# Orden de evaluación en argumentación rebatible: Propiedades y consideraciones teóricas

Carlos Iván Chesñevar[1] Guillermo Ricardo Simari

Instituto de Ciencias e Ingeniería de Computación (ICIC)
Grupo de Investigación en Inteligencia Artificial (GIIA)
Departamento de Ciencias de la Computación
Universidad Nacional del Sur
Av.Alem 1253 – (8000) Bahía Blanca – República Argentina
Fax: (54) (91) 563401 – Tel.: (54) (91) 20776 (ext.208)
Email: {ccchesne,grs}@criba.edu.ar

Palabras clave: inteligencia artificial, razonamiento rebatible, sistemas argumentativos

**Abstract**

Los sistemas argumentativos [SL92, Vre93, Che96] consituyen una formalización del razonamiento rebatible. En tal sentido, MTDR [SL92, Che96] es uno de los formalismos más aceptados para capturar el proceso de argumentación rebatible. En MTDR, un *argumento* $A$ para un literal $h$ es una pieza de razonamiento que permite a un agente inteligente explicar $h$ de manera tentativa. Para determinar si $h$ es finalmente aceptable (o *justificable*) es necesario llevar a cabo un análisis en el que se confrontan argumentos y *contraargumentos*, resultando en una estructura denominada *árbol dialéctico*. Un proceso de etiquetado sobre dicho árbol permitirá determinar si el argumento $A$ para $h$ es una *justificación*.

En trabajos recientes [SCG94b] se ha apuntado a etiquetar un árbol dialéctico de manera eficiente. En este trabajo se aborda formalmente ese problema, introduciéndose definiciones y propiedades que facilitan la especificación de un algoritmo de etiquetado. Se presenta la noción de orden de evaluación para facilitar la formalización del proceso de etiquetado. Se caracterizan elementos distinguidos que permitirán podar el espacio de búsqueda asociado a la determinación de contraargumentos para un argumento dado. Se establece la definición de conjunto de compromiso asociado a un argumento dado, y a partir de ésta la definición de base compartida, la cual estará formado por todos aquellos literales que no pueden ser futuros *puntos de contraargumentación*. Estos conceptos permitirán formular proposiciones que restringirán los argumentos candidatos a formar parte del árbol dialéctico asociado a una justificación. El trabajo culmina presentando un criterio de preferencia para la construcción de un árbol dialéctico, basado en la noción de *conjunto de compromiso*. Dicho criterio de preferencia podrá aplicarse al algoritmo de etiquetado para mejorar su performance computacional.

[1]Becario de Perfeccionamiento del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), República Argentina.

# Orden de evaluación en argumentación rebatible: Propiedades y consideraciones teóricas

## 1 Introducción

Los sistemas argumentativos [SL92, Vre93, Che96] son una formalización del razonamiento rebatible de amplia aceptación en la comunidad de Inteligencia Artificial. El formalismo *MTDR* [SL92] ha demostrado ser particularmente apropiado para modelar el proceso de argumentación rebatible. En *MTDR*, un *argumento* $A$ para una hipótesis $h$ constituye una prueba tentativa para que un agente inteligente pueda *explicar* $h$.

La inferencia en un sistema argumentativo como *MTDR* es el resultado de un proceso complejo. Para determinar si un literal $h$ es finalmente aceptable (o *justificable*) a partir del argumento $A$, es necesario llevar a cabo un análisis en el que se confrontan argumentos y *contraargumentos*, resultando en una estructura denominada *árbol dialéctico*. Un proceso de etiquetado sobre dicho árbol permitirá determinar si $A$ es una *justificación* para $h$.

En trabajos recientes [SCG94b, SCG94a] se ha apuntado etiquetar un árbol dialéctico de manera eficiente. En este trabajo se aborda formalmente ese problema, introduciéndose definiciones y propiedades que facilitan la especificación de un algoritmo de etiquetado. Se establece un *criterio de preferencia* para la construcción de dicho árbol, basado en restricciones de consistencia.

El trabajo está estructurado como sigue: primeramente, en la sección 2, se describe brevemente el proceso de argumentación rebatible. Seguidamente, en las secciones 3 y 4 se presentan y analizan las motivaciones que guiaron la búqueda de un mejoramiento del proceso de inferencia. Finalmente, en la sección 5, se presentan las principales conclusiones obtenidas. Al final del trabajo se incluye un apéndice conteniendo las definiciones básicas del formalismo *MTDR*.

## 2 Argumentación rebatible en *MTDR*

En esta sección se presentan elementos generales que caracterizan al formalismo *MTDR* [SL92, SCG94b], los que pueden complementarse con las definiciones presentadas en el apéndice A.[2]

Un *argumento* $\langle A, h\rangle$ (ver def. A.2) constituye una prueba tentativa que un agente inteligente está dispuesto a aceptar como explicación para una hipótesis $h$, de acuerdo a lo que conoce del mundo. La *aceptabilidad* final de ese argumento $\langle A, h\rangle$ está caracterizada en términos de un proceso dialéctico, de caracter recursivo. Para decidir si $\langle A, h\rangle$ es aceptable, se lo confronta con todos aquellos *contraargumentos* $\langle A_1, h_1\rangle$, $\langle A_2, h_2\rangle$, $\ldots$, $\langle A_k, h_k\rangle$ para $\langle A, h\rangle$ (def. A.3). Cada uno de éstos constituye una prueba rebatible para *rechazar* $\langle A, h\rangle$. Si algún $\langle A_i, h_i\rangle$ es mejor o igual que $\langle A, h\rangle$ (de acuerdo a un criterio de preferencia entre argumentos), $\langle A_i, h_i\rangle$ será un candidato para *derrotar* a $\langle A, h\rangle$ (def. A.4). Pero puesto que $\langle A_i, h_i\rangle$ es también un argumento, el análisis anterior también se le aplica. Un argumento se considerará finalmente aceptable cuando *no tenga argumentos que lo derrotan*, o bien cuando *todos los argumentos que lo derrotan son a su vez derrotados por argumentos aceptables*. La aceptabilidad del argumento original $\langle A, h\rangle$ resultará entonces de un proceso recursivo, en el cual se tienen en

[2]Mayores detalles acerca del formalismo *MTDR* pueden consultarse en [SL92, SCG94b].

consideración argumentos, derrotadores, derrotadores de derrotadores, y así sucesivamente. La estructura arbórea resultante de este proceso se denomina *árbol dialéctico* (def. A.5). Si $\langle A, h\rangle$ se considerará finalmente aceptable, se dice que $\langle A, h\rangle$ es una *justificación* (def. A.12).

EJEMPLO **2.1** Sea $\mathcal{K}=\{\ e_1,\ e_2,\ c{\rightarrow}c_2\ \}$, y sea $\Delta=\{\ c_1 \wedge\ c_2\ \succ\!\!-\ h,\ e_2\ \succ\!\!-\ c,\ e_1\ \succ\!\!-\ c_1,\ e_2 \wedge\ c_4\ \succ\!\!-\ \neg c_1,\ e_1\ \succ\!\!-\ c_4,\ e_1 \wedge\ e_2\ \succ\!\!-\ \neg c_4,\ \}$. Entonces $A_1=\{\ e_1\ \succ\!\!-\ c_1,\ e_2\ \succ\!\!-\ c,\ c_1 \wedge c_2\ \succ\!\!-\ h\ \}$ es un argumento para $h$. El argumento $\langle A_1, h\rangle$ tiene como derrotador asociado el argumento $\langle A_2, \neg c_1\rangle$, con $A_2 = \{\ e_1\ \succ\!\!-\ c_4,\ c_4 \wedge\ e_2\ \succ\!\!-\ \neg c_1\ \}$. Luego, $\langle A_1, h\rangle$ no es aceptable (provisoriamente). Pero este segundo argumento no es aceptable, ya que tiene a su vez otro derrotador asociado, $\langle A_3, \neg c_1\rangle$, con $A_3 = \{\ e_1 \wedge e_2\ \succ\!\!-\ \neg c_4\}$. No existen más argumentos por considerar. Luego $\langle A_3, \neg c_4\rangle$ es una justificación; $\langle A_2, \neg c_1\rangle$ no es aceptable (y por ende no es una justificación). El argumento $\langle A_1, h\rangle$ es aceptable (pues no tiene derrotadores aceptables asociados), y por ende es una justificación. □

# 3 Orden de evaluación en árboles dialécticos

Tal como se ha detallado en la sección 2, para la construcción de un árbol dialéctico *aceptable* (def. A.10) se consideran los distintos *derrotadores aceptables* $D_1, D_2, \ldots D_k$ (def. A.9) asociados a cada uno de los argumentos del árbol. Si $\langle B, q\rangle$ es un argumento en un árbol dialéctico $\mathcal{T}_{\langle A,\,h\rangle}$, denotaremos como $AcceptableDefeaters(\langle B, q\rangle)$ al conjunto de derrotadores aceptables asociados a $\langle B, q\rangle$.

