Contracción de Creencias de Sistemas no monótonos

Claudio A. Vaucheret
Departamento de Informática y Estadística
Universidad Nacional del Comahue

Guillermo R. Simari
Departamento de Ciencias de la Computación
Universidad Nacional del Sur[1]

e-mail cvaucher@uncoma.edu.ar, grs@criba.edu.ar

Resumen

En este trabajo, presentamos un modelo general de Cambios de Creencias para aquellos casos en los que el estado epistémico o las creencias de un agente se definen implícitamente como las consecuencias no monotónicas de un conjunto de premisas. En la teoría de Cambios de Creencias, los sistemas de conocimiento son revisados al adquirir nuevo conocimiento que es inconsistente con el que ya existe. Hasta ahora, la teoría de Cambios de Creencias establecía la revisión de teorías cuyo operador de inferencia era monótono. Pero los sistemas de conocimiento a ser revisados o contraídos, pueden tener de por si un funcionamiento no monótono. La base de conocimiento en un Sistema de Razonamiento No Monótono, produce la inferencia anticipada de sentencias que dejarán de inferirse al agregarse al sistema nueva información. La combinación de estas aproximaciones, puede ser la revisión o contracción de la base de conocimiento de Sistemas No Monótonos. Tal es el caso de la depuración (debuging) de programas lógicos cuya máquina de inferencia tiene un carácter no monótono debido a la suposición de mundo cerrado.

En este trabajo se estudia la influencia de la monotonía del operador de consecuencia en el modelo de AGM[1] de cambio de creencias. Se propone un modelo alternativo que contemple un operador de consecuencia no monótono y se dan nuevos postulados de racionalidad que caracterizan el caso particular de contracciones maxichoice.

[1]Miembro de GIIA (Grupo de Investigación en Inteligencia Artificial) e ICIC (Instituto de Ciencias e Ingeniería de Computación), UNS, Bahía Blanca

1 Introducción

En este trabajo, presentamos un modelo general de Cambios de Creencias para aquellos casos en los que el estado epistémico o las creencias de un agente se definen implícitamente como las consecuencias no monotónicas de un conjunto de premisas.

En la teoría de cambio de creencias, los sistemas de conocimiento son revisados al adquirir nuevo conocimiento que sea inconsistente con el que ya existe, o simplemente se realizan contracciones donde alguna información en el sistema de conocimiento es dejada de lado. Gärdenfors [2] definió los postulados de racionalidad que deben satisfacer dichas operaciones de contracción y revisión. Posteriormente, Alchourrón, Gärdenfors y Makinson [1] establecieron un modelo para las operaciones de contracción y revisión sobre teorías lógicas que eran caracterizadas por esos postulados.

Los postulados de Gärdenfors y el modelo AGM son particularmente diseñados para cambios de estados epistémicos vistos como teorías cerradas deductivamente. En [4] Hansson muestra que la revisión o contracción de creencias pueden realizarse en subconjuntos no clausurados de los conjuntos de creencia, dichos subconjuntos son llamados bases de creencias. Pero el estado epistémico de un agente siguen siendo las consecuencias *monotónicas* de la base de creencias.

La distinción entre creencias derivadas y no derivadas, y la visión de estados epistémicos como implícitamente dados por las consecuencias no monotónicas de un conjunto de premisas, requieren diferentes criterios de racionalidad.

Desde el punto de vista de la Inteligencia Artificial, la descripción de un estado epistémico en términos de conjunto de creencias es un tanto insatisfactoria. En primer lugar la IA esta interesada en descripciones finitas de las creencias de un agente, y es importante la distinción entre creencias derivadas y creencias explícitas.

En el razonamiento de sentido común, la información adicional frecuentemente lleva a la retracción de conclusiones previas, es decir que las conclusiones aceptadas no crecen monotónicamente con la información disponible. Muchos formalismos para el razonamiento no monótono han sido desarrollados en Inteligencia Artificial, [5, 6, 7, 8, 9] con el fin de modelar el razonamiento humano por medio de la computación.

