observada en los datos experimentales,<sup>3</sup> entre la intensidad del flujo de los neutrinos y el número de manchas solares.

En efecto, durante el periodo de máxima actividad solar el ritmo de precesión se incrementa y, por lo tanto, disminuye el número de neutrinos capturados en la Tierra.

Es importante notar aquí que el valor mencionado (V.1) para el momento magnético del neutrino del electrón requerido por el mecanismo de V.V.O. está justo por debajo de la cota experimental actual obtenida por experimentos de laboratorio en dispersión de neutrinos y electrones<sup>6</sup>

$$\mu_{\nu_e}^{\text{exp}} \leq 1.5 \cdot 10^{-10} \mu_B \quad (V.2)$$

Existe un vínculo adicional impuesto por la cosmología al

momento magnético del neutrino del electrón: no más de dos sabores de neutrinos pueden violar la cota

$$\mu_{\nu} < 1.5 \cdot 10^{-11} \mu_B \quad (V.3)$$

pues si esta cota es violada, antes del desacoplamiento de los neutrinos la dispersión  $\nu_L e \rightarrow \nu_R e$  habría doblado el número efectivo de especies de neutrinos en el universo primitivo produciendo un exceso no observado de  ${}^4\text{He}$ .

La construcción de modelos con un momento magnético alto para los neutrinos, sin entrar en conflicto con los límites experimentales y cosmológicos, es una tarea difícil.

En la llamada "extensión mínima del modelo de Salam-Weinberg", que consiste en la inclusión de la parte derecha de los neutrinos como singuletes de  $SU(2)_L$ , un neutrino de Dirac tiene un momento magnético dado por

$$\mu_{\nu e} = \frac{3eGr}{8\sqrt{2}\pi^2} m_{\nu e} = 3 \cdot 10^{-19} \mu_B \left( \frac{m_{\nu e}}{\text{eV}} \right) \quad (V.4)$$

Este valor está órdenes de magnitud por debajo del valor requerido para el funcionamiento del mecanismo V.V.O. La razón por la cual  $\mu_{\nu e}$  es pequeño se debe a la proporcionalidad con  $m_{\nu e}$  en (V.4) y ésta es una consecuencia de la ausencia de corrientes derechas en el modelo de Salam-Weinberg, ya que la componente derecha de los neutrinos, al ser singuletes de  $SU(2)$  no se acopla a los bosones de gauge, y por lo tanto, no contribuye en los procesos representados en la FIGURA V.1 al

$\mu_{\nu e}$

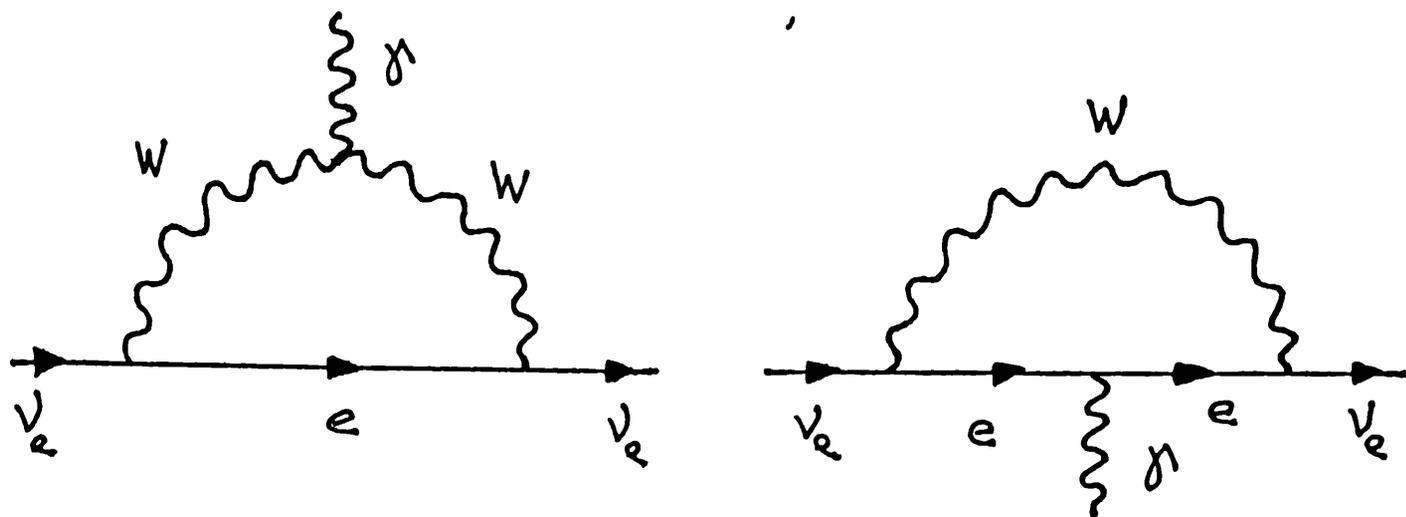


FIGURA V.1: Contribución del modelo de Salam-Weinberg al momento magnético del neutrino.

De más está decir que en el modelo de Salam-Weinberg, donde los neutrinos sólo son izquierdos y por lo tanto de masa cero, se obtiene de (V.4) el valor de  $\mu_{\nu e} \equiv 0$ .

Otra posibilidad es la de los modelos denominados izquierdos-derechos los que tienen como grupo de simetrías el  $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$  y toman al neutrino como una partícula de Dirac. En estos modelos el momento magnético del neutrino viene dado por la expresión

$$\mu_{\nu e} = \frac{GF}{\sqrt{2}\pi^2} m_e^2 \mu_B \text{sen}2\phi \simeq 2 \cdot 10^{-13} \mu_B \text{sen}2\phi \quad (V.5)$$

donde  $\mu_B$  es el magnetón de Bohr y  $\phi$  es un ángulo que mide la mezcla entre las corrientes izquierdas y derechas.

De los límites experimentales se encuentra que  $|\phi| < 0,05$  y de aquí se obtiene el valor  $\mu_{\nu e} < 10^{-14} \mu_B$ . Este es también un valor

pequeño comparado con el valor requerido (V.1). En los trabajos de Liu y de Duran y colaboradores que han analizado una variedad de extensiones del modelo de Salam-Weinberg de este tipo para explorar las posibilidades de grandes valores de  $\mu_{\nu_e}$ . Estos autores concluyen que en todos los modelos analizados el momento magnético del neutrino del electrón puede como máximo alcanzar  $10^{-12} \mu_B$ .

En resumen en los modelos izquierdos-derechos los neutrinos derechos tampoco interactúan con los campos de gauge y por lo tanto en los procesos que contribuyen al  $\mu_{\nu_e}$  sólo intervienen las corrientes izquierdas y padecen de los mismos problemas que la extensión mínima del modelo de Salam-Weinberg:  $\mu_{\nu_e}$  es proporcional a la masa del neutrino ordinario y de esta manera su valor es pequeño comparado con el valor (V.1).

Vamos a ver qué ocurre con respecto al momento magnético del neutrino en la extensión que hemos propuesto nosotros del modelo de Salam-Weinberg.<sup>7</sup>

El primer problema es ver si dentro de este modelo existe la posibilidad de contribuciones no-standard que den al neutrino ordinario del electrón un valor del momento magnético suficiente para que el mecanismo de V.V.O. tenga lugar.

El segundo problema es poder agrandar selectivamente los momentos magnéticos de los neutrinos ordinarios de las distintas familias y de esta manera lograr que solo el  $\mu_{\nu_e}$  viole la cota cosmológica (V.3).

El tercer problema,<sup>11</sup> y quizás el más acuciante, es el problema de las masas de los neutrinos. Este consiste en que

generalmente los procesos que contribuyen a agrandar el valor de  $\mu_{\nu_e}$  también contribuyen a la renormalización de la masa de  $m_{\nu_e}$  y por lo tanto uno se encuentra frente al conflicto que un valor grande de  $\mu_{\nu_e}$  implica un valor grande de la masa del neutrino ordinario ( $m_{\nu_e}$ ), para la cual existen cotas experimentales muy pequeñas. Como veremos en el contexto de este modelo este problema hallará solución debido a la presencia de procesos que contribuyen a la renormalización de la masa ( $m_{\nu_e}$ ) y no al momento magnético ( $\mu_{\nu_e}$ ).

Dentro de la filosofía general de este modelo<sup>1,8</sup> en el que se piensan a los bosones vectoriales masivos como compuestos de dos fermiones de spin 1/2, es natural pensar que estos fermiones constituyentes pueden acoplarse para dar como resultado una partícula de spin cero. Estos campos escalares deberán aparecer en forma paralela a los bosones vectoriales ordinarios y excitados. Es decir, tendremos campos escalares  $\phi_1^\pm, \phi_1^0$  correspondientes a los campos vectoriales  $W_1^\pm, Z_1$  respectivamente y  $\phi_2^\pm, \phi_2^0$  correspondiendo a  $W_2^\pm$  y  $Z_2$ . Claramente como tomamos al fotón como un campo fundamental es que no le hacemos corresponder ningún campo escalar.

A estos campos escalares los organizamos como dobletes de la siguiente manera

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} \quad \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} \quad (V.6)$$

donde  $\Phi_1$  es doblete de  $SU(2)_L$  y  $\Phi_2$  es doblete de  $SU^*(2)_L$ . Las propiedades de transformación de estos campos frente al grupo

$SU(2)_L \times SU(2)_L^* \times U(1)$  está resumida en la TABLA V.I.

Escalares	$\zeta^{(1)}$	$\zeta^{(2)}$	Y
$\Phi_1$	1/2	0	1/2
$\Phi_2$	0	1/2	1/2

TABLA IV.3: *Propiedades de transformación de los escalares bajo el grupo G.*

Estos campos interactúan con los fermiones, en analogía a los campos de Higgs, a través del siguiente acoplamiento de Yukawa

$$\mathcal{L} = \sum_{i,j} \xi_1^{ij} \bar{\Psi}_i^c \Phi_i e_{Rj}^c + \xi_2^{ij} \bar{\Psi}_i^c \tilde{\Phi}_i \nu_{Rj}^c + hc \quad (V.7)$$

donde  $\tilde{\Phi}_i = \begin{pmatrix} \phi_i^0 \\ -\phi_i^- \end{pmatrix}$  es el campo conjugado de  $\Phi_i$  los campos fermiónicos  $\Psi_i^c$ ,  $e_{Rj}^c$ ,  $\nu_{Rj}^c$  son autoestados de corriente y están dados por (III.36) y las constantes  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  serán acotadas experimentalmente.

Estas interacciones entre escalares y fermiones, no contenidas en el modelo de Salam-Weinberg, tendrán una contribución apreciable al momento magnético del neutrino del electrón. Esto se debe a que los campos escalares se acoplan tanto a las componentes izquierdas como a las derechas del neutrino, cosa que no pasa con los bosones vectoriales intermediarios puesto que, como vimos, los neutrinos derechos son singletes bajo las transformaciones del grupo.

