

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

TESIS DOCTORAL

COTAS A LA VARIACION DE LAS CONSTANTES FUNDAMENTALES:

ESTUDIO DE UN MODELO FENOMENOLOGICO

PABLO D. SISTERNA

AÑO 1990

DIRECTOR DE TESIS: PROFESOR HECTOR VUCETICH

INDICE

INTRODUCCION.	7
CAPITULO I: LAS CONSTANTES FUNDAMENTALES - SUS VALORES ACTUALES - ESQUEMAS EXPLICATIVOS.	
1-1 Cosmología de Dirac.	
<i>Motivaciones Físicas.</i>	11
<i>Consecuencias Observacionales.</i>	13
1-2 Ejemplo de una Teoría Consistentemente Modificada: Electromagnetismo con Dinámica para una Constante de Acoplamiento Variable en el Tiempo.	
<i>Introducción.</i>	20
<i>Desarrollo de la Teoría.</i>	20
1-3 Cosmologías de Kaluza-Klein.	28
1-4 Principio Antrópico.	39
1-5 Otras Teorías	
<i>El Principio de Mach y la Variación de las Constantes Fundamentales.</i>	43
<i>Ensamblés de Universos.</i>	45
<i>Leyes Aleatorias de la Naturaleza.</i>	47
<i>Unicidad de la Descripción del Universo.</i>	48
CAPITULO II: VARIACION DE LAS CONSTANTES FUNDAMENTALES: EXPERIMENTOS y OBSERVACIONES.	50

2-1 Análisis Geofísicos.	51
<i>Radios Planetarios.</i>	
2-2 Perturbaciones Orbitales.	
<i>Aceleraciones de la Luna y de la Tierra.</i>	57
I) <i>Eclipses Antiguos.</i>	64
II) <i>Equinoccios Antiguos.</i>	67
III) <i>Transitos de Mercurio.</i>	68
IV) <i>Ritmos de Crecimiento.</i>	69
V) <i>Datos Satelitales y Modelos Tidales.</i>	77
VI) <i>Telemetraje Lunar.</i>	79
<i>La Orbita de Marte.</i>	79
<i>El Pulsar Binario PSR 1919+20.</i>	81
2-3 Experimentos de Laboratorio.	
<i>Comparación de Frecuencias de Osciladores Estables.</i>	84
<i>Experimentos de Eótvos y Efecto Nordtvedt.</i>	85
2-4 Emisores $\beta$ de Vida Media Larga.	91
2-5 El Reactor Nuclear Fósil de Oklo.	
<i>Introducción.</i>	96
<i>Reactores Nucleares de Fisión.</i>	97
<i>Absorción de Neutrones</i>	99
2-6 Corrimiento al Rojo Diferencial en Espectros de Radiofuentes Lejanas.	102
 CAPITULO III: UN MODELO FENOMENOLOGICO PARA ESTUDIAR LA VARIACION DE LAS CONSTANTES FUNDAMENTALES.	 106
 3-1 Sistemas de Unidades - Teorías Invariantes bajo	

Transformaciones de Unidades.	107
3-2 Análisis Dimensional-Teorías Invariantes de Escala.	113
3-3 El Modelo Fenomenológico.	120
<i>Interacciones Gravitatorias.</i>	122
<i>Interacciones Electro débiles.</i>	122
<i>Interacciones Fuertes.</i>	123
<i>Sector de Higgs.</i>	123
<i>Consideraciones Termodinamicas</i>	124
<i>Transformaciones de Unidades.</i>	125
<i>Ecuaciones de Grupo de Renormalización y</i> <i>Teorías de Gran Unificación.</i>	127
3-4 Variación de las Masas de los Nucleones y Mesones.	
<i>QCD con Quarks no Masivos.</i>	130
<i>QCD con Quarks Masivos.</i>	131
3-5 Transiciones Nucleares y Energías de Decaimiento.	139
3-6 Sistemas de Referencia Privilegiados y Experimentos de Eótvos.	145
3-7 Invarianza CPT y Variación de las Constantes Fundamentales	149
<i>Las Masas de los Mesones <math>K^0</math> y <math>\bar{K}^0</math>.</i>	150
<i>Momentos Magnéticos del Electrón y Positrón.</i>	152
 CAPITULO IV: APLICACIONES DEL MODELO AL ESTUDIO DE PERTURBACIONES GEOFISICAS, ORBITALES Y NUCLEARES.	 154
 4-1 Variación de Parámetros Planetarios.	
<i>Radios Planetarios.</i>	155
<i>Momento de Inercia.</i>	166

4-2 Perturbaciones Orbitales.	
<i>Sistema de Dos Cuerpos.</i>	168
<i>Telemetraje Marciano (Misiones Viking).</i>	170
<i>Aceleraciones de la Luna y de la Tierra.</i>	172
4-3 Emisores $\beta$ de Vida Media Larga.	
<i>Renio 187.</i>	176
<i>Potasio 40.</i>	180
<i>Rubidio 87.</i>	182
<i>Emisores <math>\alpha</math>.</i>	183
<i>Variación de las Vidas Medias y las Edades de Meteoritos.</i>	184
4-4 Resonancias de Captura de Neutrones.	188
4-5 Experimentos de Laboratorio.	
<i>Estabilidad Relativa de Frecuencias de Osciladores Estables.</i>	200
<i>Experimentos de Eötvös.</i>	200
<i>Medición de las Masas de los Mesones <math>K^0</math> <math>\bar{K}^0</math>.</i>	201
<i>Los Factores Giromagnéticos Anómalos del Electrón y del Positrón.</i>	203
4-6 Corrimiento al Rojo Diferencial de Líneas de Absorción Características de Radiofuentes Lejanas.	204
4-7 Luminosidad de Estrellas Débiles.	205

## CAPITULO V: RESULTADOS Y CONCLUSIONES

<i>Solución de las Ecuaciones: Ajuste por Elementos.</i>	208
<i>Variación de Parámetros Observables.</i>	210
<i>Variación de Parámetros Derivados.</i>	212

<i>Variación del Tamaño de las Dimensiones Extra en</i>	
<i>Teorías de Kaluza Klein y Supercuerdas.</i>	213
<i>Verificación del Principio de Equivalencia Fuerte.</i>	214
<i>Consecuencias de la Validez del Principio de Mach.</i>	214
<i>Consecuencias de una Refutación de la HGN.</i>	216
<i>Comentario (Antropico) Final.</i>	217
<i>Tablas: Ecuaciones Finales y Resultados.</i>	219
<i>Referencias.</i>	230

## INTRODUCCION

El modelo standard (MS) de las interacciones fundamentales junto con la relatividad general (RG) proveen una descripción consistente de todos los fenómenos a bajas energías [ésto es, bajas en comparación a la escala de energías de gran unificación (GU)], en buen acuerdo con la experiencia. Este modelo depende de un conjunto de parámetros llamados las "constantes fundamentales". Se supone que éstos son parámetros universales, ésto es, invariantes frente a cambios en la posición, el tiempo y el sistema de referencia. Además, el principio de equivalencia de Einstein, en el cual se basa la RG, implica tales invarianzas.

Sin embargo, han surgido en el transcurso del presente siglo varias motivaciones para verificar en alguna forma la constancia de tales parámetros. Por un lado, tenemos la hipótesis de los grandes números (HGN) introducida por Dirac<sup>1</sup> en 1937, la cual es un intento de explicar la magnitud y semejanza entre varios números adimensionales formados con las constantes fundamentales, postulando dependencias temporales para una o varias constantes fundamentales. Por otro lado, y más recientemente, esquemas unificadores de las interacciones fundamentales como las teorías de Kaluza-Klein<sup>2</sup> o las teorías de supercuerdas<sup>3</sup> proveen un esquema muy general para estudiar la variación de las constantes fundamentales. De hecho, se ha mostrado que las teorías de Kaluza-Klein tienen soluciones cosmológicas

en las cuales las constantes fundamentales<sup>4,5</sup> varían, y lo mismo ocurre en teoría de supercuerdas<sup>6-8</sup>. Esto ha incentivado la búsqueda de dependencias en el tiempo de constantes fundamentales, ya que es una de las pocas formas de detectar física nueva a bajas energías. En efecto, en lugar de efectuar observaciones de eventos a nivel subatómico a altas energías durante un breve período de tiempo, se analizan procesos macroscópicos que han tenido lugar a lo largo de miles de millones de años. Conviene señalar que el resultado de dicho análisis dependerá de la teoría adoptada para su interpretación. Es por ésto que se hace necesario proponer un modelo fenomenológico para estudiar fenómenos a bajas energías, que sea lo más general posible, y que al mismo tiempo permita obtener conclusiones sobre la validez o falsedad de un número grande de teorías.

Ha habido varios intentos de fijar cotas observacionales o experimentales a la variación de las constantes fundamentales. La tabla I-1 muestra un resumen de las cotas más precisas obtenidas de varias fuentes, suponiendo que sólo una de las constantes varía con el tiempo. Esta hipótesis conduce a una buena cota si no hay correlaciones entre la variación en el tiempo de distintas constantes fundamentales que cancelen mutuamente sus efectos sobre un dado observable físico. Sin embargo, existen razones para esperar que varias constantes fundamentales cambien simultáneamente con el tiempo y que las correlaciones sean una consecuencia de resultados teóricos más profundos. Por ejemplo, la validez de las ecuaciones gravitacionales de

Einstein implican que el producto de la constante de Newton y la masa del cuerpo debe ser independiente del tiempo<sup>9</sup>, y resultados similares se obtienen en algunas soluciones cosmológicas de las teorías de Kaluza-Klein y Supercuerdas<sup>4-8</sup>. Por lo tanto, es interesante analizar la variación en el tiempo de las constantes fundamentales sin suponer la no cancelación de sus efectos.

TABLA I-1

COTAS A LA VARIACION DE LAS CONSTANTES FUNDAMENTALES

Magnitud M	Cota sobre $\dot{M}/M[\text{año}^{-1}]$	Referencia
$G_N$	$10^{-12}$	79
$G_N$	$2.3 \cdot 10^{-11}$	57
$G_N$	$2.5 \cdot 10^{-11}$	44
$\alpha$	$4 \times 10^{-12}$	76
$\alpha$	$10^{-17}$	74
$g_p m_e / m_p$	$8 \times 10^{-12}$	76

La variación en el tiempo de las constantes fundamentales producirá un gran número de consecuencias físicas diferentes: cambios en espectros atómicos y nucleares, radios y momentos de inercia planetarios, anomalías orbitales, todos éstos fenómenos que serán descritos a lo largo de esta tesis.

Otros fenómenos han sido estudiados para fijar cotas a la variación de las constantes, como por ejemplo nucleosíntesis

tanto cosmológica como estelar<sup>10,11</sup>. Sin embargo este caso no será analizado por nosotros ya que nos restringiremos al análisis de fenómenos locales de duración pequeña en comparación a la edad del universo. Esto nos permitirá no comprometernos con ninguna forma particular de dependencia temporal de las constantes fundamentales.

La tesis se organiza como sigue: el capítulo I discute algunas de las propuestas teóricas más interesantes para estudiar la variación de las constantes fundamentales. El capítulo II presenta una serie de estudios realizados a partir de observaciones y experimentos tanto astronómicos y geofísicos como nucleares, enmarcados en alguna hipótesis de variabilidad de una o mas constantes fundamentales. El capítulo III presenta un modelo fenomenológico para el estudio de la variación de los parámetros fundamentales. En el capítulo IV se analiza nuevamente el conjunto de datos discutidos en el capítulo II en el marco del modelo presentado en el capítulo III. Finalmente en el capítulo V se discuten los resultados obtenidos así como sus consecuencias teóricas.

## CAPITULO I

### 1-1 COSMOLOGIA DE DIRAC

#### *Motivaciones Físicas*

Es bien sabido que las únicas magnitudes que tienen significado absoluto en la física son aquellas de carácter adimensional<sup>12</sup>, ya que son independientes del sistema de unidades empleado. Cuando uno se refiere al valor de alguna cantidad con dimensiones, por ejemplo de energía, la verdadera información está implícitamente dada en la forma de un número adimensional, en nuestro caso el cociente entre la energía referida y la energía asociada a la unidad de medida.

En particular carece de sentido referirse en términos absolutos a la dependencia con respecto al tiempo de un parámetro con dimensiones, ya que eligiendo convenientemente el sistema de unidades es posible en general eliminar esta dependencia. Por otro lado, ante la inexistencia hasta ahora de una teoría unificada de la Física, es natural esperar una dependencia espacio-temporal de aquellos parámetros adimensionales formados con magnitudes provenientes de dos o mas teorías no unificadas<sup>1</sup>.

Algunos de los parámetros adimensionales que resultan de combinar constantes atómicas y astronómicas son, además, demasiado grandes como para surgir de teorías fundamentales

que normalmente incluyen números como  $\Pi$ , 3, etc. Un ejemplo es el cociente entre las fuerzas eléctrica y gravitatoria ejercidas entre un protón y un electrón en un átomo de hidrógeno,

$$\frac{\text{fuerza eléctrica}}{\text{fuerza gravitatoria}} = \frac{e^2}{G_N m_p m_e} = 2 \cdot 10^{39}, \quad (1-1-1)$$

donde  $G_N$  es la constante gravitacional de Newton,  $e$  la carga del electrón y  $m_p$  y  $m_e$  las masas del protón y del electrón respectivamente.

Dirac<sup>1</sup>(1937) notó que si a la presente edad del universo se la expresa en una unidad de tiempo fundamental atómica

$$\tau_0 = \frac{e^2}{m c^3} = 10^{-29} \text{ seg}, \quad (1-1-2)$$

la edad del universo es

$$t_u = \frac{H_0^{-1}}{e^2/m_e c^3} = 10^{40}, \quad (1-1-3)$$

donde  $H_0$  es la constante de Hubble en el presente. A partir de la similitud entre ambas cantidades Dirac propuso que el cociente (1-1-1) no es una constante sino que es proporcional a la edad del universo  $t_u$ . Suponiendo que las constantes atómicas  $e, m_e, m_p$  y  $h$  son realmente constantes, esto es trabajando en un sistema de unidades atómico (ver la discusión general de sistemas de unidades en el capítulo III) y manteniendo las consistencias de las teorías electromagnética y gravitatoria por separado, Dirac concluyó

que la constante de la gravitación  $G$  debería ser inversamente proporcional a  $t_u$ , i.e.,

$$-\left(\frac{\dot{G}}{G}\right)_0 = \frac{1}{t_u} \geq 5 \cdot 10^{-11} \text{ años}^{-1}. \quad (1-1-4)$$

La unidad de tiempo  $\tau_0$  es una unidad natural, independiente de unidades humanas como el segundo, igual al tiempo que tarda la luz para atravesar el radio clásico del electrón. La explicación del tamaño del cociente de fuerzas  $e^2/G m_e m_p$  es entonces la prolongada existencia del universo.

Otro número grande es el radio del universo visible dividido el radio clásico del electrón

$$\frac{c H_0^{-1}}{e^2/m_e c^2} = 10^{40} = t_u. \quad (1-1-5)$$

La hipótesis de que los números grandes adimensionales deberían ser proporcionales a la edad del universo se conoce como la hipótesis de los grandes números (HGN). Es importante destacar que esta hipótesis tiene un gran poder predictivo. Sin embargo, la HGN se limita a proponer una dependencia temporal *ad-hoc* para las constantes fundamentales, lo cual, si no viene acompañado por una teoría dinámica para las mismas, resulta en general incompatible con el principio de relatividad especial de Einstein (ver Cap. III).

#### *Consecuencias Observacionales*

El número visible (dentro del horizonte de partículas) de

nucleones en el universo se estima en alrededor de  $10^{78}$ , ésto es aproximadamente el cuadrado de la edad atómica del universo. Esta relación implica, siguiendo el criterio de la HGN, la creación continua de masa en el universo. Dirac<sup>o</sup> hizo dos propuestas: creación aditiva y creación multiplicativa. En la primera propuesta se crea masa en todo el universo, tanto en el espacio intergaláctico como en el interior de las estrellas, al mismo ritmo. En la segunda propuesta la materia se crea a un ritmo proporcional a la cantidad de masa existente.

Paralelamente, la HGN predice sin ambigüedad una disminución de la constante gravitatoria  $G_N$  con el tiempo, por lo que es irreconciliable<sup>o</sup> con la Teoría de la Relatividad General de Einstein (RG). Sin embargo, una forma de aprovechar los éxitos que ha tenido la RG es intentar ampliarla suponiendo que la métrica en unidades gravitacionales o de Einstein  $dS_E$  es distinta a la métrica en unidades atómicas  $dS_A$ . Esta propuesta la formuló Dirac<sup>o</sup>, y a partir de ella obtuvo importantes consecuencias observacionales. En primer lugar, es posible medir la relación entre ambas métricas dentro del sistema solar estudiando el movimiento de un planeta alrededor del Sol en la aproximación Newtoniana. La ecuación básica es

$$G_N M = v^2 r \quad (1-1-6)$$

donde M es la masa del Sol, r es el radio de la órbita planetaria y v es la velocidad del planeta. La fórmula se cumple tanto en unidades de Einstein

$$G_E M_E = v_E^2 r_E \quad (1-1-7)$$

como en unidades atómicas

$$G_A M_A = v_A^2 r_A \quad (1-1-8)$$

Referidas a las unidades de Einstein, todas las cantidades  $G_E$ ,  $M_E$ ,  $v_E$  y  $r_E$  son constantes. Al cambiar de unidades, las magnitudes adimensionales como las velocidades ( $c=1$ ) no cambian, por lo que  $v_E = v_A$ . Como  $G_N$  es inversamente proporcional a  $t_0$ , el comportamiento orbital dependerá de qué tipo de creación de materia se verifique en la naturaleza. Una creación aditiva implica una masa del Sol constante en la aproximación en la que trabajamos, y por lo tanto  $r_A \propto t_u^{-1}$ , mientras que la creación multiplicativa implica que  $r_A \propto t_u$ . Al comparar  $r_A$  con  $r_E$  resulta en general que

$$dS_A = t_0^{-1} dS_E \quad \text{creación aditiva} \quad (1-1-9)$$

$$dS_A = t_0 dS_E \quad \text{creación multiplicativa} \quad (1-1-10)$$

En la creación aditiva todo el sistema solar se contrae y por lo tanto la Tierra se aproxima al Sol, mientras que en la creación multiplicativa el sistema solar se expande y la Tierra se aleja del Sol.

Dirac<sup>9</sup> observó que la existencia de una constante cosmológica  $\lambda_c$  distinta de cero implica la aparición de una longitud  $R_\lambda$  igual o mayor al radio del Universo, dados los

actuales valores permitidos observacionalmente para  $\lambda_c$ . Sea  $\delta S_E$  una distancia atómica expresada en la métrica de Einstein. La cantidad  $R/\delta S_E$  representa un nuevo número adimensional del orden de  $10^{39}$ , por lo que es proporcional a  $t_u$ . Como  $\lambda_c$  es constante en unidades de Einstein, entonces  $\delta S_E$  es proporcional a  $t_u^1$ . Si la distancia atómica se expresa en unidades atómicas es por supuesto constante, por lo que tenemos el caso de creación multiplicativa. Como consecuencia de lo antes expuesto la creación aditiva sólo puede ocurrir si  $\lambda_c=0$ .

Para conciliar la creación multiplicativa con la RG en unidades de Einstein, es necesario que la masa de los cuerpos macroscópicos permanezca constante en el tiempo. Puesto que el número de nucleones aumenta como  $t_o^2$ , la masa de los mismos debe ser proporcional a  $t_o^{-2}$  (notar que en este caso estamos descartando a la RG como teoría válida a nivel nuclear).

Por otro lado tenemos que

$$e^2/G_N m^2 \propto 10^{39} \propto t_u \quad (1-1-11)$$

y como  $G_N$  es constante en unidades de Einstein, resulta  $e \propto t_u^{-3/2}$  y finalmente  $h \propto t_u^{-3}$ .

En el modelo standard de la cosmología se encuentra a partir de las ecuaciones de Einstein que existe un tiempo  $t_m$  en el cual el Universo alcanza su máximo radio<sup>5</sup>

$$t_m = \frac{\pi q}{H(2q-1)^{3/2}} \quad (1-1-12)$$

para valores positivos del parámetro de desaceleración  $q$ . De existir dicho tiempo, este debería ser mayor que la edad actual del Universo  $t_u$ , y obviamente estaría dado por una constante, independiente de  $t_u$ , lo cual contradiría la HGN. De aquí se desprende que un universo oscilante es incompatible con la HGN. Los únicos Universos permitidos por la HGN son esencialmente estáticos<sup>o</sup>.

En el caso de la creación multiplicativa, la existencia del corrimiento al rojo en las líneas de emisión de luz galáctica se entiende en el marco de un Universo estático recordando la ecuación (1-1-10). En dicha ecuación se ve que la unidad de tiempo de un reloj atómico disminuye con la edad del Universo en la forma  $t_u^{-1}$ . Como la medición de dicho corrimiento es una comparación de dos relojes atómicos que han funcionado en dos épocas diferentes, lo que se mide es el cociente entre las unidades de tiempo pasada y presente. De acuerdo a la ecuación (1-1-10), este cociente es igual a la edad actual del Universo dividida por la edad correspondiente al instante de emisión.

Otras conclusiones resultan de analizar la evolución de estrellas como el Sol cuando existen variaciones de constantes fundamentales, basándose en transformaciones de homología en las ecuaciones de estructura estelar.

Si denotamos  $L_r$ ,  $\rho_r$ , y  $T_r$  a la luminosidad, densidad, y temperatura, respectivamente, a una distancia  $r$  del centro de la estrella, y  $c_1$  y  $c_2$  a las concentraciones de las dos especies nucleares que participan en la reacción que libera energía, podemos escribir la ecuación de producción de

energía como sigue

$$\frac{dL_r}{dr} = 4 \pi r^2 c_1 c_2 \rho_r^2 v T_r^n, \quad (1-1-13)$$

donde  $v$  y  $n$  dependen de las reacciones particulares que tienen lugar.

Puede demostrarse que si la constante gravitacional cambia en un factor  $g$  y la masa de la estrella cambia en un factor  $q$ , entonces la luminosidad  $L$  cambia en un factor  $l$  dado por

$$l = g^\alpha q^\beta, \quad \alpha = \frac{14n + 45}{2n + 5}, \quad \beta = \frac{10n + 31}{2n + 5}, \quad (1-1-14)$$

suponiendo que las demás cantidades permanecen constantes. En la Eq. (1-1-14)  $n$  es el exponente de la temperatura en la Ec. (1-1-13). Para estrellas con masas menores o cercanas a la del Sol, la reacción p-p domina y  $n=4$ . Para estrellas más masivas domina el ciclo Carbono Nitrogeno (CN) y  $n=17$ .

Considerando a la constante de estructura fina  $\alpha$  como la única constante fundamental dependiente del tiempo, Gamow<sup>19</sup> encontró que si  $\alpha \propto t^{-1}$ , el Sol no sería actualmente una estrella de la secuencia principal. En el caso en que  $G=t^{-1}$  y  $M=t^2$  tenemos

$$L/L_0 = (t/t_0)^{3.15}. \quad (1-1-15)$$

Como la luminosidad aumenta más lentamente que en el caso standard, el Sol transcurre más tiempo en la secuencia principal. Se demuestra que su esperanza de vida aumenta por

un factor de 1.8 en la HGN.

Dada la diversidad de consecuencias observacionales y las varias hipótesis de variación que existen para cada constante, sólo un esquema fenomenológico general como el que se presenta en esta tesis puede eventualmente descartar la HGN.

1-2) EJEMPLO DE UNA TEORIA CONSISTENTEMENTE MODIFICADA:  
ELECTROMAGNETISMO CON DINAMICA PARA UNA CONSTANTE DE  
ACOPLAMIENTO VARIABLE EN EL TIEMPO.

*Introducción*

Parcialmente motivados por el trabajo de Dirac<sup>1</sup>, muchos autores anunciaron haber hallado cotas a la variación de la constante de estructura fina  $\alpha$ , la mayoría de los cuales señalaban la inconsistencia de la hipótesis de Dirac con sus resultados observacionales. Sin embargo, como hemos visto en la sección anterior, Dirac propuso la variación de  $\alpha$  sólo en unidades de Einstein, y no en unidades atómicas. En lo que sigue expondremos un modelo teórico de J. Bekenstein<sup>14</sup>, en el que  $\alpha$  puede variar a partir de una dinámica propia, aún en unidades atómicas. Es así como las consecuencias de este análisis no tendrán efecto alguno sobre la HGN.

*Desarrollo de la teoría*

Bajo la suposición de que el único ritmo de cambio aceptable cosmológicamente es el de Hubble, la variación en el tiempo de  $\alpha$  fue repetidamente descartada<sup>15,16</sup>. Sin embargo, estando la expansión de Hubble relacionada con la densidad de materia total del Universo, y siendo la contribución electromagnética menor al 1% del total, es

natural esperar que el ritmo de variación de  $\alpha$  sea mucho menor al de Hubble. La necesidad de un esquema dinámico general para  $\alpha$  llevó a J.D.Bekenstein a formular una teoría modificada del electromagnetismo. Sus principales postulados de consistencia son los siguientes:

- i) Para  $\alpha$  constante la teoría es Maxwelliana.
- ii) La variación de  $\alpha$  está determinada por su dinámica.
- iii) La acción es invariante relativista.
- iv) La invarianza de gauge se mantiene.
- v) El electromagnetismo es causal.
- vi) La acción es invariante frente a la inversión temporal.
- vii) La menor escala de longitud física es la longitud de Planck-Wheeler  $L_{pw} = (\hbar c/G_N)^{-1/2} = 10^{-33}$  cm.
- viii) La gravitación está descrita por la teoría métrica de Einstein.

Sobre la base de estos postulados se llega a la siguiente acción<sup>14</sup>:

$$S = S_{em} + S_{\varepsilon} + S_m \quad (1-2-1)$$

donde  $S_{em}$  es la acción electromagnética:

$$S_{em} = -(16\pi)^{-1} \int F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} (-g)^{1/2} d^4x, \quad (1-2-2)$$

$$F_{\alpha\beta} = \varepsilon [(\varepsilon A_\beta)_{,\alpha} - (\varepsilon A_\alpha)_{,\beta}], \quad (1-2-3)$$

$S_{\varepsilon}$  es la acción del campo universal  $\varepsilon(x)$  que describe la dependencia universal de todas las cargas elementales:

$$S_{\varepsilon} = -\frac{1}{2} h c l^{-2} \int \varepsilon^{-2} \varepsilon_{,\mu} \varepsilon^{,\mu} (-g)^{1/2} d^4 x, \quad (1-2-4)$$

donde  $l$  es una longitud fundamental de la teoría, que viola la invarianza de escala del electromagnetismo de Maxwell. Como esta ha sido probada experimentalmente hasta energías del orden de 100 Gev, dicha longitud debe ser del orden o menor que  $10^{-17}$  cm.

Finalmente,  $S_m$  es la acción de la materia, que se representa como un sistema de partículas puntuales con carga efectiva  $e_0 \varepsilon(x)$ :

$$S_m = \int [ -m c^2 + (e_0 \varepsilon / c) u^\mu A_\mu ] * \\ * \gamma^{-1} \delta^3 [ x^i - x^i(\tau) ] d^4 x, \quad (1-2-5)$$

donde  $x^i(\tau)$  con  $i=1,2,3$  describe la trayectoria de la partícula tipo como función de su tiempo propio  $\tau$ ,  $u^\mu = dx^\mu / d\tau$ , siendo  $\gamma = dx^0 / c d\tau$  el factor de Lorentz.

Variando la acción respecto de  $A_\mu$  se encuentran las ecuaciones del campo electromagnético:

$$(\varepsilon^{-1} F^{\mu\nu})_{;\nu} = 4 \pi j^\mu, \quad (1-2-6)$$

con

$$j^\mu = \sum (e_0 / c \gamma) u^\mu (-g)^{-1/2} \delta^3 [ x^i - x^i(\tau) ]. \quad (1-2-7)$$

De la antisimetría de  $\varepsilon^{-1} F^{\mu\nu}$  deducimos la identidad  $j^\mu_{;\mu} = 0$ , de donde la carga conservada es la suma  $\Sigma e_0$  sobre

todas las partículas, por lo que la carga efectiva no es una cantidad conservada.

Con respecto a los resultados clásicos del electromagnetismo, es fácil demostrar, por ejemplo, la anulación del campo eléctrico  $E=F^{0i}$  en el interior sin cargas de una cavidad altamente conductora. Por otro lado, el campo eléctrico generado por una carga puntual tiene la forma  $E = \hat{r} \epsilon Q/r^2$ , donde  $Q$  es una constante y  $\epsilon$  viene dado por la ecuación de evolución:

$$\square \ln \epsilon = \frac{1^2}{\hbar c} \left[ \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} - \epsilon j^\mu A_\mu + \frac{1}{4\pi} (A_\mu F^{\mu\nu})_{;\nu} \right], \quad (1-2-8)$$

donde

$$\sigma = \sum m c^2 \gamma^{-1} (-g)^{-1/2} \delta^3[x^i - x^i(\tau)], \quad (1-2-9)$$

es la densidad de energía. En el caso estático que estamos analizando, la ecuación (1-2-8) fuera de las cargas toma la forma

$$r^{-2} \partial_r [r^2 (\partial_r \ln \epsilon)] = (4\pi \hbar c)^{-1} l^2 Q^2 \epsilon^2 r^{-4}. \quad (1-2-10)$$

La solución de (1-2-10) es:

$$\epsilon(r) = \text{sec}[l Q (4\pi \hbar c)^{-1/2} r^{-1}]. \quad (1-2-11)$$

Aquí se ve que la ley de Coulomb se cumple asintóticamente para distancias mucho mayores que  $lQ/(4\pi\hbar c)^{-1/2}$ . En el caso de un electrón como fuente, esta condición se traduce en  $r \gg 1$ , y como el comportamiento

Coulombiano se verifica hasta distancias del orden de  $10^{-15}$  cm, concluimos que debe ser menor que dicha distancia.

Concentremos ahora nuestra atención en las posibles variaciones temporales de  $\alpha$  en una escala cosmológica. Supongamos un universo homogéneo e isótropo. La métrica apropiada para describir un tal universo es la métrica de Robertson-Walker<sup>17</sup>

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[ dr^2 \frac{1}{1-kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (1-2-12)$$

donde  $d\Omega = d\theta^2 \sin^2\theta d\phi^2$  es el diferencial de ángulo sólido,  $a(t)$  es el factor de escala y  $k = +1, -1, 0$  corresponde a un universo cerrado, abierto o espacialmente plano respectivamente.

La Ec. (1-2-8) toma la siguiente forma

$$\left( \frac{\dot{a}}{a} \frac{\partial}{\partial \epsilon} \right) = - \frac{a^3 l^2}{h c} \left[ \epsilon \frac{\partial \sigma}{\partial \epsilon} + \frac{1}{4\pi} (E^2 - B^2) \right], \quad (1-2-13)$$

donde  $E$  y  $B$  son los campos medidos por un observador comóvil.

Respecto a la radiación electromagnética de tipo cuerpo negro, el promedio volumétrico de la misma se anula dado que, para una onda plana el invariante relativista  $E^2 - B^2$  se anula idénticamente, y por otro lado no existen relaciones definidas entre las fases de las distintas ondas planas, por lo que los terminos cruzados también se anulan, tanto entre distintas ondas planas como entre una onda plana y la materia. Concluimos que solo las regiones conteniendo

materia contribuyen a (1-2-13).

La contribución restante la calculamos en el sistema en reposo de la partícula. La parte electromagnética de la energía  $mc^2$ ,  $m_{EM}c^2$ , se puede escribir como

$$m_{EM} c^2 = (8 \pi)^{-1} \int_{V_0} (E^2 + B^2) dV. \quad (1-2-14)$$

La suma de ambas contribuciones en promedio volumétrico resulta entonces

$$\left[ \epsilon \frac{\partial m}{\partial \epsilon} c^2 + 2 m_{EM} c^2 - (2\pi)^{-1} \int_{V_0} B^2 dV \right] V_0^{-1}. \quad (1-2-15)$$

Es posible despreciar la energía magnética en el caso de la materia ordinaria. La contribución electromagnética a la energía total es de origen principalmente Coulombiano, por lo que  $\epsilon (\partial m / \partial \epsilon) c^2 \cong 2 m_{EM} c^2$ . Concluimos que la cantidad entre corchetes de (1-2-15) es, en muy buena aproximación, cuatro veces la energía Coulombiana.

Las principales contribuciones a la densidad de energía de Coulomb son las energías de ligadura de átomos y núcleos y las energías de Coulomb de protones y neutrones. Bekenstein estima para la fracción  $\zeta$  de energía Coulombiana en el universo el valor  $1.3 \cdot 10^{-2}$ .

Podemos aproximar  $\zeta = \text{constante}$  durante un tiempo de Hubble, ya que la principal fuente de variación de  $\zeta$  es<sup>19</sup> la conversión de protones  $4H^1 \rightarrow He^4$ , cuyo ritmo es mucho menor que el de expansión del Universo.

Integrando entonces la ecuación (1-2-13), obtenemos el siguiente resultado:

$$(\dot{\epsilon}/\epsilon)_{t=t_0} = -1.6 \cdot 10^{-8} (1/L_{PW})^2 \Omega_{m0} H_0^2 \tau, \quad (1-2-18)$$

donde  $\tau = t_0 - t_c$  y  $t_c$  es una constante de integración.

Usando para  $H_0$  y  $\Omega_{m0}$  valores máximos aceptados en la actualidad, se obtiene una cota superior para  $\dot{\epsilon}/\epsilon$  igual a  $3.2 \cdot 10^{-24} (1/L_{PW})^2 |\tau| \text{ años}^{-2}$ . El único experimento diseñado para medir la variación actual de  $\alpha$  es el de Turneure y Stein<sup>20</sup>, del cual hablaremos más adelante, y da una cota para la variación de  $\alpha$  considerada como única constante dependiente del tiempo de  $5 \cdot 10^{-12} \text{ años}^{-1}$ . De esto se deduce que para valores razonables  $t_c$  la cota para  $l$  esta muy por encima de la longitud de Planck, por lo que en este marco teórico la variación de  $\alpha$  no puede ser descartada.

Para analizar variaciones de  $\alpha$  en el pasado, integramos la ecuación (1-2-15) usando la dependencia explícita del tiempo de  $\rho_m$  a través de la constante de Hubble y el parámetro de desaceleración  $q$ . Bekenstein concluye, basándose en los trabajos de Bahcall y Schmidt<sup>21</sup> (red-shift diferencial de radiofuentes galácticas), Dyson<sup>22</sup> (abundancias isotópicas de  $\text{Re}^{187}$  y  $\text{Os}^{187}$  en minerales), y Shlyakhter<sup>16</sup> (reactor nuclear fósil de Oklo) que  $1/L_{PW} \leq 1.3$ , descartando marginalmente la variabilidad de  $\alpha$ .

Estas conclusiones no son definitivas, ya que los valores para los parámetros cosmológicos no son los únicos posibles. Por otro lado, las cotas experimentales se obtienen suponiendo que  $\alpha$  es el único parámetro dependiente del tiempo.

Finalmente, consideramos brevemente la variación espacial de  $\alpha$ . Para estudiar variaciones macroscópicas promediamos la ecuación (1-2-10) sobre un volumen  $V$ , y la resolvemos recordando la condición  $\epsilon \rightarrow 1$  en el infinito. La solución es

$$\ln \epsilon = (4\pi c^2)^{-1} \int (1/L_{PW})^2 \phi, \quad (1-2-17)$$

siendo  $\phi$  el potencial gravitacional. La dependencia espacial de  $\alpha$  provocara una aceleración anómala

$$a_\epsilon = - \frac{1}{M} \frac{\partial E_{EM}}{\partial \epsilon} \nabla \epsilon. \quad (1-2-18)$$

Bekenstein, usando la F.S.M. y los resultados experimentales de Dicke y otros<sup>23,24</sup> (experimentos de Eötvos), concluye que  $1/L_{PW} < 10^{-3}$ , resultado inconsistente con la hipótesis de longitud mínima de la teoría, y por lo tanto concluye que  $\alpha$  es definitivamente un parámetro sin dinámica, constante en el espacio-tiempo.

Es evidente que el fracaso de un marco teórico particular no es la última palabra en cuanto a la variación de  $\alpha$  respecta, sobre todo si este marco es un posible límite de bajas energías de una teoría unificada del electromagnetismo y demás interacciones. Una vez más se concluye que sólo una teoría unificada puede dar la respuesta última a este interrogante.

### 1-3) COSMOLOGIAS DE KALUZA-KLEIN

A lo largo de los años ha habido varios intentos<sup>25-28</sup> de construir teorías unificadas basadas sobre un espacio-tiempo de dimensión mayor a 4, comenzando por Kaluza<sup>2</sup> en 1921. La motivación principal de los modelos generalizados de Kaluza-Klein es la posibilidad de unificar la gravedad con las demás fuerzas fundamentales. En efecto, suponiendo la existencia de un vector de Killing apropiado, las ecuaciones de campo de Einstein en 5 dimensiones tienen la misma forma que las ecuaciones de Einstein-Maxwell en 4 dimensiones. La idea básica de las generalizaciones actuales de Kaluza-Klein consiste en ampliar el espacio-tiempo a  $4+N$  dimensiones de forma tal que las  $N$  dimensiones espaciales extras formen una variedad muy pequeña con radio medio  $R_{KK}$ , el cual probablemente no sería muy diferente de la longitud de Planck  $l_p$ . De este modo el tensor métrico en  $4+N$  dimensiones describe la relatividad general así como las interacciones de campos de gauge en nuestro mundo efectivo cuadrimensional para energías  $E \ll 1/R_{KK}$ . Es más, Witten<sup>29</sup> ha mostrado que tales modelos pueden contener la simetría de gauge de las interacciones fuertes y electrodébiles  $SU(3)_C * SU(2) * U(1)$ , siempre y cuando el espacio compacto extra tenga el suficiente número de dimensiones como para contener este grupo como simetría. En este caso ese número mínimo es siete, lo cual da un espacio de once dimensiones para contener el Modelo Standard. Incidentalmente este número

coincide con el máximo número de dimensiones que se cree debe tener el espacio-tiempo, para obtener una buena teoría de la Supergravedad<sup>30</sup>.

Ahora bien, una de las mejores posibilidades de detectar la existencia de dimensiones extras es encontrar alguna dependencia espacial o temporal para algún parámetro fundamental. En efecto, las teorías de Kaluza-Klein tienen soluciones cosmológicas que, en el límite de bajas energías, contienen al modelo standard de las interacciones electrodébiles y fuertes (MS) y la relatividad general (RG) en 4 dimensiones, pero con algunas constantes fundamentales dependientes del tiempo. Algunas de ellas son del tipo de Robertson-Walker generalizados en 4+N dimensiones, esto es el producto directo de un espacio tridimensional máximamente simétrico y una D-esfera con factores de escala dependientes del tiempo.

A continuación presentamos como ejemplo, un análisis debido a Chodos y Detweiler<sup>4</sup>, de un Universo de 5 dimensiones que evoluciona naturalmente hacia uno efectivo de 4 dimensiones, a pesar de que las 4 dimensiones espaciales son tratadas simétricamente en las ecuaciones de campo y en las condiciones de borde.

El tiempo es en este caso un parámetro que toma valores en toda la recta real, y se suponen las 4 dimensiones espaciales periódicas; i.e., se supone que en un sistema de coordenadas apropiado se cumple que

$$0 \leq x^j < L \quad (1-3-1)$$

donde  $L$  es algún parámetro con dimensiones de longitud. En este modelo se supone ausencia de materia, por lo que las ecuaciones básicas son

$$R_{\mu\nu} = 0 \quad (1-3-2)$$

donde  $R_{\mu\nu}$  es el tensor de Ricci penta-dimensional.

Kasner<sup>31</sup> encontró una solución de la ecuación (1-3-2), que en  $d$  dimensiones tiene la siguiente forma

$$ds^2 = -dt^2 + \sum_{i=1}^d (t/t_0)^{2p_i} (dx^i)^2, \quad (1-3-3)$$

en donde los coeficientes  $p_i$  cumplen las condiciones

$$\sum_{i=1}^d p_i = \sum_{i=1}^d p_i^2 = 1. \quad (1-3-4)$$

Excepto en casos degenerados, estas ecuaciones requieren que al menos uno de los  $p_i$  sea negativo, por lo que al menos una dimensión sufre contracción.

Para garantizar la isotropía del espacio en tres dimensiones, se toma  $p_1=p_2=p_3=1/2$ ,  $p_4=-1/2$ . Tenemos entonces

$$ds^2 = -dt^2 + (t/t_0) [(dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2] + (t/t_0) (dx^4)^2. \quad (1-3-5)$$

$T_0$  representa el instante en el cual el Universo es plano e isótropo en las 4 dimensiones espaciales. Para  $t \ll t_0$ , el Universo tenía esencialmente una dimensión, cuyo tamaño tendía a infinito en tiempos cercanos a  $t=0$ . Para  $t \gg t_0$ , la

distancia alrededor de la quinta dimensión disminuye como  $(t_0/t)^{1/2}L$ , mientras que las otras tres dimensiones espaciales crecen como  $(t/t_0)^{1/2}L$ .

El hecho de que la quinta dimensión no se observa hoy en día se explica suponiendo que  $(t_0/t)^{1/2}$  es suficientemente pequeño, o lo que es lo mismo que el Universo es suficientemente viejo. No es necesario recurrir al mecanismo de compactificación espontánea<sup>24</sup> para dicha explicación. La dinámica del sistema determina la evolución de su geometría.

