
UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS

*Estructura nuclear: estudios microscópicos e inclusión del
continuo.*

TESIS

Ana Gabriela Dumrauf.
1992

Director: Dr. Osvaldo Civitarese.

A Sofia.

Agradecimientos

En primer lugar quiero expresar mi gratitud a todos aquellos que tanto desde el punto de vista laboral, como desde el afectivo, hicieron posible la concreción de este trabajo.

A Leandro que me acompañó y apoyó durante el tiempo en que se desarrolló esta tesis.

A Gladys y Héctor, mis padres, por su cariño y comprensión a lo largo de toda mi vida y por su "trabajo" como abuelos.

A Sergio y Graciela por el cariño, charlas e ideales compartidos.

A Cecilia, Rizo y Germán por su desempeño incondicional de hermanos y tíos.

A Anabella, Marcela, Sergio, Ana y José por su amistad sin límites y su presencia en los momentos difíciles.

A mis compañeros del grupo de Física Nuclear Teórica, Angel, Gustavo, Marta, Federico, Macane, Ricardo y Martín por las discusiones compartidas y el apoyo que me han brindado.

A Osvaldo, a quien debo parte de mi formación en los últimos años, por el aporte de las ideas originales desarrolladas en este trabajo.

Finalmente quiero agradecer a Toto, nuevamente a Marcela y Marcelo por haber facilitado la tarea de impresión.

Indice

Introducción	1
Capítulo I	
Estudio de técnicas de muchos cuerpos a Temperatura Finita.	6
I.1 Introducción	7
I.2 Formalismo BCS térmico para una interacción no separable.	10
I.3 Efectos de la renormalización de los canales de partícula-partícula y partícula-agujero sobre el parámetro de densidad de niveles.	18
I.4 Conclusiones	31
Capítulo II	
Efectos de la interacción de apareamiento en la energética de las vibraciones monopolares gigantes.	33
II.1 Introducción	34
II.2 Cálculo microscópico de los efectos de apareamiento.	36

II.3 Efectos de las correlaciones de apareamiento sobre la compresibilidad de la materia nuclear.	47
II.4 Conclusiones	55

Capítulo III

Inclusión del continuo en cálculos de estructura nuclear.	58
III.1 Introducción	59
III.2 Estados de Gamow.	60
III.3 Aproximación de Fases al Azar con la inclusión de estados de Gamow.	73
III.4 Formalismo de la Función de Respuesta con la inclusión de estados resonantes.	82
III.5 Renormalización de estados de partícula independiente en la Teoría de Campos Nuclear.	90
III.6 Tratamiento de las excitaciones colectivas en el formalismo de la NFT con la inclusión de estados de Gamow. Modelo esquemático.	98
III.7 Renormalización de estados de partícula independiente incluyendo estados de Gamow. Caso realista.	102
III.8 Conclusiones	120

Conclusiones	122
Apéndices	126
Apéndice A. Formalismo de la Aproximación de Fases al Azar.	127
Apéndice B. Parámetro de densidad de niveles.	137
Apéndice C. Formalismo de la Función de Respuesta Lineal.	146
Referencias	153

Introducción

Una característica general de los sistemas cuánticos con un número elevado de grados de libertad es el aumento rápido del número de niveles con la energía de excitación. En el caso de un núcleo, cuando aumenta la energía de excitación, el espaciamiento entre niveles se reduce y la naturaleza de las excitaciones se torna complicada [HS86] [SS86] [BD87]. Para describir el gran número de niveles de energía accesibles se introdujo el concepto de temperatura nuclear [Bet36].

La información experimental relacionada con la densidad de niveles se puede extraer a partir de los datos provenientes del estudio de reacciones con formación de núcleos compuestos. El núcleo excitado producido de esta manera alcanza el equilibrio estadístico en un tiempo del orden de 10^{-21} seg, que resulta mucho menor que el tiempo de desexcitación que es del orden de 10^{-19} seg, lo que justifica un tratamiento estadístico del problema. De este modo se puede caracterizar cada estado de equilibrio del sistema mediante la energía de excitación E , el número de partículas A , el momento angular I , la temperatura nuclear T y el potencial químico μ por medio de las expresiones

$$T^{-1} = \frac{\partial \ln(\rho(E, A, I))}{\partial E}$$

$$\mu = \frac{\partial \ln(\rho(E, A, I))}{\partial A}$$

donde $\rho(E, A, I)$ es la densidad de estados accesibles y se considera al sistema nuclear como un sistema cuántico macrocanónico.

El punto de partida para el estudio del núcleo a temperatura finita es el desarrollo de teorías autoconsistentes. Así se desarrolló el formalismo de Hartree-Fock dependiente de la temperatura [MZP74] que permitió establecer la validez de las aproximaciones de campo medio hasta temperaturas del orden de $T \cong 5$ MeV. Por su parte la aplicación del formalismo de Hartree-Fock-Bogoliubov dependiente de la temperatura [Go81] demostró la existencia de una temperatura crítica, superada la cual las correlaciones de pares desaparecen [CDP83].

El estudio del comportamiento térmico de los efectos de la estructura de capas constituyó también un punto de gran interés. Este aspecto enfatizó la importancia de la estructura de capas para temperaturas menores a 2 MeV [BQ81] [CDP82] en el cálculo del parámetro de densidad de niveles [CDP85] [BD87] que presenta apartamientos con respecto al modelo del gas de Fermi [BM69]. Este parámetro es de fundamental importancia en el estudio de la estructura nuclear a temperatura finita. A temperaturas altas las propiedades del núcleo se describen mediante el modelo del gas de Fermi con un número finito de partículas. Un aspecto interesante de esta aproximación, es el hecho de obtener un valor constante para el parámetro de densidad de niveles [CDP82] [CDP85]. En el rango de temperaturas entre 0 y 2 MeV son importantes los efectos de estructura debidos a las interacciones residuales. En particular interesa estudiar las contribuciones al parámetro de densidad de niveles originadas en los canales de partícula-partícula, agujero-agujero y partícula-agujero como función de la temperatura. Este problema será estudiado en el capítulo I.

Las resonancias gigantes se conocen desde hace varias décadas [BK47] cuando se observó, en espectros de fotoabsorción nuclear, la resonancia dipolar gigante. Posteriormente se observaron resonancias de otras multipolaridades:

monopolar gigante (E0), caracterizada como oscilaciones de la densidad nuclear con momento angular $\lambda=0$; cuadrupolar gigante (E2) descrita como vibraciones de la superficie nuclear con momento angular $\lambda=2$, etc. Cada multipolaridad presenta dos modos, el modo isoescalar en el cual protones y neutrones vibran en fase y el modo isovectorial en el que los protones y neutrones vibran en oposición de fase. Como la separación entre las distribuciones de protones y neutrones requiere energía extra, los modos isovectoriales de cada multipolaridad se encuentran a mayor energía que el modo isoescalar. La investigación de estas excitaciones colectivas asociadas al estado fundamental del núcleo ha posibilitado una mejor comprensión de la estructura y la dinámica de éste. Los centroides de energía [WML82] y los anchos [RS80] característicos de estas resonancias han sido descritos en forma precisa a través de teorías microscópicas como el formalismo de la Aproximación de Fases al Azar (RPA) o el formalismo de la Función de Respuesta Lineal.

El estudio de las resonancias monopolares gigantes (GMR) resulta de especial interés debido a su conexión con la compresibilidad de la materia nuclear [BI80]. Recientemente, se ha realizado un estudio sistemático de las energías de las GMR en cadenas de isótopos de Sn y Sm [SBB88]. Empleando estos datos en una aproximación semifenomenológica se ha encontrado que la compresibilidad de la materia nuclear (K_∞) es de 300 ± 25 MeV.

Los núcleos investigados experimentalmente (Sn y Sm) son núcleos de capa abierta y presentan un comportamiento superconductor, lo que manifiesta que el efecto de la interacción de apareamiento en el estado fundamental y en las propiedades espectroscópicas debe ser tenido en cuenta. En el capítulo II de esta tesis se describe el método utilizado para analizar la energética de las GMR y la correspondiente extracción de los valores de K_∞ .

Un aspecto importante en cálculos de estructura nuclear es el estudio de los anchos de las resonancias; que son una medida de las propiedades de decaimiento [BBB83]. Estos anchos se describen mediante la suma de dos contribuciones: la de escape y la de difusión. Respecto al ancho de escape, se ha prestado gran atención al estudio del decaimiento de las resonancias gigantes por emisión de partículas [CVL89]. Desde el punto de vista teórico se presentan dificultades debido a la necesidad de incluir el continuo en los cálculos. Para superar estas dificultades se ha desarrollado el método de la Aproximación de Fases al Azar Resonante (RRPA) [VCC88] [CVL89]. En este método la base de partícula independiente está compuesta por estados ligados y estados resonantes o de Gamow. El uso de los estados de Gamow tiene en cuenta automáticamente la posibilidad de la emisión de partículas desde estados de partícula cuyas energías tienen una parte imaginaria relacionada con la probabilidad de escape. La ventaja de la RRPA consiste en que trata sólo con autoestados discretos y por lo tanto se pueden utilizar métodos conocidos en cálculos de estructura nuclear. Las cantidades calculadas con esta aproximación (RRPA) tales como reglas de suma pesadas en energía [VCC88] y funciones de respuesta para estados de partícula independiente y de partícula-agujero [VCL90] concuerdan con los correspondientes datos experimentales y con cálculos exactos. En el capítulo III de esta tesis el uso de la RRPA se ha extendido al estudio de excitaciones más complicadas, considerándose el caso de dos partículas-un agujero a través de la Teoría de Campos Nuclear.

En suma, el presente trabajo se ha organizado de la siguiente forma: en el capítulo I se considera la contribución a la energía de excitación de los grados de libertad fermiónicos y bosónicos y se estudia el comportamiento del parámetro de densidad de niveles al incluir los grados de libertad bosónicos; en

relación a estos últimos se analiza la competencia entre los canales de partícula-partícula y agujero-agujero con los canales de partícula-agujero como función de la temperatura. Las distintas contribuciones se analizan para un núcleo superconductor (^{62}Zn). En el capítulo II se estudian las resonancias monopolares gigantes en isótopos del Sn en el marco de la Aproximación de Fases al Azar para cuasipartículas (QRPA). En particular, se evalúa el efecto de la inclusión de las correlaciones de apareamiento en las GMR y se analiza este efecto sobre el cálculo de la compresibilidad de la materia nuclear. En el capítulo III se utiliza una base de partícula independiente que incluye estados ligados y de Gamow para calcular, en el marco del modelo estándar del acoplamiento partícula-fonón, los anchos de escape correspondientes a estados de protón de baja energía en las proximidades de la capa $Z=82$.

Los resultados presentados en el capítulo I han sido consignados en la referencia [CDR90], los presentados en el capítulo II en [CDR91] y los del capítulo III corresponden a la referencia [CDL92].

Capítulo I

**Estudio de técnicas de
muchos cuerpos a temperatura finita.**

I.1 Introducción

Como una primera aproximación, el núcleo se puede representar en forma de un gas de fermiones sin interacción confinado al volumen nuclear. En el caso de niveles equidistantes y no degenerados [Bet36] [LLC54] [Ka66] la densidad de estados varía exponencialmente con la energía de excitación E :

$$\rho(E) \propto \frac{e^{\sqrt{aE}}}{E^{\frac{5}{4}} a^{\frac{1}{4}}}$$

donde $a = \pi^2 g/6$ es el llamado parámetro de densidad de niveles y g es la densidad de partícula independiente para $E = E_{\text{Fermi}}$. La dependencia explícita de la densidad de estados con la energía de excitación surge de la relación entre esta última y la temperatura a través:

$$E = aT^2 .$$

En este caso el factor de escala a toma un valor constante, parametrizado a partir de datos experimentales como: $a = A/8 \text{ MeV}^{-1}$, donde A es el número de nucleones en el núcleo.

Sin embargo, a bajas temperaturas, el núcleo no puede ser considerado como un sistema de fermiones libres. En núcleos superfluidos, por ejemplo, la interacción de apareamiento juega un rol esencial en las propiedades relevantes del sistema. Asimismo, los modos vibracionales colectivos son dominantes en el espectro de excitaciones a bajas temperaturas, tanto en núcleos superfluidos como normales. Por lo tanto, se puede esperar que la estimación $a = A/8 \text{ MeV}^{-1}$ no

proporcione información sobre efectos nucleares a bajas temperaturas obviamente no considerados por la aproximación del gas de Fermi. En particular, recientes resultados experimentales [Ha88] muestran claramente que éste es el caso y que la estimación $a = A/8 \text{ MeV}^{-1}$ no permite describir variaciones de la densidad de estados con la temperatura en forma continua. De esta forma, resulta de interés estudiar las contribuciones teóricas al parámetro de escala, a , que pueden obtenerse a partir del tratamiento explícito de diversas correlaciones entre nucleones.

La interacción de apareamiento nuclear es responsable de la disminución de la energía del estado fundamental. Debido a este efecto, las energías de ligadura presentan una variación sistemática dependiendo de que Z (número de protones en el núcleo) y/o N (número de neutrones en el núcleo) sean pares o impares.

Como se mencionó en la Introducción de este trabajo, se ha demostrado que hasta temperaturas del orden de 5 MeV persisten los efectos de campo medio. De manera que la distribución de equilibrio en el conjunto gran canónico se calcula en la aproximación de partícula independiente con el formalismo de Hartree-Fock-Bogoliubov térmico (FT-HFB). La teoría FT-HFB implica un sistema de ecuaciones no lineales que deben ser resueltas iterativamente en forma autoconsistente, con una diferencia esencial con respecto a lo que ocurre a temperatura cero: las probabilidades de ocupación de cuasipartícula son diferentes de cero. Es interesante destacar que en este caso se trata de la aplicación de técnicas de la Mecánica Estadística a un sistema con espectro variable, ya que las energías asociadas a las cuasipartículas dependen de la temperatura. Un resultado importante es la dependencia del "gap" de apareamiento con la temperatura; a una temperatura

dada (T_c), el "gap" colapsa produciendo una "transición de fase" desde el estado de pares de partículas acopladas a momento angular cero, fase superconductora, al estado normal [Pr61] [CDP82]. Este comportamiento es similar al conocido en la física del estado sólido.

Respecto a los efectos debidos a las interacciones residuales, las correlaciones de dos cuerpos del tipo partícula-agujero (ph), partícula-partícula (pp) y agujero-agujero (hh) son consideradas mediante la aplicación de la Aproximación de Fases al Azar (RPA) [Ba60] [BM69].

Los aspectos teóricos relevantes para la descripción microscópica de un núcleo a temperatura finita, son los mismos que en el caso correspondiente a temperatura cero, excepto por la distribución no trivial de los estados de partícula independiente [Go81] [Hat89]. Esto implica que en principio deben ser incluidas todas las correlaciones posibles en la descripción RPA a temperatura finita.

En la descripción microscópica de los efectos de la interacción de apareamiento se tratan conjuntamente los grados de libertad fermiónicos y bosónicos a través de los métodos de BCS y RPA, respectivamente. Como se ha dicho, a temperaturas relativamente bajas ($T \leq 1$ MeV), se produce el colapso del "gap" de apareamiento. Las consecuencias de este colapso sobre el espectro de cuasipartículas permite establecer algunas analogías entre este efecto y las transiciones de fase conocidas en sistemas extendidos [ACR87]. La evidencia de este colapso está dada por el aumento del calor específico cerca de la temperatura T_c . El espectro bosónico dependiente de la temperatura manifiesta el colapso del "gap" y también contribuye al calor específico en las proximidades de T_c [ACR87].

De acuerdo a las consideraciones realizadas hasta el momento,

resulta evidente la necesidad de considerar las contribuciones fermiónicas y bosónicas a la energía de excitación y a través de ésta, determinar el parámetro de densidad de niveles y estudiar el efecto de la contribución bosónica sobre él. Respecto a esta contribución también interesa analizar la competencia entre los canales de partícula-agujero y los de partícula-partícula y agujero-agujero como función de la temperatura [VM87].

I.2 Formalismo BCS térmico para una interacción no separable.

En esta sección se presenta la descripción de la interacción de apareamiento en términos de cuasipartículas, mediante el formalismo BCS [BCS57] a temperatura finita (FTBCS).

Se considera un sistema nuclear esférico gobernado por el hamiltoniano:

$$H=H_{sp}+H_i \tag{1.1}$$

donde

$$H_{sp} = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} \quad (1.2)$$

$$H_i = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma} \quad (1.3)$$

α indica el estado del modelo de capas caracterizado por los números cuánticos n , l , j y m , ε_{α} es la energía de partícula independiente, a_{α}^{\dagger} (a_{α}) es el operador que crea (destruye) un fermión en el estado α y $V_{\alpha\beta\gamma\delta}$ es el elemento de matriz de la interacción y respeta las siguientes relaciones de antisimetría:

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta} = -V_{\beta\alpha\gamma\delta} = -V_{\alpha\beta\delta\gamma} = V_{\beta\alpha\delta\gamma} .$$

Dada la simetría esférica, la interacción separa los diferentes canales rotulados por el momento angular JM ; los elementos de matriz de la interacción toman la forma:

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta} = -\frac{1}{2} \sum_{JM} G(abcdJ) \langle j_{\alpha} m_{\alpha} j_{\beta} m_{\beta} | JM \rangle \langle j_{\gamma} m_{\gamma} j_{\delta} m_{\delta} | JM \rangle \quad (1.4)$$

donde los $\langle \quad | \quad \rangle$ son los coeficientes de reacoplamiento y $G(abcdJ)$ es el elemento de matriz reducido de la interacción en el canal partícula-partícula.