Del lagrangiano (V.7) insertando los campos (V.6) se obtiene

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_{ij} \frac{\epsilon_1^{ij}}{2} \bar{\nu}_i^c (1+\gamma_5) e_j^c \phi_i^+ - \frac{\epsilon_2^{ij}}{2} \bar{\nu}_j^c (1-\gamma_5) e_i^c \phi_i^+ + \\
& \frac{\epsilon_1^{ij}}{2} \bar{e}_j^c (1-\gamma_5) \nu_i^c \phi_i^- - \frac{\epsilon_2^{ij}}{2} \bar{e}_i^c (1+\gamma_5) \nu_j^c \phi_i^- + \frac{\epsilon_1^{ij}}{2} \bar{e}_i^c (1+\gamma_5) e_j^c \phi_i^0 + \\
& \frac{\epsilon_1^{ij}}{2} \bar{e}_i^c (1-\gamma_5) e_j^c \phi_i^0 + \frac{\epsilon_2^{ij}}{2} \bar{\nu}_i^c (1+\gamma_5) \nu_j^c \phi_i^0 + \frac{\epsilon_2^{ij}}{2} \bar{\nu}_i^c (1-\gamma_5) \nu_j^c \phi_i^0
\end{aligned} \tag{V.8}$$

En este punto reemplazamos los autoestados de corriente en función de los autoestados de masa. La conexión entre ambos está dada por (III.35) y (III.36). En estas condiciones obtenemos para (V.8) la siguiente expresión

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_{ikl} \bar{\nu}_k \left[ a_{ikl} + b_{ikl} \gamma_5 \right] e_l \phi_i^+ + e_l \left[ a_{ikl} - b_{ikl} \gamma_5 \right] \nu_k \phi_i^- + \\
& \bar{e}_k \left[ c_{ikl}^{(e)} + D_{ikl}^{(e)} \gamma_5 \right] e_l \phi_i^0 + \bar{\nu}_k \left[ c_{ikl}^{(\nu)} + D_{ikl}^{(\nu)} \gamma_5 \right] \nu_l \phi_i^0
\end{aligned} \tag{V.9}$$

donde las constantes de acoplamiento están dadas por

$$\begin{aligned}
a_{ikl} (b_{ikl}) &= 1/2 \sum_{j=1}^2 \left[ \epsilon_1^{ij} R_{(\nu)}^{ik} R_{(e)}^{jl} \mp \epsilon_2^{ij} R_{(\nu)}^{jk} R_{(e)}^{il} \right] \\
c_{ikl}^{(e)} (D_{ikl}^{(e)}) &= 1/2 \sum_{j=1}^2 \epsilon_1^{ij} \left[ R_{(e)}^{ik} R_{(e)}^{jl} \pm R_{(e)}^{jk} R_{(e)}^{il} \right] \\
c_{ikl}^{(\nu)} (D_{ikl}^{(\nu)}) &= 1/2 \sum_{j=1}^2 \epsilon_2^{ij} \left[ R_{(\nu)}^{ik} R_{(\nu)}^{jl} \pm R_{(\nu)}^{jk} R_{(\nu)}^{il} \right]
\end{aligned} \tag{V.10}$$

Es importante destacar que el lagrangiano (V.9) sólo se refiere a partículas ordinarias y excitadas de una única familia aunque el tratamiento puede extenderse sin dificultad a las otras.

De esta manera tenemos, en estas interacciones, una estricta conservación del número leptónico de familia.

Puesto que el neutrino es una partícula neutra no puede interactuar a nivel árbol con los fotones. De esta manera, la primera contribución a las propiedades electromagnéticas del neutrino se encuentra a nivel one-loop. Así la contribución a one-loop de los escalares al momento magnético del neutrino está dado por los diagramas de la FIGURA V.2

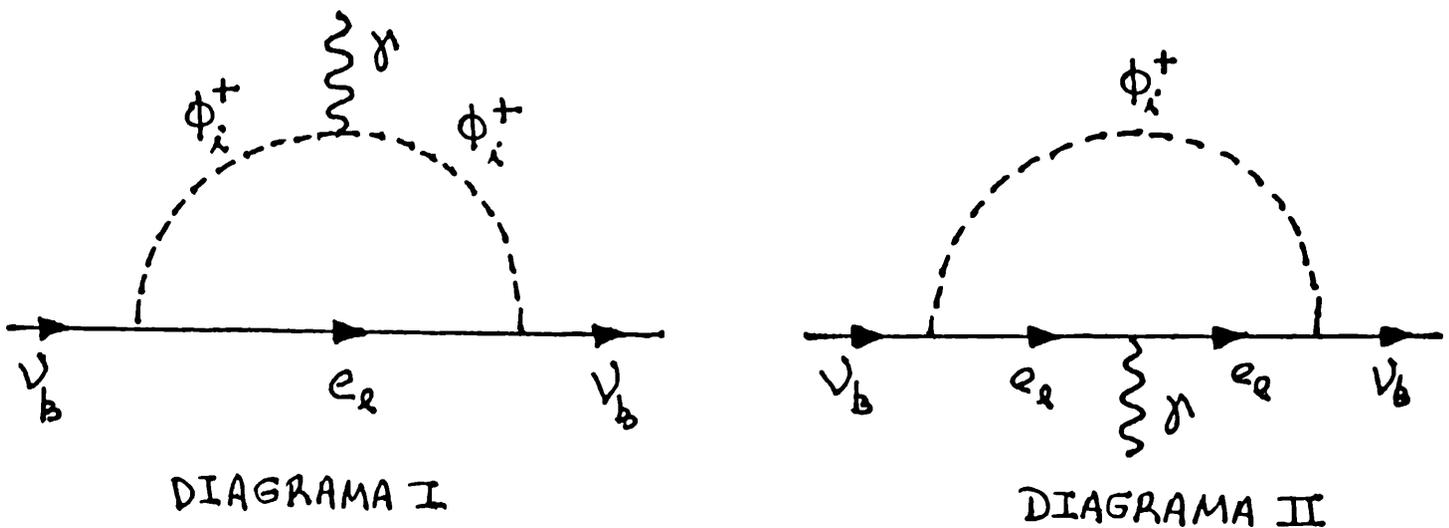


FIGURA V.2: Contribución de los escalares al momento magnético de neutrino.

y las amplitudes para estos procesos están dadas por las siguientes expresiones

$$\Gamma_{\mu}^{(I)} = \bar{u}_1(P_1) \left\{ \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ (k - xp_2 - yq)^2 - R_1^2 \right]^{-3} \right. \\ \left. \left[ 2Q(\phi) (a_{ikl} + \gamma_5 b_{ikl}) (\not{k} + m_{e_l}) (a_{ikl} - \gamma_5 b_{ikl}) (2k - P_1 - P_2)_{\mu} \right] \right\} u_2(P_2) \quad (V.11)$$

$$\Gamma_{\mu}^{(II)} = u_1(P_1) \left\{ \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ (k - xp_2 - yq)^2 - R_{II}^2 \right]^{-3} \right. \\ \left. \left[ -Q(\phi_l) (a_{ikl} + \gamma_5 b_{ikl}) (\not{k} + \not{P}_1 + m_{e_l}) \gamma_{\mu} (\not{k} + \not{P}_2 + m_{e_l}) (a_{ikl} - \gamma_5 b_{ikl}) \right] \right\}$$

donde

$$R_1^2 = m_{e_l}^2 - x(m_{\nu_k}^2 - m_{\phi_i}^2 + m_{e_l}^2) + x^2 m_{\nu_k}^2 + y(y-x)q^2 \\ R_{II}^2 = m_{\phi_i}^2 - x(m_{\nu_k}^2 - m_{e_l}^2 + m_{\phi_i}^2) + x^2 m_{\nu_k}^2 + y(y-x)q^2 \quad (V.12)$$

De (V.11) pueden fácilmente obtenerse los factores de forma magnéticos  $F_2^I$  y  $F_2^{II}$ . Si realizamos la integración sobre  $k$ , que sólo es logarítmicamente divergente, desplazamos el origen de integración  $k \rightarrow k + xp_2 + yq$  y anulamos términos con potencias impares en  $k$  tenemos así las siguientes expresiones para los factores de forma magnéticos

$$F_2^I(q^2=0) = \frac{e}{16\pi^2} \int_0^1 \frac{x(x-1) \left[ m_{\nu_k}^2 (a_{ikl}^2 + b_{ikl}^2) x + m_{e_l}^2 (a_{ikl}^2 - b_{ikl}^2) \right]}{m_{\nu_k}^2 x^2 + x \left[ m_{\phi_i}^2 - m_{e_l}^2 - m_{\nu_k}^2 \right] + m_{e_l}^2} dx \quad (V.13)$$

$$F_2^{II}(q^2=0) = \frac{e}{16\pi^2} \int_0^1 \frac{x^2 \left[ m_{\nu_k}^2 (a_{ikl}^2 + b_{ikl}^2) (x-1) - m_{e_l}^2 (a_{ikl}^2 - b_{ikl}^2) \right]}{m_{\nu_k}^2 x^2 - x \left[ m_{\phi_i}^2 - m_{e_l}^2 + m_{\nu_k}^2 \right] + m_{\phi_i}^2} dx$$

La contribución de estos escalares al momento magnético del neutrino está dada por la suma de ambos diagramas y considerando todas las partículas involucradas ( $i=1,2$  y  $l=1,2$ ). Sintéticamente tenemos

$$\mu_{\nu_k} = \sum_{i,l=1}^2 F_2^I(q^2=0) + F_2^{II}(q^2=0) \quad (V.14)$$

La suma de las integrales (V.13) puede reunirse en una única integral y de esta manera la expresión (V.14) queda como

$$\mu_{\nu_k} = \frac{e}{16\pi^2} \sum_{i,l=1}^2 \int_0^1 x \frac{[m_{\nu_k} (a_{ikl}^2 + b_{ikl}^2)(x-1) - m_{e_l} (a_{ikl}^2 - b_{ikl}^2)]}{m_{\nu_k}^2 x^2 - x [m_{\phi_i}^2 - m_{e_l}^2 + m_{\nu_k}^2] + m_{\phi_i}^2} \quad (V.15)$$

Las expresiones para las constantes  $(a_{ikl}^2 + b_{ikl}^2)$  y  $(a_{ikl}^2 - b_{ikl}^2)$  se obtienen fácilmente de las expresiones (V.10)

$$a_{ikl}^2 - b_{ikl}^2 = - \sum_{jj'} \xi_1^{ij} \xi_2^{ij'} R_{(\nu)}^{ik} R_{(e)}^{jl} R_{(\nu)}^{j'k} R_{(e)}^{il} \quad (V.16)$$

$$a_{ikl}^2 + b_{ikl}^2 = 1/2 \sum_{jj'} \left[ \xi_1^{ij} \xi_1^{ij'} R_{(\nu)}^{ik} R_{(e)}^{jl} R_{(e)}^{j'l} + \xi_2^{ij} \xi_2^{ij'} R_{(e)}^{il} R_{(\nu)}^{jk} R_{(\nu)}^{j'k} \right]$$

El momento magnético del neutrino ordinario se obtiene de (V.15) simplemente tomando  $k=1$ . En estas condiciones se puede realizar en esta expresión algunas simplificaciones

$$m_{\nu_1} \ll m_{\phi_i} \quad \text{para } i,l=1,2 \quad (\text{V.17})$$

$$m_{\nu_1} \ll m_{e_l}$$

Además supondremos, por simplicidad, que las constantes  $\xi_1$  y  $\xi_2$  son iguales entre sí para el sector ordinario y el excitado, es decir tomaremos

$$\xi_1^{ij} = \xi_2^{ij} = \xi \quad (\text{V.18})$$

En estas condiciones la integral (V.15) toma una forma particularmente simple

$$\mu_{\nu_1} = \frac{\xi^2 e}{16\pi^2} \sum_{i,l,j=1}^2 R_{(\nu)}^{i1} R_{(e)}^{jl} R_{(\nu)}^{j'l} R_{(e)}^{il} m_{e_l} (m_{\phi_i}^2 - m_{e_l}^2)^{-2}. \quad (\text{V.19})$$

$$\left[ m_{\phi_i}^2 \ln(m_{\phi_i}^2 / m_{e_l}^2) - (m_{\phi_i}^2 - m_{e_l}^2) \right]$$

Puesto que estamos suponiendo que los escalares  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son el resultado de otro estado de acoplamiento de los bosones vectoriales intermedarios, entonces tomaremos a las masas de estos escalares del orden de las de sus compañeros vectoriales

$$m_{\phi_i} = 1/2 (m_{\nu_i} + m_{z_i}) \quad (\text{V.20})$$

y supondremos por simplicidad que  $\alpha \approx \beta$  y tomaremos su máximo valor posible  $\text{sen} \alpha < 0.1$ .

El valor de  $\mu_{\nu_1}$  en (V.19) dependerá de las masas de los

escalares y de la constante de acoplamiento  $g$ . Para encontrar cuáles son los valores experimentalmente posibles de estos parámetros veremos qué restricciones les imponen los estudios experimentales sobre el decaimiento de muón.