Reescalamos las coordenadas de forma tal que la métrica se escriba de la siguiente manera

$$ds^2 = -dt^2 + (t/\tau) (dx)^2 + (\tau/t) (dx^5)^2, \quad (1-3-6)$$

donde  $t/\tau \rightarrow 1$ . A continuación se agrega una pequeña perturbación  $h_{\mu 5}$  a esta métrica, en donde interpretamos a  $h_{\mu 5}$  como relacionado con el potencial electromagnético por

$$\lambda_\mu = h_{\mu 5} = (16 \pi G_N)^{1/2} A_\mu. \quad (1-3-7)$$

Siguiendo a Souriau<sup>25</sup>, consideramos un campo cuántico acoplado a esta métrica a través de la ecuación

$$\square_5 \phi + a \phi = 0, \quad (1-3-8)$$

donde  $\square_5$  es el operador 5-dimensional de d'Alambert. Las soluciones de esta ecuación periódicas en la coordenada  $x^5$ , a segundo orden en  $\lambda$ , tienen la siguiente forma

$$\phi = \bar{\phi} (x^\mu) e^{iqx^5}, \quad q = 2\pi n / L'. \quad (1-3-9)$$

donde  $\bar{\phi}$  satisface una ecuación del tipo Klein-Gordon en presencia de un campo electromagnético, más alguna otra interacción debida a la posible variación de  $\lambda$  en la quinta dimensión, siempre y cuando identifiquemos la carga  $e_n$  como

$$e_n = \frac{\hbar q_n}{c} (16\pi G_N)^{1/2}. \quad (1-3-10)$$

La unidad básica de carga ( $n=1$ ) obedece así la relación

$$\frac{e^2}{4\pi\hbar c} \frac{c^3}{16\pi^2 G\hbar} = \frac{1}{L'^2} = \frac{\tau}{t_0} \frac{1}{L^2} \quad (1-3-11)$$

donde  $\tau$  es un tiempo característico de la presente edad del Universo y  $t_0$  es el tiempo en el cual las 4 dimensiones del espacio eran iguales. Cada modo en la quinta dimensión corresponde a un campo escalar en el espacio-tiempo de 4 dimensiones diferente en cuanto a su carga. En particular el modo cero es un campo sin carga, y el primer modo excitado corresponde a un campo de carga igual a la carga elemental  $e$ .

Si ponemos el valor conocido de  $e$  en el lado derecho de la ecuación (1-3-11) concluimos que

$$(t_0/\tau)^{1/2} L = 2.38 \cdot 10^{-81} \text{ cm}, \quad (1-3-12)$$

por lo que la distancia alrededor de la quinta dimensión es del orden de la longitud de Planck.

Si suponemos que el parámetro  $L$  es del orden de la inversa de la masa del electrón, tenemos que para edades del Universo del orden de  $t_0$  las fuerzas gravitatorias y electromagnéticas tenían intensidades similares. De este modo el valor tan grande en la actualidad del cociente entre las fuerzas gravitatoria y eléctrica ejercidas entre un protón y un electrón queda explicado exclusivamente por la edad avanzada del Universo. La ecuación (1-3-11) equivale a la ecuación (1-1-11) en la cosmología de Dirac.

Este modelo ejemplifica el tratamiento típico de las teorías unificadas de Kaluza-Klein. Por supuesto que este modelo no se ajusta para describir las partículas elementales conocidas. Si observamos la ecuación (1-3-9) y nos basamos en los valores conocidos para las cargas elementales, concluimos que todos los modos tendrían masas del orden de la masa de Planck, salvo que la constante  $a$  se ajustara con 20 decimales, lo cual no es deseable desde el punto de vista físico.

En el caso general, Marciano<sup>84</sup> ha estudiado cómo se relacionan las constantes fundamentales correspondientes a distintas escalas de energía, basado en las siguientes ecuaciones:

$$\alpha_i(m_{KK}) = K_i G/R_{KK}^2 = K_i G m_{KK}^2, \quad (1-3-13)$$

$$\alpha_i^{-1}(\mu) = \alpha_i^{-1}(m_{KK}) -$$

$$- \pi^{-1} C_{ij} [ \ln(m_{KK} / m_j) + \theta(\mu - m_j) \ln(m_j / \mu) ]. \quad (1-3-14)$$

La ecuación (1-3-13) es una fórmula genérica<sup>2,29,33</sup> de cuantificación KK. Relaciona  $G$ ,  $R_{KK}$ , y las constantes de acoplamiento para pequeñas distancias  $\alpha_i(m_{KK}) = g_i^2(m_{KK})/4\pi$  ( $i=1,2,3$ , de  $U(1)$ ,  $SU(2)$ , y  $SU(3)_c$ ), definidas a una distancia  $R_{KK} = 1/m_{KK}$ . Los  $K_i$  son números que dependen de la topología  $N$ -dimensional<sup>30</sup>. En el caso de simetrías de unificación como  $SU(5)$  o  $SO(10)$  es posible que  $K_1 = K_2 = K_3$ . La ecuación (1-3-14) relaciona  $\alpha_i(m_{KK})$  con las constantes de acoplamiento efectivas para distancias grandes  $\alpha_i(\mu)$ ,  $\mu \ll m_{KK}$ , medidas a la energía de laboratorio  $\mu$ . Esta ecuación da cuenta de los principales efectos logarítmicos de la polarización del vacío. El índice  $j$  corre para las distintas especies de leptones, quarks, gluones,  $W^\pm$ , etc. Los  $C_{ij}$  son números bien conocidos<sup>34</sup>, cuyos signos y magnitudes dependen del spin y de los números cuánticos de la representación del grupo de simetría de la  $j$ -ésima partícula. En el MS, despreciando escalares se tiene

$$\sum_j C_{ij} = -2, \quad 5/3, \quad 7/2, \quad (1-3-15)$$

mientras que

$$\sum_j C_{ij} = \frac{1}{6} (55 - 4n_g) \left[ \frac{1}{6} (88 - 4n_g) \right], \quad (1-3-16)$$

en el modelo  $SU(5)$  [ $SO(10)$ ] con  $n_g$  generaciones<sup>34</sup>. Algunos modelos supersimétricos tienen como resultado  $\sum_{ij} C_{ij} = 0$ .

La constante de estructura fina  $\alpha(0)=1/137$ , el parámetro de escala  $\Lambda$  de QCD, la constante de Fermi  $G_F$ , y el ángulo débil de mezcla  $\theta_w$  se obtienen con las relaciones concidas<sup>34</sup>

$$\alpha^{-1}(\mu) = 5/3 \alpha_1^{-1}(\mu) + \alpha_2^{-1}(\mu), \quad (1-3-17)$$

$$\Lambda^{(N_F)} = \mu \exp [-6\pi / (33-2N_F) \alpha_3(\mu)], \quad (1-3-18)$$

$$G_F = \pi \alpha_2(m_W) / \sqrt{2} m_W^2, \quad (1-3-19)$$

$$\tan^2 \theta_w(m_W) = 3/5 \alpha_1(m_W) / \alpha_2(m_W), \quad (1-3-20)$$

donde  $m_W$  = masa del bosón  $W^\pm = 81$  GeV y  $N_F$  es el número de sabores de quarks.

Si diferenciamos las ecuaciones (1-3-13/14) respecto del tiempo obtenemos

$$\frac{\dot{\alpha}_i(m_{KK})}{\alpha_i(m_{KK})} = \frac{\dot{K}_i}{K_i} + \frac{\dot{G}}{G} + \frac{2 \dot{m}_{KK}}{m_{KK}}, \quad (1-3-21)$$

$$\frac{\dot{\alpha}_i(\mu)}{\alpha_i^2(\mu)} = \frac{\dot{\alpha}_i(m_{KK})}{\alpha_i^2(m_{KK})} +$$

$$\frac{1}{\pi} \sum_j C_{ij} \left[ \frac{\dot{m}_{KK}}{m_{KK}} - \frac{\dot{m}_j}{m_j} + \theta(\mu-m_j) \left( \frac{\dot{m}_j}{m_j} - \frac{\dot{\mu}}{\mu} \right) \right] \quad (1-3-22)$$

Estas ecuaciones nos permiten analizar la variación de las constantes en la escala de gran unificación, a partir de observaciones realizadas a escalas de energías más bajas.

Marciano elige un sistema de unidades de forma tal que  $\dot{m}_e = \dot{\mu} = 0$ . Suponiendo  $K_i$  y  $m_j$  constantes, se cumplen las siguientes relaciones:

$$\dot{G}/G = - 2 \dot{m}_{KK} / m_{KK} \quad (1-3-23)$$

$$\frac{\dot{\alpha}_i(\mu)}{\alpha_i^2(\mu)} = - \frac{1}{2\pi} \sum_j C_{ij} \frac{\dot{G}}{G} \quad (1-3-24)$$

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = - \frac{\alpha}{2\pi} \sum_j \left( \frac{5}{3} C_{1j} + C_{2j} \right) \frac{\dot{G}}{G} \quad (1-3-25)$$

Las Ecs.(1-3-24/25) permiten obtener conclusiones muy interesanes para los coeficientes  $C_{ij}$  ya que, aceptando como válidas las cotas de la Tabla I-1 para la variación de  $\alpha$  (cosa que no haremos a lo largo de este trabajo), las sumas  $\sum_j C_{ij}$  deberían ser muy pequeñas, probablemente cero. De acuerdo a (1-3-15), ésto descartaría al grupo de simetría del Modelo Standard  $SU(3)*SU(2)*U(1)$  como variedad de las dimensiones extra. Como hemos dicho, algunos modelos supersimétricos dan naturalmente cero para estas cantidades, lo cual es interesante ya que la supersimetría podría evitar las divergencias ultravioletas de la gravedad cuántica.

Para terminar con esta breve discusión de teorías en dimensiones mayores que cuatro, mencionamos que en teorías de supercuerdas existen *Ansatz* para las soluciones de las ecuaciones de Einstein efectivas en diez dimensiones que llevan a ecuaciones para el factor de escala tridimensional que tienen una constante gravitacional efectiva dependiente

del tiempo<sup>3</sup>. Y-S Wu y Z.Wang, encuentran una solución para el caso en que  $\rho$ , la densidad media del Universo, es mucho menor que la densidad crítica  $\rho_c$

$$r_s(t) = - \frac{5}{8} \Omega_0 H_0^2 t_0 \frac{\ln(ht)}{t} - \frac{b}{t^2}, \quad (1-3-26)$$

$$r_\sigma(t) = - \frac{3}{8} \Omega_0 H_0^2 t_0 \frac{1}{t} + \frac{b}{8 t^2}, \quad (1-3-27)$$

donde  $r_s$  y  $r_\sigma$  son los parámetros de escala del espacio tridimensional y de las dimensiones extras respectivamente,  $H_0$  es la constante de Hubble,  $t_0$  la edad del Universo,  $q_0$  el parámetro de desaceleración,  $\Omega_0 = 8\pi G_0 \rho_0 / 3H_0^2$  el parámetro de densidad, y  $h$  y  $b$  son constantes de integración. En este modelo se cumple que

$$\left(\frac{\dot{G}_N}{G_N}\right)_0 = -8 \dot{r}_\sigma(t_0), \quad (1-3-28)$$

de donde, teniendo en cuenta los valores modernos para los parámetros que aparecen en (1-3-26/27) y sus incertezas, se obtiene el siguiente resultado

$$\left(\frac{\dot{G}_N}{G_N}\right)_0 \cong -1 \cdot 10^{-11 \pm 1} \text{ años}^{-1}. \quad (1-3-29)$$

Como la dinámica de  $r_\sigma$  está determinada en parte por un potencial efectivo debido a perturbaciones cuánticas<sup>6</sup>, la Ec. (1-3-28) puede darnos información sobre la forma de éste si tenemos información sobre la variación de  $G_N$ . Un potencial casi plano puede provocar variaciones importantes de  $G_N$ <sup>6</sup>.

Las cotas halladas en esta tesis para la variación de las constantes fundamentales permitirán obtener interesantes conclusiones sobre las teorías en dimensiones superiores tratadas en esta sección.

#### IV) EL PRINCIPIO ANTRÓPICO

Los intentos que hemos mostrado hasta ahora para explicar el valor de las constantes fundamentales tiene una característica en común: dada una teoría y determinadas condiciones iniciales, las leyes actuales (locales) de la física se entienden como resultado de un proceso evolutivo a nivel cosmológico, determinado por una dinámica bien definida.

El principio antrópico denota una determinada forma de razonamiento, para algunos pseudodeductiva, que podría resumirse así:

La tierra es un lugar hospitalario para la humanidad, con abundancia de agua y una temperatura cuya media se mantiene (por fortuna) dentro del intervalo de temperaturas en el que el agua es líquida. Si aceptamos el origen evolutivo de la vida, estos hechos no nos deberían extrañar: si la Tierra fuera fría y seca como Marte, o si tuviese una atmósfera gaseosa y tórrida, como la de Venus, no habrían evolucionado en ella seres inteligentes que pudieran reclamar por un lugar más habitable. El principio antrópico sostiene que las constantes fundamentales de la física tienen el valor que tienen porque de lo contrario no estaríamos aquí para preguntárnoslo (de aquí su denominación "antrópico"). Como se ve, esta forma de pensar es contraria a la explicación científica tradicional.

Weinberg<sup>97</sup> considera como significativas las siguientes

tres versiones del principio:

i) La versión más débil considera simplemente el hecho de la existencia del hombre como un dato experimental más. Por ejemplo, la vida del protón debe ser mayor de  $10^{16}$  años ya que de otro modo no podríamos sobrevivir a las partículas de ionización producidas por el decaimiento de los protones en nuestro cuerpo. De todas maneras no podemos explicar porque el protón vive tanto tiempo.

ii) En una versión más fuerte el principio antrópico establece que las leyes de la naturaleza, las cuales son incompletas, se pueden completar requiriendo que las condiciones deben permitir el surgimiento de vida inteligente, dado que la mecánica cuántica no tendría sentido sin observadores.

iii) Una versión moderada del principio antrópico, conocida como el "*principio antrópico débil*", pretende explicar en cual de las distintas posibles regiones y/o eras del universo habitamos calculando cuáles regiones o eras podríamos habitar. Esta versión puede explicar algunas de las coincidencias observadas por Dirac y señaladas en este capítulo. Por ejemplo, la edad del Universo expresada en ciertas unidades atómicas es tan grande ( $10^{40}$ ) porque se necesita todo ese tiempo para que se desarrolle vida inteligente. Más específicamente, el Universo debe ser lo suficientemente viejo como para que algunas estrellas hayan completado su ciclo en la secuencia principal y por ende producido los elementos pesados necesarios para la vida. Por otra parte el Universo debe ser lo suficientemente joven

como para que algunas estrellas aún estén produciendo energía a través de reacciones nucleares.

Este razonamiento o versión débil del principio antrópico fue introducida por Dicke<sup>38</sup> en su análisis de la HGN. Cabe mencionar que aquel argumento sólo explica una de las coincidencias observadas por Dirac. Sin embargo, otras magnitudes adimensionales como por ejemplo el cociente de fuerzas electrostática y gravitatorias ejercidas entre un protón y un electrón permanecerían sin explicación (en particular su coincidencia con la edad del Universo). En este caso Dicke considera la validez del principio de Mach. Este sostiene que la masa inercial de una partícula viene determinada por su interacción gravitatoria con la materia distante. De acuerdo con Mach, la debilidad de la gravitación está relacionada con la enorme cantidad de materia distante del Universo. El logro de Brans y Dicke<sup>39</sup> fue formalizar el principio de Mach en una teoría de la gravitación que incluye un campo escalar con dinámica, acoplado al tensor métrico. Una vez resueltas las ecuaciones a escala cosmológica, la evolución del campo escalar queda determinada. La teoría gravitatoria que resulta a escalas más pequeñas es la de la relatividad general con una constante gravitacional efectiva (inversamente proporcional al valor local del campo escalar) dependiente en general del espacio y del tiempo.

Vemos de esta forma que la función más importante del principio antrópico es explicar la edad del Universo como consecuencia de nuestra existencia. Debemos remarcar que la

palabra "consecuencia" no tiene una connotación de causalidad como se entiende en física. El principio antrópico ubica al hombre en una posición y época especiales en el Universo. Carter<sup>40</sup>, en su análisis del principio antrópico, señala lo siguiente: "lo que cabe que esperemos observar ha de hallarse limitado por las condiciones que son necesarias para que se de nuestra presencia como observadores", y más adelante agrega, "aunque nuestra situación no sea necesariamente central, es inevitablemente privilegiada hasta cierto punto ... El principio antrópico constituye una reacción contra el exagerado sometimiento al principio copernicano".

## V) OTRAS TEORIAS

### *El principio de Mach y la variación de las constantes fundamentales*

La variación en el tiempo de las constantes fundamentales puede ser vista como una dependencia temporal de las leyes locales de la física. Las primeras ideas sobre estos efectos locales de fenomenos globales (cosmológicos), pueden ser rastreados desde los escritos del obispo Berkeley<sup>112</sup> hasta aquellos de Ernst Mach<sup>113</sup>. De acuerdo con las ideas de Mach, las fuerzas inerciales observadas localmente en un laboratorio acelerado pueden ser interpretadas como efectos gravitacionales originados por la acción de la materia distante acelerada con respecto al laboratorio.

De acuerdo al principio de Mach el único movimiento significativo es aquél relativo al resto de la materia en el Universo, y la reacción inercial experimentada en un laboratorio acelerado con respecto a la materia distante del Universo se puede interpretar equivalentemente como una fuerza gravitacional actuando sobre un laboratorio fijo debido a la presencia de materia distante acelerada<sup>122</sup>. Esta interpretación de la reacción inercial tiene una aplicación interesante. Consideremos un cuerpo cayendo hacia el Sol. En un sistema de coordenadas en el cual el cuerpo no se está acelerando, la atracción gravitacional del Sol puede considerarse balanceada por otra atracción gravitacional, la

reacción inercial. Dicho balance no se destruye si duplicamos todas las fuerzas gravitacionales. De esta forma la aceleración se determina por la distribución de masa del Universo, pero es independiente de la intensidad de las interacciones gravitatorias. Si designamos la masa del Sol por  $M_s$  y su distancia por  $r$ , podemos expresar la aceleración de acuerdo a la ley de Newton como

$$a = \frac{G_N M_s}{r^2}. \quad (1-5-1)$$

Dicha aceleración debe ser igual a la producida por el resto del Universo, que por argumentos dimensionales<sup>78</sup> se puede escribir como sigue

$$a \approx \frac{M_s R c^2}{M r^2}. \quad (1-5-2)$$

Combinando las ecuaciones (1-5-1) y (1-5-2) obtenemos

$$G_N M/R c^2 \cong 1, \quad (1-5-3)$$

donde  $M$  es la masa (finita) del universo visible (causalmente conectado), y  $R$  denota al radio del mismo.

Si esta relación se mantiene a lo largo de toda la historia del Universo, entonces podemos escribir la siguiente ecuación:

$$\frac{\dot{G}_N}{G_N} + \frac{\dot{M}}{M} = \frac{\dot{R}}{R} = x H, \quad (1-5-4)$$

donde  $H$  es el ritmo de Hubble, y  $x$  es un número del orden de la unidad, que depende de la dinámica cosmológica ( $x=3/2$

para el Universo de Einstein de Sitter y 2 para el Universo dominado por la radiación).

Esta ecuación sugiere que el cociente entre  $M$  y  $R$  está fijado por la teoría, o que la constante gravitatoria cambia con el tiempo y está determinada por la distribución de masa alrededor del punto en cuestión. El primer caso puede considerarse consecuencia de alguna condición de contorno de las ecuaciones de campo de la relatividad general. La segunda alternativa no es compatible con el principio de equivalencia fuerte y la relatividad general<sup>59</sup>.

### *Ensamblés de Universos*

Si el valor de las constantes fundamentales requiere de una explicación (como lo sostiene Dirac), y la naturaleza no muestra signos de dependencia temporal para las mismas, dicha explicación debe ser buscada en otras teorías. Por completitud, examinaremos un grupo de tales teorías, alejándonos momentáneamente de la línea principal de la tesis (constantes dependientes del tiempo).

Existen escenarios en los cuales el valor de las constantes fundamentales puede ser explicado sin proponer dependencia temporal alguna. Nos referimos a la existencia de un **ensamble de universos** (reales o hipotéticos), cada uno con características diferentes, algunos con capacidad para albergar vida y otros no.

Existen muchas fuentes de tales ensambles de mundos diferentes. Si el Universo es finito y limitado en el

espacio y el tiempo, re-colapsará en una segunda singularidad similar a la del big bang inicial. Wheeler<sup>113</sup> ha especulado con un universo de características cíclicas. En cada colapso la singularidad podría introducir un cambio en el valor de las constantes fundamentales y en la dinámica expansiva. El problema con esta idea es que está lejos de ser corroborable. Además, en uno de los infinitos ciclos la dinámica podría generar un universo abierto, con lo cual el ciclo finalizaría, sin garantía alguna de que en ese ciclo final (y definitivo) se den las condiciones para generar vida.

Otra posibilidad más atractiva se debe a Ellis<sup>115</sup>. Si el Universo es arbitrariamente infinito en el espacio-tiempo, entonces nuestro ensamble existe en la forma de regiones causalmente desconexas. Esta idea fue desarrollada posteriormente, en el marco de modelos inflacionarios de Universo, por Linde<sup>124</sup>. De acuerdo con este modelo, en las primeras etapas en su evolución el Universo estaba expandiéndose exponencialmente en un estado de vacío inestable. En el final de la expansión exponencial (inflación) la energía del vacío inestable (de un campo escalar clásico) se transforma en energía de materia caliente y densa, y la subsecuente evolución del Universo se describe por la teoría usual del Universo caliente. En el caso particular de inflación caótica, el Universo posterior a la inflación permanece inhomogéneo y anisótropo, pero contiene muchos dominios exponencialmente grandes, en cada uno de los cuales el espacio es casi homogéneo e isótropo.

En cada uno de estos dominios (también conocidos como burbujas), el valor medio del campo escalar toma un determinado valor. Los valores que toma el campo escalar en las burbujas se distribuye en forma aleatoria en el espacio del grupo de simetría rota. Si el valor de las constantes de acoplamiento de las teorías efectivas a bajas energías no son invariantes frente al grupo de simetría espontáneamente rota, entonces tendremos un ensamble de regiones (Universos) causalmente desconectadas, en las cuales las constantes efectivas toman distintos valores.

Everett<sup>117</sup> en un intento de resolver una serie de paradojas inherentes a la interpretación de la mecánica cuántica y su teoría de la medición, argumentó que la mecánica cuántica requiere la existencia de un "superespacio" de mundos posibles abarcando el rango de todas las posibles observaciones. A través de nuestros actos de medida trazamos un recorrido a través de un enjambre de posibles resultados. Todos estos mundos están causalmente desconectados y la incerteza de las observaciones cuánticas puede ser interpretada como una consecuencia de nuestro limitado acceso a sólo una porción de dicho superespacio de mundos posibles.

#### *Leyes aleatorias de la Naturaleza*

Para concluir, recordamos que la existencia de varias constantes fundamentales independientes es consecuencia de la existencia de varias teorías sin unificar, así como de un

conjunto de campos fundamentales más numeroso aún. La constante reducción de teorías fundamentales de la naturaleza a llevado a algunos científicos a formularse la siguiente pregunta: '¿Existe alguna ley de la Naturaleza realmente?'. Es posible que las reglas que ahora percibimos gobernando el comportamiento de la materia y radiación tengan un origen aleatorio, e inclusive la invarianza de gauge sea sólo una "ilusión": un efecto de selección del mundo de bajas energías en el cual vivimos. Nielsen *et.al.*<sup>118</sup> han mostrado que si el lagrangiano fundamental del cual se derivan las leyes de la física se elige aleatoriamente, entonces la existencia de invarianza de gauge local a bajas energías puede ser un fenómeno estable en el espacio de todas las teorías Lagrangianas. Según Nielsen<sup>115</sup> es posible estimar el orden de magnitud de la constante de estructura fina en modelos de red de teorías de gauge aleatorias; de ser ésto cierto quizá los valores de las constantes fundamentales tengan un carácter cuasi-estadístico.

#### *Unicidad de la descripción del Universo*

Otros físicos han adoptado un punto de vista diametralmente opuesto al de teorías de gauge estocásticas: por ejemplo, S.W.Hawking, B.S.DeWitt y J.A Wheeler han sugerido que sólo existe una única ley en física, por el motivo de que sólo una única ley es lógicamente posible. En el caso de la gravedad cuántica, las condiciones de consistencia (entre ellas renormalizabilidad), universalidad y acuerdo con las

observaciones hechas hasta la fecha, han llevado a Wheeler<sup>120</sup> y DeWitt<sup>121</sup> a sugerir que la ecuación correcta de la teoría cuántica de la gravedad (que es ella misma única) debe tener una única solución.

## CAPITULO II

### VARIACION DE LAS CONSTANTES FUNDAMENTALES:

#### EXPERIMENTOS Y OBSERVACIONES.

Este capítulo presenta varios experimentos y observaciones relevantes para nuestro análisis de la variación de las constantes fundamentales. Muchos de ellos fueron diseñados con igual propósito, aunque las interpretaciones correspondían a distintos marcos teóricos. Otros fueron hechos con propósitos diferentes, pero cuya relación con la variación de las constantes en nuestro modelo es lo suficientemente clara como para permitirnos obtener importante información para nuestro trabajo.

## 2-1 ANÁLISIS GEOFÍSICOS.

### *Variación de los radios planetarios*

El radio de un planeta es un parámetro cuyo valor está determinado por el resultado de la competencia entre las fuerza de cohesión de la materia (gravedad, atracción coulombiana entre núcleos y electrones), y la presión interna, principalmente debida a la repulsión entre electrones. Una variación de la constante gravitatoria  $G_N$  causará un cambio en el estado de compresión de la materia, lo cual a su vez modificará las presiones internas. Todo esto determinará una variación del radio del planeta. Es interesante plantear un modelo del interior planetario en el cual  $G$  sea función del tiempo. De esta forma toda información sobre los valores del radio en tiempos pasados podría servir para determinar la existencia de una dependencia de  $G$  con el tiempo.

La teoría de la expansión de la Tierra ha sido motivo de debate en los últimos años. Brevemente puede decirse que las posiciones asumidas al respecto van desde aquella que postula que hubo una expansión mensurable a través del tiempo geológico<sup>41</sup>, a la que sostiene que si hubo expansión ésta debió haber sido imperceptible en tiempos fanerozoicos<sup>42</sup> (hace unos 400 millones de años). Los investigadores han tropezado con la complejidad de los procesos tectónicos que modificaron su superficie a través

del tiempo geológico. Ello explica por qué las principales contribuciones sobre el tema hayan surgido de los posibles efectos producidos por la postulada expansión en ciertos organismos y en la distribución de las posiciones de los polos paleomagnéticos.

Existen diversas teorías para la posible expansión de la Tierra debido a causas estrictamente geológicas, que postulan expansiones desde 0.5 hasta 5 mm/año<sup>43</sup>. Esta discrepancia entre los distintos modelos de expansión hace que sea difícil hallar cotas a la expansión por causas cosmológicas de la Tierra, que para el ritmo de disminución de la constante gravitacional de Newton, predicho por la teoría de Dirac, es de sólo 0.05mm/año.

En contraste con la Tierra, la superficie de la Luna ha permanecido aparentemente estática por más de  $3 \times 10^9$  años<sup>44</sup>. Esta se divide en dos áreas principales, los mares y las tierras altas. Los cráteres más grandes han sido producidos por el bombardeo de objetos de más de 50 Km de diámetro. Evidencia de esto es la existencia de desechos anillados alrededor de los cráteres, los cuales saturan la superficie de las tierras altas. A estos acontecimientos les siguió el flujo de lava basáltica, el cual inundó el 17% de la superficie lunar. Desde entonces sólo ha habido impactos menores, formando cráteres pequeños como Tycho, Copérnico, etc. Una de las características más interesantes de los mares a escala global es la suavidad de su superficie, atribuible a la baja viscosidad de las lavas lunares ricas en hierro, y la ausencia de movimientos tectónicos a partir

de la solidificación definitiva.

Las misiones Apollo tripuladas permitieron fechar estos eventos a partir de las muestras de rocas lunares traídas a la Tierra. Ahora se sabe que la corteza de las tierras altas se formó antes de los  $4.4 \times 10^9$  años, estando sujeta a los bombardeos masivos hasta hace  $3.9 \times 10^9$  años. Las lavas basálticas terminaron de fluir hacia la superficie hace  $3.2 \times 10^9$  años, permaneciendo la superficie lunar aproximadamente estática desde entonces.

McElhinny *et. al*<sup>44</sup> (MCET) concluyeron que la superficie de la Luna conserva aproximadamente el aspecto que presentaba hace  $3.9 \times 10^9$  años, cuando los últimos grandes eventos estructurales tuvieron lugar.

El caso de Marte es más complejo. El fechado de los principales eventos es sólo estimable a partir de analogías con procesos similares en la Luna. La más firme candidata a ser evidencia de una expansión del planeta es la Meseta de Tharsis, la cual puede haber surgido debido a una expansión térmica, entre 4000 y 1000 millones de años atrás. A partir de entonces no hay indicios de una expansión o contracción adicionales.

En Mercurio no se observan características de tensión<sup>44</sup>. Existen grandes escarpas lobuladas de hasta 500 Km de largo y 3 Km de alto que proveen evidencia de una contracción, con un límite superior de 2 Km desde la formación de la corteza. Este efecto se atribuye a la contracción de una cáscara de silicato de 600 Km de ancho alrededor de un núcleo de hierro en proceso de enfriamiento. Desde el final de ese proceso,

hace mas de 3000 millones de años, la superficie de Mercurio ha quedado estática.

En la tabla II-1 se muestra las estimaciones de MCET de los cambios máximos en los radios planetarios. En el caso de la Luna, la expansión o contracción es de aproximadamente 1 Km desde hace  $3.9 \times 10^9$  años. Para Mercurio, la contracción de 2 Km ha ocurrido antes de  $4 \times 10^9$  años atrás, no habiendo evidencias de posteriores contracciones o expansiones. La cota propuesta para los últimos 3 a 4 mil millones de años es de 1 Km. En el caso de Marte, la posible expansión se limita a 1 Km en los últimos 1000 millones de años (en la Tabla II-1, el modelo Marte B). La máxima expansión para los últimos 4600 millones de años ha sido estimada, en base a modelos de expansión térmica (Marte A en la tabla II-1), en 19 Km.

TABLA II-1

PALEORADIO  $R_a$  DADO COMO FUNCION DEL PRESENTE RADIO PARA LA TIERRA, MARTE Y MERCURIO

Planeta	$R_a$	Tiempo[ $10^9$ años]	$\dot{G}_n/G_N$ [años $^{-1}$ ]
Tierra	$1.020 \pm 0.028$	0.4	$\leq 3 \cdot 10^{-10}$
Luna	$1.000 \pm 0.0006$	3.9	$\leq 5 \cdot 10^{-11}$
MarteA	0.994	3.6	$\leq 8 \cdot 10^{-11}$
MarteB	$1.000 \pm 0.0003$	1.0	$\leq 1.5 \cdot 10^{-11}$
Mercurio	$1.000 \pm 0.0004$	3.5	$\leq 8 \cdot 10^{-12}$

En MCET se parametriza la variación de R en términos de la de  $G_N$  como

$$\frac{1}{R} \frac{dR}{dt} = \frac{\gamma}{G} \frac{dG_N}{dt}, \quad (2-1-4)$$

donde  $\gamma$  se calcula como función de  $G_N$  y de M. Dados  $p(\rho)$ , la condición de contorno  $P(r=R)=0$ , la ecuación de equilibrio hidrostático y la ecuación de estado, es posible calcular  $\gamma$ . Despreciando las transiciones de fase y la sedimentación química, MCET utilizan la aproximación lineal  $P = K_0(\rho - \rho_0)$  para la ecuación de estado, donde  $\rho_0$  y  $K_0$  son la densidad e incompresibilidad a presión cero.

Para Mercurio, dado el límite restrictivo para la variación de su radio, se justifica la sofisticación de los

modelos para describir su interior. Sin embargo, la gran variedad de modelos bajo discusión que existen hasta el momento sólo permiten asignar a  $\gamma$  un valor de 0.02 con un error de 0.005.

Para la Luna, despreciando los efectos de un núcleo de hierro y suponiendo un modelo homogéneo, el valor de  $\gamma$  resulta  $0.004 \pm 0.001$ .

La tabla II-1 muestra los límites superiores para el ritmo de decrecimiento de  $G_N$ , suponiendo que sólo ella varía. En esta tesis se presenta un análisis alternativo para los casos de Mercurio, la Luna y el modelo Marte B basado en la existencia de una ecuación de continuidad definida para todo el interior del planeta.

## 2-2 PERTURBACIONES ORBITALES

### *Aceleraciones de la Luna y de la Tierra*

Los movimientos tanto de la Tierra como de la Luna son muy difíciles de predecir teóricamente. Esto se debe a la complejidad del sistema Tierra-Luna, aún sin tener en cuenta los efectos gravitacionales de los demás planetas. La tierra es un cuerpo deformable, tanto en su superficie (mareas, fusión parcial de los casquetes polares), como en su interior (flujo turbulento de hierro líquido en el núcleo), lo cual hace que su momento de inercia sea variable y produzca efectos gravitatorios cuadrupolares sobre la Luna, muy difíciles de estimar. Los efectos tidales se han podido determinar observacionalmente<sup>45-47</sup>, y más recientemente a partir de modelos numéricos<sup>46</sup>, una vez discriminadas otras perturbaciones calculables teóricamente.

La variación de las constantes fundamentales de la física introducirán perturbaciones seculares en los movimientos de la Tierra y de la Luna. Debemos saber identificar dichas perturbaciones en las ecuaciones de evolución, para poder obtener información acerca de la variación de las constantes. Para efectuar el análisis correspondiente, y siguiendo parcialmente la exposición de Muller y Stephenson<sup>48</sup>, introduciremos a continuación las siguientes definiciones:

i) *Efemérides*: Una efemérides es una tabla de posiciones de un dado cuerpo celeste en función del tiempo. Esta tabla puede a veces resumirse en una ecuación para la posición del cuerpo en función del tiempo. Este tiempo, llamado tiempo de efemérides, queda definido a partir de la ecuación misma.

Esta ecuación puede obtenerse a partir de uno o varios de los siguientes criterios:

i-1) *A Priori*: La ecuación define un tiempo, tomando como reloj característico al movimiento mismo del cuerpo en cuestión. Las razones pueden ser variadas. Tomamos como ejemplo el año trópico. Este se define como el tiempo que transcurre entre dos pasos consecutivos y reales de la Tierra o aparentes del Sol por el equinoccio vernal o de primavera. La importancia de esta unidad de tiempo, sea o no constante en relación a otra unidad de tiempo más local, (eg. tiempo atómico), radica en que la duración de las estaciones expresadas en esta unidad es constante en el tiempo.

i-2) *Predicha teóricamente*: En este caso, el tiempo que aparece como argumento de la ecuación se supone coincidente con el tiempo dinámico de la teoría que describe el movimiento del cuerpo celeste. Esta coincidencia no será perfecta debido a la incerteza de los parámetros relevantes del sistema analizado. Por ejemplo, en el caso de la rotación de la Luna alrededor de la Tierra, dichos parámetros son las masas de los demás cuerpos del sistema

solar, términos tidales asociados a la deformabilidad de la Tierra, etc. Para determinar dichos factores puede ser necesario recurrir a la observación directa del movimiento del cuerpo.

i-3) *Calculada observacionalmente*: El reloj del observador determinará el tiempo de efemérides. Este caso suele darse en combinación con el punto ii. En este último caso debe poder relacionarse el tiempo de observación con el tiempo dinámico correspondiente a la teoría del movimiento del cuerpo celeste.

ii) *Efemérides Lunar*: El tiempo de efemérides usado como standard internacional es el tiempo correspondiente a la efemérides lunar corregida (ELC). Esta efemérides está determinada observacional y teóricamente, y se puede escribir como sigue<sup>40</sup>:

$$\lambda_m = A_o + B_o T + (C_o + C_t) T^2 + D_t T^3, \quad (2-2-1)$$

donde  $\lambda_m$  es la longitud lunar media, la cual se define como la componente no periódica del movimiento total de la luna observado respecto de la eclíptica. Las letras A-D representan los coeficientes de efemérides y los subíndices o y t denotan valores determinados observacional y teóricamente, respectivamente. Los coeficientes A y B deben ser determinados observacionalmente dado que son la posición y velocidad de la luna en un determinado instante. Si no

hubieran efectos tidales actuando sobre el sistema Tierra-Luna, el coeficiente  $C$  estaría determinado por las leyes de Newton y las masas y posiciones de los demás cuerpos del sistema solar. La parte tidal  $C_0$  debe ser observada como una aceleración en la longitud lunar adicional a aquella determinada teóricamente, ya que los efectos sobre el movimiento lunar de las deformaciones periódicas de la Tierra son difíciles de calcular. Además, todo efecto cosmológico desconocido, como por ejemplo una variación en la constante de Newton  $G_N$ , debe ser determinado observacionalmente. Concluimos que  $C_0$  incluye efectos tidales y cosmológicos, por lo que es necesario saber identificar cada uno por separado si queremos obtener consecuencias cosmológicas.

Se denota por  $\dot{n}$  a la aceleración observada en longitud de la luna, los subíndices 't' y 'c' denotan las componentes tidal y cosmológica de la aceleración respectivamente, y el subíndice 'a' señala una cantidad medida en unidades atómicas. Podemos escribir

$$C_0 = \frac{1}{2} ( \dot{n}_t + \dot{n}_c ). \quad (2-2-2)$$

iii) *Tiempo Universal (TU)*: Para medir el tiempo tomando como movimiento continuo de velocidad uniforme a la rotación de la Tierra, es preciso contar con algún método que permita poner de manifiesto el fenómeno de rotación de ese planeta de modo que posibilite asignar valores numéricos a cada posición. En la práctica no existe un método, sino varios,

para conseguir ese propósito, y cada uno de ellos lleva a resultados ligeramente diferentes, lo que significa que se obtienen diversos tipos de tiempos astronómicos. El procedimiento más inmediato consiste en determinar la rotación de la Tierra, a partir del movimiento aparente del Sol en la esfera celeste: se define el *tiempo solar verdadero* para un instante dado como el ángulo horario del Sol en dicho instante más doce horas, significando éste último que se toma como momento cero, o sea como origen de ángulos, el momento de la culminación inferior del Sol, es decir, el paso de dicho astro por el meridiano inferior (semicírculo inferior del meridiano celeste, determinado éste último por los polos, el cenit y el nadir del lugar desde el que se hace la medición). De esta forma se define el *día solar verdadero* como el intervalo de tiempo transcurrido entre dos culminaciones inferiores del Sol.

En realidad, la duración del día solar verdadero no coincide con el tiempo que tarda la Tierra en dar una vuelta sobre sí misma, ya que el Sol se desplaza respecto de las estrellas fijas (traslación terrestre). Por otra parte, el día solar no es uniforme, debido a que la Tierra se mueve en torno al Sol con velocidad variable, y por tanto el movimiento aparente del Sol en el firmamento de las estrellas fijas tampoco es uniforme. El hecho de que el movimiento aparente del Sol tenga lugar sobre la eclíptica y no sobre el ecuador celeste (plano perpendicular al eje de rotación de la Tierra) da lugar a una nueva complicación ya que al variar cada día la posición del Sol respecto a ese

ecuador, ello debe reflejarse en las medidas de los ángulos horarios. Debido a estas circunstancias, se ha definido un *tiempo solar medio* al cual corresponde un *día solar medio*, el cual, para un instante dado, es el ángulo horario del *sol medio* más doce horas. Este sol medio viene representado por un astro hipotético cuya posición coincide con la del Sol real en el punto Aries, pero que se mueve uniformemente sobre el ecuador celeste en vez de hacerlo sobre la eclíptica. Los períodos de ambos movimientos es el mismo, ésto es un año, pero sólo uno de ellos es uniforme. La ecuación para la longitud del sol medio  $\lambda_s$  en función del tiempo de efemérides se escribe como sigue<sup>48</sup>:

$$\lambda_s = I_o + J_o T + K_t T^2 + L_t T^3, \quad (2-2-3)$$

donde  $K_t$  y  $L_t$  se determinan teóricamente ya que no existen efectos tidales de importancia sobre el movimiento de la Tierra alrededor del Sol.

A partir de esta hipótesis se puede calcular el punto que ocuparía diariamente en el firmamento este astro imaginario y determinar el tiempo solar medio como el ángulo horario de dicho punto. El *Tiempo Universal* toma como referencia el movimiento uniforme del sol medio, medido desde el meridiano de Greenwich.

Esta escala de tiempo es independiente de los movimientos de los demás cuerpos del sistema solar, ya que la rotación de la Tierra está principalmente determinada por efectos tidales producidos por la Luna, y en menor grado por cambios

seculares de los momentos de inercia de la Tierra. Estos efectos harán que este tiempo no coincida con el tiempo medido en unidades atómicas.

*iv) Tiempo Atómico (TA):* la definición actual de TA toma como referencia al período de cierta transición hiperfina del átomo de Cesio<sup>49</sup>. Se supone que esta unidad es la más confiable y la más reproducible. Aunque la palabra "confiable" no tiene un significado preciso (tal vez psicológico), sí lo tiene "reproducible". En efecto, la sincronización tiene utilidad sólo entre relojes iguales, o con una relación entre sus escalas bien conocida. La ventaja de los relojes atómicos, en particular los de Cesio, es que es posible fabricarlos tales que los tiempos marcados por dos de ellos se mantienen iguales con una gran precisión durante mucho tiempo. Además, son transportables. Todo esto ha llevado a definir el actual "segundo" a partir de una transición atómica. El segundo de TA se definió lo más similar posible a la longitud del segundo de efemérides (definido a partir de la ELC 1954), tanto como las observaciones de la Luna hasta 1957 lo permitieron.

*Diferencia entre el TA y el TU:* Es conveniente definir la cantidad  $\Delta T = T_E - T_U$  como la diferencia en la lectura, en el mismo instante, entre el reloj de tiempo de efemérides y el reloj de tiempo universal. La ecuación que relaciona la posición del sol con el TU es lineal, por lo que si la aceleración de rotación de la Tierra es constante medida en

TE, entonces la ecuación para  $\Delta T$  en función de TE será de la forma

$$\Delta T = A + B T + C T^2, \quad (2-2-4)$$

donde  $T=TE$ , A y B se determinan observacionalmente y

$$C = - \frac{1}{2} \dot{\Omega}, \quad (2-2-5)$$

donde  $\dot{\Omega}$  es la aceleración de la Tierra medida en TE.

A continuación analizaremos distintas fuentes de información acerca de los movimientos terrestre y lunar a lo largo de distintos períodos de tiempo.