De la hermiticidad e invariancia temporal de H_i , se sigue que G es real y

$$\begin{aligned} G(abcdJ) &= G(cdabJ) \\ &= -\theta(abj)G(bacdJ) \\ &= -\theta(cdJ)G(abdcJ) \\ &= -\theta(abcd)G(badcJ) \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\theta(abJ) = (-1)^{j_a + j_b + J} .$$

La relación entre G y los elementos de matriz

de H_i en el modelo de capas es:

$$\langle abJM | H_i | cdJM \rangle = -\sigma_{ab} \sigma_{cd} G(abcd) \quad (1.6)$$

$$\sigma_{ab} = \begin{cases} 1 & \text{si } a=b \\ \sqrt{2} & \text{si } a \neq b \end{cases} . \quad (1.7)$$

Es posible acoplar también α con γ o δ y β con δ o γ introduciendo los elementos de matriz de partícula-agujero $F(abcdJ)$:

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta} = -\frac{1}{2} \sum_{J'M'} F(\alpha\gamma\delta\beta J) s_\gamma \langle j_\alpha m_\alpha j_\gamma \bar{m}_\gamma | J'M' \rangle s_\beta \langle j_\delta m_\delta j_\beta \bar{m}_\beta | J'M' \rangle \quad (1.8)$$

$$V_{\alpha\beta\delta\gamma} = \frac{1}{2} \sum_{J''M''} F(\alpha\delta\gamma\beta J'') s_\delta \langle j_\alpha m_\alpha j_\delta \bar{m}_\delta | J''M'' \rangle s_\beta \langle j_\gamma m_\gamma j_\beta \bar{m}_\beta | J''M'' \rangle \quad (1.9)$$

con

$$s_\gamma = (-1)^{j_\gamma - m_\gamma}$$

$$\bar{m}_\gamma = -m_\gamma .$$

La relación entre F y G involucra un coeficiente de Racah:

$$F(\alpha\beta\delta\gamma J') = -\sum_J (2J+1) W(j_\alpha j_\beta j_\gamma j_\delta; JJ') G(\beta\alpha\gamma\delta J) \quad (1.10)$$

y respeta las propiedades de simetría:

$$F(acdbJ') = F(dbacJ') = \theta(abcd) F(cabdJ') .$$

El tratamiento BCS consiste en definir un nuevo conjunto de

operadores de creación y aniquilación que llevan a la base de cuasipartículas [Bo58] [Va58]:

$$\begin{aligned}\alpha_{jm}^+ &= u_j a_{jm}^+ - v_j a_{j\bar{m}}^- \\ \alpha_{j\bar{m}}^- &= v_j a_{jm}^+ + u_j a_{j\bar{m}}^-\end{aligned}\tag{1.11}$$

donde

$$a_{j\bar{m}}^- = (-1)^{j-m} a_{jm}^-$$

es el operador reverso temporal de a_{jm} , u_j y v_j son reales, tales que $u_{j\bar{m}}^- = u_{jm} = u_j$ y $v_{j\bar{m}}^- = v_{jm} = v_j$

Los operadores α_{jm}^+ ($\alpha_{j\bar{m}}^-$) satisfacen las mismas relaciones de anticonmutación que los operadores a , es decir, crean y destruyen cuasipartículas que se comportan como fermiones:

$$\begin{aligned}\{\alpha_{jm}^+, \alpha_{j'm'}^+\} &= \delta_{jj'} \delta_{mm'} \\ \{\alpha_{jm}^-, \alpha_{j'm'}^-\} &= 0\end{aligned}\tag{1.12}$$

lo que impone la siguiente condición sobre u_j y v_j :

$$u_j^2 + v_j^2 = 1 \tag{1.13}$$

Para un nivel muy por encima del nivel de Fermi, $u_j \approx 1$ y $v_j \approx 0$ y la cuasipartícula se comporta como una partícula; mientras que para un nivel muy por debajo del nivel de Fermi, $u_j \approx 0$ y $v_j \approx 1$ y por lo tanto la cuasipartícula se comporta como un agujero. El vacío de los nuevos operadores corresponde al estado fundamental de BCS que satisface:

$$\alpha_{jm}^- |BCS\rangle = 0 \ .$$

A temperatura cero:

$$\langle BCS | \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} | BCS \rangle = 0 \quad (1.14)$$

en cambio a temperatura distinta de cero, los números de ocupación de cuasipartícula dejan de ser cero. En este caso se obtiene:

$$\langle BCS | \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} | BCS \rangle = f_j(T) . \quad (1.15)$$

Los factores de ocupación térmica, $f_j(T)$, son tales que tienden a cero cuando la temperatura tiende a cero. Es decir, el estado fundamental de BCS a temperatura cero es reemplazado, a temperatura distinta de cero, por un estado de referencia promedio (que se puede pensar equivalente a un conjunto estadístico definido por la función de partición $Z(N,T)$) con el cual se pueden calcular los valores de expectación de las magnitudes relevantes.

En el conjunto gran canónico, la condición de equilibrio para una temperatura T y un potencial químico λ queda determinada por la distribución de máxima entropía, S . Esta condición exige que, en el equilibrio térmico, el gran potencial termodinámico Ω sea mínimo, siendo Ω :

$$\begin{aligned} \Omega &= E_0 - TS - \lambda N_0 \\ &= F - \lambda N_0 \end{aligned}$$

donde E_0 es la energía media del núcleo, N_0 el número medio de partículas, F la energía libre y S la entropía, calculados con la ayuda del operador densidad, ρ :

$$E_0 = \text{Tr}(\rho H)$$

$$N_0 = \text{Tr}(\rho N)$$

$$S = -\text{Tr}(\rho \ln \rho) .$$

La minimización del gran potencial termodinámico Ω , se realiza derivando funcionalmente éste con respecto al operador densidad. La condición de estabilidad frente a fluctuaciones de origen térmico requiere que la segunda derivada funcional sea positiva:

$$\frac{\delta \Omega}{\delta \rho} = 0$$

$$\frac{\delta^2 \Omega}{\delta \rho^2} > 0.$$

Estos requisitos llevan a la conocida solución

$$\rho = Z^{-1} e^{-\beta(H-\lambda N)}$$

$$Z = \text{Tr}(e^{-\beta(H-\lambda N)})$$

resultando

$$\Omega = -\beta^{-1} \ln Z .$$

Los números de ocupación, correspondientes en este caso a cuasipartículas, se obtienen minimizando el gran potencial termodinámico

$$\frac{\delta \Omega}{\delta f_j} = 0$$

obteniéndose el valor

$$f_j(T) = \frac{1}{1 + e^{\beta E_j}} .$$

El valor medio de N queda determinado por:

$$\langle N \rangle = \sum_j [u_j^2 f_j + v_j^2 (1 - f_j)] 2\Omega_j . \quad (1.16)$$

Transformando a la nueva base y ordenando los términos utilizando el teorema de Wick a temperatura finita [Th63], se puede reescribir el hamiltoniano como:

$$H = H_{00} + H_{11} + H_{20} + H_{res} \quad (1.17)$$

con:

$$H_{00} = \sum_j \left\{ \left(\eta_j + \frac{1}{2} \mu_j \right) 2\Omega [u_j^2 f_j + v_j^2 (1 - f_j)] - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \Delta_j(T) u_j v_j (1 - 2f_j) \right\} \quad (1.18)$$

$$H_{11} = \sum_{jm} \left\{ \eta_j [u_j^2 - v_j^2] + 2\Delta_j(T) u_j v_j \right\} : n_j : \quad (1.19)$$

$$H_{20} = \sum_{jm} \left\{ \left(-\frac{1}{2} \right) \Delta_j(T) [u_j^2 - v_j^2] + \eta_j u_j v_j \right\} (P_j^+ + P_j) \quad (1.20)$$

$$H_{res} = \sum_{\alpha\beta\delta\gamma} V_{\alpha\beta\delta\gamma} \alpha_\alpha^+ \alpha_\beta^+ \alpha_\gamma \alpha_\delta \quad (1.21)$$

donde se han despreciado términos en v_j^4 y $v_j^3 u_j$ y se definieron los operadores

$$P_j^+ = \sum_{m>0} \alpha_{jm}^+ \alpha_{jm}^+ \quad (1.22)$$

$$P_j = (P_j^+)^+$$

y

$$\Delta_j(T) = (2j+1)^{-\frac{1}{2}} \sum_i G(jji0) (2i+1)^{\frac{1}{2}} u_i v_i (1-2f_i) \quad (1.23)$$

es el "gap" de energía; la corrección de autoenergía μ viene dada por:

$$\mu_j = 2(2j+1)^{-\frac{1}{2}} \sum_{i,J} (2J+1) [u_i^2 f_i + v_i^2 (1-f_i)] G(jijJ) \quad (1.24)$$

y

$$\eta_j = \epsilon_j - \mu_j - \lambda . \quad (1.25)$$

El procedimiento para determinar u_j y v_j , los números de ocupación de FTBCS, es el mismo que el del procedimiento a temperatura cero [Ba60], se exige que H_{22} se anule y se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\eta_j (u_j^2 - v_j^2) + 2u_j v_j \Delta_j = E_j \quad (1.26)$$

$$\eta_j \mu_j v_j - (u_j^2 - v_j^2) \frac{\Delta_j}{2} = 0 \quad (1.27)$$

cuya solución es:

$$u_j^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\eta_j}{E_j}\right) \quad (1.28)$$

$$v_j^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\eta_j}{E_j}\right)$$

y la energía de cuasipartícula E_j está dada por la expresión:

$$E_j = (\eta_j^2 + \Delta_j^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.29)$$

Todas las magnitudes definidas por las ecuaciones (1.23)-(1.29) son funciones de la temperatura; en particular las expresiones para los diferentes "gaps" presentan el factor de bloqueo térmico $(1-2f_j)$ que es responsable de la disminución de los "gaps" al aumentar la temperatura.

I.3 Efectos de la renormalización de los canales de partícula-partícula y partícula-agujero sobre el parámetro de densidad de niveles.

El tratamiento de una interacción residual de dos cuerpos, en el marco de la Aproximación de Fases al Azar a temperatura finita (FTRPA), ha sido discutido en el Apéndice A, sección A.2.

Los elementos de matriz $V_{\alpha\beta\gamma\delta}$ (1.21) se pueden definir para una

una fuerza no separable del tipo δ independiente del isoespín:

$$V_{\alpha\beta\gamma\delta} = \frac{\hat{j}}{8\pi} R_{\alpha\beta\gamma\delta} (-1)^{j_\alpha - j_\delta - 1} \begin{pmatrix} j_\alpha & j_\beta & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_\gamma & j_\delta & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} [1 + (-1)^{l_\alpha + l_\beta - J}] \quad (1.30)$$

para configuraciones de partícula-partícula (agujero-agujero) y

$$\tilde{V}_{\alpha\beta\gamma\delta}^J = (-1)^{\hat{j}} \frac{\hat{j}}{8\pi} R_{\alpha\beta\gamma\delta} \cdot \left\{ (-1)^{l_\alpha + l_\gamma} \begin{pmatrix} j_\alpha & j_\beta & J \\ 1/2 & 1/2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_\gamma & j_\delta & J \\ 1/2 & 1/2 & -1 \end{pmatrix} + (-1)^{j_\beta + j_\delta} \begin{pmatrix} j_\alpha & j_\beta & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_\gamma & j_\delta & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} (-1)^{l_\alpha + l_\beta + J} \right\} \quad (1.31)$$

para configuraciones de partícula-agujero. En las ecuaciones (1.30) y (1.31) se han definido las integrales radiales:

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = \int_0^\infty r^2 R_\alpha(r) R_\beta(r) R_\gamma(r) R_\delta(r) dr$$

donde $R_\alpha(r)$ son funciones de onda radiales de partícula independiente y

$$\hat{j} = [(2j_\alpha + 1)(2j_\beta + 1)(2j_\gamma + 1)(2j_\delta + 1)]^{\frac{1}{2}}.$$

La relación entre los elementos de matriz $V_{\alpha\beta\gamma\delta}$ y $\tilde{V}_{\alpha\beta\gamma\delta}$ está

dada por

$$\tilde{V}_{ab,cd}^J = (-1) \sum_{J'} (2J'+1) \left\{ \begin{matrix} j_a & j_b & J \\ j_c & j_d & J' \end{matrix} \right\} V_{ad,cb}^{J'} \quad (1.32)$$

y su obtención, en el contexto del tratamiento de interacciones residuales de dos cuerpos, implica que las configuraciones de partícula-partícula y partícula-agujero estén pesadas con la misma intensidad o, en otras palabras, que ambas estén multiplicadas por la misma constante de acoplamiento.

En el caso bajo consideración, donde el interés se orienta hacia el estudio de los efectos asociados a la renormalización del canal de partícula-partícula, se definen dos constantes de acoplamiento, g_{pp} y g_{ph} , para configuraciones de partícula-partícula y partícula-agujero respectivamente y las matrices de la RPA toman la forma:

$$\begin{aligned} A_{12,34}^J &= (E_1 + E_2) \delta_{12,34} \\ &- g_{pp} \frac{2}{f_{12} f_{34}} V_{12,34}^J (u_1 u_2 u_3 u_4 + v_1 v_2 v_3 v_4) \\ &- g_{ph} \frac{2}{f_{12} f_{34}} \tilde{V}_{12,34}^J (u_1 v_2 u_3 v_4 + v_1 u_2 v_3 u_4) \\ &+ g_{ph} \frac{2}{f_{12} f_{34}} \tilde{V}_{12,43}^J (u_1 v_2 v_3 u_4 + v_1 u_2 u_3 v_4) \\ &\cdot \theta(34, J) \end{aligned} \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned} B_{12,34}^J &= g_{pp} \frac{2}{f_{12} f_{34}} V_{12,34}^J (u_1 u_2 v_3 v_4 + v_1 v_2 u_3 u_4) \\ &- g_{ph} \frac{2}{f_{12} f_{34}} \tilde{V}_{12,34}^J (u_1 v_2 v_3 u_4 + v_1 u_2 u_3 v_4) \\ &+ g_{ph} \frac{2}{f_{12} f_{34}} \tilde{V}_{12,43}^J (u_1 v_2 u_3 v_4 + v_1 u_2 v_3 u_4) \\ &\cdot \theta(34, J) \end{aligned} \quad (1.34)$$

con

$$f_{ab} = (1 + \delta_{ab})$$

$$\theta(ab, J) = (-1)^{j_a + j_b + J}$$

El formalismo de la FTRPA refleja principalmente la importancia de considerar las órbitas de partícula independiente térmicamente ocupadas cuando se construyen las configuraciones no perturbadas [Go81] [CDP85].

En esta sección se discute el papel que juegan los grados de libertad de partícula independiente y vibratoriales (bosónicos) en la obtención de la energía de excitación y, a través de ella, el comportamiento del parámetro de densidad nuclear de niveles (Apéndice B). Es decir, se desea obtener información acerca del factor de escala que relaciona la energía de excitación y la temperatura nuclear. Asimismo, se incluye en las ecuaciones de movimiento de la RPA el canal de partícula-partícula renormalizado. El procedimiento seguido consistió en resolver las ecuaciones de la FTRPA y una vez determinados los autovalores de la misma, se introdujo el factor de ocupación para bosones:

$$n_v = \frac{1}{e^{\beta\omega_v} - 1} \quad (1.35)$$

donde ω_v son los valores positivos de los autovalores de la FTRPA los cuales, obviamente, dependen de la temperatura. Los factores estadísticos resultantes se utilizan para la evaluación de valores medios y con ellos, finalmente, se obtienen las contribuciones al parámetro de densidad de niveles debido a excitaciones vibratoriales. Es decir, se construye el operador densidad a partir de las ecuaciones de movimiento de la RPA:

$$\hat{\rho}_{RPA} = e^{-\beta H_{RPA}},$$

se calcula la energía

$$E_{RPA}^* = \frac{Tr(\hat{\rho}_{RPA} H_{RPA})}{Tr(\hat{\rho}_{RPA})}$$

y el parámetro de densidad de niveles considerando la aproximación descrita en el Apéndice B, ecuación (B.13); es decir,

$$a_{RPA}(T) = \frac{E_{RPA}^*}{T^2}. \quad (1.36)$$

Antes de comenzar con la discusión de un caso realista, se considerarán los resultados que se obtienen al aplicar el presente formalismo a una base de partícula independiente truncada. Este modelo incluye dos capas, con $j=3/2$, separadas por una energía $2\varepsilon=2\text{MeV}$. Cada capa posee una degeneración $2j+1$ y se ha supuesto que los elementos de matriz de la interacción entre configuraciones de partícula-partícula (pp), agujero-agujero (hh) y partícula-agujero (ph) son los mismos, excepto por los factores de ocupación correspondientes a partícula o agujero. Asimismo se ha considerado que el sistema puede ser excitado térmicamente y los factores u_α y v_α de las ecuaciones (1.33) y (1.34) son absorbidos en la definición de los factores de ocupación térmicos, que corresponden a canales de pp (hh) y ph, que para este caso son: $F_{pp}(T)$ y $F_{ph}(T)$, que para este caso son $F_{pp}(T)=F_{ph}(T)=\text{tanh}(\varepsilon/2T)$, donde T es la temperatura nuclear en unidades de energía.