Mientras que el carácter no monótono del cambio de creencias está dado por la explícita contracción de creencias o por las revisiones que mantienen la consistencia, en un sistema de razonamiento no monótono, esta dado por la inferencia anticipada de sentencias que dejarán de inferirse al agregarse en el sistema nueva información. Estos sistemas tienen la característica de revisar su clausura automáticamente, es decir que nueva información bloquea consecuencias por medio de sus mecanismos internos, y no necesariamente con el fin de evitar la inconsistencia. Los sistemas de razonamiento no monótonos tratan entonces de simular el sentido común, donde muchas conclusiones no tienen una justificación completa desde el punto de vista lógico y dejan de existir cuando más información es adquirida.

Los sistemas de conocimiento a ser revisados o contraídos, pueden tener de por si un funcionamiento no monótono. Un ejemplo donde la combinación de las aproximaciones de cambio de creencias y razonamiento no monótono es provechosa, es la depuración de programas lógicos. Un programa lógico puede verse como un conjunto de premisas y por ejemplo, su semántica declarativa aumentada con NAF (negación por falla finita) puede verse como un estado epistémico. Entonces, el proceso de depurarlo (debuging), sería una revisión de un sistema no monótono. La NAF provee de un carácter no monótono al sistema de inferencia. Por lo tanto, el proceso de corregir un programa sería una operación de revisión o contracción del mismo.

El modelo AGM de Cambio de Creencias, asume que los items de un sistema de conocimiento son expresados en un lenguaje que es cerrado bajo las aplicaciones de los operadores lógicos, además utiliza el operador de consecuencia (Tarski) [10] Cn, con las siguientes propiedades:

1. Inclusión $A \subseteq Cn(A)$.
2. Monotonía. Si $A \subseteq B$, entonces $Cn(A) \subseteq Cn(B)$
3. Iteración $Cn(A) = Cn(Cn(A))$

La segunda propiedad, determina que el sistema al cual se le realizan las operaciones de revisión tiene un funcionamiento monótono. Para nuestro trabajo, deberíamos dejar de suponer dicha propiedad para el operador de consecuencia. En [3] Gabbay sugiere un operador de consecuencia no monótono, donde la propiedad de monotonía es reemplazada por una propiedad de monotonía restringida.

2'. Monotonía Restringida Si $x \in Cn(A)$ e $y \in Cn(A)$ entonces $x \in Cn(A \cup \{y\})$

Es decir que el funcionamiento monótono ocurre solo al agregar información derivada.

En el modelo AGM, las contracciones de una teoría son siempre subconjunto de la teoría original. Es decir cumple la siguiente condición:

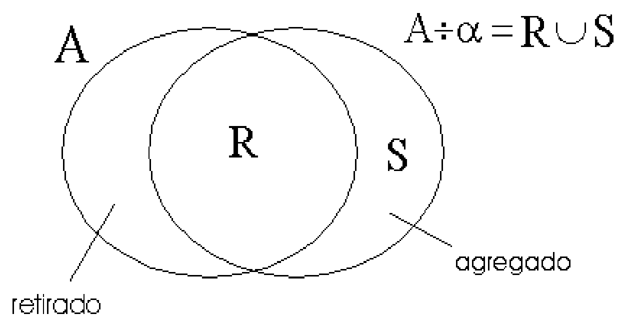

Figura 1: areas a minimizar

inclusión:
$A \div \alpha \subseteq A$

donde $A \div \alpha$ es la contracción en la teoría A de la sentencia α.

Si el sistema es no monótono, las contracciones podrían lograrse agregando nuevos elementos en un conjunto de creencias, por lo que no se cumpliría dicha condición de inclusión. El resultado de una contracción mantendrá algunos elementos de la teoría original y posiblemente se le agreguen nuevos elementos. Como se muestra en la figura 1, $A \div \alpha$ consistirá de un conjunto de creencias retenidas R y un conjunto de sentencias adicionadas A.