Al computar un árbol dialéctico, los argumentos que lo forman no son obtenidos simultáneamente. Dado un argumento $\langle A, h\rangle$, es natural considerar un *orden* según el cual obtienen los elementos de $AcceptableDefeaters(\langle A, h\rangle)$, al que denominaremos *orden de evaluación* y denotaremos $\preceq_{eval}$. Dicho orden define un orden parcial entre los argumentos a analizar como derrotadores candidatos. Formalmente:

DEFINICIÓN **3.1** Sea $S$ un conjunto de argumentos. Se denominará *orden de evaluación* a la relación $\preceq_{eval}$ definida en $S$, tal que $\preceq_{eval}$ define un orden parcial entre elementos de $S$. Si $\langle A_1, h_1\rangle$, $\langle A_2, h_2\rangle$ son argumentos pertenecientes a $S$, se dirá que $\langle A_1, h_1\rangle \preceq_{eval} \langle A_2, h_2\rangle$ sssi la etiqueta asociada a $\langle A_1, h_1\rangle$ se computa *antes* que la etiqueta asociada a $\langle A_2, h_2\rangle$. □

EJEMPLO **3.1** El orden $\preceq_{eval}$ podría definirse de varias maneras. Ej: $\langle A_1, h_1\rangle \preceq_{eval} \langle A_2, h_2\rangle$ sssi $\langle A_1, h_1\rangle$ se obtiene antes que $\langle A_2, h_2\rangle$ al emplear búsqueda *depth-first* sobre la base de conocimiento (este es el orden empleado por las implementaciones actualmente existentes de *MTDR*); también podría definirse $\langle A_1, h_1\rangle \preceq_{eval} \langle A_2, h_2\rangle$ sssi $A_1$ posee menos reglas rebatibles que $A_2$. □

El algoritmo presentado en la figura 1 ilustra cómo obtener el árbol dialéctico $\mathcal{T}_{\langle A,\,h\rangle}$, ordenando el análisis de derrotadores según la relación $\preceq_{eval}$, utilizando poda $\alpha$-$\beta$ para acelerar el etiquetado del árbol.

La posibilidad de realizar poda $\alpha$-$\beta$ sobre el árbol dialéctico muestra que el orden en el cual se considera la generación de argumentos juega un papel significativo. Dado un argumento $\langle A, h\rangle$, no es necesario analizar cada argumento perteneciente al árbol $\mathcal{T}_{\langle A,\,h\rangle}$ para determinar cuál será la etiqueta asociada a $\langle A, h\rangle$. Es razonable suponer que, dada una base de conocimiento $(\mathcal{K}, \Delta)$,

Algoritmo **3.1** ConstruirArbolDialectico *(Versión con poda $\alpha$-$\beta$ y orden de evaluación $\preceq_{eval}$)*
Input: $\langle A, h\rangle$
Output: $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$
$S = AcceptableDefeaters(\langle A, h\rangle)$ y sea $\preceq_{eval}$ definida en $S$
**Si** $S \neq \emptyset$
  **entonces**
    **Repetir mientras** no exista $\langle A_i, h_i\rangle \in S$ etiquetado como $U$
      **Para cada** argumento en $S$
        Sea $\langle A_i, h_i\rangle$= elemento minimal no etiquetado de $(S, \preceq_{eval})$
        ConstruirArbolDialectico($\langle A_i, h_i\rangle$)
          obteniendo como resultado $\mathcal{T}_{\langle A_i,\, h_i\rangle}$
        Colocar $\mathcal{T}_{\langle A_i,\, h_i\rangle}$ como subárbol inmediato de $\langle A, h\rangle$.
    **Si** existe algún $\mathcal{T}_{\langle A_i,\, h_i\rangle}$ etiquetado como $U$
      **entonces**
        Etiquetar $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ como $D$
      **sino**
        Etiquetar $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ como $U$
  **sino**
    $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle} = \langle A, h\rangle$
    Etiquetar $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ como $U$

Figura 1: Algoritmo para construir árbol dialéctico

no todos los argumentos construibles a partir de ella tendrán la misma cantidad de contraargumentos, por lo cual el árbol dialéctico asociado a un argumento cualesquiera normalmente será un árbol no balanceado. La profundidad del árbol corresponderá a la línea argumentativa $L$ más larga dentro del árbol. De acuerdo al análisis precedente, la evaluación para el etiquetado de los argumentos en la línea $L$ debería ser demorado tanto como fuera posible, en virtud de que las líneas de argumentación más cortas tienen igual oportunidad de "cortar el debate", y pueden evaluarse más rápidamente que las más largas. Este hecho implica que *el tamaño del espacio de búsqueda asociado con el proceso de justificación sea diferente, según el orden en que se generen los argumentos.*

En consecuencia, a fin de podar el árbol de búsqueda, resulta particularmente importante contar con un criterio para determinar cuál es el contraargumento más *prometedor* a evaluar primero. La expresión "más prometedor" debe interpretarse en este contexto como "aquel que pertenezca a la línea argumentativa de menor longitud". En caso de que dicho contraargumento resultare derrotado, debería ensayarse la siguiente línea de argumentación más corta, y así sucesivamente. La línea argumentativa más larga sería la última en ser analizada, ya que –en promedio– sería aquella que involucra el mayor número de argumentos, y por ende sería la más costosa computacionalmente.

EJEMPLO **3.2** Sea $(\mathcal{K}, \Delta)$ una estructura lógica rebatible, donde $\mathcal{K}_P = \{e_1, e_2, e_4, e_5\}$, $\mathcal{K}_G = \{h \rightarrow p,\ b \wedge\ p \rightarrow q,\ d \rightarrow s\ \}$, y

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{lll} e_1 \succ\!\!- d, & e_2 \succ\!\!- f, & d \succ\!\!- a, \\ f \succ\!\!- b, & a \wedge b \succ\!\!- h, & e_1 \succ\!\!- d, \\ e_2 \wedge d \succ\!\!- \neg a, & e_2 \succ\!\!- f, & e_4 \succ\!\!- t, \\ t \succ\!\!- s, & s \succ\!\!- r, & e_5 \succ\!\!- s, \\ s \wedge e_2 \succ\!\!- \neg r, & e_5 \succ\!\!- \neg t, & e_5 \succ\!\!- \neg d, \\ e_4 \succ\!\!- \neg s, & f \wedge r \succ\!\!- \neg b & \end{array} \right\}$$

Para se determinar si $h$ es un literal *justificado* (def. A.12), pueden considerarse los siguientes argumentos:

1. El argumento de soporte $\langle A_0, h\rangle = \langle\{e_1 \succ\!\!- d, e_2 \succ\!\!- f, d \succ\!\!- a, f \succ\!\!- b, a \wedge b \succ\!\!- h\}, h\rangle$.
2. El argumento de interferencia $\langle A_1, \neg a\rangle = \langle\{e_1 \succ\!\!- d, e_2 \wedge d \succ\!\!- \neg a\}, \neg a\rangle$. Este argumento es un derrotador propio de $\langle A_0, h\rangle$, puesto que lo contraargumenta y es más específico.
3. El argumento de interferencia $\langle A_2, \neg b\rangle = \langle\{e_2 \succ\!\!- f, e_4 \succ\!\!- t, t \succ\!\!- s, s \succ\!\!- r, f \wedge r \succ\!\!- \neg b\}, \neg b\rangle$. Este argumento también es un derrotador propio de $\langle A_0, h\rangle$.
4. El argumento de soporte $\langle A_3, \neg r\rangle = \langle\{e_5 \succ\!\!- s, s \wedge e_2 \succ\!\!- \neg r\}, \neg r\rangle$. Este es un derrotador propio para $\langle A_2, \neg b\rangle$.
5. El argumento de soporte $\langle A_4, \neg t\rangle = \langle\{e_5 \succ\!\!- \neg t\}, \neg t\rangle$. Este es un derrotador de bloqueo para $\langle A_2, \neg b\rangle$.

No existen otras relaciones entre argumentos que contribuyan a establecer si $\langle A_0, h\rangle$ está justificado. Dado que $\langle A_0, h\rangle$ tiene al menos un derrotador propio que está justificado (el argumento de interferencia $\langle A_1, \neg a\rangle$), resulta que $\langle A_0, h\rangle$ no es una justificación, y que $h$ es un literal *rechazado* (def. A.13).

Puede observarse que es posible construir un argumento $\langle A_5, \neg s\rangle = \langle\{e_4 \succ\!\!- \neg s\}, \neg s\rangle$, derrotando a $\langle A_1, \neg a\rangle$, permitiendo reinstaurar el argumento original $\langle A_0, h\rangle$. Sin embargo, esto sería inválido por violar las restricciones de consistencia entre argumentos de soporte, resultando en una línea de argumentación no aceptable (def. A.8). El argumento $\langle A_5, \neg s\rangle$ como derrotador que contribuye a reinstaurar $\langle A_0, h\rangle$ es un derrotador no aceptable (def. A.9), puesto que $\mathcal{K} \cup A_0 \cup A_5 \mid\!\sim s$ y $\mathcal{K} \cup A_0 \cup A_5 \mid\!\sim \neg s$.

Nótese que independientemente del orden en que se analizan las relaciones entre argumentos que constituyen el árbol dialéctico $\mathcal{T}_{\langle A_0,\, h\rangle}$, la cantidad de éstos es invariante. No obstante, algunos órdenes de evaluación de los argumentos "convergen" más rápidamente que otros al etiquetado que finalmente tendrá el nodo raíz del árbol, $\langle A_0, h\rangle$. Así, en la figura 2, el cuadro de la derecha muestra una secuencia de generación de argumentos para la cual con el primer argumento de interferencia considerado ($\langle A_1, \neg a\rangle$) se arriba al etiquetado final de la raíz. En el cuadro de la izquierda, por el contrario, para arribar a igual resultado debe considerarse mayor número de argumentos. $\square$

En consecuencia, nos preguntamos cómo determinar cuáles son los derrotadores pertenecientes a las líneas argumentativas más cortas. Seguidamente se establecerán consideraciones que nos acercarán a resolver este problema.

| Argum. | Tipo | Conclusión provisoria sobre literal $h$ |
|---|---|---|
| $\langle A_0, h\rangle$ | $S$ | Justificado |
| $\langle A_2, \neg b\rangle$ | $I$ | Rechazado |
| $\langle A_3, \neg r\rangle$ | $S$ | No Decidido |
| $\langle A_4, \neg t\rangle$ | $S$ | No Decidido |
| $\langle A_1, \neg a\rangle$ | $I$ | Rechazado |

| Argum. | Tipo | Conclusión provisoria sobre literal $h$ |
|---|---|---|
| $\langle A_0, h\rangle$ | $S$ | Justificado |
| $\langle A_1, \neg a\rangle$ | $I$ | Rechazado |
| $\langle A_2, \neg b\rangle$ | $I$ | Rechazado |
| $\langle A_3, \neg r\rangle$ | $S$ | Rechazado |
| $\langle A_4, \neg t\rangle$ | $S$ | Rechazado |