## DECAIMIENTO DEL MUÓN

El más preciso conjunto de datos en interacciones débiles cargadas puramente leptónicas proviene del decaimiento del muón

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu \quad (\text{V.21})$$

La información general que se obtiene de la reacción anterior se parametriza en función de las constantes de acoplamiento  $G_i$  y  $G'_i$  de la interacción más general entre 4 fermiones

$$\mathcal{H} = G_F/\sqrt{2} \sum_i \left[ \bar{e} \Gamma_i \nu_e \left( G_i \bar{\nu}_\mu \Gamma^i \mu + G'_i \bar{\nu}_\mu \Gamma^i \gamma_5 \mu \right) + \text{h.c.} \right] \quad (\text{V.22})$$

donde los  $\Gamma_i$  son respectivamente

$$\Gamma_S = \hat{1}, \quad \Gamma_V = \gamma^\mu, \quad \Gamma_A = \gamma^\mu \gamma^5, \quad \Gamma_P = \gamma_5, \quad \Gamma_T = 1/\sqrt{2} \sigma^{\mu\nu} \quad (\text{V.23})$$

Aquí estamos interesados en la contribución a la reacción (V.21) de los escalares cargados. Esta contribución se debe al diagrama representado en la siguiente figura

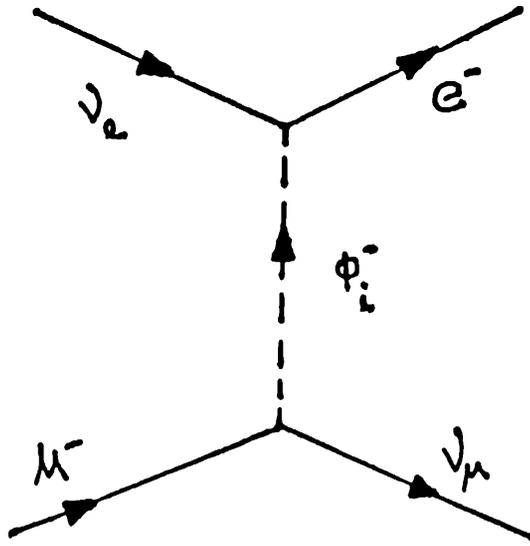


FIGURA V.3: Contribución de los escalares al decaimiento del muón.

Esta interacción efectiva a 4-fermiones está contenida como un proceso a segundo orden en el lagrangiano (V.9) para la familia del electrón y una expresión similar para la familia del muón

$$H = G_F / \sqrt{2} \left\{ e \hat{1} \nu_e \left[ \sum_{i=1}^2 g_S^{i(e)} g_S^{i(\mu)} \nu_\mu \hat{1}_\mu + \sum_{i=1}^2 g_S^{i(e)} g_P^{i(\mu)} \nu_\mu \gamma_5 \mu \right] + \right. \quad (V.24)$$

$$\left. e \gamma_5 \nu_e \left[ - \sum_{i=1}^2 g_P^{i(e)} g_S^{i(\mu)} \nu_\mu \hat{1}_\mu - \sum_{i=1}^2 g_P^{i(e)} g_P^{i(\mu)} \nu_\mu \gamma_5 \mu \right] \right\}$$

donde

$$g_S^i \rightarrow \left( \frac{\sqrt{2}}{G_F} \right)^{1/2} \frac{1}{2} a_{i11} \quad g_P^i \rightarrow \left( \frac{\sqrt{2}}{G_F} \right)^{1/2} \frac{1}{2} b_{i11} \quad (V.25)$$

$m_{\phi_i}$

Así, comparando (V.24) con el Hamiltoniano general (V.22) obtenemos para las constantes de acoplamiento  $G_i$  y  $G'_i$  los siguientes valores

$$\begin{aligned}
G_S &= \frac{\sqrt{2}}{G_F} \sum_{i=1}^2 \frac{a_{i11}^{(\epsilon)} a_{i11}^{(\mu)}}{m_i^2 \phi_i} & G_P &= \frac{\sqrt{2}}{G_F} \sum_{i=1}^2 \frac{b_{i11}^{(\epsilon)} b_{i11}^{(\mu)}}{m_i^2 \phi_i} \\
G'_S &= \frac{\sqrt{2}}{G_F} \sum_{i=1}^2 \frac{a_{i11}^{(\epsilon)} a_{i11}^{(\mu)}}{m_i^2 \phi_i} & G'_P &= \frac{\sqrt{2}}{G_F} \sum_{i=1}^2 \frac{b_{i11}^{(\epsilon)} a_{i11}^{(\mu)}}{m_i^2 \phi_i}
\end{aligned} \tag{V.26}$$

y en nuestro caso los otros  $G_i$  son nulos. Las constantes  $a_{i11}^{\epsilon, \mu}$  y  $b_{i11}^{\epsilon, \mu}$  están dadas por (V.10) que para el caso en que  $\text{sen} \alpha \approx \text{sen} \beta$  y  $\xi_1^{ij} = \xi_2^{ij} = \xi$  toman la siguiente forma simplificada

$$\begin{aligned}
a_{i11}^{(\epsilon), (\mu)} &= 0 \\
b_{i11}^{(\epsilon), (\mu)} &= \xi^{(\epsilon), (\mu)} \sum_{l=1}^2 R_{(\mu)}^{i1} R_{(\mu)}^{j1}
\end{aligned} \tag{V.27}$$

Para una mejor utilización de los datos experimentales es conveniente expresar el Hamiltoniano (V.22) en la forma de proyección de helicidad

$$\begin{aligned}
H &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ h_{11} (s+p)_{\nu \bullet} (s+p)_{\nu \mu \mu} + h_{12} (s+p)_{\nu \bullet} (s-p)_{\nu \mu \mu} + \right. \\
&\quad h_{21} (s-p)_{\nu \bullet} (s+p)_{\nu \mu \mu} + h_{22} (s-p)_{\nu \bullet} (s-p)_{\nu \mu \mu} + \\
&\quad \xi_{11} (v^{\mu} + a^{\mu})_{\nu \bullet} (v_{\mu} + a_{\mu})_{\nu \mu \mu} + \xi_{12} (v^{\mu} + a^{\mu})_{\nu \bullet} (v_{\mu} - a_{\mu})_{\nu \mu \mu} + \\
&\quad \xi_{21} (v^{\mu} - a^{\mu})_{\nu \bullet} (v_{\mu} + a_{\mu})_{\nu \mu \mu} + \xi_{22} (v^{\mu} - a^{\mu})_{\nu \bullet} (v_{\mu} - a_{\mu})_{\nu \mu \mu} + \\
&\quad \left. \Gamma_{11} (t^{\mu\nu} + t'^{\mu\nu})_{\nu \bullet} (t_{\mu\nu} + t'_{\mu\nu})_{\nu \mu \mu} + \Gamma_{22} (t^{\mu\nu} - t'^{\mu\nu})_{\nu \bullet} (t_{\mu\nu} - t'_{\mu\nu})_{\nu \mu \mu} + \text{h.c.} \right]
\end{aligned} \tag{V.28}$$

donde

$$\begin{aligned}
S_{ik} &= \bar{\Psi}_i \hat{1} \Psi_k & P_{ik} &= \bar{\Psi}_i \gamma_5 \Psi_k \\
v_{ik}^\mu &= \bar{\Psi}_i \gamma^\mu \Psi_k & a_{ik}^\mu &= \bar{\Psi}_i \gamma^\mu \gamma_5 \Psi_k
\end{aligned}
\tag{V.29}$$

$$\begin{aligned}
t_{ik}^{\mu\nu} &= \bar{\Psi}_i \frac{\sigma^{\mu\nu}}{\sqrt{2}} \Psi_k & t_{ik}^{\mu\nu} &= \bar{\Psi}_i \frac{\sigma^{\mu\nu}}{\sqrt{2}} \gamma_5 \Psi_k
\end{aligned}$$

con los índices i,k rotulando  $e\nu_e$  o  $\nu_\mu^\mu$ .

Por supuesto, en el proceso bajo consideración las únicas constantes distintas de cero son  $h_{11}$ ,  $h_{12}$ ,  $h_{21}$  y  $h_{22}$ . La conexión entre estas constantes y las  $G_S$ ,  $G_A$ ,  $G'_S$ ,  $G'_A$  de (V.22) está dada por las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned}
h_{11} &= 1/4 (\sigma_S - \sigma_P + \sigma'_S - \sigma'_P) \\
h_{22} &= 1/4 (\sigma_S - \sigma_P - \sigma'_S + \sigma'_P) \\
h_{12} &= 1/4 (\sigma_S + \sigma_P - \sigma'_S - \sigma'_P) \\
h_{21} &= 1/4 (\sigma_S + \sigma_P + \sigma'_S + \sigma'_P)
\end{aligned}
\tag{V.30}$$

que con las definiciones (V.26) quedan expresadas como

$$\begin{aligned}
h_{11} &= 1/4 \frac{\sqrt{2}}{G_F} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{m_{\phi_i}^2} \left[ a_{i11}^{(e)} - b_{i11}^{(e)} \right] \left[ a_{i11}^{(\mu)} + b_{i11}^{(\mu)} \right] \\
h_{22} &= 1/4 \frac{\sqrt{2}}{G_F} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{m_{\phi_i}^2} \left[ a_{i11}^{(e)} + b_{i11}^{(e)} \right] \left[ a_{i11}^{(\mu)} - b_{i11}^{(\mu)} \right] \\
h_{12} &= 1/4 \frac{\sqrt{2}}{G_F} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{m_{\phi_i}^2} \left[ a_{i11}^{(e)} - b_{i11}^{(e)} \right] \left[ a_{i11}^{(\mu)} - b_{i11}^{(\mu)} \right] \\
h_{11} &= 1/4 \frac{\sqrt{2}}{G_F} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{m_{\phi_i}^2} \left[ a_{i11}^{(e)} + b_{i11}^{(e)} \right] \left[ a_{i11}^{(\mu)} + b_{i11}^{(\mu)} \right]
\end{aligned} \tag{V.31}$$

Pero en (V.27) todos los  $h$  son iguales en esta aproximación, entonces tenemos

$$h_{11} = \frac{-\sqrt{2} g^{(e)} g^{(\mu)}}{4G_F} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{j'=1}^2 \frac{1}{m_{\phi_i}^2} R_{(e)}^{i1j} R_{(e)}^{j1i} R_{(e)}^{j'1i} \tag{V.32}$$

Del estudio experimental<sup>10</sup> de la reacción (V.21) se obtiene para  $h_{11}$  la siguiente cota experimental

$$h_{11} < 0.076 \tag{V.33}$$

De esta manera, la ecuación (V.32) impone restricciones a los posibles valores de  $g^{(e)}$ ,  $g^{(\mu)}$ ,  $\alpha$ ,  $m_{\phi_i}$ .

Las constantes  $g^{(e)}$  y  $g^{(\mu)}$  pueden en principio no ser iguales, este es el caso de una interacción no-universal. Esta situación se presenta en el campo de Higgs que se acopla a los fermiones en forma proporcional a la masa de éstos. En estas condiciones

llamaremos<sup>o</sup>  $\lambda$  al parámetro que mide la violación de universalidad de estas interacciones

$$\frac{g^{(\mu)}}{g^{(e)}} = \lambda$$

Finalmente en las FIGURA V.5 y FIGURA V.6 se muestran las regiones (zonas sombreadas) de los parámetros  $g^{(e)2}$  y R para los que el momento magnético del neutrino del electrón toma el valor necesario para que el mecanismo V.V.O. trabaje y no se viola la condición impuesta para el decaimiento del muón. Estas regiones están dadas para distintos valores de  $\lambda$ . Sin embargo, puesto que  $\lambda$  es proporcional a  $g^{(\mu)}$ , éste podrá ajustarse para dar cuenta del límite cosmológico (V.3). Efectivamente, se encuentra de la expresión (V.19), cambiando la masa del electrón ordinario por la del muón ordinario, que para  $\mu_{\nu\mu} < 1.5 \times 10^{-11}$  es necesario que  $\lambda < 0.1$  para los valores de  $g^2$  y R de la región representada en la FIGURA V.5. Es importante aclarar además que para los puntos de estas regiones la anomalía magnética del electrón y del muón está a salvo por debajo de la cota experimental.

## PEQUEÑEZ DE LA MASA DEL NEUTRINO

Uno de los mayores problemas que generan los modelos que dan un momento magnético grande a los neutrinos, es que los mismos diagramas que contribuyen a  $\mu_{\nu_e}$  también contribuyen, a one-loop, a la corrección de masa de éstos.<sup>11</sup> De esta manera, se obtiene una corrección que da un valor inadmisiblemente grande para la masa de los neutrinos.

Como se explicó en la introducción, este problema puede salvarse en el contexto de nuestro modelo debido a efectos de cancelación entre procesos que sí contribuyen a la renormalización de la masa ( $\Delta m$ ) pero no al momento magnético ( $\mu_{\nu_e}$ ).

Los diagramas de la FIGURA V.2 , amputando la línea del fotón externa, contribuyen tanto a  $\Delta m$  como a  $\mu_{\nu_e}$ . Obsérvese que en estos diagramas sólo participan escalares cargados, puesto que son necesarios para que interactúen con el fotón y aporten al  $\mu_{\nu_e}$ .