En las siguientes secciones se propone un modelo alternativo que contemple un operador de consecuencia no monótono y se darán nuevos postulados de racionalidad que caracterizan el caso particular de contracciones maxichoice en el nuevo modelo.

2 Postulados de minimalidad

La contracción *maxichoice* es la más conservadora de las contracciones, en el sentido de que retienen el máximo del conjunto original de creencias sin violar la condición de éxito. Este tipo de contracciones está caracterizado en el modelo de AGM para sistemas monótonos por las condición de éxito y la siguiente condición:

fullness:
si $\beta \in A$ y $\beta \notin A \div \alpha$, entonces $\alpha \notin Cn(A \div \alpha)$ y $\alpha \in Cn(A \div \alpha \cup \{\beta\})$.

Es una versión más fuerte del postulado de relevancia, y su sentido es que si β fue retirado de A fue absolutamente necesario hacerlo para que $A \div \alpha$ no infiera α es decir que con solo agregar β a $A \div \alpha$, α puede ser inferido. Si el sistema es no monótono, esta formulación de *fullness* es insuficiente para caracterizar este tipo de contracciones. Uno puede haber retirado demasiado y aun cumplir esta condición. Veamos por ejemplo la siguiente contracción de un programa lógico:

Supongamos el programa **P** , con las únicas sentencias listadas debajo.

$p(x) \leftarrow q(x) \wedge \neg r(x)$

$p(x) \leftarrow r(x) \wedge \neg q(x)$

$p(x) \leftarrow s(x)$

$s(a)$

$q(a)$

$r(a)$

El programa **P** dentro de este contexto, sería una base de creencias, y el operador de consecuencia, aplicado al programa, produciría la semántica declarativa del programa complementado con negación por falla finita, es decir todo lo que el programa puede inferir. Este operador sería uno de consecuencia no monótono, debido a la negación por falla con la que se complementa la semántica.

Sea $\div$ un operador de contracción para este programa, supongamos que

$$\mathbf{P} \div p(a) = \{p(x) \leftarrow q(x) \wedge \neg r(x), p(x) \leftarrow r(x) \wedge \neg q(x), p(x) \leftarrow s(x)\}$$

donde para no inferir $p(a)$ se retiro $\{s(a), q(a), r(a)\}$ evidentemente esta no es la mas conservadora de las contracciones, pues retirando solo $s(a)$ hubiera bastado para no inferir $p(a)$. Sin embargo cumple perfectamente la formulación de *fullness* dada arriba, cualquiera de los elementos retirados, unidos a $\mathbf{P} \div p(a)$ infieren a $p(a)$. Por ejemplo si se agrega $r(a)$, y no $q(a)$, la cláusula $p(x) \leftarrow r(x) \wedge \neg q(x)$ infiere $p(a)$. Esto ocurre debido a que se asume el operador de consecuencia con la propiedad de monotonicidad.

Daremos entonces una nueva formulación de esta condición para el caso de que el operador de consecuencia no tuviera dicha propiedad, para distinguirla de la original la llamaremos *fullnes no monótona* :

nm-fullness:

si $\beta \in A$ y $\beta \notin A \div \alpha$, entonces $\alpha \notin Cn(A \div \alpha)$, $\alpha \in Cn((A \div \alpha) \cup \{\beta\})$.y para todo conjunto $A' \subset A$, $\alpha \in Cn(A \div \alpha \cup \{\beta\} \cup A')$