Figura 2: Conclusiones provisionales (ejemplo 3.2)

## 3.1 Puntos de contraargumentación y derrota

Recordemos que a fin de determinar los derrotadores aceptables $\langle B_1, h_1\rangle$, $\langle B_2, h_2\rangle$, ..., $\langle B_k, h_k\rangle$ asociados al argumento $\langle A, h\rangle$, deberán encontrarse sus respectivos *puntos de derrota* (véase def. A.4), esto es, aquellos literales $p_1$, $p_2$, $\ldots p_k$ tal que $\langle S_i, p_i\rangle$ es subargumento de $\langle A, h\rangle$, y $\langle B_i, h_i\rangle$ derrota a $\langle S_i, p_i\rangle$ (def. A.4), con $i = 1 \ldots k$. La pregunta inicial puede entonces reformularse como sigue:

> *Dado un argumento $\langle A, h\rangle$, ¿cómo pueden determinarse cuáles son los literales básicos $p_1$, $p_2$, $\ldots p_k$ correspondientes a los puntos de derrota de todos los derrotadores aceptables $\langle B_1, h_1\rangle$, $\langle B_2, h_2\rangle$, ..., $\langle B_k, h_k\rangle$ para el argumento $\langle A, h\rangle$?.*

Dado que cada uno de los derrotadores aceptables de $\langle A, h\rangle$ puede a su vez ser derrotado, estos literales serán denominados *puntos potenciales de derrota*. Los derrotadores aceptables son un subconjunto distinguido de los contraargumentos asociados a un argumento $\langle A, h\rangle$ dado. Análogamente, los puntos potenciales de derrota serán un subconjunto distinguido de los *puntos potenciales de contraargumentación* para $\langle A, h\rangle$.

Definición **3.2** (*Punto potencial de contraargumentación. Punto potencial de derrota*). Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento. Se dirá que $q \in GroundLiterals(\mathcal{L})$[3] es un *punto potencial de contraargumentación* si existe algún argumento $\langle B, s\rangle$, tal que $\langle B, s\rangle \overset{q}{\otimes\!\!\rightarrow} \langle A, h\rangle$. Si además se cumple que $\langle B, s\rangle \gg_{\mathbf{def}} \langle A, h\rangle$, entonces se dirá que $q$ es un *punto potencial de derrota*. $\square$

Por ende puede decirse que todo argumento $\langle A, h\rangle$ tiene un conjunto de *puntos potenciales de contraargumentación* asociados, algunos de los cuales podrán ser a su vez *puntos potenciales de derrota*.

Un primer acercamiento para obtener el conjunto de todos los puntos potenciales para derrota sería considerar los complementos de los literales que corresponden a $Co(A)$, el conjunto de consecuentes de las reglas en $A$. Sin embargo, esto parecería ser insuficiente, en virtud de que la noción de contraargumentación está definida en función de *inconsistencia* dentro de una lógica de primer orden (ver def. A.3).

[3] $GroundLiterals(\mathcal{L})$ denota el conjunto de todos los literales básicos en $\mathcal{L}$.

DEFINICIÓN **3.3** (*Conjunto de compromiso*). Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento, y sea $(\mathcal{K}, \Delta)$ su estructura rebatible asociada. El *conjunto de compromiso* de $\langle A, h\rangle$, denotado $Commit(\langle A, h\rangle)$, estará formado por todos los literales básicos derivables a partir de $\mathcal{K}$ y los consecuentes de las reglas rebatibles instanciadas en $A$. Formalmente:

$$Commit(\langle A, h\rangle) = \{a \in GroundLiterals(\mathcal{L}) : \mathcal{K} \cup Co(A) \vdash a\}$$

□

EJEMPLO **3.3** Considérese la estructura lógica rebatible del ejemplo 3.2, y el argumento $\langle A_0, h\rangle$. Entonces $Commit(\langle A_0, h\rangle) = \{d, f, a, b, h, p, q, e_1, e_2\}$. □

La definición de conjunto de compromiso se hará extensiva a un conjunto cualquiera de argumentos.

DEFINICIÓN **3.4** Sea $S = \{\langle A_1, h_1\rangle, \langle A_2, h_2\rangle, \ldots \langle A_n, h_n\rangle\}$ un conjunto de argumentos. Entonces

$$Commit(S) = \{a \in GroundLiterals(\mathcal{L}) : \mathcal{K} \cup \bigcup_{i=1}^{n} Co(A_i) \vdash a\}$$

□

EJEMPLO **3.4** Considérese la estructura lógica rebatible del ejemplo 3.2, y los conjuntos $S_1 = \{\langle A_0, h\rangle, \langle A_3, \neg r\rangle\}$ y $S_2 = \{\langle A_0, h\rangle, \langle A_1, \neg a\rangle\}$ Entonces $Commit(S_1) = \{d, f, a, b, h, p, q, e_1, e_2, e_5, s, \neg r\}$, y $Commit(S_2) = \{d, f, a, b, h, e_1, e_2, \neg a\}$. Nótese que el conjunto $Commit(S)$ podría ser *inconsistente*, como en el último caso, donde $\{a, \neg a\} \subset Commit(S_2)$. □

El último caso del ejemplo anterior sirve de motivación para considerar bajo qué circunstancias puede asegurarse que $Commit(S)$ será un conjunto consistente. La siguiente proposición establece que el conjunto de compromiso asociado a los argumentos de soporte (interferencia) en una línea argumentativa aceptable $\lambda$ es consistente.

PROPOSICIÓN **3.1** Sea $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ un árbol dialéctico aceptable, y sea $\lambda \in ArgumentLines(\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle})$. Sea $S_\lambda$ ($I_\lambda$) el conjunto formado por todos los argumentos de soporte (interferencia) en $\lambda$. Entonces $Commit(S_\lambda)$ (análogamente $Commit(I_\lambda)$) es consistente.[4] □

A partir de la definición A.17 y de la proposición 3.1 es que los conjuntos $Commit(S_\lambda(k))$, $Commit(I_\lambda(k))$, y $Commit(Args_\lambda(k))$ son consistentes para todo $k$, con $k \geq 0$. Como veremos más adelante, la proposición 3.1 brindará un punto de referencia para limitar el conjunto de puntos potenciales de derrota.

En la definición 3.2 se planteó la definición de *puntos potenciales de derrota*, como caracterización de los literales que podían aparecer como conclusión de derrotadores para un argumento dado. Seguidamente se refinará ese concepto a través de las definiciones de *puntos para contraargumentación* y *puntos para derrota*.

[4] La demostraciones de las proposiciones y lemas presentados en este trabajo pueden encontrarse en [Che96].

Definición **3.5** (*PointsForCounterarg*($\langle A, h\rangle$) *y* *PointsForDefeat*($\langle A, h\rangle$)). Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento. Entonces *PointsForCounterarg*($\langle A, h\rangle$) denota al conjunto de todos los literales básicos que pueden ser la conclusión de un *contraargumento* para $\langle A, h\rangle$. Análogamente, *PointsForDefeat*($\langle A, h\rangle$) denota el conjunto de todos los literales básicos que pueden ser la conclusión de un *derrotador* para $\langle A, h\rangle$. Formalmente:

$$\begin{aligned} PointsForCounterarg(\langle A, h\rangle) &= \{j \in GroundLiterals(\mathcal{L}) \mid \text{existe } \langle B, j\rangle \\ &\quad \text{y } \langle B, j\rangle \otimes\!\!\rightarrow \langle A, h\rangle\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PointsForDefeat(\langle A, h\rangle) &= \{j \in GroundLiterals(\mathcal{L}) \mid \text{existe } \langle B, j\rangle \\ &\quad \text{y } \langle B, j\rangle \gg_{\mathbf{def}} \langle A, h\rangle\} \end{aligned}$$

Naturalmente, dado que la relación de derrota es un refinamiento de la relación de contraargumentación, se cumple que $PointsForDefeat(\langle A, h\rangle) \subseteq PointsForCounterarg(\langle A, h\rangle)$. □

Ejemplo **3.5** Sea $\mathcal{K}$= { $e_1(a)$, $e_2(a)$, $e_3(a)$, $r(X) \rightarrow s(X)$ } y sea $\Delta$= { $e_1(X) \wedge e_2(X) \succ\!\!- p(X)$, $e_3(X) \succ\!\!- q(X)$, $p(X) \wedge q(X) \succ\!\!- r(X)$, $e_2(X) \succ\!\!- \neg q(X)$, $p(X) \succ\!\!- \neg s(X)$ }. Sea $A = \{e_1(a) \wedge e_2(a) \succ\!\!- p(a), p(a) \succ\!\!- s(a)\}$. un argumento para $s(a)$. Entonces $PointsForCounterarg(\langle A, s(a)\rangle) = \{\neg q(a), \neg s(a), \neg r(a)\}$. No pueden construirse derrotadores para $\langle A, s(a)\rangle$, por lo que $PointsForDefeat(\langle A, s(a)\rangle) = \emptyset$. Nótese que puede construirse un argumento con la conclusión $\neg s(a)$ aplicando contraposición sobre la regla $r(X) \rightarrow s(X)$ de $\mathcal{K}$. □

Ejemplo **3.6** Considérese $(\mathcal{K}, \Delta)$ tal como fuera definida en el ejemplo 3.2, y el argumento $\langle A_0, h\rangle$. Entonces $PointsForCounterarg(\langle A_0, h\rangle) = PointsForDefeat(\langle A_0, h\rangle) = \{\neg a, \neg b\}$. □

Sin embargo, tal como quedó manifestado en la proposición 3.1, la definición de *línea de argumentación aceptable* (def. A.8) impone restricciones adicionales sobre los argumentos a fin de que éstos sean aceptados en un árbol dialéctico. Estas restricciones hacen que dado un argumento $\langle A, h\rangle \in \lambda$, el conjunto $S$ de literales básicos que resultan candidatos para ser conclusiones de nuevos derrotadores para $\langle A, h\rangle$ sea de hecho un *subconjunto* del conjunto $PointsForDefeat(\langle A, h\rangle)$. Este subconjunto será denominado $PointsForAttack(\langle A, h\rangle, \lambda)$.[5] Cabe señalar que $PointsForAttack(\langle A, h\rangle, \lambda)$ será en cierta medida un conjunto 'optimal' para la construcción del árbol dialéctico, conteniendo *solamente* aquellos literales que pueden ser conclusiones de derrotadores aceptables.