Con respecto a la corrección de masa a one-loop, pueden participar, en una de las líneas internas, tanto los escalares cargados como los neutros. En estas condiciones los diagramas que contribuyen a  $\Delta m$  son los representados en la FIGURA V.4

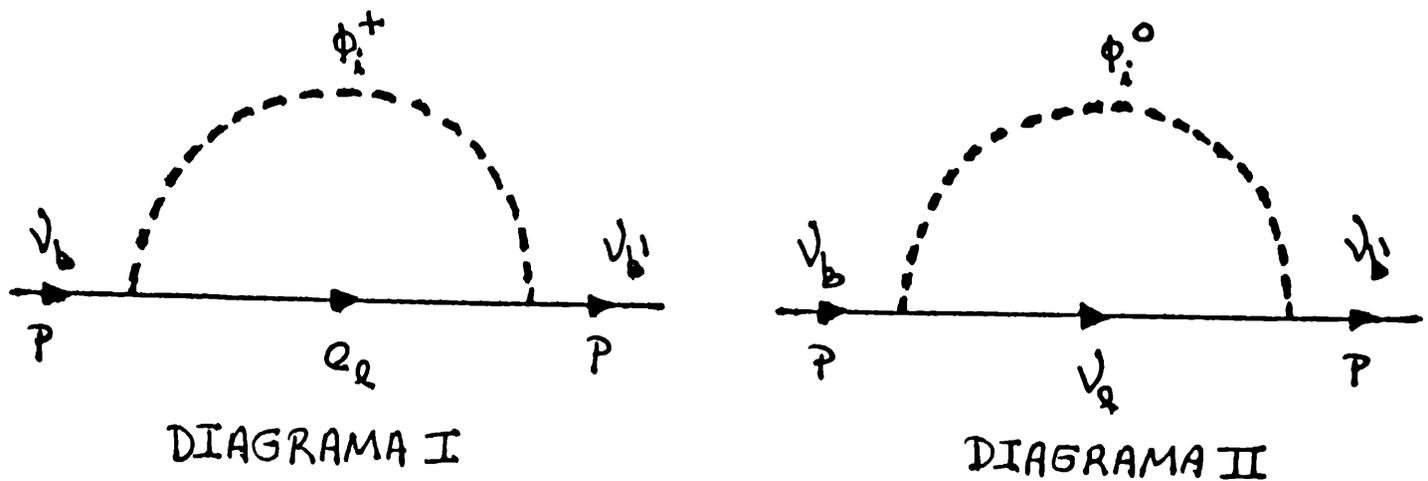


FIGURA V.4: Contribución de los escalares a la renormalización de la masa del neutrino.

Donde como dijimos, el segundo diagrama sólo contribuye a  $\Delta m$ . Vamos a ver, a continuación, que estos diagramas producen una cancelación que deja  $\Delta m$  razonablemente pequeña manteniendo el valor grande de  $\mu_{\nu\theta}$ .

Las reglas de Feynman necesarias para el cálculo de estos diagramas están contenidas en el lagrangiano (V.9), del cual resultan las correcciones de masa correspondientes a los diagramas I y II:

$$\Sigma_{(p)}^{(1)} = - \int \frac{d^{2\omega} k}{(2\pi)^{2\omega}} \frac{B_{ik'l}^{(\theta, \nu)} (\not{p} - \not{k} + m_{\theta_l}) A_{ikl}^{(\theta, l)}}{[(k - px)^2 + a_I^2]^2} \quad (V.34)$$

donde

$$a_I^2 = -p^2 x^2 - m_{\phi_i}^2 + x (p^2 - m_{\theta_l}^2 + m_{\phi_i}^2)$$

para el I, y para el diagrama II

$$\sum_{(p)}^{(II)} = - \int \frac{d^2\omega_k}{(2\pi)^2\omega} \frac{B_{ik'l}^{(\nu)} (\mu - k + m_{\nu_l}) A_{ikl}^{(\nu)}}{[(k - px)^2 + a_{II}^2]^2} \quad (V.35)$$

donde  $a_{II}^2 = -p^2 x^2 - m_{\phi_i}^2 + x(p^2 - m_{\nu_l}^2 + m_{\phi_i}^2)$

De acuerdo a (V.9) las correspondientes constantes serán

$$\begin{aligned} A_{ikl}^{(e,\nu)} &= i [a_{ikl} - \gamma_5 b_{ikl}] \\ B_{ik'l}^{(e,\nu)} &= i [a_{ik'l} + \gamma_5 b_{ik'l}] \\ A_{ikl}^{(\nu)} &= i [C_{ikl}^{(\nu)} - \gamma_5 D_{ikl}^{(\nu)}] \\ B_{ik'l}^{(\nu)} &= i [C_{ik'l}^{(\nu)} + \gamma_5 D_{ik'l}^{(\nu)}] \end{aligned} \quad (V.36)$$

En estas condiciones realizando explícitamente las integrales (V.34) y (V.35), que debido al conteo de potencias son logarímicamente divergentes, se obtiene

$$\Delta m_{kk'}^I \leq \frac{1}{16\pi^2} \sum_{l,l'} \left\{ \frac{1}{2} [a_{ik'l} a_{ikl} + b_{ik'l} b_{ikl}] m_{\nu_k} + [a_{ikl} a_{ikl} - b_{ik'l} b_{ikl}] m_{e_l} \right\} \cdot \ln(\Lambda/M) \quad (V.37)$$

$$\Delta m_{kk'}^{II} \leq \frac{1}{16\pi^2} \sum_{l,l'} \left\{ \frac{1}{2} [C_{ik'l}^{(\nu)} C_{ikl}^{(\nu)} + D_{ik'l}^{(\nu)} D_{ikl}^{(\nu)}] m_{\nu_k} + [C_{ikl}^{(\nu)} C_{ikl}^{(\nu)} - D_{ik'l}^{(\nu)} D_{ikl}^{(\nu)}] m_{\nu_l} \right\} \cdot \ln(\Lambda/M)$$

donde  $\Lambda$  es el corte en el volumen de integración necesario para regularizar las integrales y  $M$  es una combinación de las masas  $m_{\phi_i}$ ,  $m_{e_l}$ ,  $m_{\nu_l}$  que convierte a los miembros derechos de (V.37)

en cotas superiores de  $\Delta m^I$  y  $\Delta m^{II}$ . Donde las combinaciones de constantes que aparecen en esta última expresión se obtienen fácilmente de (V.10)

$$a_{ik'l} a_{ikl} + b_{ik'l} b_{ikl} = g^2/2 \sum_{jj'} \left[ R_{ik'}^{(\nu)} R_{jl}^{(\theta)} R_{ik}^{(\nu)} R_{j'l}^{(\theta)} + R_{jk'}^{(\nu)} R_{il}^{(\theta)} R_{j'k}^{(\nu)} R_{il}^{(\theta)} \right]$$

$$a_{ik'l} a_{ikl} - b_{ik'l} b_{ikl} = -g^2/2 \sum_{jj'} \left[ R_{ik'}^{(\nu)} R_{jl}^{(\theta)} R_{j'k}^{(\nu)} R_{il}^{(\theta)} + R_{jk'}^{(\nu)} R_{il}^{(\theta)} R_{ik}^{(\nu)} R_{j'l}^{(\theta)} \right]$$

(V.38)

$$C_{ik'l}^{(\nu)} C_{ikl}^{(\nu)} + D_{ik'l}^{(\nu)} D_{ikl}^{(\nu)} = g^2/2 \sum_{jj'} \left[ R_{ik'}^{(\nu)} R_{jl}^{(\nu)} R_{ik}^{(\nu)} R_{j'l}^{(\nu)} + R_{jk'}^{(\nu)} R_{il}^{(\nu)} R_{j'k}^{(\nu)} R_{il}^{(\nu)} \right]$$

$$C_{ik'l}^{(\nu)} C_{ikl}^{(\nu)} - D_{ik'l}^{(\nu)} D_{ikl}^{(\nu)} = g^2/2 \sum_{jj'} \left[ R_{ik'}^{(\nu)} R_{jl}^{(\nu)} R_{j'k}^{(\nu)} R_{il}^{(\nu)} + R_{jk'}^{(\nu)} R_{il}^{(\nu)} R_{ik}^{(\nu)} R_{j'l}^{(\nu)} \right]$$

Sumando entonces las expresiones (V.37) e insertando en ellas (V.38) se obtiene la siguiente expresión

$$\Delta m_{kk'} \leq \frac{g^2}{32\pi^2} \left\{ \left( m_{\nu_k} + m_{\nu_{k'}} \right) \left( \delta_{kk'} + 2 \sum_{jj'} R_{jk'}^{(\nu)} R_{j'k}^{(\nu)} \right) - \right.$$

(V.39)

$$\left. \sum_{i \neq jj'} \left( R_{ik'}^{(\nu)} R_{j'k}^{(\nu)} + R_{j'k}^{(\nu)} R_{ik}^{(\nu)} \right) R_{il}^{(\theta)} R_{jl}^{(\theta)} m_{e_l} \right\} \cdot \ln(\Lambda/M)$$

donde para derivar esta última expresión se ha utilizado la ortogonalidad de las matrices  $R^{(\nu)}$  y  $R^{(\theta)}$ .

En estas condiciones la matriz de corrección de masas tendrá el siguiente aspecto

$$\Delta m = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{pmatrix} \cdot \ln(\Lambda/M) + \quad (V.40)$$

Desarrollando explícitamente las sumas en (V.39) se obtienen para los elementos de la matriz (V.40) las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 m_{11} &= g^2 \left[ m_{\nu_1} \left( 3 + \text{sen}2\alpha \right) - \left( \cos(\alpha-\beta) + \text{sen}(\alpha+\beta) \right) \cos(\alpha-\beta) m_{e_1} - \right. \\
 &\quad \left. \left( \cos(\alpha+\beta) + \text{sen}(\alpha-\beta) \right) \text{sen}(\alpha-\beta) m_{e_2} \right] \\
 m_{12} &= g^2 / 2 \left[ m_{\nu_2} \cos 2\alpha - \left( \cos 2\alpha (\cos\beta + \text{sen}\beta) - \text{sen} 2\alpha (\cos\beta - \text{sen}\beta) \right) \right. \\
 &\quad \left. (\cos\beta + \text{sen}\beta) m_{e_1} - \right. \\
 &\quad \left. \left( \cos 2\alpha (\cos\beta - \text{sen}\beta) + \text{sen} 2\alpha (\cos\beta + \text{sen}\beta) \right) (\cos\beta - \text{sen}\beta) m_{e_2} \right] \\
 m_{22} &= g^2 \left[ m_{\nu_2} \left( 3 - \text{sen}2\alpha \right) + \left( \cos(\alpha+\beta) - \text{sen}(\alpha-\beta) \right) \text{sen}(\alpha-\beta) m_{e_1} - \right. \\
 &\quad \left. \left( \cos(\alpha-\beta) - \text{sen}(\alpha+\beta) \right) \cos(\alpha-\beta) m_{e_2} \right]
 \end{aligned} \tag{V.41}$$

La masa  $m_{\nu_1}$  que aparece en estas expresiones es la masa del neutrino ordinario a orden cero, ésta es muy pequeña, y aquí la tomaremos, sin pérdida de generalidad, como idénticamente nula ( $m_{\nu_1} \equiv 0$ ).

Veamos ahora qué restricciones se deben imponer a los parámetros libres del modelo ( $\alpha, \beta \lesssim 0.1$ ,  $m_{e_2} > 30$  Gev,  $m_{\nu_2}$ ) para que la matriz de corrección de masas (V.40) quede diagonal con la condición adicional que la corrección de masa del neutrino ordinario se mantenga pequeña ( $m_{11} \simeq 0$ ). De (V.41) deducimos que es posible anular el elemento  $m_{11}$  (con  $m_{\nu_1} \equiv 0$ ) imponiendo la siguiente restricción a los ángulos y masas

$$\frac{m_{e_1}}{m_{e_2}} = \frac{\cos\beta - \text{sen}\beta}{\cos\beta + \text{sen}\beta} \cdot \text{tg}(\beta - \alpha) \tag{V.42}$$

Pero debido a que  $\sin\beta \ll 0,1$  esta expresión queda aproximadamente

$$\beta - \alpha \approx 0 \left[ \frac{m_{e_1}}{m_{e_2}} \right] \ll 1 \quad (V.43)$$

En el contexto de nuestro modelo esta relación más que razonable era esperada. En efecto, recordemos por un lado que los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  presentes en la expresión (V.41) son los que diagonalizan la matriz de masas para neutrinos y electrones respectivamente, y por otro que la materia ordinaria  $(\nu_1, e_1)$  y la materia excitada  $(\nu_2, e_2)$  pertenecen a escalas de masas bien diferenciadas. Entonces si la escala excitada es  $\cong m_{\nu_2} \cong m_{e_2}$  como hemos puesto que  $m_{\nu} \equiv 0$  mientras que  $m_{e_1} \neq 0$ , es natural esperar que  $\alpha$  y  $\beta$  sean muy parecidos a menos de correcciones de orden de  $m_{e_1}/m_{e_2}$  como lo sugiere (V.43).