Teniendo en cuenta que una contracción en un sistema no monótono puede lograrse agregando nuevos elementos, es necesario también contar además de *nm-fullness*, con una condición que no permita agregar mas de lo necesario, es decir que sea minimal en el sentido de sumar nuevos elementos. Dicha condición puede formularse de la siguiente manera:

nm-minimalidad:

si $\beta \notin A$ y $\beta \in A \div \alpha$, (es decir fue agregado) entonces $\alpha \notin Cn(A \div \alpha)$, $\alpha \in Cn(A \div \alpha - \{\beta\})$ y para todo conjunto $A' \subset (A \div \alpha) - A$, $\alpha \in Cn((A \div \alpha) - (\{\beta\} \cup A'))$

Estas dos condiciones, de nm-minimalidad y nm-fullness aseguran una minimalidad absoluta en lo retirado y agregado para obtener $A \div \alpha$ y son suficientes para caracterizar este tipo de contracciones, como se prueba en la sección 5.

3 El Modelo AGM de Cambio de Creencias

El sistema AGM ofrece un excelente modelo para cambio de creencias. Un estado de creencias es representado como una teoría. Un operador de contracción, toma un estado de creencias y una sentencia particular y retorna un nuevo estado de creencias con la propiedad de que no infiere dicha sentencia. En este modelo, se define la *parcial meet* contracción, que dado un estado de creencias y una sentencia, devuelve el estado formado por la coincidencia entre los estados seleccionados desde un conjunto de candidatos maximales que no infieren la sentencia. Dicho conjunto de candidatos son los estados maximales en el sentido de perder la menor cantidad de creencias como sea posible. Se debe eliminar creencias solo cuando es imprescindible hacerlo.

Las siguientes definiciones formalizan la *parcial meet* contracción. Primero se define el conjunto de candidatos llamado conjunto resto.

Definición 3.1 *: Sea A un conjunto de sentencias y α una sentencia. Sea*

$A \perp \alpha$ ("A resto alpha ") el conjunto de conjuntos tal que $B \in A \perp \alpha$ si y solo si:

1. *$B \subseteq A$*
2. *$\alpha \notin Cn(B)$*
3. *No existe conjunto B' tal que $B \subset B' \subseteq A$ y $\alpha \notin Cn(B')$*

Es decir que el conjunto A resto α es el conjunto formado por todos los subconjuntos maximales de A que no infieren a α . El tercer punto de la definición determina que son maximales.

El modelo AGM introduce una función que selecciona un subconjunto entre todos los candidatos posibles, dicha función se define como sigue.

Definición 3.2 *Sea A un conjunto de sentencias. Una función de selección para A es una función γ tal que para toda sentencia α:*

1. *Si $A \perp \alpha$ es no vacío, entonces $\gamma(A \perp \alpha)$ es un subconjunto no vacío de $A \perp \alpha$ y*
2. *Si $A \perp \alpha$ es vacío. entonces $\gamma(A \perp \alpha) = \{A\}$.*

Por último, el nuevo estado de creencias será la intersección o coincidencia entre los seleccionados.

Definición 3.3 *Sea A un conjunto de sentencias y γ una función de selección para A. La* parcial meet *contracción sobre A que es generada por γ es la operación $\sim_\gamma$tal que para toda sentencia α: $A \sim_\gamma \alpha = \bigcap \gamma(A \perp \alpha)$ Un operador $\div$ sobre A es de* parcial meet *contracción si y solo si hay una función de selección γ tal que para toda sentencia α: $A \div \alpha = A \sim_\gamma \alpha$.*

Existen dos casos límites de *parcial meet* contracción, el primer caso es cuando la función de selección toma solo uno de los candidatos, y el segundo cuando toma todos los candidatos.

