Semi-Revisión Plausible en Bases de Creencias

Reporte Preliminar

Gerardo Parra
Departamento de Informática y Estadística
Universidad Nacional del Comahue

Guillermo R. Simari
Departamento de Ciencias de la Computación
Universidad Nacional del Sur[1]

e-mail: gparra@uncoma.edu.ar, grs@criba.edu.ar

Resumen

La revisión de creencias en el modelo AGM (Alchourrón, Gärdenfors y Makinson) siempre incorpora la nueva información que es propuesta. Es decir, acepta incondicionalmente las nuevas sentencias, asignándoles de este modo un valor epistémico mayor con respecto a las creencias ya existentes.

El razonamiento plausible de Rescher asigna un orden cualitativo a la información que un agente inteligente maneja. Este orden queda determinado por la confiabilidad o solidez probativa de las fuentes que suministran información.

La operación de *semi-revisión*, introducida por Hansson, es una forma de cambio de creencias que no asigna ningún valor o prioridad especial a la nueva información. Como resultado de una semi-revisión, el sistema de creencias incorporará la información propuesta, o incorporará su negación o bien permanecerá inmune al cambio propuesto. La semi-revisión no especifica en base a qué criterios o con qué parámetros tomar las decisiones mencionadas, es decir ofrece una caracterización sintáctica pero carece de una contraparte semántica que pueda guiar este proceso central.

En este trabajo, se intentará guiar el proceso en base al sustento o soporte epistémico con que cuente la sentencia y su negación. Es decir, se intentará dotar al proceso de un *árbitro* que resuelva el conflicto. Y dicho árbitro basará sus decisiones en un orden parcial que se establece entre las fuentes que suministran información.

[1]Miembro de GIIA (Grupo de Investigación en Inteligencia Artificial) e ICIC (Instituto de Ciencias e Ingeniería de Computación), UNS, Bahía Blanca

1 Introducción

La operación de revisión de creencias en el modelo AGM (Alchourrón, Gärdenfors y Makinson) siempre incorpora la nueva información que es propuesta. Es decir, acepta incondicionalmente las nuevas sentencias, asignándoles de este modo un valor o prioridad mayor con respecto a las creencias ya existentes. Esto parece poco natural, pero podría modelar un comportamiento donde el valor de una sentencia es juzgado en función de su novedad. Sin embargo parece más adecuado un comportamiento donde la nueva información no sea inmediatamente aceptada, sino que deba ser analizada y a menudo rechazada si contradice creencias previas que son consideradas más valiosas.

La semi-revisión de creencias es una forma de cambio de creencias que no asigna ningún valor o prioridad especial a la nueva información. De acuerdo a esto, la semi-revisión por una sentencia es el proceso de decidir o analizar no solamente la sentencia propuesta, sino también la negación de ésta. El resultado de la semi-revisión será que el sistema de creencias incorpore la sentencia propuesta, o que incorpore la negación de la sentencia o bien que permanezca inmune al cambio propuesto, no incorporando a ninguna de ellas. La semi-revisión no especifica en base a qué criterios o con qué parámetros tomar las decisiones mencionadas, es decir ofrece una caracterización sintáctica pero carece de una contraparte semántica que pueda guiar el proceso central: el de efectuar una decisión por una sentencia, por su negación o por ninguna de ellas.

El *razonamiento plausible* de Rescher consiste en un sistema de razonamiento basado en la lógica y en datos que provienen de informantes. Es un mecanismo para razonar acerca del conocimiento provisto por la información que un agente razonador acepta o está dispuesto a aceptar. La plausibilidad de una proposición puede quedar determinada por la confiabilidad del informante que provee el dato, o bien puede basarse en una evaluación posterior. Cada proposición está acompañada de un índice que determina su importancia desde un punto de vista epistémico. El criterio a seguir, en caso de ocurrir contradicción debido a premisas con diferente plausibilidad, es el de descartar aquellas que tengan menor plausibilidad.

C. Delrieux presenta en [3] una alternativa para superar la limitación de los sistemas de razonamiento no monotónico para manejar premisas conflictivas o contradictorias. La solución se basa en incorporar una generalización del *razonamiento plausible* de Rescher a los mismos. En particular, se desarrolla un modelo de razonamiento plausible que se diferencia en varios puntos importantes con el presentado por Rescher.

Este trabajo se propone continuar la generalización del razonamiento plausible y presentarlo como un aporte para guiar el proceso central de la semi-revisión de creencias.

1.1 El Modelo AGM

En esta sección se presenta un resumen introductorio del modelo AGM[2] de cambio de creencias. El mismo tiene por finalidad la introducción de las ideas y conceptos que hacen al tema de cambio de creencias.

En el modelo AGM, el estado de creencias de un individuo es modelado mediante un conjunto $\mathbf{K}$ de proposiciones, el cual es denominado *teoría* o *conjunto de creencias*[3]. Se asume que el conjunto de creencias es cerrado bajo consecuencia lógica. Es decir, $\mathbf{K} = Cn(\mathbf{K})$, donde Cn es un determinado operador de consecuencia. Si, mediante $\vdash$ denotamos la relación de derivabilidad proposicional clásica, también podríamos decir que

$$Cn(\mathbf{K}) = \{\alpha : \mathbf{K} \vdash \alpha\}.$$

Sean A y B conjuntos de proposiciones de un determinado lenguaje y x e y proposiciones del lenguaje. Se asume que Cn cumple las siguientes propiedades:

- *Inclusión:* $A \subseteq Cn(A)$.
- *Monotonía:* Si $A \subseteq B$ entonces $Cn(A) \subseteq Cn(B)$.
- *Iteración:* Si $Cn(A) = Cn(Cn(A))$.
- *Deducción:* Si $y \in Cn(A \cup \{x\})$ entonces $(x \rightarrow y) \in Cn(A)$.
- *Compacticidad:* Si $x \in Cn(A)$ entonces $x \in Cn(B)$ para algún conjunto finito $B \subseteq A$.