En este espacio las ecuaciones de la RPA toman una forma simple y para excitaciones $J^\pi=2^+$ se han obtenido los autovalores:

$$\omega_1 = \pm 2\varepsilon \left(1 - \frac{C}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\omega_2 = 2\varepsilon \left(1 - \frac{D}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{2}}$$

donde

$$C = 5.10^{-4} g_{pp} F_{pp}(T) [MeV] \quad y$$

$$D = 1.10^{-3} g_{ph} F_{ph}(T) [MeV]$$

son los elementos de matriz de los canales de partícula-partícula y agujero-agujero respectivamente, correspondientes a una capa con $j=3/2$. Se puede asociar a ω_1 el valor de la energía correspondiente a las vibraciones de sistemas con $A+2$ ($\omega_1 > 0$) y $A-2$ ($\omega_1 < 0$) partículas, medida a partir del estado fundamental del sistema con A partículas. En este modelo se tomó el valor $A=4$ para simular una capa totalmente ocupada. La energía ω_2 puede ser asociada a las vibraciones de partícula-agujero en el sistema con A partículas.

En la Figura 1.1 se muestra el comportamiento de $|\omega_1|$ y ω_2 para diferentes valores de la temperatura, como función del cociente entre las constantes de acoplamiento de partícula-partícula y partícula-agujero. Para una determinada temperatura las energías de la RPA correspondientes al canal de partícula-partícula (agujero-agujero) son mayores a las de partícula-agujero siempre que $g_{pp}/2g_{ph} < 1$. Para este modelo simple el valor $g_{pp}/2g_{ph} = 1$ corresponde a la relación estándar entre elementos de matriz de partícula-partícula y partícula-agujero sin renormalización y las raíces ω_1 y ω_2 toman el mismo valor. Por otro lado, para valores de $g_{pp}/2g_{ph} > 1$, las energías de la RPA correspondientes al canal de

partícula-partícula (agujero-agujero) son menores a las correspondientes al canal de partícula-agujero. Las raíces ω_1 y ω_2 muestran un comportamiento crítico para un determinado valor de $g_{pp}/2g_{ph}$ como función de la temperatura, reflejando un bloqueo térmico de las configuraciones. Finalmente,

cabe mencionar que, para algunos casos ($T=0.0$ MeV y $T=0.5$ MeV) las soluciones de la RPA para canales de partícula-

partícula (agujero-agujero) devienen imaginarios para $g_{pp}/2g_{ph} > 1$ (inestabilidad de las soluciones RPA). Los valores de la temperatura para este modelo esquemático están condicionados por la separación entre los niveles (ϵ) que se ha definido previamente.

Como caso realista se ha calculado el espectro cuadrupolar del ^{62}Zn mediante la RPA a temperatura finita. Se renormalizaron los canales de pp (hh) de la interacción para determinar su efecto sobre las energías de la RPA y sobre el parámetro de densidad de niveles mediante la relación entre la energía de excitación total del núcleo y la temperatura T .

En la base de partícula independiente se incluyeron todos los

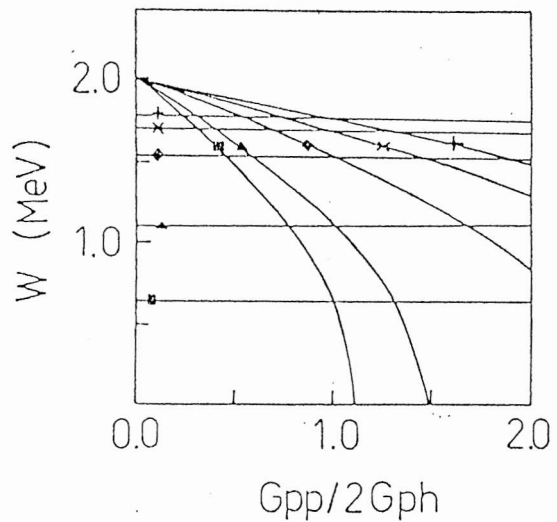


Figura 1.1 Dependencia térmica de las energías de la RPA, W , para un modelo de dos niveles como función de la razón entre intensidades de partícula-partícula y partícula-agujero de la interacción residual, $g_{pp}/2g_{ph}$. Las líneas curvas y horizontales corresponden a las energías ω_1 y ω_2 respectivamente. Los valores de la temperatura se indican por: cuadrados ($T=0$ MeV), triángulos ($T=0.5$ MeV), rombos ($T=1$ MeV), cruces ($T=1.5$ MeV) y cruces verticales ($T=2$ MeV).

estados hasta la capa de oscilador correspondiente a $N=6$ tanto para neutrones como para protones. Las energías de partícula independiente se tomaron del modelo de Nilsson [Ni69] con los siguientes parámetros:

$$\kappa_Z=0.07135, \quad \kappa_Z\mu_Z=0.0251, \quad \kappa_N=0.07366, \quad \kappa_N\mu_N=0.019$$

que reproducen la secuencia de estados de partícula independiente observada en la región de interés. En una primera etapa se ha resuelto la parte monopolar, $J^\pi=0^+$, de la interacción en la aproximación de BCS. Las constantes de acoplamiento se han ajustado de manera de reproducir los "gaps" observados, Δ_N y Δ_Z , para neutrones y protones respectivamente. Para las capas activas de partícula independiente con $28 \leq N \leq 50$ y $28 \leq Z \leq 50$ se obtuvieron los valores: $\Delta_N=1.457$ MeV y $\Delta_Z=1.346$ MeV para neutrones y protones, respectivamente. Los valores experimentales [NDS79] son: $\Delta_N=1.434$ MeV y $\Delta_Z=1.336$ MeV.

Con este espacio se han obtenido los resultados que se muestran en la Figura 1.2 donde se grafica la contribución fermiónica al parámetro de densidad de niveles como función de la temperatura. En esta figura se puede observar un pico, ya conocido, debido al colapso de las correlaciones de apareamiento a la temperatura $T=0.65$ MeV, que es del orden de $T \approx \Delta/2$, es decir, la mitad del "gap" correspondiente a temperatura cero. Ya que los parámetros correspondientes al "gap" debido a la interacción de apareamiento, tanto para protones como para neutrones, tienen aproximadamente el mismo valor se ha obtenido un solo pico y el valor asintótico del parámetro de densidad de niveles, $a(T)$, se aproxima $a(T) \approx a_F \approx 7$ MeV⁻¹ para temperaturas del orden de 1.2 MeV. Se debe

notar que el valor de $a(T)$ para $T \approx 0.6$ MeV es del orden de 12 MeV^{-1} , aproximadamente el doble que el valor asintótico correspondiente a un gas de Fermi a_F [BM69].

En la Figura 1.3 se muestran las contribuciones RPA al parámetro de densidad de niveles dadas por la ecuación (1.36). Estos resultados, para diferentes valores de g_{pp}/g_{ph} ,

muestran una dependencia con la temperatura similar a la observada en la Figura 1.2, es decir, un incremento prácticamente cuadrático con T para temperaturas menores que la temperatura crítica $T_c \approx 0.65$ MeV, seguido por una saturación para $T > T_c$. El valor de saturación de las contribuciones de la RPA al parámetro de densidad de niveles es, en este caso, del orden del 50% del valor de saturación correspondiente a las contribuciones fermiónicas. Cabe mencionar que los resultados que se muestran en la Figura 1.3 son débilmente dependientes de la renormalización de los canales de partícula-partícula (agujero-agujero) de la interacción. La dependencia cuadrática de $a_{RPA}(T)$ a bajas temperaturas se puede interpretar en términos de la estadística, debido a la naturaleza bosónica subyacente en las excitaciones. De hecho, se esperaría que las energías de los fonones que dependen débilmente de la temperatura reflejen características estadísticas similares a las que se presentan en un

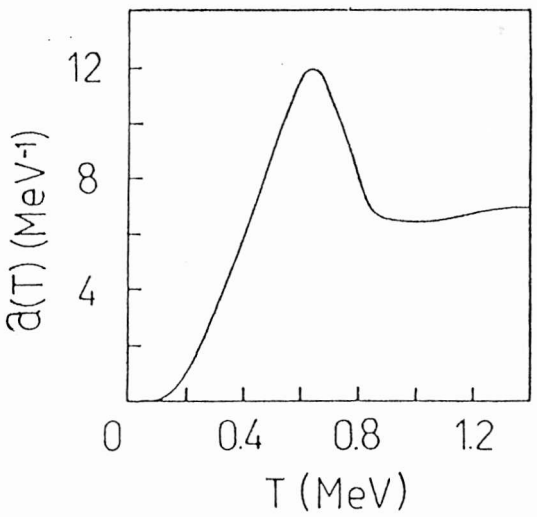


Figura 1.2 Contribución fermiónica al parámetro de densidad de niveles, $a(T)$ [MeV^{-1}], para el núcleo ^{62}Zn , en función de la temperatura nuclear T [MeV].

gas de bosones no interactúan. Si éste es el caso, las contribuciones RPA a la energía de excitación de los núcleos no cambiarán necesariamente en forma cuadrática con la temperatura y sería más adecuado describir su dependencia térmica mediante una potencia mayor. Aunque esta dependencia térmica no puede ser identificada con las contribuciones RPA al parámetro de densidad

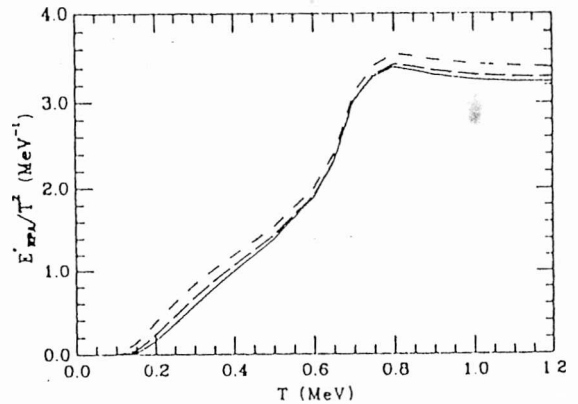


Figura 1.3 Contribuciones RPA al parámetro de densidad de niveles, $a_{RPA}(T)$ [MeV^{-1}], para excitaciones cuadrupolares en ^{62}Zn en función de T [MeV]. La línea continua, la de rayas largas y la de rayas cortas corresponden a $g_{pp}/g_{ph}=0.0, 1.0$ y 2.0 respectivamente; $g_{pp}/g_{ph}=1.0$ corresponde a la intensidad no renormalizada de la fuerza para cada canal.

de niveles, se puede ilustrar este punto definiendo la cantidad:

$$\sigma(T) = \frac{E_{RPA}^*}{T^4}.$$

Esta dependencia se muestra en las Figuras 1.4 y 1.5 para diferentes valores de la razón g_{pp}/g_{ph} . De estos resultados se observa que, cuando se usan valores renormalizados de la razón g_{pp}/g_{ph} , la magnitud relativa de las contribuciones de partícula-partícula (agujero-agujero) a $\sigma(T)$ pueden ser del mismo orden de magnitud que las de partícula-agujero. Estos resultados se compararon con cálculos donde se utilizó la RPA a temperatura finita, sin la inclusión de los canales de partícula-partícula (agujero-agujero) de la interacción residual [ACR87], en este caso, el espacio de

configuraciones aumenta a temperatura finita como consecuencia de la activación térmica de los estados de partícula independiente de energías más altas; asimismo, sólo se obtiene un pico en el factor de escala $\sigma(T)$ que refleja principalmente el efecto de la dependencia con la temperatura de la estructura de los primeros estados excitados. En el caso que se analiza se puede observar el mismo efecto asociado con el pico localizado a $T \approx 0.7$ MeV,

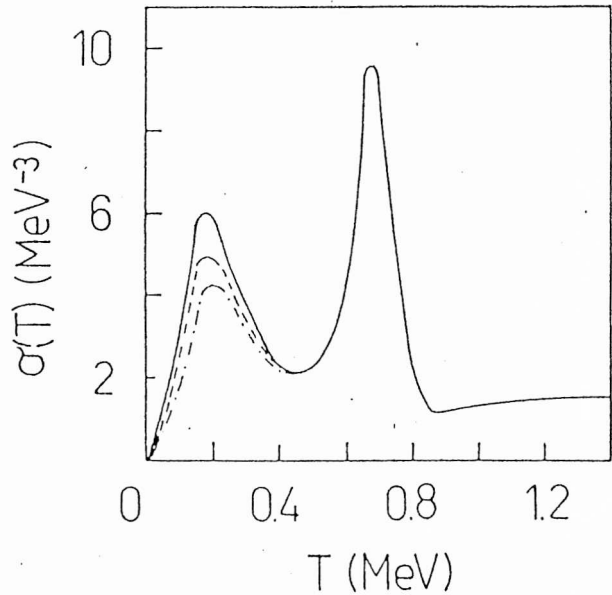


Figura 1.4 Contribuciones RPA al factor de escala $\sigma(T)$ para vibraciones cuadrupolares en el núcleo ^{62}Zn en función de la temperatura nuclear T . La línea continua, la de rayas y la de puntos-rayas indican valores de $g_{pp}/g_{ph}=1, 1.5$ y 2 respectivamente.

como se ve en las Figuras 1.4 y 1.5. Por otro lado, el resultado principal de la inclusión de los canales de partícula-partícula (agujero-agujero) y su renormalización se puede asociar a la aparición de un segundo pico a una energía menor, del orden de $T \approx 0.2$ MeV, que puede ser interpretado en términos del bloqueo térmico de estos canales. Como estas excitaciones involucran normalmente transiciones de bajas energías entre órbitas de partícula independiente parcialmente ocupadas, próximas al nivel de Fermi, su colapso requiere una temperatura menor que la asociada al colapso térmico de transiciones a través del nivel de Fermi, es decir, del tipo partícula-agujero. A este respecto, la forma de los resultados para el ^{62}Zn puede ser

analizado también en términos de los resultados ya discutidos para el modelo esquemático de dos niveles. Ambos casos tienen la característica común de una pronunciada dependencia térmica para los canales de partícula-partícula (agujero-agujero) así como también presentan dependencia sobre la renormalización de la intensidad de pp (hh) de la fuerza, lo cual significa que al abordar la descripción macroscópica de una gas interactuante de bosones tipo RPA deben ser incluidos todos los canales de la interacción a temperatura finita.

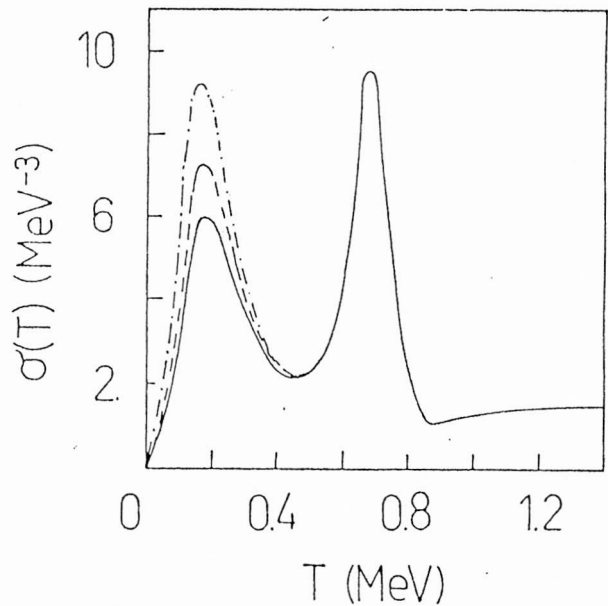


Figura 1.5 La misma cantidad, $\sigma(T)$, para diferentes valores de $g_{pp}/g_{ph}=0,0.5$ y 1 correspondientes a líneas de puntos y rayas, de rayas y continua, respectivamente.

Para completar la discusión se debe mencionar que se ha ajustado la intensidad de la fuerza, para el caso $T=0$ MeV, con el objeto de reproducir las propiedades observadas de los estados más bajos para el caso $J^\pi=2^+$ del ^{62}Zn . Para el momento cuadrupolar eléctrico se obtuvieron la energía y la probabilidad de transición que tomaron los valores $\omega(2^+)=0.953$ MeV y $B(E2)=5.49$ s.p.u. (unidades de partícula independiente), estos resultados deben ser contrastados con los valores experimentales de 0.954 MeV y 5.6 s.p.u. respectivamente. En la Tabla 1.1 se muestra el comportamiento del primer estado excitado $J^\pi=2^+$ en ^{62}Zn como

función de la razón g_{pp}/g_{ph} . Estos resultados, que han sido obtenidos a $T=0$ MeV, muestran una dependencia de la estructura microscópica del estado con la renormalización de los canales de partícula-partícula de la interacción de dos cuerpos. Esta tendencia también se presenta en los resultados a temperatura distinta de cero. Finalmente, se debe mencionar que los resultados reportados no se ven afectados si se agregan, al espacio de partícula independiente considerado, capas de partícula independiente con $N > 6$; se ha verificado numéricamente que las reglas de suma pesadas en energía permanecen constantes. Un resultado análogo fue obtenido en la referencia [GFS90].

g_{pp}/g_{ph}	$\omega(2^+_1)$ [MeV]	$B(E2; 2^+ \rightarrow g.s.)$ [s.p.u.]
0.0	1.066	5.54
0.5	1.012	5.52
1.0	0.953	5.49
1.5	0.890	5.45
2.0	0.822	5.39

Tabla 1.1 Valores teóricos de la energía $\omega(2^+_1)$ y probabilidades de transición cuadrupolares eléctricas, $B(E2; 2^+ \rightarrow g.s.)$ como función de la razón entre intensidades de partícula-partícula y partícula-agujero de la interacción residual para el primer estado excitado $J^\pi=2^+$ en ^{62}Zn . Los valores corresponden a $T=0$ MeV.