Definición **3.6** (*PointsForAttack*($\langle A, h\rangle, \lambda$)). Sea $\lambda \in ArgumentLines(\mathcal{T}_{\langle A, h\rangle})$ una línea de argumentación aceptable. Sea $\langle A_i, h_i\rangle \in \lambda$. Entonces $PointsForAttack(\langle A_i, h_i\rangle, \lambda)$ denota el

[5] Obsérvese que es necesario incluir un segundo parámetro en la definición de $PointsForAttack(\langle A, h\rangle, \lambda)$, en virtud de que la definición involucra la aceptabilidad dentro de la línea de argumentación $\lambda$.

conjunto de todos los literales básicos que pueden ser conclusión de un *derrotador aceptable* para $\langle A_i, h_i\rangle$ en $\lambda$.

$$\begin{aligned} \mathit{PointsForAttack}(\langle A_i, h_i\rangle, \lambda) \;=\; & \{j \in \mathit{GroundLiterals}(\mathcal{L}) \mid \text{existe } \langle B, j\rangle \\ & \text{y } \langle B, j\rangle \gg_{\mathbf{def}} \langle A_i, h_i\rangle, \\ & \text{tal que } \langle B, j\rangle \text{ es un derrotador aceptable en } \lambda\} \end{aligned}$$

□

EJEMPLO **3.7** Considérese el ejemplo 3.2. Sean $\lambda_1 = [\langle A_0, h\rangle, \langle A_1, \neg a\rangle]$ y $\lambda_2 = [\langle A_0, h\rangle, \langle A_2, \neg b\rangle]$ líneas argumentativas aceptables, asociadas a $\mathcal{T}_{\langle A_0, h\rangle}$. Entonces $\mathit{PointsForAttack}(\langle A_2, \neg b\rangle) = \{\neg r, \neg t, \neg s\}$, mientras que $\mathit{PointsForAttack}(\langle A_1, \neg a\rangle) = \emptyset$. □

La definición anterior permite enunciar la siguiente proposición, cuya demostración es directa a partir de la definición de justificación (def. A.12).

PROPOSICIÓN **3.2** Sea $\lambda$ una línea argumentativa aceptable, y sea $\langle A, h\rangle \in \lambda$ tal que $\mathit{PointsForAttack}(\langle A, h\rangle, \lambda) = \emptyset$. Entonces $\langle A, h\rangle$ es una justificación. □

## 3.2 Poda para obtención de contraargumentos

Nuestro objetivo será lograr la mejor aproximación posible al conjunto *PointsForAttack*. La aproximación más grosera a los puntos posibles para derrota está dada por el conjunto de *compromiso* de $\langle A, h\rangle$, $\mathit{Commit}(\langle A, h\rangle)$. De hecho, la conclusión de cualquier potencial derrotador de $\langle A, h\rangle$ es un elemento de $\mathit{Complement}(\mathit{Commit}(\langle A, h\rangle))$, el conjunto de los literales complementarios de $\mathit{Commit}(\langle A, h\rangle)$. Si $\lambda$ representa una línea argumentativa aceptable cualquiera, y $\langle A, h\rangle$ es un argumento perteneciente a $\lambda$, puede plantearse la siguiente relación entre todos los conjuntos distinguidos de literales mencionados hasta el momento:

$$\begin{gathered} \mathit{PointsForAttack}(\langle A, h\rangle, \lambda) \subseteq \mathit{PointsForDefeat}(\langle A, h\rangle) \subseteq \\ \subseteq \mathit{PointsForCounterarg}(\langle A, h\rangle) \subseteq \mathit{Complement}(\mathit{Commit}(\langle A, h\rangle)) \end{gathered}$$

A continuación se probará un *lema de poda*, que asegura que no es necesario considerar el complemento del conjunto de compromiso de un argumento dado $\langle A, h\rangle$ como cota superior de todos los contraargumentos asociados a él. El lema de poda establece que cada vez que se encuentra un argumento $\langle B, q\rangle$ que contraargumenta $\langle A, h\rangle$, entonces también se ha encontrado un argumento para el complemento de algún literal en $Co(A)$. Esto prueba el vínculo 'intuitivo' que existe entre las nociones de contraargumentación y literales complementarios.

LEMA **3.1** Sean $\langle A_1, h_1\rangle$ y $\langle A_2, h_2\rangle$ argumentos, tales que $\langle A_1, h_1\rangle \overset{h}{\otimes\!\!\longrightarrow} \langle A_2, h_2\rangle$, y sea $\langle A, h\rangle$ el subargumento de desacuerdo. Entonces $A_1$ es un argumento para $\neg h$, *i.e.*, $\langle A_1, \neg h\rangle$. □

Este lema es sumamente importante, dado que nos permitirá asegurar que el conjunto de contraargumentos asociados a un argumento $\langle A, h\rangle$ dado depende únicamente de los *consecuentes* de reglas rebatibles y no rebatibles presentes en la construcción de $\langle A, h\rangle$. Este conjunto de consecuentes será denominado $Co(\langle A, h\rangle)_{R_{\mathcal{K}}}$ –sobrecargando el operador $Co$ presentado en [SL92], que permitía obtener el conjunto de consecuentes en $A$– definido formalmente como sigue:

DEFINICIÓN **3.7** (*Conjunto* $Co(\langle A, h\rangle)_{R_{\mathcal{K}}}$ *– Versión preliminar*). Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento, y sea $R_{\mathcal{K}} \subseteq \mathcal{K}_G$ el conjunto de reglas de $\mathcal{K}$ empleadas en la derivación rebatible de $h$ a partir de $A$, *i.e.*, $\mathcal{K}_P \ \cup \ R_{\mathcal{K}} \ \cup \ A |\!\sim h$.

Entonces $Co(\langle A, h\rangle)_{R_{\mathcal{K}}}$ denota el conjunto de consecuentes de las reglas pertenecientes a los conjuntos $R_K$ y $A$. □

El lema 3.1 permite garantizar que la conclusión de un contraargumento para $\langle A, h\rangle$ se encontrará en el conjunto $Co(\langle A, h\rangle)_{R_{\mathcal{K}}}$.

PROPOSICIÓN **3.3** Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento. Sea $\langle B, j\rangle \overset{q}{\otimes\!\!\rightarrow} \langle A, h\rangle$. Entonces $q \in Co(\langle A, h\rangle)_{R_{\mathcal{K}}}$, para algún $R_{\mathcal{K}} \subseteq \mathcal{K}_G$. □

El siguiente corolario permite asegurar que al obtenerse un argumento $\langle A, h\rangle$, el conjunto de literales que pueden constituir puntos de contraargumentación para éste es *independiente* del subconjunto de $\mathcal{K}_G$ usado en la derivación $\mathcal{K} \ \cup \ A |\!\sim \ h$ (condición 1 de la definición A.2).

COROLARIO **3.1** Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento, y sea $\langle B, j\rangle \overset{q}{\otimes\!\!\rightarrow} \langle A, h\rangle$. Sean $R_{\mathcal{K}}$ y $R'_{\mathcal{K}}$ subconjuntos de $\mathcal{K}_G$, tales que $\mathcal{K}_P \ \cup \ R_{\mathcal{K}} \ \cup \ A |\!\sim \ h$ y $\mathcal{K}_P \ \cup \ R'_{\mathcal{K}} \ \cup \ A |\!\sim \ h$.
Entonces $q \in Co(\langle A, h\rangle)_{R_{\mathcal{K}}}$ si y solo si $q \in Co(\langle A, h\rangle)_{R'_{\mathcal{K}}}$ □

En consecuencia, prescindiremos del subíndice $_{R_{\mathcal{K}}}$, al referenciar al conjunto $Co(\langle A, h\rangle)_{R_{\mathcal{K}}}$, independizándolo del conjunto $R_{\mathcal{K}}$ de reglas no-rebatibles usadas en la construcción de $\langle A, h\rangle$.

DEFINICIÓN **3.8** (*Conjunto* $Co(\langle A, h\rangle)$ *– Versión definitiva*). Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento, y sea $R_{\mathcal{K}} \subseteq \mathcal{K}_G$ un conjunto de reglas tal que $\mathcal{K}_P \ \cup \ R_{\mathcal{K}} \ \cup \ A |\!\sim h$. Se denotará como $Co(\langle A, h\rangle)$ al conjunto de consecuentes de las reglas en $R_K$ y $A$ que pueden ser puntos de contraargumentación para algún argumento $\langle B, q\rangle$, tal que $\langle B, q\rangle$ contraargumenta a $\langle A, h\rangle$. □

En base a esta definición, y por la proposición 3.3 y su corolario 3.1, puede redefinirse el conjunto $PointsForCounterarg(\langle A, h\rangle)$ de la siguiente manera:

COROLARIO **3.2** Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento. Entonces el conjunto

$$\begin{aligned} PointsForCounterarg(\langle A, h\rangle) \quad = \quad & \{j \in GroundLiterals(\mathcal{L}) \mid \text{existe } \langle B, j\rangle \\ & \text{y } \langle B, j\rangle \otimes\!\!\rightarrow \langle A, h\rangle\} \end{aligned}$$

puede caracterizarse como

$$PointsForCounterarg(\langle A, h\rangle) \quad = \quad Co(\langle A, h\rangle)$$

□

Todos los resultados anteriores permiten enunciar el siguiente corolario, que estipula cuales son los literales candidatos a ser puntos de derrota.