El modelo AGM considera tres tipos de operaciones de cambio de creencias. Para un estado de creencias K y una proposición α tenemos:

Expansión: Expandir K con α, denotado $K+\alpha$, significa adicionar α a K y este conjunto expandido es clausurado bajo consecuencia lógica.

Contracción: Contraer K con respecto a α, denotado $K \div \alpha$, significa eliminar α a K.

Revisión: Al revisar K con respecto a α, denotado $K*\alpha$, una proposición α, posiblemente inconsistente con la teoría K, es adicionada a K con la condición de que la teoría revisada sea consistente[4] y cerrada bajo consecuencia lógica.

Al contraer un proposición α de un conjunto $\mathbf{K}$, la idea central es remover de $\mathbf{K}$ el mínimo subconjunto de proposiciones de manera tal que el subconjunto resultante no implique α.

Sea $\mathbf{K}\perp p$ el conjunto de todos subconjuntos maximales $\mathbf{K}'$ de $\mathbf{K}$ tal que $p \notin Cn(\mathbf{K})$. Entonces $\cap(\mathbf{K}\perp p)$ es la *full meet contraction* de $\mathbf{K}$ con respecto a p.

[2]Debido a Alchourrón, Gärdenfors y Makinson, ver [1].

[3]En inglés, *belief set.*

[4]Salvo que la sentencia a incorporar sea, de por sí, inconsistente.

Partial meet contraction se define mediante la siguiente identidad

$$\mathbf{K} \div p = \cap\gamma(\mathbf{K}\perp p)$$

donde γ es una función de selección, tal que $\gamma(\mathbf{K}\perp p)$ es un subconjunto no vacío de $\mathbf{K}\perp p$, a menos que el último sea el conjunto vacío, en cuyo caso $\gamma(\mathbf{K}\perp p) = \{\mathbf{K}\}$.

En este sentido, *full meet contraction* puede ser vista como un caso límite cuando $\gamma(\mathbf{K}\perp p) = \mathbf{K}\perp p$ para todo conjunto $\mathbf{K}\perp p$ no vacío.

En el otro caso límite, cuando $\gamma(\mathbf{K}\perp p)$ es un conjunto unitario para todo p, $\div$ es un operador de *maxichoice contraction.*

Alchourrón, Gärdenfors y Makinson formulan una serie de postulados de racionalidad, que las operaciones de cambio de creencias deberían satisfacer. Asimismo, caracterizan axiomáticamente las operaciones de cambio en base a estos postulados. Es digno de destacar que los postulados para contracción y revisión son lógicamente equivalentes si la revisión $K * \alpha$ de una teoría K es definida mediante la *identidad de Levi*

$$K * \alpha = (K \div \neg\alpha) + \alpha$$

tal que la revisión por α es equivalente a contraer por $\neg\alpha$ para eliminar inconsistencias y luego expandir por α. Alternativamente, se pueden definir contracciones en base a revisiones por medio de la *identidad de Harper*

$$K \div \alpha = (K * \neg\alpha) \cap K$$

tal que la contracción por α es equivalente a tomar aquellas creencias que serían preservadas si $\neg\alpha$ fuera aceptado.

2 Semi-revisión de bases de creencias

En [6], Hansson define un operador denotado "?", llamado *semi-revision*, que modela la situación en la que un agente recibe una sentencia y decide incorporarla o no a sus creencias. Este estado de creencias puede estar representado de dos maneras: mediante conjuntos de creencias, que son conjuntos de sentencias clausurados por consecuencia lógica, o mediante bases de creencias, que no son cerrados lógicamente. El uso de bases de creencias parte de la intuición de que algunas de nuestras creencias no tienen sustento independiente, sino que dependen totalmente de creencias más básicas, de las cuales aquellas son inferidas. De este modo, los elementos de una base de creencias representan creencias fundamentales o básicas.

Los siguientes postulados se presentan como adecuados para la semi-revisión de bases de creencias.

- Si $\neg\alpha \notin Cn(A)$, entonces $\alpha \in A?\alpha$ (*weak success*)

- Si $\alpha \in A$ y $\neg\alpha \notin Cn(A)$, entonces $\alpha \in A?\alpha$ (*stability*)

- Si $\alpha, \beta \in A$, entonces $A?\alpha = A?\beta$ (*internal exchange*)
- $A?\alpha \subseteq A + \alpha$ (*inclusion*)
- O bien $A?\alpha \subseteq A + \alpha$ o bien $A?\alpha \subseteq A + \neg\alpha$ (*negation-neutral inclusion*)
- $A?\alpha = A?\neg\alpha$ (*negation-neutrality*)
- Si $\neg\alpha \notin Cn(A)$, entonces $A?\alpha = A + \alpha$ (*vacuity*)
- Si $\alpha \in A$ y $\neg\alpha \notin Cn(A)$, entonces $A?\alpha = A$ (*vacuity 2*)
- $A?\alpha$ es consistente (*strong consistency*)
- Si A es consistente, entonces $A?\alpha$ es consistente (*consistency-retainment*)

La revisión de una base de creencias puede ser efectuada de dos formas. La primera consiste en contraer la base por $\neg\alpha$ y, posteriormente, simplemente adicionar α. En este caso, estamos hablando de *internal revision*[7]. La segunda forma de efectuar la revisión de una base de creencias consiste en efectuar las dos operaciones mencionadas en orden inverso: adicionar α a la base, mediante operación conjuntista, y luego contraer por $\neg\alpha$. Este procedimiento, llamado *external revision*[7], requiere la temporaria aceptación de un conjunto inconsistente.

Hansson modela la semi-revisión de bases de creencias como una modificación de *external revision*. Es decir, como un procedimiento que consiste de:

1. Adicionar α mediante una operación conjuntista.
2. Hacer consistente la base de creencias, ya sea eliminando α o alguna de las creencias originales.