#### *1) Eclipses Antiguos:*

Los antiguos informes de eclipses de Sol conforman un valioso conjunto de marcas hechas por dos relojes diferentes en un mismo instante. En efecto, los tiempos universal y de efemérides se pueden así comparar. El resultado es una determinación precisa de la aceleración rotacional terrestre medida en TE, dado un valor de  $\dot{n}$ .

Una variación en  $\dot{n}$  implica un cambio en el TE, y por lo tanto un cambio en  $\dot{e}$ . Esta relación se puede escribir<sup>48</sup>

$$\delta \dot{\Omega} = 1.97 \delta \dot{n}, \quad (2-2-6)$$

por lo cual el parámetro que se mide independientemente es

$$E = \dot{\Omega} - 1.97 \dot{n}, \quad (2-2-7)$$

el cual es la combinación media de los parámetros, o la línea de solución en la cual sólo un punto corresponde a los valores exactos de  $\dot{e}$  y  $\dot{n}$ . La ecuación (2-2-7) es una integración aproximada de (2-2-6). Además, el número 1.97 es en realidad una función del tiempo, de la forma

$$1.97 \rightarrow \frac{e}{B_0} + 2 \frac{\dot{e}}{B_0} T + O(T^2). \quad (2-2-8)$$

Mediciones precisas de varios eclipses en diversas épocas pueden proveernos de valores independientes para  $\dot{n}$  y  $\dot{e}$ , pero con márgenes de error mayores.

Muller y Stephenson<sup>48a</sup> y Muller<sup>48b</sup> analizaron observaciones de eclipses solares centrales registrados históricamente por astrónomos pertenecientes a diversas civilizaciones, entre las cuales se pueden mencionar las siguientes

i) *Griegos y Romanos de la época clásica.*

ii) *Crónicas monásticas y urbanas de la Europa medieval*  
(900-1300 DC).

iii) *Los anales y tratados astronómicos chinos* (desde siglo 13 AC)

iv) *Textos astronómicos babilonios tardíos.* (450-50 AC)

En este trabajo se detallan numerosas narraciones originales de eclipses tanto parciales como totales. Luego de un proceso numérico, consistente en mejorar sucesivamente la efemerides lunar, se obtienen los siguientes resultados

$$\dot{n}/n = -37.5 \pm 5 \text{ arcseg/siglo}^2, \quad (2-2-9)$$

$$\dot{\Omega} = -91.56 \pm 10 \text{ seg/siglo}^2, \quad (2-2-10)$$

$$\dot{\Omega} - 1.97 \dot{n} = -17.7 \pm 1.0 \text{ seg/siglo}^2, \quad (2-2-11)$$

donde en (2-2-11)  $\dot{\Omega}$  está expresado en segundos de tiempo/siglo<sup>2</sup>, y  $\dot{n}$  en arcseg/siglo<sup>2</sup>. Las unidades en los numeradores de (2-2-9) y (2-2-10) están relacionadas por un factor que cambia con el tiempo. Como era de preveer, el error en (2-2-11) es mucho menor que los errores de los demás resultados (ver Ec. (2-2-7)).

Muller<sup>40b</sup> por su parte, obtiene los siguientes resultados

$$\dot{n}/n = -17.3 \pm 1.8 \cdot 10^{-11} \text{ años}^{-1}, \quad (2-2-12a)$$

$$\dot{\Omega}/\Omega = -24.3 \pm 2.0 \cdot 10^{-11} \text{ años}^{-1}. \quad (2-2-12b)$$

Existen registros de eclipses lunares observados por los babilonios entre 700 y 50 A.C., los cuales sobrevivieron en tabletas de arcilla. Estas observaciones tienen una precisión de 1 uñ (4 minutos), y registran el tiempo entre la salida o puesta del Sol o la Luna y el comienzo, fin o mitad de un eclipse lunar. El tiempo universal y el tiempo dinámico de cada eclipse lunar puede ser calculado de la fecha de la tableta y del conocimiento de la cronología babilónica. Morrison y Ward<sup>411</sup> encontraron, a partir de registros babilonios 13 eclipses lunares, el siguiente valor para la aceleración rotacional de la Tierra:

$$\dot{\Omega}/\Omega = -20.6 \pm 1.3 \cdot 10^{-11} \text{ años}^{-1}. \quad (2-2-13)$$

## II) Equinoccios Antiguos

Se denominan equinoccios a los puntos de intersección de la eclíptica (órbita solar referida a la esfera de estrellas fijas) y el ecuador celeste (intersección del plano perpendicular al eje de rotación de la Tierra con la esfera de estrellas fijas). En el equinoccio de otoño (hemisferio sur) el Sol efectúa su tránsito del hemisferio austral al boreal, y en el equinoccio de primavera se efectúa el tránsito opuesto. Estos puntos se los conoce también como *punto Aries* y *punto Libra* respectivamente.

La observación de un equinoccio, expresada en el tiempo local de un determinado lugar, provee de una determinación directa de  $\Delta T$  (y por lo tanto  $\dot{e}/e$ ) independiente de la Luna. En efecto, el tiempo local puede relacionarse con el TU en forma inequívoca, ya que la diferencia horaria entre el meridiano de Greenwich y cualquier otro lugar está fijada de una vez y para siempre, y la relación entre el Sol real y el Sol medio se ajusta observacionalmente y se supone válida para todo momento. Por otro lado, el tiempo de efemérides está determinado por la ecuación (2-2-3), en la medida en que dicha ecuación sea válida en la época en que se produce el equinoccio.

Müller y Stephenson<sup>48a</sup> y Muller<sup>48b</sup>, analizan equinoccios reportados en distintas épocas, discutiendo los problemas de

interpretación que surgen de las mediciones realizadas por los antiguos. Se obtiene un promedio sobre los valores de  $\dot{w}/w$  que resultan de analizar reportes de diferentes épocas, a saber:

i) *Equinoccios de Hiparco citados en el 'Almagesto' de Ptolomeo (  $\alpha$  145 A.C. ).*

ii) *Tablas Hakemitas (Egipto  $\alpha$  1000 D.C. ).*

El valor que resulta para  $\dot{\Omega}/\Omega$  es el siguiente<sup>48a</sup>:

$$\dot{\Omega}/\Omega = -23.8 \pm 2.3 \cdot 10^{-11} \text{ años}^{-1}. \quad (2-2-14)$$

De la ecuación (2-2-11) podemos obtener un valor para  $\dot{n}/n$ <sup>48a</sup>:

$$\dot{n}/n = -29.1 \pm 3.7 \text{ arcseg/siglo}^{-1}. \quad (2-2-15)$$

Muller por su parte obtiene el siguiente valor

$$\dot{\Omega}/\Omega = -23.6 \pm 2.3 \text{ años}^{-1}. \quad (2-2-16)$$

### III) *Tránsitos de Mercurio*

Si el plano de la órbita de Mercurio coincidiera con el de la órbita de la Tierra, el primero pasaría delante del disco solar en cada una de sus conjunciones inferiores (alineación del Sol, la Tierra y Mercurio, con este último entre los dos primeros), es decir, unas tres veces por año. Pero dado que ambos planos determinan un ángulo de  $7^\circ$  y que el diámetro angular de Sol, visto desde la Tierra, es del orden de medio grado, el disco de Mercurio sólo se verá pasar frente al disco solar cuando, durante la conjunción

inferior, el planeta se halle cerca de los nodos. Estas condiciones se cumplen trece veces cada siglo, separadas por intervalos variables de 3, 7, 10, y 13 años. Se observan también que las fechas de los tránsitos se repiten, muy aproximadamente, según un ciclo de 46 años.

Morrison y Ward<sup>50</sup>, compararon alrededor de 2400 observaciones de los tiempos universales de contacto interno para los tránsitos de Mercurio en el período 1677-1973, con el objeto de determinar correcciones para los parámetros orbitales de Mercurio. Las distorsiones en las observaciones debido a la no uniformidad de la escala de tiempo universal se cancelan reduciendo las observaciones a la efemérides lunar. Las ecuaciones condicionales observacionales incluyen la aceleración tidal como parámetro desconocido adicional. La solución de las ecuaciones observacionales por el método de cuadrados mínimos conducen al siguiente resultado:

$$(\dot{n}/n)_l = -26 \pm 2 \text{ arcseg/siglo}^{-1}. \quad (2-2-17)$$

#### *IV) Ritmos de Crecimiento*

Existen organismos cuyas estructuras óseas presentan características de crecimiento que dependen de distintos ritmos del medio ambiente. Estos cambios influyen en los procesos metabólicos, resultando en la aparición de patrones de crecimiento esqueléticos diferenciados en jerarquías. Scrutton<sup>51a</sup> y Lambeck<sup>47</sup>, independientemente, obtuvieron valores para el número de días en el mes  $N_{d/m}$  y en el año

$N_{d/a}$ , así como el número de meses por año  $N_{m/a}$ , en el pasado, identificando distintos patrones de crecimiento con ritmos tidales, equinocciales y anuales de bivalvos, corales y estromatolitos fosiles. Se supuso que todos los datos disponibles reflejaban el día solar real y el mes sinódico (tiempo que transcurre entre dos conjunciones consecutivas de la Luna y el Sol, el cual coincide con el ciclo de las fases o lunación).

Resumiremos a continuación las principales características de tales patrones de crecimiento

*Corales:* Los corales son celentéreos coloniales de esqueleto calcáreo. Este último consiste en una estructura de placas verticales y horizontales, en algunos casos rodeadas en conjunto por una pared externa, la epiteca en el caso de corales individuales, o la holoteca en el caso de colonias. Se ha observado un incremento diario en todas las epitecas no erosionadas, reflejo probablemente del día solar pero también parcialmente del ciclo tidal. El interior de la epiteca presenta en algunos casos patrones de crecimiento que podrían estar vinculados con la temperatura del agua, y de hecho se han observado periodicidades anuales y mensuales. La abundancia de datos coralinos está restringida por el hecho de que la periodicidad diaria se evidencia sólo en la epiteca, la cual en general se encuentra demasiado erosionada como para poder distinguir las rugosidades propias del crecimiento diario. Existen registros de hasta el período devónico medio (400 millones de años).

*Bivalvos:* son moluscos formados por dos valvas articuladas dorsalmente, que pueden sellar completamente la cavidad interna que contiene al cuerpo del animal. A pesar de que las superficies externas de la valva muestran patrones de crecimiento, éstos se desarrollan más claramente aún en la microestructura interna de las valvas de muchas especies. Se han reconocido cinco órdenes de crecimiento<sup>105</sup>: un ritmo tidal subdiario, un ritmo solar, un ciclo tidal quincenal, una perturbación semianual debido a mareas y tormentas equinocciales, y un ciclo anual controlado por la temperatura.

La mayoría de las estructuras periódicas microscópicas dentro de la concha son un reflejo de las variaciones de las proporciones relativas de material orgánico (conchiolina) y carbonato de calcio (aragonita o calcita). La deposición de incrementos está bien correlacionada con los movimientos de las valvas. Dado que las valvas de muchas especies usualmente están cerradas durante la bajamar y abiertas durante la pleamar, existe también una correlación alta entre el número de incrementos y el número de mareas que ha vivido el organismo. Cuando las valvas están abiertas se deposita una capa rica en carbonato de calcio relativo al material adyacente de la concha.

Cuando las valvas están cerradas la respiración de los moluscos es anaeróbica. Los principales productos de dicha respiración son ácido succínico y alanina. El carbonato de calcio de la concha sirve para neutralizar los productos ácidos del metabolismo anaeróbico<sup>51b</sup>, (de hecho se ha visto

en *Mercenaria Mercenaria* erosión en las superficies de crecimiento luego de períodos prolongados en los que la concha estaba cerrada) y dicho desprendimiento aumenta la concentración de material orgánico en la interfase concha-manto. Con el retorno del oxígeno y la respiración aeróbica, este material orgánico es reincorporado a la concha, formando envolturas sobre las diferentes estructuras calcáreas de la concha (prismáticas, cristalinas, etc.).

El espesor y definición de las estructuras de crecimiento reflejarán el período y las condiciones internas en que la concha permanece cerrada. Los espesores tanto de las acreciones calcáreas como orgánicas dependen de una o varias de las periodicidades antes mencionadas, de la especie particular de bivalvo, de su latitud y, más especulativamente hablando, de algún reloj interno heredado genéticamente.

*Estromatolitos:* los estromatolitos son unas sedimentaciones solidificadas de algas y bacterias, que se remontan a períodos anteriores al devónico. Las interpretaciones sobre sus patrones de formación son muy oscuras por el momento. Los primeros análisis han dado resultados que son incompatibles con extrapolaciones de datos más recientes (ver más arriba corales y bivalvos), por lo que Lambeck no los considera en su análisis.

*Análisis de los datos (Lambeck)<sup>52</sup>*

Los datos antes mencionados están relacionados con las

velocidades de los movimientos medios del Sol ( $\dot{n}_s/n_s$ ) y de la Luna ( $\dot{n}/n$ ) y con la velocidad de rotación de la Tierra ( $\dot{\Omega}/\Omega$ ), de la siguiente manera:

$$N_{d/\alpha} = \frac{\Omega}{n_s} - 1, \quad (2-2-18)$$

$$N_{d/m} = \frac{\Omega - n_s}{n_l - n_s}, \quad (2-2-19)$$

$$N_{m/\alpha} = \frac{n_l - n_s}{n_s}. \quad (2-2-20)$$

En la Ec. (2-2-18) se introduce el término "-1" debido a la diferencia entre el día solar y el día sideral.

Lambeck<sup>32</sup> analizó los datos disponibles, suponiendo que  $\Omega$  y  $n$  varían linealmente con el tiempo (aceleración constante), dado que hace 400 millones de años (era fanerozoica) la distancia Tierra-Luna era sólo un pequeño porcentaje menor que su valor actual. La inclusión de errores sistemáticos  $\Delta\Omega$  y  $\Delta n_l$  en las observaciones de los corales y bivalvos se realiza de la siguiente manera:

$$\Omega(t) = \Omega(t_0) + \Delta\Omega + \dot{\Omega} t, \quad (2-2-21)$$

$$n_l(t) = n_l(t_0) + \Delta n_l + \dot{n}_l t, \quad (2-2-22)$$

De las ecuaciones (2-2-18/20) obtenemos lo siguiente:

$$N_{d/\alpha} = \frac{\Omega^0}{n_s^0} \left\{ 1 + \frac{\Delta\Omega + \dot{\Omega} t}{\Omega^0} - \frac{\Delta n_s + \dot{n}_s t}{n_s^0} \right\} - 1, \quad (2-2-23)$$

$$N_{d/m} = \frac{\Omega^c - n_s^o}{n_l^c - n_s^o} \left\{ 1 + \frac{\Delta\Omega + \dot{\Omega} t - \Delta n_s - \dot{n}_s t}{\Omega^o - n_s^o} - \frac{\Delta n_l + \dot{n}_l t - \Delta n_s - \dot{n}_s t}{n_l^c - n_s^o} \right\} - 1. \quad (2-2-24)$$

$$N_{m/\alpha} = \frac{\Omega^o}{n_s^o} \left\{ 1 + \frac{\Delta n_l + \dot{n}_l t}{n_l^c} - \frac{\Delta n_s + \dot{n}_s t}{n_s^o} \right\} - 1. \quad (2-2-25)$$

Reescribimos las tres últimas ecuaciones en término de los parámetros que se quieren determinar a partir de las observaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\Omega + \dot{\Omega} t}{n_s^o} - \frac{\Delta n_s + \dot{n}_s t}{n_s^o} \left( \frac{\Omega^o}{n_s^o} \right) &= \\ &= N_{d/\alpha} + 1 - \frac{\Omega^o}{n_s^o}, \end{aligned} \quad (2-2-26)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_s^o} \left\{ \Delta\Omega - \beta \Delta n_l + \dot{\Omega} t - \beta \dot{n}_l t + (\beta-1) (\Delta n_s + \dot{n}_s t) \right\} &= \\ = \frac{n_l^c - n_s^o}{n_s^o} (N_{d/m} + 1) - \frac{\Omega^o - n_s^o}{n_s^o}, \end{aligned} \quad (2-2-27)$$

$$\frac{\Delta n_l + \dot{n}_l t}{n_s^o} - \frac{\Delta n_s + \dot{n}_s t}{n_s^o} \left( \frac{n_l^o}{n_s^o} \right) =$$

$$= N_{m/\alpha} + 1 - \frac{n_l^o}{n_s^o}, \quad (2-2-28)$$

en donde  $\beta = [\Omega^o - n_s^o] / [n_l^c - n_s^o]$  .

En su trabajo, Lambeck supone que el año terrestre es constante, por lo que  $n_s$  (aceleración del sol medio) también lo es. Las Ecs. (2-2-28/28) se simplifican efectuando las siguientes identificaciones:

$$\Delta \Omega - \Delta n_s \frac{\Omega^o}{n_s^o} \equiv \Delta \Omega \text{ (Lambeck)}, \quad (2-2-29)$$

$$\dot{\Omega} - \dot{n}_s \frac{\Omega^o}{n_s^o} \equiv \dot{\Omega} \text{ (Lambeck)}, \quad (2-2-30)$$

para datos basados en  $N_{d/\alpha}$ .

$$\Delta \Omega - \beta \Delta n_l + \Delta n_s (\beta - 1) = \Delta \Omega - \beta \Delta n_l \text{ (Lambeck)}, \quad (2-2-31)$$

$$\dot{\Omega} - \beta \dot{n}_l + \dot{n}_s (\beta - 1) = \dot{\Omega} - \beta \dot{n}_l \text{ (Lambeck)}, \quad (2-2-32)$$

para datos basados en  $N_{d/m}$ .

$$\Delta n_t - \Delta n_s \frac{n_t^o}{n_s^o} \equiv \Delta n_t \text{ (Lambeck),} \quad (2-2-33)$$

$$\dot{n}_t - \dot{n}_s \frac{n_t^o}{n_s^o} \equiv \dot{n}_t \text{ (Lambeck),} \quad (2-2-34)$$

para datos basados en  $N_{m/a}$ . Es fácil comprobar que las identificaciones (2-2-29/34) son consistentes entre sí. Lambeck<sup>52</sup> resolvió las ecuaciones para el sistema combinado de datos antes mencionados y encontró, suponiendo válido el vínculo (2-2-7), los siguientes valores:

$$\dot{\Omega} = - (5.2 \pm 0.5) 10^{-22} \text{ s}^{-1}, \quad (2-2-35)$$

$$\dot{n}_t = - (1.0 \pm 0.1) 10^{-23} \text{ s}^{-1}. \quad (2-2-36)$$

Es notable que estos valores estén en muy buen acuerdo con los valores astronómicos modernos.

Debemos mencionar que estos resultados se basan en la suposición de que los ritmos de crecimiento de los organismos estudiados dependen exclusivamente de causas externas, dentro de los márgenes de error utilizados. Sin embargo, parece en muchos casos que los organismos reflejan las regularidades del medio ambiente a través de ritmos metabólicos endógenos. Algunos sostienen que estos relojes internos son los controles principales de todos los ritmos biológicos. De hecho muchos experimentos han mostrado que las actividades rítmicas persisten en organismos mantenidos bajo condiciones externas constantes. Sin embargo, en el

caso de muchos bivalvos se ha comprobado que, bajo condiciones externas constantes, la "memoria" biológica de los ritmos externos tiene pocas horas de duración.

La evidencia sugiere que, al menos en bivalvos, la existencia de relojes biológicos no invalida el uso de patrones de crecimiento para medir los ciclos astronómicos pasados.

#### *V) Datos Satelitales y Modelos Tidales*

Como señalamos anteriormente, los efectos tidales que actúan sobre la Tierra y la Luna se deben a la deformabilidad de la primera. Si queremos hacer una descripción teórica del movimiento de rotación de la Luna alrededor de la Tierra, con una precisión comparable a la de las mediciones de la posición de la misma, debemos conocer los parámetros de deformación terrestre asociados a la perturbación gravitatoria de orden cuadrupolar y superiores. Una forma de determinar estos parámetros es medir con precisión suficiente la órbita de un satélite artificial de la Tierra. Estos parámetros tendrán variaciones periódicas debido las mareas, pero también presentarán variaciones seculares de muy largo período. Evidentemente los datos satelitales nos proveerán de valores "instantáneos" (pocos años) de las aceleraciones tidales de la Tierra y de la Luna.

Felsentreger y Marsh<sup>46</sup> han hallado valores para varios de estos parámetros analizando las órbitas de tres satélites:

1967-92A (Transit), Starlett y Geos 3. El valor hallado para la componente tidal de la aceleración lunar es:

$$\left(\frac{\dot{n}_t}{n_t}\right)_t = 25 \pm 3 \text{ arcseg/siglo}^2. \quad (2-2-37)$$

Lambeck<sup>47</sup> (y otros<sup>48</sup>) por su parte obtuvo, a partir de modelos tidales, el siguiente resultado:

$$\left(\frac{\dot{n}_t}{n_t}\right)_t = -15.2 \pm 3.0 \cdot 10^{-11} \text{ años}^{-1}. \quad (2-2-38)$$

### VI) Telemetrage Lunar

A partir de la instalación de retrorreflectores en la superficie de la Luna, fue posible efectuar una determinación de su órbita con gran precisión. De esta forma se ha medido el valor actual de la aceleración total de la Luna en unidades atómicas. Dickey, Williams y Yoder<sup>45</sup> informan el siguiente valor:

$$\frac{\dot{n}_l}{n_l} = -13.7 \pm 1.0 \cdot 10^{-11} \text{ años}^{-1} . \quad (2-2-39)$$

En el próximo capítulo analizaremos estos resultados en el marco de nuestro modelo, y teniendo en cuenta las distintas unidades de tiempo usadas en los trabajos recién expuestos.

### La órbita de Marte

La órbita de Marte ha sido medida con gran precisión desde el descenso en su superficie de las naves Viking en 1976. Aproximadamente 1100 telemetrages de la posición de Marte fueron hechos desde 1976 hasta 1982, usando las llamadas estaciones de rastreo de la Red de Espacio Profundo y las Viking. La precisión de las mediciones fue de 9 metros, principalmente debida a la incerteza en el tiempo de demora de la señal de rastreo.

Hellings *et.al.*<sup>59</sup> utilizaron esta información para ajustar la dependencia temporal de  $G_N$  en el marco de una

teoría en donde sólo la gravitación es afectada por causas cosmológicas, como por ejemplo la teoría de Brans-Dicke. En este caso aparece un término adicional en la ecuación geodésica que provee un término adicional para la aceleración:

$$\delta a^i = - \frac{\dot{G}_N}{G_N} \left[ \frac{G_N M}{r} \frac{x^i}{r^2} (t - t_0) \right]. \quad (2-2-40)$$

En el caso de una influencia cosmológica en la física atómica, Hellings *et.al.* utilizaron el formalismo de la teoría de la gravitación covariante de escala<sup>54</sup> para obtener la ecuación de la geodésica en unidades atómicas. En este caso la aceleración anómala es:

$$\delta a^i = - \dot{\xi} \left[ \frac{G_N M}{r} \frac{x^i}{r^2} (t-t_0) - \frac{dx^i}{dt} \right]. \quad (2-2-41)$$

$\dot{\xi}$  se define en la siguiente ecuación:

$$\frac{dt_E}{dt} = 1 + \dot{\xi} (t-t_0), \quad (2-2-42)$$

donde  $dt_E$  y  $dt$  son lapsos medidos en unidades gravitacionales y atómicas respectivamente.

Para ajustar los datos, la órbita de la Tierra debe ser ajustada simultáneamente con la de Marte. Sin embargo, el movimiento de la Tierra está vinculado con el movimiento de los demás cuerpos del sistema solar. Por ello es necesario incluir todos los parámetros del sistema solar relevantes para ajustar los datos de las Viking. Los datos provienen de

telemetrages de Marte realizados mediante las Viking y la nave Mariner 9 en órbita, ecos de radar desde las superficies de Mercurio y Venus, telemetrages lunares, mediciones ópticas de las posiciones del Sol y de los planetas, etc. Los parámetros que se ajustan a estos datos incluyen las masas planetarias y de los principales asteroides, la densidad promedio de los demás asteroides, divididos en dos grupos de acuerdo a su composición, los parámetros  $\dot{\xi}$  y  $\dot{G}_N/G_N$ , parámetros orbitales y errores sistemáticos.

Estos parámetros se ajustan con un método de cuadrados mínimos. La mayor incerteza en la determinación de  $\dot{G}/G$  y  $\dot{\xi}$  surge de la incerteza en las masas de los asteroides. La solución para el ajuste de ambos parámetros simultáneamente es la siguiente:

$$\frac{\dot{G}_N^{ef}}{G_N} = 0.0 \pm 2.1 \cdot 10^{-11} \text{ años}^{-1}, \quad (2-2-43)$$

$$\dot{\xi} = 0.0 \pm 4.2 \cdot 10^{-11} \text{ años}^{-1}. \quad (2-2-44)$$

Estos resultados indican que ninguno de los dos tipos de teorías de influencia cósmica parece ser preferida en este nivel de sensibilidad.

#### *El pulsar binario PSR 1913+16*

En 1974 Taylor y Hulse<sup>52</sup> anunciaron el descubrimiento de un pulsar en un sistema binario. El pulsar binario tiene un

período de pulso de 59 milisegundos, el cual varía en alrededor de una parte en mil cada 7.75 horas. Interpretadas como efecto Dópler, estas variaciones implican velocidades orbitales del orden de un milésimo de la velocidad de la luz. Las variaciones periódicas de la curva de velocidad resultante es poco sinusoidal, lo cual indica que la órbita es bastante exéntrica.

El efecto más interesante de este sistema es la rotación de los ápsides (indistintamente perigeo o apogeo en el caso de la Luna). La teoría newtoniana de la gravitación predice la rotación de los ápsides si el compañero del pulsar tiene un tamaño no despreciable, dado que los efectos tidales o de achatamiento debido a la rotación rápida puede causar que el compañero adopte una forma no esférica. Sin embargo, la falta de eclipses del pulsar observados descarta un tamaño grande para el compañero. Ahora bien, si el compañero es una estrella de helio o una enana blanca rápidamente rotante, sus efectos tidales pueden confundirse con las observaciones lo suficiente como para dificultar un test severo de la relatividad general. Esta, por su parte, predice un decrecimiento en el período orbital del sistema debido a la pérdida de energía por emisión de ondas gravitacionales.

Las masas de las dos estrellas resultan ser aproximadamente la masa de Chandrasekhar<sup>36</sup>  $1.4 M_{\odot}$ . Este hecho, junto con el carácter compacto del compañero invisible (deducido del movimiento apsidal), lleva a la conclusión de que probablemente el pulsar binario consiste en dos estrellas de neutrones.

Además de la alta calidad de los datos observacionales obtenidos desde su descubrimiento, dos características adicionales hacen al pulsar binario especialmente apropiado para detectar alguna variación en  $G_N$ : 1) la claridad de este sistema astrofísico en el cual los dos objetos compactos han absorbido toda la materia alrededor del mismo, y b) el desarrollo reciente de una teoría relativista general completa del movimiento y la medida, mediante pulsos electromagnéticos, de un tal sistema de dos objetos altamente auto-gravitantes.

Damour, Gibbons y Taylor<sup>50</sup> hicieron un tratamiento postnewtoniano considerando al parámetro pequeño  $\dot{G}_N/G_N t$ , donde  $t$  es el tiempo transcurrido desde alguna época cercana al año del descubrimiento del pulsar. La teoría adoptada es la relatividad general, modificada adiabáticamente por la presencia de una constante de Newton variable en el tiempo. El valor obtenido es el siguiente:

$$\frac{\dot{G}_N}{G_N} = (1.0 \pm 2.3) 10^{-11} \text{ a\AA}^{-1}. \quad (2-2-45)$$

## 2-3 EXPERIMENTOS DE LABORATORIO

### *Comparación entre frecuencias de dos osciladores estables*

La fabricación de osciladores de frecuencia muy estable ha permitido realizar experimentos para medir variaciones relativas de frecuencias de dos osciladores diferentes con gran precisión. Osciladores basados en transiciones atómicas hiperfinas, incluyendo el máser de hidrógeno y la frecuencia standard de cesio, han demostrado cambios en el cociente de frecuencias menores a  $10^{-13}$  años<sup>-1</sup>.

Turneure y Stein<sup>57</sup> en Stanford desarrollaron un oscilador muy estable basado en un fenómeno físico muy diferente, llamado oscilador estabilizado de cavidad superconductora (SCSO en ingles). Su frecuencia depende del tamaño de la cavidad, que es preporcional al espaciado interatómico, y de la velocidad de la luz. Un cálculo<sup>57</sup> del cociente entre la frecuencia de una transición hiperfina, por ejemplo  $\nu_{\text{Cs}}$ , y la frecuencia de resonancia del SCSO resulta:

$$\frac{\nu_{\text{Cs}}}{\nu_{\text{scso}}} = R \cong \text{constante } g \frac{m_e}{M} \alpha^3, \quad (2-3-1)$$

donde  $g$  es el factor giromagnético y  $M$  es la masa nuclear del Cs, y la constante es un número puro.

Turneure y Stein compararon las frecuencias de tres SCSO con las frecuencias de un conjunto de relojes standard de Cesio. El resultado, suponiendo que solo  $\alpha$  depende del

tiempo, para un período de 12 días fue el siguiente:

$$\frac{\dot{\alpha}_{ts}}{\alpha} < 4.1 \cdot 10^{-12} \text{ años}^{-1}, \quad (2-3-2)$$

con una probabilidad del 68%.

En esta tesis, el parámetro relevante será  $\dot{R}/R = 3 \dot{\alpha}_{ts}/\alpha$ . Este experimento, a diferencia de los análisis antes expuestos, mide la variación instantánea de las constantes fundamentales. Su relevancia resulta de la excelente precisión de los relojes estudiados.

#### *Experimento de Eötvos y efecto Nordtvedt*

Como veremos en el capítulo 4, la existencia de parámetros fundamentales dependientes del tiempo introduce en nuestro modelo fenomenológico sistemas de referencia minkowskianos privilegiados. En presencia de un campo gravitatorio, todo cuerpo experimentará una aceleración adicional a la predicha por la relatividad general, la cual será proporcional al ritmo de variación de la masa inercial del cuerpo. Además, dicha aceleración será paralela a la velocidad absoluta del sistema de referencia en el cual se realiza la medición.

En esta sección contaremos en qué consiste el experimento de Eötvos, así como sus consecuencias teóricas. Comenzaremos enunciando un principio sobre el cual se basa la relatividad general, llamado el principio de equivalencia débil<sup>58</sup> (PED). El PED sostiene que *si un cuerpo de prueba descargado se*

ubica en un dado punto del espacio-tiempo y con una dada velocidad inicial, entonces su trayectoria posterior será independiente de su estructura interna y composición química. Por "cuerpo de prueba descargado" queremos decir un cuerpo eléctricamente neutro que tiene una energía gravitatoria propia despreciable (estimada usando la teoría de Newton) y que es lo suficientemente pequeña de forma tal que su acoplamiento con inhomogeneidades de campos externos puede ser ignorada.

Un test directo del PED es el experimento de Eötvös<sup>58</sup>: la comparación de la aceleración desde el reposo de dos cuerpos de tamaño de laboratorio de diferentes composiciones en un campo gravitatorio externo. Si el PED no fuera válido, entonces las aceleraciones de dos cuerpos distintos diferirían entre sí. La forma más simple de expresar numéricamente tales violaciones del PED, en una forma apropiada para comparar con el experimento, es suponer que para un cuerpo de masa inercial  $m_I$ , la masa gravitacional pasiva  $m_P$  no es igual a  $m_I$ , de modo que en un campo gravitacional  $g$ , la aceleración está dada por  $m_I a = m_P g$ . La masa inercial de un cuerpo se compone de varios tipos de (masas) energías: energía en reposo, energía electromagnética, débil, fuerte, etc. Si alguna de estas formas de energía contribuyen en forma diferente a  $m_P$  de lo que lo hacen a  $m_I$ , entonces el PED se violará. Podemos escribir:

$$m_p = m_I + \sum_A \eta^A \frac{E^A}{c^2}, \quad (2-3-3)$$

donde  $E^A$  es la energía interna del cuerpo generada por la interacción A, y  $\eta^A$  es un parámetro adimensional que mide la intensidad de la violación del PED inducida por la interacción. Una medida o límite sobre la diferencia relativa de aceleraciones entre dos cuerpos provee una cantidad llamada el "cociente de Eótvos", el cual está dado por:

$$\eta = \frac{2 |a_1 - a_2|}{|a_1 + a_2|} = \sum_A \eta^A \left( \frac{E_1^A}{m_1 c^2} - \frac{E_2^A}{m_2 c^2} \right). \quad (2-3-4)$$

Se han realizado muchos experimentos del tipo de Eótvos con gran precisión, desde experimentos con péndulos (Newton<sup>59</sup>, Bessel<sup>60</sup>, Potter<sup>61</sup>), hasta aquellos que usan balanzas de torsión (Eótvos<sup>62</sup>, Dicke<sup>28</sup> *et.al.*, Braginsky<sup>24</sup> *et.al.*). El último experimento puede ser descrito someramente como sigue. Dos objetos de composición diferente se conectan mediante una varilla y se suspenden en una orientación vertical mediante un cable fino. Si la aceleración gravitacional de los cuerpos difieren entre sí, habrá un torque inducido en el cable de suspensión, el cual estará relacionado con el ángulo formado por el cable y la dirección de la aceleración gravitacional  $g$ . Si el aparato entero es rotado alrededor de alguna dirección con velocidad angular  $\omega$ , el torque será modulado con período  $2\pi/\omega$ . En los experimentos del Barón Roland Von Eótvos, el cable y  $g$  no

estaban paralelos debido a la aceleración centrípeta del aparato producida por la rotación de la Tierra. El aparato se rotó en este caso alrededor de la dirección del cable. En los experimentos de Princeton (Dicke *et.al.*<sup>23</sup>) y Moscú (Braginsky *et.al.*<sup>24</sup>),  $g$  era la aceleración producida por el campo gravitacional del Sol, y la rotación de la Tierra produjo la modulación del torque con un período de 24 horas. El torque modulado se determinó midiendo el movimiento de la varilla (Moscú) o midiendo la fuerza requerida para contrarrestar el torque y mantener la varilla quieta. Las cotas resultantes para  $\eta$  son las siguientes:

$$|\eta| < \begin{cases} 1 \cdot 10^{-11}, & \text{(Princeton)} \\ 1 \cdot 10^{-12}, & \text{(Moscú)} \end{cases} \quad (2-3-5)$$

donde los límites se han tomado con una desviación standard normal.

Cuando los cuerpos de prueba tienen una energía de ligadura gravitatoria no despreciable, el requerimiento de que tengan iguales aceleraciones en un dado campo gravitatorio externo se resume en el principio de equivalencia débil general (PEDG), que es una extensión del PED con la inclusión de interacciones gravitatorias. Dada la limitada sensibilidad de las mediciones, sólo podemos esperar resultados interesantes con cuerpos grandes como la Luna.

Nordtvedt<sup>69</sup> mostró que muchas teorías métricas de la gravitación predicen que cuerpos masivos son acelerados en forma diferente dependiendo de sus energías de cohesión

gravitatoria (efecto Nordtvedt). Para el caso de un cuerpo esféricamente simétrico, la aceleración a partir del reposo en un potencial gravitatorio externo tiene la forma:

$$\mathbf{a} = \left(\frac{m_p}{m}\right) \nabla U = \left[1 - \eta_N \frac{E_g}{m}\right] \nabla U, \quad (2-3-6)$$

donde  $\eta_N$  es un parámetro que está bien determinado en la teoría métrica. La existencia del efecto Nordtvedt no viola los resultados de laboratorio de los experimentos de Eötvos, dado que para objetos de laboratorio,  $E_g/m \cong 10^{-30}$ , muy por debajo de la sensibilidad de los experimentos actuales. Sin embargo, para objetos astronómicos,  $E_g/m$  puede ser significativo. De hecho, dicho cociente para el Sol es del orden de  $10^{-5}$ ,  $10^{-8}$  para Júpiter,  $4.6 \cdot 10^{-10}$  para la Tierra y  $0.2 \cdot 10^{-10}$  para la Luna. Si el efecto Nordtvedt existe, entonces la Tierra debería caer hacia el Sol con una aceleración ligeramente diferente que la Luna. Esta perturbación en el sistema Tierra-Luna produce una polarización<sup>58</sup> en la órbita de la Luna dirigida hacia el Sol, visto desde la Tierra. Esta polarización representa una perturbación en la distancia Tierra-Luna de la forma

$$\delta r = 9.2 \eta_N \cos(\omega_o - \omega_s)t \text{ m}, \quad (2-3-7)$$

donde  $\omega_o$  y  $\omega_s$  son las frecuencias angulares de las órbitas (aparentes) de la Luna y el Sol alrededor de la Tierra.

La precisión de las mediciones de la órbita de la Luna ha aumentado hasta 30cm, desde la instalación en la misión

Apolo 11 de un retrorreflector en la Luna. Desde entonces la medición de la distancia Tierra-Luna contando el tiempo que tarda una señal laser en ir hacia, reflejarse en y volver de la Luna ha permitido el logro de tales precisiones.

La única perturbación conocida cuya frecuencia es la misma que la del efecto Nordtvedt es la producida por la parte tidal del potencial solar, cuya amplitud es diez mil veces mayor que la del primero. Afortunadamente los parámetros que determinan su valor numérico, tales como los cocientes de las masas Tierra-Luna, Tierra-Sol, la unidad astronómica y la distancia media Tierra-Luna, son muy bien conocidos en parte por el telemetrage laser antes mencionado, y este término se conoce con una precisión del orden de 2 cm.

Los resultados de dos análisis independientes son los siguientes:

$$\eta_N = \begin{cases} 0.00 \pm 0.03 & \text{ref.64} \\ 0.001 \pm 0.015 & \text{ref.65} \end{cases} \quad (2-3-8)$$

Aunque los errores de  $\eta$  que surgen de los análisis estadísticos son del orden de 0.004, posibles errores sistemáticos llevan a adoptar los errores en (2-3-8). En el capítulo III interpretaremos  $\eta_N$  en nuestro modelo fenomenológico.

## 2-4 EMISORES $\beta$ DE VIDA MEDIA LARGA

Las abundancias en meteoritos de emisores de vida media larga, tales como  $^{187}\text{Re}$  o  $^{40}\text{K}$  ha sido usado por Dyson<sup>22</sup> para encontrar cotas superiores para la variación de la constante de estructura fina. Estos núcleos tienen vidas medias muy largas que han sido determinadas de dos formas: 1) medidas de laboratorio (conteo de radiación  $\beta$ ) 2) abundancias isotópicas en meteoritos de edad determinada a partir de las abundancias de núcleos emisores  $\alpha$ .

La edad de meteoritos ha sido intensamente estudiada mediante diversos métodos debido a su importancia para entender la historia del sistema solar<sup>67,68</sup>. Los isótopos más importantes en la determinación de la edad de los meteoritos son los siguientes:

TABLA 2-1

núcleo	vida media [años]
$^{87}\text{Rb}$	$5.0 \cdot 10^{10}$
$^{40}\text{K}$	$1.3 \cdot 10^9$
$^{235}\text{U}$	$0.7 \cdot 10^9$
$^{238}\text{U}$	$4.5 \cdot 10^9$
$^{232}\text{Th}$	$1.3 \cdot 10^{10}$

La determinación de las edades supone que las vidas medias son independientes del tiempo. Si en algún tiempo  $t_1$

la cantidad de un radioisótopo fue  $P_1$ , mientras que en algún instante previo  $t_0$  fue  $P_0$ , la ecuación que surge de la ley de decaimiento exponencial es:

$$(t_1 - t_0) = \frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{P_0}{P_1}\right). \quad (2-4-1)$$

En general no existe evidencia directa de la cantidad inicial  $P_0$  del isótopo inestable. Sin embargo, si el meteorito ha permanecido como un sistema cerrado en el transcurso del período que se quiere fechar, esto es, si no ha habido ganancia o pérdida de núcleos padre o hijo salvo por el decaimiento padre-hijo, la cantidad  $P_0$  puede ser determinada indirectamente midiendo la cantidad de núcleo hijo (estable) que se ha acumulado:

$$P_0 = P + D - D_0, \quad (2-4-2)$$

donde  $P$  y  $D$  son las cantidades de los isótopos padre e hijo presentes en el objeto a ser fechado, y  $D_0$  es la cantidad del isótopo hijo en el comienzo del intervalo. Para determinar  $D_0$ , es necesario que el núcleo hijo tenga un isótopo estable que no sea hijo de un núcleo padre de vida media larga. Dicho isótopo estará presente en una cantidad  $E$  que será la misma tanto al comienzo como al final del período analizado. La ecuación que resulta es la siguiente<sup>67</sup>:

$$\left(\frac{D}{D_x}\right) - \left(\frac{P}{D_x}\right) \left\{ \exp[\lambda(t_1 - t_0)] - 1 \right\} - \left(\frac{D}{D_x}\right)_0 = 0. \quad (2-4-3)$$

La forma más directa de determinar  $(D/D_x)_0$  es identificar dos objetos con diferentes valores de  $P/D_x$  que tenían la misma composición isotópica del núcleo D al comienzo. La plausibilidad de que dos objetos cumplan con este requisito se basa en otra información. Por ejemplo, dos rocas ígneas que en base a evidencias geológicas se han cristalizado en forma casi simultánea a partir de una fundición bien mezclada, tienen que tener la misma edad (ser cogenéticas) y haber tenido el mismo valor del cociente  $(D/D_x)_0$ , a pesar de que las concentraciones absolutas de P y D sean muy diferentes.

En la práctica se acostumbra a sobredeterminar la ecuación (2-4-3) midiendo más de dos de tales objetos cogenéticos, para verificar las hipótesis de que han permanecido aislados, son cogenéticos y de que la cantidad  $D_x$  es constante para cada muestra. El método de cuadrados mínimos ajusta simultáneamente las cantidades  $(D/D_x)_0$  y  $(t_1 - t_0)$ .