Veamos ahora qué sucede con  $m_{12}$ . Si insertamos en (V.41) la relación (V.42) inmediatamente se obtiene que es posible anular  $m_{12}$  si se toma

$$m_{\nu_2} \cong m_{e_2} + 0 \left[ \frac{m_{e_1}}{m_{e_2}} \right] \quad (V.44)$$

Como se ve la masa del neutrino excitado juega un rol central en la anulación de  $m_{12}$  y esta masa proviene exclusivamente del diagrama II de la FIGURA V.4. Nunca hubiera sido posible lograr la anulación del elemento no diagonal sin contar con este

proceso que, como se dijo no interviene en el momento magnético del neutrino ordinario.

Vemos que una elección natural de los parámetros libres del modelo produce una corrección de masa diagonal para los neutrinos pero que la corrección correspondiente al neutrino ordinario queda pequeña

$$\Delta m = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_{22} \end{pmatrix} \cdot \ln(\Lambda/M) + \quad (V.45)$$

La corrección de masa del neutrino excitado se obtiene inmediatamente de (V.41) resultando

$$m_{22} \cong 2g^2 m_{e_2} \ln(\Lambda/M) + \quad (V.46)$$

Finalmente remarquemos que nuestro modelo admite un momento magnético grande para el neutrino ordinario  $\mu_{\nu_e}$  como requiere el mecanismo V.V.O, y que esto se logra sin las modificaciones inaceptables para la masa del neutrino como ocurre con los modelos alternativos.

Digamos por último que la restricción del número de especies con momento magnético grande impuesta por la abundancia de  $^4\text{He}$  se arregla fácilmente si se supone una interacción no universal entre los escalares y los fermiones, ya que de esta manera es posible mantener el momento magnético de los neutrinos muónicos y tauónicos pequeño.

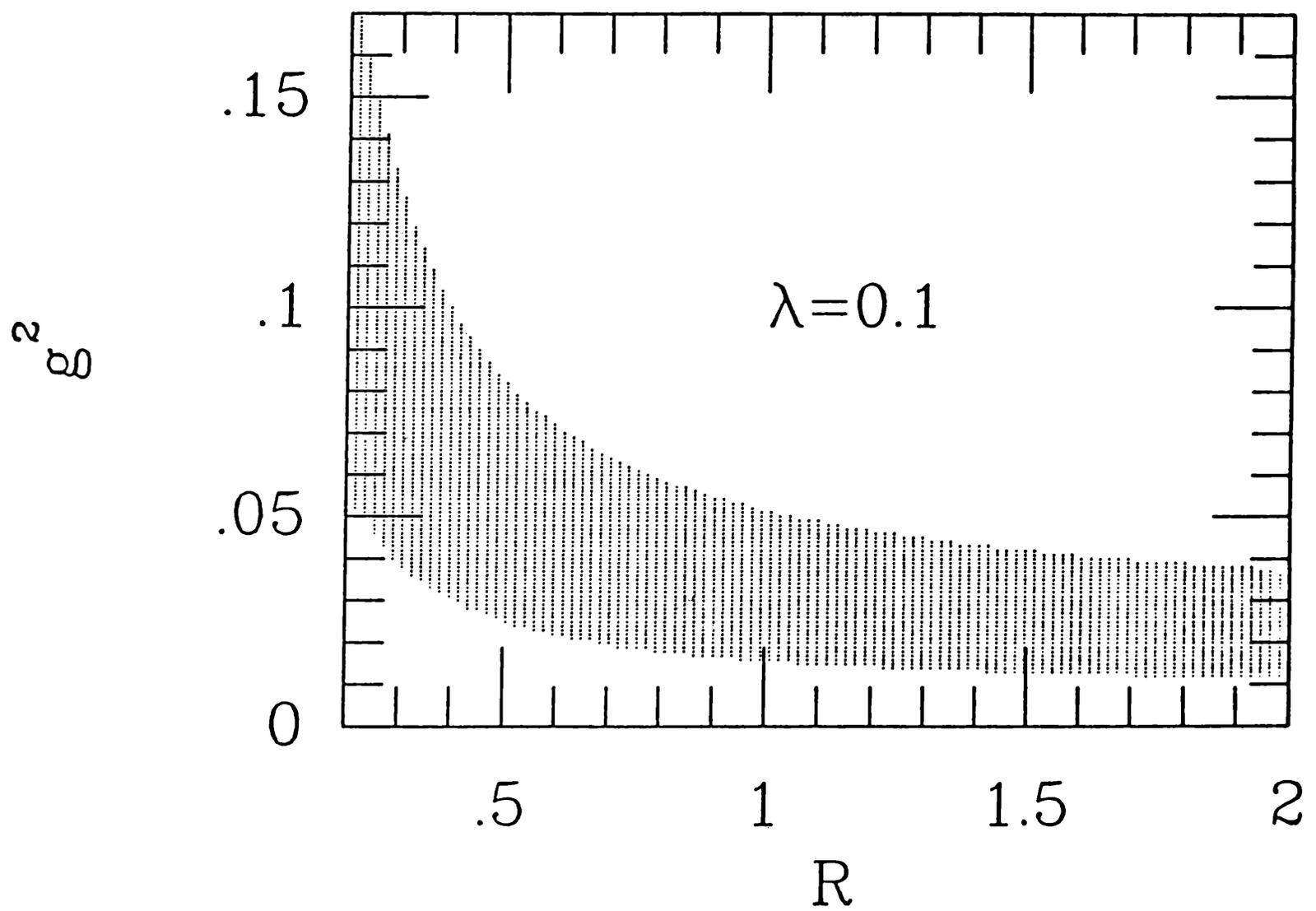


FIGURA V.5: La zona sombreada es la región de los parámetros  $g^2$ ,  $R$ , para  $\lambda=0.1$ , donde el mecanismo VVO trabaja.

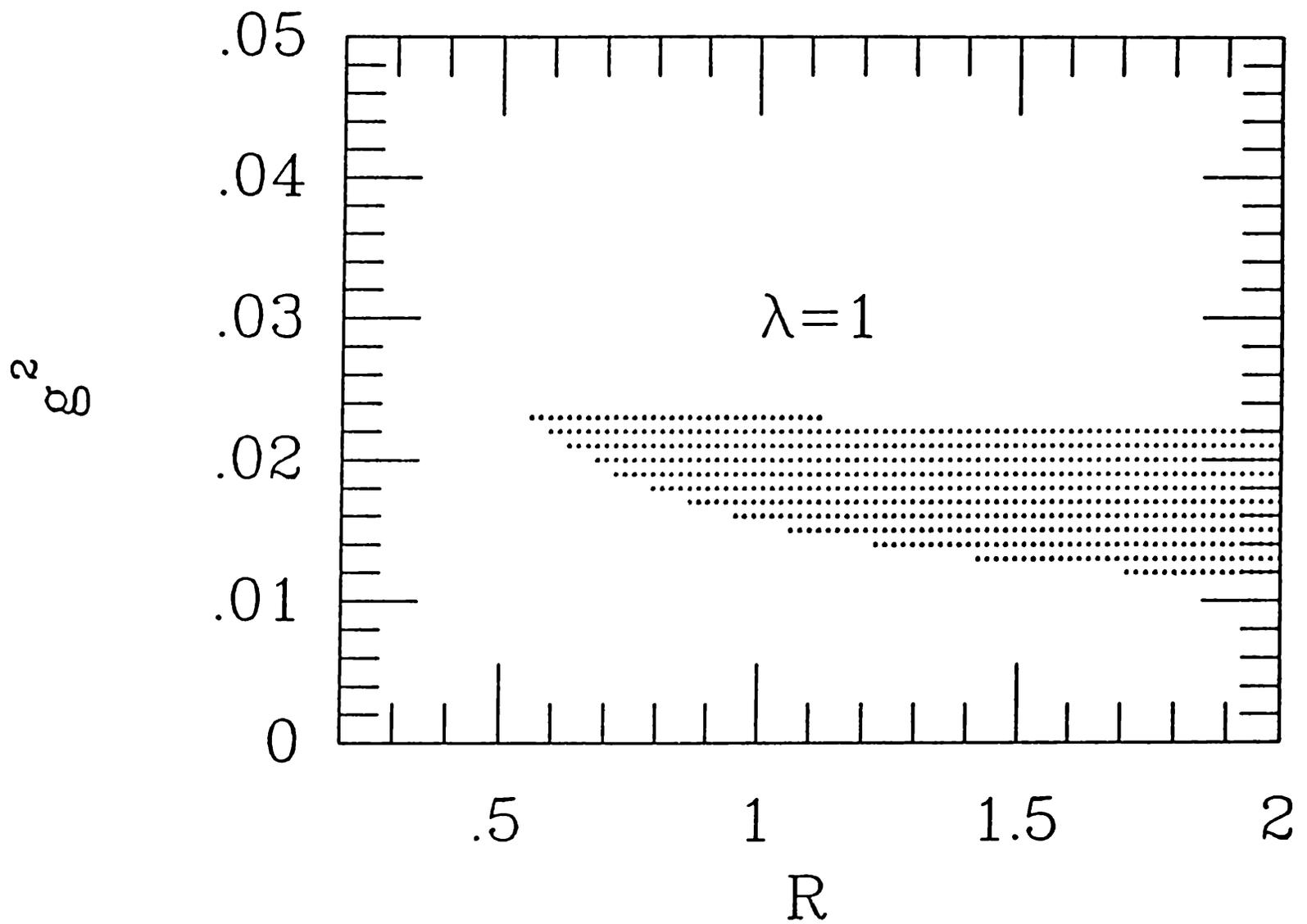


FIGURA V.6: La zona sombreada es la región de los parámetros  $g^2$ ,  $R$ , para  $\lambda=1.0$ , donde el mecanismo VVO trabaja.

## REFERENCIAS DEL CAPITULO V

- 1- J. N. Bahcall et al., Rev. Mod. Phys. 54 (1982) 767.
- 2- S. M. Bilenky and B. Pontecorvo, Physics Reports 41 (1978) 225
- 3- J. Faulkner and R. L. Gilliland, Astrphys. J. 299 (1985) 994  
D. N. Spergel and W. H. Press, Astrophys. J. 294 (1985) 663  
W. H. Press and D. N. Spergel, Astrophys. J. 296 (1985) 674  
R. L. Gilliland et al, Astrophys. J. 306 (1986) 703
- 4- M. B. Voloshin, M. I. Vysotsky and L. B. Okun, Sov. J. Nucl. Phys. 44 (1986) 440
- 5- A. V. Kyuldjiev, Nucl. Phys. B243 (1984) 387  
J. N. Bahacall, B. T. LLeveland  
R. Davis and J. K. Rowley, Astrophys. J. Lett. 282 (1985) L179
- 6- C. L. Cown and F. Reines, Phys. Rev. 107 (1957) 528  
J. Kim, V. Mathur and S. Okubo, Phys. Rev. D9 (1974) 3050.
- 7- L. N. Epele et al.m Phys. Rev. D38 (1988) 2129
- 8- J. Leite Lopez, J. A. Martin Simões and D. Spelher, Phys. Lett. 94B (1980) 367; Phys. Rev. D23 (1981) 797, D25 (1982) 1854.
- 9- Epele et al., enviado para su publicación a Phys. Rev. D.
- 10- K. Mursula and F. Scheck, Nucl. Phys. B253 (1985) 189-204
- 11- J. Pulido and J.P. Ralston, Phys. Rev.D38 (1988) 2864;  
J. Iiu, Z. Phys. C41 (1988) 137; J. Pulido, Phys. Lett. B216

(1989) 419; R. Barbieri and R.N. Mohapatra, Phys. Lett. B218  
(1989) 225

## COMENTARIOS FINALES

Es posible que ciertas características de regularidad aún no explicadas entre las partículas actualmente conocidas como elementales evidencien alguna estructura común como proponen diversos modelos compuestos. Como en el presente no existen elementos que permitan inferir la dinámica de estos subcomponentes, para explorar esta posibilidad es necesario recurrir a las consecuencias más probables que tendría una dinámica interna como es la existencia de estados excitados.