La operación de hacer consistente una base de creencias, llamada *consolidation*[8] consiste en la contracción($\div$) por falso ($\perp$). Es decir que:

$$A?\alpha = (A + \alpha) \div \perp$$

La implementación más común de la operación de contracción es *partial meet contraction*, definida como sigue:

Definición 2.1 (Alchourrón y Makinson[2]): Sea A un conjunto de sentencias y α una sentencia. El conjunto $A \perp \alpha$ es el conjunto tal que $B \in A \perp \alpha$ si y solo si:

1. $B \subseteq A$
2. $\alpha \notin Cn(B)$
3. No existe ningún conjunto B' tal que $B \subset B' \subseteq A$ y $\alpha \notin Cn(B')$

Definición 2.2 (AGM[1]): Una *función de selección* para un conjunto A de sentencias es una función γ tal que para todas las sentencias α:

1. Si $A \perp \alpha$ es no vacío, entonces $\gamma(A \perp \alpha)$ es un subconjunto no vacío de $A \perp \alpha$ y

2. Si $A \perp \alpha$ es vacío, entonces $\gamma(A \perp \alpha) = \{A\}$.

Definición 2.3 (AGM[1]): Sea A un conjunto de sentencias y γ una función de selección para A. La *partial meet contraction* sobre A que es generada por γ es la operación $\sim \gamma$ tal que para todas las sentencias α:

$$A \sim \gamma\alpha = \cap\gamma(A \perp \alpha)$$

Una operación $\div$ sobre A es una *partial meet contraction* si y solo si existe una función de selección γ tal que para todas las sentencias α: $A \div \alpha = A \sim \gamma\alpha$.

Hansson define *partial meet consolidation* como *partial meet contraction* por falso ($\perp$). La *partial meet consolidation* $A \sim \gamma \perp$ de una conjunto A es la intersección de sus *más preferidos* subconjuntos maximales consistentes, i.e., $A \sim \gamma \perp = \cap\gamma(A \perp \perp)$.

El operador de *semi-revision* es caracterizado axiomáticamente usando solamente algunos de los postulados que fueron presentados como adecuados para el operador.

Teorema 2.1 [6]: Un operador ? es un operador de partial meet semi-revision si y solo si satisface:

- $A?\alpha$ es consistente (*strong consistency*)

- $A?\alpha \subseteq A \cup \{\alpha\}$ (*inclusion*)

- Si $\beta \in A$ y $\beta \notin A?\alpha$, entonces existe algún A' tal que $A?\alpha \subseteq A' \subseteq A \cup \{\alpha\}$, A' es consistente pero $A' \cup \{\beta\}$ es inconsistente.(*relevance*)

- $(A \cup \{\alpha\})?\alpha = A?\alpha$ (*pre-expansion*)

- Si $\alpha, \beta \in A$, entonces $A?\alpha = A?\beta$ (*internal exchange*)

Conforme a la definición de función de selección, ésta puede ser tan arbitraria como se desee. Supongamos una base de creencias A contiene la sentencia $\neg\alpha$ y se realiza una semi-revisión por α, i.e., $A?\alpha$. Como resultado de añadir α a la base, esta contendrá información contradictoria que debe ser eliminada mediante la operación de *consolidation*, que hará uso de una función de selección. Dicha función de selección puede estar definida de tal manera que seleccione aquellos elementos de $A \perp \perp$ que no contengan $\neg\alpha$ (en este caso se daría preferencia a la nueva información, puesto que $\alpha \in A?\alpha$). O puede estar definida en una manera que otorga preferencia a la información ya existente (si selecciona aquellos elementos de $A \perp \perp$ que no contengan α, y en este caso $\alpha \notin A?\alpha$).

Es decir, el resultado de una operación de semi-revisión por una sentencia puede ser: que el sistema de creencias incorpore la sentencia propuesta, o que incorpore la negación de la sentencia o bien que permanezca inmune al cambio propuesto, no incorporando a ninguna de ellas. La semi-revisión no especifica en base a qué criterios o con qué parámetros tomar las decisiones mencionadas, es decir ofrece una caracterización sintáctica pero

carece de una contraparte semántica que pueda guiar el proceso central: el de efectuar una decisión en favor de la sentencia, de su negación o por ninguna de ellas.

En este trabajo, se intentará guiar el proceso en base al sustento o soporte epistémico con que cuente la sentencia y su negación. Es decir, se intentará dotar al proceso de un *árbitro* que resuelva el conflicto. Y dicho árbitro basará sus decisiones en un orden parcial que se introducirá en la próxima sección.

3 Plausibilidad

3.1 El Razonamiento Plausible de Rescher

Según Rescher[11], la teoría del razonamiento plausible es una mecanismo para razonar acerca del conocimiento provisto por la información que un agente razonador acepta o está dispuesto a aceptar. El desarrollo de Rescher tiene su punto de partida en la *confiabilidad* o *solidez probativa* que tienen las fuentes que suministran información. Fuentes tales como testimonios de expertos, testigos, fuentes históricas, observaciones personales, recuerdos, recursos intelectuales (conjeturas, suposiciones), pueden mencionarse como ejemplo.

Para un agente razonador, la confiabilidad de sus fuentes de información puede ser establecida en una escala. Para una entero n, los índices de confiabilidad que establece el agente pertenecen al conjunto $\{1, \frac{n-1}{n}, \frac{n-2}{n}, \ldots, \frac{1}{n}\}$. Donde 1 representa máxima (total) confiabilidad. Un informante de tales características provee información con plausibilidad máxima, por ejemplo, verdades lógicas o matemáticas. El resto de la secuencia $\frac{n-1}{n}, \frac{n-2}{n}, \ldots, \frac{1}{n}$ indica grados descendentes de confiabilidad positiva.

Para un agente dado, existe entonces un conjunto $\mathcal{I} = \{I_1, I_2, \ldots, I_k\}$, llamado *conjunto de informantes*, cada uno de los cuales cuenta con un confiabilidad determinada e informa al agente de un conjunto de proposiciones llamdo *conjunto de información* $\mathcal{K}_\mathcal{I}$. Este conjunto se define como $\mathcal{K}_\mathcal{I} = \{\langle p_i, I_i \rangle\}$, donde p_i es una proposición e I_i es el informante que la suministra.