Definición 3.4 *Sea $\sim_\gamma$un operador de* parcial meet *contracción sobre A entonces:*

1. *$\sim_\gamma$es un operador de* maxichoice *contracción si y solo si para toda sentencia α, $\gamma(A \perp \alpha)$ tiene un solo elemento.*
2. *$\sim_\gamma$es un operador de* full meet *contracción si y solo si para toda sentencia α, si $A \perp \alpha$ es no vacío, entonces $\gamma(A \perp \alpha) = A \perp \alpha$.*

Las contracciones definidas de esta manera, son subconjuntos de A, es decir que cumplen con la condición de inclusión, debido a que están basadas en un operador de consecuencia Cn con la propiedad de monotonicidad. Con operadores de consecuencia no monótonos, las contracciones podrían lograrse no solo con subconjuntos de A, es decir que agregando creencias o nueva información, podría también retraerse la creencia no querida. Veamos, para ejemplificar este hecho, el siguiente programa lógico.

Supongamos el programa $\mathbf{P}$, con las únicas sentencias listadas debajo.

$p(x) \leftarrow q(x) \wedge \neg r(x)$

$r(x) \leftarrow s(x) \wedge \neg t(x)$

$q(a)$

$t(a)$

Dicho programa lo tomaremos como una base de creencias y su semántica como un estado de creencias que queremos contraer cuando decidimos corregir dicho programa para que no infiera un determinado hecho.

El conjunto de hechos inferido por este programa es $\{p(a), q(a), t(a)\}$ complementado con lo producido por la negación por falla por lo cual, por ejemplo $\neg r(a)$ es inferido.

Supongamos que queremos contraer en este programa la sentencia $p(a)$. En este caso, se pueden elegir entre cuatro opciones, que representan el conjunto de candidatos con el mínimo cambio en $\mathbf{P}$ de manera que ya no infiera $p(a)$.

Los elementos de este conjunto resto $\mathbf{P} \perp p(a)$ son:

1. $\{p(x) \leftarrow q(x) \wedge \neg r(x), r(x) \leftarrow s(x) \wedge \neg t(x), t(a)\} \cup \{\}$ retira $q(a)$

2. $\{p(x) \leftarrow q(x) \wedge \neg r(x), r(x) \leftarrow s(x) \wedge \neg t(x), q(a), t(a)\} \cup \{r(a)\}$ agrega $r(a)$

3. $\{r(x) \leftarrow s(x) \wedge \neg t(x), q(a), t(a)\} \cup \{\}$ retira $p(x) \leftarrow q(x) \wedge \neg r(x)$

4. $\{p(x) \leftarrow q(x) \wedge \neg r(x), r(x) \leftarrow s(x) \wedge \neg t(x), q(a)\} \cup \{s(a)\}$ retira $t(a)$ y agrega $s(a)$

En cada uno de los candidatos se puede retirar y/o agregar elementos con el fin de contraer $p(a)$. En la sección que sigue, daremos una nueva definición de *parcial meet* contracción que se adecúe a los casos de un operador no monótono.

4 Un Modelo No Monótono de Cambio de Creencias

En el ejemplo anterior, vimos que el conjunto de candidatos puede lograrse agregando y retirando elementos de la base de creencias. Definiremos a continuación el nuevo conjunto resto cuando el operador es no monótono.

Definición 4.1 *Sea A un conjunto de sentencias y α una sentencia e I un conjunto de sentencias de información adicionable. Sea $A \perp \alpha$ ("A resto alpha ") el conjunto de conjuntos tal que $B \in A \perp \alpha$ si y solo si:*

1. *$R \subseteq A$,*
2. *$S \subseteq I$,*
3. *$B = R \cup S$,*
4. *$\alpha \notin Cn(B)$*
5. *No existe conjunto R' tal que $R \subset R' \subseteq A$ y $\alpha \notin Cn(R' \cup S)$*
6. *No existe conjunto S' tal que $S' \subset S$ y $\alpha \notin Cn(R \cup S')$*

Es decir que los candidatos maximales, están formados por la unión de un subconjunto de A y un subconjunto de información adicionable, que no infiere α. El punto 5 determina que dicho candidato es maximal en el sentido de que no se retira de A mas de lo necesario, y el punto 6 determina que el candidato es minimal en el sentido de que no agrega mas información de la necesaria para no inferir α.