### *Meteoritos*

Los meteoritos son objetos extraterrestres que se mueven en orbitas heliocéntricas que intersecan la órbita de la Tierra y poseen suficiente masa como para sobrevivir el pasaje a través de la atmósfera. Los meteoritos son probablemente originados en asteroides y/o cometas, y pueden ser clasificados en dos tipos: indiferenciados y diferenciados. Los meteoritos indiferenciados se llaman

tambien condritos, debido a que la mayoría de ellos contienen unos objetos esféricos de aproximadamente 1mm de diámetro, llamadas cóndrulas, que consisten de minerales silicados. Se llaman indiferenciadas porque las abundancias relativas de elementos no volátiles como Si, Mg, Ca, Al y Na son muy similares a las abundancias relativas de los mismos en el Sol y en el promedio del sistema solar. No contienen elementos volátiles como hidrógeno, helio y nitrógeno.

Respecto a los meteoritos diferenciados solo mencionamos que existe una gran variedad de composiciones químicas. Algunas consisten principalmente en aleaciones de Ni-Fe (meteoritos de hierro) mientras que otros consisten principalmente en minerales silicados (acondritos).

Luck y allegre<sup>69</sup> han analizado meteoritos de hierro y condritos aproximadamente cogenéticos. Basados en una edad para los meteoritos determinada por el método U-Pb de 4550 millones de años, el valor para la constante de decaimiento  $\lambda_{Re}$  es

$$\lambda_{Re} = 1.52 \pm 0.04 \cdot 10^{-11} \text{ años}^{-1}. \quad (2-4-4)$$

Por su parte Lindner *et.al.*<sup>98</sup>, basados en medidas de crecimiento de <sup>187</sup>Os tomadas durante cuatro años en una gran muestra de renio inicialmente libre de osmio, informaron el siguiente valor para  $\lambda_{Re}$  en el presente

$$\lambda_{Re}(\text{actual}) = 1.53 \pm 0.02 \cdot 10^{-11} \text{ años}. \quad (2-4-5)$$

En un trabajo de Wetherill<sup>67</sup>, se muestran las edades de

distintos meteoritos calculadas por los métodos de  $^{87}\text{Rb}$  -  $^{87}\text{Sr}$ ,  $^{40}\text{K}$ - $^{40}\text{Ar}$  y U-Pb. La edad promedio para los mismos resultó ser de 4.65 (Rb) y 4.55 (K)  $10^9$  años con un error del 5%, mientras que con el método U-Pb dio como resultado 4.55  $10^9$  años con un error del 1%. Estos valores sólo nos permiten calcular cotas a la variación de las constantes de decaimiento. Las fuentes de error se deben principalmente a la incerteza en las determinaciones de laboratorio de las constantes de decaimiento.

En nuestro trabajo se interpretan las posibles discrepancias entre las edades de meteoritos obtenidas mediante distintos métodos como una señal de que las vidas medias dependen del tiempo, debido a la variación de las constantes fundamentales.

## 2-5 VARIACION DE RESONANCIAS NUCLEARES Y EL FENOMENO DE OKLO

### EL REACTOR NUCLEAR FOSIL DE OKLO

#### *Introducción*

En 1972, en el curso de un análisis espectrométrico de masas rutinario, Bouzigues *et al.*<sup>70</sup>, encontraron que el gas primario hexafluoruro de Uranio contenía 0.717 % átomos de <sup>235</sup>U en lugar de 0.720 %, porcentaje común para las rocas terrestres, meteoritos, y muestras lunares. La anomalía fue rastreada hasta llegar a una planta de enriquecimiento en Mouana, cerca de Franceville, en Gabon (Africa del Oeste). El mineral original provenía de Oklo, con una concentración media de Uranio de 0.4-0.5 %.

Los análisis isotópicos de muestras ricas en uranio mostraron una falta sustancial en el isótopo <sup>235</sup>U y una desviación de la distribución natural de los isótopos de las tierras raras que son productos de procesos de fisión. De hecho esto sirvió como prueba de la existencia de una reacción en cadena espontánea en el pasado distante.

De acuerdo a los datos obtenidos por el método U/Pb, los depósitos de Oklo se formaron hace  $(1.81 \pm 0.05) \times 10^9$  años<sup>71,72</sup>. Una capa sedimentaria de arenisca, enriquecida con uranio, se formó en el delta de un antiguo río, y se hundió a una profundidad de varios kilómetros como resultado de procesos tectónicos. Esto fue acompañado por el

resquebrajamiento del uranio y por su penetración por el agua de la superficie, la cual dio lugar a una situación favorable para la aparición de un reactor natural. El elevamiento final del depósito al nivel contemporáneo ocurrió algunas decenas de millones de años atrás.

Los estudios de las abundancias uránidas y de los productos de fisión en forma de gases inertes (kriptón y xenón) sugieren que el reactor llegó al nivel crítico hace  $1.84 \pm 0.07 \times 10^9$  años y operó durante  $2.29 \pm 0.70 \times 10^5$  años. Durante este período hubo en las distintas zonas del reactor flujos integrados (totales) de neutrones de  $1-2 \times 10^{21}$  neutrones/cm<sup>2</sup>. Esta evidencia surgió de análisis de abundancias isotópicas de neodimio<sup>79</sup>. Algunos isótopos de neodimio son fuertes absorbedores de neutrones, y por lo tanto su abundancia relativa puede disminuir sensiblemente bajo un flujo importante de neutrones.

A continuación fundamentaremos en forma general las conclusiones sobre las condiciones de operación del reactor.

### *Reactores Nucleares de Fusión*

La principal fuente de energía de un reactor nuclear térmico es la fisión del <sup>235</sup>U inducida por neutrones lentos (térmicos)<sup>79</sup>. Cuando el uranio sufre fisión libera un cierto número de neutrones, los cuales se mueven muy rápido. Sin embargo, la eficiencia con la cual los neutrones producen fisión crece cuanto más lentos son los mismos. De aquí que sea necesaria la presencia de un moderador, ésto es un

material capaz de frenar a los neutrones sin a la vez absorberlos.

Los neutrones, al no tener carga eléctrica, sólo pueden ser perturbados por los núcleos atómicos. El mejor moderador sera un núcleo con la misma masa que el neutrón, en cuyo caso la energía transferida podrá ser del 50% de la energía inicial del neutrón. El deuterio cumple con las condiciones ideales, ya que al colisionar con los neutrones no los captura.

La mayoría de los modelos de producción de elementos pesados predicen que los isótopos de uranio con números de masa entre 230 y 240 tendrían que haberse producido en cantidades iguales. La diferencia entre las abundancias de los isótopos  $^{235}\text{U}$  y  $^{238}\text{U}$  se debe a que el primero tiene una vida media de  $7 \times 10^8$  años mientras que la del segundo es de  $5 \times 10^9$  años. Esto implica que en el pasado lejano el uranio natural estaba muy enriquecido en comparación a los niveles actuales.

En base a estas consideraciones, requiriendo que el enriquecimiento del uranio natural sea comparable al de los reactores fabricados por el hombre en la actualidad, es posible establecer una cota inferior a la época de funcionamiento de un reactor natural del orden de  $1.5 \times 10^9$  años. En cuanto a la necesidad de un moderador, cabe señalar que sólo el uranio en forma de óxidos puede disolverse en agua, por lo que el funcionamiento debe haber tenido lugar después de haberse formado dichos óxidos, ésto es, no más de  $2 \times 10^9$  años atrás<sup>71</sup>.

Los reactores nucleares distorsionan las abundancias isotópicas de muchas maneras. Los productos de fisión representan en sí mismos la creación de isótopos, a menudo lejos de la línea de estabilidad beta (la cual comprende los núcleos con igual número de protones que de neutrones). El flujo de neutrones desde el núcleo del reactor llega hasta las inmediaciones produciendo una distorsión adicional de las abundancias isotópicas.

Con estos elementos podemos analizar en particular el proceso de absorción de neutrones por parte del  $^{238}\text{U}$ , previo el siguiente análisis general.

### *Absorción de Neutrones*

Los núcleos pesados son detectores de neutrones altamente "sintonizados". Esto es así debido a que las resonancias en sus secciones eficaces de absorción son muy agudas. De acuerdo a los modelos teóricos que intentan describir los procesos de absorción de nucleones por parte de núcleos, el neutrón que se aproxima al núcleo "ve" un potencial efectivo debido a todos los nucleones. Este potencial debe tener una parte imaginaria no nula para explicar la absorción de neutrones con energía positiva (modelo óptico). Resulta significativo que la parte real de dicho potencial suele tener una profundidad que supera en valor absoluto en varios órdenes de magnitud a la energía de resonancia de captura de los neutrones (6 o 7 órdenes de magnitud para núcleos pesados). De esta forma cabe esperar que pequeñas

variaciones porcentuales en la profundidad del potencial puedan representar cambios en las resonancias mucho más grandes.

Por otro lado, las posiciones de las resonancias de neutrones térmicos se pueden medir actualmente con una precisión de centésimos de ev. El poder calcular dichas resonancias en el pasado remoto con precisiones similares posibilitaría obtener cotas muy fuertes para la variación del potencial efectivo. Desafortunadamente, parece muy difícil calcular consistentemente el cambio en una dada resonancia neutrónica causada por la variación de las constantes fundamentales, en el marco del modelo del potencial efectivo (en esta tesis se obviará la consideración de la variación de este potencial).

Shlyakhter<sup>74</sup> utilizó la hipótesis más simple, la cual consiste en suponer que las resonancias neutrónicas cambian debido a la variación del potencial  $\Delta V_0$  como los niveles de una sola partícula en un pozo de potencial. Entonces la evidencia experimental que sostenga que las resonancias durante el período de tiempo T no han excedido  $\Delta_{exp}$  impone los siguientes límites en la posible variación de las constantes de interacción:

$$\text{Fuerte : } \left| \dot{V}_0 / V_0 \right| < \Delta_{exp} / (V_0 T) = 2 \cdot 10^{-8} \Delta_{exp} (\text{eV}) / T (\text{años}).$$

$$\text{electromagnética: } \left| \dot{\alpha} / \alpha \right| \cong 20 \left| \dot{V}_0 / V_0 \right|.$$

$$\text{débil : } \left| \dot{\beta}/\beta \right| \cong 5 \cdot 10^6 \left| \dot{V}_0/V_0 \right|. \quad (2-5-1)$$

Shlyakhter supuso que las constantes de interacción fuerte varían proporcionalmente a la profundidad del potencial  $V_0$ . La estimación para  $|\dot{\alpha}/\alpha|$  se basa en la ecuación para la compresibilidad nuclear. Para núcleos con  $A \cong 150$  el cambio en el radio resulta ser 40 veces menor que el cambio en  $\alpha$  y el correspondiente cambio en los niveles es 20 veces menor. El límite para  $|\dot{\beta}/\beta|$  se obtiene suponiendo que la contribución de las interacciones débiles a la energía de ligadura es del orden de  $2 \cdot 10^{-7}$ .

Shlyakhter<sup>74</sup> utilizó los estudios de Oklo para obtener, a través de las consideraciones recién mencionadas, cotas muy fuertes para la variación de las constantes de acoplamiento. Estas son las siguientes:

$$\left| \dot{\alpha}_e/\alpha_e \right| < 10^{-19} \text{ años}^{-1}.$$

$$\left| \dot{\alpha}_{em}/\alpha_{em} \right| < 2 \times 10^{-18} \text{ años}^{-1}.$$

$$\left| \dot{\alpha}_{em}/\alpha_{em} \right| < 10^{-12} \text{ años}^{-1}. \quad (2-5-2)$$

No obstante lo restrictivo de estas cotas, más adelante veremos que las mismas se relajan considerablemente si se tienen en cuenta posibles cancelaciones en sus efectos al hacer variar todas las constantes simultáneamente.

2-6 CORRIMIENTO AL ROJO DIFERENCIAL DE LINEAS DE

ABSORCION DE RADIO FUENTES LEJANAS

Casi todos los objetos extra galácticos presentan un corrimiento al rojo tanto en sus emisiones de línea como de continuo. La ley de Hubble nos permite obtener información sobre transiciones atómicas producidas en épocas muy antiguas de la vida del Universo.

Wolfe, Brown y Roberts estudiaron el espectro de la radiofuente AO 0235 + 164, con un corrimiento al rojo  $z \cong 0.5$ , en particular las líneas de estructura fina y la línea hiperfina de hidrógeno de 1420 MHz. Compararon (1) la frecuencia hiperfina de hidrógeno con la frecuencia de una línea de resonancia de un átomo hidrogenoide ( $Mg^+$ ) en dos épocas, la absorción en la radiofuente y el laboratorio, (2) la frecuencia de la transición hiperfina de hidrógeno con la separación de estructura fina de  $Mg^+$ , y (3) la separación observada del doblete de estructura fina del  $Mg^+$ . Toda discrepancia entre cualesquiera de los corrimientos al rojo puede ser interpretada como una variación de alguna combinación de constantes fundamentales.

Primeramente se expresa el desdoblamiento hiperfino del estado fundamental del átomo de hidrógeno como sigue<sup>75</sup>:

$$\bar{\nu}(H) \cong \frac{16 \alpha^2 R}{3} \left( \frac{g_p \mu_n}{g_o \mu_o} \right) \left[ 1 - \frac{3m}{M} + O\left(\frac{m^2}{M^2}\right) + \dots \right]$$

$$\left[ 1 + \frac{\alpha}{n} + O(\alpha^2) + \dots \right] \text{ cm}^{-1}, \quad (2-6-1)$$

donde R es la constante de Rydberg para un núcleo de masa infinita, y

$$\left( \frac{g_p \mu_n}{g_s \mu_o} \right) = \frac{g_p m}{2 M}, \quad (2-6-2)$$

es el cociente entre los momentos magneticos del protón y del electrón<sup>75</sup>. El cociente

$$\frac{\bar{\nu}(H)}{\bar{\nu}(Mg)} \cong \text{const } \alpha^2 \left( \frac{g_p m}{M} \right) \left( 1 - \frac{3m}{M} \right), \quad (2-6-3)$$

depende del producto del cociente de las masas del electrón y protón y  $g_p$  y  $\alpha^2$  en cualquier época.

Concretamente, si comparamos el cociente (2-6-3) determinado en AO 0235 + 184 con aquel medido en laboratorio, encontramos que

$$\frac{\bar{\nu}(H)^*}{\bar{\nu}(Mg^+)^*} \left( \frac{\bar{\nu}(H)}{\bar{\nu}(Mg^+)} \right)^{-1} = \frac{1 + z_{Mg}}{1 + z_H}, \quad (2-6-4)$$

donde el asterisco denota cantidades en el momento de absorcion, y  $z_{Mg}$  y  $z_H$  son los corrimientos al rojo determinados a partir de las líneas de MgII y H21 respectivamente. Si se omiten términos de orden superior en  $\alpha^2$  y  $m/M$  así como cantidades  $\ll 1$ , se encuentra que<sup>76</sup>:

$$\left(\frac{\alpha^2 g_{p,m}}{M}\right)^* = \left(\frac{\alpha^2 g_{p,m}}{M}\right) [1.00005 \pm 0.0001], \quad (2-6-5)$$

donde el error se estima a partir del error en la medición de  $z_{Mg}$ . Se puede estimar una cota inferior para tiempo de absorción descontando de  $z$  la contribución debida las altas velocidades con que el gas es eyectado desde la fuente. Para una cosmología de Friedmann<sup>17</sup> con un parámetro de desaceleración  $q_0=0$ , el tiempo de absorción es  $>0.710*(50/H_0)$  años, por lo cual:

$$|d \ln (\alpha^2 g_{p,m}/M) /dt| \leq 2 \cdot 10^{14} \text{ años}^{-1}. \quad (2-6-6)$$

La variación de  $g_{p,m}/M$  se determina usando la separación del doblete de MgII en AO 0235 + 164 junto con el corrimiento al rojo de la línea de absorción del hidrógeno. La separación de estructura fina de un átomo hidrogenoide, en este caso el nivel  $3p^2P$  de  $Mg^+$ , es<sup>76</sup>

$$\Delta\bar{\nu} (Mg^+) \cong \frac{\alpha^2 Z^4 R}{2 n^3} \text{ cm}^{-1}. \quad (2-6-7)$$

Notando que las separaciones tanto de estructura fina como hiperfina son proporcionales a  $\alpha^2$  se encuentra que

$$\left| \frac{d \ln(g_{p,m}/M)}{dt} \right| \leq \left\{ \frac{(1+z_{Mg})^2}{(1+z_h)} \frac{\Delta\lambda(MgII)}{\Delta\lambda(MgII)_0} - \right.$$

$$- 1 \left\{ (\Delta t)^{-1} \leq 8 \cdot 10^{-12} \text{ años}^{-1}, \quad (2-6-8) \right.$$

donde  $\Delta\lambda(\text{MgII})$  es la separación de la longitud de onda del doblete en el laboratorio.

Finalmente, podemos aislar la constante de estructura fina  $\alpha$  considerando el corrimiento del MgII y las separaciones del doblete del mismo átomo. Combinando las Ecs. (2-6-6) y (2-6-8) encontramos

$$\left| \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \right| \leq 4 \cdot 10^{-12} \text{ años}^{-1}. \quad (2-6-9)$$

Es de notar que el límite (2-6-9), aunque no mejora otros encontrados previamente, es estrictamente para  $\alpha$ , haya o no haya correlaciones entre las constantes fundamentales.

### CAPITULO III

#### ESTUDIOS PRELIMINARES Y PRESENTACION DE UN MODELO FENOMENOLOGICO PARA ESTUDIAR LA VARIACION DE LAS CONSTANTES FUNDAMENTALES Y SUS CONSECUENCIAS OBSERVACIONALES

En este capítulo se analizan primero una serie de consideraciones acerca de los sistemas de unidades y las teorías invariantes de escala. Este análisis nos permitirá entender el aspecto observacional de las posibles variaciones de las constantes fundamentales, y podremos discriminar la parte no observacional de tales variaciones. Posteriormente presentaremos un modelo fenomenológico para estudiar la variación de las constantes fundamentales, así como algunas aplicaciones de carácter general.

III-1 SISTEMAS DE UNIDADES Y TEORIAS INVARIANTES

BAJO TRANSFORMACION DE UNIDADES

"El resultado de un experimento debe ser independiente del sistema de unidades con el que se trabaja". Esto significa que los resultados de un mismo experimento obtenidos en dos sistemas de unidades diferentes deben ser consistentes entre sí. En otras palabras, ambas mediciones deben estar relacionadas a través de la correspondiente transformación de unidades. Surge sin embargo un problema. El resultado de toda medición se interpreta en el marco de una determinada teoría física del aparato de medida<sup>77</sup>, la cual debería ser invariante frente a transformaciones de unidades.

Debemos diferenciar dos tipos de transformaciones de unidades. Por un lado, tenemos el ejemplo de las distintas unidades de tiempo "segundo", "minuto", "hora", las cuales estan relacionadas a través de números predefinidos, por ejemplo 60 para el ejemplo considerado. En otras palabras, el número 60 no es función de ninguna variable dinámica ni de ninguna variable espacio temporal.

Para ejemplificar el caso opuesto, definimos una unidad de tiempo gravitacional a partir del valor medido localmente de la constante de Newton  $G_N$ , de la siguiente manera

$$(\hbar c^3 G_N)^{1/2} \cong 10^{-34} \text{ seg.} \quad (3-1-1)$$

El miembro izquierdo de la ecuación (3-1-1) define el tiempo de Planck (TP), el cual, expresado en segundos (unidad de tiempo atómica) toma el valor que aparece en el miembro derecho.

Una unidad atómica de tiempo típica es la siguiente

$$e^2 / (m_e c^3) \cong 10^{-29} \text{ seg.} \quad (3-1-2)$$

llamada "tiempo de Bohr" (TB), o tiempo que tarda la luz en atravesar el radio clásico del electrón.

A partir de estas dos unidades de tiempo formamos el siguiente número adimensional:

$$\frac{1 \text{ TP}}{1 \text{ TB}} \cong 10^{-11}. \quad (3-1-5)$$

El número  $N=10^{-11}$  no se define en forma directa, sino a través de una combinación de la forma

$$N = \frac{\hbar c^3 G m_e}{e^2} \quad (3-1-6)$$

donde entran en juego parámetros correspondientes a dos teorías diferentes, sin unificar, como lo son la relatividad general y el electromagnetismo. No existe ningún argumento teórico que nos garantice la independencia del número  $N$  de la posición o instante en los cuales se lo mida. Esta incerteza teórica se mantiene aún cuando los parámetros atómicos (gravitacionales), expresados en unidades atómicas (gravitacionales), sean independientes del tiempo, medido en unidades atómicas (gravitacionales)<sup>78</sup>.

Si queremos estudiar la dependencia temporal de uno o varios parámetros fundamentales de una dada teoría, debemos proponer un modelo en el cual dichos parámetros sean

funciones del tiempo, y tal que en el límite de parámetros constantes se reduzca a la teoría original.

La existencia de parámetros fundamentales dependientes del tiempo requiere de un análisis profundo a nivel teórico, que considere la posible existencia de dinámica para dichos parámetros, considerados como campos fundamentales. Sin embargo, dada la gran variedad de acoplamientos posibles para estos campos, sólo existe una forma general de estudiar la variación en el tiempo de los mismos. Esta consiste en suponer que los acoplamientos con los demás campos fundamentales sólo es significativo dinámicamente a escala cosmológica. En otras palabras, la dinámica de los mismos está gobernada en muy buena aproximación por las distribuciones de los demás campos promediadas sobre regiones mucho mayores que nuestro sistema solar (el sistema solar es la región en donde se realiza todo experimento para medir las constantes fundamentales). Bajo esta hipótesis, el efecto local de dicha dinámica será mostrarnos un conjunto de parámetros fundamentales evolucionando en el tiempo de una forma predeterminada, sin correlación alguna con ningún fenómeno físico o "condiciones de laboratorio" asociadas a otros campos u observables en general.

Una vez salvado el problema de la dinámica para los "nuevos campos fundamentales", debemos plantearnos qué pasa con la dinámica de los campos ya conocidos. Para discriminar entre un enorme número de alternativas, cuya elección es de difícil justificación, de acuerdo a la hipótesis hecha en el párrafo anterior, es razonable suponer que si la dinámica del campo es relevante a escala cosmológica, entonces su

ritmo de evolución debe ser comparable o menor al ritmo de expansión de Universo. Podemos entonces despreciar todo acoplamiento derivativo con los campos locales. Por otro lado, la inclusión de nuevos términos de acoplamiento no derivativo trae nuevas consecuencias observables aún para parámetros constantes. En nuestro caso las teorías a modificar están corroboradas para experimentos locales en el tiempo, por lo que parece razonable no incluir estos términos. En resumen, la única modificación, bajo estas hipótesis, de carácter general, resulta ser la hipótesis adiabática, bajo la cual uno se limita a reemplazar las constantes fundamentales en el lagrangiano original por funciones del tiempo.

Sin embargo, esta hipótesis no especifica totalmente las modificaciones a efectuar. En efecto, si queremos estudiar fenómenos en distintos sistemas de referencia, debemos establecer cómo se transforman los parámetros fundamentales. Si queremos respetar la invarianza de Lorentz, debemos establecer el carácter tensorial de las constantes fundamentales. En nuestro modelo supondremos que las constantes fundamentales son escalares de Lorentz. Esta hipótesis resulta razonable, ya que los modelos efectivos en cuatro dimensiones de las teorías de gran unificación de Kaluza-Klein y supercuerdas predicen en general el carácter escalar de las mismas bajo transformaciones generales de coordenadas en el espacio tetradimensional.

La existencia de campos sin dinámica manifiesta localmente, dará lugar a la existencia de sistemas de referencia privilegiados, pero sólo a nivel local. En

efecto, a escala cosmológica, la dinámica explícita de los campos hace desaparecer todo sistema de referencia privilegiado.

Localmente existirán sistemas de referencia en los que los parámetros fundamentales dependerán sólo del tiempo, pero en general la dependencia será espacio-temporal. En nuestro modelo supondremos que existe un sistema de referencia en el cual **todas** las constantes fundamentales dependen sólo del tiempo o son constantes, y ese sistema de referencia será comóvil con el fondo cósmico de radiación<sup>17</sup>.

Hemos tratado un caso particular, la invarianza de Lorentz, de todas invarianzas que se conservan en la teoría original. Debemos mencionar que una teoría invariante de gauge dejará de serlo si la constante de acoplamiento es función arbitraria del espacio-tiempo<sup>14</sup>. En resumen, una teoría modificada de acuerdo al proceso antes descrito será inconsistente con las condiciones de simetría de la teoría sin modificar.

#### *Teorías covariantes de escala*

Una teoría métrica que sea invariante frente a transformaciones generales de sistemas de unidades, esto es, frente a transformaciones arbitrarias y locales, debe ser invariante ante transformaciones conformes de la métrica<sup>79</sup>. La relatividad general nos presenta a las coordenadas como etiquetas asignadas a cada uno de los puntos del espacio-tiempo. Resulta natural asignar dimensiones de [longitud]<sup>2</sup> a las componentes del tensor métrico,

considerando adimensionales a las coordenadas. De esta forma vemos que una transformación local de unidades equivale a una transformación conforme local del tensor métrico. Para obtener una teoría covariante de escala es necesario introducir un campo de medida compensador que deje a la acción invariante frente a estas transformaciones. Dicha introducción puede hacerse a través de un campo escalar externo sin dinámica que implica, como hemos antes expuesto, sistemas de referencia privilegiados. Puede también introducirse un campo con dinámica, como en el intento de Weyl<sup>80</sup>. En ese caso la teoría era la relatividad general con un campo compensador, el cual podía ser interpretado como el campo de gauge electromagnético (uno de los primeros intentos de unificar la gravitación con otra interacción fundamental).

Finalmente, mencionamos que nuestro modelo no incluye a ninguna de las teorías covariantes de escala antes mencionadas. El criterio para seleccionar el sistema de unidades será expuesto en el capítulo siguiente.

### III-2 ANALISIS DIMENSIONAL Y TEORIAS INVARIANTES DE ESCALA

Se define en general a una teoría invariante de escala como una teoría cuyo lagrangiano de partida no contiene constantes masivas (constantes con dimensión de masa). Dada una tal teoría, supongamos que se le pide que nos de su predicción para una cantidad observable adimensional  $\rho(Q)$  que sólo depende de una sola variable masiva  $Q$ . Un ejemplo es el cociente

$$R(Q) = \sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \text{hadrones}) / \sigma_{\text{tot}}(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-), \quad (3-2-1)$$

evaluado a la energía  $Q$ . La respuesta que nos de la teoría tendrá en general una dependencia en  $Q$  no trivial, esto es,  $\rho(Q)$  no será en general independiente de  $Q$ .  $R(Q)$  por ejemplo sólo es constante asintóticamente. Supongamos ahora que efectuamos una transformación de unidades de forma tal que todas las energías se multiplican por un factor  $\lambda$ . El valor nominal de  $Q$  cambiará en la forma  $Q \rightarrow \lambda Q$ . Puesto que  $\rho(Q)$  es una cantidad medible adimensional, no puede cambiar por una transformación de unidades. Ahora bien, si la teoría que predice el valor de  $\rho(Q)$  no incluye ningún parámetro masivo, el cambio  $Q \rightarrow \lambda Q$  no podrá ser absorbido por ninguna otra transformación dentro de la función  $\rho(Q)$ , por lo que  $\rho(Q)$  dependerá de la elección del sistema de unidades. Es evidente que esta conclusión está en conflicto con la intuición. Para entender este aparente conflicto, siguiendo parcialmente un análisis debido a Stevenson<sup>81</sup>,



citamos el siguiente teorema de análisis dimensional (Teorema AD):

*Una función  $f(x,y)$  que dependa de sólo dos variables masivas  $x$  e  $y$ , y que sea*

(i) *adimensional.*

(ii) *unívocamente definida.*

(iii) *cuya definición no incluya ninguna constante masiva.*

*deberá ser función solo del cociente  $x/y$ .*

Corolario: *Si  $f(x,y)$  es independiente de  $y$ , entonces debe ser una constante.*

Este teorema nos dice que si  $\rho$  depende sólo de  $Q$ , entonces debe ser una constante, conclusión a la que ya habíamos llegado en nuestro razonamiento anterior.

Esta aparente paradoja se resuelve observando que la condición (ii) del teorema AD no se satisface. En efecto, el lagrangiano que consideramos no define una sola teoría sino un conjunto infinito de teorías. Este conjunto está parametrizado por una constante de acoplamiento desnuda  $g_0$  que toma valores en toda la recta real. Por lo tanto la teoría no especifica unívocamente  $\rho(Q)$ . Sin embargo,  $g_0$  es adimensional y por lo tanto no cambia ante una transformación de unidades, por lo cual subsiste el problema de cómo compensar el cambio en  $Q$  para que  $\rho(Q)$  sea invariante. La solución consiste en suponer que  $g_0$  es una función del cociente de dos variables masivas. Más específicamente, y ya dirigiéndonos hacia un enfoque de teoría de campos,  $g_0$  será una función de la forma

$$g_0 = g_0(Q/\Lambda, g(Q/\Lambda)), \quad (3-2-2)$$

donde  $\Lambda$  es un parámetro masivo indeterminado, y  $g(Q/\Lambda)$  es la constante de acoplamiento física ("running coupling constant") que depende de la energía  $Q$ . Para un dado valor de  $\Lambda$ ,  $g_0$  debe ser independiente de  $Q$ . Vemos que la necesidad de una redefinición de la constante de acoplamiento no surge sólo por la aparición de infinitos en la teoría. Aún para teorías invariantes de escala finitas es necesario introducir un parámetro masivo indeterminado.

Para aclarar todas estas ideas, mostramos una teoría que especifica la derivada primera de  $\rho(Q)$  (por ejemplo QCD)

$$\frac{d\rho}{dQ} = \frac{B(\rho)}{Q}, \quad (3-2-3)$$

donde  $B(Q)$  es una función adimensional, de argumento adimensional, la cual está unívocamente definida por la teoría. Si integramos la ecuación (3-2-3) tenemos

$$\ln(Q) - \text{constante} = \int_c^\rho \frac{d\rho'}{B(\rho')} = K(\rho), \quad (3-2-4)$$

en donde  $c$  es un número que especificamos para que la función  $K(\rho)$  quede completamente determinada. Para que la ecuación (3-2-4) tenga sentido desde el punto de vista dimensional debemos reexpresar la constante de integración. La forma más general posible de escribir la constante es

$$\text{constante} = K_0 - \log(\mu), \quad (3-2-5)$$

en donde  $K_0$  es  $K(\rho(\mu))$ . Vemos que hemos introducido una nueva arbitrariedad en la teoría representada por la escala de energía  $\mu$ . Suponiendo que existe una energía  $\Lambda$  tal que  $K(\rho(\Lambda))$  se anula, podemos elegir  $\mu=\Lambda$  y entonces  $K_0=0$ . La ecuación para  $\rho(Q)$  queda finalmente

$$\rho(Q) = K^{-1}(\log(Q/\Lambda)) \quad \text{para algún } \Lambda. \quad (3-2-6)$$

Para valores arbitrarios de  $\mu$  resulta

$$\rho(Q) = K^{-1}(K(\rho(\mu)) - \log(Q/\mu)). \quad (3-2-7)$$

Esta ecuación es independiente del valor de  $\mu$  que escojamos, por lo cual

$$\left| \frac{\partial \rho}{\partial \mu} \right|_{Q=\text{constante}} = 0. \quad (3-2-8)$$

El parámetro  $\mu$  en (3-2-7) no está predicho por la teoría ni determinado por la experiencia. El parámetro  $\Lambda$  en cambio, aun cuando la teoría no dice nada acerca de él, la experiencia lo determina, y a través de la ecuación (3-2-2) la teoría desnuda pierde toda arbitrariedad.

A continuación extendemos el análisis dimensional a cualquier cantidad medible  $\sigma(x_1 \dots x_n)$  con dimensiones de (masa)<sup>D</sup> función de las cantidades masivas  $x_i$  que especifican las condiciones experimentales. Dicha cantidad queda especificada por la teoría, el parámetro  $\mu$  y  $\rho(\mu)$ . Podemos definir la cantidad adimensional  $S = \sigma/x_1^D$  la cual, extendiendo el alcance del teorema AD, debe ser función solo de los cocientes  $x_i/x_1$ . En consecuencia

$$\sigma(x_1 \dots x_n) = x_1^D S(x_2/x_1 \dots x_n/x_1, x_1/\mu, \rho(\mu)), \quad (3-2-9)$$

donde S es independiente de  $\mu$  cuando  $\rho(\mu)$  tiene la forma funcional (3-2-7). Esta independencia puede expresarse a través de una ecuación diferencial. Definimos

$$Z = Z(x_2/x_1 \dots x_n/x_1, x_1/\mu, r), \quad (3-2-10)$$

donde Z se reduce a S cuando  $r=\rho(\mu)$ . La independencia de S respecto de  $\mu$  se expresa como

$$\frac{d}{d\mu} (Z_{r=\rho(\mu)}) = (\partial Z / \partial \mu - \partial Z / \partial r \rho'(\mu)) \Big|_{r=\rho(\mu)} = 0, \quad (3-2-11)$$

donde  $\rho'(\mu) = \left. \frac{d\rho(Q)}{dQ} \right|_{Q=\mu}$ .

Multiplicando por  $\mu$  y recordando que  $\rho(\mu)$  está especificado por (3-2-3) obtenemos la siguiente ecuación

$$\left( \mu \frac{\partial}{\partial \mu} - B(\rho) \frac{\partial}{\partial r} \right) Z_{r=\rho(\mu)} = 0. \quad (3-2-12)$$

Esta ecuación se cumple también para  $\sigma$ , y simplificando la notación obtenemos

$$\left( \mu \frac{\partial}{\partial \mu} - B(\rho) \frac{\partial}{\partial \rho} \right) \sigma = 0, \quad (3-2-13)$$

expresión que tiene una gran similitud con la ecuación del grupo de renormalización sin el término de dimensión anómala (inhomogeneidad de la ecuación). Concluimos que toda teoría

invariante de escala, ambigua en un parámetro, provee de una ecuación del tipo de grupo de renormalización para toda magnitud física calculable a partir de la misma.

Un ejemplo de una teoría que tenga una ecuación tipo (3-2-3) es la QCD, invariante de escala en el límite quirral (quarks sin masa). Dicha ecuación es<sup>82</sup>

$$Q \frac{d\alpha}{dQ} (Q) = \beta(\alpha(Q)), \quad (3-2-14)$$

donde  $\beta$  es la función de Gell-Mann-Low, cuyo desarrollo en potencias de  $\alpha$  comienza con el siguiente término

$$\beta(\alpha) = -b \alpha^2. \quad (3-2-15)$$

El número  $b$  es positivo y calculable mediante diagramas de Feynman<sup>83</sup>. Para una teoría con  $N_f$  sabores de quarks no masivos tenemos

$$b = (33 - 2 N_f) / 6\pi. \quad (3-2-16)$$

La función  $K$  de (3-2-4) resulta

$$K(\alpha) = \int^{\alpha} \frac{d\alpha'}{-b\alpha'^2} = \frac{1}{b\alpha} \quad (3-2-17)$$

Las ecuaciones (3-2-7) y (3-2-8) resultan

$$\alpha(Q) = \frac{\alpha(\mu)}{1 + b \frac{\alpha(\mu)}{\alpha(\mu)} \log(Q/\mu)} \quad \text{para todo } \mu, \quad (3-2-18)$$

$$\alpha(Q) = \frac{1}{b \log(Q/\Lambda)} \quad \text{para algún } \Lambda. \quad (3-2-19)$$

La ecuación (3-2-13) aplicada a  $\sigma(Q)$  es

$$\left(\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta(\alpha) \frac{\partial}{\partial \alpha}\right) \sigma = 0. \quad (3-2-20)$$

Recordamos que esta ecuación surge estrictamente de consideraciones dimensionales, así como la aparición de una constante de acoplamiento dependiente de la energía.

En la sección III-4 aplicaremos este análisis al estudio de la variación de las energías fuertes cuando varían las constantes fundamentales. Dado el carácter general de estos resultados, su aplicación alcanzará a muchos de los observables analizados en esta tesis.

### III-3 EL MODELO FENOMENOLOGICO

En esta sección vamos a desarrollar un modelo fenomenológico para analizar las consecuencias de la variación en el tiempo de las constantes fundamentales. Como lo adelantáramos en el capítulo anterior, el modelo estará basado en la hipótesis adiabática: i.e., que los principales cambios en las cantidades observables se deben a la variación en el tiempo de los parámetros, ignorando las modificaciones necesarias del Modelo Standard (MS) para preservar las principales simetrías características del modelo original. A pesar de que dicho procedimiento va a proveer expresiones correctas para los cambios en las cantidades observables, no podremos relacionarlos con los cambios de cantidades interesantes tales como la constante de Hubble o el ritmo de contracción de las dimensiones extra, sin un análisis más profundo.

Para comenzar, debemos elegir un sistema de unidades definido. En un mundo con parámetros independientes del tiempo, los diferentes sistemas de unidades estarán relacionados por transformaciones igualmente independientes del tiempo, y por lo tanto la forma de los lagrangianos de todas las teorías será invariante (ver sección III-1). Sin embargo, éste no es el caso en un mundo con parámetros dependientes del tiempo. Diferentes sistemas de unidades pueden ser elegidos de forma tal de que diferentes parámetros son independientes del tiempo.

En una teoría compleja como el MS, existen muchos

sistemas de unidades posibles. Para especificar nuestro sistema de unidades adoptaremos primeramente a los parámetros  $\hbar$  y  $c$  como constantes. De esta forma,  $c$  fijará la relación entre unidades de tiempo y de espacio, mientras que  $\hbar$  fijará la relación entre unidades de frecuencia y de energía.

Dado que los términos de masa contienen representaciones diferentes del grupo  $SU(2)$  de simetría del MS, las masas de todas las partículas fundamentales deben surgir de acoplamientos de Yukawa con el campo escalar de Higgs. Resulta natural entonces definir nuestra escala de masas como el valor medio del campo de Higgs en el vacío, o en general en el estado alrededor del cual sea válido el tratamiento preturbativo de las fluctuaciones cuánticas del campo de Higgs.

Sin embargo, esta elección no es conveniente para nuestro trabajo, ya que implica suponer a la constante de Fermi  $G_F$  independiente del tiempo. En nuestro caso, la masa del bosón  $W$  será nuestra unidad de energía, y por lo tanto será independiente del tiempo.

Debemos señalar que en general las diferentes elecciones de unidades de energía estarán conectadas a través de transformaciones de grupo de renormalización dependientes del tiempo, las cuales son finitas. En general su construcción explícita puede ser extremadamente difícil. En esta tesis introducimos el sistema de unidades Salam-Weinberg (USW), en el cual la masa del bosón  $W$  es independiente del tiempo. Todos nuestros análisis serán hechos en el USW.

Existen varios vínculos entre las constantes fundamentales del MS, y algunas dificultades relacionadas con el efecto de su variación en el tiempo en cantidades observables. Vamos a listar algunos de estos problemas y la correspondiente elección de los parámetros variables.

a) *Interacciones Gravitatorias*: A pesar de los muchos intentos de unificación con las interacciones fundamentales, la gravitación permanece aislada y su único parámetro, la constante gravitacional de Newton  $G_N$ , aún no está relacionada con las demás constantes fundamentales. (Ver, sin embargo, la referencia 34). Tomaremos a  $G_N$  como uno de nuestros parámetros fundamentales dependientes del tiempo.

b) *Interacciones Electrodébiles*: La unificación de Salam-Weinberg de las interacciones electrodébiles está corroborada no sólo a nivel árbol, sino también a nivel de correcciones radiativas<sup>84</sup>. Supondremos la validez de las relaciones fundamentales entre los parámetros de la teoría: una consecuencia de la hipótesis adiabática.