I.4 Conclusiones

En este capítulo se ha considerado el parámetro de densidad de niveles teniendo en cuenta la contribución de los grados de libertad fermiónicos y bosónicos. Se han calculado las energías para excitaciones cuadrupolares en un núcleo superfluido, ^{62}Zn , mediante la Aproximación de Fases al Azar (RPA) a temperatura finita incluyendo los canales de partícula-partícula, agujero-agujero y partícula-agujero de una interacción residual. Como interacción residual se consideró una fuerza del tipo δ independiente del isoespín. Las componentes monopolares de la fuerza se trataron en la aproximación de BCS y se obtuvieron los números de ocupación térmicos y las energías de cuasipartículas para valores de la temperatura en el rango $0 \leq T \leq 1.2 \text{ MeV}$.

Con estos valores se calcularon las contribuciones RPA al parámetro de densidad de niveles, $a_{\text{RPA}}(T)$; estos resultados muestran una dependencia débil de a_{RPA} con la renormalización de la fuerza, pero presentan una clara dependencia con la variación de la temperatura. Las correcciones al parámetro de densidad de niveles debidas a las excitaciones cuadrupolares de los fonones RPA, son, en este caso, de aproximadamente el 50% de las contribuciones de cuasipartícula.

En relación a la contribución fermiónica al parámetro de densidad de niveles, cabe destacar que a bajas temperaturas no es significativa, presenta un pico en las proximidades de la temperatura para la cual colapsa el "gap", mostrando a temperaturas mayores que ésta las propiedades de un sistema

normal, con la conocida tendencia al valor $A/8\text{MeV}^{-1}$ al aumentar la temperatura.

Al mismo tiempo se analizaron los efectos debidos a la contribución de los grados de libertad bosónicos a la energía de excitación sobre el factor de escala $\sigma(T)$, que relaciona la energía de excitación RPA con la cuarta potencia de la temperatura. Los resultados de estos cálculos, utilizando la RPA, muestran que, además del pico debido a las configuraciones de partícula-agujero [ACR87], se observa un segundo pico a menor temperatura en la dependencia térmica del factor de escala. La aparición de este segundo pico se puede tomar como una indicación de la necesidad de incluir, en una descripción realista de la densidad nuclear de niveles, todas las configuraciones permitidas además de las de partícula-agujero cuando se considera la aproximación de RPA.

Las conclusiones indicadas en esta capítulo fueron corroboradas recientemente [GKS91] [KZ92].

Capítulo II

**Efectos de la interacción de
apareamiento en la energética de
las vibraciones monopulares gigantes.**

II.1 Introducción

El estudio de propiedades nucleares "promedio" puede efectuarse a partir del análisis de sistemas ideales, como la materia nuclear. No obstante las simplificaciones supuestas al desarrollar un formalismo para la materia nuclear, esta idealización también tiene interés físico ya que formas análogas a la materia nuclear se encontrarían en objetos de interés astrofísico [Bl80]. Un problema que se encuentra cuando se intenta estudiar estos sistemas es la obtención de información experimental adecuada sobre sus propiedades. Como ejemplo puede mencionarse la determinación de los valores de la compresibilidad nuclear, cuya determinación experimental se realiza sobre la base del estudio de un número finito de partículas mientras que la compresibilidad de la materia nuclear corresponde a un sistema con un número infinito de partículas. Se han realizados diversos intentos para obtener información sobre la compresibilidad de la materia nuclear usando diferentes aproximaciones [Gl88] [Sh89] que implican necesariamente el establecimiento de relaciones entre la compresibilidad del núcleo (K_A) y la de la materia nuclear (K_∞). Una de las formas más confiables de deducir esta cantidad en el laboratorio es a partir de las resonancias monopulares gigantes (GMR) en núcleos.

En este capítulo se aborda el análisis de las propiedades observadas en las GMR cuando se tienen en cuenta las correlaciones de apareamiento y se muestran algunos resultados concernientes a los efectos de estas correlaciones sobre la energética de las GMR en isótopos pares del Sn. También se calculan las energías y reglas de suma pesadas en energía para resonancias cuadrupolares

gigantes (GQR) en el modo isoscalar, en la misma región de masas. Con este cálculo para las GQR se pretende encontrar una indicación sobre la sensibilidad de los resultados obtenidos para las GMR con la parametrización adoptada para la interacción residual de dos cuerpos y el espacio de partícula independiente utilizado.

El problema tratado está relacionado con la persistencia de los efectos de apareamiento sobre la estructura microscópica de las GMR ya que, en principio, el modo se puede interpretar en términos de excitaciones de partícula-agujero así como también en términos de excitaciones cuasipartícula-partícula. Esta cuestión es particularmente relevante para el caso de las GMR en isótopos pares del Sn donde los efectos del apareamiento entre neutrones son los grados de libertad dominantes a ser tenidos en cuenta para datos a bajas energías [SBB88]. La cadena de isótopos pares del Sn ha sido estudiada experimentalmente [Bu84] y provee información adecuada para comparar con la descripción teórica. Se realizó el estudio de la energética de las GMR para la cadena de isótopos pares del Sn con un número mínimo de parámetros libres y con la inclusión de una interacción de dos cuerpos del tipo δ independiente del isoespín. Asimismo, a través de la inclusión de las correlaciones de apareamiento en el estudio de las GMR se ha estudiado el efecto de estas correlaciones sobre la compresibilidad de la materia nuclear.

En definitiva, se ha realizado una descripción microscópica fina de la energética de las GMR y GQR para utilizarla en la determinación de K_A y con este valor determinar K_∞ . El contenido del capítulo está relacionado con la interpretación de datos obtenidos en Gröningen y fue desarrollado en colaboración con físicos de Munich [CDR91].

II.2 Cálculo microscópico de los efectos de apareamiento.

El problema se trata siguiendo el formalismo de la Aproximación de Fases al Azar (RPA) desarrollado por Baranger [Ba60]. Este formalismo se describe en el Apéndice A. Los elementos de matriz de las matrices A y B de la RPA están dados por las ecuaciones (1.33) y (1.34). En este caso, los parámetros de la interacción son: la intensidad del canal de apareamiento, V_{0N} , que corresponde a correlaciones de apareamiento de neutrones; la interacción del canal monopolar, $V_J^\pi=0^+$ y la intensidad del canal cuadrupolar $V_J^\pi=2^+$. Las tres constantes de acoplamiento han sido fijadas en el mismo valor para todos los isótopos del Sn, ya que se puso el interés en el estudio del comportamiento de los efectos de la interacción de apareamiento sobre las resonancias monopolares y cuadrupolares gigantes más que en el ajuste fino de la fuerza de interacción para cada caso particular.

La base de partícula independiente seleccionada para la realización de los cálculos corresponde a los estados de oscilador armónico dados por la fórmula de Nilsson [Ni69] con los siguientes parámetros:

$$\kappa_N = 0.0675, \quad \kappa_Z = 0.0671, \quad \kappa_N \mu_N = 0.0278, \quad \kappa_Z \mu_Z = 0.0363.$$

En la base se incluyeron capas de oscilador hasta las correspondientes al número cuántico principal $N=7$, tanto para protones como para neutro-

nes. Las energías de algunos estados cercanos al nivel de Fermi se ajustaron con el objeto de reproducir el espaciado entre energías de partícula independiente en las proximidades de la clausura de capas para $N=Z=50$. El paso siguiente consistió en resolver las ecuaciones de BCS para los neutrones en el dominio que corresponde a los núcleos de la cadena de isótopos pares del Sn ($62 \leq N \leq 74$).

Isótopo	Δ [MeV]
^{112}Sn	1.16
^{114}Sn	1.10
^{116}Sn	1.16
^{118}Sn	1.13
^{120}Sn	1.20
^{122}Sn	1.11
^{124}Sn	1.15

Tabla 2.1 Valores obtenidos para el "gap", en los distintos isótopos del Sn.

La constante de acoplamiento V_{0N} se fijó en : $V_{0N} = 110 \text{ MeVfm}^4$. En los distintos isótopos del Sn se obtuvieron para el "gap" los valores que se muestran en la Tabla 2.1. En la Figura 2.1 se muestra la dependencia del espectro de cuasipartículas con la masa del núcleo. Estos resultados coinciden con una gran exactitud con los datos experimentales para los primeros estados de cuasipartículas en isóto-

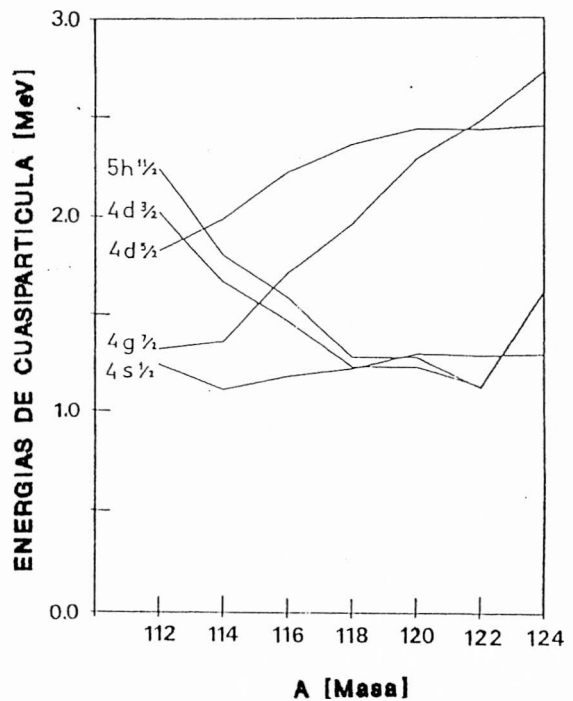


Figura 2.1 Variación de las energías de cuasipartículas con la masa para la región $112 \leq A \leq 124$.

pos impares del Sn [NDS79-87]. Las diferencias entre energías experimentales $\delta\varepsilon_{qp} = \varepsilon_{qp} - \varepsilon_{qp}(g.s.)$, con $\varepsilon_{qp}(g.s.)$ la energía de cuasipartícula correspondiente a la asignación de un estado de cuasipartícula para el estado fundamental del isótopo impar, de estados de partícula independiente con $j^\pi = 1/2^+, 3/2^+, 5/2^+, 7/2^+$ y $11/2^-$ se reproducen con estos cálculos dentro de un límite de aceptación de 300 keV, como se muestra en las Tablas 2.2 y 2.3.

j^π	113		115		117		119	
	T	E	T	E	T	E	T	E
$1/2^+$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$7/2^+$	0.08	0.08	0.25	0.61	0.54	0.71	0.74	0.78
$5/2^+$	0.59	0.40	0.88	0.98	1.04	1.02	1.14	0.92
$3/2^+$	0.78	0.50	0.56	0.50	0.28	0.15	0.01	0.02
$11/2^-$	1.00	0.74	0.70	0.71	0.40	0.31	0.06	0.09

Tabla 2.2 Valores teóricos (T) y experimentales (E) para los primeros estados de una cuasipartícula en isótopos del Sn. Los datos experimentales se tomaron de [NDS79-87]. Los valores están dados en MeV.

j^π	121		123		125	
	T	E	T	E	T	E
$1/2^+$	0.07	0.06	0.17	0.15	0.14	0.21
$7/2^+$	1.07		1.37		1.58	
$5/2^+$	1.22		1.33		1.31	
$3/2^+$	0.00	0.00	0.01	0.02	0.00(3)	0.03
$11/2^-$	0.05	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00

Tabla 2.3 Valores teóricos (T) y experimentales (E) para los primeros estados de cuasipartícula en isótopos del Sn. Los datos experimentales se tomaron de [NDS79-87]. Los valores están dados en MeV.

Con esta base de partícula independiente se diagonalizaron las ecuaciones de la RPA para los modos monopolar y cuadrupolar isoescalares y se calcularon los espectros de energías de los modos $J^\pi=0^+$ y 2^+ y las distribuciones de intensidad para las transiciones monopolares y cuadrupolares en la cadena de isótopos pares del Sn ($112 \leq A \leq 124$). Las constantes de acoplamiento para neutrones, para configuraciones de dos cuasipartículas, y para protones, configuraciones de partícula-agujero, se fijaron en $V_J(J^\pi=0^+, 2^+)=70 \text{ MeV fm}^4$ para todos los isótopos considerados en los cálculos. Asimismo, para todas las configuraciones, ya sea de dos cuasipartículas o de partícula-agujero, se utilizó una energía de corte, que se estableció en 25 MeV ($E_{\text{máx}}=25 \text{ MeV}$). Comparando los resultados obtenidos en este espacio para la regla de suma no perturbada, pesada en energías, con los resultados hallados en el caso del oscilador armónico, $S(\lambda^\pi=0^+)$ y $S(\lambda^\pi=2^+)$, se adoptaron los valores [Bl80] [BLM79]: $S(\lambda^\pi=0^+) \approx 71.49 A^{5/3} \text{ MeV fm}^4$ y $S(\lambda^\pi=2^+) \approx 71.12 A^{5/3} \text{ MeV fm}^4$. Para obtener los centroides y anchos medios de las resonancias se acumularon las fracciones de regla de suma pesada en energía, correspondientes a cada raíz de la RPA, en todo el rango de energías dividido en tramos de 0.5 MeV. Los histogramas correspondientes se utilizaron para evaluar los centroides. Asimismo, se ha examinado la exactitud de este procedimiento mediante el cálculo de la función de distribución:

$$S(E) = \frac{1}{2\pi [S_{RPA}(\lambda^\pi=0^+) + S_{RPA}(\lambda^\pi=2^+)]} \cdot \left\{ \frac{S_{RPA}(\lambda^\pi=0^+) \Gamma_{GMR}}{(E - E_{GMR})^2 + \Gamma_{GMR}^2} + \frac{S_{RPA}(\lambda^\pi=2^+) \Gamma_{GQR}}{(E - E_{GQR})^2 + \Gamma_{GQR}^2} \right\} \quad (2.1)$$

donde E_{GMR} y E_{GQR} son las energías calculadas para las resonancias gigantes mono-

polar y cuadrupolar respectivamente;

Γ_{GMR} y Γ_{GQR} son los anchos correspondientes y $S_{\text{RPA}}(\lambda^\pi = 0^+)$, $S_{\text{RPA}}(\lambda^\pi = 2^+)$

los valores obtenidos en la RPA para las reglas de suma pesadas en energía.

Este procedimiento se siguió para cada uno de los isótopos sin cambiar las constantes de acopla-

miento, con y sin la inclusión de las correlaciones de apareamiento. Los resultados se muestran en la Figura 2.2 donde se han graficado las energías para las resonancias monopoles y cuadrupoles gigantes en función del número másico. La coincidencia con los datos experimentales se halla dentro de un límite de 250 keV para los núcleos más livianos. Del análisis de estos resultados es evidente la importancia de la inclusión de los efectos de la correlación de apareamiento en el cálculo de las energías de las resonancias monopoles y cuadrupoles gigantes. Se debe notar que la supresión del efecto de las correlaciones de apareamiento produce un corrimiento de las energías hacia valores menores, lo que es más evidente para los

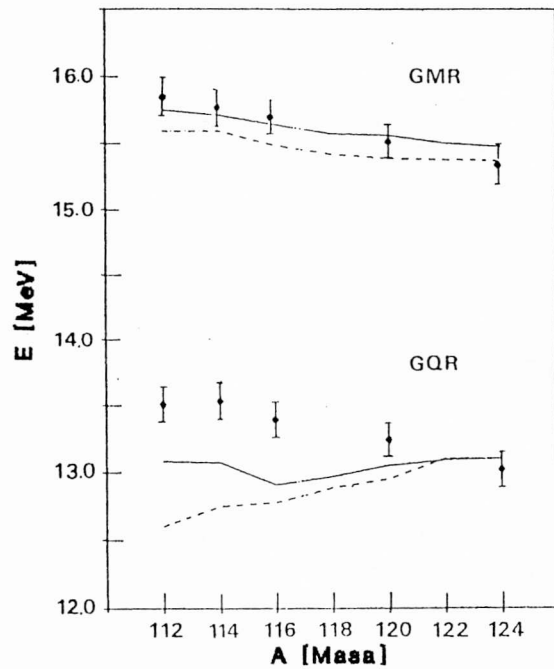


Figura 2.2 Comparación entre valores teóricos y experimentales para las energías de las resonancias monopoles gigantes (GMR) y las resonancias cuadrupoles gigantes (GQR) en isótopos pares del Sn. Los resultados teóricos con y sin la inclusión de las correlaciones de apareamiento se indican con líneas continuas y punteadas, respectivamente.

isótopos del Sn más livianos con masa $112 \leq A \leq 116$.

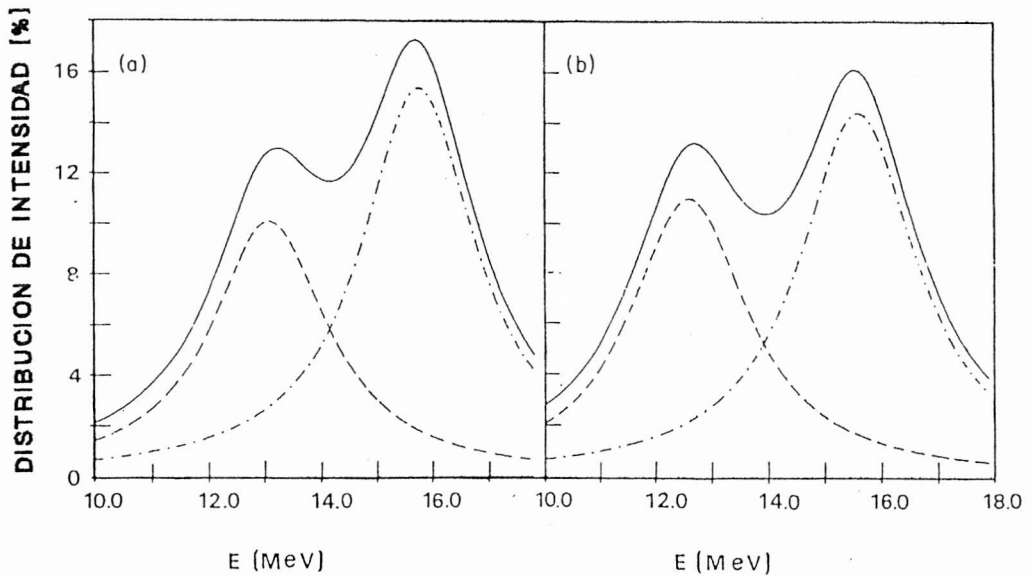


Figura 2.3 Intensidad de las distribuciones correspondientes a GMR y GQR en ^{112}Sn . Las líneas continuas representan la intensidad acumulada, mientras que las conformadas por rayas y punto-rayas representan intensidades de GQR y GMR respectivamente. (a) y (b) corresponden a los resultados teóricos obtenidos con y sin la inclusión de las correlaciones de apareamiento, respectivamente.