Para definir la contracción, se seleccionan de la misma manera que en el modelo AGM un subconjunto de los candidatos.

Definición 4.2 *Sea A un conjunto de sentencias. Una función de selección para A es una función γ tal que para toda sentencia α:*

1. *Si $A \perp \alpha$ es no vacío, entonces $\gamma(A \perp \alpha)$ es un subconjunto no vacío de $A \perp \alpha$ y*
2. *Si $A \perp \alpha$ es vacío. entonces $\gamma(A \perp \alpha) = \{A\}$.*

La coincidencia entre los candidatos se definirá como la unión de la intersección de lo retenido por los candidatos con la unión de lo agregado por ellos.

Definición 4.3 *Sea A un conjunto de sentencias y γ una función de selección para A. Para cada $B_i \in A \perp \alpha$ sea $R_i = A \cap B_i$ y $S_i = B_i - A$. La* parcial meet *contracción sobre A que es generada por γ es la operación $\sim_\gamma$tal que para toda sentencia α: $A \sim_\gamma \alpha = \bigcap_i R_i \cup \bigcup_i S_i$ para todo i tal que $B_i \in \gamma(A \perp \alpha)$ Un operador $\div$ sobre A es de* parcial meet *contracción si y solo si hay una función de selección γ tal que para toda sentencia α: $A \div \alpha = A \sim_\gamma \alpha$.*

Por último, la característica de la función de selección define los siguientes casos límites.

Definición 4.4 *Sea $\sim_\gamma$un operador de* parcial meet *contracción sobre A entonces:*

1. *$\sim_\gamma$es un operador de* maxichoice *contracción si y solo si para toda sentencia α, $\gamma(A \perp \alpha)$ tiene un solo elemento.*
2. *$\sim_\gamma$es un operador de* full meet *contracción si y solo si para toda sentencia α, si $A \perp \alpha$ es no vacío, entonces $\gamma(A \perp \alpha) = A \perp \alpha$.*

En la siguiente sección se verá como el primero de los casos queda caracterizado por los postulados de *nm-fullnes* y *nm-minimalidad* definidos en la segunda sección.

5 Contracción maxichoice

5.1 Postulados para Contracción en Sistemas no Monótonos

Primero, veamos que la nueva definición de contracción *maxichoice* cumple con la propiedad *nm-fullnes*:

Teorema 5.1 *Si $\sim_\gamma$es una contracción maxichoice para A, entonces satisface la nueva propiedad de fullnes, es decir si:*

si $\beta \in A$ y $\beta \notin A \sim_\gamma \alpha$, entonces $\alpha \notin Cn(A \sim_\gamma \alpha)$, $\alpha \in Cn(A \sim_\gamma \alpha \cup \{\beta\})$ y para todo $A' \subset A$, $\alpha \in Cn(A \sim_\gamma \alpha \cup \{\beta\} \cup A')$

Prueba:

Si $\sim_\gamma$es una contracción maxichoice, entonces $A \sim_\gamma \alpha$ es un elemento de $A \perp \alpha$, y por el punto 4 de la definición de conjunto resto, $\alpha \notin Cn(A \sim_\gamma \alpha)$. Luego $A \sim_\gamma \alpha = R \cup S$ donde R es un subconjunto de A.

si $\beta \in A$ y $\beta \notin R \cup S$, por el punto 5 de la definición de conjunto resto de $R \subset R \cup \{\beta\} \subseteq A$, que $\alpha \in Cn(R \cup \{\beta\} \cup S) = Cn(A \sim_\gamma \alpha \cup \{\beta\})$. Y para todo $A' \subset A$ del mismo punto de la definición surge de $R \subset R \cup \{\beta\} \cup A' \subset A$, que $\alpha \in Cn(R \cup \{\beta\} \cup A' \cup S) = Cn(A \sim_\gamma \alpha \cup \{\beta\} \cup A')$.