Cada elemento $\langle p_i, I_i \rangle$ de K_I es un *dato*. No constituye un hecho verdadero sino solamente un candidato a serlo. La existencia de un dato en un conjunto de información indica únicamente que un determinado informante, con una determinada confiabilidad, informa al agente de una determinada tesis. Así, la plausibilidad de una proposición puede quedar determinada por la confiabilidad del informante que provee el dato. Esta plausibilidad es empleada para *comparar* y no para *calcular* como sucede en el razonamiento probabilístico.

3.2 El Sistema $\mathcal{P}$

En [3], Delrieux desarrolla un modelo de razonamiento plausible que se diferencia en algunos puntos importantes con el presentado por Rescher. Un agente razonador ideal a tiene un determinado conocimiento $\mathbf{K}$ que se expresa como un subconjunto consistente de un lenguaje de primer orden L. Además, a tiene conocimiento plausible adquirido a

través de un conjunto finito de informantes $\mathcal{I} = \{I_1, I_2, \ldots, I_k\}$, donde cada I_k es una fuente de información. Cada I_k informa a a de un conjunto de literales de base. La unión de dichos conjuntos no necesariamente es consistente. Es natural que así sea puesto que, por ejemplo, una persona a la que le preguntamos, nos puede informar que el correo está abierto los días sábado, un momento más tarde nos encontramos con nuestro mejor amigo y nos informa que el correo atiende de lunes a viernes. En este caso, la información suministrada por ambos informantes es contradictoria.

El agente a tiene establecido sobre $\mathcal{I}$ un orden parcial llamado *relación de plausibilidad* $\mathcal{P}$. Es decir que, dados dos informantes I_p e I_q, a puede dar preferencia a lo informado por I_p, o bien a lo informado por I_q, o bien no dar preferencia a ninguno. Se utiliza la notación $I_p \prec_{\mathcal{P}} I_q$ cuando $I_p \preceq_{\mathcal{P}} I_q$ y $I_p \not\preceq_{\mathcal{P}} I_q$. El conjunto $\mathcal{I}$ se completa con a mismo, considerado como un informante $I_\top$ cuya plausibilidad es máxima y con un informante $I_\perp$ al que se le asigna una plausibilidad menor que la de cualquier otro informante conocido. Mediante este último se representa a todo el grupo de informantes cuya plausibilidad se desconoce. De esta manera, $\mathcal{I}$ constituye un reticulado bajo la relación $\prec_{\mathcal{P}}$.

Este orden parcial permite al agente razonador **a** aceptar o rechazar información. Mientras la información no cree conflictos con el conocimiento ya existente, puede ser aceptada. Cuando se presentan conflictos, **a** puede descartar la información que provenga de los informantes menos confiables. Las siguientes definiciones formalizan esta discusión.

Definición 3.1 (Delrieux[3]): Una estructura de informantes es un par $\langle \mathcal{I}, \prec_{\mathcal{P}} \rangle$, donde $\mathcal{I}$ es un conjunto de informantes $\{I_1, I_2, \ldots, I_k\}$ el cual es finito y $\prec_{\mathcal{P}}$ es un orden parcial sobre $\mathcal{I}$, llamado *relación de plausibilidad.*

$\mathcal{I}$ contiene un elemento $I_\top$ tal que $I_i \prec_{\mathcal{P}} I_\top$ para todo $I_i \in \mathcal{I}$ y un elemento $I_\perp$ tal que $I_\perp \prec_{\mathcal{P}} I_i$ para todo $I_i \in \mathcal{I}$. Cada informante provee un conjunto de literales, esto se denota $\langle \alpha, I_i \rangle$ etiquetando la información con el "nombre" del informante.

Una determinada sentencia α puede aparecer sustentada por varias fuentes. A partir de este hecho, es posible construir un conjunto de cadenas maximales, de acuerdo al orden parcial establecido. En tal situación, es necesario tan solo retener los reportes de los informantes más plausibles. Debido a que la estructura de informantes es un reticulado, existe un menor conjunto de cotas superiores para el conjunto de informantes que reporta la misma sentencia.

Definición 3.2: Dada una estructura de informantes $\langle \mathcal{I}, \prec_{\mathcal{P}} \rangle$ y una sentencia α, se denomina *cadena de informantes* para α, denotado C_α, a la secuencia $(\langle \alpha, I_{i_1} \rangle, \ldots, \langle \alpha, I_{i_n} \rangle)$ donde:
$I_{i_k} \in \mathcal{I}$ donde $1 \leq i_k \leq n$ y
$I_{i_j} \prec_{\mathcal{P}} I_{i_k}$ si $j < k$, para $1 \leq i_j \leq n$ y $1 \leq i_k \leq n$.

La longitud de una cadena de informantes C_α, denotado $|C_\alpha|$, es su longitud como secuencia. Por ejemplo, la longitud de la cadena $(\langle \alpha, I_1 \rangle, \langle \alpha, I_5 \rangle)$ es 2.

Dado el conjunto de cadenas de informantes para un mismo literal α de $\mathbf{K}$ se puede definir un orden parcial "$\leq$" en el mismo de la siguiente manera

Definición 3.3: Dadas dos cadenas de informantes para α, $C^1_\alpha = (\langle \alpha, I_{i_1} \rangle, \ldots, \langle \alpha, I_{i_k} \rangle)$ y $C^2_\alpha = (\langle \alpha, I_{j_1} \rangle, \ldots, \langle \alpha, I_{j_m} \rangle)$ decimos que $C^1_\alpha \leq C^2_\alpha$ si $|C^1_\alpha| \leq |C^2_\alpha|$ y además $\{I_{i_1}, \ldots, I_{i_k}\} \subseteq \{I_{j_1}, \ldots, I_{j_m}\}$.

Obs 3.1: La relación "$\leq$" es reflexiva, antisimétrica y transitiva.

Definición 3.4: Una cadena de informantes se dice *maximal*, denotado C^m_α, si se verifica lo siguiente:
si una cadena de informantes C'_α es tal que $C^m_\alpha \leq C'_\alpha$ entonces $C^m_\alpha = C'_\alpha$.