Un ejemplo de los efectos asociados a las correlaciones de apareamiento se muestra en la Figura 2.3, donde se ven la intensidad total de la distribución y las intensidades de las distribuciones monopolar y cuadrupolar para el caso del ^{112}Sn , con y sin la inclusión de la interacción de apareamiento. En la Figura 2.4 se ve la dependencia de la intensidad de distribución total, $S(E)$, con las correlaciones de apareamiento. En esta figura se observa claramente el corrimiento mencionado en las energías de las GMR y GQR.

También se puede extraer alguna información útil concerniente al rol que juegan las correlaciones de apareamiento reconstruyendo la estructura microscópica de las resonancias gigantes, a partir del análisis de las funciones de onda de la RPA. Este análisis revela que, para las resonancias monopolares

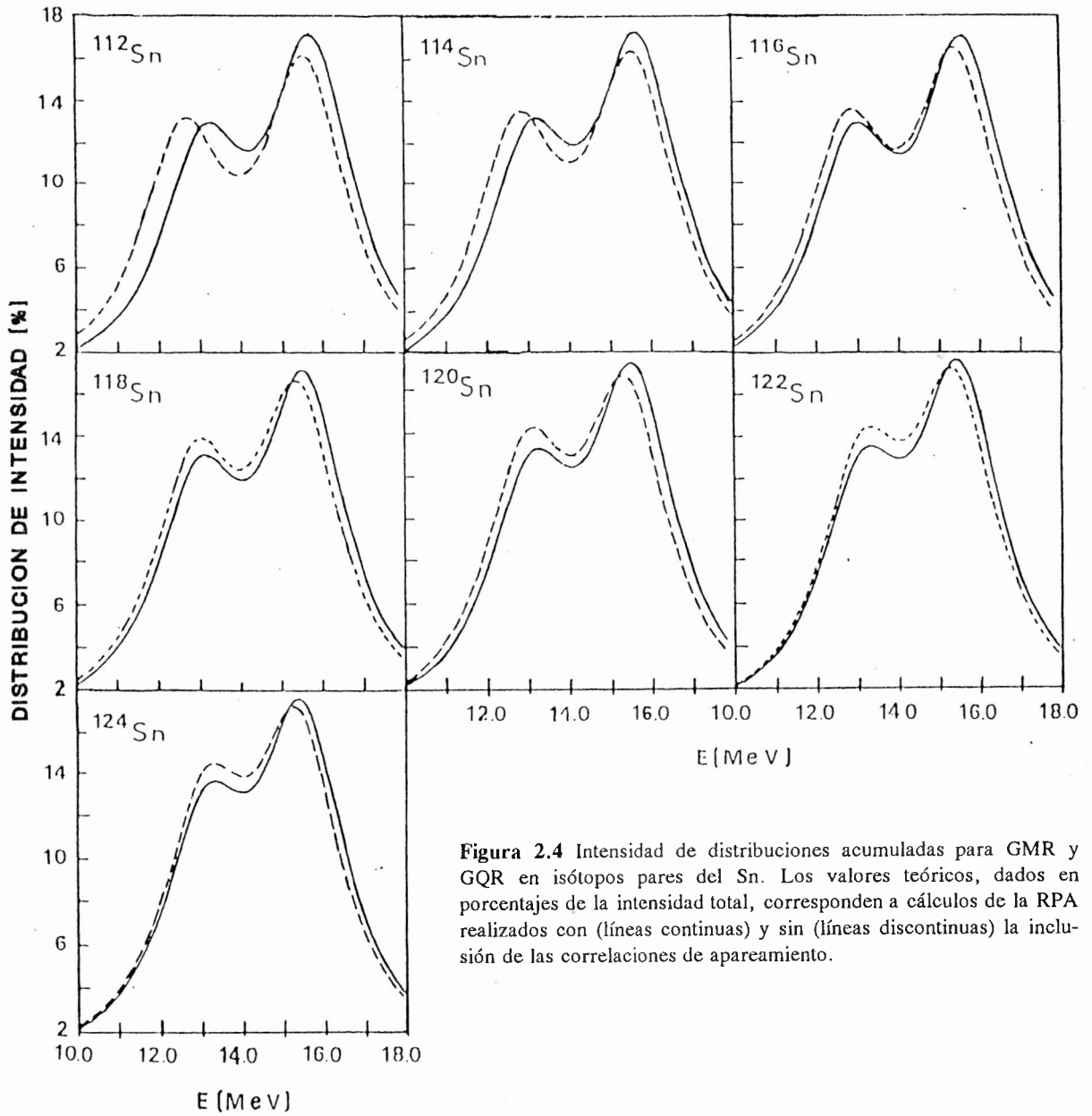


Figura 2.4 Intensidad de distribuciones acumuladas para GMR y GQR en isótopos pares del Sn. Los valores teóricos, dados en porcentajes de la intensidad total, corresponden a cálculos de la RPA realizados con (líneas continuas) y sin (líneas discontinuas) la inclusión de las correlaciones de apareamiento.

gigantes, las correlaciones de apareamiento influyen en mayor medida sobre la estructura de las funciones de onda de los isótopos más livianos del Sn, es decir $^{112-116}\text{Sn}$, que sobre los más pesados. La explicación de este efecto proviene de que el bloqueo de las correlaciones de apareamiento, para pocas partículas fuera de capa, produce una reducción drástica sobre el número de configuraciones de pares

permitidas. Esto significa que las funciones de onda, para resonancias monopulares gigantes en isótopos livianos del Sn, están compuestas principalmente, por configuraciones de pares de neutrones del tipo una cuasipartícula-una partícula además de las configuraciones de pares de protones del tipo una partícula-un agujero. Cuando se suprimen las correlaciones de apareamiento, las amplitudes dominantes de las funciones de onda de las GMR están dadas por pares de protones y neutrones del tipo partícula-agujero aproximadamente en la misma cantidad. Este efecto es de menor importancia para isótopos más pesados, $^{118-124}\text{Sn}$, donde la supresión de las correlaciones de apareamiento cambia menos drásticamente la estructura de las funciones de onda. En la Tabla 2.4 se consignan las contribuciones dominantes a las funciones de onda de las GMR y GQR para algunos isótopos del Sn.

Los resultados encontrados provienen de la acción recíproca de dos efectos. En primer lugar, se trata de un sistema superfluido y por lo tanto aumenta el valor de las energías de cuasipartícula. Aún sin una interacción residual que involucre las correlaciones de apareamiento aumentarán las energías de las resonancias gigantes comparado con un sistema normal. En segundo lugar, las correlaciones de apareamiento producen un ensanchamiento de la superficie de Fermi. Esta situación se asemeja a considerar el núcleo térmicamente excitado. Como se mencionó en el capítulo I, los aspectos teóricos relevantes para la descripción microscópica del núcleo a temperatura finita son los mismos que los que se tratan a temperatura cero, excepto por la necesidad de un tratamiento simultáneo de las correlaciones de dos cuerpos que no están necesariamente presentes a temperatura cero. Es decir, como consecuencia de la ocupación térmica de los estados de partícula independiente a temperatura distinta de cero, las

configuraciones de partícula-partícula y agujero-agujero pueden ser activadas.

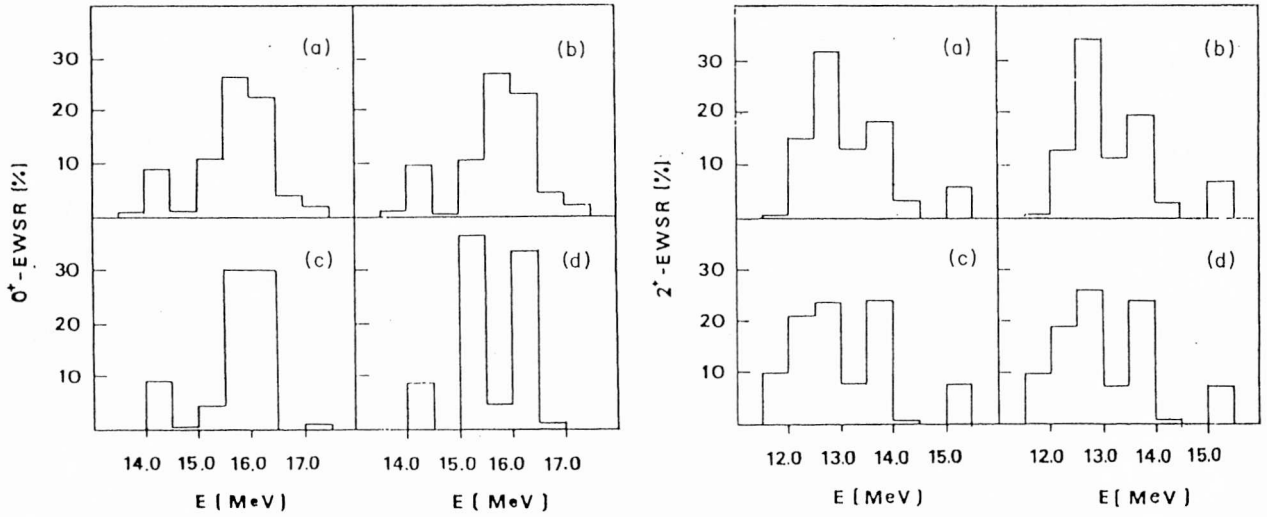


Figura 2.5. Histogramas correspondientes a porcentajes de reglas de suma pesadas en energías para $\lambda^{\pi}=0^+$ y $\lambda^{\pi}=2^+$ en ^{112}Sn para diferentes valores de la temperatura nuclear. (a)-(d) se obtuvieron con temperaturas $T=0, 0.4, 0.8$ y 1.2 MeV, respectivamente.

En la Figura 2.5 se muestra, para el caso de la GMR en ^{112}Sn , la dependencia de las distribuciones de intensidad con la temperatura. Estos resultados se obtuvieron mediante un tratamiento RPA a temperatura finita (FTRPA) para una interacción residual tipo δ independiente del isospin [CDR90]. Este tratamiento fue desarrollado en el capítulo I. Claramente la difusión de las intensidades y el corrimiento de las energías son más pronunciados para las GQR que para las GMR.

A	E [MeV]	EWSR (%)	Configuraciones	Amplitudes		
				X	Y	
Estados monopolares						
112	a)	15.88	26.57	$\nu(3f_{5/2} 5f_{5/2})$	0.749	-0.002
				$\pi(2d_{3/2} 4d_{3/2})$	0.201	-0.001
		16.44	22.26	$\nu(4g_{9/2} 6g_{9/2})$	-0.421	0.000
				$\pi(3f_{7/2} 5f_{7/2})$	-0.656	0.011
	b)	15.26	14.36	$\nu(2s_{1/2} 4s_{1/2})$	0.393	0.037
				$\nu(3p_{3/2} 5p_{3/2})$	0.304	-0.017
				$\pi(2s_{1/2} 4s_{1/2})$	0.761	0.018
		15.35	22.08	$\nu(3f_{5/2} 5f_{5/2})$	-0.739	0.004
				$\pi(3p_{3/2} 5p_{3/2})$	-0.328	0.015
		16.28	27.22	$\nu(3f_{7/2} 5f_{7/2})$	0.414	0.012
				$\nu(3f_{5/2} 5f_{5/2})$	-0.335	0.010
				$\nu(4g_{9/2} 6g_{9/2})$	0.318	-0.005
			$\pi(3f_{7/2} 5f_{7/2})$	0.510	-0.006	
	118	a)	15.88	26.57	$\nu(3f_{5/2} 5f_{5/2})$	0.749
				$\pi(3p_{3/2} 5p_{3/2})$	0.255	-0.013
16.37			26.08	$\nu(4g_{7/2} 6g_{7/2})$	-0.282	0.003
				$\nu(4s_{1/2} 6s_{1/2})$	0.243	-0.005
				$\nu(4g_{9/2} 6g_{9/2})$	-0.226	0.003
				$\pi(3f_{7/2} 5f_{7/2})$	-0.672	0.009
b)		14.14	21.48	$\nu(4d_{3/2} 6d_{3/2})$	0.596	0.007
				$\nu(3p_{1/2} 5p_{1/2})$	0.544	-0.003
				$\pi(3f_{5/2} 5f_{5/2})$	0.320	-0.002
		15.35	25.06	$\nu(3f_{5/2} 5f_{5/2})$	0.759	-0.004
				$\pi(3p_{3/2} 5p_{3/2})$	0.312	-0.014
		16.38	20.01	$\nu(4s_{1/2} 6s_{1/2})$	-0.330	0.018
				$\nu(3f_{7/2} 5f_{7/2})$	0.327	0.008
				$\nu(4g_{9/2} 6g_{9/2})$	0.305	-0.005
		$\pi(2s_{1/2} 4s_{1/2})$	0.596	-0.006		
		$\pi(3f_{7/2} 5f_{7/2})$	0.430	-0.006		
124	a)	15.26	17.66	$\nu(3f_{5/2} 5f_{5/2})$	0.645	-0.006
				$\pi(3p_{3/2} 5p_{3/2})$	0.401	-0.017
		16.43	16.85	$\nu(4g_{7/2} 6g_{7/2})$	0.538	0.001
				$\pi(3f_{7/2} 5f_{7/2})$	0.528	-0.009
	b)	14.14	19.17	$\nu(4d_{3/2} 6d_{3/2})$	0.604	0.007
				$\pi(3f_{5/2} 5f_{5/2})$	0.299	-0.001
		15.33	23.14	$\nu(3f_{5/2} 5f_{5/2})$	0.739	-0.004
				$\pi(3p_{3/2} 5p_{3/2})$	0.336	-0.015
		16.30	26.72	$\nu(3f_{7/2} 5f_{7/2})$	0.288	0.008
				$\nu(4g_{9/2} 6g_{9/2})$	0.279	-0.004
		$\nu(4s_{1/2} 6s_{1/2})$	-0.231	0.012		
		$\pi(3f_{7/2} 5f_{7/2})$	0.528	-0.009		

A	E [MeV]	EWSR (%)	Configuraciones	Amplitudes			
				X	Y		
Estados cuadrupolares							
112	a)	12.13	14.63	$\nu(4g_{7/2} 6i_{11/2})$	-0.811	0.003	
				$\pi(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	-0.189	-0.002	
		12.77	16.22	$\nu(5h_{11/2} 7j_{15/2})$	0.570	0.002	
				$\nu(4g_{9/2} 6i_{13/2})$	-0.358	-0.001	
				$\nu(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	-0.294	-0.009	
				$\pi(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	-0.443	0.004	
		b)	12.48	8.40	$\nu(4p_{3/2} 5f_{7/2})$	0.728	0.004
					$\pi(3p_{3/2} 5f_{7/2})$	0.236	0.007
					$\pi(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	-0.150	0.0001
			12.74	12.64	$\nu(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	-0.264	0.000
					$\nu(4g_{9/2} 6i_{13/2})$	0.242	0.001
					$\nu(3p_{3/2} 5f_{7/2})$	0.215	-0.001
					$\pi(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	0.804	-0.006
			13.68	11.93	$\nu(3f_{5/2} 5f_{7/2})$	-0.237	-0.002
			$\nu(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	-0.225	0.007		
			$\pi(3f_{5/2} 5h_{9/2})$	0.673	0.003		
			$\pi(2s_{1/2} 4d_{5/2})$	0.411	0.004		
118	a)	12.77	24.78	$\nu(4g_{9/2} 6i_{13/2})$	0.652	0.002	
				$\pi(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	0.562	-0.005	
		12.88	10.09	$\nu(3p_{3/2} 5f_{7/2})$	0.478	-0.001	
				$\nu(4d_{5/2} 6g_{9/2})$	0.635	0.001	
				$\nu(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	0.435	0.002	
				$\pi(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	-0.232	0.003	
		b)	12.47	21.89	$\nu(4g_{9/2} 6i_{13/2})$	0.538	0.001
					$\nu(3p_{3/2} 5f_{7/2})$	0.551	0.004
					$\nu(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	0.489	-0.001
					$\pi(3p_{3/2} 5f_{7/2})$	0.178	0.005
			12.75	12.03	$\nu(4g_{9/2} 6i_{13/2})$	0.216	0.001
					$\nu(3p_{3/2} 5f_{7/2})$	0.216	-0.001
					$\nu(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	-0.261	-0.0001
					$\pi(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	0.803	-0.006
124	a)	12.69	13.03	$\nu(4d_{5/2} 6g_{9/2})$	0.653	-0.002	
				$\nu(3p_{3/2} 5f_{7/2})$	0.561	0.005	
				$\pi(3p_{1/2} 5f_{5/2})$	0.272	0.003	
				$\pi(3p_{3/2} 5f_{7/2})$	0.199	0.004	
				$\pi(2s_{1/2} 4d_{5/2})$	-0.123	-0.006	
			13.53	10.05	$\nu(3p_{1/2} 5f_{5/2})$	-0.499	0.001
					$\pi(2d_{3/2} 4g_{7/2})$	0.514	0.0005
					$\pi(3f_{5/2} 5h_{9/2})$	0.494	-0.0001
		b)	12.71	22.04	$\nu(4g_{9/2} 6i_{13/2})$	0.465	-0.0001
					$\pi(3f_{7/2} 5h_{11/2})$	0.754	-0.005
			13.58	12.92	$\nu(4g_{9/2} 6i_{13/2})$	0.293	-0.008
					$\pi(3f_{5/2} 5h_{9/2})$	0.788	0.002

Tabla 2.4 Funciones de onda para algunos estados dominantes en la región de energías GMR. Se muestran las amplitudes adelantadas (X) y retrasadas (Y) para configuraciones de protones (π) y neutrones (ν) de estados monopolares y cuadrupolares en $^{112,118,124}\text{Sn}$ y las energías y fracciones de reglas de suma para estados de la RPA calculados con (a) y sin (b) la inclusión de las correlaciones de apareamiento. No se incluyen las configuraciones con $|X| \leq 0.10$.