Existen infinitas variantes posibles para estudiar estos estados, por lo que nosotros nos hemos propuesto afrontar el problema de individualizar manifestaciones de subestructura a través de las interacciones electrodébiles de estos estados excitados pues la física de altas energías de estas interacciones provee los datos más claros en el presente.

De esta manera, y debido al éxito del modelo de Salam-Weinberg, proponemos modelar las interacciones electrodébiles para las partículas ordinarias y excitadas pidiendo que todos los estados respeten la simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , a través de una extensión natural  $G = SU(2)_L^* \times SU(2)_L \times U(1)$  de dicho modelo.

Así, en el modelo que presentamos no se hacen hipótesis sobre la dinámica interna de los constituyentes y solo se investigan sus propiedades globales o externas.

Debido a la extensión del grupo de gauge aparecen naturalmente nuevos mediadores que son interpretados como estados excitados de los mediadores ordinarios, para los cuales los datos experimentales imponen que sus masas se encuentren en el rango de 100-200 GeV.

En el modelo se ubica tanto a los fermiones ordinarios como a los excitados en la representación fundamental del grupo  $G$  y se encuentran sus interacciones a través del intercambio de mediadores ordinarios y excitados.

Con motivo de comprobar la viabilidad del modelo se analizó el comportamiento de bajas energías del mismo. En este sentido se investigó la dispersión neutrino-electrón y neutrino-muon, la anomalía magnética de electrones y muones, y el apartamiento de la electrodinámica cuántica en la reacción  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ . En todos los casos se encuentra que, dentro de los errores experimentales, el modelo tiene el comportamiento correcto a bajas energías.

Además de los procesos de confrontación experimental inmediata, como los anteriores, se investigaron las predicciones del modelo en la zona de energía que será accesible próximamente con las nuevas máquinas  $e^+e^-$  (LEP,SLC). Entre estas pueden citarse las asimetrías  $A_{FB}$  y  $A_{LR}$ . Estas muestran un apartamiento significativo del modelo de Salam-Weinberg en la zona 100-200 GeV, por lo cual, en esta zona de energías los efectos de la extensión del modelo serán fácilmente verificables.

Se calculó además el ancho de ambos bosones neutros y en particular la predicción al ancho de  $Z_1$ , el cual será medido

con gran precisión ( $\ll 50$  MeV) en SLC y LEP. Por otra parte el modelo presenta el interesante rasgo de predecir un ancho menor que el standard para  $Z_1$ , y esta es una diferencia cualitativa que lo distingue de otros modelos.

Finalmente mostramos como, este modelo, permite un valor suficientemente grande del momento magnético del neutrino como para dar solución, a través del mecanismo VVO, a uno de los problemas mas acuciantes de la astrofísica: el problema de los neutrinos solares.

Dentro de este modelo de partículas compuestas aparece como natural la existencia de escalares: Pues si pensamos a los bosones vectoriales masivos como un estado compuesto de dos fermiones de spin  $1/2$ , es natural pensar que estos puedan acoplarse para dar como resultado una partícula de spin cero. Debido a la íntima relación entre los mediadores vectoriales y estos escalares suponemos que tienen una masa del mismo orden. Estos escalares juegan un rol central en el modelo ya que, a través de un acoplamiento de Yukawa, se acoplan tanto a los neutrinos izquierdos como a los derechos. Recordemos que estos últimos son singletes bajo  $G$  y por lo tanto no interactúan con los campos de gauge.

Debido entonces, a la interacción de los escalares con ambos estados de helicidad del neutrino es que se consigue, a nivel one-loop, un momento magnético grande para el neutrino del electrón. Este valor es del orden necesario como para que el mecanismo VVO trabaje

El acoplamiento entre estos escalares y los fermiones lo

fijamos observando las cotas experimentales al decaimiento del muón

Nuestro modelo tiene la virtud de conseguir un momento magnético grande sin producir correcciones radiativas inaceptablemente grandes a la masa del neutrino como ocurre con otros modelos. Este resultado exitoso se debe a un mecanismo de cancelación entre procesos mediados por escalares neutros y cargados.

En estos calculos se ha tomado una interacción no universal entre escalares y fermiones con el fin de jerarquizar correctamente los momentos magnéticos de los neutrinos de las distintas familias y de esta manera evitar el conflicto con las cotas cosmológicas a la abundancia de  $^4\text{H}_e$ .

Insistimos por último en el hecho que algunas de las predicciones del modelo que hemos presentado podrán ser prontamente contrastadas con los resultados experimentales de LEP lo que da a nuestra propuesta la posibilidad de contribuir realmente al entendimiento de las partículas elementales y sus interacciones.

## APENDICE I

### Notación y Convenciones

#### A.I.1-Tetravectores, Producto escalar:

Denotaremos las coordenadas espacio-temporales  $(t,x,y,z)=(\vec{t},\vec{x})$  por el tetravector contravariante

$$x^\mu \equiv (t,x,y,z) = (x^0, x^1, x^2, x^3) \quad (\text{A.I.1})$$

Tomaremos como tensor métrico a  $g_{\mu\nu}$  dado por

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.I.2})$$

el cual genera el tetravector covariante

$$x_\mu \equiv g_{\mu\nu} x^\nu \equiv (x_0, x_1, x_2, x_3) = (t, -x, -y, -z) \quad (\text{A.I.3})$$

En estas condiciones para el producto escalar tendremos

$$a \cdot b = a^0 b^0 - \vec{a} \cdot \vec{b} \quad (\text{A.I.4})$$

Por otro lado denotaremos al tetravector impulso por

$$p^\mu = (E; p_x, p_y, p_z) \quad (\text{A.I.5})$$

y su módulo cuadrado será

$$p^\mu p_\mu = E^2 - |\vec{p}|^2 \quad (\text{A.I.6})$$

A.I.2-Matrices de Dirac:

Las matrices de Dirac satisfacen las siguientes relaciones de anticonmutación:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \quad (\text{A.I.7})$$

y además

$$\gamma^\mu \gamma_\mu = 4\hat{I} \quad (\text{A.I.8})$$

donde  $\hat{I}$  es la matriz identidad de 4x4.

Las siguientes útiles identidades se desprenden de las relaciones de anticonmutación (A.I.7):

$$\begin{aligned} \gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\mu &= -2\gamma_\nu \\ \gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\mu &= 4g_{\nu\rho} \\ \gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma \gamma_\mu &= -2\gamma_\sigma \gamma_\rho \gamma_\nu \\ \gamma^\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma \gamma_\tau \gamma_\mu &= 2(\gamma_\tau \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma - \gamma_\sigma \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\tau) \end{aligned} \quad (\text{A.I.9})$$

Tomaremos como representación de las matrices de Dirac a la siguiente:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \hat{I} & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.I.10})$$

donde  $\sigma$  son las matrices de Pauli y las representamos por:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.I.11})$$

También puede definirse la matriz  $\gamma_5$  por medio de las matrices

anteriores:

$$\gamma_5 \equiv i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 \quad (\text{A.I.12})$$

Esta matriz satiface:

$$(\gamma_5)^2 = \hat{I} \quad , \quad \{\gamma_5, \gamma_\mu\} \equiv 0 \quad (\text{A.I.13})$$

A.I.3-Trazas de Matrices  $\gamma$ :

$$\text{Tr}(I) = 4$$

$$\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$$

$$\text{Tr}(\gamma_\mu) = 0$$

$$\text{Tr}(\gamma_\mu\gamma_\nu) = 4 \epsilon_{\mu\nu}$$

$$\text{Tr}(\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma) = 4 [\epsilon_{\mu\nu}\epsilon_{\rho\sigma} - \epsilon_{\mu\rho}\epsilon_{\nu\sigma} + \epsilon_{\mu\sigma}\epsilon_{\nu\rho}]$$

$$\text{Tr}(\gamma_5) = 0$$

$$\text{Tr}(\gamma_5\gamma_\mu) = 0$$

$$\text{Tr}(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu) = 0$$

$$\text{Tr}(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\sigma) = 0$$

$$\text{Tr}(\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma) = 4i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$$

(A.I.14)

## APENDICE II

Durante los cálculos efectuados en parte de los Capítulos III y IV se trabajó en el llamado gauge unitario. Este gauge tiene la ventaja de que sólo aparecen en la teoría de partículas físicas pero los propagadores de los bosones vectoriales intermedarios tienen un fuerte comportamiento en el impulso ( $k^\mu k^\nu$ ) lo que dificulta la convergencia de los diagramas y, por lo tanto, la obtención de cantidades físicas finitas.

Esta situación ocurre, por ejemplo, en el cálculo de la anomalía magnética de los fermiones (Capítulo IV).

En estas condiciones deduciremos aquí las reglas de Feynman del modelo para un gauge arbitrario y en particular para el gauge de Feynman. Para esto tomaremos a los campos escalares  $H_1$  y  $H_2$ , dobletes de  $SU(2)_L$  y  $SU(2)_L^*$  respectivamente, con valores de expectación de vacío  $v_1$  y  $v_2$  parametrizados de la siguiente manera

$$H_i = \begin{pmatrix} S_i^+ \\ 1/\sqrt{2}(v_i + \chi_i^1 + i\chi_i^2) \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.1})$$

donde  $S_i$  es un campo complejo y  $\chi_i^1$  y  $\chi_i^2$  son campos reales.

Estudiaremos la interacción entre los campos de gauge y los escalares. Esta interacción se encuentra en la parte cinética del lagrangiano invariante de gauge local

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^2 (D^\mu H_i)^\dagger (D_\mu H_i) \quad (\text{A.II.2})$$

donde la derivada covariante  $D_\mu$  está dada por (III.6). Esta derivada puede ponerse en función de los campos físicos  $A_\mu$ ,  $Z_{i\mu}$ ,  $W_{i\mu}^1$

$$D_\mu = \partial_\mu + ieQ_{emg} A_\mu + ie \sum_{i=1}^2 Q_{\omega k}^i Z_{i\mu}^1 + i \sum_{i=1}^2 g_i / \sqrt{2} (t_+^{(i)} W_{+\mu}^{(i)} + t_-^{(i)} W_{-\mu}^{(i)}) \quad (\text{A.II.3})$$

donde

$$Q_{emg} = \sum_{\alpha=0}^2 t^\alpha \quad (\text{A.II.4})$$

$$Q_{\omega k}^i = \frac{X^i}{X^0} \left[ Q_{emg} - \sum_{j=1}^2 \frac{t^j}{S_i^{(j)2}} \right]$$

donde  $X^i$  está dado por (III.27) y  $S_i^{(j)2}$  por (III.47).

Con estas definiciones se obtiene sin dificultad

$$Q_{emg} H_i = \begin{pmatrix} S_i^+ \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad Q_{\omega k}^i H_i = \begin{pmatrix} \frac{X^j}{X^0} (1 + 1/2 S_j^{(i)2}) \\ -\frac{X^j}{X^0} 1/2 S_j^{(i)2} \quad 1/\sqrt{2} (v_i + \chi_i^1 + i \chi_i^2) \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.5})$$

que una vez reemplazadas en (A.II.3) nos llevan a la siguiente expresión para  $D_\mu H_i$

$$D_\mu H_i = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.6})$$

donde

$$C_1 = \partial_\mu S_i^+ + ie S_i^+ A_\mu + ie \sum_{j=1}^2 X^j / X^0 (1 + S_j^{(i)2})^{-2} S_i^+ Z_{j\mu} + i g_i / 2 (v_i + \chi_i^1 + i \chi_i^2) W_{+\mu}^{(i)}$$

y

$$C_2 = 1/\sqrt{2} (\partial_\mu \chi_i^{(1)} + i \partial_\mu \chi_i^{(2)}) - ie \sum_{j=1}^2 X^j / X^0 1/2\sqrt{2} S_j^{(i)2} (v_i + \chi_i^1 + i \chi_i^2) Z_{j\mu} + i g_i / \sqrt{2} S_i^+ W_{-\mu}^{(i)}$$

Reemplazando expresión en el lagrangiano (A.II.2) se obtienen las distintas interacciones entre los campos de gauge y los escalares.