Definición 3.5: Dada una sentencia α, el *soporte* de α, denotado, $\mathcal{S}_\alpha$, es el conjunto $\{lub\{C_\alpha\} : C_\alpha$ es una cadena maximal de informantes $\}$.

Es sencillo demostrar que:
Obs 3.2: Los miembros de $\mathcal{S}_\alpha$ son incomparables en $\prec_{\mathcal{P}}$.

Definición 3.6: El conjunto de información *soportada* por la base plausible, $\mathcal{S}$, es la unión de todos los conjuntos $\mathcal{S}_\alpha$.

Definición 3.7: Dados dos conjuntos $\mathcal{S}_j$ y $\mathcal{S}_k$, decimos que el conjunto $\mathcal{S}_k$ tiene mayor plausibilidad que el conjunto $\mathcal{S}_j$, denotado $\mathcal{S}_j <_{\mathcal{P}} \mathcal{S}_k$, si y solo si cada elemento de $\mathcal{S}_j$ es a lo sumo tan plausible como cada elemento de $\mathcal{S}_k$, pero existe por lo menos un elemento del conjunto $\mathcal{S}_k$ estrictamente más plausible que todos los elementos del conjunto $\mathcal{S}_j$.

4 Semi-Revisión Plausible

De acuerdo a lo anterior, la semi-revisión es un tipo de cambio de creencias en el cual se efectúa una *recepción no priorizada de un estímulo epistémico*. Este estímulo epistémico, así como también el estado de creencias, es comunmente representado mediante sentencias de algún lenguaje formal. En este trabajo se asumirá un lenguaje proposicional.

Las representaciones sentenciales de creencias pueden clasificarse en dos categorías: *puras* y *compuestas*[8]. En la representación sentencial pura, las creencias son representadas por literales. En la representación sentencial compuesta, *algo* que provee información adicional es anexado a cada sentencia. Puede anexarse una medida de la probabilidad subjetiva de lo que dice la sentencia o una justificación (prueba) de ésta.

En este trabajo se representará cada creencia mediante una combinación de una sentencia y una etiqueta que indicará la fuente que suministró tal información. Para un agente razonador ideal, su estado de creencias será representado mediante una base de creencias y un conjunto de informantes que suministran información. Este conjunto de informantes, de confiabilidad determinada, se considera *estático*.

Esta base de creencias estará conformada por sentencias (literales), cada una de las cuales tendrá como rótulo la fuente que suministró tal información. En este sentido, estamos en presencia de una representación sentencial compuesta de creencias, donde lo que se anexa a cada sentencia es su plausibilidad, expresada en términos de la confiabilidad de sus informantes. La definición a continuación formaliza esta idea.

Definición 4.1: Dada una estructura de informantes $\langle \mathcal{I}, \prec_{\mathcal{P}} \rangle$, donde $\mathcal{I}$ es un conjunto finito de informantes $\{I_1, I_2, \ldots, I_k\}$ y $\prec_{\mathcal{P}}$ es un orden parcial sobre $\mathcal{I}$, llamado relación de plausibilidad, se define *base plausible de creencias* como un conjunto $\mathcal{B}_{\mathcal{P}} = \{\langle s, I_i \rangle\}$, donde s es una sentencia y $I_i \in \mathcal{I}$ es un informante.

Una base plausible de creencias puede tener información contradictoria, pero suministrada por fuentes entre las cuales pueda establecerse un criterio en base a su plausibilidad. Por ejemplo, una determinada base puede contener la sentencia α informada por la fuente I_i y la sentencia $\neg\alpha$ informada por la fuente I_j; si tenemos razones de peso para *confiar* más en una u otra fuente, esto nos ofrece un criterio para resolver el conflicto. En caso de no tener razones de *preferencia* entre las fuentes que nos informan, estamos en presencia de información inconsistente.

Definición 4.2: Una base plausible de creencias B se dice *$_{\mathcal{P}}$-consistente* si para todo par de elementos $\langle \alpha, I_i \rangle$ y $\langle \neg\alpha, I_j \rangle$ pertenecientes a B, ya sea $I_i \prec_{\mathcal{P}} I_j$ o bien $I_j \prec_{\mathcal{P}} I_i$. Es decir, no existen $\langle \alpha, I_i \rangle$ y $\langle \neg\alpha, I_j \rangle$ tal que $I_i \not\prec_{\mathcal{P}} I_j$ ni $I_j \not\prec_{\mathcal{P}} I_i$.

El operador de *semi-revisión plausible* $?_{\mathcal{P}}$ actuará ahora sobre una base plausible de creencias y recibirá como estímulo la sentencia por la cual debe revisar. Esta sentencia estará acompañada por un rótulo indicando la fuente que la informa. Así, mediante $A?_{\mathcal{P}}\langle \alpha, I_i \rangle$ se denota la semi-revisión plausible de la base (plausible) de creencias A por la sentencia α suministrada por el informante I_i.

Tal como se mencionó anteriormente, si el sistema de creencias ya contiene $\neg\alpha$, el resultado de una semi-revisión por α puede ser que el sistema de creencias contenga α, o bien que contenga $\neg\alpha$.

La semi-revisión *plausible* propuesta en este trabajo, en cambio, tendrá en cuenta la plausibilidad de α y la plausibilidad de $\neg\alpha$, obtenida en términos de la confiabilidad de sus respectivos informantes. Si $\langle \neg\alpha, I_i \rangle$ pertenece a una base plausible de creencias y se efectúa una semi-revisión plausible de esta base por $\langle \alpha, I_j \rangle$, el resultado dependerá de la relación que exista entre las fuentes I_i e I_j en el orden parcial $\prec_{\mathcal{P}}$.

Si $I_i \prec_{\mathcal{P}} I_j$ entonces la base de creencias contendrá a $\langle \alpha, I_j \rangle$. Si, por el contrario, $I_j \prec_{\mathcal{P}} I_i$ la base contendrá a $\langle \neg\alpha, I_i \rangle$. Puede suceder que I_i e I_j sean incomparables en el orden parcial, en este caso una opción sería que $\langle \neg\alpha, I_i \rangle$ dejara de pertenecer a la base plausible de creencias.