II.3 Efecto de las correlaciones de apareamiento sobre la compresibilidad de la materia nuclear.

Las GMR corresponden a un modo de compresión del núcleo. Sin embargo, la relación entre la frecuencia de este modo y la compresibilidad de la materia nuclear no es sencilla. Aún en la materia nuclear no hay siempre una conexión directa entre la compresibilidad y las frecuencias del modo de compresión. En realidad, en la materia nuclear existen dos tipos de modos de compresión que difieren en la naturaleza de las fuerzas restauradoras asociadas. En el primero de ellos la fuerza restauradora proviene de las colisiones entre nucleones; en el segundo, proviene del potencial medio que experimentan los nucleones, este potencial varía cuando cambia la densidad tratando de disminuir o de amplificar las fluctuaciones de la densidad dependiendo de que la interacción que genera el potencial sea atractiva o repulsiva. La velocidad del primer modo está directamente relacionada con la raíz cuadrada de la compresibilidad; esto no ocurre en general para el segundo modo excepto cuando las interacciones son tales que el módulo de compresión es muy grande comparado con su valor en un sistema de Fermi no interactuante. En este caso particular, las ecuaciones que gobiernan este modo se reducen a las ecuaciones hidrodinámicas. Esta simplificación se conecta con el hecho que el modo, en este caso, domina completamente la función de respuesta o, lo que es equivalente, agota la regla de suma. La naturaleza de las fuerzas restauradoras en los núcleos hacen que el modo de compresión de estos sistemas sea muy similar al segundo modo de compresión descrito para la materia nuclear. Además, en núcleos pesados, estos modos tienen una gran contribución a la regla de

de suma, lo que permite establecer una relación entre las frecuencias de estos modos y la compresibilidad de la materia nuclear.

En este contexto resulta necesario la realización de cálculos microscópicos por diferentes razones. En primer lugar, el espectro de partícula independiente juega un papel importante en la determinación de la existencia y estructura de los modos colectivos en los núcleos; en particular, la contribución a las reglas de suma depende en gran parte de las propiedades del espectro de partícula independiente. Por otro lado, la difusividad de la superficie nuclear induce una fuerte reducción de la fuerza restauradora. Como resultado, es difícil estimar la fuerza restauradora sin realizar un cálculo microscópico. En particular, algunos modelos simples que proveen una formulación analítica a partir de argumentos macroscópicos no son siempre correctos. En el caso del modelo de la gota líquida, que relaciona de una forma sencilla la compresibilidad de la materia nuclear con la frecuencia del modo de compresión del núcleo, en su forma más cruda no considera los efectos de superficie.

II.3.1 Módulo de compresibilidad.

De la compresibilidad de un núcleo finito, K_A , no hay una definición única. Puede ser obtenida como la derivada segunda de la energía por partícula con respecto al radio nuclear R en el punto de equilibrio R_0

$$K_A^R = R_0^2 \cdot \frac{\partial^2(E/A)}{\partial R^2} \Big|_{R_0}, \quad (2.2)$$

para evaluar esta expresión se debe conocer la dependencia de la energía E con el radio R . Alternativamente, un cambio de escala $r \rightarrow \lambda r$, aplicado a las funciones de

onda de partícula independiente del estado fundamental de Hartree-Fock, lleva a la llamada compresibilidad escaleada,

$$K_A^{scal} = \frac{\partial^2 \left(\frac{E}{A} \right)}{\partial \lambda^2} \Big|_{\lambda=1} \quad (2.3)$$

Estimando la energía del modo de compresibilidad mediante la expresión

$$E_k = \sqrt{\frac{m_k}{m_{k-2}}} \quad (2.4)$$

en términos de las reglas de suma RPA [BLM79]

$$m_k(E) = \sum_{E_n < E} E_n^k |\langle 0 | r^2 | n \rangle|^2 \quad (2.5)$$

que llevan a una expresión de la forma:

$$E = \sqrt{\frac{\hbar^2 K_A}{m \langle r^2 \rangle}} \quad (2.6)$$

donde $\langle r^2 \rangle$ es el radio cuadrático medio del estado fundamental de Hartree-Fock y m es la masa del nucleón. Para $k=3$ se obtiene $K_A = K_A^{scal}$ y para $k=1$ se llega a una expresión de la compresibilidad que puede ser identificada con K_A^R , ecuación (2.2), si $R_0 = \langle r^2 \rangle^{1/2}$.

En la terminología hidrodinámica (modelo de la gota líquida), la energía del modo de compresión está dada por

$$E = \hbar \sqrt{\frac{C}{D}} \quad (2.7)$$

en términos del parámetro de restauración C y del parámetro de masa D . Estos parámetros dependen de la naturaleza de la densidad de la vibración que puede ser

caracterizada por el campo de velocidad (o desplazamiento) o la densidad de transición asociada. En particular, son sensibles a la forma en la cual la superficie nuclear se relaciona con el volumen nuclear durante la oscilación del modo de compresión. Una manera de considerar esta situación es asumir que el núcleo durante la vibración monopolar, presenta una división entre una parte de volumen homogénea y una región o "piel" en la superficie. Este comportamiento se conoce como leptodérmico. El modelo escaleado es un caso especial en esta clase de oscilaciones y sólo en este caso particular el parámetro inercial D puede ser identificado como $m\langle r^2 \rangle$, llevando a la ecuación (2.6) con $K_A = K_A^{\text{scal}}$. Algunos cálculos microscópicos [Bl80] [TKB81] han mostrado que las densidades de transición de la RPA en núcleos pesados son similares a las obtenidas en el modelo escaleado. Sin embargo no existen argumentos teóricos generales para demostrar que el modelo escaleado y, por lo tanto, la ecuación (2.6) para la energía del modo de compresión es correcta. Sólo la información experimental detallada sobre la densidad de transición permite determinar la forma exacta del parámetro de inercia.

Se puede realizar un análisis semiempírico asumiendo que las energías experimentales del modo de compresión, estrictamente los centroides de las resonancias, están dadas por la expresión (2.6) y luego utilizar los valores experimentales de $\langle r^2 \rangle$ para obtener K_A . La compresibilidad de la materia nuclear, K_∞ , se extrae de los valores calculados de K_A a través de la expansión, dentro del modelo de la gota líquida, para K_A :

$$K_A = K_V + K_S A^{-\frac{1}{3}} + K_\Sigma \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 + K_{Coul} Z^2 A^{-\frac{4}{3}} + K_{curv} A^{-\frac{2}{3}}. \quad (2.8)$$

En este desarrollo los términos que contribuyen corresponden a las partes de volumen, superficie, asimetría, coulombiana y de curvatura respectivamente. La

expresión (2.8) no depende a priori, de ninguna consideración especial tal como la aproximación de escaleo.

La conexión del parámetro de volumen, K_V , con la incompresibilidad de la materia nuclear, K_∞ , depende de la naturaleza particular de la oscilación del modo de compresión. En el caso del modelo escaleado se encuentra [BLM79] [JJ80] $K_V = K_\infty$.

Una expresión analítica [Bl80] para K_{Coul} en la ecuación (2.8) es:

$$K_{Coul} = \frac{3}{5} \frac{e^2}{r_C} (1 - 27R) . \quad (2.9)$$

La cantidad R está relacionada con la derivada tercera de la densidad de energía de volumen, ε , con respecto a la densidad de volumen,

$$R = \frac{\rho_0^2}{K_\infty} \frac{d^3 \varepsilon}{d\rho_0^3} .$$

K_S depende de la derivada segunda de la tensión superficial γ , por lo tanto, del acoplamiento entre la superficie del núcleo y del volumen. Este acoplamiento no se conoce experimentalmente por lo que K_S debe ser determinada a través de un ajuste de las energías experimentales de las resonancias. Los coeficientes de asimetría K_2 también se determinan mediante este ajuste. El coeficiente de curvatura es el menos significativo; su determinación depende del número de datos disponibles para el ajuste. Se ha ajustado en $K_{curv} \approx 375$ MeV [SSG89].

Los datos experimentales sobre las GMR isoescalares para un gran número de núcleos han sido utilizados para ajustar la ecuación (2.8) con el fin de obtener los diferentes coeficientes que contribuyen a K_A . Sin embargo, estos

parámetros tienen asociadas grandes incertezas. K_{Σ} ha sido encontrado entre -250 y 600 MeV. El parámetro de superficie K_S obtenido varía entre -400 y -700 MeV mientras que los valores de K_{∞} van de 200 a 300 MeV. Por lo tanto, usando estos datos el módulo de compresibilidad de la materia nuclear no se puede conocer con una aproximación confiable. Como los núcleos livianos muestran un efecto de superficie predominante, su inclusión en la sistemática experimental, en cuanto a la obtención de la compresibilidad nuclear, ha sido de una gran importancia. Recién a mediados de los años '80 se ha clarificado la situación experimental sobre las GMR en núcleos livianos, haciéndose posible una determinación más precisa de K_{∞} [LBY85] [LBD86].

Desde el punto de vista teórico, se realizaron cálculos RPA autoconsistentes en núcleos de ^{16}O , ^{40}Ca , ^{90}Zr y ^{208}Pb usando interacciones de Skyrme [BGG76] [BG81]. Los valores obtenidos de K_A se ajustaron con la ecuación (2.8) para determinar los distintos coeficientes. De esta manera se encontró K_S entre -350 y -500 MeV y K_{Σ} entre -400 y -500 MeV. El valor de la compresibilidad de la materia nuclear K_{∞} varía entre 260 y 350 MeV dependiendo de la interacción efectiva utilizada en el cálculo. En una comparación de los cálculos para el ^{208}Pb con los datos experimentales conocidos, se determinó [Bl80] $K_{\infty} = 210 \pm 30$ MeV. Sin embargo, este valor está basado en la comparación de los resultados para un solo núcleo (^{208}Pb) con los datos experimentales. Para una comparación adecuada con los datos experimentales, los cálculos teóricos se deben extender desde núcleos livianos a pesados.

Los cálculos microscópicos para la compresibilidad de la materia nuclear han llevado a diversas conclusiones. Usando la teoría de los líquidos de Landau-Fermi, se determinó [BO85] para el módulo de compresión

$K_\infty \leq 106$ MeV. Este resultado es consistente con otros trabajos [DFM83] [JKM82] que obtuvieron $K_\infty < 100$ MeV. Todos estos cálculos están en conflicto con los resultados experimentales anteriores que indican valores de K_∞ de aproximadamente 200 MeV. En la aproximación relativista de Dirac-Brueckner, se ha encontrado [tHM87] una ecuación de estado para la materia nuclear con compresibilidad $K_\infty \approx 250$ MeV. Este resultado concuerda con resultados experimentales más recientes que indican un valor para $K_\infty = 300 \pm 25$ MeV [SBB88].

El desarrollo de la ecuación (2.8) incluye todos los términos de importancia que contribuyen a K_A y converge rápidamente en el modelo escaleado. La naturaleza no analítica de los términos de apareamiento no permiten su introducción implícita en este desarrollo y fue utilizado [SSG89] [SBB88] [Sh89] sin tener en cuenta los efectos de esta interacción. En las referencias mencionadas se incluyeron isótopos del Sn, Sm y los núcleos de capa cerrada: ^{208}Pb y ^{90}Zr . Los isótopos pares del Sn, al ser núcleos de capa abierta, presentan un comportamiento superfluido con un valor grande del "gap" de apareamiento, Δ .

II.3.2 Extracción de K_∞ a partir de los datos utilizando información microscópica.

Como se mencionó en la sección II.2, se ha observado que el centroide en las energías de las GMR en núcleos de Sn se incrementa en aproximadamente 100-150 keV [CDR91]. Aunque este efecto sea mínimo, es interesante encontrar cuánto influye este corrimiento sobre la compresibilidad de la materia nuclear K_∞ .

El procedimiento semiempírico consistió en tomar el radio

cuadrático medio, $\langle r^2 \rangle$, utilizado en la ecuación (2.6), de los datos experimentales [Be69]. Con el objeto de considerar la interacción de apareamiento, no incluida en la ecuación (2.8), se redujeron las energías de las GMR, tomadas de los valores experimentales [SSG89] del Sn y Sm, en 150 keV. Se ha considerado que este efecto es de la misma magnitud para los núcleos de Sm. Para las energías del ^{208}Pb y ^{90}Zr , los otros núcleos incluidos en el ajuste, se consideraron los valores experimentales ya que éstos son núcleos de capa cerrada y no presentan superfluidez.

Los resultados del ajuste de la ecuación (2.8) incluyendo los núcleos ^{24}Mg [LBD86], ^{90}Zr [BBM89], isótopos de Sn y Sm [SSG89] [SBB88] y ^{208}Pb [BBD87] se muestran en la Tabla 2.5. El término de curvatura se fijó en $K_{\text{curv}} \approx 350$ MeV. En la parte (a) se muestra los resultados de un ajuste sobre todos los núcleos sin considerar los efectos de la interacción de apareamiento. En la parte (b) se indican los resultados considerando los efectos de la interacción de apareamiento sólo en los núcleos de Sn y Sm. El valor de K_{∞} se reduce en aproximadamente 10 MeV ($\approx 3\%$) con respecto al valor obtenido sin considerar la interacción de apareamiento. Este resultado

	K_{∞} [MeV]	K_S [MeV]	K_{Σ} [MeV]	χ^2
(a)	300 ± 23	-753 ± 83	-316 ± 192	0.17
(b)	290 ± 24	-731 ± 89	-301 ± 199	0.20
(c)	294 ± 23	-749 ± 84	-295 ± 197	0.85

Tabla 2.5 Resultados del ajuste de los datos experimentales del modo de compresión sobre isótopos de Sn y Sm, ^{90}Zr , ^{208}Pb y ^{24}Mg ; (a) sin correcciones de apareamiento, (b) con correcciones de apareamiento en los núcleos de Sn y Sm, (c) con correcciones de apareamiento sólo para núcleos de Sn.

es correcto dentro del error experimental (300 ± 25 MeV). Los términos de superficie y asimetría no muestran una variación significativa y el cambio se halla dentro de los límites de error experimental. Los valores resultantes del test χ^2 muestran que los ajustes (a) y (b) poseen el mismo grado de bondad. Los núcleos esféricos de ^{144}Sm y ^{148}Sm presentan cierta superfluidez. En la parte (c) de la Tabla 2.5 se muestra el ajuste considerando la interacción de apareamiento sólo en núcleos de Sn. Los parámetros del ajuste son los mismos que en la parte (b), sin embargo el ajuste no es tan bueno, como lo demuestra el incremento en el valor χ^2 . Este hecho demandaría la consideración de los efectos de la interacción de apareamiento en núcleos de Sm si se quiere obtener un buen ajuste como en el caso (b), donde la calidad del ajuste es tan buena como en (a).

II.4. Conclusiones

En este capítulo se han discutido los efectos debidos a las correlaciones de apareamiento sobre la estructura de las resonancias monopolares y cuadrupolares gigantes (GMR y GQR) en isótopos pares del Sn. Se encontraron resultados teóricos sobre la energética de las GMR, basados en el tratamiento tipo RPA de una interacción esquemática de dos cuerpos de rango cero, en concordancia con los datos experimentales disponibles. Sin alterar la intensidad de la interacción a través de la cadena de isótopos pares del Sn, los cálculos muestran que las

correlaciones de apareamiento producen un corrimiento en el centroide de energía de las GMR que conduce a una sobreestimación de su valor en aproximadamente 150 keV, comparado con el caso en que no se consideran las correlaciones de apareamiento. Este aumento de los valores de los centroides de energía de las GMR hacen que éstos ajusten mejor los valores experimentales. En el caso de las GQR, sin embargo, los efectos de la interacción de apareamiento se manifiestan mas fuertemente.