Estos términos serán bilineales, trilineales y cuatrilineales en los campos. En particular para el término cuadrático tenemos:

$$\mathcal{L}_2 = \sum_{i=1}^2 \left\{ (\partial_\mu S_i^-) (\partial^\mu S_i^+) + 1/2 (\partial_\mu \chi_i^{(1)}) (\partial^\mu \chi_i^{(1)}) + 1/2 (\partial_\mu \chi_i^{(2)}) (\partial^\mu \chi_i^{(2)}) + i g_i / 2 v_i \left[ (\partial_\mu S_i^-) W_{+\mu}^{(i)} - (\partial^\mu S_i^+) W_{-\mu}^{(i)} \right] + g_i^2 / 4 v_i^2 W_{+\mu}^{(i)} W_{-\mu}^{(i)} - e \sum_{i=1}^2 \left\{ 1/2 X^i / X^0 S_i^{(i)2} v_i (\partial_\mu \chi_i^{(2)}) Z_i^\mu + 1/2 M_{Z_i}^2 Z_{i\mu} Z_i^\mu \right\} \right. \quad (A.II.7)$$

El  $R_\zeta$ -gauge se obtiene adicionando términos de fijado de gauge apropiados para convertir en derivadas totales los términos cruzados cuadráticos en ecuación (A.II.7). En estas condiciones adicionamos los términos siguientes:

$$\mathcal{L}_{\text{fijado}} = -\zeta/2 (\partial_{\mu} A^{\mu})^2 - \sum_{i=1}^2 \zeta/2 \left[ \partial_{\mu} Z_i^{\mu} + \epsilon_0/2 A_{ii}/\zeta \chi_i^{(2)} + \epsilon_0/2 A_{ii}/\zeta \chi_i^{(2)} \right] -$$

$$\sum_{i=1}^2 \zeta (\partial_{\mu} W_{+i}^{\mu} + iM_{wi}/\zeta S_{+i}) (\partial_{\nu} W_{-i}^{\nu} - iM_{wi}/\zeta S_{-i})$$

(A.II.8)

donde  $A_{ii} = X^l v_i S_l^{(i)-2}$

En estas condiciones el lagrangiano bilineal en los campos queda como:

$$\mathcal{L}_2 = \sum_{i=1}^2 (\partial_{\mu} S_i^{-}) (\partial^{\mu} S_i^{+}) + 1/2 (\partial_{\mu} \chi_i^{(1)}) (\partial^{\mu} \chi_i^{(1)}) + 1/2 (\partial_{\mu} \chi_i^{(2)}) (\partial^{\mu} \chi_i^{(2)}) -$$

$$1/2 M_{wi}^2 \chi_i^{(1)} \chi_i^{(1)} - M_{wi}^2/\zeta S_{+i} S_{-i} + 1/2 M_{zi}^2 Z_i^{\mu} Z_{i\mu} + M_{wi}^2 W_{+i}^{\mu} W_{-i\mu} -$$

$$\zeta (\partial_{\mu} W_{+i}^{\mu}) (\partial_{\nu} W_{-i}^{\nu}) - 1/2 \zeta (\partial_{\mu} Z_i^{\mu})^2 - 1/2 \zeta \left[ M_{11} \chi_1^{(2)} \chi_1^{(2)} + 2M_{12} \chi_1^{(2)} \chi_2^{(2)} + \right.$$

$$\left. M_{22} \chi_2^{(2)} \chi_2^{(2)} \right] - 1/2 \zeta (\partial_{\mu} A^{\mu})^2$$

(A.II.9)

donde

$$M_{11} = M_{w1}^2 (1 + \epsilon_0^2/\epsilon_1^2), \quad M_{12} = 1/4 \epsilon_0^2 v_1 v_2, \quad M_{22} = M_{w2}^2 (1 + \epsilon_0^2/\epsilon_1^2)$$

De esta última expresión vemos que los campos  $\chi_i^{(2)}$  no son autoestados de masa debido a la presencia de términos no diagonales. Estos pueden escribirse en forma matricial de la siguiente manera:

$$1/2 \frac{1}{\zeta} (\chi_1^{(2)}, \chi_2^{(2)}) \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1^{(2)} \\ \chi_2^{(2)} \end{pmatrix}$$

(A.II.10)

Esta matriz puede diagonalizarse a través de una transformación de similitud U:

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.11})$$

donde para  $R=1$   $\theta$  queda expresado en función de las constantes de acoplamiento:  $\text{tg}(2\theta) = \frac{2\xi_0^2}{\xi_2^2 - \xi_1^2}$

En estas condiciones (A.II.10) puede expresarse como:

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\zeta} (\chi_1^{(2)}, \chi_2^{(2)}) U U^t \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12} & M_{22} \end{pmatrix} U U^t \begin{pmatrix} \chi_1^{(2)} \\ \chi_2^{(2)} \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.12})$$

obteniéndose

$$D = U^t \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{12} & M_{22} \end{pmatrix} U = \begin{pmatrix} M_{z1} & 0 \\ 0 & M_{z2} \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.13})$$

y los campos autoestados de masa  $\delta_1$  y  $\delta_2$  están conectados con los originales  $\chi_1^{(2)}$  y  $\chi_2^{(2)}$  a través de:

$$\begin{pmatrix} \chi_1^{(2)} \\ \chi_2^{(2)} \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.14})$$

De esta manera el lagrangiano (A.II.9) queda:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_2 = & \sum_{i=1}^2 (\partial_\mu S_i^-)(\partial^\mu S_i^+) + 1/2 (\partial_\mu \chi_i^{(1)})(\partial^\mu \chi_i^{(1)}) + 1/2 (\partial_\mu \chi_i^{(2)})(\partial^\mu \chi_i^{(2)}) - \\
& 1/2 M_{Hi}^2 \chi_i^{(1)} \chi_i^{(1)} - M_{Wi}^2 / \zeta S_i^+ S_i^- + 1/2 M_{Zi}^2 Z_i^\mu Z_{i\mu} + M_{Wi}^2 W_i^\mu W_{i\mu} - \\
& \zeta (\partial_\mu W_i^\mu)(\partial_\nu W_i^\nu) - 1/2 \zeta (\partial_\mu Z_i^\mu)^2 - 1/2 \zeta M_{Zi}^2 \delta_i \delta_i - 1/2 \zeta (\partial_\mu A_i^\mu)^2
\end{aligned}
\tag{A.II.15}$$

donde el parámetro  $\zeta$  es positivo.

Del lagrangiano anterior y de la parte libre del lagrangiano para los campos de gauge se obtienen inmediatamente los propagadores de estos campos en el espacio de momentos:

$$\begin{aligned}
\Delta_{\chi_i^{(1)}} &= i (k^2 - M_{Hi}^2)^{-1}, \quad \Delta_{\delta_i} = i (k^2 - M_{Zi}^2 / \zeta) \\
\Delta_S &= i (k^2 - M_{Wi}^2 / \zeta)^{-1}, \\
\Delta_{W_i} &= (k^2 - M_{Wi}^2)^{-1} \left[ \epsilon_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu (1 - \zeta)}{M_{Wi}^2 - k^2 \zeta} \right] \\
\Delta_{Z_i} &= (k^2 - M_{Zi}^2)^{-1} \left[ \epsilon_{\mu\nu} + \frac{k_\mu k_\nu (1 - \zeta)}{M_{Zi}^2 - k^2 \zeta} \right]
\end{aligned}
\tag{A.II.16}$$

Como es fácil de ver, estos propagadores toman una forma simple y bien comportada, para grandes valores de  $k$ , cuando hacemos la elección  $\zeta=1$ . Esta elección de  $\zeta$  es conocida como el gauge de Feynman.

Veamos ahora la interacción entre los fermiones y los escalares (A.II.1), ésta se encuentra dada por el siguiente acoplamiento de Yukawa

$$\mathcal{L}_\nu = - \sum_{i,j} \left[ f_{ij}^{(\theta)} \bar{\Psi}_L^{c(i)} H_i e_R^{c(j)} + f_{ij}^{(\nu)} \bar{\Psi}_L^{c(i)} \tilde{H}_i \nu_R^{c(j)} + \text{h.c.} \right] \quad (\text{A.II.17})$$

donde

$$\tilde{H}_i = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} (v_i + \chi_i^1 - i\chi_i^2) \\ -S_i^- \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.18})$$

es el conjugado de  $H_i$ .

Por comodidad es conveniente separar estos campos en dos partes

$$\begin{aligned} H_i &= H_i^c + H_i' \\ \tilde{H}_i &= \tilde{H}_i^c + \tilde{H}_i' \end{aligned} \quad (\text{A.II.19})$$

donde

$$\begin{aligned} H_i^c &= \begin{pmatrix} 0 \\ v_i/\sqrt{2} \end{pmatrix} & H_i' &= \begin{pmatrix} S_i^+ \\ 1/\sqrt{2} (\chi_i^1 + i\chi_i^2) \end{pmatrix} \\ \tilde{H}_i^c &= \begin{pmatrix} v_i/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} & \tilde{H}_i' &= \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} (\chi_i^1 - i\chi_i^2) \\ -S_i^- \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.II.20})$$

con estas definiciones el lagrangiano (A.II.17) queda como

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = - \sum_{i,j=1}^2 \left[ v_i/\sqrt{2} f_{ij}^{(\theta)} \bar{e}_L^{c(i)} e_R^{c(j)} + v_i/\sqrt{2} f_{ij}^{(\nu)} \bar{\nu}_L^{c(i)} \nu_R^{c(j)} + \right. \\ \left. f_{ij}^{(\theta)} \bar{\Psi}_L^{c(i)} H_i' e_R^{c(j)} + f_{ij}^{(\nu)} \bar{\Psi}_L^{c(i)} \tilde{H}_i' \nu_R^{c(j)} + \text{h.c.} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.II.21})$$

si tomamos

$$M_{ij}^{(\theta)} = v_i/\sqrt{2} f_{ij}^{(\theta)}, \quad M_{ij}^{(\nu)} = v_i/\sqrt{2} f_{ij}^{(\nu)} \quad (\text{A.II.22})$$

entonces los dos primeros términos de (A.II.21) son el lagrangiano de masas de los fermiones (III.32). Los dos últimos

términos nos darán la interacción entre los fermiones y los escalares. Realizando el cálculo explícitamente obtenemos, para la interacción entre escalares cargados y fermiones el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L}^C = \sum_{i \in \mathcal{U}} \bar{\nu}^{(i)} \left[ A_S + B_S \gamma_5 \right] e^{(i)} S_i^+ + \text{h.c} \quad (\text{A.II.23})$$

y para los escalares neutros

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^N = & - \sum_{r \in \mathcal{U}} e^{(r)} \left[ A_{\chi_r}^{(e)} + B_{\chi_r}^{(e)} \gamma_5 \right] e^{(r)} \chi_r^{(1)} + \\ & \bar{\nu}^{(i)} \left[ A_{\chi_r}^{(\nu)} + B_{\chi_r}^{(\nu)} \gamma_5 \right] \nu^{(i)} \chi_r^{(1)} + \\ & i e^{(r)} \left[ A_{\delta_r}^{(e)} + B_{\delta_r}^{(e)} \gamma_5 \right] e^{(r)} \delta_r + \\ & i \bar{\nu}^{(i)} \left[ A_{\delta_r}^{(\nu)} + B_{\delta_r}^{(\nu)} \gamma_5 \right] \nu^{(i)} \delta_r + \end{aligned} \quad (\text{A.II.24})$$

Donde se han utilizado las relaciones (A.II.14) que conectan los campos  $\chi_i^{(2)}$  en función de  $\delta_r$ .

Para obtener la contribución a la anomalía magnética del electrón y del muón (Capítulo IV) sólo nos interesa la interacción de estos escalares con los fermiones cargados. Sus acoplamientos están dados por:

$$\begin{aligned} A_{\delta_r}^{(e)} (B_{\delta_r}^{(e)}) = & \sum_{i,j} \xi_i / 4M_{W_i} M_{ij}^{(e)} \left[ R_{(e)}^{il} R_{(e)}^{jl'} \mp R_{(e)}^{jl} R_{(e)}^{il'} \right] U^{ir} \\ A_S (B_S) = & - \xi_i / 2\sqrt{2}M_{W_i} \sum_j \left[ M_{ij}^{(\nu)} R_{(\nu)}^{il} R_{(e)}^{jl'} \mp M_{ij}^{(\nu)} R_{(\nu)}^{jl} R_{(e)}^{il} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.II.25})$$

y de estas relaciones es inmediato obtener:

$$\begin{aligned}
A_{\delta_i}^2 + B_{\delta_r}^2 &= 1/8 \sum_{i,l} \xi_i \xi_l / M_{wi} M_{wl} U^{ir} U^{l'r} R_{(e)}^{il} R_{(e)}^{i'l} R_{(e)}^{il} R_{(e)}^{il} (m_{e_l}^2 + m_{e_l}^2) \\
A_{\delta_r}^2 + B_{\delta_r}^2 &= -1/4 \sum_{i,l} \xi_i \xi_l / M_{wi} M_{wl} U^{ir} U^{l'r} R_{(e)}^{il} R_{(e)}^{i'l} R_{(e)}^{il} R_{(e)}^{il} m_{e_l} m_{e_l} \\
A_S^2 + B_S^2 &= 1/4 \xi_i^2 / M_{wi}^2 (R_{(e)}^{il})^2 (R_{(e)}^{il})^2 [m_{e_l}^2 + m_{\nu_l}^2] \\
A_S^2 - B_S^2 &= -1/2 \xi_i^2 / M_{wi}^2 (R_{(e)}^{il})^2 (R_{(e)}^{il})^2 m_{e_l} m_{\nu_l}
\end{aligned} \tag{A. II.26}$$

donde en el cálculo de estas ecuaciones se ha utilizado la relación:

$$M_{ij}^{(e)} = \sum_k R_{ik}^{(e)} R_{jk}^{(e)} m_{e_k}$$

que se obtiene fácilmente de las ecuaciones (III.32) y (II.33).