Elegimos la constante de estructura fina  $\alpha$  y la constante de Fermi de interacción débil  $G_F$  como nuestros parámetros fundamentales dependientes del tiempo. Estos están relacionados con otros parámetros fundamentales de la teoría a través de las ecuaciones<sup>85</sup>:

$$\alpha = \alpha_1 \sin^2 \theta_w \quad (3-3-1)$$

$$G_F = \sqrt{2} \alpha_1 / (8 M_w^2) \quad (3-3-2)$$

En estas ecuaciones  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son las constantes de acoplamiento de  $SU(2)*U(1)$  y el ángulo de Weinberg se define

como:

$$\operatorname{tg}^2 \theta_v = \alpha_1(M_v) / \alpha_2(M_v). \quad (3-3-3)$$

Las masas de los bosones intermediarios,  $M_v$  y  $M_z$ , se pueden expresar usando el valor medio de vacío del campo de Higgs  $v$ :

$$M_w^2 = \frac{v^2}{2} \alpha_1 \quad (3-3-4)$$

$$M_z^2 = M_w^2 / \cos^2 \theta_v \quad (3-3-5)$$

De esta forma, en USW, la variación en el tiempo de todos los parámetros fundamentales en el sector electrodébil de la teoría esta completamente determinada por la variación en el tiempo de  $\alpha$  y  $G_F$ . La última cantidad, sin embargo, no es directamente observable: solo la variación en el tiempo del producto  $G_F \cos^2 \theta_c$ , donde  $\theta_c$  es el ángulo de Cabbibo, es directamente medible, dado que en el sector leptónico de la teoría sólo hay mediciones precisas de fecha reciente.

c) *Interacciones Fuertes*: en la siguiente sección analizaremos la QCD con quarks masivos perturbativamente alrededor del límite invariante de escala. Todas las magnitudes estáticas en el régimen de bajas energías quedan completamente determinadas por el parámetro de escala  $\Lambda$  y las masas de los quarks  $u$ ,  $d$  y  $s$ , estos tres últimos parámetros pertenecientes al sector de Higgs. El parámetro de escala  $\Lambda$  será considerado como variable dependiente del tiempo.

d) *Sector de Higgs*: En ausencia de una teoría bien definida del sector de Higgs del MS, una gran cantidad de

experimentos sería necesaria para analizar la variación en el tiempo de los parámetros fundamentales del sector. Sin embargo, sólo unos pocos de ellos, concretamente la masa del electrón, el ángulo de Cabbibo, y las masas de los quarks consideradas en el punto anterior, son relevantes en el régimen de bajas energías y serán tomados como parámetros dependientes del tiempo. La variación del ángulo de Cabbibo será analizada indirectamente a través de la conocida relación:

$$\operatorname{tg}^2 \theta_c = \frac{m_d}{m_c}. \quad (3-3-6)$$

e) *Consideraciones termodinámicas:* La variación en el tiempo de los parámetros fundamentales producirá cambios en la ecuación de estado de los cuerpos macroscópicos, que pueden ser computados usando consideraciones termodinámicas simples de naturaleza muy general. Bajo un cambio adiabático  $\delta\lambda$  de un parámetro  $\lambda$ , la energía libre del sistema cambiará en la forma<sup>65</sup>:

$$\delta F = \delta\lambda \left( \frac{\partial F}{\partial \lambda} \right)_{T,V} = \delta\lambda \left\langle \frac{\partial H}{\partial \lambda} \right\rangle_{T,V}. \quad (3-3-7)$$

El hamiltoniano  $H$ , sin embargo, puede ser escrito en la forma:

$$H = T + U \quad (3-3-8)$$

donde, para un gas de electrones, el segundo término del miembro derecho de la ecuación es homogéneo de primer grado en  $\alpha$ , mientras que el primero es homogéneo de grado -1 en  $m_e$ . De esta manera encontramos:

$$\dot{F} = - \frac{m_e}{m_e} \langle T \rangle + \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \langle U \rangle. \quad (3-3-9)$$

Por otra parte, tanto  $\langle T \rangle$  como  $\langle U \rangle$  pueden ser escritos en términos de cantidades observables usando conservación de la energía y el teorema del virial:

$$E = \langle T \rangle + \langle U \rangle, \quad (3-3-10)$$

$$3 P V = 2 \langle T \rangle + \langle U \rangle, \quad (3-3-11)$$

y de esta forma podemos expresar el cambio en la energía libre en términos de cantidades observables:

$$\langle T \rangle = 3 P V - E, \quad (3-3-12)$$

$$\langle U \rangle = 2 E - 3 P V. \quad (3-3-13)$$

En el caso particular del gas de electrones, la ecuación (3-3-9) tomará la forma siguiente:

$$\dot{F} = -(3 P V - E) \frac{\dot{m}_e}{m_e} + (2 E - 3 P V) \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}. \quad (3-3-14)$$

f) *Transformación de unidades*: La mayoría de las cotas a la variación de los observables analizados en este trabajo están expresadas en un sistema de unidades diferente al USW. Por ejemplo, las observaciones astronómicas están expresadas ya sea en tiempo de efemérides (donde tanto  $G_N$  como las masas planetarias se suponen independientes del tiempo) o en tiempo atómico. Las reglas de transformación entre dos sistemas de unidades pueden ser obtenidas planteando la siguiente identidad:

$$N_1 \tau_1 = N_2 \tau_2, \quad (3-3-15)$$

donde  $N_1$  y  $N_2$  son números que denotan los tiempos medidos en los sistemas de unidades 1 y 2 respectivamente, y  $\tau_1$  y  $\tau_2$  son las unidades de tiempo correspondientes a los sistemas 1 y 2 respectivamente. Podemos formar un número adimensional  $X = \tau_2 / \tau_1$ , función de varios parámetros fundamentales pertenecientes a una o varias teorías. A continuación suponemos la siguiente condición

$$T_k \left( \frac{\dot{C}_i}{C_i} \right) \ll 1, \quad (3-3-16)$$

donde  $T_k$  son los tiempos característicos de observación de los fenómenos analizados, y el factor restante denota las derivadas logarítmicas, con respecto a algún tiempo  $t^u$ , de los parámetros fundamentales. De esta forma, podemos efectuar la siguiente aproximación:

$$X \approx X_0 + \sum_i C_i \frac{\partial X}{\partial C_i} \frac{\dot{C}_i}{C_i} (t^u - t_0^u). \quad (3-3-17)$$

En la aproximación considerada, la derivada logarítmica de  $X$  será una combinación lineal de las derivadas logarítmicas de las constantes fundamentales. Escribimos entonces:

$$\frac{dt_1}{dt_2} = X + t_2 \frac{dX}{dt_2}, \quad (3-3-18)$$

en donde hemos tomado  $t^u = t_2$ ,  $N_1 = t_1$  y  $N_2 = t_2$ . Trabajando en la aproximación lineal antes considerada, y efectuando una transformación global de unidades de forma tal que  $X_0 = 1$ , obtenemos:

$$t_1 = t_2 + \frac{1}{2} \theta t_2^2, \quad (3-3-19)$$

$$\text{donde } \theta = \sum_i C_i \frac{\partial X}{\partial C_i} \frac{\dot{C}_i}{C_i}.$$

Las derivadas temporales en el sistema USW estarán relacionadas con aquellas expresadas en otros sistemas de unidades a través de las siguientes relaciones:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{dt_1}{dt} \frac{d\alpha}{dt_1} = (1 + \theta t) \frac{d\alpha}{dt_1}, \quad (3-3-10-a)$$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \theta \frac{d\alpha}{dt_1} + (1 + 2\theta t) \frac{d^2\alpha}{dt_1^2}, \quad (3-3-10-b)$$

que tienen un carácter general y serán utilizadas a lo largo de esta tesis.

g) *Ecuaciones de Grupo de Renormalización y Teorías de Gran Unificación (TGU)*: Existen varios parámetros en nuestro modelo cuya variación temporal no puede calcularse, a partir de nuestros parámetros fundamentales, independientemente del modelo utilizado.

Como ejemplo citamos la constante de acoplamiento fuerte  $\alpha_s$  y el punto de renormalización  $\mu$ . Llamaremos a éstos "parámetros dependientes del modelo", dado que su variación temporal sólo puede calcularse dentro de un modelo más grande que contenga al MS como límite de bajas energías. En este trabajo, vamos a limitarnos a mostrar que estos parámetros pueden ser calculados en una TGU que puede ser asimismo un límite de bajas energías de un modelo de Kaluza-Klein o de Supercuerdas.

Suponemos que en la escala de gran unificación  $\Lambda_{11}$ , todas las constantes de acoplamiento dependientes de la energía

tienen un valor común  $\alpha_U$ . Esta está relacionada con los valores en la escala de Salam-Weinberg ( $\mu \approx M_W$ ) a través de las ecuaciones de grupo de renormalización. Recordando el análisis de Marciano<sup>34</sup> tratado en el capítulo 1, escribimos las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\dot{\alpha}_i(\mu)}{\alpha_i^2(\mu)} = \frac{\dot{\alpha}_U}{\alpha_U^2} + \frac{1}{\pi} \sum_j C_{ij} \left[ \frac{\dot{\Lambda}_U}{\Lambda_U} - \frac{\dot{\mu}}{\mu} \right], \quad (3-3-21)$$

$$\frac{\dot{\alpha}_3(\mu)}{\alpha_3^2(\mu)} = \left( \frac{\dot{\mu}}{\mu} - \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} \right) \frac{(33 - 2 N_f)}{6\pi \alpha_3^2(\mu)}. \quad (3-3-22)$$

Vemos que, conociendo las derivadas logarítmicas de  $\alpha_1(\mu)$  y  $\alpha_2(\mu)$ , podemos calcular las derivadas logarítmicas de la constante de acoplamiento y escala de gran unificación  $\alpha_U$  y  $\Lambda_U$  respectivamente, la constante de acoplamiento fuerte  $\alpha_3(\mu)$  y el punto de renormalización  $\mu$ .

Sin embargo, en nuestro modelo sólo podemos conocer las derivadas logarítmicas de  $\alpha_1(M_W)$  y  $\alpha_2(M_W)$ . Utilizando las propiedades de grupo de la Ec. (3-3-21), podemos escribir:

$$\frac{\dot{\alpha}_i(M_W)}{\alpha_i^2(M_W)} = \frac{\dot{\alpha}_U}{\alpha_U^2} + \frac{C_i}{\pi} \left( \frac{\dot{\Lambda}_U}{\Lambda_U} - \frac{\dot{M}_W}{M_W} \right), \quad (3-3-23)$$

y de la Ec. (3-3-22) obtenemos

$$\frac{\dot{\mu}}{\mu} \left( \frac{33 - 2 N_f}{6\pi \alpha_3^2(\mu)} + \frac{C_3}{\pi} \right) = \frac{\dot{\alpha}_U}{\alpha_U} + \frac{C_3}{\pi} \frac{\dot{\Lambda}_U}{\Lambda_U} +$$

$$+ \frac{(33 - 2N_f)}{6\pi \alpha_s^2(\mu)} \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda}. \quad (3-3-24)$$

De estas dos últimas ecuaciones obtenemos los siguientes resultados

$$\left(1 - \frac{C_1}{C_2}\right) \frac{\dot{\alpha}_U}{\alpha_U^2} = \frac{\dot{\alpha}_1(M_W)}{\alpha_1^2(M_W)} - \frac{C_1}{C_2} \frac{\dot{\alpha}_2(M_W)}{\alpha_2^2(M_W)}, \quad (3-3-25)$$

$$\frac{\dot{\Lambda}_U}{\Lambda_U} = \left( \frac{\dot{\alpha}_1(M_W)}{\alpha_1^2(M_W)} - \frac{\dot{\alpha}_U}{\alpha_U^2} \right) \frac{\pi}{C_1} + \frac{\dot{M}_W}{M_W}, \quad (3-3-26)$$

que expresan las derivadas logarítmicas de  $\alpha_U$  y  $\Lambda_U$  en función de cantidades medidas observacionalmente. Las derivadas logarítmicas de las demás cantidades fuera del punto de renormalización se calculan fácilmente a partir de las Ecs. (3-3-21/22).

### III-4 VARIACION DE LAS MASAS DE LOS NUCLEONES Y DE LOS MESONES DE INTERCAMBIO NUCLEAR

En esta sección analizamos la variación de las masas de los nucleones y del pion cuando varían las masas de los quarks u,d,s y el parámetro de escala  $\Lambda$ . Para ello usamos los resultados de la sección III-2 para la dependencia en  $\Lambda$  de todas las energías de origen fuerte cuando los quarks son considerados no masivos. Introducimos las masas de los quarks como una perturbación de la primer teoría, obteniendo las ecuaciones buscadas. Para concluir, calculamos la contribución fuerte a distintas cantidades físicas de interés en esta tesis.

#### *QCD con quarks no masivos (quiral)*

La masa  $M_h$  de cualquier hadrón está determinada por la única escala de energía disponible, que es la propia masa del mismo, la constante de acoplamiento física  $\alpha(M_h)$  y  $\Lambda$ . Más precisamente

$$M_h = \Lambda f(M_h/\Lambda, \alpha(M_h/\Lambda)), \quad (3-4-1)$$

donde  $f$  es una función completamente determinada por la teoría. Esta expresión es en realidad una ecuación en la incógnita  $M_h/\Lambda$ , cuya solución es un número  $X_h$ . Inmediatamente podemos extrapolar este resultado a cantidades definidas sucesivamente a través de entidades

intermedias, como la masa  $M_{z,A}$  de un núcleo. Esta será función de las masas de los nucleones, la constante de acoplamiento a la escala de la energía de enlace entre nucleones y  $\Lambda$ . El resultado es que esta masa también será proporcional a  $\Lambda$ , así como toda energía de origen fuerte. Este resultado, muy importante por su carácter general, se aplica a orden cero en la masa de los quarks. A continuación presentamos el análisis general en donde se incluyen las masas de los mismos.

#### *QCD con quarks masivos*

Hemos visto en este capítulo que la QCD en su versión invariante de escala determina completamente el valor de cualquiera de sus observables una vez especificado el valor del parámetro de escala  $\Lambda$ . Dicha teoría posee la simetría interna de  $SU(N_f) \times SU(N_f)$ <sup>87</sup>, donde  $N_f$  es el número de sabores de quarks. La teoría no distingue entre quarks de distinto sabor, ni tampoco entre componentes izquierda y derecha. Los miembros de un dado multiplete de  $SU(N_f)$  tienen en este caso la misma masa. Cuando introducimos en el lagrangiano términos de masa para los quarks, la simetría  $SU(N_f) \times SU(N_f)$  de la teoría se rompe. Los multipletes de  $SU(N_f)$  no son ya degenerados. Sin embargo, cuando la energía típica  $E$  de un multiplete es mucho mayor que las masas de los quarks  $m_q$  que lo constituyen, es posible calcular las modificaciones en las masas perturbativamente. El hamiltoniano perturbado es<sup>87</sup>

$$H = H_0 + H_1,$$

$$H_1 = \int d^3x \left[ \sum_q m_q \bar{q}q \right]. \quad (3-4-2)$$

El desarrollo de los niveles de energía en potencias de  $m_q$  equivale a un desarrollo perturbativo de QCD en potencias de  $H_1$ .

Citamos como ejemplo el octete bariónico<sup>88</sup>, el cual está conformado por hadrones con tres quarks de valencia. Estos quarks son de tres sabores: u, d y s. Los quarks c y demás sabores más pesados contribuyen a los niveles de energía del octete en forma de "mares de quarks" virtuales. Pero esta contribución es completamente despreciable ya que las energías típicas en estos hadrones (1 GeV), son mucho menores que las masas de dichos quarks. En nuestro caso el número efectivo de sabores es tres. Este número define una teoría efectiva QCD que en el límite de quarks no masivos (límite quiral) tiene la simetría  $SU(3) \times SU(3)$ . Sin embargo, la simetría  $SU(3)$  quiral debe estar espontáneamente rota en la teoría quiral de forma tal de explicar la gran dispersión de las masas del octete pseudoescalar<sup>88</sup> (mesones  $\pi, \eta$  etc). En efecto, esta gran dispersión se entiende suponiendo que en el límite quiral los mesones pseudoescalares son bosones de Goldstone correspondientes a la simetría espontáneamente rota  $SU(3)$  quiral.

Retomamos el cálculo perturbativo para un determinado nivel de energía:

$$\delta E_n = \langle \psi_n | H_1 | \psi_n \rangle / \langle \psi_n | \psi_n \rangle. \quad (3-4-3)$$

Si usamos ondas planas normalizadas covariantemente

$$\langle p', n | p, n \rangle = (2\pi)^3 2 p^0 \delta^3(p' - p), \quad (3-4-4)$$

la ecuación (3-4-3) se escribe

$$\delta E_n = \frac{1}{2E_n} \langle p, n | (m_u \bar{u}u + m_d \bar{d}d + m_s \bar{s}s) | p, n \rangle. \quad (3-4-5)$$

A primer orden el momento del estado no cambia, y escribimos

$$M_n^2 = A_n + m_u B_n^u + m_d B_n^d + m_s B_n^s + \dots, \quad (3-4-6)$$

donde  $M_n^2$  es el cuadrado de la masa del n-ésimo nivel, y  $A_n$  denota la (masa)<sup>2</sup> del nivel en el límite quiral. Los coeficientes del desarrollo  $B_n^q$ ,  $q = u, d, s$ , son los elementos de matriz de los operadores  $\bar{u}u$ ,  $\bar{d}d$ ,  $\bar{s}s$  en el estado no perturbado simétrico  $|p, n\rangle$

$$B_n^q = \langle p, n | \bar{q}q | p, n \rangle \quad (3-4-7)$$

De acuerdo a la sección anterior  $A_n$  está dada por un número puro multiplicado por  $\Lambda^2$  y los coeficientes  $B_n^q$  son proporcionales a  $\Lambda$ . Si calculáramos los  $B_n^q$  usando el hamiltoniano completo, los números puros antes mencionados serían ahora funciones de los cocientes  $m_q/\Lambda$ .

Si  $A_n$  es distinto de cero, el desarrollo (3-4-6) se puede reemplazar por la siguiente fórmula lineal

$$M_n = a_n + \sum_q m_q b_n^q + \dots \quad (3-4-8)$$

donde  $a_n = A_n^{1/2}$  ,  $b_n^q = \frac{1}{2} A_n^{-1/2} B_n^q$ .

Recordamos que los pseudoescalares ( $\pi, \eta \dots$ ), son los bosones de Goldstone correspondientes a la ruptura espontánea de simetría quiral SU(3) en la teoría quiral, por lo que  $A_n$  es cero en este multiplete. En este caso el único desarrollo válido es la del cuadrado de la masa.

Volvemos ahora al análisis del octete bariónico. Sabemos que el hamiltoniano no perturbado es simétrico bajo el grupo de sabor SU(3). Una consecuencia de esta simetría es que las constantes  $A_n$  son las mismas para todos miembros del multiplete (i.e. degeneración en el límite quiral). Además, esta misma simetría relaciona los valores medios de los operadores  $\bar{q}q$  para distintos estados del multiplete. Se puede demostrar<sup>87</sup> que las expresiones de las masas elevadas al cuadrado del protón y del neutrón en función de  $A$  y  $B_p^q$  ( $p$ =protón) son las siguientes

$$M_p^2 = A + m_u B^u + m_d B^d + m_s B^s + O(m^{3/2}),$$

$$M_n^2 = A + m_u B^d + m_d B^u + m_s B^s + O(m^{3/2}), \quad (3-4-9)$$

de las cuales se obtienen desarrollos como el de la ecuación (3-4-8)

$$M_p = a + M_p^q, \quad (3-4-10)$$

con  $M_p^q = m_u b^u + m_d b^d + m_s b^s$ ,

$$M_n = a + M_n^q, \quad (3-4-11)$$

$$\text{con } M_n^q = m_u b^d + m_d b^u + m_s b^s.$$

Si derivamos respecto del tiempo las ecuaciones (3-4-10/11) obtenemos

$$\frac{\dot{M}_p}{M_p} = \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} \frac{a}{M_p} + \frac{\dot{m}_u}{m_u} \frac{m_u b^u}{M_p} + \frac{\dot{m}_d}{m_d} \frac{m_d b^d}{M_p} + \frac{\dot{m}_s}{m_s} \frac{m_s b^s}{M_p}, \quad (3-4-12)$$

$$\frac{\dot{M}_n}{M_n} = \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} \frac{a}{M_n} + \frac{\dot{m}_u}{m_u} \frac{m_u b^d}{M_n} + \frac{\dot{m}_d}{m_d} \frac{m_d b^u}{M_n} + \frac{\dot{m}_s}{m_s} \frac{m_s b^s}{M_n}. \quad (3-4-13)$$

Donoghue y Nappi<sup>89</sup> han estimado, basándose en los modelos de Skyrme, de bolsa, y también fenomenológicamente, valores para las cantidades  $b^q/b$ , donde  $b = b^u + b^d + b^s$ . Se estima que los valores más confiables son los siguientes

$$b^u/b = 0.45; \quad b^d/b = 0.36; \quad b^s/b = 0.29. \quad (3-4-14)$$

Más recientemente<sup>90</sup>, la violación de la regla de OZI (Okubo-Zweig-Iizuka) para los acoplamientos mesón-barión se ha explicado incluyendo en el cálculo de la sección eficaz de dispersión pión-nucleón diagramas conexos acoplando mesones extraños con bariones no extraños (e.g. el protón). La inclusión de estos diagramas es necesaria dado el alto componente extraño del protón y del neutrón. Por otro lado, se han hecho cálculos similares para el valor de expectación de las densidades pseudoescalares  $i\bar{q}\gamma^5 q$ , con resultados similares<sup>90</sup>.

Podemos calcular el valor de  $b$  a partir de los siguientes resultados experimentales

$$\langle p | \sigma | p \rangle = 57 \pm 7 \text{ MeV (dispersión } \pi\text{-nucleón)} \quad (3-4-15)$$

donde  $\sigma = \check{m} (\bar{u}u + \bar{d}d)$ ,  $\check{m} = (m_u + m_d)/2$ ,

$$\check{m} \langle p | \bar{s}s | p \rangle = 15 \pm 4 \text{ MeV.} \quad (3-4-16)$$

Los valores de las masas de los quarks livianos los tomamos del trabajo de Dominguez y De Rafael<sup>84</sup>

$$m_u = 5.6 \pm 1.1 \text{ MeV}, \quad m_d = 9.9 \pm 1.1 \text{ MeV}, \quad m_s = 199 \pm 33 \text{ MeV.} \quad (3-4-17)$$

El resultado final es

$$\frac{\dot{M}_p}{M_p} = 0.53 \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} + 0.025 \frac{\dot{m}_u}{m_u} + 0.033 \frac{\dot{m}_d}{m_d} + 0.40 \frac{\dot{m}_s}{m_s}, \quad (3-4-18)$$

$$\frac{\dot{M}_n}{M_n} = 0.53 \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} + 0.019 \frac{\dot{m}_u}{m_u} + 0.044 \frac{\dot{m}_d}{m_d} + 0.40 \frac{\dot{m}_s}{m_s}. \quad (3-4-19)$$

Vemos que la contribución del quark  $s$  a la masa total de nucleón es más importante que la de los otros dos quarks livianos  $u$  y  $d$ . Además, este quark es la principal causa de ruptura en la proporcionalidad  $M \propto \Lambda$ , la cual se cumple en el límite quirál.

El cuadrado de la masa del pión se escribe de la siguiente manera<sup>87</sup>

$$M_{\pi^0}^2 = 2 \check{m} B - 4/3 (m_s - \check{m}) B \sin^2 \theta / \cos \theta, \quad (3-4-20)$$

donde B es proporcional a  $\Lambda$ . El ángulo de mezcla  $\theta$  es proporcional al cociente entre las diferencias de masas  $m_d - m_u$  (ruptura de SU(2)) y  $m_s - \check{m}$  (ruptura de SU(3)), el cual es pequeño. Podemos efectuar entonces la siguiente aproximación

$$M_{\pi^0}^2 \propto 2 \check{m} B. \quad (3-4-21)$$

La expresión final para la variación de la masa del pión resulta

$$\frac{\dot{M}_\pi}{M_\pi} = 0.5 \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} + \frac{\dot{m}_u}{m_u} \frac{m_u}{4 \check{m}} + \frac{\dot{m}_d}{m_d} \frac{m_d}{4 \check{m}}. \quad (3-4-21)$$

Análogamente, la fórmula final para la variación de los kaones neutros es la siguiente<sup>87</sup>

$$\frac{\dot{M}_K}{M_K} = 0.5 \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} + \frac{1}{2} \left\{ \frac{\dot{m}_s}{m_s + m_d} \frac{m_s}{m_s} + \frac{\dot{m}_d}{m_s + m_d} \frac{m_d}{m_d} \right\}, \quad (3-4-22)$$

y para los kaones cargados se cumple la fórmula (3-4-22) cambiando la masa del quark d por la del quark u.

Los nucleones intercambian tanto mesones (de Goldstone) correspondientes al octete pseudoescalar como los pertenecientes al octete vectorial. Como hemos visto antes, el contenido extraño del protón es importante, lo cual implica que el intercambio de mesones con número de

extrañeza distinto de cero no puede ignorarse. Por otro lado, las funciones de onda del octete vectorial son iguales a las del octete pseudoescalar en sus índices de sabor. Todo esto nos lleva a proponer, como aproximación, la siguiente expresión para la variación de la masa del mesón de intercambio promedio

$$\begin{aligned} \frac{\dot{M}_{mp}}{M_{mp}} = & 0.5 \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} + \frac{1}{6} \left\{ m_s \left[ \frac{1}{m_s+m_d} + \frac{1}{m_s+m_u} \right] \frac{\dot{m}_s}{m_s} + \right. \\ & + m_d \left[ \frac{1}{m_d+m_s} + \frac{1}{m_d+m_u} \right] \frac{\dot{m}_d}{m_d} + \\ & \left. + m_u \left[ \frac{1}{m_u+m_d} + \frac{1}{m_u+m_s} \right] \frac{\dot{m}_u}{m_u} \right\} \quad (3-4-23) \end{aligned}$$

o, usando los valores para las masas de los quarks usados en las ecuaciones (3-4-17/18)

$$\frac{\dot{M}_{mp}}{M_{mp}} = 0.5 \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} + 0.321 \frac{\dot{m}_s}{m_s} + 0.114 \frac{\dot{m}_d}{m_d} + 0.065 \frac{\dot{m}_u}{m_u}. \quad (3-4-22)$$

### III-5 TRANSICIONES NUCLEARES Y ENERGÍAS DE DECAIMIENTO

Como anticipáramos en el capítulo I, en esta tesis se estudian varios fenómenos que involucran diferencias de energía entre núcleos intervinientes en una dada reacción nuclear.

La energía de ligadura fuerte nuclear jugará un papel muy importante en las observaciones a ser analizadas. Su dependencia en términos de las constantes fundamentales es de muy difícil estimación, dada la complejidad de las interacciones entre los nucleones. Para distancias del orden de la separación media entre nucleones, el potencial que describe razonablemente la interacción nucleón-nucleón es el potencial de Yukawa. Este representa el intercambio de un mesón pseudoescalar (ej. pión) entre dos nucleones, y tiene la siguiente expresión

$$V_p = g_p^2 \frac{m_{ps}^3}{m^2} \frac{e^{-r/m_{ps}}}{r/m_{ps}}, \quad (3-5-23)$$

donde  $m_{ps}$  es la masa del mesón pseudoescalar,  $m$  la masa del nucleón y  $g_p$  es la constantes de acoplamiento correspondiente.

En el caso del intercambio de un mesón escalar, la expresión para el potencial cambia ligeramente:

$$V_s = g_s^2 m_{sc} \frac{e^{-r/m_{sc}}}{r/m_{sc}}, \quad (3-5-24)$$

en donde ahora  $g_s$  y  $m_{sc}$  son la constante de acoplamiento y la masa del mesón escalar respectivamente. El potencial para el intercambio de un meson vectorial tiene la forma (3-5-24) pero con una constante de acoplamiento  $g_v$  diferente. Llamaremos  $g_s^{ef}$  a la suma  $g_s + g_v$ .

Los procesos que tienen lugar entre nucleones incluyen intercambios de dos, tres y más mesones, tanto vectoriales como pseudoescalares. A distancias pequeñas el intercambio de más de un mesón se hace relevante.

Ante un cambio en los parámetros de (3-5-23/24) cada potencial escalará en forma diferente, tanto entre sí como con respecto a la energía cinética de los nucleones. En efecto, efectuando las siguientes transformaciones:

$$\begin{aligned}
 g_s^{ef} & \rightarrow \lambda_s g_s^{ef}, & m_{sc} & \rightarrow \lambda_{sc} m_{sc}, \\
 m & \rightarrow \lambda_m m, & r & \rightarrow \lambda_{sc}^{-1} r,
 \end{aligned}
 \tag{3-5-25}$$

las energías potencial y cinética se transforman como sigue:

$$V_s \rightarrow \lambda_{sc} V_s, \quad K \rightarrow \lambda_m^{-1} \lambda_{sc}^2 K.
 \tag{3-5-26}$$

En el caso

$$\begin{aligned}
 g_p & \rightarrow \lambda_p g_p, & m_{ps} & \rightarrow \lambda_{ps} m_{ps}, \\
 m & \rightarrow \lambda_m m, & r & \rightarrow \lambda_{ps}^{-1} r,
 \end{aligned}
 \tag{3-5-27}$$

tenemos

$$V_p \rightarrow \lambda_{ps}^3 \lambda_m^{-2} V_p, \quad K \rightarrow \lambda_m^{-1} \lambda_{ps}^2 K. \quad (3-5-26)$$

Vemos que en ninguno de los dos casos el hamiltoniano total queda multiplicado por una constante, por lo que no existe una ley de escaleo sencilla que nos permita identificar distintos conjuntos de parámetros. De ser ésto posible, podríamos hallar la ley de escaleo para las energías y distancias cuando las constantes fundamentales cambian, sin necesidad de comprometerse con ningún tipo particular de modelo nuclear.

Sin embargo, el potencial nuclear es una superposición de intercambios escalares, pseudoescalares y vectoriales. Supondremos que dicha superposición introduce una nueva ley de escaleo, que es el promedio de los escaleos para cada potencial. De esta forma, el potencial promedio lo escribimos

$$\bar{V} = \bar{g}^2 \frac{\bar{m}^2}{m} \frac{e^{-r/\bar{m}}}{r/\bar{m}}, \quad (3-5-27)$$

donde  $\bar{m}$  es la masa del "mesón promedio o efectivo" introducida en la seccion anterior. Ahora, bajo las transformaciones

$$\begin{aligned} \bar{g} &\rightarrow \lambda_g \bar{g}, & \bar{m} &\rightarrow \lambda_{mp} \bar{m}, \\ m &\rightarrow \lambda_m m, & r &\rightarrow \lambda_{mp}^{-1} r, \end{aligned} \quad (3-5-27)$$

las energías escalean como sigue:

$$\bar{V} \rightarrow \lambda_{mp}^2 \lambda_m^{-1} V_p, K \rightarrow \lambda_m^{-1} \lambda_{mp}^2 K. \quad (3-5-28)$$

Ambas energías escalan de igual forma, por lo cual la energía total tiene la misma ley de escaleo. Además, la transformación de las distancias es el cambio físico real que experimenta toda longitud ante este cambio en las constantes fundamentales. En esta tesis supondremos que la principal fuente de cambios en los radios nucleares se debe a la variación de las constantes fuertes, por lo cual la ley de transformación será  $R_N \rightarrow \lambda_{mp}^{-1} R_N$ .

La interacción electrostática entre nucleones se describe por el potencial coulombiano  $V_c$  entre pares:

$$V_c = \frac{e^2}{r}. \quad (3-5-29)$$

La energía de ligadura coulombiana nuclear será proporcional a la constante de estructura fina  $\alpha$  y a la inversa de la separación media entre nucleones, que como recién señalamos, es inversamente proporcional a la masa del mesón "promedio". Finalmente escribimos

$$E_c \propto \alpha * \bar{m}. \quad (3-5-30)$$

La energía débil ha sido calculada en la Ref. 93, usando un modelo corriente-corriente para las interacciones débiles. En el MS, la contribución débil al estado fundamental de un núcleo con Z protones y N neutrones se escribe

$$E_W = G_F^2 2^{-2/3} V^{-1} Z \{ N Z [ (3 \alpha^2 - 1) + 4 A_n A_p ] +$$

$$\frac{1}{2} N^2 A_n^2 (1+3a_n^2) + \frac{1}{2} Z^2 A_p^2 (1+3a_p^2) + O(p/m)^2, (3-5-31)$$

donde, en el MS

$$A_n = \frac{1}{2}, A_p = -2 \text{ sen}^2 \theta_w + \frac{1}{2}, (3-5-32a)$$

$$a_n = 1, a_p = (1 - 4 \text{ sen}^2 \theta_w), (3-5-32b)$$

donde  $\theta_w$  es el ángulo de Weinberg.

Derivando con respecto al tiempo en la Ec.(3-5-31), obtenemos el siguiente resultado, general para todos los núcleos:

$$\frac{\dot{E}_w}{E_w} = 3 \frac{\dot{R}}{R} + 0.83 \frac{G_F}{G_F}, (3-5-33)$$

donde la variación del radio nuclear R está determinada por la Ec.(3-5-27).

Finalmente, la ecuación resultante para la variación de la energía de ligadura nuclear es la siguiente:

$$\frac{\dot{E}_b}{E_b} = - \frac{E_s}{E_b} \frac{\dot{m}}{m} + \frac{E_c}{E_b} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + 0.83 \frac{\dot{G}_F}{G_F} \frac{E_W}{E_b} +$$

$$+ \left[ 2 \frac{E_s}{E_b} + \frac{E_c}{E_b} - 3 \frac{E_W}{E_b} \right] \frac{\dot{m}}{m} . \quad (3-5-34)$$

Las energías liberadas en las transiciones nucleares están determinadas por las diferencias de energías entre los núcleos participantes en dicha transición, por lo que la variación de las mismas estará expresada por la misma Ec. (3-5-34).

### III-6 SISTEMAS DE REFERENCIA PRIVILEGIADOS Y EXPERIMENTOS DE EÖTVÖS

En la sección III-1 hemos dicho que las propiedades de transformación de las constantes fundamentales dependientes del tiempo, bajo el grupo de Lorentz (el cual, en nuestro modelo, representa las transformaciones de coordenadas entre dos sistemas inerciales) introduce dependencias espaciales en cualquier sistema de referencia Minkowskiano en general. Esto nos llevó en dicha sección a aceptar, como hipótesis de modelo, la existencia de un sistema de referencia en el cual todas las constantes fundamentales dependen a lo sumo del tiempo. Dicho sistema, o conjunto de sistemas, por motivos meramente de "razonabilidad", lo hemos elegido como el conjunto de sistemas localmente Minkowskianos que sean localmente comóviles con el fondo cósmico de radiación SRC (Sistema de Referencia Comóvil).

En nuestro modelo, la dependencia temporal de las constantes fundamentales  $C_i$  se escribe

$$C_i(t) = C_i^c + \dot{C}_i t, \quad (3-6-1)$$

donde  $t$  es el tiempo coordinado del SRC.

La velocidad de la Tierra relativa al fondo cósmico de radiación tiene una contribución de período igual a un año debido a la rotación de la misma alrededor del Sol, la cual, estudiando la anisotropía de la radiación de cuerpo negro del fondo cósmico de radiación, ha sido estimada en 30

Km/seg. La principal contribución a la velocidad total se debe al movimiento del sistema solar, la cual ha sido estimada en 300 Km/seg. Los sistemas de referencia tanto del baricentro del sistema solar como de la Tierra están relacionados, en una muy buena aproximación, con el SRC, bajo una transformación de coordenadas postgalileana. Esta se escribe como sigue:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} + \mathbf{w} + O\left(\frac{\mathbf{v}\mathbf{w}}{c^2}\right), \quad (3-6-2)$$

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} - \mathbf{w} t + \frac{1}{2} \frac{\mathbf{w} (\mathbf{w} \cdot \mathbf{x})}{c^2} + O\left(\frac{w^3 t}{c^2}\right), \quad (3-6-3)$$

$$t' = t - \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{w}}{c^2} + O\left(\frac{t w^2}{c^2}\right), \quad (3-6-4)$$

donde las cantidades sin "primas" corresponden al SRC, y  $\mathbf{w}$  es la velocidad relativa entre los dos sistemas de referencia.

Para hallar las ecuaciones de movimiento de un cuerpo de prueba, partimos de la acción

$$S = - c \int d\tau m(x(\tau)) (g_{\mu\nu}(x(\tau)) \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{dt}), \quad (3-6-5)$$

en donde  $x(\tau)$  es la trayectoria del cuerpo de prueba,  $g_{\mu\nu}$  la métrica y  $m$  la masa pasiva del cuerpo de prueba, la cual suponemos igual a la masa inercial. Notamos que las trayectorias serán geodésicas de la métrica conforme  $g'_{\mu\nu}(x) = m(x) * g_{\mu\nu}(x)$ .

Las ecuaciones de movimiento son

$$\frac{d^2 x^\sigma}{d\tau^2} + \Gamma_{\alpha\mu}^\sigma \frac{dx^\alpha}{d\tau} \frac{dx^\mu}{d\tau} = \frac{1}{2} g^{\sigma\nu} \frac{\partial m}{\partial x^\nu} \frac{1}{m} c^2, \quad (3-6-6)$$

donde  $\Gamma_{\alpha\mu}^\sigma$  es la conexión afín, que en geometría Riemmaniana equivale al símbolo de Christoffel. En el SRC,  $m$  depende sólo del tiempo, y en la aproximación Newtoniana la Ec.(3-5-6) se escribe .

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} - \nabla \phi = 0, \quad (3-6-7)$$

por lo que en el SRC se cumple la ley de caída universal de los cuerpos.

En un sistema no privilegiado, la Ec. (3-6-6) se escribe

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x^i}{dt^2} - \nabla \phi &= \frac{1}{2} g^{ij} \frac{\partial m}{\partial x^j} \frac{1}{m} c^2 = \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial m}{\partial x^i} \frac{1}{m} c^2. \end{aligned} \quad (3-6-8)$$

El gradiente de la masa se puede escribir en términos de la derivada temporal en el SRC a partir de las leyes de transformación (3-6-2/4), y finalmente obtenemos:

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = \nabla \phi + \frac{1}{2} \frac{\dot{m}}{m} w. \quad (3-6-9)$$

Para dos dados cuerpos de prueba, con masas  $m_1$  y  $m_2$ , existira una diferencia de aceleraciones en un campo gravitatorio externo:

$$\delta a = \frac{1}{2} w \left( \frac{\dot{m}_1}{m_1} - \frac{\dot{m}_2}{m_2} \right). \quad (3-6-10)$$

En el experimento de Braginsky *et.al.*, se mide el siguiente parámetro:

$$\eta = 2 \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2} < 3 \cdot 10^{-13}. \quad (3-6-11)$$

En nuestro modelo, toda violación del principio de equivalencia débil indicará que el sistema de referencia de laboratorio no es comóvil con el fondo cósmico de radiación, y además que una o más constantes fundamentales dependen del tiempo.

### III-7 INVARIANZA CPT Y VARIACION DE LAS CONSTANTES FUNDAMENTALES

En los últimos años la invarianza bajo la simetría CPT (Conjugación de carga, Paridad e inversión Temporal) ha pasado de ser un requerimiento para la formulación de teorías de las interacciones fundamentales a ser motivo de confirmación experimental. Sin embargo, el teorema CPT es una consecuencia de los requerimientos básicos que en general se exige de toda teoría física. Estos son: Hermiticidad de las interacciones (o del lagrangiano), invarianza de Lorentz, y localidad (o lagrangiano función de campos locales y sus derivadas hasta un orden finito).

En la sección III-1 dijimos que los modelos efectivos en cuatro dimensiones de las teorías de gran unificación de Kaluza-Klein y supercuerdas, que predicen constantes fundamentales dependientes del tiempo, también predicen en general el carácter escalar de las mismas bajo transformaciones generales de coordenadas en el espacio tetradimensional. Es fácil ver que este requerimiento es compatible con la invarianza CPT de los términos de masa (tanto de campos escalares como espinoriales) y de los términos de acoplamiento mínimo de los campos de gauge, si las masas y las constantes de acoplamiento son escalares. Esto nos induce a formular una última hipótesis para nuestro modelo: la invarianza CPT del mismo.

*Las masas de los mesones  $K^0$   $\bar{K}^0$*

A continuación analizaremos un sistema físico en el que la violación de la simetría CPT se manifiesta teóricamente en una forma transparente: el sistema  $K^0$ - $\bar{K}^0$ .

Los mesones  $K^0$   $\bar{K}^0$  son antipartículas entre sí. Difieren en una cantidad aditiva, la extrañeza, que no se conserva en las interacciones débiles. Ambos mesones son inestables y se desintegran en estados de dos o tres piones. En el análisis que sigue despreciaremos por simplicidad la violación de CP conocida.

Puesto que son antipartículas entre sí se tiene que cumplir

$$C |K^0\rangle = e^{i\phi} |\bar{K}^0\rangle, \quad (3-7-1)$$

en donde es conveniente elegir la fase  $\phi$  de manera que

$$|\bar{K}^0\rangle = CP |K^0\rangle. \quad (3-7-2)$$

Con esta elección de fases la operación CP intercambia partícula con antipartícula. Si el hamiltoniano del sistema  $K^0$   $\bar{K}^0$  tiene la forma

$$H = \begin{bmatrix} H_{++} & H_{+-} \\ H_{-+} & H_{--} \end{bmatrix}, \quad (3-7-3)$$

entonces, el hamiltoniano transformado bajo C P será

$$H' = (CP) H (CP)^{-1} = \begin{bmatrix} H_{--} & H_{-+} \\ H_{+-} & H_{++} \end{bmatrix}. \quad (3-7-4)$$

Por otra parte, la inversión temporal intercambia estados iniciales y finales

$$H'' = T H T^{-1} = \begin{bmatrix} H_{++} & H_{-+} \\ H_{+-} & H_{--} \end{bmatrix}. \quad (3-7-5)$$

y bajo la transformación CPT

$$H''' = (\text{CPT}) H (\text{CPT})^{-1} = \begin{bmatrix} H_{--} & H_{+-} \\ H_{-+} & H_{++} \end{bmatrix}. \quad (3-7-6)$$

La invarianza de H bajo CPT exige, pues

$$H_{++} = H_{--}. \quad (3-7-7)$$

A partir de la hipótesis adiabática de nuestro modelo, surge la siguiente relación

$$H_{++}(t-t_0) = H_{--}(-(t-t_0)), \quad (3-7-8)$$

y por lo tanto

$$H_{++}(0) + \dot{H}_{++}(t-t_0) = H_{--}(0) - \dot{H}_{--}(t-t_0). \quad (3-7-9)$$

Para que esta ecuación se satisfaga debe cumplirse

$$H_{++}(0) = H_{--}(0), \quad (3-7-10)$$

$$\dot{H}_{++} = -\dot{H}_{--}. \quad (3-7-11)$$

En estas condiciones una de las masas crece con el tiempo y la otra decrece como consecuencia de CPT y la hipótesis adiabática. La ecuación buscada que relaciona la diferencia de masas entre los mesones  $K_0$  y  $\bar{K}_0$  con la variación de las constantes fundamentales es la siguiente

$$\Delta M_K = 2 \dot{H}_{++} (t-t_0), \quad (3-7-12)$$

donde  $\dot{H}_{++} = \dot{M}_K$  se obtiene de la Ec.(3-4-22), y finalmente

$$\frac{\Delta M_K}{\Delta T} \frac{1}{M_K} = \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} + \frac{m_s}{m_s+m_d} \frac{\dot{m}_s}{m_s} + \frac{m_d}{m_s+m_d} \frac{\dot{m}_d}{m_d}. \quad (3-7-13)$$

### *Los momentos magnéticos del electrón y del positrón*

Uno de los tests considerados más exactos de la simetría partícula-antipartícula (cargada) es la medición del factor  $g$  (igual al doble del momento magnético en unidades de magnetones de Bohr). En general se introducen las partículas cargadas en trampas de Penning, en donde campos eléctricos y magnéticos generan una rápida rotación de ciclotrón. Los parámetros medidos son la frecuencia de ciclotrón, que depende de la carga y masa de las partículas, y la frecuencia de precesión del spin, que depende del momento magnético de las mismas. Si las interacciones electromagnéticas conservan la simetría  $C$ , entonces ambas frecuencias deben ser iguales para electrones y positrones.