El efecto de las correlaciones de apareamiento sobre el centroide de energía de la GMR isoescalar estudiado en este capítulo contrasta con el efecto que producen estas correlaciones sobre la GMR isovectorial [RRE84]. Las resonancias isoescalares muestran un efecto menos pronunciado que en el caso isovectorial. En las resonancias isovectoriales se produce un corrimiento mayor debido fundamentalmente a dos razones. En primer lugar, el "gap" de apareamiento no se anula: en un núcleo superfluido las energías correspondientes a dos cuasi-partículas son mayores que las correspondientes a excitaciones de partícula-agujero. En segundo lugar, los pares de partícula-partícula y agujero-agujero presentes cuando se consideran las correlaciones de apareamiento, producen un aumento de la colectividad comparado con el caso en que no son consideradas, donde sólo son posibles las excitaciones de partícula-agujero. Este aumento en la colectividad produce un corrimiento hacia mayores energías, debido al carácter repulsivo de la interacción residual, cuya magnitud es del orden del "gap" de apareamiento [RRE84]. Sin embargo, la situación para las resonancias isoescalares es diferente. Debido a la naturaleza atractiva de la interacción residual, el aumento en la colectividad produce una disminución del pico de energía cancelando en gran medida el corrimiento ascendente en la energía causado por el "gap" en las energías

de cuasipartícula. El efecto final, a pesar de ser pequeño, no es despreciable. Este efecto se ha incluido en el análisis de los datos experimentales, con el fin de encontrar la compresibilidad de la materia nuclear. Para determinar K_∞ se utilizó el método semifenomenológico basado en la expansión, en el modelo de la gota líquida, de la incompresibilidad nuclear. En el ajuste se han considerado datos experimentales precisos correspondientes a las GMR en núcleos de Sn y Sm [SBB88] [SSG89] y otros tomados del Kernfysisch Versneller Instituut (KVI), Gröningen. Los parámetros de compresibilidad resultantes muestran un cambio muy pequeño en sus valores, por lo que se deduce que las correlaciones de apareamiento presentan sólo un efecto marginal sobre el valor de la compresibilidad de la materia nuclear.

Capítulo III

**Inclusión del continuo en
cálculos de estructura nuclear.**

III.1 Introducción.

El tratamiento del espectro continuo es un viejo problema en física nuclear aún no totalmente resuelto [MW69].

En 1928, Gamow [Ga28] describió el decaimiento α con la ayuda de soluciones de la ecuación de Schrödinger que se comportan a grandes distancias como ondas puramente salientes con autovalores complejos.

En 1939, Siegert [Si39] introdujo la definición de un estado resonante como una solución de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo con condición de onda saliente a grandes distancias. Un paso importante en el estudio del continuo en física nuclear fue dado durante los años '60 [Ze61] [Ber68] [Ro68] con la introducción de los estados resonantes, también llamados estados de Gamow o resonancias de Gamow, que satisfacen las condiciones de contorno establecidas por Siegert. Estas funciones, que divergen en infinito, no son de cuadrado integrable pero se puede definir una norma y un producto interno generalizado entre dos de estos estados.

En este capítulo se utiliza la base de partícula independiente que incluye estados de protón y neutrón ligados y resonancias de Gamow para estudiar la renormalización de estados de partícula mediante el mecanismo de acoplamiento partícula-fonón. Con esta representación se calculan las excitaciones multipolares de partícula-agujero correspondientes a la RRPA y las funciones de vértice para el acoplamiento entre partículas y vibraciones multipolares en un núcleo doblemente par y doblemente mágico. Asimismo se calculan, en el marco del acoplamiento

partícula-fonón los anchos de escape para estados de protón en las proximidades de la capa $Z=82$.

III.2 Estados de Gamow.

La dispersión no relativista de una partícula por un potencial no local se describe mediante la solución de la ecuación de Schrödinger que, en este caso, es una ecuación integro-diferencial. Cuando el potencial no local es rotacionalmente invariante, la función de onda se desarrolla en ondas parciales y se llega a la ecuación radial [MHV90]

$$\frac{d^2 u_l(k,r)}{dr^2} + k^2 u_l(k,r) - \frac{l(l+1)}{r^2} u_l(k,r) - \int_0^\infty U_l(r,s) u_l(k,s) ds = 0 . \quad (3.1)$$

El potencial $U_l(r,r')$ es la suma de dos términos, un término directo y uno de intercambio

$$U_l(r,r') = \frac{2m}{\hbar^2} \{V_d^{(l)}(r) \delta(r-r') + V_{int}^{(l)}(r,r')\} . \quad (3.2)$$

La solución de "scattering" $\phi_l(k,r)$ de la ecuación (3.1) se anula en el origen y se comporta asintóticamente como la suma de una onda libre entrante

más una onda saliente:

$$\phi_l(k,0) = 0 \quad (3.3)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} [\phi_l(k,r) - (h_l^{(-)}(kr) + S_l(k)h_l^{(+)}(kr))] = 0. \quad (3.4)$$

En esta expresión, $h^{(-)}_l(kr)$ y $h^{(+)}_l(kr)$ son las funciones de Ricatti-Hankel que describen ondas entrantes y salientes respectivamente y $S_l(k)$ es la matriz de scattering.

Los estados resonantes o funciones de Gamow representan un estado del sistema físico que decae en una situación en la cual no hay partículas incidentes. Por lo tanto, una función de Gamow es una solución de la ecuación (3.1) que se anula en el origen y asintóticamente se comporta como una onda puramente saliente:

$$u_{nl}(k_n,0) = 0 \quad (3.5)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[\frac{du_{nl}(k_n,r)}{dr} - ik_n u_{nl}(k_n,r) \right] = 0. \quad (3.6)$$

Estas condiciones de contorno no se satisfacen para todos los valores del número de onda k , sino sólo para algunos valores complejos

$$k_n = \kappa_n - i\gamma_n. \quad (3.7)$$

Cuando

$$\kappa_n > \gamma_n > 0 \quad (3.8)$$

la solución $u_n(k_n,r)$ es un estado de Gamow.

Las soluciones correspondientes a estados ligados, $v_{nl}(r)$, de la ecuación (3.1) también satisfacen las condiciones (3.5) y (3.6) pero, en este caso, la parte real de k_n es igual a cero y la parte imaginaria es positiva, lo que significa que, asintóticamente, la función de onda $v_{nl}(r)$ decrece exponencialmente con r y el autovalor de energía es real y negativo.

Se puede demostrar que las funciones de Gamow, $u_{nl}(k_n, r)$, son soluciones de la ecuación homogénea de Lippmann-Schwinger

$$u_{nl}(k_n, r) = \int_0^\infty K_l^{(+)}(k_n; r, s) u_{nl}(k_n, s) ds . \quad (3.9)$$

El núcleo $K_l^{(+)}(k_n; r, s)$ que aparece en esta expresión es:

$$K_l^{(+)}(k; r, r') = \int_0^\infty G_{0l}^{(+)}(k; r, s) U_l(s, r') ds \quad (3.10)$$

$G_{0l}^{(+)}(k; r, s)$ es la función de Green de la ecuación radial para una partícula libre

$$G_{0l}^{(+)}(k; r, r') = -\frac{(-1)^l}{k} j_l(kr_<) h_l^+(kr_>) \quad (3.11)$$

$j_l(kr)$ es la función de Ricatti-Bessel y $r_<(r_>)$ es el menor (mayor) entre r y r' .

Después de sustituir la expresión (3.11) para $G_{0l}^{(+)}(k; r, r')$ en (3.10), la ecuación integral (3.9) se puede escribir en una forma más explícita

$$u_{nl}(k_n, r) = -\frac{(-1)^l}{k_n} \{ h_l^+(k_n r) \int_0^r ds j_l(k_n s) \int_0^\infty dt U_l(s, t) u_{nl}(k_n, s) \\ + j_l(k_n r) \int_r^\infty ds h_l^+(k_n s) \int_0^\infty dt U_l(s, t) u_{nl}(k_n, t) \} . \quad (3.12)$$

A partir de esta expresión y las propiedades de $j_l(kr)$ y $h_l^+(kr)$ se puede ver que, cuando las integrales existen, $u_{nl}(k_n, r)$ se anula en el origen y asintóticamente se

comporta como una onda saliente. Cuando la parte imaginaria de k_n es negativa, $j_l(k_n r)$ y $h_l^+(k_n r)$ se comportan asintóticamente como ondas salientes de amplitud exponencialmente creciente

$$j_l(k_n r) \rightarrow_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{2} e^{\gamma_n r} e^{i(k_n r - \frac{1}{2}(l+1)\pi)} \quad (3.13)$$

$$h_l^+(k_n r) \rightarrow_{r \rightarrow \infty} \frac{i}{2} e^{\gamma_n r} e^{i(k_n r - \frac{1}{2}(l+1)\pi)} \quad (3.14)$$

Con estas expresiones y (3.12) se sigue que las funciones de Gamow $u_{nl}(k_n, r)$ también se comportan asintóticamente como ondas salientes que oscilan con amplitudes exponencialmente crecientes con r . Esta propiedad no produce divergencias en el lado derecho de la ecuación integral (3.12) ya que las mismas condiciones en el potencial no local que garantizan la existencia de soluciones ligadas y de scattering en la ecuación radial (3.1), hacen que el producto del potencial no local y las funciones de Gamow decrezca exponencialmente en función de r .

Se supondrá que el potencial $U_l(r, r')$ es invariante bajo inversión temporal y que sus partes locales y no locales satisfacen las siguientes condiciones:

$$\int_0^\infty \int_0^\infty ds dt F_\alpha^{-2}(s) |V_{inu}(s, t)| F_\alpha^{-2}(t) = C_1 \quad (3.15)$$

donde C_1 es una constante finita y

$$F_\alpha(r) = e^{-\alpha r} r^{-1+\varepsilon_0} (1+r)^{-\varepsilon_0-\varepsilon_\infty} \quad (3.16)$$

con $\alpha \geq 0$, $\varepsilon_0 > 0$ y $\varepsilon_\infty > 0$.

El término directo en el potencial es de cuadrado integrable en cualquier intervalo cerrado en el eje real positivo, \mathbb{R}^+ ,

$$\int_a^b |V_d(r)|^2 dr < C_d \quad (3.17)$$

con $0 < a < b < \infty$, y asintóticamente se comporta como

$$V_d(r) \underset{r \rightarrow 0}{\rightarrow} r^{-2-\eta_0} \quad (3.18)$$

$$V_d(r) \underset{r \rightarrow \infty}{\rightarrow} e^{-2\alpha r} r^{-2-\eta_\infty} \quad (3.19)$$

donde $\eta_0 > \varepsilon_0$ y $\eta_\infty > \varepsilon_\infty$.

Cuando estas condiciones se satisfacen, el integrando en la ecuación (3.12) es convergente ya que, de acuerdo con (3.15) y (3.19), cuando

$$Im k_n = -\gamma_n > -\alpha \quad (3.20)$$

el potencial no local $U_{nl}(s,t)$ disminuye las oscilaciones exponencialmente crecientes de $j_l(k_n s)$, $h_l^+(k_n s)$ y $u_{nl}(k_n, t)$, haciendo finitas las integrales.

Se ha demostrado [He73] que, cuando el potencial satisface las condiciones establecidas anteriormente e $Im k \geq -\alpha$, la traza del núcleo $K^{(+)}_l(k; s, t)$ y el determinante de Fredholm

$$\Delta_l^{(+)}(\eta, k) = \det(I - \eta K_l^{(+)}(k)) \quad (3.21)$$

existen.

Las soluciones de la ecuación homogénea (3.12) existen cuando se hace $\eta=1$ y se anula el determinante de Fredholm. Este hecho se puede ver a partir de que el primer menor de Fredholm $M_1(k; r, r_0)$ satisface la relación integral (a veces llamada segunda relación fundamental de Fredholm):

$$M_l(k; r, r_0) = \eta \Delta_l^{(+)}(\eta, k) + \eta \int_0^\infty K_l^{(+)}(k; r, s) M_l(k; s, r_0) ds, \quad (3.22)$$

cuando $\Delta_l^{(+)}(k)$ se anula, esta ecuación se reduce a la ecuación homogénea de Fredholm

$$w_l(k, r) = \eta(k) \int_0^\infty K_l^{(+)}(k; r, s) w(k, s) ds. \quad (3.23)$$

Al anularse $\Delta_l^{(+)}(k)$ queda definida η como función de k

$$\Delta_l^{(+)}(\eta, k) = \prod_{i=1}^N (1 - \eta(k) \alpha_i(k)) = 0 \quad (3.24)$$

los factores $\alpha_i(k)$ que aparecen en esta ecuación son los autovalores del núcleo $K^{(+)}_l(k)$.

En primer lugar se mantiene fijo el valor de k con $\text{Im } k \geq -\alpha$, cuando $\Delta_l^{(+)}(\eta, k)$ tiene un cero simple, η es igual a la inversa de uno de los autovalores, α_i^{-1} . Si $K^{(+)}_l(k)$ tiene N autovalores distintos, $\eta(k)$, como función de k tiene N ramas.

Si se hace $\eta=1$ en (3.24), esta condición se satisface sólo para algunos valores k_n de k , con $k_n \geq -\alpha$

$$\Delta_l^{(+)}(1, k_n) = 0 \quad (3.25)$$

y, en $k=k_n$, uno de los autovalores es igual a uno

$$\alpha_i(k_n) = 1. \quad (3.26)$$

En este caso, la ecuación (3.23) se reduce a la ecuación (3.12),

mostrando que la función de Gamow $u_{nl}(k_n, r)$ es igual al primer menor de Fredholm evaluado en $k=k_n$. Cuando el cero de $\Delta^{(+)}_l$ en $k=k_n$ es simple, hay un solo autovalor $\alpha_l(k_n)$ que satisface la ecuación (3.26). La autofunción de Fredholm correspondiente, $w_{li}(k_n, r)$, es entonces igual a la función de Gamow

$$u_{nl}(k_n, r) = w_{li}(k_n, r) . \quad (3.27)$$

Por lo tanto, a cada cero simple de $\Delta^{(+)}_l(k)$ le corresponde una función de Gamow. Por otro lado, como la ecuación (3.25) puede tener diferentes raíces k_n , y el mismo autovalor $\alpha_l(k)$ puede tomar el valor uno más de una vez, se puede obtener más de una función de Gamow de la misma autofunción de Fredholm cuando k es igual a cualquiera de los autovalores k_n que hacen $\alpha_l(k)=1$. Se dice que todas estas funciones de Gamow pertenecen a la misma rama de $\eta(k)$.

El adjunto de la función de Gamow se obtiene a partir de las simetrías del núcleo $K^{(+)}_l(k; r, s)$. De las propiedades de simetría de la función de Green libre:

$$G^{(+)}_{0l}(k; r, s) = G^{(+)}_{0l}(k; s, r) \quad (3.28)$$

$$G^{(+)}_{0l}(k; r, s) = G^{(+)*}_{0l}(-k^*; s, r) \quad (3.29)$$

y la hermiticidad del potencial se sigue que

$$K^{(+)}_l(k; r, s) = K^{(+)*}_l(-k^*; s, r) \quad (3.30)$$

lo que significa que el determinante de Fredholm y la función $\eta(k)$ satisfacen una relación similar

$$\Delta_l^{(+)}(k) = \Delta_l^{(+)*}(-k^*) \quad (3.31)$$

$$\eta(k) = \eta^*(-k^*) .$$

Si se toma el complejo conjugado en ambos miembros de (3.12), cambiando k por $-k^*$ y haciendo uso de las ecuaciones (3.23) y (3.31) se obtiene

$$u_{nl}^*(-k_n^*; r) = \int_0^\infty u_{nl}^*(-k_n^*; s) K_l^{(+)}(k_n; s, r) ds , \quad (3.32)$$

mostrando que $u_{nl}^*(-k_n^*; r)$ es una autofunción izquierda de $K_l^{(+)}(k; s, r)$. Por lo tanto, el adjunto $\tilde{u}_{nl}(k_n, r)$ de una función de Gamow está dado por

$$\tilde{u}_{nl}(k_n, r) = u_{nl}^*(-k_n^*, r) . \quad (3.33)$$

Para tratar la normalización de los estados de Gamow se muestra que el residuo de la función de Green de la ecuación radial (3.1) en un polo simple localizado en el cuarto cuadrante del plano complejo k es el producto de las funciones de Gamow $u_{nl}(k_n, r)$ $u_{nl}(k_n, r')$ por una constante que es igual a la inversa de la integral de normalización de la función de Gamow.

Antes de comenzar la demostración se introducirá la notación:

$$\begin{aligned}
|f\rangle\langle g| &= f(k,r)g(k,s) \\
\langle f|g\rangle &= \int_0^\infty f(k,r)g(k,r)dr \\
K_l^{(+)}|f\rangle &= \int_0^\infty ds K_l^{(+)}(k;r,s)f(k,s) \\
\langle f|K_l^{(+)} &= \int_0^\infty ds f(k,s)K_l^{(+)}(k;s,r) .
\end{aligned}
\tag{3.34}$$

La función de Green completa o resolvente de la ecuación integro-diferencial radial (3.1) satisface la ecuación inhomogénea de Lippmann-Schwinger

$$G_l^{(+)}(k) = G_{0l}^{(+)}(k) + K_l^{(+)}(k)G_l^{(+)}(k) \tag{3.35}$$

y

$$G_l^{(+)}(k) = G_{0l}^{(+)}(k) + G_l^{(+)}(k)K_l^{(+)}(k) . \tag{3.36}$$

En las proximidades de un polo complejo, localizado en $k=k_n$, $G_l^{(+)}$ se puede escribir:

$$G_l^{(+)}(k) = \frac{R_{nl}(k_n)}{k-k_n} + F_n(k) \tag{3.37}$$

la función $F_n(k)$ es regular en $k=k_n$.