### APENDICE III

Reveremos aquí los rasgos principales del cálculo de anomalías magnéticas (o momentos magnéticos) a one-loop. Comenzaremos esta revisión desde un punto de vista general considerando el proceso

$$f_2 \longrightarrow f_1 + \gamma \quad (\text{A.III.1})$$

que puede describirse globalmente por el siguiente diagrama:

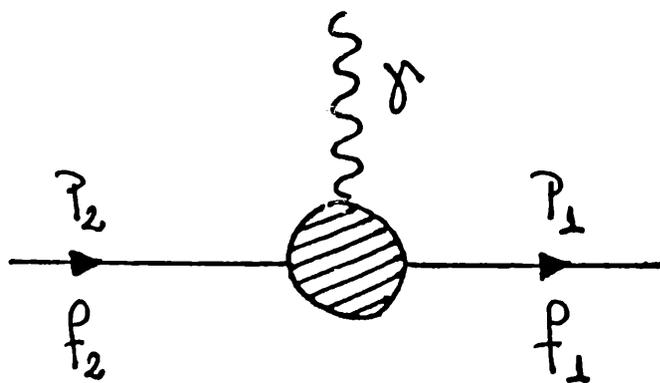


FIGURA A.III.1: Interacción entre el fotón y los fermiones

Sin entrar por ahora en la estructura interna del vértice (zona rayada) la amplitud invariante para el proceso (A.III.1) tiene la siguiente estructura general de Lorentz-Dirac

$$\Gamma_\mu = -i \bar{u}_1(p_1) \left\{ \gamma_\mu \left[ F_1^V(q^2) + F_1^A(q^2) \gamma_5 \right] + i \frac{\sigma_{\mu\nu} q^\nu}{(m_1 + m_2)} \left[ F_2^V(q^2) + F_2^A(q^2) \gamma_5 \right] + q_\mu \left[ F_3^V(q^2) + F_3^A(q^2) \gamma_5 \right] \right\} u_2(p_2) \quad (\text{A.III.2})$$

donde a las funciones  $F_1^{V,A}$ ,  $F_2^{V,A}$  y  $F_3^{V,A}$  se las conoce como factores de forma y los supraíndices V y A se refieren a su característica vectorial o axial. Es posible ver que estos factores no son todos independientes: debido a la conservación de la corriente electromagnética se tiene que

$$q_\mu \Gamma^\mu = 0 \quad (\text{A.III.3})$$

y entonces de (A.III.2) se obtiene

$$\bar{u}_1(p_1) \left\{ q \left[ F_1^V(q^2) + F_1^A(q^2) \gamma_5 \right] + q^2 \left[ F_3^V(q^2) + F_3^A(q^2) \gamma_5 \right] \right\} u_2(p_2) = 0 \quad (\text{A.III.4})$$

con la ayuda de la ecuación de Dirac el primer término de esta ecuación puede ponerse como

$$u_1(p_1) \left[ (m_2 - m_1) F_1^V(q^2) - \gamma_5 (m_2 + m_1) F_1^A(q^2) \right] u_2(p_2) \quad (\text{A.III.5})$$

En estas condiciones, si la insertamos en la ecuación (A.III.4) obtenemos

$$\begin{aligned} & \left[ (m_2 - m_1) F_1^V(q^2) + q^2 F_3^V(q^2) \right] \bar{u}_1(p_1) u_2(p_2) + \\ & \left[ -(m_1 + m_2) F_1^A(q^2) + q^2 F_3^A(q^2) \right] \bar{u}_1(p_1) \gamma_5 u_2(p_2) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.III.6})$$

que se satisface si se cumple el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}
(m_2 - m_1)F_1^V(q^2) + q^2 F_3^V(q^2) &= 0 \\
-(m_1 + m_2)F_1^A(q^2) + q^2 F_3^A(q^2) &= 0
\end{aligned}
\tag{A.III.7}$$

En el caso de fotones reales o para dispersión en un campo externo con baja transferencia de impulso se pueden tomar los resultados en el límite  $q^2 \rightarrow 0$ .

En este límite las ecuaciones (A.III.7) se convierten en

$$\begin{aligned}
(m_2 - m_1)F_1^V(0) &= 0 \\
(m_1 + m_2)F_1^A(0) &= 0
\end{aligned}
\tag{A.III.8}$$

En estas condiciones  $F_1^A \equiv 0$  y si  $m_1 \neq m_2$  entonces  $F_1^V(0) = 0$ .

De acuerdo con esto las ecuaciones (A.III.8) quedan como

$$\begin{aligned}
F_1^V(0) &= q(f_1)\delta_{f_1 f_2} \\
F_1^A(0) &= 0
\end{aligned}$$

Además, puesto que la cantidad físicamente interesante es  $\Gamma_\mu A^\mu$  y puesto que  $q_\mu A^\mu = 0$  entonces los términos  $F_3^{V,A}(q^2)$  no contribuyen al proceso (A.III.1).

De acuerdo con esto los únicos factores de forma que nos interesan son  $F_1^V(0)$ ,  $F_2^V(0)$ ,  $F_2^A(0)$ .

En el caso diagonal, en que  $f_2 \equiv f_1$ ,  $F_1^V(0)$  está relacionado con la renormalización de la carga,  $F_2^A(0)$  con el momento dipolar eléctrico y  $F_2^V(0)$ , que es del único del que nos ocuparemos, con el momento magnético anómalo.

De esta manera la obtención de la anomalía magnética de electrones y muones o el momento magnético del neutrino se

reduce a encontrar, en un proceso particular dado, el valor de  $F_2^V(0)$ . Este cálculo, a orden one-loop, puede realizarse en forma sistemática de la siguiente manera.

Para cualquiera de los procesos representados en los diagramas a one-loop de los Capítulos IV y V la amplitud de dispersión puede escribirse como:

$$\Gamma_\mu = u_1(p_1) \left\{ \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^n k}{(2\pi)^n} \frac{K_\mu}{[k^2 - R^2]^3} \right\} u_2(p_2) \quad (\text{A.III.9})$$

donde en  $K_\mu$  está contenida toda la información sobre el proceso particular bajo estudio. Por supuesto en la integral (A.III.9) se ha realizado el desplazamiento del origen de integración, lo que es posible debido a que la integración en  $n$  dimensiones en el espacio  $k$  es una expresión analítica.

Por otro lado, esta expresión (A.III.9) debe ser igual al resultado general (A.III.2) que por simplicidad conviene escribirla en función de los factores de forma  $F_i^{V,A}(q^2)$ , que están conectados con los originales  $F_i^{V,A}(q^2)$  a través de las siguientes relaciones

$$F_i^{V,A}(q^2) = \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^n k}{(2\pi)^n} \frac{F_i^{V,A}(q^2)}{[k^2 - R^2]^3} \quad (\text{A.III.10})$$

En estas condiciones la igualdad entre (A.III.9) y (A.III.2) puede escribirse como

$$\bar{u}_1(p_1) K_\mu u_2(p_2) = \bar{u}_1(p_1) L_\mu u_2(p_2) \quad (\text{A.III.11})$$

donde

$$L_{\mu} = -i \left\{ \gamma_{\mu} \left[ F_1^V(q^2) + F_1^A(q^2) \gamma_5 \right] + \frac{i \sigma_{\mu\nu} q^2}{(m_1 + m_2)} \left[ F_2^V(q^2) + F_2^A(q^2) \gamma_5 \right] + q_{\mu} \left[ F_3^V(q^2) + F_3^A(q^2) \gamma_5 \right] \right\} \quad (\text{A.III.12})$$

El siguiente paso es despejar a través de las ecuaciones (A.III.11) y (A.III.12) los factores de forma  $F_i^{V,A}(q^2)$  en función de  $K_{\mu}$  que como dijimos, contiene la información sobre el vértice particular.

La forma de realizar este esquema es utilizar las propiedades de ortogonalidad de las matrices de Dirac con respecto a la traza. En estas condiciones conviene multiplicar ambos miembros de la ecuación (A.III.11) por cantidades apropiadas, de tal manera que al sumar y promediar sobre índices espinoriales las trazas resultantes simplifiquen el lado derecho de esta ecuación, que ya no tiene espinores, y de esta manera puedan despejarse los factores de forma.

De esta manera multiplicaremos la ecuación (A.III.1) por los siguientes factores

$$\begin{aligned} & \bar{u}_2(p_2) (P_{1\mu} + P_{2\mu}) u_1(p_1) \\ & \bar{u}_2(p_2) (P_{1\mu} + P_{2\mu}) \gamma_5 u_1(p_1) \\ & \bar{u}_2(p_2) \gamma_{\mu} u_1(p_1) \\ & \bar{u}_2(p_2) \gamma_{\mu} \gamma_5 u_1(p_1) \\ & \bar{u}_2(p_2) q_{\mu} u_1(p_1) \\ & \bar{u}_2(p_2) q_{\mu} \gamma_5 u_1(p_1) \end{aligned} \quad (\text{A.III.13})$$

Una vez hechos los productos y realizadas las sumas y promedios sobre índices espinoriales se obtienen las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) K_\mu (\not{p}_2 + m_2) (\not{p}_1 + \not{p}_2) \right] &= T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) L_\mu (\not{p}_2 + m_2) (\not{p}_1 + \not{p}_2) \right] \\
 T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) K_\mu (\not{p}_2 + m_2) \gamma_5 (\not{p}_1 + \not{p}_2) \right] &= T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) L_\mu (\not{p}_2 + m_2) \gamma_5 (\not{p}_1 + \not{p}_2) \right] \\
 T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) K_\mu (\not{p}_2 + m_2) \gamma_\mu \right] &= T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) L_\mu (\not{p}_2 + m_2) \gamma_\mu \right] \\
 T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) K_\mu (\not{p}_2 + m_2) \gamma_\mu \gamma_5 \right] &= T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) L_\mu (\not{p}_2 + m_2) \gamma_\mu \gamma_5 \right] \\
 T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) K_\mu (\not{p}_2 + m_2) q_\mu \right] &= T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) L_\mu (\not{p}_2 + m_2) q_\mu \right] \\
 T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) K_\mu (\not{p}_2 + m_2) \gamma_5 q_\mu \right] &= T_r \left[ (\not{p}_1 + m_1) L_\mu (\not{p}_2 + m_2) \gamma_5 q_\mu \right]
 \end{aligned}
 \tag{A.III.14}$$

Los primeros términos de la expresión anterior dependen exclusivamente del diagrama particular por lo que pueden calcularse exactamente. A éstos los llamaremos respectivamente  $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$ . Por otro lado los primeros términos dependen de los factores de forma  $F_i^{V,A}(q^2)$  ( $i=1,2,3$ ) que son nuestras incógnitas. De esta manera el sistema (A.III.14) queda expresado simbólicamente como

$$\xi_i (F_j^{V,A}(q^2)) = T_i \quad \begin{matrix} i=1,2,3 \\ j=1,2,3 \end{matrix} \tag{A.III.15}$$

Este es un sistema lineal en los factores  $F_j^{V,A}(q^2)$  y puede fácilmente invertirse

$$F_j^{V,A}(q^2) = f_j(T_i) \quad \begin{matrix} i=1,2,3 \\ j=1,2,3 \end{matrix} \tag{A.III.16}$$

De esta última ecuación y de la definición (A.III.10) fácilmente se pueden obtener los factores de forma y en particular en el que estamos interesados  $F_2^V(q^2)$ .