COROLARIO **3.3** (*Literales candidatos a puntos de derrota*). Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento. Sea $\langle B, j\rangle$ un derrotador aceptable de $\langle A, h\rangle$, *i.e.*, $\langle B, j\rangle \gg_{\mathbf{def}} \langle A, h\rangle$. Entonces $B$ es un argumento para un literal básico $q$, tal que $q$ es el complemento de algún literal en $Co(\langle A, h\rangle)$, y $\langle B, q\rangle$ es un derrotador aceptable. □

Este último corolario permite 'podar' el espacio de búsqueda para derrotadores aceptables, dado que enuncia que para encontrar si existe algún derrotador para $\langle A, h\rangle$, entonces ese derrotador es un argumento $B$ para algún literal $\overline{q}$, donde $q \in Co(\langle A, h\rangle)$. Luego $PointsForAttack(\langle A, h\rangle)$ podrá acotarse superiormente por el conjunto $Complement(Co(\langle A, h\rangle)) \subseteq Complement(Commit(A))$.

## 3.3 Relación entre *compromiso* y el orden de evaluación

Uno de los tres elementos que caracterizan a la definición de argumento es la noción de consistencia, *i.e.*, un argumento $\langle A, h\rangle$ para ser considerado como tal debe verificar $\mathcal{K} \cup A \not\mathrel{|\!\sim} \bot$. Dentro de una línea argumentativa $\lambda$, esta noción se hace extensiva al concepto de argumentos *concordantes* (ver def. A.8). Se pone la restricción de que tanto los argumentos de soporte ($S_\lambda$) como los de interferencia ($I_\lambda$) sean concordantes entre sí. Esto sugiere que cada vez que se introduce un argumento de soporte (interferencia) $\langle A, h\rangle$ como $i-$ésimo elemento de una línea argumentativa $\lambda$, debe 'comprometerse' (*commit*) a sostener toda conclusión derivable de $\langle A, h\rangle$ en el desarrollo posterior de $\lambda$, esto es, en los argumentos de soporte (interferencia) introducidos en lo sucesivo, en los niveles $i + 2$, $i + 4$, etc.

A través de la definición 3.3 se ha capturado cuál es ese conjunto de 'compromiso' asociado a cada argumento introducido. La proposición que se enuncia a continuación establece como utilizar dicho conjunto para restringir el espacio de búsqueda al momento de determinar derrotadores aceptables para un argumento $\langle A, h\rangle$ dado, sin que sea necesario recurrir a todos los elementos del conjunto $Complement(Co(A))$.

PROPOSICIÓN **3.4** Sea $\mathcal{T}_{\langle A,h\rangle}$ un árbol dialéctico aceptable, y sea $\lambda$ una línea argumentativa, $\lambda \in ArgumentLines(\mathcal{T}_{\langle A,h\rangle})$. Sea $a$ un literal, $a \in Commit(S_\lambda(k))$. Sea $\langle B, j\rangle \in I_\lambda$, tal que $Level(\lambda, \langle B, j\rangle) > k$. Entonces se cumple que $\overline{a} \notin PointsForAttack(\langle B, j\rangle, \lambda)$. □

La proposición anterior nos brinda un resultado sumamente importante: establece que a medida que avanza la construcción del árbol dialéctico, los complementos de literales básicos *ya utilizados* en argumentos de soporte en una línea de argumentación aceptable $\lambda$, *no pueden utilizarse como puntos para derrota* para atacar a subsecuentes argumentos de interferencia. Seguidamente veremos como esta propiedad se combina elegantemente con la noción de *base compartida* (*shared basis*), permitiendo definir finalmente un orden de evaluación preferencial entre argumentos.

## 3.4 Conjunto de compromiso y base compartida

Un elemento presente en el formalismo de Simari [Sim89] es la noción de *"base compartida"* o *"shared basis"*.[6] Este término hace referencia al status epistémico de los elementos en $\Delta$, cuya validez está fuera de discusión. Cuando se construye un árbol dialéctico, toda regla rebatible se asume *compartida*, en el sentido en que puede ser utilizada indistintamente tanto en la construcción de argumentos de soporte como en la construcción de argumentos de interferencia. A medida que se va construyendo una línea argumentativa aceptable, los argumentos de soporte y de interferencia, pueden llegar a compartir entre sí ciertas reglas rebatibles instanciadas. Dichas reglas rebatibles 'compartidas' tienen asociadas también una noción implícita de compromiso, pero en un sentido distinto al anterior. Los literales presentes en una instancia de regla rebatible que es compartida por argumentos de soporte e interferencia en una línea de argumentación aceptable pueden asumirse como *hechos básicos* para la posterior evolución de esa línea de argumentación. Estos hechos básicos serán locales a la línea de argumentación en la que se encuentren, pero sus complementos no podrán aparecer como consecuentes de *ninguna regla* en los argumentos que se incorporen posteriormente a la línea de argumentación en la cual se encuentran.

El concepto anterior será formalizado a través de la definición que se da a continuación:

DEFINICIÓN **3.9** Sea $\lambda = [\langle A_0, h_0\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle]$ una línea argumentativa aceptable asociada a un árbol dialéctico $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$. Se define $SharedBasis(\lambda, k)$ como el conjunto de literales básicos siguiente:

$$\begin{array}{rcl} SharedBasis(\lambda, k) & = & \{a \in GroundLiterals(\mathcal{L}) : \\ & & a \in (\mathcal{K} \cup (Co(DRules(S_\lambda(k))) \cap (Co(DRules(I_\lambda(k))))^{\vdash}\} \end{array}$$

□

A partir de esta definición, puede enunciarse el siguiente lema, que excluye a los literales presentes en la base compartida como futuros puntos de ataque para una línea argumentativa cualesquiera.

LEMA **3.2** (*Lema de compromiso para argumentos*). Sea $a \in SharedBasis(\lambda, k)$, $k \geq 0$. Entonces $\overline{a} \notin PointsForAttack(\langle B, j\rangle, \lambda)$, para cualquier argumento $\langle B, j\rangle \in \lambda$. □

La prueba de este lema es directa a partir del lema 3.4, dado que $SharedBasis(\lambda, k)$ es un subconjunto de $Commit(S_\lambda(k))$ y de $Commit(I_\lambda(k))$, en virtud de haber sido obtenido como la intersección de reglas rebatibles presentes tanto en argumentos-$S$ como en argumentos-$I$.

Debe tenerse presente que nuestra mejor aproximación a los puntos potenciales para derrota asociados a un argumento $\langle A, h\rangle$ dado estaba definida por $Complement(Co(A))$. A partir del lema 3.2 se sabe que si un literal básico pertenece a $PointsForAttack(\langle A, h\rangle, \lambda)$, entonces no se encuentra entre los literales de $SharedBasis(\lambda, k)$, para $k \geq 0$. Esto permite mejorar aún más la aproximación al conjunto de puntos potenciales para derrota asociados a $\langle A, h\rangle$, dado que aquellos elementos pertenecientes a $Co(A)$ que también pertenecen a $SharedBasis(\lambda, k)$ no pueden ser conclusiones de derrotadores para $\langle A, h\rangle$. Esto permite refinar la relación de inclusión presentada anteriormente, y afirmar que si $\langle A, h\rangle$ es un argumento de nivel $k$ en una línea de argumentación $\lambda$, entonces se verifica que

[6] Término sugerido por Ronald Loui.

| Arg. | Tipo | Puntos potenciales para derrota |
|---|---|---|
| $\langle A_0, h_0\rangle$ | $S$ | $Complement(Co(\langle A_0, h_0\rangle))$ |
| $\langle A_1, h_1\rangle$ | $I$ | $Complement(Co(\langle A_1, h_1\rangle) - SharedBasis(\lambda, 1)$ |
| $\langle A_2, h_2\rangle$ | $S$ | $Complement(Co(\langle A_2, h_2\rangle) - SharedBasis(\lambda, 2)$ |
| $\langle A_3, h_3\rangle$ | $I$ | $Complement(Co(\langle A_3, h_3\rangle) - SharedBasis(\lambda, 3)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $\langle A_{2k}, h_{2k}\rangle$ | $S$ | $Complement(Co(\langle A_{2k}, h_{2k}\rangle) - SharedBasis(\lambda, 2k)$ |
| $\langle A_{2k+1}, h_{2k+1}\rangle$ | $I$ | $Complement(Co(\langle A_{2k+1}, h_{2k+1}\rangle) - SharedBasis(\lambda, 2k+1)$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |

Figura 3: Aproximación a puntos de derrota usando el conjunto de *compromiso*

$$PointsForAttack(\langle A, h\rangle, \lambda) \subseteq PointsForDefeat(\langle A, h\rangle) \subseteq$$
$$\subseteq PointsForCounterarg(\langle A, h\rangle) \subseteq Complement(Co(\langle A, h\rangle) - SharedBasis(\lambda, k))$$

El conjunto de literales básicos $Complement(Co(\langle A, h\rangle) - SharedBasis(\lambda, k))$ constituye la cota superior del conjunto PointsForAttack($\langle A, h\rangle$,$\lambda$), permitiendo refinar la elección de literales que sirvan como conclusión de derrotadores de $\langle A, h\rangle$. La figura 3 refleja el espacio de búsqueda resultante de todas las consideraciones efectuadas hasta el momento. En dicha figura, las filas de la tabla representan argumentos pertenecientes a una misma línea de argumentación aceptable. Los subíndices de los nombres de los argumentos denotan su *profundidad* dentro de esa línea argumentativa. La segunda columna indica de qué tipo de argumento (soporte o interferencia). La tercer columna contiene cuál es el conjunto de posibles puntos de derrota para cada argumento $\langle A_i, h_i\rangle$. Nótese que el conjunto $Complement(S)$ se ve reducido monotónicamente a medida que se 'baja' en el árbol dialéctico (en razón de que el conjunto $SharedBasis(\lambda, k)$ crece monotónicamente tanto para argumentos de soporte como para argumentos de interferencia).