La nueva definición de contracción *maxichoice* cumple también con la condición de *nm-minimalidad*

Teorema 5.2 *Si $\sim_\gamma$es una contracción maxichoice para A, entonces satisface la propiedad de minimalidad, es decir si:*

si $\beta \notin A$ y $\beta \in A \sim_\gamma \alpha$, (es decir fue agregado) entonces $\alpha \notin Cn(A \sim_\gamma \alpha)$, $\alpha \in Cn(A \sim_\gamma \alpha - \{\beta\})$.y para todo conjunto $A' \subset (A \sim_\gamma \alpha) - A$, $\alpha \in Cn(A \sim_\gamma \alpha - (\{\beta\} \cup A'))$

Prueba:

Si $\sim_\gamma$es una contracción maxichoice, entonces $A \sim_\gamma \alpha$ es un elemento de $A \perp \alpha$, y por el punto 4 de la definición de conjunto resto, $\alpha \notin Cn(A \sim_\gamma \alpha)$. Luego $A \sim_\gamma \alpha = R \cup S$ donde R es un subconjunto de A.

Si $\beta \in R \cup S$ y $\beta \notin A$, como $R \subset A$, $\beta \notin R$, por lo tanto $\beta \in S$, por el punto 6 de la definición de conjunto resto, de $S - \{\beta\} \subset S$ surge que $\alpha \in Cn(R \cup S - \{\beta\})$. Como $\beta \notin R$, $\alpha \in Cn((R \cup S) - \{\beta\}) = Cn(A \sim_\gamma \alpha - \{\beta\})$. Y para todo $A' \subset (A \sim_\gamma \alpha) - A$, es decir $A' \subset S$ del mismo punto de la definición surge de $S - (\{\beta\} \cup A') \subset S$, que $\alpha \in Cn(R \cup S - (\{\beta\} \cup A'))$ como ningún elemento de A' pertenece a A, y por lo tanto a R , $\alpha \in Cn((R \cup S) - (\{\beta\} \cup A')) = Cn(A \sim_\gamma \alpha - (\{\beta\} \cup A'))$

5.2 Teorema de Representación

Cualquier operador de contracción para estado de creencias sobre sistemas no monótonos que cumpla las condiciones de *nm-fullnes* y *nm-minimalidad* es un operador de contracción *maxichoice* como fue definido arriba.

Teorema 5.3 *El operador $\div$ es un operador de contracción maxichoice para un programa P si y solo si satisface los postulados de* succes, fullness *y* minimalidad.

Prueba:

Construcción a Postulados: Ya fue realizado en el teorema anterior.

Postulados a Construcción: Sea $\div$ un operación para P que satisface *succes*, *nm-fullness* y *nm-minimalidad.* Sea γ tal que $\gamma(A \perp \alpha) = \{A \div \alpha\}$

Necesitamos mostrar (1) que γ es una función de selección maxichoice y (2) que para todo α, $\bigcap_i R_i \cup \bigcup_i S_i = A \div \alpha$ donde $R_i = A \cap B_i$ y $S_i = B_i - A$ para todo $B_i \in \gamma(A \perp \alpha)$.

1. Debemos mostrar que $\gamma(A \perp \alpha)$ es un conjunto que consiste de exactamente un elemento de $A \perp \alpha$. Como hemos definido $\gamma(A \perp \alpha) = \{A \div \alpha\}$ debemos mostrar que $A \div \alpha \in A \perp \alpha$.

   Sea $R = (A \div \alpha) \cap A$, y $S = (A \div \alpha) - A$, de manera que $A \div \alpha = R \cup S$, con $R \subseteq A$. Por *succes* $\alpha \notin Cn(A \div \alpha)$.

   Resta probar que (a) si $R \subset R' \subseteq A$ entonces $\alpha \in Cn(R' \cup S)$ y (b) si $S' \subset S$ entonces $\alpha \in Cn(R \cup S')$.