4.1 Una Aproximación Inicial

La semi-revisión de una base (plausible) de creencias A por la sentencia α suministrada por el informante I_i, puede ser modelada mediante un procedimiento que consiste en:

1. Adicionar el par $\langle \alpha, I_i \rangle$ a la base A, mediante operación de conjuntos.
2. Extraer la información contradictoria de la base, en función del *soporte* de α y del *soporte* de $\neg\alpha$. Es decir, en base a la relación de plausibilidad que pueda establecerse entre los conjuntos $\mathcal{S}_\alpha$ y $\mathcal{S}_{\neg\alpha}$.

Definición 4.3: Sea A una base plausible de creencias y α una sentencia. Mediante $P_\alpha(A)$ se indica el conjunto:

$$P_\alpha(A) = \{P_\alpha, P_{\neg\alpha}, P_r\}$$

donde
$P_\alpha = \{\langle \alpha, I_i \rangle : \langle \alpha, I_i \rangle \in A\}$
$P_{\neg\alpha} = \{\langle \neg\alpha, I_j \rangle : \langle \neg\alpha, I_j \rangle \in A\}$
$P_r = A - P_\alpha - P_{\neg\alpha}$

Definición 4.4: Para una base plausible de creencias A. Sea γ_P una función de selección (plausible) tal que :

$$\gamma_P(P_\alpha(A)) = \begin{cases} P_\alpha \cup P_r & \text{si } \mathcal{S}_{\neg\alpha} <_{\mathcal{P}} \mathcal{S}_\alpha \\ P_{\neg\alpha} \cup P_r & \text{si } \mathcal{S}_\alpha <_{\mathcal{P}} \mathcal{S}_{\neg\alpha} \\ P_r & \text{en todo otro caso} \end{cases}$$

De acuerdo a lo expresado anteriormente, tenemos que

$$A?_{\mathcal{P}}\langle \alpha, I_i \rangle = \gamma_P(P_\alpha(A \cup \{\langle \alpha, I_i \rangle\}))$$

Teorema 4.1: El operador $?_{\mathcal{P}}$ satisface (las versiones adaptadas al esquema de base plausible de creencias de) los postulados de: *strong consistency*, *inclusion*, *pre-expansion* y *internal exchange*.

Ejemplo 4.1:
Supongamos que nuestra base plausible de creencias B consiste de

$$\{\langle \alpha, I_1 \rangle, \langle \neg\alpha, I_2 \rangle, \langle \neg\alpha, I_3 \rangle, \langle \alpha, I_4 \rangle, \langle \neg\alpha, I_5 \rangle\}$$

y además, de acuerdo al orden parcial establecido, tenemos que

$$\{I_2 \prec_{\mathcal{P}} I_1, I_2 \prec_{\mathcal{P}} I_5, I_2 \prec_{\mathcal{P}} I_3, I_1 \prec_{\mathcal{P}} I_6, I_5 \prec_{\mathcal{P}} I_4, I_3 \prec_{\mathcal{P}} I_4\}.$$

Y supongamos que se desea efectuar la operación de semi-revisión plausible de la base B por la sentencia α, suministrada por el informante I_6.

Llamemos B' a la nueva base obtenida mediante:

$$B' = B \cup \{\langle \alpha, I_6 \rangle\}$$

$P_\alpha(B')$ consiste de:

$$P_\alpha(B') = \{\{\langle\neg\alpha, I_2\rangle, \langle\neg\alpha, I_3\rangle, \langle\neg\alpha, I_5\rangle\}, \{\langle\alpha, I_1\rangle, \langle\alpha, I_4\rangle, \langle\alpha, I_6\rangle\}\}$$

Calculando el *soporte* de α y el *soporte* de $\neg\alpha$ tenemos que

$$\mathcal{S}_{\neg\alpha} = \{\langle\neg\alpha, I_3\rangle, \langle\neg\alpha, I_5\rangle\}$$

y

$$\mathcal{S}_\alpha = \{\langle\alpha, I_4\rangle, \langle\alpha, I_6\rangle\}$$

Como I_4 es *estrictamente más plausible* que todos los elementos de $\mathcal{S}_{\neg\alpha}$ tenemos que $\mathcal{S}_{\neg\alpha} <_{\mathcal{P}} \mathcal{S}_\alpha$. Así, la función de selección plausible seleccionará al conjunto

$$\{\langle\alpha, I_1\rangle, \langle\alpha, I_4\rangle, \langle\alpha, I_6\rangle\}$$

y la información contradictoria proveniente de los informantes menos plausibles será eliminada; i.e. se eliminarán de la base cada uno de los elementos del conjunto

$$\{\langle\neg\alpha, I_2\rangle, \langle\neg\alpha, I_3\rangle, \langle\neg\alpha, I_5\rangle\}$$

De este modo $\langle\alpha, I_6\rangle \in A?_{\mathcal{P}}\langle\alpha, I_6\rangle$.

4.2 Semi-Revisión Plausible basada en Partial Meet Consolidation

Dada una base plausible de creencias A, la idea intuitiva de una operación de semi-revisión plausible será la de seleccionar del conjunto de conjuntos $A \perp \bot$ aquellos elementos preferibles, en función de la estructura de informantes subyacente. La selección se realizará en base a la relación de plausibilidad que exista entre las respectivas fuentes de información.

Sea A una base de creencias inconsistente, donde el conjunto de subconjuntos consistentes maximales es $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$. La idea, inspirada en el trabajo de Rescher, será la de rechazar aquellos conjuntos A_i (para $1 \leq i \leq n$) por ser inaceptables en virtud de la relación de plausibilidad. Para rechazar un subconjunto A_i de A, podemos tener dos estrategias de selección:

- si A_i *excluye* elementos de alta plausibilidad, en beneficio de elementos de baja plausibilidad, o

- si A_i *incluye* elementos de baja plausibilidad, en perjuicio de elementos de alta plausibilidad.

La primer política tiene como idea fundamental la de *salvar los elementos más plausibles* mientras que en la última la idea subyacente es *la cadena no es más fuerte que su eslabón más débil*[11].