Se mostrará a continuación cómo determinar el espacio de búsqueda correspondiente al ejemplo 3.2, siguiendo los lineamientos planteados anteriormente.

Ejemplo **3.8** Considérese la estructura lógica rebatible presentada en el ejemplo 3.2, esto es $\mathcal{K}_P = \{e_1, e_2, e_4, e_5\}$, $\mathcal{K}_G = \{h \rightarrow p,\ b \wedge\ p \rightarrow q,\ d \rightarrow s\ \}$, y

$$\Delta = \left\{ \begin{array}{lll} e_1 \succ\!\!- d, & e_2 \succ\!\!- f, & d \succ\!\!- a, \\ f \succ\!\!- b, & a \wedge b \succ\!\!- h, & e_1 \succ\!\!- d, \\ e_2 \wedge d \succ\!\!- \neg a, & e_2 \succ\!\!- f, & e_4 \succ\!\!- t, \\ t \succ\!\!- s, & s \succ\!\!- r, & e_5 \succ\!\!- s, \\ s \wedge e_2 \succ\!\!- \neg r, & e_5 \succ\!\!- \neg t, & e_5 \succ\!\!- \neg d, \\ e_4 \succ\!\!- \neg s, & f \wedge r \succ\!\!- \neg b & \end{array} \right\}$$

a partir de las cual pueden construirse los argumentos $\langle A_0, h\rangle$, $\langle A_1, \neg a\rangle$, $\langle A_2, \neg b\rangle$, $\langle A_3, \neg r\rangle$ y $\langle A_4, \neg t\rangle$, tal como se especifica en el ejemplo 3.2.

Considérese las líneas argumentativas aceptables $\lambda_1 = [\langle A_0, h\rangle, \langle A_1, \neg a\rangle]$ y $\lambda_2 = [\langle A_0, h\rangle, \langle A_2, \neg b\rangle, \langle A_3, \neg r\rangle]$. En el primer caso ($\lambda_1$), una vez introducido el argumento $\langle A_0, h\rangle$, los puntos posibles de derrota (según el criterio presentado en la figura 3) estarían dados por el conjunto de literales $Complement(Co(\langle A_0, h\rangle))$. Para probar $h$ como consecuencia rebatible de $\mathcal{K} \cup A_0$ se hace uso solamente de reglas de $A_0$, cuyos consecuentes son $d$, $f$, $a$, $b$ y $h$. Luego $Complement(Co(\langle A_0, h\rangle)) = Complement(\{d, f, a, b, h\}) = \{\neg d, \neg f, \neg a, \neg b, \neg h\}$. Estos son todos los literales que pueden constituir conclusiones de derrotadores aceptables para $\langle A_0, h\rangle$. Si se considera ahora el segundo elemento de $\lambda_1$, el argumento $\langle A_1, \neg a\rangle$, resulta:

$$\begin{array}{l} Complement(Co(\langle A_1, \neg a\rangle) - SharedBasis(\lambda_1, 1) = \\ Complement(Co(\langle A_1, \neg a\rangle) - (\mathcal{K} \ \cup \ Co(\{e_1 \succ\!\!-d\})^{\vdash}) = \\ Complement(\{d, \neg a\} - \{d, s\}) = \\ Complement(\{\neg a\}) = \{a\} \end{array}$$

Esto es, todo derrotador subsiguiente de $\langle A_1, \neg a\rangle$ en $\lambda_1$ deberá tener como conclusión el literal básico $a$.

Considérese ahora $\lambda_2$. El primer argumento en $\lambda_2$ es el mismo que en $\lambda_1$. Al introducir el primer argumento de interferencia $\langle A_2, \neg b\rangle$ en $\lambda_2$, el conjunto de posibles puntos para derrota es

$$\begin{array}{l} Complement(Co(\langle A_2, \neg b\rangle) - SharedBasis(\lambda_2, 1)) = \\ Complement(\{f, t, s, r, \neg b\} - (\mathcal{K} \ \cup \ \{f\})^{\vdash}) = \\ Complement(\{f, t, s, r, \neg b\} - \{f, s\}) = \\ Complement(\{t, r, \neg b\}) = \{\neg t, \neg r, b\} \end{array}$$

Esto significa que todo derrotador subsequente para $\langle A_2, \neg b\rangle$ en $\lambda_2$ tendrá como conclusión alguno de los literales del conjunto $\{\neg t, \neg r, b\}$. $\square$

# 4 La elección de un buen contraargumento

A la luz del análisis realizado en la sección precedente, puede ahora volverse a reformular la pregunta inicial: ¿cómo seleccionar aquellos argumentos pertenecientes a las líneas de argumentación *más prometedoras*, que permitan restringir al máximo el espacio de búsqueda del árbol dialéctico?

Es claro que minimizar la posibilidad de ramificación de un árbol dialéctico brinda un criterio de preferencia entre distintas líneas de argumentación alternativas. De hecho, tal como se estableció en la proposición 3.2, un argumento para el cual el conjunto $PointsForAttack$ es vacío constituye una justificación. A partir del análisis efectuado anteriormente, se ha visto que una vez que se introduce un nuevo argumento $\langle A_i, h_i\rangle$ en una línea argumentativa $\lambda$, los puntos potenciales de derrota para ese argumento están dados por un subconjunto distinguido de literales básicos $Complement(Co(\langle A_i, h_i\rangle) - SharedBasis(\lambda, i-1))$. Esto nos lleva a establecer (aún no formalmente) el siguiente criterio de preferencia:

Criterio de preferencia: *Sea $\langle A_i, h_i\rangle$ un argumento perteneciente a una línea de argumentación aceptable $\lambda$= $[\langle A_0, h_0\rangle, \langle A_1, h_1\rangle, \ldots \langle A_n, h_n\rangle]$. Sean $\langle B_1, q_1\rangle, \langle B_2, q_2\rangle, \ldots, \langle B_k, q_k\rangle$ derrotadores aceptables para $\langle A_i, h_i\rangle$ pertenecientes a líneas de argumentación $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$, respectivamente.*

*Se dirá que $\langle B_j, q_j\rangle$ (para $1 \leq j \leq k$) es un 'buen' derrotador para $\langle A_i, h_i\rangle$ si el conjunto $Complement(Co(\langle A_i, h_i\rangle) - SharedBasis(\lambda_J, i-1)$ es tan pequeño como sea posible.*

Lo que se está planteando es que aquellos argumentos de soporte (de interferencia) que usen tanta información como sea posible de argumentos de interferencia (de soporte) previos, tendrán *en promedio* mejores chances de permanecer finalmente no derrotados que aquellos que hayan sido obtenidos aleatoriamente a partir de la información presente en la base de conocimiento. El sustento teórico para esta conjetura lo brindan los lemas 3.4 y 3.2.

Una ventaja de este criterio es que la elección de un 'buen' contraargumento es fácil de determinar: *al seleccionar un posible punto de derrota para un argumento $\langle A, h\rangle$, e intentar construir un derrotador para éste, deberá utilizarse en la mayor medida posible toda aquella información presente en el argumento atacado, así como todos aquellos literales básicos comunes a argumentos de soporte e interferencia, tal que precedan a $\langle A, h\rangle$ y pertenezcan a la misma línea de argumentación.* Esta política maximiza naturalmente el conjunto *SharedBasis*, y se corresponde con nuestro sentido común. La semejanza estructural entre argumentos y contraargumentos, por otra parte, tiene una ventaja colateral: se torna más sencillo el análisis de especificidad, dado que no es necesario considerar aquellos literales básicos que están sustentados en el mismo conjunto de reglas rebatibles instanciadas tanto en argumentos-$S$ como en argumentos-$I$. Cabe señalar que ese conjunto de literales será, precisamente, el conjunto *SharedBasis*.

Finalmente, culminaremos nuestro análisis caracterizando el criterio presentado bajo la noción de orden de evaluación (ver def. 3.1) de la siguiente manera:

DEFINICIÓN **4.1** (*Orden de evaluación basado en conjunto de compromiso*). Sean $\langle A_1, h_1\rangle$ y $\langle A_2, h_2\rangle$ dos potenciales derrotadores para un argumento $\langle A, h\rangle$, ubicado en nivel $k$ en una línea de argumentación aceptable $\lambda$. Entonces $\langle A_1, h_1\rangle \preceq_{eval} \langle A_2, h_2\rangle$ si y solo si

$$\begin{gathered} Complement(Co(\langle A_1, h_1\rangle) - SharedBasis(\lambda, k-1)) \subseteq \\ Complement(Co(\langle A_2, h_2\rangle) - SharedBasis(\lambda, k-1)) \end{gathered}$$

□

Este orden de evaluación puede aplicarse ahora al algoritmo 3.1, en combinación con la estrategia de poda $\alpha$–$\beta$.

# 5 Conclusiones

La necesidad de preservar la consistencia dentro de un debate ha demostrado ser un tópico importante en el razonamiento argumentativo. En [SCG94b] se evidenció la importancia de la *dialéctica* para detectar argumentación falaz, eliminándola a partir de la introducción de restricciones de consistencia adicionales.

En este trabajo se han analizado las ideas intuitivas que vinculan la nocin de consistencia con una estrategia que guíe la construcción de árboles dialécticos. Pudieron establecerse distinciones y similitudes entre el conocimiento asociado a argumentos de soporte y de inferencia, a partir de las cuales se definió un criterio para guiar el debate. Este criterio permitió definir un modelo refinado del proceso dialéctico para obtención de argumentos.