   (a) Supongamos que $R \subset R' \subseteq A$ luego existe β tal que $\beta \in A$ y no pertenece a R, como $S = (A \div \alpha) - A$, no pertenece a S, por lo tanto no pertenece a $R \cup S = A \div \alpha$, luego por *nm-fullness* $\alpha \in Cn(A \div \alpha \cup \{\beta\})$, es decir $\alpha \in Cn(R \cup S \cup \{\beta\})$, y como $R' \subseteq A$, $\alpha \in Cn(R \cup S \cup \{\beta\} \cup R')$, es decir $\alpha \in Cn(R' \cup S)$.

   (b) Supongamos que $S' \subset S$, luego existe β tal que $\beta \in S \subset A \div \alpha$ y no pertenece a A, pues $S = (A \div \alpha) - A$ y $S' \subset S$, luego por *nm-minimalidad* $\alpha \in Cn(A \div \alpha - \{\beta\})$ es decir que $\alpha \in Cn(R \cup S - \{\beta\})$, y como $S' \subset S$ $\alpha \in Cn(R \cup S - \{\beta\} \cup S')$ es decir $\alpha \in Cn(R \cup S')$.

2. Como $\gamma(A \perp \alpha)$ consiste de un solo elemento, sea B ese elemento, $\bigcap_i R_i = R$ y $\bigcup_i S_i = S$ donde $R = A \cap B$ y $S = B - A$ por lo tanto $\bigcap_i R_i \cup \bigcup_i S_i = R \cup S = (A \cap B) \cup (B - A) = B = A \div \alpha$ por la definición de γ

6 Conclusiones

Se ha presentado una generalización del modelo AGM de cambio de creencias, para contemplar estados epistémicos inferidos por operadores no monótonos. Se caracterizaron por medio de dos postulados un caso particular de contracción definido en este modelo, esto se realizó dando una reformulación de uno de los postulados originales del modelo AGM y el agregado de un nuevo postulada específico. De la misma manera, como trabajo posterior se pueden reformular los postulados de relevancia y core-retainment para caracterizar el caso de contracción Parcial Meet.

Referencias

[1] Alchourrón C.,Gärdenfords P., Makinson D.: *On the Logic of Theory Change: Partial Meet Contraction and Revision Functions.* **Journal of Symbolic Logic 50**: 510-530, 1985.

[2] Gärdenfors, P.: *conditionals and changes of belief. The logic and epistemology of scientific change.* (I. Niiniluoto and R. Tuomela, editors), **Acta Philosophica Fennica, vol. 30**(1978) pp 381-404

[3] Gabbay, D.M.: *Thorical foundations for non-monotonic reasoning in expert systems,* **Reserch Report DoC 84/11, Department of Computing, Imperial College of Science and Technology.** 1984

[4] Hansson, S.O. *Belief Base Dynamics,* **Uppsala: Acta Universitatis Upsaliensis**. 1991

[5] McCarthy, J.: *Circumscription - A Form of Nonmonotonic Reasoning.* **Artificial Intelligence 13.** 1980.

[6] McCarthy, J.: *Applications of Circumscription to Formalizing Common Sense Knowledge* **Proc. AAAI - Workshop Non-Monotonic Reasonig,** 1984 - **Artificial Inteligence 28** 1986

[7] Moore R.C.: *Semantical Considerations on Nonmonotonic Logic.* **Artificial Intelligence 25.** 1985.

[8] Reiter R.: *A Logic for Dfault Reasoning.* **Artificial Intelligence 13.** 1980.

[9] Simari G.R., Loui R.P.: *A Mathematical Treatment of Defeasible Reasoning and its Implementation.* **Artificial Intelligence 53**: 125-157, 1992.

[10] Tarski A.: *On the concept of logical consequence.* In **Logic, Semantics, Metamathematics.** Oxford University Press, 1936.