Nuestra estrategia será utilizar ambas políticas en forma *conjunta* para de este modo eliminar los miembros inaceptables del conjunto $A \perp \bot$.

EJEMPLO 4.2: Sea K la siguiente base de creencias:

$$K = \{a, b, c, d\}$$

Supongamos se desea realizar una operación de semi-revisión de K con respecto a $\neg c$. Entonces

$$K' = K \cup \{\neg c\} = \{a, b, c, d, \neg c\}$$

Calculando el conjunto de subconjuntos maximales consistentes tenemos que

$$K' \perp \perp = \{K_1, K_2\}$$

donde

$$\begin{array}{rclcl} K_1 & = & \{a, b, c, d\} & = & K' - \{\neg c\} \\ K_2 & = & \{a, b, \neg c, d\} & = & K' - \{c\} \end{array}$$

Asumamos que los hechos a, b, c, d y $\neg c$ son provistos por los informantes I_a, I_b, I_c, I_d e $I_{\neg c}$, respectivamente y además, consideremos los siguientes componentes de la relación de plausibilidad:

- $\{I_a \prec I_b, I_b \prec I_c, I_d \prec I_c, I_{\neg c} \prec I_c\}$

  En este caso, siguiendo la estrategia propuesta, vemos que K_2 es rechazado puesto que excluye un elemento de alta plausibilidad, c, en beneficio de $\neg c$. Esto justificado en el hecho que $I_{\neg c} \prec I_c$. Así, en este caso el subconjunto preferido es K_1 y, por lo tanto, tenemos que la semi-revisión plausible de K con respecto a la sentencia $\neg c$ informada por $I_{\neg c}$ da como resultado K_1 y entonces $c \in K?\neg c$ y $\neg c \notin K?\neg c$.

- $\{I_a \prec I_b, I_b \prec I_{\neg c}, I_d \prec I_{\neg c}, I_c \prec I_{\neg c}\}$

  Aquí el subconjunto preferido es K_2, puesto que K_1 es inaceptable de acuerdo a la política propuesta. El resultado de la semi-revisión plausible de K es K_2 y entonces $c \notin K?\neg c$ y $\neg c \in K?\neg c$.

- $\{I_a \prec I_b, I_b \prec I_c, I_d \prec I_c\}$

  En este caso, no existen razones para preferir ningún subconjunto consistente maximal en especial. La función de selección dará como resultado el conjunto $\{K_1, K_2\}$ y la semi-revisión de K dará como resultado la intersección de estos dos conjuntos. Por lo tanto, $K?\neg c = \{a, b, d\}$ y $c \notin K?\neg c$ y $\neg c \notin K?\neg c$.

5 Conclusiones

En este trabajo se ha establecido una vinculación inicial entre los sistemas lógicos que han evolucionado para la revisión de creencias y aquellas propuestas que sugieren la asignación de un orden cualitativo a la información que un agente inteligente maneja. En particular, se ha mostrado cómo, mediante un orden parcial que se establece entre las fuentes que suministran información, se puede guiar el proceso de semi-revisión en

favor de una sentencia, de su negación o de ninguna de ellas, permaneciendo inmune a la operación de cambio propuesta.

En cuanto al sistema $\mathcal{P}$ de razonamiento plausible, se han presentado definiciones que complementan la formalización expuesta en [3, 12]. En base a esto se ha definido un operador de semi-revisión plausible que satisface varios de los postulados de racionalidad que se presentan como adecuados para un operador de semi-revisión.

Asimismo, se ha presentado la operación de semi-revisión plausible basada en *partial meet consolidation*. Aquí, la selección de los subconjuntos maximales consistentes, se realiza en función de la estructura de informantes subyacente.

La semi-revisión plausible propuesta tiene varias limitaciones. Una de ellas es que los informantes suministran *literales* y no *reglas*. En este contexto, se podría pensar que se atribuye mayor importancia a las reglas (podrían ser consideradas como provistas por informantes de máxima plausibilidad) ya que, en general, las mismas se refieren a un universo de objetos.

Referencias

[1] Alchourrón, C. E., Gärdenfors,P. y Makinson, D. *On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions.* Journal of Symbolic Logic. 1985, 50:510-530.

[2] Alchourrón, C. E. y Makinson, D. *Hierarchies of Regulation and Their Logic.* In: Hilpinen R., ed., New Studies in Deontic Logic. 1981, 50:510-530.

[3] Delrieux, C. A. *Incorporando Razonamiento Plausible en los Sistemas de Razonamiento Revisable.* Tesis de Magister. Universidad Nacional del Sur. Bahía Blanca. 1995.

[4] Doyle, Jon. *Reason Maintenance and Belief Revision. Foundations vs. Coherence Theories.* Belief Revision, Gärdenfors (edt). Cambridge University Press. 1992.

[5] Falappa M. y Simari G. *Sobre la Implementación de Revisión de Creencias en Teorías Lógicas.* III Simposio Argentino de Inteligencia Artificial. 1993.

[6] Hansson, S. O. *Semi-revision.* Journal of Applied Non-Classical Logic. 1996.

[7] Hansson, S. O. *Reversing the Levi Identity.* Journal of Philosophical Logic. 1993, 22:637-669.

[8] Hansson, S. O. *Belief Base Dynamics.* PhD tesis. Uppsala, Uppsala University. 1991.

[9] Nebel, B. *Syntax-Based Approaches to Belief Revision.* Belief Revision, Gärdenfors (edt). Cambridge University Press. 1992.

[10] Rescher, N. *Hypotetical Reasoning.* North Holland, Amsterdam, 1974.

[11] Rescher, N. *Plausible Reasoning.* Van Gorcum, Dodrecht, 1976.

[12] Simari, G. y Delrieux, C. *Plausibilidad y Razonamiento No Monotónico.* 22as. JAIIO, Tomo 2, 7.79-7.94. 1993.

A Pruebas

Obs 3.1: La relación "$\leq$" es reflexiva, antisimétrica y transitiva.