La noción de conjunto de compromiso, definido a partir de los argumentos de soporte e interferencia, se articula correctamente con la computación parcial basada en recursos limitados [Lou92], optimizando el proceso de construcción del árbol dialéctico. No obstante, debe reconocerse que quedan por analizar muchas variantes en la relación entre estos dos temas, muchas de las cuales son un tópico prácticamente inexplorado en argumentación rebatible.

# A El formalismo *MTDR*

En este apéndice se describirán sucintamente los conceptos básicos del formalismo *MTDR*. Para una descripción completa puede consultarse [SL92, Che96].

**Representación de conocimiento:** El conocimiento de un agente inteligente $\mathcal{A}$ se representa utilizando un lenguaje $\mathcal{L}$ de primer orden, más una relación binaria metalingüistica " $\succ\!\!-$ ", definida sobre $\mathcal{L}$ entre un conjunto de literales no básicos (antecedente) y un literal no básico (consecuente). Los miembros de esta relación binaria metalingüistica se denominan *reglas rebatibles*. La relación "$\alpha \succ\!\!- \beta$" expresa que "razones para creer en $\alpha$ proveen razones para creer en $\beta$." Se restringirá el lenguaje $\mathcal{L}$ a un subconjunto que involucra únicamente cláusulas Horn.

El conjunto $\mathcal{K}$ será un subconjunto finito de $\mathcal{L}$ que representa la parte no-rebatible del conocimiento de $\mathcal{A}$. $\Delta$ denota un conjunto finito de reglas rebatibles no básicas que representan información que $\mathcal{A}$ está dispuesto a aceptar como válida. Si $A \subseteq \Delta$, se denotará con $A^{\downarrow}$ al conjunto de todas las instancias básicas de miembros de $A$. El conjunto $\mathcal{K}$ puede particionarse en dos subconjuntos: $\mathcal{K}_G$ (conocimiento *general*) y $\mathcal{K}_P$ (conocimiento *particular* o *contingente*). Las sentencias en $\mathcal{K}_P$ serán literales básicos (*E.g.*: $vuela(\mathsf{tweety})$. Las sentencias en $\mathcal{K}_G$ serán implicaciones materiales de la forma $a_1, a_2, \ldots, a_k \rightarrow b$, *e.g.* $emu(X) \rightarrow pájaro(X)$. Las reglas rebatibles tienen la forma $a_1, a_2, \ldots, a_k \succ\!\!- b$, *e.g.* $pájaro(X) \succ\!\!- vuela(X)$.

**Inferencia:** Las definiciones A.1 a A.12 sintetizan la noción de inferencia en *MTDR*.

DEFINICIÓN **A.1** (*Consecuencia rebatible*). Sea $\Gamma$ un subconjunto de $\mathcal{K} \cup \Delta^{\downarrow}$. Un literal básico $h$ es una *consecuencia rebatible* de $\Gamma$, denotado $\Gamma \mid\!\sim h$, sssi existe una secuencia finita $B_1, \ldots, B_n$ tal que $B_n = h$ y para $1 \leq i < n$, o bien $B_i \in \Gamma$, o bien $B_i$ es una consecuencia directa de los elementos precedentes en la secuencia por aplicación de cualquier regla de inferencia de la teoría de primer orden asociada con el lenguaje $\mathcal{L}$. Las instancias básicas de las reglas rebatibles se consideran implicaciones materiales para la aplicación de reglas de inferencia. Se escribirá $\mathcal{K} \cup A \mid\!\sim h$ para distinguir el conjunto $A$ de reglas rebatibles utilizadas en la derivación a partir del conjunto $\mathcal{K}$. $\square$

DEFINICIÓN **A.2** (*Argumento*). Dado un conjunto $\mathcal{K}$, un conjunto $\Delta$ de reglas rebatibles, y un literal básico $h \in \mathcal{L}$, se dice que un subconjunto $A$ de $\Delta^{\downarrow}$ es una *estructura de argumento* (o simplemente *argumento*) para $h$ (denotado $\langle A, h \rangle$) sssi: 1) $\mathcal{K} \cup A \mid\!\sim h$, 2) $\mathcal{K} \cup A \not\mid\!\sim \perp$ and 3) $\nexists A' \subset A$, $\mathcal{K} \cup A' \mid\!\sim h$. Un *subargumento* de $\langle A, h \rangle$ es un argumento $\langle S, j \rangle$ tal que $S \subseteq A$. $\square$

DEFINICIÓN **A.3** (*Contraargumento*). Dados dos argumentos $\langle A_1, h_1 \rangle$ y $\langle A_2, h_2 \rangle$, se dirá que $\langle A_1, h_1 \rangle$ *contraargumenta* $\langle A_2, h_2 \rangle$, denotado $\langle A_1, h_1 \rangle \otimes\!\!\xrightarrow{h} \langle A_2, h_2 \rangle$, sssi existe un subargumento $\langle A, h \rangle$ de $\langle A_2, h_2 \rangle$ tal que $\mathcal{K} \cup \{h_1, h_2\} \vdash \perp$. El literal $h$ será denominado *literal de counterargumentación*. $\square$

DEFINICIÓN **A.4** (*Derrota. Derrotador*). Dadas dos estructuras de argumento $\langle A_1, h_1 \rangle$ y $\langle A_2, h_2 \rangle$, diremos que $\langle A_1, h_1 \rangle$ *derrota* $\langle A_2, h_2 \rangle$ en el literal $h$, denotado $\langle A_1, h_1 \rangle \gg_{\mathbf{def}} \langle A_2, h_2 \rangle$, sssi existe un subargumento $\langle A, h \rangle$ de $\langle A_2, h_2 \rangle$ tal que: $\langle A_1, h_1 \rangle$ contraargumenta $\langle A_2, h_2 \rangle$ en el literal $h$ y

(1). $\langle A_1, h_1\rangle$ es *estrictamente más específico*[7] que $\langle A, h\rangle$, o bien (2). $\langle A_1, h_1\rangle$ no está relacionado por especificidad con $\langle A, h\rangle$.
El literal $h$ se denomina *punto de derrota*. Si $\langle A_1, h_1\rangle \gg_{\mathbf{def}} \langle A_2, h_2\rangle$, también diremos que $\langle A_1, h_1\rangle$ es un *derrotador* para $\langle A_2, h_2\rangle$. □

DEFINICIÓN **A.5** (*Arbol dialéctico*). Un *árbol dialéctico* $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ para un argumento $\langle A, h\rangle$ se define recursivamente como sigue: a) Un único nodo que contiene una estructura de argumento $\langle A, h\rangle$ sin derrotadores es en si mismo un árbol dialéctico para $\langle A, h\rangle$. Este nodo es también la raíz del árbol; b) Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento con derrotadores $\langle A_1, h_1\rangle$, $\langle A_2, h_2\rangle$, ..., $\langle A_n, h_n\rangle$. El árbol dialéctico $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$, se construye colocando a $\langle A, h\rangle$ como el nodo raíz de $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ y haciendo que este nodo sea el padre de las raíces de los árboles dialécticos para $\langle A_1, h_1\rangle$, $\langle A_2, h_2\rangle$, ..., $\langle A_n, h_n\rangle$. □

DEFINICIÓN **A.6** (*Línea de argumentación*). Sea $\langle A_0, h_0\rangle$ un argumento, y sea $\mathcal{T}_{\langle A_0,\, h_0\rangle}$ su árbol dialéctico asociado. Entonces todo camino $\lambda$ en $\mathcal{T}_{\langle A_0,\, h_0\rangle}$ desde la raíz $\langle A_0, h_0\rangle$ a una hoja $\langle A_n, h_n\rangle$, denotado $\lambda = [\ \langle A_0, h_0\rangle, \langle A_1, h_1\rangle, \langle A_2, h_2\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle]$, constituye una *línea de argumentación* o *línea argumentativa* en $\mathcal{T}_{\langle A_0,\, h_0\rangle}$. □

DEFINICIÓN **A.7** (*Argumentos de soporte e interferencia*).

Sea $\mathcal{T}_{\langle A_0,\, h_0\rangle}$ un árbol dialéctico, y sea $\lambda = [\ \langle A_0, h_0\rangle, \langle A_1, h_1\rangle, \langle A_2, h_2\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle]$ una línea de argumentación para $\langle A_0, h_0\rangle$. Entonces todo $\langle A_i, h_i\rangle$ en $\lambda$ puede etiquetarse como argumento *de soporte* o *de interferencia*, de acuerdo al siguiente criterio:

1. $\langle A_0, h_0\rangle$ es un argumento de soporte en $\lambda$, y
2. Si $\langle A_i, h_i\rangle$ es un argumento de soporte (interferencia) en $\lambda$, entonces $\langle A_{i+1}, h_{i+1}\rangle$ será un argumento de interferencia (soporte) en $\lambda$.

Denotaremos como $S_\lambda$ ($I_\lambda$) al conjunto de todos los argumentos de soporte (interferencia) en $\lambda$. □

DEFINICIÓN **A.8** (*Línea de argumentación aceptable*). Sea $\lambda = [\langle A_0, h_0\rangle, \langle A_1, h_1\rangle, \langle A_2, h_2\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle]$ una línea de argumentación. Diremos que $\lambda$ es una *línea de argumentación aceptable* si y solo si se cumplen las siguientes propiedades:

1. **Concordancia:** Los argumentos de soporte (de interferencia) en $\lambda$ son concordantes entre sí, *i.e.*,
   - $\mathcal{K} \cup A \not\vdash \perp$, donde $A = \cup_{i=1}^{n} A_i$, tal que $\langle A_i, h_i\rangle \in S_\lambda$ $(i = 1 \ldots n)$.
   - $\mathcal{K} \cup B \not\vdash \perp$, donde $B = \cup_{j=1}^{m} A_j$, tal que $\langle A_j, h_j\rangle \in I_\lambda$ $(j = 1 \ldots m)$.
2. **Contraargumentación progresiva:** Si $\langle A_2, h_2\rangle$ contraargumenta a $\langle A_1, h_1\rangle$, entonces para todo subargumento propio $\langle S, j\rangle$ de $\langle A_2, h_2\rangle$, no es el caso que $\langle A_1, h_1\rangle \otimes\!\!\rightarrow \langle S, j\rangle$.
3. **No circularidad:** Sea $\langle A_i, h_i\rangle$ un argumento en $S_\lambda$ ($I_\lambda$). Entonces no existe un argumento $\langle A_j, h_j\rangle$ en $I_\lambda$ ($S_\lambda$), tal que $i < j$ y $\langle A_i, h_i\rangle$ derrota a $\langle A_j, h_j\rangle$.