Sin embargo en nuestro modelo, donde las constantes fundamentales varían con el tiempo y cuyas propiedades de transformación preservan la simetría  $CPT$ , la simetría  $C$  puede no ser conservada. En el caso que nos ocupa basta con analizar el término de interacción magnética  $H_I$  de un electrón y un campo magnético externo  $B$

$$H_I = - \vec{\mu} \cdot B, \quad (3-7-14)$$

$$\text{donde } \mu(e^-) = g_e \frac{e}{m_e} \frac{\vec{\sigma}}{2},$$

$\vec{\sigma}$  son las matrices de Pauli y  $g_e \cong 2$  es el factor giromagnético del electrón. Para que  $H_I$  sea invariante frente a CPT, y teniendo en cuenta las propiedades de transformación de  $e$  y  $m_e$  discutidas en la sección anterior, se debe cumplir que

$$g^{\text{CPT}}(-x, e^-) \frac{e(-x)}{m_e(-x)} = g(-x, e^-) \frac{e(x)}{m_e(x)}, \quad (3-7-15)$$

donde  $g^{\text{CPT}}(-x, e^-)$  es el "campo giromagnético" del electrón transformado bajo CPT. Si  $g$  es un campo escalar, como el resto de las constantes fundamentales, se cumple

$$g^{\text{CPT}}(x) = C g^{\text{PT}}(x) = C g(-x). \quad (3-7-16)$$

Podemos escribir entonces

$$C g(x, e^-) = g(x, e^-) \frac{e(x)}{e(-x)} \frac{m_e(-x)}{m_e(x)} = g(x, e^+) \quad (3-7-17)$$

por lo que, en la aproximación lineal

$$g(t, e^+) = g_0 + \dot{g}^+ (t-t_0), \quad (3-7-18)$$

obtenemos el siguiente resultado

$$\frac{\dot{g}^+}{g_0} - \frac{\dot{g}^-}{g_0} = 2 \left[ \frac{\dot{e}}{e} - \frac{\dot{m}_e}{m_e} \right]. \quad (3-7-19)$$

## CAPITULO IV

### APLICACION DEL MODELO FENOMENOLOGICO AL ESTUDIO DE PERTURBACIONES GEOFISICAS, ORBITALES Y NUCLEARES

En este capítulo estudiaremos los fenómenos físicos descritos en el capítulo II en el marco de nuestro modelo fenomenológico. Las variaciones seculares de los diversos parámetros observables tendrán ahora una componente cosmológica bien determinada. Como antes hemos dicho, las demás perturbaciones seculares deben ser medidas en forma independiente si queremos obtener información sobre la variación de las constantes fundamentales.

#### IV-1 VARIACION DE PARAMETROS PLANETARIOS

##### *Radios Planetarios*

De acuerdo a lo dicho en el capítulo anterior, los radios planetarios cambiarán si las constantes fundamentales varían con el tiempo, debido a los cambios en la cohesión de la materia y en la fuerza gravitatoria ejercida por el mismo planeta.

Aproximamos al planeta como un fluido ideal (en la aproximación adiabática en la que estamos trabajando, los términos disipativos en el tensor energía-impulso se pueden despreciar), simétrico esféricamente, para el cual se cumple la siguiente ecuación de continuidad:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial [r^2 \rho(r) v(r)]}{\partial r} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} + \Theta, \quad (4-1-1)$$

donde  $\rho(r)$  y  $v(r)$  son la densidad y velocidad de la materia en un punto situado a una distancia  $r$  del centro del planeta.  $\Theta$  es el ritmo de incremento de masa por unidad de volumen. Si integramos la Eq. (4-1-1) desde el centro del planeta hasta su superficie, obtenemos la siguiente ecuación:

$$R^2 \rho_0 \dot{R} = \int_0^R r^2 ( -\dot{\rho} + \Theta ) dr \quad (4-1-2)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad en la superficie del planeta y  $\dot{R} = v(R)$ .

Primeramente buscaremos una expresión para  $\dot{R}$  en función de las variaciones de  $\alpha$ ,  $m_p$ ,  $G_N$  y la masa nuclear promediada sobre los diferentes núcleos que componen el interior del planeta,  $\bar{M}_{Z,A} = \bar{M}$  (como hemos visto, para núcleos con  $Z \cong N$  la expresión para  $\dot{M}_{Z,A} / M_{Z,A}$  en función de las constantes fundamentales es independiente de A). Para ello, debemos hacer lo propio con  $\dot{\rho}(r)$  y  $\Theta$  y posteriormente efectuar la integración en la Eq. (4-1-2).

Para expresar  $\dot{\rho}$  en función de las derivadas temporales de las constantes fundamentales, usaremos varias relaciones termodinámicas. Primero, usamos la ecuación de estado del sólido a temperatura cero expresada de la siguiente forma:

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{k(\rho)}{\rho}, \quad (4-1-3)$$

donde k es el módulo de bulto y P la presión.

La aproximación adiabática nos permite usar la siguiente expresión:

$$\frac{\partial P}{\partial \rho} = \frac{\partial P}{\partial t} / \frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (4-1-4)$$

y finalmente escribir

$$\dot{\rho} = \frac{\rho}{k} \dot{P}. \quad (4-1-5)$$

La variación de P puede calcularse a partir de las

relaciones termodinámicas derivadas en el capítulo anterior y de la siguiente identidad<sup>80</sup>:

$$P = - \left[ \frac{\partial F}{\partial V} \right]_T. \quad (4-1-6)$$

La presión dentro del planeta es soportada principalmente por los electrones de valencia de cada elemento componente del mismo. Tenemos en primera aproximación entonces un gas de electrones interactuando electrostáticamente. Bajo esta hipótesis podemos tomar derivadas temporales en la Eq. (4-1-6) y usar la Eq. (3-1-9), obteniendo el siguiente resultado:

$$\dot{P} = - \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial V} + \frac{m_e}{m_e} \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial V}. \quad (4-1-7)$$

Las derivadas respecto al volumen de los valores medios pueden ser calculadas a partir de las Ecs. (3-1-12) y (3-1-13) (teorema virial y conservación de energía):

$$\frac{\partial \langle U \rangle}{\partial V} \Big|_T = 2 \frac{\partial E}{\partial V} \Big|_T - 3 \frac{\partial (P V)}{\partial V} \Big|_T, \quad (4-1-8)$$

$$\frac{\partial \langle T \rangle}{\partial V} \Big|_T = - \frac{\partial E}{\partial V} \Big|_T + 3 \frac{\partial (P V)}{\partial V} \Big|_T. \quad (4-1-9)$$

Utilizamos la siguiente relación termodinámica:

$$\frac{\partial E}{\partial V} \Big|_T = T \frac{\partial P}{\partial T} \Big|_V - P, \quad (4-1-10)$$

y podemos escribir entonces:

$$\frac{\partial U}{\partial V} = -5 P + 3 \rho \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_T - 2 T \left. \frac{\partial P}{\partial T} \right|_V. \quad (4-1-11)$$

El último término de la Ec. (4-1-11) puede expresarse en términos del coeficiente de dilatación térmica y la compresibilidad, y es pequeño.

Finalmente obtenemos la siguiente ecuación:

$$\dot{P} = \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} (5 P - 3 k) + \frac{\dot{m}_e}{m_e} (4 P - 3 k). \quad (4-1-12)$$

La ecuación anterior, una vez sustituida en (4-1-2) dará cuenta de los efectos en el radio planetario debido a la variación de la constante de estructura fina y de la masa del electrón.

Para hallar las contribuciones dominantes a  $\dot{R}$  debido a la variación de  $G_N$  y  $\bar{M}$ , recurrimos a la ecuación de equilibrio hidrostático, que surge del balance de fuerzas gravitatorias y gradientes de presión ejercidos sobre cada capa infinitesimal del planeta (despreciando las aceleraciones que se puedan producir en el mismo). Tenemos entonces:

$$P(r) = \int_r^R \frac{G_N \rho(r') M(r')}{r'^2} dr'. \quad (4-1-13)$$

Podemos, en primera aproximación, suponer que los cambios en densidad se deben a la producción de masa  $\odot$ , despreciando la contribución debida a las deformaciones (expansión, dilatación, etc.). De esta forma, tomando la derivada

temporal en la Ec. (4-1-13) y reemplazando  $\rho$  por  $\Theta$ , podemos escribir:

$$\dot{P} = \int_0^R \frac{G_N \rho(r') M(r')}{r'} dr' \left[ \frac{\dot{G}_N}{G_N} + \frac{\Theta}{\rho} + \frac{\dot{M}(r')}{M(r')} \right] + G_N \rho_0 \frac{M}{R^2} \dot{R}, \quad (4-1-14)$$

donde  $\dot{M} = 4 \pi \int_0^r \Theta r'^2 dr'$ . (4-1-15)

El factor de producción de masa puede ser aproximado muy bien por la variación de la masa nuclear  $\bar{M}$  ( $\bar{M}$  da cuenta de la mayor porción de masa del planeta):

$$\Theta = \rho \frac{\dot{\bar{M}}}{\bar{M}} + O\left(\frac{m_e}{\Lambda}\right). \quad (4-1-16)$$

Finalmente obtenemos, para esta contribución a la presión, la siguiente expresión:

$$\dot{P} = \left[ \frac{\dot{G}_N}{G_N} + 2 \frac{\dot{\bar{M}}}{\bar{M}} \right] P + G_N \rho_0 \frac{M}{R^2} \dot{R}. \quad (4-1-17)$$

Si juntamos las expresiones (4-1-12) y (4-1-17) en (4-1-5) y ésta a su vez en (4-1-2), obtenemos:

$$R^2 \rho_0 \dot{R} = \int_0^R dr r^2 \rho(r) \left\{ - \frac{\dot{G}_N}{G_N} \frac{P}{k} + \frac{\dot{\bar{M}}}{\bar{M}} \left(1 - 2 \frac{P}{k}\right) - \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \left(5 \frac{P}{k} - 3\right) - \frac{\dot{m}_e}{m_e} \left(4 \frac{P}{k} - 3\right) - G_N \frac{M}{k} \frac{\dot{R}}{R^2} \right\}. \quad (4-1-18)$$

Finalmente, integrando (4-1-18) y despejando  $\dot{R}/R$  obtenemos

el resultado buscado:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{R}}{R} = & \frac{\dot{M}}{M} \frac{(M - 2 M_k)}{3 M_D} - \frac{\dot{G}_N}{G_N} \frac{M_k}{M_D} + \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \frac{(M - \frac{5}{3} M_k)}{M_D} + \\ & + \frac{\dot{m}_e}{m_e} \frac{(M - \frac{4}{3} M_k)}{M_D}, \end{aligned} \quad (4-1-19)$$

en donde hemos definido las cantidades

$$M_k = 4 \pi \int_0^R dr r^2 \rho(r) \frac{P(r)}{k(r)} \quad (4-1-20)$$

$$M_D = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_0 + \frac{G_N \rho_0 M}{3 R} - 4 \pi \int_0^R dr r^2 \frac{\rho(r)}{k(r)}. \quad (4-1-21)$$

Para vincular la variación de los radios planetarios medida en la Ref. 44 con la variación de los mismos en nuestro modelo, reescribimos la ecuación de equilibrio hidrostático (4-1-13) en forma diferencial como sigue

$$\frac{dP}{dr^*} = - G_N M^{2/3} \frac{\rho(r^*) M(r^*)}{r^{*2}}, \quad (4-1-22)$$

donde  $r^* = r/M^{1/3}$ ,  $M^*(r^*) = M(r)/M$ .

Dada una ecuación de estado  $p(\rho)$ , vemos que la Ec.(2-1-2) determina una familia de ecuaciones diferenciales de segundo orden para la masa  $M^*(r^*)$  parametrizadas por  $G_N M^{2/3}$ , por lo que el radio escaleado del planeta  $R^* = R/M^{1/3}$  estará completamente determinado por este parámetro. De aquí se deduce que el radio  $R$  estará dado por la siguiente ecuación:

$$R = M^{1/3} f(G_N M^{2/3}). \quad (4-1-23)$$

De aquí se deduce que todo cambio que deje invariante la cantidad  $R^*$  (o sea que deje invariante  $G_N M^{2/3}$ ), no será detectable por las observaciones consideradas, ya que escaleará todas las dimensiones lineales en igual forma. Las estimaciones de la variación de los radios planetarios en la Ref.44 están relacionadas con la variación absoluta de los mismos por la siguiente relación:

$$\left. \frac{\dot{R}}{R} \right|_{ef} = \frac{\dot{R}}{R} - \frac{1}{3} \frac{\dot{M}}{M}. \quad (4-1-24)$$

Bajo las hipótesis antes mencionadas, el resultado (4-1-19) es de carácter general. Sin embargo, para tener resultados numéricos deberíamos conocer la distribución de densidad, presión y módulo de bulo a lo largo de todo el interior planetario, lo cual no es el caso para los planetas del sistema solar con excepción de la Tierra. De esta forma, debemos efectuar alguna hipótesis adicional que nos permita obtener resultados a partir de la Ec. (4-1-19). Esta hipótesis consiste en proponer una ecuación de estado definida para las distintas capas o fases que componen el planeta. De esta forma  $P$  y  $k$  se expresan en términos de la densidad  $\rho$ , y el problema se reduce de tres a sólo una distribución independiente desconocida. El problema subsiste ya que en general  $\rho(r)$  no es una distribución bien conocida

con la excepción de la Tierra. Sin embargo, existen ecuaciones de estado para las cuales  $M_k$  y/o  $M_D$  resultan expresables en términos de las masas de cada capa. Este es el caso para  $M_k$  cuando la ecuación de estado es una politropa general, y es el caso para ambas cantidades si la politropa es lineal en  $\rho$ .

En cuerpos pequeños como Mercurio, Marte y la Luna, donde la compresión gravitatoria es pequeña, es suficiente aproximación, en cada capa, la ecuación de estado lineal<sup>44</sup>:

$$P = k_o \frac{(\rho - \rho_o)}{\rho_o} \quad (4-1-25)$$

donde  $\rho_o$  y  $k_o$  son la densidad y módulo de bulto a presión cero. Si denotamos con el supraíndice "i" a las cantidades correspondientes a la capa i-ésima, podemos escribir

$$P^i = k_o^i \frac{(\rho^i(r) - \rho_c^i(r))}{\rho_o^i(r)}, \quad (4-1-26)$$

para  $r^{i-1} < r < r^i$  (límites de la capa i-ésima), y en donde  $k_o^i$  y  $\rho_o^i$  son la densidad y módulo de bulto a presión cero correspondientes a la materia media (composición química media) de la i-ésima capa. De esta forma las cantidades  $M_k$  y  $M_D$  se escriben como las siguientes sumatorias:

$$M_k = \sum_{i=1}^N M^i - M_c^i, \quad (4-1-27)$$

$$M_D = M_0 + \frac{G_N \rho_0 M}{3 R} \sum_{i=1}^N \frac{M_c^i}{k_c^i}, \quad (4-1-28)$$

donde

$$M_0 = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_0 \quad (\rho_0 = \rho_0^N), \quad (4-1-29)$$

$$M_c^i = \frac{4}{3} \pi (r^{(i)^3} - r^{(i-1)^3}). \quad (4-1-30)$$

A continuación analizaremos los casos particulares que nos interesan: los radios de Mercurio, Marte y la Luna. De acuerdo a lo señalado en el capítulo II, Mercurio y Marte pueden ser considerados compuestos por dos capas: el núcleo y el manto. Recordemos que el modelo usado es tan solo una primera aproximación a la descripción del interior de dichos planetas. Es por esto que los valores utilizados para las densidades a presión cero correspondientes a los elementos del núcleo (hierro) y del manto (silicatos de hierro y magnesio) surge de un compromiso entre dos objetivos: por un lado, querríamos usar valores experimentales para estas cantidades; por otro, nos interesa, para el caso en que sólo  $G_N$  varía, obtener los mismos resultado de Mc.Elhinny *et.al.*<sup>44</sup>, en cuyo trabajo se efectua un análisis más cuidadoso del interior de Marte y Mercurio.

La ecuación para el radio de Mercurio resulta ser la siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{R}}{R} \Big|_{ef}^{Mrc} &= -0.039 \frac{\dot{M}}{M} + 1.30 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + 1.32 \frac{\dot{m}_e}{m_e} - \\ &- 0.019 \frac{\dot{G}_N}{G_N}, \end{aligned} \quad (4-1-31)$$

mientras que para Marte tenemos

$$\begin{aligned} \frac{\dot{R}}{R} \Big|_{ef}^{Mar} &= -1.30 \frac{\dot{M}}{M} + 0.83 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + 1.32 \frac{\dot{m}_e}{m_e} - \\ &- 0.031 \frac{\dot{G}_N}{G_N}. \end{aligned} \quad (4-1-32)$$

El caso de la Luna se reduce al análisis de un cuerpo de una sola capa, ya que el pequeño núcleo de hierro (en caso de existir) tiene un efecto despreciable. La elección del valor de la densidad superficial "efectiva" se efectúa con el mismo criterio que en el caso anterior. La ecuación resultante es:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{R}}{R} \Big|_{ef}^{Lun} &= -0.008 \frac{\dot{M}}{M} + 0.9 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + 0.9 \frac{\dot{m}_e}{m_e} - \\ &- 0.004 \frac{\dot{G}_N}{G_N}. \end{aligned} \quad (4-1-33)$$

En la tabla 4-1 se muestran los parámetros planetarios usados para obtener las ecuaciones (4-1-32/33).

TABLA IV-1

PARAMETROS PLANETARIOS UTILIZADOS EN ESTE TRABAJO

LUNA	TIERRA
$\rho_o = 3.3 \text{ g/cm}^3$	$\rho_o = 2.84 \text{ g/cm}^3$
$\bar{\rho} = 3.34 \text{ g/cm}^3$	$k_o = 0.65 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^3$
$k_o = 1.21 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^3$	tablas 16.1 y 16.2 (Ref. 94)
MARTE	MERCURIO
$\rho_o^1 = 10 \text{ g/cm}^3$	$\rho_o^1 = 7 \text{ g/cm}^3$
$\rho_o^2 = 3.5 \text{ g/cm}^3$	$\rho_o^2 = 3.5 \text{ g/cm}^3$
$\bar{\rho} = 3.95 \cdot 10^{11} \text{ g/cm}^3$	$\bar{\rho} = 5.5 \text{ g/cm}^3$
$k_o^1 = 8 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^3$	$k_o^1 = 6 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^3$
$k_o^2 = 1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^3$	$k_o^2 = 1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^3$
$R_1/R = 0.22$	$R_1/R = \beta = 0.75$

*Momento de Inercia*

Podemos encontrar una ecuación para la variación del momento de inercia planetario usando los resultados anteriores. Para un cuerpo esférico tenemos:

$$I = 4 \pi \int_0^R dr r^4 \rho(r), \quad (4-1-33)$$

y tomando la derivada temporal:

$$\dot{I} = 4 \pi \int_0^R dr r^4 \dot{\rho}(r) + 4 \pi \rho_0 R^4 \dot{R}. \quad (4-1-34)$$

Si recordamos nuestros resultados previos para  $\dot{\rho}$  y  $\dot{R}$  encontramos:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{I}}{I} = & \left( 2 \frac{\dot{M}}{M} + \frac{\dot{G}_N}{G_N} + 5 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + 4 \frac{\dot{m}_e}{m_e} \right) \frac{I_k}{I} + \\ & + 5 \frac{I_D}{I} \frac{\dot{R}}{R} \end{aligned} \quad (4-1-35)$$

en donde hemos definido las siguientes cantidades:

$$I_k = 4 \pi \int_0^R dr r^4 \rho(r) \frac{P(r)}{k(r)} \quad (4-1-36)$$

$$I_l = G_N \rho_0 \frac{M}{R} \frac{4}{5} \pi \int_0^R dr r^4 \frac{\rho(r)}{k(r)} \quad (4-1-37)$$

$$I_D = \frac{4}{5} \pi R^3 \rho_0 + I_1 \quad (4-1-38)$$

Como en el caso anterior, para calcular los valores numéricos de estas integrales debemos conocer las distribuciones de densidad, presión y módulo de bulto del planeta. Esto es cierto para la Tierra, para la cual los datos sismológicos proveen valores exactos para estas cantidades<sup>94</sup>. De esta forma hemos calculado numéricamente las integrales, valiéndonos de las tablas 16.1 y 16.2 de la Ref. 94. La ecuación resultante es:

$$\frac{\dot{I}}{I} = 1.48 \frac{\dot{M}}{M} + 1.61 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} - 0.17 \frac{\dot{G}_N}{G_N} - 1.44 \frac{\dot{m}_e}{m_e}. \quad (4-1-39)$$

#### IV-2 PERTURBACIONES ORBITALES

Las perturbaciones orbitales inducidas por la variación de las constantes fundamentales han sido discutida varias veces en la literatura, en especial la variación de la constante de Newton  $G_N^{44,53,57}$ . A continuación vamos a re-veer esos resultados y su aplicación en nuestro modelo fenomenológico.

##### *Sistemas de dos cuerpos (El pulsar binario)*

El problema particular de dos cuerpos (puntuales) es muy simple y las perturbaciones principales pueden ser derivadas de la tercera ley de Kepler y la conservación del momento angular:

$$n^2 a^3 = G_N ( m_1 + m_2 ), \quad (4-2-1)$$

$$M_r a^2 n = L, \quad (4-2-2)$$

en donde  $a$  es el eje semimayor,  $n$  es la frecuencia o movimiento medio, y  $M_r$  es la masa reducida del sistema. Si derivamos estas ecuaciones obtenemos:

$$2 \frac{\dot{n}}{n} + 3 \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\dot{G}_N}{G_N} + \frac{\dot{m}_1}{m_1} \frac{m_1}{(m_1+m_2)} + \frac{\dot{m}_2}{m_2} \frac{m_2}{(m_1+m_2)}, \quad (4-2-3)$$

$$\frac{\dot{M}_r}{M_r} + 2 \frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{n}}{n} = 0. \quad (4-2-4)$$

En el caso particular en el que ambos cuerpos tienen la misma composición química, las derivadas temporales logarítmicas de  $m_1$  y  $m_2$  son iguales, por lo que podemos escribir:

$$2 \frac{\dot{n}}{n} + 3 \frac{\dot{a}}{a} = \frac{\dot{G}_N}{G_N} + \frac{\dot{m}}{m}, \quad (4-2-5)$$

$$\frac{\dot{m}}{m} + 2 \frac{\dot{a}}{a} + \frac{\dot{n}}{n} = 0, \quad (4-2-5)$$

donde  $\dot{m}/m$  es la derivada logarítmica de cualquiera de las dos masas. Obtenemos para la aceleración la siguiente expresión:

$$\frac{\dot{n}}{n} = 2 \frac{\dot{G}_N}{G_N} + 5 \frac{\dot{m}}{m}. \quad (4-2-6)$$

En esta ecuación no están tenidos en cuenta los efectos tidales, ya que hemos considerado a los cuerpos como puntuales.

El pulsar binario<sup>55</sup> es un muy buen ejemplo de un sistema binario. La aceleración observada en longitud está en un muy buen acuerdo con las predicciones de la relatividad general. La diferencia entre teoría y observación nos permite obtener

resultados numéricos para la siguiente ecuación:

$$\frac{\dot{n}}{n} - \frac{\dot{n}}{n} \Big|_{RG} = 2 \frac{\dot{G}_N}{G_N} + 5 \frac{\dot{m}}{m}, \quad (4-2-6)$$

en donde el segundo término del primer miembro es la aceleración predicha teóricamente.

*Datos de telemetrage marciano (misiones Viking)*

Como hemos visto con anterioridad, podemos obtener información sobre la variación de las constantes fundamentales a partir de los datos orbitales de Marte si podemos darle una interpretación a los parámetros ajustados en el trabajo de Hellings *et.al*<sup>53</sup>, en el marco de nuestro modelo. Para ello comparemos las ecuaciones de movimiento usadas en dicha referencia con las correspondientes ecuaciones en nuestro modelo fenomenológico. En el último caso, en el límite newtoniano tendremos:

$$\frac{d(M_m v)}{dt} = - G_N M_s M_m \frac{r}{r^3}, \quad (4-2-7)$$

en donde  $M_m$  y  $M_s$  son las masas de Marte y del Sol. En nuestro modelo, las masas son funciones lineales del tiempo y se escriben:

$$M(t) = M_o \left( 1 + \frac{\dot{M}}{M_o} (t-t_o) \right), \quad (4-2-8)$$

por lo cual, de la ecuación (4-2-7) podemos escribir:

$$\delta \mathbf{a} = - \left( \frac{\dot{G}_N}{G_N} + \frac{\dot{M}_s}{M} \right) (t - t_0) \mathbf{a} - \frac{\dot{M}_m}{M} \mathbf{v} \quad (4-2-7)$$

donde  $\mathbf{a}$  es la aceleración newtoniana:

$$\mathbf{a} = - G_N M_s \frac{\mathbf{r}}{r^3}. \quad (4-2-8)$$

Las ecuaciones en las Ref. 53 se escriben, para el caso de variación pura de  $G_N$  y para una teoría covariante de escala con parámetro de reescaleo  $\beta = (1 + \dot{\xi} (t-t_0))$ , de la siguiente forma:

$$\delta \mathbf{a} = - \frac{\dot{G}_N^*}{G_N} (t - t_0) \mathbf{a} \quad (4-2-9)$$

$$\delta \mathbf{a} = - \dot{\xi} [(t - t_0) \mathbf{a} - \mathbf{v}] \quad (4-2-10)$$

Si identificamos los coeficientes de  $\mathbf{a} (t-t_0)$  y  $\mathbf{v}$  en ambos conjuntos de ecuaciones, llegamos al siguiente resultado:

$$\frac{\dot{G}_N}{G_N} + 2 \frac{\dot{M}_s}{M} = \frac{\dot{G}_N^*}{G_N} = (0.0 \pm 2.1) 10^{-11} \text{ aÑ}^{-1}, \quad (4-2-11)$$

$$\frac{\dot{M}_m}{M} = \dot{\xi} = (0.0 \pm 4.2) 10^{-11} \text{ aÑ}^{-1}, \quad (4-2-12)$$

y podemos interpretar las incertezas como valores con dos desviaciones standard. Estos datos se miden en tiempo atómico, por lo cual debemos tener en cuenta la siguiente corrección:

$$\frac{\dot{G}_N}{G_N} = \frac{\dot{G}_N}{G_N} - 2 \theta, \quad (4-2-13)$$

$$\dot{\xi}^* = \dot{\xi} - \theta, \quad (4-2-14)$$

donde

$$\theta = 2 \frac{\dot{m}_e}{m_e} - \frac{\dot{M}_m}{M_M} + 4 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}, \quad (4-2-15)$$

siendo este último parámetro la conversión entre tiempo atómico y tiempo SWU.

### *Aceleración de la Luna y rotación de la Tierra*

Estos dos fenómenos están profundamente relacionados a través de la fricción tidal y la conservación del impulso angular. Como se ha señalado en el capítulo II, su interacción compleja nos fuerza a resolver al mismo tiempo el ritmo de cambio de las constantes fundamentales, la aceleración secular de la Luna y los cambios geofísicos de la Tierra en su momento de inercia (contribución geológica a la aceleración de rotación de la Tierra). A continuación explicamos los elementos necesarios para nuestro análisis.

Las mareas producidas por la Luna y el Sol sobre la Tierra lentamente disminuyen su rotación y su momento angular se transfiere entre el spin terrestre y el movimiento orbital del sistema Tierra-Luna. Si queremos

obtener cotas a la variación de las constantes fundamentales, debemos tener en cuenta los efectos tidales, y poder discriminarlos de los efectos de origen cosmológico. El balance de momento angular en el sistema Tierra-Luna está dado por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{d}{dt}(M_l a_l^2 n_l) = \tau_l, \quad (4-2-16)$$

$$\frac{d}{dt}(M_\oplus a_\oplus^2 n_\oplus) = \tau_\odot, \quad (4-2-17)$$

$$\frac{d}{dt}(I \Omega) = -\tau_l - \tau_\odot, \quad (4-2-18)$$

en donde  $\tau_l$  es el torque ejercido por la Tierra sobre la Luna,  $\tau_\odot$  es el torque ejercido por el Sol sobre la Tierra,  $a_l$  es la distancia Tierra-Luna  $a_\oplus$  es la distancia Tierra-Sol y  $\Omega$  es la velocidad angular de la Tierra.

La tercera ley de Kepler nos prevee las siguientes ecuaciones adicionales:

$$n_l^2 a_l^3 = G_N (M_\oplus + M_l), \quad (4-2-19)$$

$$n_\oplus^2 a_\oplus^3 = G_N (M_\oplus + M_\odot). \quad (4-2-20)$$

En forma análoga al tratamiento del sistema binario puntual, podemos despejar ahora las aceleraciones de la Luna y de la Tierra en función de los términos cosmológicos y de los términos tidales. Las ecuaciones que resultan son :

$$\begin{aligned} \frac{\dot{n}}{n} = & 2 \frac{\dot{G}_N}{G_N} + 2 \frac{\dot{M}_\oplus}{M_\oplus} \frac{M_\oplus}{M_l + M_\oplus} + \\ & + \frac{\dot{M}_l}{M_l} \left( 3 + 2 \frac{M_l}{M_\oplus + M_l} \right) - \frac{3}{2} \frac{\tau_l}{L_l}, \end{aligned} \quad (4-2-21)$$

para la aceleración de la Luna, y para la aceleración angular de la Tierra:

$$\frac{\dot{I}}{I} + \frac{\dot{\Omega}}{\Omega} = -\frac{\tau_l}{L_\oplus} \left( 1 + \frac{\tau_\odot}{\tau_M} \right). \quad (4-2-22)$$

Dado que las composiciones químicas de la Tierra y de la Luna son lo suficientemente similares como para suponer, para ambas, la siguiente aproximación:

$$\bar{Z} \cong \bar{N} \cong \bar{A} / 2, \quad (4-2-23)$$

de aquí en más supondremos que:

$$\dot{M}_l / M_l = \dot{M}_\oplus / M_\oplus. \quad (4-2-24)$$

De esta manera, la Ec. (4-2-21) se puede escribir como:

$$\frac{\dot{n}}{n} = 2 \frac{\dot{G}_N}{G_N} + 5 \frac{\dot{M}_\oplus}{M_\oplus} - \frac{3}{2} \frac{\tau_l}{L_l}. \quad (4-2-25)$$

El último término de la ecuación (4-2-22) es la aceleración tidal de la Luna, la cual, como hemos visto, ha sido calculada con muy buena exactitud a partir de modelos tidales y de análisis de movimientos satelitales:

$$\left. \frac{\dot{n}_l}{n_l} \right|_t = -3 \frac{\tau_l}{L_l}. \quad (4-2-26)$$

La Ec. (4-2-22) puede ser escrita en términos de la aceleración tidal de la Luna de la siguiente forma:

$$\frac{\dot{\Omega}}{\Omega} = \frac{2}{3} \frac{L_l}{L_\oplus} \left(1 + \frac{\tau_\oplus}{\tau_l}\right) \frac{\dot{n}_l}{n_l} \Big|_t - \frac{\dot{I}}{I}. \quad (4-2-27)$$

Los parámetros que componen el coeficiente de la aceleración tidal en esta ecuación se han calculado<sup>47,52</sup>. Dicha ecuación resulta finalmente:

$$\frac{\dot{\Omega}}{\Omega} = 1.84 \frac{\dot{n}_l}{n_l} \Big|_t - \frac{\dot{I}}{I}. \quad (4-2-28)$$

A partir de estas ecuaciones vemos que la aceleración angular se descompone en varios términos: la fricción tidal y la variación del momento de inercia debido tanto a causas cosmológicas como geofísicas:

$$\frac{\dot{\Omega}}{\Omega} = \frac{\dot{\Omega}_T}{\Omega} + \frac{\dot{\Omega}_N}{\Omega} + \frac{\dot{\Omega}_C}{\Omega}. \quad (4-2-29)$$

Recordamos que la contribución geofísica  $\dot{\Omega}_N$  de debe probablemente a movimientos glaciales<sup>53</sup>. Este efecto es importante para las determinaciones astronómicas (últimos 3000 años) pero es irrelevante para las determinaciones basadas en datos paleontológicos.

#### IV-3 EMISORES $\beta$ DE VIDA MEDIA LARGA

En esta sección calcularemos la variación en el tiempo de los ritmos de decaimiento producidos en nuestro modelo debido a la variación de las constantes fundamentales. En un primer estudio consideraremos como parámetros variables fundamentales a la constante de Fermi  $G_F$ , la masa de los distintos núcleos que intervienen en los procesos de decaimiento estudiados, la masa del electrón  $m_e$  y la constante de estructura fina  $\alpha$ . Estos parámetros son los únicos que aparecen en las ecuaciones en forma directa. En la subsección final, las variaciones de los ritmos de decaimiento serán relacionadas con las edades de meteoritos calculadas a partir de análisis de abundancias isotópicas.

#### *Renio 187*

Este núcleo decae a Osmio 187 a través de una transición  $\beta$  única primera prohibida. En base a la teoría de Fermi bien conocida del decaimiento  $\beta$ , tenemos la siguiente expresión formal para la constante de decaimiento  $\lambda^{\beta\beta}$ :

$$\lambda = \frac{G_F}{2 \pi^3} f(W_0, Z) \langle S(W, Z) \rangle \quad (4-3-1)$$

donde

$$f(W_0, Z) = \frac{1}{m_e^3} \int_{m_e}^{W_0} dW p W (W_0 - W)^2 F(Z, W) \quad (4-3-2)$$

es el espectro estadístico integrado,  $p$ ,  $W$  y  $m_e$  son el momento, la energía y la masa del electrón emitido respectivamente y  $W_0$  es la energía liberada en la transición. El llamado cociente de densidad electrónica de Fermi  $F(Z, W)$  se define como sigue:

$$F(Z, W) = 2 (1 + \gamma_0) (2 p R)^{-2(1 - \gamma_0)} e^{\pi \nu} \frac{|\Gamma(\gamma_0 + i\nu)|^2}{|\Gamma(2\gamma_0 + 1)|^2} \quad (4-3-3)$$

en donde  $R$  es el radio del núcleo,  $\Gamma$  es la función gamma y se han definido las siguientes cantidades:

$$\nu = m Z \alpha / p, \quad \gamma_0 = [1 - (\alpha Z)^2]^{1/2}. \quad (4-3-4)$$

En el caso de electrones fuertemente no relativistas como los liberados por el  $^{187}\text{Re}$ , la función de Fermi  $F$  se puede aproximar como sigue<sup>96</sup>:

$$F(Z, W) \simeq \frac{\pi m_e Z \alpha}{p} \quad (4-3-5)$$

En la ecuación (4-3-2) hemos introducido además el factor de forma  $S$ , para el cual el valor medio se define como sigue:

$$\langle S \rangle = f^{-1} \int_0^{P_0} dp p^2 q^4 F(Z, W) S(Z, W) \quad (4-3-6)$$

en donde  $q$  es el impulso del neutrino liberado en la transición. El factor de forma, en la aproximación normal, se escribe como sigue<sup>56</sup>:

$$S \simeq R^2 \left[ q^2 + p^2 \frac{(1 + \nu^2)}{F(Z, W)} \frac{2 \pi \nu}{(1 - e^{-2\pi\nu})} \right]. \quad (4-3-7)$$

El segundo término es mucho más grande que el primero debido al valor pequeño de la energía cinética máxima del electrón (2.59 Kev), por lo cual, reemplazando (4-3-7) y (4-3-5) en (4-3-6) tenemos:

$$\langle S \rangle = f^{-1} \pi m_e Z \alpha R^2 \int_0^{P_0} dp p q^5. \quad (4-3-8)$$

De la conservación de la energía, tenemos la relación:

$$(p^2 + m_e^2) = (W_0 - q)^2. \quad (4-3-9)$$

Mediante la aproximación (4-3-5) y podemos integrar la ecuación (4-3-2). Mediante la ecuación (4-3-7) podemos integrar la Ec. (4-3-6). Finalmente, con estos resultados obtenemos la expresión para  $\lambda$ :

$$\lambda \simeq \frac{G_F^2 R^2}{2 \pi^3} (Z \alpha)^3 E_0^3 m_e^4, \quad (4-3-10)$$

donde  $E_0$  es la energía cinética límite para el electrón:

$$E_o = W_o - m_e. \quad (4-3-11)$$

La energía liberada puede escribirse como sigue:

$$W_o = M (\text{Re}^{187}) - M (\text{Os}^{187}). \quad (4-3-12)$$

Resulta conveniente reexpresar (4-3-12) en términos de las energías de ligaduras nucleares:

$$\begin{aligned} W_o &= E_b (\text{Re}^{187}) - E_b (\text{Os}^{187}) + M_n - M_p \\ &= W_b + M_n - M_p, \end{aligned} \quad (4-3-13)$$

donde  $M_n$  y  $M_p$  son las masas del neutrón y del protón respectivamente. Como hemos visto en el capítulo anterior, en nuestra aproximación las energías de ligadura nucleares tienen una dependencia universal con las constantes fundamentales. De esto se desprende que, derivando respecto del tiempo la ecuación (4-3-13) obtenemos el siguiente resultado:

$$\frac{\dot{W}_o}{W_o} = \frac{\dot{E}_b}{E_b} \frac{W_b}{W_o} + \frac{\dot{M}}{M} \frac{\Delta M}{W_o} + \frac{\dot{\Delta M}}{\Delta M} \frac{\Delta M}{W_o}. \quad (4-3-14)$$

El resultado para la variación del ritmo de decaimiento se escribe como sigue:

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = 2 \frac{\dot{G}_F}{G_F} + 2 \frac{\dot{R}}{R} + 3 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + 3 \frac{\dot{E}_0}{E_0} + 4 \frac{\dot{m}_e}{m_e} \quad (4-3-15)$$

donde

$$\frac{\dot{E}_0}{E_0} = \frac{\dot{W}_0}{W_0} \frac{W_0}{E_0} - \frac{\dot{m}_e}{m_e} \frac{m_e}{E_0}. \quad (4-3-16)$$

La ecuación final, reemplazando para la variación de  $W_0$  (ver Eq.3-5-34), es la siguiente

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = & 484 \frac{\dot{\Delta M}}{\Delta M} + 7270 \frac{\dot{M}_\pi}{M_\pi} - 7160 \frac{\dot{m}}{m} - 589 \frac{\dot{m}_e}{m_e} \\ & + 2 \frac{\dot{G}_F}{G_F} - 21773 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}. \end{aligned} \quad (4-3-17)$$

#### Potasio 40

Este núcleo decae en  $^{40}\text{Ca}$  y  $^{40}\text{Ar}$ . En el primer caso el núcleo captura un electrón, mientras que en el segundo caso se emite un electrón. La transición es una tercera única prohibida. Debido a la pequeña carga del núcleo, podemos efectuar la siguiente aproximación<sup>oo</sup> para la función de Fermi antes definida F:

$$F(Z, W) \approx 1. \quad (4-3-18)$$

El factor de forma tiene la siguiente expresión<sup>oo</sup>:

$$S \approx R^\sigma [q^\sigma + p^\sigma + 7 q^2 p^2 (q^2 + p^2)]. \quad (4-3-19)$$

El valor medio de S se puede obtener con la siguiente aproximación<sup>97</sup>:

$$\langle S(p, q) \rangle \approx S\left(\frac{p}{2}, \frac{q}{2}\right). \quad (4-3-20)$$

Sustituyendo estos resultados en la Ec. (4-3-1), obtenemos la siguiente expresión para  $\lambda$ :

$$\begin{aligned} \lambda_\beta = G_F^2 S\left(\frac{p}{2}, \frac{q}{2}\right) & \left\{ W_0^2 \frac{p_0^3}{3} + m_e^2 \frac{p_0^3}{3} + \frac{p_0^5}{5} - \right. \\ & - 2 W_0 \left[ \frac{p_0}{4} (p_0^2 + m_e^2)^{3/2} - \frac{m_e^2 p_0}{8} \sqrt{p_0^2 + m_e^2} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{m_e^4}{8} \ln \left( \frac{p_0 + \sqrt{p_0^2 + m_e^2}}{m_e} \right) \right] \right\}. \quad (4-3-21) \end{aligned}$$

donde  $p_0$  es el máximo impulso del electrón.

Esta reacción tiene una energía  $E_0=1300$  Kev. Si tomamos las derivadas logarítmicas en (4-3-21) obtenemos el siguiente resultado:

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = 2 \frac{\dot{G}_F}{G_F} + 6 \frac{\dot{R}}{R} - 1.80 \frac{\dot{m}_e}{m_e} + 23.78 \frac{\dot{W}_0}{W_0}. \quad (4-3-22)$$

en donde la derivada de  $W_0$  la calculamos de la misma forma que en el caso anterior.

La ecuación final es la siguiente

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = 10.3 \frac{\dot{\Delta M}}{\Delta M} - 40.2 \frac{\dot{M}_{\pi}}{M_{\pi}} + 47.7 \frac{\dot{m}}{m} - 1.80 \frac{\dot{m}_e}{m_e} +$$

$$+ 2 \frac{\dot{G}_F}{G_F} + 61.2 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}. \quad (4-3-23)$$

### Rubidio 87

En este caso estudiaremos la transición  $\beta$  no única tercera prohibida  $^{87}\text{Rb} \rightarrow ^{87}\text{Sr}$  (estroncio). Como en el caso anterior, efectuaremos la aproximación:

$$F(Z, W) = 1. \quad (4-3-24)$$

Se ha demostrado<sup>98</sup> que el factor de forma tiene la misma dependencia en los impulsos que una transición pura segunda prohibida única. El tratamiento es similar al correspondiente al potasio. El resultado es el siguiente:

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = 2 \frac{\dot{G}_F}{G_F} + 4 \frac{\dot{R}}{R} + 2 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} - 7.81 \frac{\dot{m}_e}{m_e} +$$

$$+ 6.44 \frac{\dot{W}_0}{W_0}. \quad (4-3-25)$$

La ecuación final resulta

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = & 3.38 \frac{\dot{\Delta M}}{\Delta M} + 33.6 \frac{\dot{M}_{\pi}}{M_{\pi}} - 34.5 \frac{\dot{m}}{m} - 7.81 \frac{\dot{m}_e}{m_e} + \\ & + 2 \frac{\dot{G}_F}{G_F} - 29.48 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}. \end{aligned} \quad (4-3-26)$$

### Emisores $\alpha$

La constante de decaimiento para todo decaimiento  $\alpha$  puede ser escrita, con suficiente precisión para nuestros propósitos, en la forma:

$$\lambda_{\alpha} = \lambda_0 e^{-Z\alpha (2 M / E)^{1/2}} \quad (4-3-27)$$

en donde  $\lambda_0$  es la contribución fuerte a  $\lambda$  (en el límite quiral de QCD sera proporcional a  $\Lambda$ , aproximación que adoptaremos para este parámetro), y  $M$  y  $E$  son la masa y la energía de la partícula  $\alpha$  emitida. Supondremos como aproximación que la dependencia de  $M$  y  $E$  con las constantes fundamentales es la misma. Si tomamos la derivada logarítmica en (4-3-1), obtenemos:

$$\frac{\dot{\lambda}_{\alpha}}{\lambda_{\alpha}} = \frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} - Z \alpha \left( 2 \frac{M}{E} \right)^{1/2} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha}. \quad (4-3-28)$$

Esta ecuación nos da las correcciones necesarias para interpretar las vidas medias de los emisores  $\beta$  efectivas en

términos de las variaciones absolutas para las cuales hemos hallado expresiones en la sección anterior.