Demostración:
(a) Reflexividad: Sea $C^i_\alpha = (\langle \alpha, I_{i_1}\rangle, \ldots, \langle \alpha, I_{i_k}\rangle)$ una cadena de informantes para α. Es trivial que $|C^i_\alpha| \leq |C^i_\alpha|$ y además $\{I_{i_1}, \ldots, I_{i_k}\} \subseteq \{I_{i_1}, \ldots, I_{i_k}\}$.

(b) Antisimétrica: Sean $C^1_\alpha = (\langle \alpha, I_{i_1}\rangle, \ldots, \langle \alpha, I_{i_k}\rangle)$ y $C^2_\alpha = (\langle \alpha, I_{j_1}\rangle, \ldots, \langle \alpha, I_{j_m}\rangle)$ dos cadenas de informantes para α. Debemos probar que si $C^1_\alpha \leq C^2_\alpha$ y $C^2_\alpha \leq C^1_\alpha$ entonces se cumple que C^1_α es igual a C^2_α.

Como $C^1_\alpha \leq C^2_\alpha$ implica: (1) $|C^1_\alpha| \leq |C^2_\alpha|$ y (2) $\{I_{i_1}, \ldots, I_{i_k}\} \subseteq \{I_{j_1}, \ldots, I_{j_m}\}$ y $C^2_\alpha \leq C^1_\alpha$ implica que (3) $|C^2_\alpha| \leq |C^1_\alpha|$ y (4) $\{I_{j_1}, \ldots, I_{j_m}\} \subseteq \{I_{i_1}, \ldots, I_{i_k}\}$.

De (1) y (3), es simple ver que $|C^1_\alpha| = |C^2_\alpha|$. De (2) y (4), por la doble inclusión de conjuntos, se deduce que $\{I_{i_1}, \ldots, I_{i_k}\} = \{I_{j_1}, \ldots, I_{j_m}\}$. En resumen, tenemos dos cadenas de informantes para α que tienen la misma longitud y están formadas por los mismos informantes. Por lo tanto, deben ser la misma cadena.

(c) Transitividad: Sean $C^1_\alpha = (\langle \alpha, I_{i_1}\rangle, \ldots, \langle \alpha, I_{i_k}\rangle)$, $C^2_\alpha = (\langle \alpha, I_{j_1}\rangle, \ldots, \langle \alpha, I_{j_m}\rangle)$ y $C^3_\alpha = (\langle \alpha, I_{p_1}\rangle, \ldots, \langle \alpha, I_{p_l}\rangle)$ cadenas de informantes para α. Debemos probar que si $C^1_\alpha \leq C^2_\alpha$ y $C^2_\alpha \leq C^3_\alpha$ entonces se cumple que $C^1_\alpha \leq C^3_\alpha$.

Como $C^1_\alpha \leq C^2_\alpha$ implica: (1) $|C^1_\alpha| \leq |C^2_\alpha|$ y (2) $\{I_{i_1}, \ldots, I_{i_k}\} \subseteq \{I_{j_1}, \ldots, I_{j_m}\}$ y $C^2_\alpha \leq C^3_\alpha$ implica que (3) $|C^2_\alpha| \leq |C^3_\alpha|$ y (4) $\{I_{j_1}, \ldots, I_{j_m}\} \subseteq \{I_{p_1}, \ldots, I_{p_l}\}$.

De (1) y (3), tenemos que $|C^1_\alpha| \leq |C^2_\alpha| \leq |C^3_\alpha|$, lo cual implica que $|C^1_\alpha| \leq |C^3_\alpha|$. De (2) y (4), es fácil ver que $\{I_{i_1}, \ldots, I_{i_k}\} \subseteq \{I_{p_1}, \ldots, I_{p_l}\}$. Por lo tanto, se cumple que $C^1_\alpha \leq C^3_\alpha$. Esto concluye la demostración.

Teorema 4.1: El operador $?_{\mathcal{P}}$ satisface (las versiones adaptadas al esquema de base plausible de creencias de) los postulados de: *strong consistency*, *inclusion*, *pre-expansion* y *internal exchange*.

Demostración:
(a) *strong consistency*: A partir una base plausible *$\mathcal{P}$_consistente* y de la definición de la función γ_P, es evidente que luego de realizar una operación de semi-revision, la base resultante no contendrá elementos $\langle \alpha, I_i\rangle, \langle \neg\alpha, I_j\rangle$, donde I_i e I_j sean incomparables.

(b) *inclusion*: Como puede observarse fácilmente, el resultado de la función γ_P, en cada caso, es un subconjunto de $A \cup \{\langle \alpha, I_i\rangle\}$.

(c) *pre-expansion*: De acuerdo a la definición del operador $?_{\mathcal{P}}$ tenemos que:

$$(A \cup \{\langle \alpha, I_i \rangle\})?_{\mathcal{P}}\langle \alpha, I_i \rangle = \gamma_P(P_\alpha(A \cup \{\langle \alpha, I_i \rangle\} \cup \{\langle \alpha, I_i \rangle\}))$$

luego

$$\gamma_P(P_\alpha(A \cup \{\langle \alpha, I_i \rangle\} \cup \{\langle \alpha, I_i \rangle\})) = \gamma_P(P_\alpha(A \cup \{\langle \alpha, I_i \rangle\})) = A?_{\mathcal{P}}\langle \alpha, I_i \rangle$$

por lo tanto

$$(A \cup \{\langle \alpha, I_i \rangle\})?_{\mathcal{P}}\langle \alpha, I_i \rangle = A?_{\mathcal{P}}\langle \alpha, I_i \rangle$$

(d) *internal exchange*: A partir de una base plausible A, $_{\mathcal{P}}$*_consistente*, donde $\langle \alpha, I_i \rangle$, $\langle \beta, I_j \rangle$ pertenecen a A, es evidente que

$$A?_{\mathcal{P}}\langle \alpha, I_i \rangle = A?_{\mathcal{P}}\langle \beta, I_j \rangle = A$$

Por lo expresado en (a), (b), (c) y (d) queda demostrado el teorema.