□

[7] La especificidad [SCG94b] establece un orden parcial entre argumentos, y establece un orden de preferencia entre ellos.

Definición **A.9** (*Arbol dialéctico aceptable*). Sea $\lambda = [\langle A_0, h_0\rangle, \langle A_1, h_1\rangle, \langle A_2, h_2\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle]$ una línea de argumentación aceptable. Entonces $\langle A_i, h_i\rangle$ es un *derrotador aceptable* para $\langle A_{i-1}, h_{i-1}\rangle$, $i = 2 \ldots n$. $\square$

Definición **A.10** (*Arbol dialéctico aceptable*). Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento. Un *árbol dialéctico aceptable* para $\langle A, h\rangle$, denotado $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$, se define recursivamente como sigue:

1. Un único nodo con un argumento $\langle A, h\rangle$ sin derrotadores (propios o de bloqueo) es un árbol dialéctico aceptable para $\langle A, h\rangle$.
2. Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento con derrotadores $\langle A_1, h_1\rangle, \langle A_2, h_2\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle$. (sean éstos propios o de bloqueo). El árbol dialéctico aceptable para $\langle A, h\rangle$, $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$, tendrá como raíz un nodo etiquetado como $\langle A, h\rangle$, y como subárboles inmediatos los árboles dialécticos aceptables para $\langle A_1, h_1\rangle, \langle A_2, h_2\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle$, *i.e.*, $\mathcal{T}_{\langle A_1,\, h_1\rangle}, \mathcal{T}_{\langle A_2,\, h_2\rangle}, \ldots, \mathcal{T}_{\langle A_n,\, h_n\rangle}$.

$\square$

Definición **A.11** (*Nodos U y nodos D*). Sea $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ un árbol dialéctico para una estructura de argumento $\langle A, h\rangle$. Los nodos de $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ pueden etiquetarse recursivamente como *nodos no-derrotados* (nodos-U) y *nodos derrotados* (nodos-D) de la manera siguiente: a) Las hojas de $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ son *nodos-U*; b) Sea $\langle B, q\rangle$ un nodo interno de $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$. Entonces $\langle B, q\rangle$ será un *nodo-U* sssi cada hijo de $\langle B, q\rangle$ es un *nodo-D*. $\langle B, q\rangle$ será un *nodo-D* sssi tiene al menos un nodo hijo que sea *nodo-U*. $\square$

Definición **A.12** (*Justificación*). Sea $\langle A, h\rangle$ un argumento, y sea $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ su árbol dialéctico aceptable asociado. Diremos que $A$ es una *justificación* para $h$ (o simplemente $\langle A, h\rangle$ es una *justificación*) sssi el nodo raíz de $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ es un nodo-U. $\square$

Definición **A.13** (*Literales justificados, rechazados, desconocidos y no-decididos*). Sea $(\mathcal{K}, \Delta)$ una estructura lógica rebatible, y sea $h$ un literal básico, $h \in GroundLiterals(\mathcal{L})$. El literal $h$ se dirá que es

- Un *literal justificado* si existe una justificación $\langle A, h\rangle$.
- Un *literal rechazado* si para todo argumento $\langle A, h\rangle$ existe una justificación para al menos un derrotador propio de $\langle A, h\rangle$.
- Un *literal desconocido* si no existe ningún argumento para $h$.
- Un *literal no-decidido* si para todo argumento $\langle A, h\rangle$ no existen derrotadores propios de $\langle A, h\rangle$, pero es el caso que existe al menos un derrotador de bloqueo para $\langle A, h\rangle$.

$\square$

## A.1 Elementos distinguidos en *MTDR*

Definición **A.14** (*Conjuntos* $Nodes(\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle})$ *y* $ArgumentLines(\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle})$). Sea $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ un árbol dialéctico. Si $\langle A_i, h_i\rangle$ es un argumento que constituye un nodo de $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$, se dirá que $\langle A_i, h_i\rangle$ *pertenece a* $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$, y se lo notará usando notación conjuntista estándar $\langle A_i, h_i\rangle \in \mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$.

Se denotará como $Nodes(\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle})$ al conjunto de todos los argumentos $\langle A_i, h_i\rangle$ que pertenecen a $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$, esto es

$$Nodes(\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}) = \{\langle B, j\rangle |\ \langle B, j\rangle \in \mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}\}$$

El argumento $\langle A, h\rangle$ se denomina *nodo raíz* o *tesis principal* de $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$.

Si $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ es un árbol dialéctico, se denotará como $ArgumentLines(\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle})$ al conjunto $\{\lambda_1, \ldots, \lambda_n\}$ de todas las líneas de argumentación asociadas a $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$. □

Definición **A.15** ($Args(\lambda)$). Sea $\lambda = [\langle A_0, h_0\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle]$ una línea argumentativa asociada a un árbol dialéctico $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$. Entonces $Args(\lambda)$ denota al conjunto de todos los argumentos en $\lambda$, esto es,

$$Args(\lambda) = \{\langle A_i, h_i\rangle \mid \langle A_i, h_i\rangle \in \lambda, \quad i = 0, \ldots, n\}$$

□

**Observación A.1** Una línea argumentativa $\lambda$ puede pensarse como una cadena dada por el par $(Args(\lambda), \gg_{\mathbf{def}})$, donde $\gg_{\mathbf{def}}$ denota la relación de derrota. Asimismo, también se verifica que

$$Args(\lambda) = S_\lambda \cup\ I_\lambda$$

Definición **A.16** (*Operador DRules*). Sea $S$ un conjunto de argumentos, $S = \{\langle A_0, h_0\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle\}$. Entonces $DRules(S)$ denota el conjunto de todas las reglas rebatibles instanciadas utilizadas en los argumentos en $S$, *i.e.*,

$$DRules(S) = \bigcup_{i=0}^{n} A_i$$

□

Definición **A.17** (*Conjuntos* $S_\lambda(k)$, $I_\lambda(k)$ *y* $Args_\lambda(k)$). Sea $\lambda = [\langle A_0, h_0\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle]$ una línea argumentativa asociada a un árbol dialéctico $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$. Entonces pueden definirse los siguientes subconjuntos distinguidos de $Args(\lambda)$.

$$\begin{aligned} S_\lambda(k) &= \{\langle A_i, h_i\rangle \in S_\lambda \mid 0 \le i \le k\} \\ I_\lambda(k) &= \{\langle A_i, h_i\rangle \in I_\lambda \mid 0 \le i \le k\} \\ Args_\lambda(k) &= \{\langle A_i, h_i\rangle \in \lambda \mid 0 \le i \le k\} \end{aligned}$$

Nótese que $Args_\lambda(k) = S_\lambda(k) \cup I_\lambda(k)$. □

Definición **A.18** ($Level(\lambda, \langle A, h\rangle)$). Sea $\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle}$ un árbol dialéctico, y sea $\lambda = [\langle A_0, h_0\rangle, \ldots, \langle A_n, h_n\rangle]$ una línea argumentativa, $\lambda \in ArgumentLines(\mathcal{T}_{\langle A,\, h\rangle})$. Diremos que un argumento $\langle B, q\rangle \in \lambda$ es un *argumento de nivel* $i$ *en* $\lambda$, y lo denotaremos $Level(\lambda, \langle B, q\rangle) = i$, sssi $\langle B, q\rangle$ es el $i-$ésimo argumento en $\lambda$, esto es, $\langle B, q\rangle = \langle A_i, h_i\rangle$. □

# B Referencias


[Che96] Carlos Iván Chesñevar. *El Problema de la Inferencia en Sistemas Argumentativos: Alternativas para su Solución.* Tesis de Magister en Ciencias de la Computación, Universidad Nacional del Sur, 1996.

[Lou92] Ronald P. Loui. Process and policy: resource-bounded, non-demonstrative argument. *Computational Intelligence (to appear)*, Octubre 1992.

[SCG94a] Guillermo R. Simari, Carlos I. Chesñevar, y Alejandro J. García. Focusing inference in defeasible argumentation. En *Anales de la Conferencia IBERAMIA'94*, Asociación Venezolana para Inteligencia Artificial, Caracas (Venezuela), Octubre 1994.

[SCG94b] Guillermo R. Simari, Carlos I. Chesñevar, y Alejandro J. García. The role of dialectics in defeasible argumentation. En *Anales de la XIV Conferencia Internacional de la Sociedad Chilena para Ciencias de la Computación*, Universidad de Concepción, Concepción (Chile), Noviembre 1994.

[Sim89] Guillermo R. Simari. *A Mathematical Treatment of Defeasible Reasoning and its Implementation.* Tesis Ph.D., Washington University, Department of Computer Science (Saint Louis, Missouri, EE.UU.), Diciembre 1989.

[SL92] Guillermo R. Simari y Ronald P. Loui. A Mathematical Treatment of Defeasible Reasoning and its Implementation. *Artificial Intelligence*, 53:125–157, 1992.

[Vre93] Gerard A.W. Vreeswijk. *Studies in Defeasible Argumentation.* Tesis Ph.D., Vrije University, Amsterdam (Holanda), 1993.