En todos los casos las contribuciones de las distintas interacciones a la energía total liberada en la transición será evaluada mediante la FSM, a excepción de la energía débil, que se evalúa con la expresión (3-5-31).

#### *Variación de las vidas medias y las edades de los meteoritos*

En nuestro modelo, la abundancia de cualquier núcleo inestable obedecerá la siguiente ecuación (aproximación adiabática):

$$\frac{dN}{dt} = -N \lambda(t), \quad (4-3-29)$$

donde  $\lambda(t) = \lambda_0 + \dot{\lambda} t$ .

La solución de la ecuación (4-3-29) se escribe como sigue:

$$N = N_0 \exp \left[ - \left( \lambda_0 t + \frac{1}{2} \dot{\lambda} t^2 \right) \right], \quad (4-3-30)$$

donde  $N_0$  es la abundancia del isótopo en el instante  $t=0$ .

Los ajustes de las isócronas mencionados en el capítulo II ajustan el exponente de (4-3-30). En un mundo con parámetros fundamentales independientes del tiempo, dicho exponente es simplemente el producto  $\lambda_0 t$ . A continuación debemos efectuar las siguientes identificaciones:

$$M = \lambda_o t + \frac{\dot{\lambda}}{2} t^2, \quad (4-3-31)$$

$$t^a = t + \frac{1}{2} \frac{\dot{\lambda}_a}{\lambda_a} t^2, \quad (3-3-32)$$

donde  $t^a$  es la edad determinada a partir del estudio de la abundancia del isótopo inestable 'a'. La cantidad medida M se puede expresar de dos diferentes maneras. Si se determina el valor de la constante de decaimiento a partir de un meteorito de edad previamente determinada midiendo la abundancia del isótopo 'a', entonces escribimos:

$$M = \lambda_{ef} t^a, \quad (4-3-33)$$

y resulta entonces:

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} - \frac{\dot{\lambda}_a}{\lambda_a} \cong \frac{2}{t^a} \frac{(\lambda_{ef} - \lambda_o)}{\lambda_{ef}}. \quad (4-3-34)$$

Este es el caso del  $^{187}\text{Re} - ^{187}\text{Os}$ , en el cual  $\lambda_a$  corresponde al decaimiento  $\alpha$  del Uranio en Plomo, y  $\lambda$  al decaimiento del  $^{187}\text{Re}$ .

El otro caso corresponde a la determinación de la edad de un dado meteorito por dos métodos diferentes. La cantidad medida se escribe:

$$M = \lambda_o t_{ef}, \quad (4-3-35)$$

donde  $t_{ef}$  es la edad del meteorito de acuerdo al isótopo emisor  $\beta$ . La ecuación resultante es:

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} - \frac{\dot{\lambda}_\alpha}{\lambda_\alpha} \cong \frac{2}{t_\alpha^2} (t_{ef} - t_\alpha). \quad (4-3-36)$$

Este es el caso del  $^{87}\text{Rb} - ^{87}\text{Sr}$ , en el cual  $\lambda_\alpha$  corresponde nuevamente al decaimiento  $\alpha$  del Uranio en Plomo, y  $\lambda$  al decaimiento del  $^{187}\text{Rb}$ .

El caso del  $^{40}\text{K}$  es más complicado ya que existen dos formas de decaimiento: por emisión  $\beta$  y por captura de un electrón. La constante de decaimiento efectiva es la suma de las dos constantes de decaimiento parciales  $\lambda_e$  y  $\lambda_\beta$ . Sólo la emisión  $\beta$  aumenta la abundancia de  $^{40}\text{A}$ . En el caso de constantes independientes del tiempo, es fácil obtener la ecuación:

$$t_{ef} = \frac{1}{\lambda_e + \lambda_\beta} \ln \left\{ 1 + \frac{^{40}\text{A}}{^{40}\text{K}} \left( \frac{\lambda_e + \lambda_\beta}{\lambda_e} \right) \right\}, \quad (4-3-37)$$

donde  $^{40}\text{A}/^{40}\text{K}$  es la concentración relativa de argón y potasio, y se ha supuesto que la concentración inicial de ese isótopo de argón es cero. En la aproximación adiabática podemos reemplazar en la Ec. (4-3-35) las expresiones de las constantes de decaimiento dependientes del tiempo. Teniendo en cuenta que  $\lambda_e = 0.557 \cdot 10^{-10}$  años $^{-1}$  y que  $\lambda_\beta = 0.472 \cdot 10^{-9}$  años $^{-1}$ , ésto es, que  $\lambda_e \ll \lambda_\beta$ , obtenemos la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned}
 & [ e^{\lambda_{\text{T}}^{\text{o}} t_{\text{ef}}} - e^{\lambda_{\text{T}}^{\text{o}} t_{\alpha}} ] \frac{\lambda_{\text{e}}^{\text{o}}}{\lambda_{\text{T}}^{\text{o}}} \cong \frac{\lambda_{\beta}^{\text{o}}}{\lambda_{\text{T}}^{\text{o}}} \frac{1}{2} [ \frac{\lambda_{\beta}^{\text{o}}}{\lambda_{\text{T}}^{\text{o}}} - \\
 & - (e^{\lambda_{\text{T}}^{\text{o}} t_{\alpha}} - 1) \frac{\lambda_{\beta}^{\text{o}}}{\lambda_{\text{T}}^{\text{o}}} ] t_{\alpha} - \frac{1}{2} t_{\alpha}^2 \lambda_{\text{T}}^{\text{o}} \frac{\lambda_{\alpha}^{\text{o}}}{\lambda_{\alpha}^{\text{o}}}, \quad (4-3-38)
 \end{aligned}$$

donde  $t_{\text{ef}}$  es la edad determinada por las abundancias de potasio y argón, y  $\lambda_{\text{T}} = \lambda_{\text{e}} + \lambda_{\beta}$ .

Con estas ecuaciones, podemos ahora relacionar la variación de las constantes fundamentales con las diferencias entre las distintas determinaciones de las edades de meteoritos.

#### IV-IV RESONANCIAS DE CAPTURA DE NEUTRONES

La fisión espontánea que tuvo lugar en las minas de Oklo, descrita en la sección 5 del capítulo II, produjo un flujo de neutrones durante el período de funcionamiento del reactor que disminuyó considerablemente las abundancias isotópicas de núcleos absorbedores fuertes. Conociendo el flujo total de neutrones y las abundancias isotópicas del Samario, Shlyakhter<sup>74</sup> dedujo que la sección eficaz de captura de neutrones del Sm149, promediada térmicamente (SECT) era:

$$\langle \sigma_{\text{oklo}} \rangle_{\text{Sm}} = (55 \pm 8) \times 10^3 \text{ b.} \quad (4-4-1)$$

El valor moderno es:

$$\langle \sigma_{\text{Hoy}} \rangle_{\text{Sm}} = (50 \pm 5) \times 10^3 \text{ b.} \quad (4-4-2)$$

Ambos valores difieren en menos del 10%, y el valor medio del ritmo de variación de la SECT, teniendo en cuenta que el período de funcionamiento del reactor  $t_0$  se remonta a  $1.8 \times 10^9$  años atrás, es el siguiente:

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma}(\text{Sm}) = (5 \pm 5) \times 10^{-11} \text{ yr}^{-1}. \quad (4-4-3)$$

De acuerdo al trabajo de Shlyakhter<sup>74</sup>, la relación entre las SECT teórica  $N_{\text{teor}}$  y medida  $N_{\text{obs}}$  de un dado núcleo absorbedor es inversamente proporcional a la relación entre

las abundancias medida  $N_{obs}$ , predicha usando la SECT actual,

$N_{teor}$ :

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} \cong \frac{\sigma_{obs} - \sigma_{teor}}{\sigma_{teor} t_o} \cong \frac{N_{teor} - N_{obs}}{N_{obs} t_o}, \quad (4-4-4)$$

y de esta forma obtenemos los siguientes resultados:

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} (\text{Gd}^{157}) = 0.0 \pm 0.4 \cdot 10^{-9} \text{ años}^{-1}, \quad (4-4-5)$$

$$\frac{\dot{\sigma}}{\sigma} (\text{Eu}^{151}) = 0.0 \pm 0.7 \cdot 10^{-9} \text{ años}^{-1}. \quad (4-4-6)$$

TABLA IV-1

isotopo	$\log_{10}(N_{obs}/N_{teor})$
Gd <sup>157</sup>	-0.12 ± 0.24
Eu <sup>151</sup>	-0.29 ± 0.24

Por otra parte, el isótopo Cd<sup>113</sup> es también un fuerte absorbedor de neutrones. Para calcular la SECT usamos la ecuación de Bateman<sup>109</sup>

$$N_{113} = \frac{N_{235} \sigma_F \gamma_{113}}{\sigma_{113}} \left[ 1 - e^{-(\Phi \sigma_{113} t)} \right], \quad (4-4-7)$$

donde  $N_{235}$  es la cantidad de  $U_{235}$  presente al comienzo del proceso de fisión,  $\gamma_{113}$  el producto de fisión del Cd<sub>113</sub>,  $\sigma_F$  la sección eficaz de fisión del  $U_{235}$ ,  $t$  el tiempo de funcionamiento del reactor y  $\Phi$  el flujo integrado de

neutrones.

A partir de la Eq.(4-4-9) podemos expresar la  $SECT_{Oklo}$  del  $Cd^{113}$  en función de la cantidad de  $Cd_{113}$   $N_{113}^{Teor}$ , calculada a partir del valor de la SECT actual, y la cantidad medida  $N_{113}^{Obs}$ . Obtenemos la siguiente expresión

$$\frac{N_{113}^{Obs} - N_{113}^{Teor}}{N_{113}^{Obs}} = \frac{\sigma_{113}^{Oklo} - \sigma_{113}^{actual}}{\sigma_{113}^{Oklo}} * \left[ e^{-\left(\Phi \sigma_{113} t\right)} \Phi t \sigma_{113} - 1 \right]. \quad (4-4-8)$$

Utilizando los valores de la Ref.110 que detallamos en la Tabla IV-2 obtenemos el siguiente resultado:

$$\frac{\sigma_{113}^{Oklo} - \sigma_{113}^{actual}}{\sigma_{113}^{Oklo}} = -0.3 \pm 0.5, \quad (4-4-9)$$

lo cual da para el ritmo de variación temporal el siguiente valor:

$$\frac{\dot{\sigma}_{113}}{\sigma_{113}} = 1.7 \pm 2.7 \cdot 10^{-10} \text{ años}^{-1}. \quad (4-4-10)$$

Tabla IV-2

$$\begin{aligned} \Phi t &= 4 \cdot 10^{20} \text{ neutrones/cm}^2 & \gamma_{113} &= 0.012 \% \\ \sigma_F &= 580 \text{ barns} & \sigma_{113}^{actual} &= 2 \cdot 10^4 \text{ barns} \\ N_{113}^{Teor} / N_{113} &= 20/160 & N_{113}^{Obs} / N_{113} &= 0.10 \pm 0.05 \left[ \begin{array}{l} \text{promedio} \\ \text{sobre 3} \\ \text{muestras} \end{array} \right] \end{aligned}$$

A continuación intentaremos relacionar el cambio en el SECT con la variación en el tiempo de las constantes fundamentales en el marco de nuestro modelo.

La SECT se puede expresar de la siguiente manera<sup>∞</sup>:

$$\langle \sigma v \rangle \propto W_0^{-1/2} \Gamma_{OM} \int_0^{\infty} dE E^{1/2} e^{-E/T} \frac{\Gamma_{\gamma}}{(E - E_0)^2 + \Gamma_{\gamma}^2} \quad (4-4-11)$$

donde T es la temperatura de funcionamiento del reactor,  $\Gamma_{OM}$  es el factor independiente de la energía del ancho de decaimiento del neutrón,  $\Gamma_{\gamma}$  es ancho del decaimiento  $\gamma$ ,  $W_0$  es la energía de ligadura del neutrón menos ligado del núcleo compuesto y  $E_0$  es la energía (cinética) de resonancia del neutrón.

Esta ecuación puede ser reescrita como sigue:

$$\langle \sigma v \rangle \propto \left( \frac{T}{W_0} \right)^{1/2} \Gamma_{OM} \operatorname{Re} [ z \omega(z) ], \quad (4-4-12)$$

donde  $\omega(z)$  es la función error compleja, y

$$z^2 = \frac{E_0 + i \Gamma_{\gamma}}{T}, \quad \operatorname{Im}(z) > 0. \quad (4-4-13)$$

A partir de la Ec. (4-4-12) podemos calcular el cambio en la sección eficaz cuando varían las constantes fundamentales. A primer orden en las variaciones de los parámetros obtenemos:

$$\frac{\delta \langle \sigma v \rangle}{\langle \sigma v \rangle} = \frac{\delta \Gamma_{on}}{\Gamma_{on}} + \frac{1}{2} \frac{\delta T}{T} + \frac{1}{\text{Re}(Z \omega(Z))} *$$

$$* \left\{ \frac{\text{Re}(B)}{2} \frac{\delta T}{T} + \frac{1}{2} \frac{\delta E_o}{E_o} \frac{(\text{Re}(B) + \text{Im}(B) s)}{1 + s^2} + \frac{\delta \Gamma}{\Gamma} \frac{1}{2(1 + s^2)} (\text{Re}(B) s^2 - \text{Im}(B) s) \right\} - \frac{\delta W}{W}, \quad (4-4-14)$$

en donde

$$s = \frac{\Gamma}{E_o}, \quad \Gamma \cong \Gamma_\gamma, \quad \frac{\delta \Gamma_{on}}{\Gamma_{on}} \cong \frac{\delta \Lambda}{\Lambda} \quad (\text{límite quiral}),$$

$$B = Z \omega(Z) + Z^2 \frac{2i}{\pi} - 2 Z^2 \omega(Z). \quad (4-4-15)$$

Usando los valores numéricos de la tabla IV-3 obtenemos los coeficientes que relacionan la variación de la SECT con la variación de  $W_o$ ,  $\Gamma_{om}$ ,  $T$ ,  $E_o$  y  $\Gamma_\gamma$ , lo cuales mostramos en la tabla IV-4.

Tabla IV-3

[mev]	Sm	Gd	Eu	Cd
$E_o$	98	30	327	178
$\Gamma_\gamma$	63	100	70	113
$\Gamma_n$	0.5	.030	.065	.650
$T$	86	86	86	86
$Q_{99}$ [barn]	0.06	2	1.2	0

TABLA IV-4

$\frac{\delta \langle \sigma v \rangle}{\langle \sigma v \rangle} (\text{isot})$	$\frac{\delta W_o}{W_o}$	$\frac{\delta \Gamma_{OM}}{\Gamma_{OM}}$	$\frac{\delta T}{T}$	$\frac{\delta E_o}{E_o}$	$\frac{\delta \Gamma_\gamma}{\Gamma_\gamma}$
$\text{Sm}^{149}$	-0.5	1	-0.333	-0.685	-0.147
$\text{Gd}^{157}$	-0.5	1	-0.200	-0.379	-0.321
$\text{Eu}^{151}$	-0.5	1	-2.987	-2.526	-0.960
$\text{Cd}^{113}$	-0.5	1	-1.649	-1.580	-0.569

Los cambios en los anchos se pueden relacionar fácilmente con la variación en el tiempo de  $\alpha$  y  $\Lambda$  (en el límite quirral). Estos serán pequeños comparados con otras contribuciones. El cambio en la temperatura  $T$  puede ser relacionado con el cambio en la sección eficaz de fisión del uranio y en la energía liberada en dicho proceso. Sin embargo, la gran incerteza en la temperatura es mucho más grande que cualquier variación en el tiempo inducida. Esto nos fuerza a agregar esta estimación al error total en la determinación de la SECT:

$$\frac{T^{\max} - T^{\min}}{T^{\text{media}}} = \frac{900 \text{ K} - 300 \text{ K}}{600 \text{ K}} = 1. \quad (4-4-16)$$

A diferencia del análisis de los emisores  $\beta$ , las distintas contribuciones a la energía de resonancia no pueden calcularse sólo a partir de la FSM y la Eq. (3-5-31), ya que no sirven para el estado excitado del núcleo

compuesto. Trataremos el estado fundamental y el estado //excitado como estados de un gas de Fermi a temperatura cero y distinta de cero respectivamente. Las diferencias de energía correspondientes estarán dadas por:

$$W_o = E_g (A) - E_g (A+1), \quad (4-4-17)$$

$$E_o = E^* (A+1) - E_g (A+1) - W_o, \quad (4-4-18)$$

donde  $E_g$  y  $E^*$  son las energías de los estados fundamental y excitado respectivamente. Cada una de estas energías tiene contribuciones cinética, electromagnética, débil y fuerte. Las mismas serán calculadas perturbativamente, tomando como estado nuclear no perturbado al de dos gases de Fermi completamente degenerados, conteniendo protones y neutrones respectivamente.

La energía cinética a temperatura  $T^*$  del nivel excitado del núcleo compuesto, está dada por la conocida fórmula<sup>80</sup>:

$$E^* = E_k \left[ 1 + \frac{35}{12} \pi^2 \frac{T^{*2}}{\mu^2} \right], \quad (4-4-19)$$

de la cual estimamos

$$\frac{T^*}{\mu} \approx \left[ \frac{W_o}{E_k} \frac{12}{35 \pi^2} \right]^{1/2}, \quad (4-4-20)$$

en donde  $\mu$  es el potencial químico del gas.

La energía  $E_k$  es la suma de las energías cinéticas de los

gases de neutrones y protones, y se puede escribir como sigue

$$E_K = \frac{3}{5} \left[ Z E_F^Z + N E_F^N \right], \quad (4-4-21)$$

$$\text{donde } E_F^{N(Z)} = \frac{1}{2} \left[ \frac{9\pi}{4} \frac{N(Z)}{A} \right]^{2/3} \frac{\hbar^2}{m_{p(n)} r_0^2}, \quad (4-4-22)$$

y  $r_0 = 1.25 \cdot 10^{-13}$  cm.

La principal contribución a la variación de  $E_K$  surge del escaleo general (3-5-28). Sin embargo existe una contribución debido a la variación de  $\Delta m$ , ya que el número de neutrones en estos núcleos es bastante mayor que el número de protones. Si derivamos (4-4-19) respecto del tiempo obtenemos la siguiente ecuación

$$\dot{E}_K = 0.029 (N-Z) \frac{\dot{\Delta m}}{\Delta m} \text{ Mev.} \quad (4-4-23)$$

Para estimar las contribuciones electromagnética y débil a la energía, usaremos la aproximación siguiente:

$$\Delta E_i = \frac{1}{2} \int d^3x d^3x' n(\mathbf{x}) V_i(\mathbf{x} - \mathbf{x}') n(\mathbf{x}'), \quad (4-4-24)$$

donde  $V_i$  es un potencial local entre dos nucleones y  $n$  es la densidad local de número de nucleones. En el espacio de momentos escribimos:

$$\Delta E_i = \frac{1}{2} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} n(\mathbf{k}) V_i(\mathbf{k}) n(-\mathbf{k}), \quad (4-4-25)$$

o, usando la distribución de Fermi-Dirac para  $n(\mathbf{k})$ :

$$\Delta E_i = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^\infty k^2 dk V_i(k) * \left\{ \exp \left[ \left( \frac{k^2}{2m} - \mu \right) / T \right] + 1 \right\}^{-2}. \quad (4-4-26)$$

Podemos evaluar esta integral para el caso de  $(T/\mu) \ll 1$ , obteniendo:

$$E_c(T) = E_c(0) \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{T^*}{\mu} \right), \quad (4-4-27)$$

$$E_w(T) = E_w(0) \left( 1 - \frac{3}{2} \frac{T^*}{\mu} \right), \quad (4-4-28)$$

donde  $E_c(0)$  y  $E_w(0)$  son las contribuciones al estado fundamental de las interacciones coulombiana y débil, las cuales ya sabemos calcular.

La diferencia de energía coulombiana entre los estados fundamentales de los dos isótopos  $A$  y  $A+1$  no puede ser calculada con precisión a partir de la FSM, dado que ambos núcleos tienen la misma carga. En lugar de ello, la contribución principal puede ser calculada a partir de la interacción del momento cuadrupolar del núcleo con el gradiente del campo eléctrico nuclear:

$$W_{oc} = - \frac{1}{2} \Delta Q_{33} \frac{Z \alpha}{R^3}, \quad (4-4-29)$$

donde  $\Delta Q_{33}$  es la diferencia de momentos cuadrupolares entre el núcleo absorbente y el núcleo compuesto, las cuales están tabulados en la Tabla IV-3. De esta tabla se desprende que el cálculo de  $W_{oc}$  en el caso del  $Cd_{113}$  debe hacerse de otra manera, ya que el momento cuadrupolar de éste es cero. La energía coulombiana la evaluamos calculando la energía dipolar magnética, considerando al núcleo como una esfera magnetizada uniformemente, en ausencia de un campo magnético externo. La fórmula para la energía es<sup>111</sup>

$$E_{mag} = \frac{\mu_0}{2} \int_{vol} d^3x \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}, \quad (4-4-30)$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del vacío,  $\mathbf{M}$  es la imanación (uniforme), y  $\mathbf{H} = -\frac{1}{3} \mathbf{M}$  es el campo magnético generado en el interior del núcleo. Si efectuamos la integración obtenemos

$$E_{mag} = \frac{\mu_0}{6} \frac{\mu^2}{V}, \quad (4-4-31)$$

donde  $\mu = V * M$  es el momento magnético nuclear, que para el  $Cd_{113}$  vale  $-0.6195 \mu_n$  ( $\mu_n$  es el magnetón nuclear).

Los resultados finales para las contribuciones electrostática y débil a  $W_o$  se muestran en la siguiente Tabla

Tabla IV-5

[Mev]	Sm	Gd	Eu	Cd
$W_{ow}$	$-2.52 \cdot 10^{-5}$	$-2.47 \cdot 10^{-5}$	$-2.52 \cdot 10^{-5}$	$-2.57 \cdot 10^{-5}$
$W_{oc}$	$-9.21 \cdot 10^{-1}$	-30.1	-18.5	$-3.61 \cdot 10^{-5}$
$W_{ok}$	-21.7	-21.9	-21.6	-21.4
$E_{ow}$	$-3.04 \cdot 10^{-5}$	$-3.15 \cdot 10^{-5}$	$-3.02 \cdot 10^{-5}$	$-2.85 \cdot 10^{-5}$
$E_{oc}$	-1.31	27.8	16.2	-1.88
$T^* / \mu$	$8.69 \cdot 10^{-3}$	$8.37 \cdot 10^{-3}$	$8.55 \cdot 10^{-3}$	$1.11 \cdot 10^{-2}$

Dada la sencillez de nuestro modelo, la contribución fuerte a  $W_o$  y  $E_o$  la estimamos por diferencia con las demás contribuciones.

Podemos calcular la variación en el tiempo de la energía resonante de captura a partir de la ecuación

$$\begin{aligned} \frac{\dot{E}}{E} = & \frac{E_{oc}}{E_o} \frac{\dot{E}_{oc}}{E_{oc}} + \frac{E_{ow}}{E_o} \frac{\dot{E}_{ow}}{E_{ow}} + \\ & + \frac{E_{os}}{E_o} \frac{\dot{E}_{os}}{E_{os}} + \frac{E_{ok}}{E_o} \frac{\dot{E}_{ok}}{E_{ok}}, \end{aligned} \quad (4-4-32)$$

de los resultados de la Tabla IV-5 y de las expresiones generales para la variación de las distintas energías de acuerdo al análisis del capítulo III. En la siguiente tabla se muestran los resultados finales para los coeficientes de las ecuaciones condicionales de los cuatro núcleos analizados. El error de las ecuaciones tiene en cuenta el

error en la temperatura.

El cálculo de los efectos observables en el fenómeno de Oklo es difícil y lleno de ambigüedades. Los coeficientes tabulados pueden estar incorrectos en un orden de magnitud y hemos multiplicado por tres la desviación standard de las medidas (incluida la de la temperatura) para tener en cuenta las incertezas teóricas.

TABLA IV-6

isot	$\frac{\dot{M}_N}{M_N}$	$\frac{\dot{M}_\pi}{M_\pi}$	$\frac{\dot{\Delta M}}{\Delta M}$	$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha}$	$\frac{\dot{G}_F}{G_F}$	error [ $10^{-11}$ añ <sup>-1</sup> ]
Sm <sup>149</sup>	9.17 10 <sup>6</sup>	-9.17 10 <sup>6</sup>	-1.58 10 <sup>5</sup>	9.17 10 <sup>6</sup>	176	69
Gd <sup>157</sup>	-3.51 10 <sup>8</sup>	3.51 10 <sup>8</sup>	-2.83 10 <sup>5</sup>	-3.51 10 <sup>8</sup>	331	123
Eu <sup>151</sup>	-1.25 10 <sup>8</sup>	1.25 10 <sup>8</sup>	-1.72 10 <sup>5</sup>	-1.25 10 <sup>8</sup>	194	630
Cd <sup>113</sup>	1.67 10 <sup>7</sup>	-1.67 10 <sup>7</sup>	-2.00 10 <sup>5</sup>	1.66 10 <sup>7</sup>	210	280

#### IV-V EXPERIMENTOS DE LABORATORIO

##### *Osciladores Estables*

Hemos visto que en el experimento de Turneaure y Stein<sup>57</sup> se determinó una cota a la variación de  $\alpha$ , suponiendo que solo ésta variaba. Sin embargo, la cantidad para la cual se aplica la cota en nuestro modelo es la siguiente:

$$3 \frac{\dot{\alpha}_{ef}}{\alpha} = \frac{\dot{m}_e}{m_e} - \frac{\dot{M}_{Cs}}{M_{Cs}} + 3 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \leq 1.2 \cdot 10^{-11} \text{ a\AA}^{-1}, \quad (4-5-1)$$

en donde  $M_{Cs}$  es la masa del núcleo de Cesio.

La expresión para la variación de  $M_{Cs}$  la obtenemos de la Eq. (3-5-34), la FSM y la Eq. (3-5-31) para la energía débil.

$$3 \frac{\dot{\alpha}_{ef}}{\alpha} = 3 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + \frac{\dot{m}_e}{m_e} - 0.95 \frac{\dot{m}}{m} + 0.023 \frac{\dot{m}_\pi}{m_\pi}, \quad (4-5-2)$$

donde  $m$  es la masa del nucleón.

##### *Experimentos de Eötvos*

El experimento de Eötvos de mayor precisión hasta la fecha fue hecho por Braginsky y colaboradores<sup>24</sup> en Moscú, utilizando cuerpos de prueba de aluminio y platino. La

aceleración correspondía a aquella producida por el campo gravitatorio del Sol  $g_s$ . De acuerdo al resultado (3-6-10), escribimos:

$$\frac{w}{2 g_s} \left| \frac{\dot{M}_{Al}}{M_{Al}} - \frac{\dot{M}_{Pt}}{M_{Pt}} \right| = |\eta| \leq 3 \cdot 10^{-18}, \quad (4-5-2)$$

donde  $M_{Al}$  y  $M_{Pt}$  son las masas de los núcleos de aluminio y platino respectivamente, y  $w$  es la velocidad del sistema solar relativa al fondo cósmico de radiación.

La ecuación final es la siguiente

$$\begin{aligned} - 2.1 \cdot 10^{-9} \frac{\dot{m}}{m} + 1.7 \cdot 10^{-9} \frac{\dot{m}_\pi}{m} - 5.19 \cdot 10^{-5} \frac{\dot{\Delta M}}{\Delta M} - \\ - 2.51 \cdot 10^{-9} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \leq 9.4 \cdot 10^{-12}. \end{aligned} \quad (4-5-3)$$

#### *Medición de las masas de los mesones $K_0$ y $\bar{K}_0$*

De acuerdo al resultado obtenido en la sección III-7, la diferencia de masas  $\Delta M$  entre los mesones  $K_0$  y  $\bar{K}_0$  se escribe, en nuestro modelo, como sigue

$$\Delta M = 2 \dot{H}_{++} (t-t_0), \quad (4-5-4)$$

donde  $\dot{H}_{++}$  es la derivada con respecto al tiempo de la masa del mesón  $\bar{K}_0$ , y  $t_0$  el instante (desconocido) en que las

masas de los mesones son iguales.

Recientemente<sup>100</sup> se determinó para la diferencia entre las masas de los mesones  $K_0$  y  $\bar{K}_0$  la siguiente cota

$$\frac{\Delta M}{M} = (0.0 \pm 6.0) 10^{-19}, \quad (4-5-5)$$

mientras que la cota existente en el año 1982 era

$$\frac{\Delta M}{M} = (0.0 \pm 3.3) 10^{-18}. \quad (4-5-6)$$

A partir de estos valores, obtenemos el siguiente resultado

$$\frac{\dot{\Delta M}}{M} = (0.0 \pm 3.3) 10^{-18} \text{ años}^{-1}, \quad (4-5-7)$$

o bien (ver sección III-7)

$$\frac{\dot{\Lambda}}{\Lambda} + 0.953 \frac{\dot{m}_s}{m_s} + 0.0474 \frac{\dot{m}_d}{m_d} \leq 3.3) 10^{-18} \text{ años}^{-1}. \quad (4-5-8)$$

Esta ecuación, dado el carácter restrictivo del miembro derecho, nos servirá como vínculo para poder expresar la variación de las masas de los quarks en términos de las variaciones (observables directamente) de las masas del mesón promedio, el núcleo promedio y la diferencia de masas entre el protón y el neutrón.

*Los factores giromagnéticos del electrón y del positrón*

A partir de los siguientes valores experimentales para el factor giromagnético anómalo  $a=g/2-1$

t	$g(e^-)$ [ $10^{-12}$ ]	$g(e^+)$ [ $10^{-12}$ ]	Referencia
1984	1159652193(4)	1159652222(50)	102-103
1987	1159652188.4(4.3)	1159652187.9(4.3)	104

podemos estimar una cota superior para la diferencia entre los factores anómalos del electrón y del positrón

$$a(e^-) - a(e^+) \leq 5.9 \cdot 10^{-12}. \quad (4-5-9)$$

Por otro lado, la ecuación (3-7-19) se puede escribir de la siguiente manera

$$\frac{\dot{m}_e}{m_e} - \frac{1}{2} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = \frac{a(e^-) - a(e^+)}{g_0} \frac{1}{(t-t_0)}, \quad (4-5-10)$$

y si elegimos  $t_0=1984$  y  $t-t_0 \cong 4$  años, resulta la siguiente cota rigurosa

$$\frac{\dot{m}_e}{m_e} - \frac{1}{2} \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \leq 6 \cdot 10^{-19} \text{ años}^{-1}. \quad (4-5-11)$$

IV-VI      CORRIMIENTO AL ROJO DIFERENCIAL EN LINEAS DE  
                 ABSORCION DE RADIOFUENTES LEJANAS

Hemos visto en la sección II-6 el análisis del corrimiento al rojo diferencial en las líneas de absorción de la radiofuente AO 0235 + 164.

En nuestro modelo las Ecs. (2-6-6) y (2-6-9) se escriben como sigue:

$$2 \frac{\dot{\alpha}}{\alpha} + \frac{\dot{m}_e}{m_e} - \frac{\dot{m}}{m} \leq 2 \cdot 10^{-14} \text{ años}^{-1}, \quad (4-6-1)$$

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} \leq 4 \cdot 10^{-12} \text{ años}^{-1}. \quad (4-6-2)$$

#### IV-7 LUMINOSIDAD DE ESTRELLAS DEBILES

En primera aproximación vamos a considerar una enana blanca en el límite no relativista, donde disponemos de expresiones analíticas simples para las variables termodinámicas. Cuando las constantes fundamentales varían, la ecuación de la luminosidad toma la siguiente forma:

$$\frac{d L}{d t} = 4 \pi r^2 \rho \varepsilon - \frac{\partial M(r)}{\partial t}, \quad (4-7-1)$$

donde la producción de energía por unidad de masa  $\varepsilon$  está relacionada con la densidad de energía en la forma

$$\rho \varepsilon = \dot{u}, \quad (4-7-2)$$

y  $\rho$  es la densidad de energía relativista, con contribuciones de las energías interna y gravitacional. La densidad de energía puede escribirse

$$u = \rho c^2 + e(r) - \frac{G_N M(r) \rho(r)}{r}, \quad (4-7-3)$$

donde el valor local de la energía interna corresponde a un gas de Fermi no relativista

$$e = \frac{\hbar^2}{15 m_e \pi^2} \left( \frac{3 \pi^2 \rho}{m_N \mu} \right)^{5/3}. \quad (4-7-4)$$

A partir de estas ecuaciones encontramos

$$\rho \dot{\epsilon} = \dot{u} = \frac{\dot{M}_N}{M_N} \rho c^2 - \frac{\dot{m}_e}{m_e} \epsilon - \left( \frac{\dot{G}_N}{G_N} + 2 \frac{\dot{M}_N}{M_N} \right) \frac{G_N M(r) \rho(r)}{r}, \quad (4-7-5)$$

donde  $M_N$  es la masa del núcleo típico de la enana blanca.

Substituyendo en (4-7-1) e integrando sobre el volumen de la estrella obtenemos

$$L = \frac{\dot{M}_N}{M_N} \left( M c^2 - \frac{12}{7} \frac{G_N M^2}{R} \right) - \frac{3}{7} \left( \frac{\dot{m}_e}{m_e} + 2 \frac{\dot{G}_N}{G_N} \right) \frac{G_N M^2}{R}. \quad (4-7-6)$$

El ultimo término es igual a

$$\dot{M} = \frac{\dot{M}_N}{M_N} M c^2 - \frac{3}{7} \left( \frac{\dot{G}_N}{G_N} + 2 \frac{\dot{M}_N}{M_N} - \frac{\dot{R}}{R} \right) \frac{G_N M^2}{R}, \quad (4-7-7)$$

y el ritmo de variación temporal del radio puede obtenerse de la relación masa-radio para enanas blancas:

$$\frac{\dot{R}}{R} = - \left( \frac{\dot{G}_N}{G_N} + 2 \frac{\dot{M}_N}{M_N} + \frac{\dot{m}_e}{m_e} \right). \quad (4-7-8)$$

Si substituimos (4-7-7) y (4-7-8) en (4-7-6) obtenemos el

siguiente resultado

$$L = 0. \tag{4-7-9}$$

Este resultado no debe sorprendernos, ya que en nuestro modelo la energía no es una cantidad conservada, sino que es inyectada en el sistema por la variación de las constantes fundamentales. El balance de energía correcto es, en el límite no relativista

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial E}{dt} + \text{div} \mathbf{j}, \tag{4-7-10}$$

donde E es ahora la densidad de energía local y j es la corriente de energía. La derivada total con respecto al tiempo es la producción de energía debido a la variación en el tiempo de las constantes fundamentales, mientras que la derivada parcial es el cambio local. Sin embargo, nuestro sistema es hamiltoniano en esta aproximación, y para toda teoría hamiltoniana se cumple la siguiente identidad:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{dt}, \tag{4-7-11}$$

y si tomamos el valor de expectación de la Ec. (4-7-10) encontramos que j se anula y, dado que la luminosidad es el flujo de j, no existe luminosidad anómala en nuestro modelo.

## CAPITULO V

### RESULTADOS Y CONCLUSIONES

#### *Solución de las Ecuaciones: Ajuste por Elementos*

A lo largo del capítulo anterior hemos analizado una serie de fenómenos físicos y observaciones en un marco donde varias constantes fundamentales pueden cambiar adiabáticamente con el tiempo. El resultado de ese análisis se puede sintetizar en el conjunto de ecuaciones presentadas en la tabla V-2 junto con el respectivo conjunto de datos observacionales que se muestran en la tabla V-1. Tenemos entonces el siguiente sistema de ecuaciones

$$A x = L + V \quad (5-1)$$

donde  $A$  es la matriz de 9 columnas y 28 filas cuyos coeficientes se muestran en la tabla V-2,  $x$  es el vector de 9 componentes que representa los parámetros que queremos calcular,  $L$  y  $V = [v_i]$  son los vectores de 28 componentes que contienen respectivamente las estimaciones de los valores medios y las dispersiones de los parámetros observacionales (tabla V-1).

Las variaciones (o ausencia de ellas) se refieren a escalas de tiempo que van desde la edad de nuestro sistema solar (meteoritos) hasta la duración de un experimento con relojes atómicos (12 días). Sin embargo, la independencia

con respecto al tiempo de los ritmos de variación (derivadas logarítmicas) de las constantes fundamentales, supuesta como buena aproximación para escalas pequeñas comparadas con la edad del Universo, nos permite estudiar las restricciones impuestas por las ecuaciones en forma conjunta sobre la variación de las constantes fundamentales.

Las ecuaciones se resuelven para las derivadas logarítmicas de  $m$ ,  $\Delta M$ ,  $M_{mp}$ ,  $m_e$ ,  $\alpha$ ,  $G_N$ ,  $G_F$ ,  $n$  (tidal) y  $\Omega$  (no tidal). Las mismas forman un conjunto sobredeterminado de vínculos que deben satisfacer los datos observacionales. Estos datos observacionales los consideramos variables aleatorias con distribución normal, no correlacionadas entre sí, cada una con una dispersión  $p_i \sigma$ , donde  $p_i$  (que es conocido) se denomina peso del parámetro observable  $i$ -ésimo, y  $\sigma$  es una dispersión de referencia elegida convenientemente. Las derivadas logarítmicas tienen consecuentemente una distribución conjunta normal. Basados en la bien establecida teoría de ajuste por elementos, escribimos las siguientes ecuaciones<sup>125</sup>

$$\bar{x} = C L, \tag{5-2}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i p_i v_i^2}{(n - m)}}, \tag{5-3}$$

donde  $\bar{x}$  es el mejor estimador de los valores medios de las  $m$  derivadas logarítmicas de las constantes fundamentales, 's' el mejor estimador de  $\sigma$ ,  $n$  es el número de ecuaciones y  $C$  está definida como sigue

$$C = B^{-1} A^T P, \tag{5-4}$$

$$B = A^T P A, \tag{5-5}$$

donde  $A^T$  es la matriz traspuesta de  $A$  y  $P$  es la matriz diagonal construída con los pesos  $p_i$ .

El error en la estimación  $\bar{x}$  está dado por los elementos diagonales de la siguiente matriz

$$\sigma [\bar{x}_j] = \sqrt{(B^{-1})_{jj}} \sigma \cong \sqrt{(B^{-1})_{jj}} \sqrt{\frac{\sum_i p_i v_i^2}{(n - m)}} \tag{5-6}$$

La distribución conjunta de los estimadores  $\bar{x}$  es en general no factorizable debido al carácter no diagonal de  $B$ . De hecho las correlaciones entre los estimadores están dadas por la siguiente fórmula

$$\sigma [\bar{x}_i \bar{x}_j] = \sqrt{(B^{-1})_{ij}} \sigma \cong \sqrt{(B^{-1})_{ij}} \sqrt{\frac{\sum_i p_i v_i^2}{(n - m)}} \tag{5-7}$$

### *Variación de Parámetros Observables*

En la tabla V-4a se muestra una solución de cuadrados mínimos, junto con límites con un 95% de confianza. Estos últimos límites son mucho menores que el ritmo de Hubble (como se puede ver en la última columna de la tabla) y de esta forma podemos excluir la hipótesis de los grandes números de Dirac y, más en general, toda teoría que presente grandes variaciones de las constantes fundamentales. Estas teorías deberían satisfacer, sin embargo, las hipótesis de nuestro modelo fenomenológico. Las teorías covariantes de escala no las satisfacen (no son teorías hamiltonianas), y por lo tanto no están excluidas por este trabajo.

En la tabla V-4d muestra las correlaciones entre los resultados de la tabla V-4a. Las elevadas correlaciones entre  $m_s$  y  $\alpha$  no sugiere necesariamente la existencia de un vínculo funcional entre las variaciones de dichos parámetros, ya que son correlaciones entre los *estimadores* de los mismos, que surgen del particular conjunto de observaciones que se han considerado. Sí podemos decir que dichas correlaciones aumentan la dispersión de dichos estimadores, los cuales no son claramente distinguibles por las observaciones.

En la tabla V-3 se muestran las ecuaciones que vinculan las variaciones de los parámetros observables con las masas de los quarks u,d y s y el parámetro de escala  $\Lambda$ , denotadas por el vector Z, (cuatro observables independientes fijan la variación en el tiempo de los cuatro parámetros  $m_u$ ,  $m_d$ ,  $m_s$  y  $\Lambda$ ), las cuales escribimos de la siguiente forma

$$Z = G x. \quad (5-8)$$

Si invertimos estas ecuaciones, a partir de los resultados de la tabla V-4a podemos hallar cotas para la variación de las masas de los quarks y  $\Lambda$ , así como las correlaciones entre sus estimadores (tabla V-4e), obtenidos de la siguiente fórmula<sup>125</sup>

$$M = \sigma^2 G B^{-1} G^T, \quad (5-9)$$

donde M es la matriz de momentos de Z. Esta fórmula la utilizamos también para calcular las dispersiones de los parámetros derivados que a continuación analizamos.

#### *Variación de parámetros derivados*

Dado que nuestras cotas forman un conjunto consistente, podemos obtener a partir de ellas cotas para la variación de otros parámetros fundamentales del MS, tales como la masa del mesón intermediario Z, o el valor de expectación del vacío (VEV) del campo de Higgs, v. La segunda parte de la tabla V-4 muestra estas cotas, calculadas a partir de las ecuaciones (3-3-1) a (3-3-6) y de los resultados de la tabla V-4a. Es importante tener en cuenta las correlaciones entre los parámetros observables (Ec.5-9), ya que los mismos mejoran las cotas obtenidas. Estas cotas son consistentes con los datos experimentales e independientes de cualquier conspiración entre las constantes.

De la misma forma, podemos encontrar cotas superiores para la variación de las constantes fundamentales en la escala de gran unificación (GU). Estos resultados, junto con los ritmos de variación de los parámetros dependientes del modelo, se muestran en la última parte de la tabla V-4. Vemos que es posible descartar toda variación de las constantes de gran unificación comparable al ritmo de Hubble, al 95% de confianza (tomando dos desviaciones standard). Estas conclusiones están sujetas a las limitaciones señaladas en el capítulo III (el modelo no puede relacionarse fácilmente con las predicciones de teorías como la teoría covariante de escala).

En la Tabla V-4g comparamos las cotas a la variación de las constantes fundamentales obtenidas en esta tesis con las variaciones predichas por algunas de las teorías discutidas en esta tesis.

*Variación del tamaño de las Dimensiones Extra en las Teorías de Kaluza Klein Y Supercuerdas*

Tanto las teorías de Kaluza Klein como de supercuerdas predicen variaciones temporales de las constantes fundamentales, dependiendo de los parámetros del modelo cosmológico. En estas teorías, el valor común de las constantes de acoplamiento en la escala GU está relacionado con el tamaño de las dimensiones extra  $R_N \cong \Lambda_U^{-1}$ . En el caso de las teorías de Kaluza-Klein,  $\alpha_U \cong R_N^{-2}$ , y de esta relación encontramos el siguiente resultado:

$$\left| \frac{\dot{R}_N}{R_N} \right| \leq 3 \cdot 10^{-13} \text{ años}^{-1}, \quad (5-10)$$

para el ritmo de contracción actual. Nuevamente, este resultado es independiente de cualquier conspiración entre los diferentes ritmos de variación. Nuestras cotas también imponen vínculos muy estrictos sobre la variación en el tiempo de las constantes fundamentales inducidas en las teorías de supercuerdas. En efecto, en el modelo presentado en la tercera sección del capítulo I se cumple la siguiente relación entre los ritmos de variación de  $G_N$  y del radio de las seis dimensiones extra  $R_\sigma$ :<sup>9</sup>

$$\left( \frac{\dot{G}_N}{G_N} \right) = -6 \frac{\dot{R}_\sigma}{R_\sigma}, \quad (5-11)$$

de donde obtenemos la siguiente cota para el ritmo de variación de  $R_\sigma$ :

$$\frac{\dot{R}_\sigma}{R_\sigma} \leq 7.8 \cdot 10^{-12}. \quad (5-12)$$

### *Verificación del Principio de Equivalencia Fuerte*

Como hemos mencionado antes, el principio de equivalencia de Einstein implica que todas las constantes no gravitacionales de la naturaleza deben ser independientes del espacio y del tiempo. El principio de equivalencia fuerte extiende este requerimiento a las constantes gravitatorias (en nuestro caso sólo la de Newton). Nuestros resultados muestran que ambas formas del principio de equivalencia se satisfacen muy bien, dentro de una fracción muy pequeña del ritmo de Hubble. Dado que la validez irrestricta del principio de equivalencia lleva a la teoría de la relatividad general como la única teoría de bajas energías de la gravitación, nuestros resultados deben ser considerados como una verificación precisa de la relatividad general.

### *Consecuencias de la validez del principio de Mach*

Como hemos visto en el capítulo I, el principio de Mach predice la siguiente relación

$$\frac{\dot{G}_N}{G_N} + \frac{\dot{M}}{M} = \frac{\dot{R}}{R}, \quad (5-13)$$

donde H es el ritmo de Hubble, R el radio del Universo observable (causalmente conectado) y M la masa del mismo.

Dado que la cota para la variación de  $G_N$  resulta mucho menor que el ritmo de Hubble (este último es de orden igual al ritmo de variación de  $R$ ), el principio de Mach vincula el radio del Universo observable con la masa total contenida en él. Por otro lado, podemos escribir para la variación de la masa total del Universo  $M_T$  la siguiente ecuación

$$\frac{\dot{M}_T}{M_T} = \frac{\dot{\bar{\rho}}}{\bar{\rho}} + 3 \frac{\dot{a}}{a}, \quad (5-14)$$

donde  $a$  es el parámetro de escala del Universo y  $\bar{\rho}$  es la densidad media del mismo, para la cual podemos escribir:

$$\frac{\dot{\bar{\rho}}}{\bar{\rho}} = \frac{\dot{M}}{M} - 3 \frac{\dot{R}}{R}. \quad (5-15)$$

Como se ve, estamos considerando sólo el caso de un Universo dominado por materia (la identificación de las densidades medias en las Ecs.(5-14/15) es posible sólo si la distribución global de materia en la región del Universo causalmente conectada es la misma que la del Universo *total*).

Si la materia bariónica que compone los sistemas analizados en esta tesis (planetas, meteoritos, pulsares, etc.) constituye el grueso de la materia que compone el Universo, podemos extender la cota sobre el ritmo de variación de las masas de los nucleones al ritmo de variación de la materia total del Universo. En este caso, podemos desprestigiar la variación de  $M_T$  en la Ec.(5-14), y de las Ecs. (5-13/15) obtenemos las siguientes expresiones:

$$\frac{\dot{\bar{\rho}}}{\bar{\rho}} = -2 \frac{\dot{R}}{R} = -3 \frac{\dot{a}}{a}, \quad (5-16)$$

o bien

$$\frac{\dot{R}}{R} = \frac{3}{2} \frac{\dot{a}}{a}, \quad (5-17)$$

Si el parámetro de escala  $a$  es proporcional a una simple potencia del tiempo, de la expresión para  $R$  en el caso de una métrica de Robertson-Walker

$$R(t) = a(t) \int_0^t \frac{ds}{a(s)}, \quad (5-18)$$

y de la ecuación (5-17) obtenemos el siguiente resultado

$$a = a_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^{2/3}, \quad (5-19)$$

que coincide con la expansión de un universo de Friedmann plano.

En los casos de una dependencia más general los resultados no son consistentes con ninguna solución de las ecuaciones de Einstein para el caso de un Universo homogéneo e isótropo, tanto en caso de un universo dominado por materia como uno dominado por radiación.

Recordamos que uno de los principales logros del principio de Mach, (o de toda teoría basada en el mismo tal como la teoría gravitacional de Brans-Dicke), es explicar los grandes valores de números adimensionales que contienen  $G_N$  como consecuencia del tamaño y distribución de masa del Universo.

#### *Consecuencias de una refutación de la HGN*

Hemos visto que los resultados obtenidos descartan toda

variación de las constantes fundamentales comparable al ritmo de Hubble, y por lo tanto queda descartada también la HGN. Mas precisamente, la HGN sostiene que números pequeños como  $\alpha$  y el cociente  $m_p/m_e$  deben ser independientes del tiempo<sup>12c</sup>, por lo que de la relación

$$\frac{\alpha}{G_N m_p^2 m_e} \cong t_U, \quad (5-20)$$

obtenemos la siguiente ecuación

$$\frac{\dot{G}_N}{G_N} + 3 \frac{\dot{m}_p}{m_p} = \frac{1}{t_U}, \quad (5-21)$$

de la cual deducimos, a partir de nuestras cotas, una edad mínima para el Universo de  $5.2 \cdot 10^{11}$ . Esta edad es 50 veces mayor a la edad aceptada actualmente para el Universo, por lo cual la HGN queda completamente descartada.

### *Comentario (Antropico) Final*

La HGN fue propuesta por Dirac para "explicar" dos hechos: a) El gran valor de las constantes de acoplamiento gravitatorias de las partículas elementales masivas, y b) la coincidencia de estos valores con el orden de magnitud de la edad del Universo expresada en unidades atómicas. Si las constantes fundamentales son independientes del tiempo, algo debemos decir acerca de dichos puntos.

Como hemos mencionado en el capítulo I, Dicke observó que el tiempo requerido por las estrellas para producir carbón y otros elementos bioactivos, y posteriormente al final de su vida dispersarlos en el espacio, está dado aproximadamente

por la vida media  $t_*$  de una estrella en la "secuencia principal" de su evolución, dada por

$$t_* \propto \left( \frac{G_N m_N^2}{h c} \right)^{-1} \frac{h}{m_N c} \cong 10^{10} \text{ años.} \quad (\text{V-22})$$

De esta manera, el punto 'b' se "explica" simplemente por la evidencia de nuestra propia existencia (principio antrópico débil<sup>114</sup>).

Si el principio de Mach no tiene validez, al punto 'a' queda sin explicación. Sin embargo, el principio antrópico puede "explicarlo", pero a diferencia del punto 'b' (cuya "explicación antrópica" sólo se refiere al momento en la historia del Universo en el cual la humanidad puede aparecer), esta explicación es de carácter definitivamente acausal. En efecto, lo que queremos decir es que las constantes fundamentales tienen los valores que tienen (y los han tenido desde siempre), porque ahora el ser humano existe. Este argumento es evidentemente teleológico<sup>114</sup>, y tiene consecuencias filosóficas y teológicas que escapan al desarrollo de esta tesis.

Como vemos, el problema de las constantes fundamentales está abierto desde el punto de vista teórico, tanto si la evidencia observacional favorece la hipótesis de independencia temporal, como si ocurre lo contrario. Sin embargo, tal evidencia es importante en la búsqueda de una respuesta al problema.

## AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar principalmente mi agradecimiento al Profesor Héctor Vucetich, quien concibió la idea original de este trabajo, quien tanto entusiasmo, trabajo y buena voluntad puso a lo largo del mismo, y a quien le debo tantas horas de enriquecedoras discusiones.

Deseo agradecer a D.Avalos, D.Galles, C.Caracoche, F.A.Schaposnik, H.Falomir, H.Fanchiotti, C.A.García Canal, O.Civitarese, O.Piro y A.Plastino, principales acreedores de mi formación profesional de pre- y post-grado.

TABLA V-1: DATOS OBSERVACIONALES

Las columnas muestran el número de dato (correlacionado con el número de ecuación de la Tabla V-2), una descripción simple de los datos, el valor observado y las correspondientes desviaciones standard (en unidades de  $10^{-11}$  años<sup>-1</sup>), el sistema de unidades de la observación y las referencias.

Ec	Descripción	Valor ( $10^{-11}$ años <sup>-1</sup> )	Unid	Ref.
<b>Paleoradio Planetario: <math>\dot{R} / R</math></b>				
1	Mercurio	0.0 ± 0.012	SW	44
2	Luna	0.0 ± 0.015	SW	44
3	Marte	0.0 ± 0.03	SW	44
<b>Aceleración Lunar Secular: <math>\dot{n} / n</math></b>				
4	Transitos de Mercurio	-15.0 ± 1.2	ET	50
5	Eclipses Antiguos	-17.3 ± 1.8	ET	48
6	Ritmos de Crecimiento	-14.2 ± 2.4	AT	47,52
7	Telemetraje Lunar	-13.7 ± 1.0	AT	45
8	Modelos Tidales	-15.2 ± 3.0	SW	46,47
9	Datos Satelitales	-14.4 ± 1.7	SW	46
<b>Aceleración Secular Terrestre: <math>\dot{\Omega} / \Omega</math></b>				
10	Eclipses Solares Antiguos	-24.3 ± 2.0	ET	48
11	Eclipses Lunares Antiguos	-20.6 ± 2.6	ET	111
12	Equinoccios Antiguos	-23.6 ± 2.3	ET	48
13	Ritmos de Crecimiento	-22.5 ± 1.0	AT	47,52
<b>Datos de Telemetraje Marciano (Misiones Viking)</b>				

14	$\dot{G}_N / G_N$	$0.0 \pm 1.2$	AT	53
15	$\dot{\beta}$	$0.0 \pm 2.4$	AT	53

**Datos del Pulsar Binario PSR 1913 + 16**

16	$\dot{n} / n$	$1.0 \pm 1.2$	AT	56
----	---------------	---------------	----	----

**Emisores  $\beta$  de vida media larga:  $\dot{\lambda} / \lambda$**

17	$^{187}\text{Re}$	$0.0 \pm 0.15$	$\alpha\text{U}$	69,98
18	$^{40}\text{K}$	$0.0 \pm 0.29$	$\alpha\text{U}$	67
19	$^{87}\text{Rb}$	$0.0 \pm 0.29$	$\alpha\text{U}$	67

**El Fenómeno de Oklo:  $\dot{\sigma} / \sigma$**

20	$^{149}\text{Sm}$	$0.0 \pm 69.0$	SW	74
21	$^{157}\text{Gd}$	$0.0 \pm 123$	SW	108
22	$^{151}\text{Eu}$	$0.0 \pm 630$	SW	108
23	$^{113}\text{Cd}$	$0.0 \pm 280$	SW	110

**Experimentos de Eötvos**

24	$\eta$ (Al-Pt)	$0.0 \pm 0.06$	SW	24
----	----------------	----------------	----	----

**Lineas de Absorción de Objetos Cuasi Estelares (QSO)**

25	Hip.Hidr/MgII dobl	$0.0 \pm 0.002$	SW	76
26	$\text{Mg}^+ - \text{MgII}$	$0.0 \pm 0.002$	SW	76

**Datos de Laboratorio:**

27	Retraso Relojes Atómicos	$-0.2 \pm 1.2$	SW	58
28	Dif. factor girom. a	$0.0 \pm 0.06$	SW	102-104
29	Dif. Masa $\text{K}^0 - \bar{\text{K}}^0$	$0.0 \pm 3.30 \cdot 10^{-9}$	SW	100-101



10	-11.5	0.0	0.40	-3.83	-1.61	0.0	-1.44
11	-11.5	0.0	0.40	-3.83	-1.61	0.0	-1.44
12	-11.5	0.0	0.40	-3.83	-1.61	0.0	-1.44
13	-6.5	0.0	0.22	-1.83	-2	0.0	-1
14	1.0	$-4.88 \cdot 10^{-4}$	-0.034	1.0	-8	0.0	-4
15	1.02	0.0	$-3.36 \cdot 10^{-2}$	0.0	-4	0.0	-2
16	4.13	0.0	-0.13	2	4	0.0	2
17	$-7.16 \cdot 10^3$	$4.84 \cdot 10^2$	$7.27 \cdot 10^3$	0.0	$-2.28 \cdot 10^4$	2.00	589
18	$-3.30 \cdot 10^2$	-70.6	$2.59 \cdot 10^2$	0.0	766	-7.82	7.06
19	-35.5	3.38	-74.3	0.0	$9.28 \cdot 10^2$	2	-7.8
20	$9.17 \cdot 10^5$	$-1.56 \cdot 10^5$	$-9.17 \cdot 10^5$	0.0	$9.17 \cdot 10^5$	176	0.0
21	$-3.51 \cdot 10^8$	$-2.83 \cdot 10^5$	$3.51 \cdot 10^8$	0.0	$-3.51 \cdot 10^8$	334	0.0
22	$-1.25 \cdot 10^8$	$-1.71 \cdot 10^5$	$1.25 \cdot 10^8$	0.0	$-1.25 \cdot 10^8$	194	0.0
23	$1.67 \cdot 10^7$	$-2.00 \cdot 10^5$	$-1.67 \cdot 10^7$	0.0	$1.67 \cdot 10^7$	210	0.0

24	$-2.1 \cdot 10^{-3}$	$-5.2 \cdot 10^{-5}$	$1.7 \cdot 10^{-8}$	0.0	$-2.51 \cdot 10^{-8}$	0.0	0.0
25	-1.0	$6.87 \cdot 10^{-4}$	0.0	0.0	2	0.0	1.0
26	-1.0	$6.87 \cdot 10^{-4}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
27	-0.951	0.0	$2.3 \cdot 10^{-2}$	0.0	3	0.0	1
28	0.0	0.0	0.0	0.0	-0.5	0.0	1.0

COMPLEMENTO COEFICIENTES

Ecuacion	n	$\Omega_N$
4	1.0	0.0
5	1.0	0.0
6	1.0	0.0
7	1.0	0.0
8	1.0	0.0
9	1.0	0.0
10	1.85	1.0
11	1.85	1.0
12	1.85	1.0
13	1.85	1.0

TABLA V-3: COEFICIENTES DE LOS PARAMETROS OBSERVABLES

Observable	$\Lambda$ (QCD)	$m_u$	$m_d$	$m_s$
$M_{\text{Nucleon}}$	0.53	0.022	0.038	0.40
$\Delta M$	0.53	-4.34	8.04	0.40
$M_{\text{Mes. prom.}}$	0.50	0.065	0.11	0.32
$M(K^0) - M(\bar{K}^0)$	1.0	0.0	0.047	0.95

TABLA V-4: RESULTADOS

La tabla muestra el nombre del parámetro, el valor y la desviación standard de los parámetros fundamentales de nuestro modelo, los límites al 95% de confianza como cotas superiores y las mismas cantidades en unidades de la constante de Hubble. Para obtener cotas superiores se ha usado un valor bajo de  $H_0 \geq 55$  km/seg/Mpc.

a) Valores y Cotas para los Parámetros Fundamentales

$\dot{M}_{nuc}/M_{nuc}$	$(0.0 \pm 2.1) \times 10^{-4}$	$2.4 \times 10^{-4}$	$3.9 \times 10^{-5}$
$\dot{\Delta M}/\Delta M$	$(0.0 \pm 7.6) \times 10^{-4}$	$1.5 \times 10^{-3}$	$2.7 \times 10^{-4}$
$\dot{M}_{mp}/m_p$	$(0.0 \pm 1.9) \times 10^{-4}$	$3.8 \times 10^{-4}$	$6.8 \times 10^{-5}$
$\dot{m}_e/m_e$	$(0.0 \pm 1.3) \times 10^{-3}$	$2.6 \times 10^{-3}$	$4.6 \times 10^{-4}$
$\dot{\alpha}/\alpha$	$(0.3 \pm 5.9) \times 10^{-5}$	$1.2 \times 10^{-4}$	$2.1 \times 10^{-5}$
$\dot{G}_F^{ef}/G_F^{ef}$	$(0.0 \pm 2.4) \times 10^{-2}$	$4.8 \times 10^{-2}$	$8.5 \times 10^{-3}$
$\dot{G}_N/G_N$	$(-0.9 \pm 1.9) \times 10^{-1}$	$4.7 \times 10^{-1}$	$6.8 \times 10^{-2}$
$\dot{n}/n$	$-14.73 \pm 0.44$	--	--
$\dot{\Omega}_N/\Omega_N$	$4.74 \pm 0.90$	--	--

b) Cotas Independientes del Modelo para Parámetros del MS

$\dot{\Lambda} / \Lambda$	$5.0 \times 10^{-3}$	$9.0 \times 10^{-4}$
$\dot{m}_u / m_u$	$4.0 \times 10^{-3}$	$7.2 \times 10^{-3}$
$\dot{m}_d / m_d$	$2.4 \times 10^{-3}$	$4.4 \times 10^{-4}$
$\dot{m}_e / m_e$	$5.2 \times 10^{-3}$	$9.4 \times 10^{-4}$
$\dot{\theta}_c$	$6.4 \times 10^{-3}$	$1.2 \times 10^{-3}$
$\dot{\alpha}_1 / \alpha_1$	$4.8 \times 10^{-2}$	$8.8 \times 10^{-3}$
$\dot{\alpha}_2 / \alpha_2$	$1.1 \times 10^{-1}$	$2.0 \times 10^{-2}$
$\dot{\theta}_w$	$1.3 \times 10^{-2}$	$2.4 \times 10^{-3}$
$\dot{M}_Z / M_Z$	$1.4 \times 10^{-2}$	$2.6 \times 10^{-3}$
$\dot{v} / v$	$2.4 \times 10^{-2}$	$4.4 \times 10^{-3}$

c) Cotas para Parámetros GUT y Dependientes del Modelo

$\dot{\alpha}_U / \alpha_U$	$6.2 \times 10^{-2}$	$1.1 \times 10^{-2}$
$\dot{\alpha}_3 / \alpha_3$	4.0	$7.2 \times 10^{-1}$
$\dot{\mu} / \mu$	$9.2 \times 10^{-1}$	$1.7 \times 10^{-1}$
$\dot{\Lambda}_U / \Lambda_U$	2.0	$3.6 \times 10^{-1}$

d) Matriz de correlaciones para los parámetros observables (la numeración es la misma que la de la tabla V-2).

1.00	-0.94	0.96	-0.47	0.12	-0.058	-0.011	-0.34e-2	-0.16e-2
	1.00	-0.89	0.49	-0.11	0.11	0.012	0.36e-2	0.17e-2
		1.00	-0.21	-0.15	-0.065	-0.045	-0.017	-0.010
			1.00	-0.91	-0.43e-2	-0.11	-0.044	-0.027
				1.00	0.11	0.13	0.052	0.032
					1.00	0.016	0.67e-2	0.40e-2
						1.00	0.40	0.25
							1.00	-0.66
								1.00

e) Matriz de correlaciones para los parámetros dependientes:

1:  $\Lambda$ ; 2:  $m_u$ ; 3:  $m_d$ ; 4:  $m_s$ .

1.00000	-0.95433	-0.96368	-0.99998
	1.00000	0.99905	0.95250
		1.00000	0.96203
			1.00000

f) Matriz de correlaciones para los parámetros dependientes del modelo: columnas (filas) 1:  $\theta_c$ ; 2:  $G_F$ ; 3:  $\theta_w$ ; 4:  $\alpha_2$ ; 5:  $\mu$ .

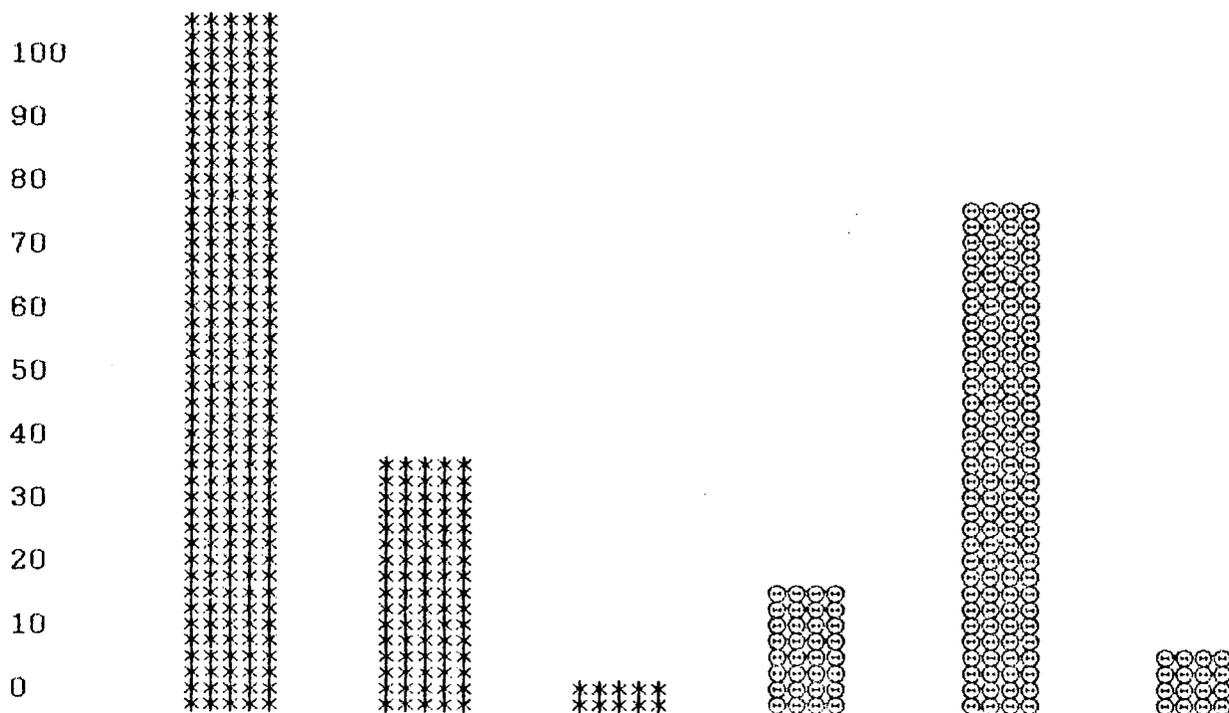
1.000000	-0.118669	0.117840	-0.118201	-0.112264
	1.000000	-0.999997	0.999999	0.999961
		1.000000	-0.999999	-0.999971
			1.000000	0.999967
				1.000000

TABLA V-5

Comparación de las cotas obtenidas para las variaciones de  $G_N$  y  $\alpha$  con predicciones de algunos modelos: 1 y 4: Supercuerdas; 2: Modelo de Bekenstein; 5: Cosmología de Dirac; 3 y 6: Cotas de esta tesis.

Barras 1-3: Parámetro:  $\alpha$ ; Unidades:  $10^{-11}$  años $^{-1}$

Barras 4-6: Parámetro:  $G_N$ ; Unidades:  $10^{-10}$  años $^{-1}$



REFERENCIAS

- 1) P.A.M.Dirac, *Nature* **139**,323 (1937);  
*Proc.Roy.Soc.* (London) **A165**, 198 (1938).
- 2) T.Kaluza, *Sitzungsber.Preuss.Akad.Wiss. Phys.Math.K1*, 968  
(1921).  
O.Klein *Z.Phys.* **37**, 895 (1926).
- 3) J.H.Schwartz, *Phys.Rep.* **89**, 223 (1982).  
M.B.Green y J.H.Schwartz, *Phys.Lett.* **199B**, 117 (1984).
- 4) A.Chodos y S.Detweiler, *Phys.Rev.* **D21**, 2167  
(1980).
- 5) M.Gleiser y J.G.Taylor, *Phys.Rev* **D31**, 1904 (1985).
- 6) Kei-ichi Maeda, *Mod.Phys.Lett.* **A3**, 243 (1988).
- 7) S.M.Barr y P.K.Mohopatra, *Phys.Rev.* **D38**, 3011 (1988).
- 8) Yong-Shi Wu y Zi Wang, *Phys.Rev.Lett.* **57**, 1978 (1986).
- 9) P.A.M.Dirac, *Proc.Roy.Soc.*(London) **A333**, 403 (1973);  
P.A.M.Dirac, *Proc.Roy.Soc.*(London) **A338**, 439 (1974);
- 10) J.D.Barrow, *Phys.Rev.* **D35**, 1805 (1987).
- 11) E.W.Kolb, M.J.Perry y T.P.Walker, *Phys.Rev.* **D33**, 869  
(1986).
- 12) F.J.Dyson *The Fundamental Constants and Their Time  
Variation*, en *Aspects of Quantum Theory*, ed.A.Salam y  
E.P.Wigner, Cambridge University Press, p.213. 1972.
- 13) G.Gamow, *Phys.Rev.Lett.* **19**, 759 (1967).
- 14) J.D.Bekenstein *Phys.Rev.* **D25**, 1527 (1982).
- 15) R.H.Dicke y P.J.E.Peebles, *Phys.Rev.* **128**, 2006 (1962).
- 16) A.Peres, *Phys.Rev.Lett.* **19**, 1293 (1967).
- 17) S.Weinberg, *Gravitation and Cosmology*, ed. John Wiley &

- Sons, (1972).
- 18) R.M.Eisberg, *Fundamentos de Fisica Moderna*, ed. Limusa, Mexico (1978).
- 19) D.D.Clayton, *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, ed. Univ.of Chicago Press, Chicago and London (1983).
- 20) J.P.Turneure and S.R.Stein, *Atomic Masses and Fundamental Constants*, Vol.5, pag.636, J.Sanders y A.Wapstra eds.(Plenum, New York,1976).
- 21) J.N.Bahcall y M.Schmidt, *Phys.Rev.Lett.* **15**, 1294 (1967).
- 22) F.J.Dyson, *Phys.Rev.Lett.* **19**, 1291 (1967).
- 23) P.G.Roll, R.Krotkov y R.H.Dicke, *Ann.Phys.* (N.Y.) **26**, 442 (1964).
- 24) V.B.Braginsky y V.I.Panov, *Zh.Eksp.Teor.Fiz.* **61**, 873 (1972) [ *Sov.Phys.-JETP* **34**, 463 (1972) ] .
- 25) J.F.Luciani, *Nucl.Phys.* **B135**, 111 (1978).
- 26) N.Manton, *Nucl.Phys.* **B158**, 141 (1979).
- 27) E.Cremmer, B.Julia y J.Scherk, *Phys.Lett.* **76B**, 409 (1978).
- 28) E.Cremmer y B.Julia, *Phys.Lett.* **80B**, 48 (1978); *Nucl.Phys.* **B159**, 141 (1979).
- 29) E.Witten, *Nucl.Phys.* **B186**, 412 (1981).
- 30) P.van Nieuwenhuizen, *Phys.Rep.* **68**, 189 (1981).
- 31) E.Kasner, *Am.J.Math.* **48**, 217 (1921).
- 32) E.Cremmer y J.Scherk, *Nucl.Phys.* **B103**, 399 (1976).  
J.Scherk y J.H.Schwarz, *Phys.Lett.* **82B**, 60 (1979).
- 33) J.M.Souriau, *Nuovo Chimento* **30**, 565 (1963).
- 34) W.J.Marciano, *Phys.Rev.Lett.* **52**, 489 (1984).
- 35) P.G.O.Freund, *Nucl.Phys.* **B209**, 146 (1982).

- 36) S.Weinberg, *Phys.Lett.* **125B**, 265 (1983).
- 37) S.Weinberg, *Rev.Mod.Phys.* **61**, 1 (1989).
- 38) R.H.Dicke, *Nature* (London) **192**, 440 (1961).
- 39) C.Brans y R.H.Dicke, *Phys.Rev.* **124**, 925 (1961).
- 40) B.Carter, *Large Number Coincidences and the Anthropic Principle in Cosmology*, en: *Confrontation of Cosmological Theories with the Observational Data*, ed. por M.S.Longair, p. 291 (1974).
- 41) L.Egdyed, *Nature* (London) **197**, 1059 (1963).  
S.W.Carey, *Earth.Sci.Rev.* **11** (2), 105 (1975).
- 42) M.W.McElhinny, *Bull.Aust.Soc.Explor.Geophys.* **9** (4), 149 (1978).
- 43) J.F.A.Vilas, S.A.A.Blanco y D.A.Valencio, *La expansión de la Tierra sobre la base de Datos Paleomagnéticos*, VIII Congreso Geológico Argentino, San Luis, Actas IV: 65-74 (1981).
- 44) M.W.McElhinny, S.R.Taylor y D.J.Stevenson, *Nature* (London) **271**, 316 (1978).
- 45) J.O.Dickey, J.G.Williams y C.F.Yoder, en *High Precision Earth's Rotation and Moon Dynamics*, Proceedings the 63 Colloquium IAU, 1982 (no publicado).
- 46) T.L.Felsentreger, J.G.Marsh y R.G.Williamson, *J.Geoph.Res.* **84**, 4675 (1979).
- 47) K.Lambeck, *The Earth's Variable Rotation* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1981).
- 48a) P.M.Muller y F.R.Stephenson, en *Growth Rythms and the History of the Earth's Rotation*, editado por G.D.Rosenberg y S.K.Runcorn (John Wiley, London, 1975), p.459

- 48b) P.M.Muller, Internal Report No.JPL SP 4904, 1976 (no publicado).
- 49) Supplement to the Astronomical Almanac 1984, preparado conjuntamente por The Nautical Almanac Office U.S. Naval Observatory y H.M.Nautical Almanac Office Royal Greenwich Observatory (1983).
- 50) L.V.Morrison y C.G.Ward, *Mon.Not.R.Astron.Soc.* **173**, 183 (1975).
- 51) C.T.Scrutton, en *Tidal Friction and The Earth's Rotation*, ed. por P.Brosche y J.Sunderman (Springer-Verlag, Berlin 1978); R.A.Lutz y D.C.Rhoads, *Science* **198**, 1222 (1977).
- 52) K.Lambeck, en *Tidal Friction and The Earth's Rotation* (Ref.51).
- 53) R.W.Hellings, P.J.Adams, J.D.Anderson, S.Keeseey, E.L.Lau y E.M.Standish, *Phys.Rev.Lett.* **51**, 1609 (1983).
- 54) V.Canuto, P.J.Adams, S.-H.Hsieh y E.Tsiang, *Phys.Rev.* **D16**, 1643 (1977).
- 55) J.H.Taylor, R.A.Hulse, L.A.Fowler, G.E.Gullahorn y J.M.Rankin, *Ap.J.* **206**, L53 (1976).
- 56) S.Chandrasekhar, *Astrophys.J.* **74**, 81 (1931).
- 57) T.Damour, G.W.Gibbons y J.H.Taylor, *Phys.Rev.Lett.* **61**, 1151 (1988).
- 58) J.P.Turneaure y S.R.Stein, en *Atomic Masses and Fundamental Constants*, ed.by J.Sanders y A.Wapstra (Plenum, New York, 1976) p.636.
- 59) C.M.Will *Theory and Experiment in Gravitational Physics*, (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1981).
- 60) I.Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*

- (London, 1686).
- 61) F.W.Bessel, *Ann.der Phys.und Chem.* (Poggendorff) **25**, 401 (1832).
- 62) H.H.Potter, *Proc.Roy.Soc.* (London) **104**, 588 (1923).
- 63) R.von Eótvos, V.Pekar y E.Fekete, *Ann.Phys.* (Ger) **68**, 11 (1922).
- 64) K.Nordvedt Jr., *Phys.Rev.* **169** 1014 , **169** 1017 y **170** 1186 (1968).
- 65) J.G.Williams, R.H.Dicke, P.L.Bender, C.O.Alley, W.E.Carter, D.G.Currie, D.H.Eckhardt, J.E.Faller, W.M.Kaula, J.D.Mulholland, H.H.Plotkin, S.K.Poultney, P.J.Shelus, E.C.Silverberg, W.S.Sinclair, M.A.Slade y D.T.Wilkinson, *Phys.Rev.Lett.* **36**, 551 (1976).
- 66) I.I.Shapiro, C.C.Counselman III y R.W.King, *Phys.Rev.Lett.* **36**, 555 (1976).
- 67) G.W.Wetherill, *Ann.Rev.Nucl.Sci.* **25**, 283 (1975).
- 68) W.A.Fowler y F.Hoyle, *Ann.Phys.* **10**, 280 (1960).
- 69) J.M.Luck y C.J.Allegre, *Nature* (London) **302**, 130 (1983).
- 70) G.A.Cowan, *Scientific American* **235**, 36 (1976).
- 71) Yu.V.Petrov, *Usp.Fiz.Nauk* **123**, 473 (1977) [Sov.hys.Usp. **20** (11) (1977)].
- 72) M.Maurette, *Ann.Rev.Nucl.Sci.* **26**, 319 (1976).
- 73) J.M.Irvine, *Contemp.Phys.* **24**, 427 (1983).
- 74) A.I.Shlyakhter, Atomki Report A/I (1983); *Nature* (London) **264**, 340 (1976).
- 75) H.A.Bethe y E.E.Salpeter, *Quantun Mechanics of One- and Two-electron Atoms* (Springer, Berlin, 1957), p.113.
- 76) A.M.Wolfe, R.L.Brown y M.S.Roberts, *Phys.Rev.Lett.* **37**, 179 (1976).

- 77) P.K.Feyerabend, *Contra el Método* (Hispanamerica, Buenos Aires).
- 78) R.H.Dicke, *Phys.Rev.* **125**, 2163 (1962).
- 79) V.M.Canuto y I.Goldman, *Nature* (London) **296**, 709 (1982).
- 80) H.Weyl, *Space, Time and Matter*, traducido de la 4<sup>ta</sup> ed. (Methuen, London, 1922) (reimp. por Dover, New York).
- 81) P.M.Stevenson, *Ann.Phys.* **132**, 383 (1981).
- 82) C.Itzykson y J.B.Zuber, *Quantum Field Theory*, (ed. por Mc.Graw-Hill, New York, 1980).
- 83) D.J.Gross y F.Wilczek, *Phys.Rev.D* **8** 3633 (1973); **9** 980 (1974).
- 84) A.Sirlin, *Phys.Rev.D* **22**, 971 (1980); Report No. RV87/Bs/15 (no publicado).
- 85) K Huang, *Quarks, Leptons and Gauge Fields*.
- 86) L.D.Landau y E.M.Lifshitz, *Fisica estadística* (Reverte, Barcelona, España, 1969).
- 87) J.G.Gasser y H.Leutwyler, *Phys.Rep.* **87**, 78 (1982).
- 88) D.Lichtenberg, *Unitary Symmetry and Elementary Particles*, Academy Press, New York (1978).
- 89) J.F.Donoghue y C.R.Nappi, *Phys.Lett.* **168B**, 105 (1986).
- 90) J.Ellis, E.Gabathuler y M.Karliner, *Phys.Lett.* **B217**, 173 (1989); Riazuddin Fayyazuddin, *Phys.Rev.* **D38**, 944 (1988).
- 91) C.A.Dominguez y E.de Rafael, *Ann.Phys.* **174**, 372 (1987).
- 92) P.C.W.Davies, *J.Phys.* **A5**, 1296 (1972).
- 93) M.P.Haugan y C.M.Will, *Phys.Rev.Lett.* **37**, 1 (1976).
- 94) K.E.Bullen, *The Earth's Density* (Chapman and Hall, London 1975).
- 95) S.M.Nakiboglu y K.Lambeck, *Geoph.J.R.Astron.Soc.* **62**, 183 (1980).

- 96) E.J.Konopinski, *The Theory of Beta Radioactivity* (Oxford University Press, England, 1966).
- 97) L.Szybisz, *Nucl.Phys.* **A267**, 246 (1976).
- 98) M.Lindner, P.A.Leich, R.J.Borg, G.P.Reis, J.M.Barzan, D.R.Simons y A.R.Date, *Nature* (London) **320**, 246 (1986).
- 99) Yu.V.Petrov y A.I.Shlyakhter, *Nucl.Sci.Eng.* **77**, 157 (1981).
- 100) *Phys.Lett.B204*, 1 (1988): *Review of Particle Properties* (Particle Data Group).
- 101) J.W.Cronin, *Rev.Mod.Phys.* **53**, 373 (1981).
- 102) R.S.Van Dyck, Jr., P.B.Scwinberg y H.G.Dehmelt, in *Atomic Physics 9*, editado por R.S.Van Dick Jr. y E.N.Fortson (World Scientific, Singapore, 1984), p.53.
- 103) P.B.Scwinberg, R.S.Van Dyck Jr. y H.G.Dehmelt, *Phys.Rev.Lett.***47**, 1679 (1981).
- 104) R.S.Van Dyck, Jr., P.B.Scwinberg y H.G.Dehmelt, *Phys.Rev.Lett.***59**, 28 (1987).
- 105) G.Panella, *Astrophys.Space Sci.* **16**, 212 (1972); G.Panella y C.MacClintock, *J.Paleontol.Mem.* **42**, 64 (1968).
- 106) *Handbook of Chemistry and Physics*, 59<sup>th</sup> edition (CRC Press Inc., Florida, 1978/79).
- 107) *American Institute of Physics Handbook*, 2<sup>nd</sup> edition (Mc.Graw-Hill Book Company, New York, 1963).
- 108) J.C.Ruffenach, *Natural Fission Reactors*, Vienna, IAEA-TC-119/16 (1978).
- 109) R.D.Evans, *The Atomic Nucleus*, (McGraw-Hill, New York, 1955).
- 110) J.R.De Laeter y K.J.R Rosman, *The Oklo Phenomenon*,

Vienna, IAEA-SM-204/7 (1975).

- 111) L.V.Morrison y F.R.Stephenson, "Secular and Decade Fluctuations in the Earth's Rotation:700 BC-AD 1978", en *Sun and Planetary Sistem*, edited by W.Fricke y G.Teleki (D.Reidel Publising Company, 1982).
- 112) G.Berkeley, *The Principles of Human Knowledge*, 1710;  
*De Motu* (1726).
- 113) E.Mach, *Conservation of Energy*, note No.1, 1872 (reimpreso por Open Court Publishing Company, La Salle, Illinois, 1911).
- 114) J.D.Barrow y F.J.Tipler, *The Anthropic Cosmological Principle* (Oxford University Press, Oxford, 1988).
- 115) J.A.Wheeler, en *Foundation problems in the special sciences* (Reidel, Dordrecht, 1977) pp.3-33; tambien en el capitulo final de C.W.Misner, K.S.Thorne y J.A.Wheeler, *Gravitation* (Freeman, San Francisco, 1973).
- 116) G.F.R.Ellis, R.Maartens y S.D Nel, *Mon.Not.R.astron.Soc.***184**, 439 (1978); *Gen.Rel.Gravn.***9**, 87 (1978) y **11**, 281 (1979).
- 117) H.Everett, *Rev.Mod.Phys.***29**, 454 (1957).
- 118) H.Nielsen, *Phil.Trans.R.Soc.***A310261** (1983); D.Foerster, H.B.Nielsen y M.Ninomiya, *Nucl.Phys.***B141**, 153 (1978).
- 119) N.Brene y H.B.Nielsen, Niels Bohr Inst.prepint NBI-HE-8242, (1983).
- 120) J.A.Wheeler, *Monist* **47**, 40 (1962).
- 121) B.S.DeWitt, *Phys.Rev.***160**, 1113 (1967).
- 122) D.W.Sciama, *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.***113**, 34 (1953).
- 123) R.H.Dicke, *Phys.Rev.***125**, 2163 (1962).
- 124) A.D.Linde, *Rep.Prog.Phys.***47**, 925 (1984); A.S.Goncharov,

A.D.Linde y V.F.Mukhanov, *Int.J.Mod.Phys.2*, 561 (1987).

125) N.Arley y K.R.Buch, *Introduction to the Theory of Probability and Statistics* (ed. por John Wiley & Sons, Inc. New York, 1961).

126) J.O'Hanlon y K-K Tam, *Prog.Theor.Phys.41*, 1596 (1969).



FACULTAD DE  
CENCIAS EXACTAS  
BIBLIOTECA DEL DEPARTAMENTO  
DE FISICA

28 SET. 1990

A handwritten signature in dark ink, written over the date stamp. The signature is cursive and appears to be 'C. M.' followed by a flourish.