Para derivar una ecuación integral para R_{nl} se sustituye (3.37) en (3.35), multiplicando ambos miembros de la ecuación resultante por $(k-k_n)$ y tomando el límite de k tendiendo a k_n , se obtiene

$$R_{nl}(k_n) = G_{0l}^{(+)}(k_n)U_l R_{nl}(k_n) . \tag{3.38}$$

Esta es la ecuación integral homogénea (3.9) que satisfacen los estados de Gamow $|u_{nl}(k_n)\rangle$. Por lo tanto, $R_{nl}(k_n)$ es proporcional al estado de Gamow:

$$R_{nl}(k_n) = |u_{nl}(k_n)\rangle\langle f_n|. \quad (3.39)$$

La forma de derivar una ecuación integral para $\langle f_n|$ es similar a la anterior. Se sustituye (3.37) y (3.39) en (3.36), se multiplican ambos lados de la ecuación resultante por $(k-k_n)$ y se toma el límite para k tendiendo a k_n

$$\langle f_n| = \langle f_n(k_n)|K_l^{(+)}(k_n). \quad (3.40)$$

$\langle f_n(k_n)|$ es proporcional al adjunto de un estado de Gamow, que es también un estado de Gamow. Con estos resultados, la función de Green, en las cercanías de sus polos complejos, puede escribirse como

$$G_l^{(+)}(k;r,r') = u_{nl}(k_n,r) \frac{C_n}{k-k_n} u_{nl}(k_n,r') + F_n(k;r,r'). \quad (3.41)$$

Para obtener una expresión de C_n es conveniente extender la validez de la ecuación (3.41) de tal manera que las funciones en el numerador del término singular estén definidas para todos los valores de k en el semiplano $\text{Im } k > -\alpha$, y no sólo en el punto k_n . Con este objetivo se reemplaza en (3.41) el estado de Gamow $|u_{nl}(k_n)\rangle$ por la autofunción de Fredholm que es igual a este estado cuando $k=k_n$. Para simplificar la notación se denominará a la autofunción de Fredholm $|u_{nl}(k)\rangle$, sin olvidar que, cuando otro estado de Gamow $|u_{ml}(k_n)\rangle$ proviene de la misma rama de $\eta(k)$, $|u_{nl}(k)\rangle$ y $|u_{ml}(k)\rangle$ son la misma función

$$G_l^{(+)}(k) = |u_{nl}(k)\rangle \frac{C_n}{k-k_n} \langle u_{nl}(k)| + f_n(k). \quad (3.42)$$

La función $f_n(k)$ que es la diferencia entre la función de Green $G_l^{(+)}(k)$ y el término singular en (3.42), se reduce a $F_n(k)$ cuando k en las autofunciones de Fredholm es igual a k_n .

De la ecuación (3.36) se obtiene la siguiente relación

$$G_l^{(+)}(k) U_l |u_{nl}(k)\rangle = G_{0l}^{(+)}(k) U_l |u_{nl}(k)\rangle + \quad (3.43)$$

$$+ G_l^{(+)}(k) U_l G_{0l}^{(+)}(k) U_l |u_{nl}(k)\rangle$$

recordando que $|u_{nl}(k)\rangle$ es una solución de la ecuación homogénea de Fredholm (3.23), esta expresión se reduce a

$$(\eta(k)-1) G_l^{(+)}(k) U_l |u_{nl}(k)\rangle = |u_{nl}(k)\rangle . \quad (3.44)$$

Si se sustituye la expresión (3.42) en esta ecuación se obtiene

$$(\eta(k)-1) [|u_{nl}(k)\rangle \frac{C_n}{k-k_n} \langle u_{nl}(k) | U_l |u_{nl}(k)\rangle + \quad (3.45)$$

$$+ f_n(k) U_l |u_{nl}(k)\rangle] = |u_{nl}(k)\rangle .$$

Tomando el límite de $k \rightarrow k_n$ y haciendo $\eta(k_n) = 1$

$$C_n = \frac{1}{\left(\frac{d\eta}{dk}\right)_{k_n} \langle u_{nl}(k_n) | U_l |u_{nl}(k_n)\rangle} . \quad (3.46)$$

La derivada del autovalor de Fredholm η^{-1} se obtiene de la identidad

$$\eta^{-1}(k) = \frac{\langle u_{nl}(k) | U_l G_{0l}^{(+)}(k) U_l |u_{nl}(k)\rangle}{\langle u_{nl}(k) | U_l |u_{nl}(k)\rangle} . \quad (3.47)$$

Tomando la derivada con respecto a k en ambos lados de esta ecuación:

$$\frac{d\eta(k)}{dk} = -\eta(k) \frac{\langle u_{nl}(k) | U_l \frac{\partial G_{0l}^{(+)}(k)}{\partial k} U_l |u_{nl}(k)\rangle}{\langle u_{nl}(k) | U_l |u_{nl}(k)\rangle} . \quad (3.48)$$

La derivada de la función de Green libre se obtiene de la representación espectral

$$\frac{\partial G_{0l}^{(+)}(k)}{\partial k} = -2k \int_0^\infty G_{0l}^{(+)}(k;r,s) G_{0l}^{(+)}(k;s,r') ds . \quad (3.49)$$

Cuando esta expresión se sustituye en (3.48), con la ayuda de (3.9) resulta

$$\frac{d\eta(k)}{dk} = -\frac{2k}{\eta(k)} \frac{\langle u_{nl}(k) | u_{nl}(k) \rangle}{\langle u_{nl}(k) | U_l | u_{nl}(k) \rangle} . \quad (3.50)$$

Reemplazando este resultado en (3.46) y tomando el límite para k tendiendo a k_n

$$C_n = \frac{1}{2k_n} \frac{1}{\lim_{k \rightarrow k_n} [\int_0^\infty u_{nl}^2(k^+, r) dr]} . \quad (3.51)$$

La integral en el denominador está definida en el semiplano superior del plano complejo k y, después que se realiza la integración, la función resultante se continúa analíticamente al semiplano inferior.

Introduciendo la expresión (3.51) en (3.42) se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \oint G_l^{(+)}(k;r,r') &= \\ &= u_{nl}(k_n, r) \frac{1}{\lim_{k \rightarrow k_n} [\int_0^\infty u_{nl}^2(k^+, r) dr]} u_{nl}(k_n, r') \end{aligned} \quad (3.52)$$

cuando el contorno de integración tiene un polo simple en $k=k_n$. De este resultado se sigue que la regla de normalización apropiada para los estados de Gamow es

$$\lim_{k \rightarrow k_n} \int_0^\infty u_{nl}^2(k^+, r) dr = 1 . \quad (3.53)$$

La función de Green de la ecuación de Schrödinger con un potencial no local se puede desarrollar en autofunciones correspondientes a autovalores de la energía negativos y complejos más una integral sobre estados de

scattering de número de onda k complejo. La representación espectral de la función de Green de la ecuación radial con un potencial no local es

$$G_l^{(+)}(k;r,r') = \sum_{\substack{\text{estados} \\ \text{ligados}}} v_{nl}(r) \frac{1}{k^2 - k_{nl}^2} v_{nl}(r') + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \phi_l(k,r) \frac{1}{k - k'^2} \phi_l^*(k,r') dk' . \quad (3.54)$$

Cuando el potencial no local satisface las condiciones establecidas en (3.15)-(3.19), $G_l^{(+)}(k;r,r')$, como función de k , es meromórfica en el semiplano $\text{Im } k > -\alpha$ y, cuando α es finito, hay a lo sumo un número finito de polos. El semiplano $\text{Im } k \geq 0$ puede tener polos en el semieje imaginario positivo o sobre el eje real. Cuando $k \neq 0$, los polos son simples. Si existe un polo en $k=0$, puede ser un polo simple o doble [He73].

El contorno de integración se deforma en el semiplano inferior. Cuando el contorno deformado encierra polos resonantes, el teorema de los residuos junto con la ecuación (3.52) llevan a

$$G_l^{(+)}(k;r,r') = \sum_{\substack{\text{estados} \\ \text{ligados}}} v_{nl}(r) \frac{1}{k^2 + 2m|E_n|} v_{nl}(r') + \sum_{\substack{\text{estados} \\ \text{resonantes}}} u_{nl}(k_n,r) \frac{1}{2k_n(k - k_n)} u_{nl}(k_n,r) + \int_C \phi_l(z,r) \frac{1}{k^2 - z^2} \tilde{\phi}_l(z,r') dz \quad (3.55)$$

donde $v_{nl}(r)$ son los estados ligados correspondientes a autovalores de la energía negativos; $u_{nl}(k_n,r)$ son las funciones de Gamow correspondientes a los autovalores de energía complejos y $\phi_l(z,r)$ es una función de scattering de número de onda

complejo z .

III.3 Aproximación de Fases al Azar con la inclusión de estados de Gamow.

En la sección III.2 se expusieron los conceptos básicos relacionados con los estados resonantes o de Gamow en un potencial general. En esta sección se hará un breve resumen para el caso en que el potencial considerado sea el potencial nuclear y se tratará el método de la Aproximación de Fases al Azar, considerando la inclusión de los estados resonantes en la base de partícula independiente.

Por simplicidad se considerará como sistema una partícula de espín cero moviéndose en un potencial esféricamente simétrico $V(r)$ que es la suma de un término de corto alcance, correspondiente al potencial nuclear y un término coulombiano de largo alcance, es decir: $V(r) = V_N(r) + V_C(r)$ y satisface que $V_N(r) = 0$ si $r > a$ y $V_C(r) = Z_1 Z_2 e^2 / r$ si $r \geq a$. La solución de la ecuación de Schrödinger se puede expandir en ondas parciales que son soluciones de la ecuación radial:

$$u''_l(r, k) + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - U(r) \right] u_l(r, k) = 0 \quad (3.56)$$

donde

$$k^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} E$$

y

$$U(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V(r)$$

μ es la masa reducida del sistema.

La solución debe ser regular en el origen:

$$u_l(0, k) = 0 \quad (3.57)$$

y para $r \geq a$ se la puede expresar mediante funciones de Coulomb entrantes y salientes, I_l y O_l , y la matriz de dispersión S de la siguiente forma:

$$u_l(r, k) = x_l(k) O_l(kr) + y_l(k) I_l(kr) \quad (3.58)$$

$$u_l(r, k) = y_l(k) [I_l(kr) - S_l(k) O_l(kr)] \quad (3.59)$$

con

$$S_l(k) = -\frac{x_l}{y_l}$$

y para grandes distancias:

$$O_l(kr) \sim e^{i(kr - \frac{l\pi}{2})} \quad I_l(kr) \sim e^{-i(kr - \frac{l\pi}{2})}$$

Imponiendo la condición de contorno consistente en tener sólo ondas salientes en el infinito, es decir $y_l(k) = 0$, que se satisface para aquellos puntos k_n del plano complejo k donde S_l tiene un polo, se obtienen tres tipos de soluciones correspondientes a estados ligados ($k_n = i\gamma_n$), estados antiligados ($k_n = -i\gamma_n$) y estados

resonantes o estados de Gamow ($k_n = \pm \kappa_n - i\gamma_n$). En todos los casos mencionados $\gamma_n > 0$. Como el comportamiento asintótico está gobernado por $O_1 \rightarrow e^{ikr}$ se ve claramente que sólo los estados ligados son de cuadrado integrable ya que se comportan como $e^{-\gamma_n r}$, mientras que los estados antiligados tienen un comportamiento $e^{\gamma_n r}$. Las resonancias de Gamow que se encuentran en el semiplano inferior del plano k en pares,

$$k_n = \kappa_n - i\gamma_n \quad \text{y} \quad \tilde{k}_n = -\kappa_n - i\gamma_n = -k_n^*$$

también divergen para valores crecientes de r como $u_l(r, k_n) \rightarrow e^{\gamma_n r} e^{i\kappa_n r}$ y $\tilde{u}_l(r, k_n) \rightarrow e^{\gamma_n r} e^{-i\kappa_n r}$

La función de onda $u_l(r, k_n)$ con $\text{Im}(k_n^2) < 0$ representa un estado que decae, ya que la dependencia temporal de la solución con la energía compleja:

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2\mu} k_n^2 = \epsilon_n - i \frac{\Gamma_n}{2}$$

es:

$$e^{-\frac{iE_n t}{\hbar} + ik_n r} = e^{-\frac{\Gamma_n t}{2\hbar}} e^{\gamma_n r} e^{i(k_n r - \frac{\epsilon_n t}{\hbar})} \quad (3.60)$$

El decaimiento en la función de onda es exponencial con un tiempo de relajación $\tau = 2\hbar/\Gamma_n$.

En el caso en que la parte imaginaria de la energía sea positiva:

$$\tilde{E}_n = \frac{\hbar^2}{2\mu} \tilde{k}_n^2 = \epsilon_n + i \frac{\Gamma_n}{2},$$

los estados, conocidos como estados izquierdos de los anteriores, $\tilde{u}_l(r, \tilde{k}_n) = u_l^*(r, k_n)$,

con $k_n = -\tilde{k}_n^*$, presentan el comportamiento opuesto:

$$e^{-i\frac{\bar{E}_n t}{\hbar} + i\bar{k}_n r} = e^{\frac{\Gamma_n t}{2\hbar}} e^{\gamma_n r} e^{-i(k_n r + \frac{e_n t}{\hbar})} \quad (3.61)$$

y, por lo tanto, $\tilde{u}_l(r, \bar{k}_n)$ crece exponencialmente con el tiempo.

Con la definición usual de producto escalar o producto interno

$$\langle u_2 | u_1 \rangle = \int_0^\infty u_2^*(r) u_1(r) dr \quad (3.62)$$

sólo se pueden normalizar los estados ligados en un intervalo infinito y por lo tanto esta definición debe ser generalizada a fin de incluir los estados resonantes en la base de partícula independiente. Tal generalización sólo puede realizarse si se usa una base biortogonal y se aplica algún método de regularización para calcular las integrales que habitualmente divergen sin regularización. Se han propuesto diferentes métodos de regularización como por ejemplo: el uso de factores de convergencia [Ber68] [Ze61], continuación analítica [Ro68] y técnicas de rotación compleja [Gy71]. Estos métodos difieren en cuanto a las técnicas matemáticas utilizadas y en la precisión con la que se arriba a los resultados de las integrales; tienen diferentes rangos de aplicabilidad pero prácticamente todos llevan a los mismos resultados.

El método de rotación compleja es extremadamente poderoso para los potenciales que se usan en Física Nuclear donde las interacciones nucleares se anulan fuera de una distancia finita a y sólo persiste el potencial Coulombiano de largo alcance. Este método de regularización rota la distancia radial r un ángulo ϕ adecuado sólo más allá de la distancia a , es decir, realiza la transformación:

$$r \rightarrow \begin{cases} r & \text{para } r \leq a \\ a + |r-a| e^{i\phi} & \text{para } r > a \end{cases} \quad (3.63)$$

donde $\phi < \pi/2$. Debido a la extendida analiticidad del potencial de Coulomb, esta transformación es equivalente al escaleo complejo exterior del hamiltoniano válido en la región asintótica. De esta manera, los resultados no dependen de las propiedades analíticas de la parte de corto alcance del potencial y se puede utilizar el hecho de que los polos resonantes k_n , puestos en evidencia mediante la rotación compleja, no cambian su posición [ACB71]. Las funciones de onda transformadas serán de cuadrado integrable si $\phi > \arg(k_n)$. Como la rotación compleja y el uso de un factor de convergencia de la forma $e^{-\epsilon r^p}$ [Gy71] llevan al mismo resultado para la norma, se puede utilizar, con este método, la relación de completitud obtenida

por Berggren [Ber68], quien formó un conjunto biortogonal a partir de estados ligados y los dos tipos de resonancias mediante un método de regularización [Ze61] con un factor de convergencia Gaussiano. Las resonancias incluidas en este conjunto se seleccionan definiendo una curva $L = L^+ + L^-$ en el plano

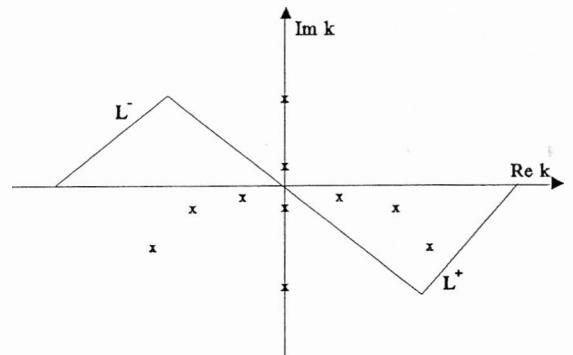


Figura 3.1 Contorno de integración que determina los estados de Gamow considerados. Los valores de k_n se indican mediante cruces.

complejo como se muestra en la Figura 3.1. El contorno L es simétrico con respecto al origen, es decir, si $k \in L^+$ entonces $-k \in L^-$ y su tangente está limitada por la condición: $\arg(k) > -\pi/4$. La relación de completitud de Berggren establece que

$$\delta(r-r') = \sum_n \tilde{u}^*(r, \tilde{k}_n) u_n(r', k_n) + \int_{L^+} \tilde{u}^*(r, k) u(r', k) dk \quad (3.64)$$

actúa como un operador unitario en el espacio de todos los estados cuya componente radial tiende asintóticamente a cero más rápidamente que cualquier exponencial o se comporta como e^{ikr} cuando los valores de k yacen sobre el contorno L . La suma en la ecuación (3.64) está extendida a todos los estados ligados y el conjunto seleccionado de estados resonantes con k_n entre L^+ y el eje real. Si el número de estados de Gamow es suficientemente grande, el contorno de integración sobre el continuo estará muy lejos (en energía) de los estados estudiados y por lo tanto la integral puede ser despreciada [VCC88]. De esta forma, en la base se incluyen sólo estados ligados y estados resonantes. En otras palabras, el estudio de estados con energías no demasiado altas se puede realizar en términos de estados ligados y estados de Gamow próximos a la superficie de Fermi, seleccionados de acuerdo al problema físico bajo consideración, como en los cálculos en el modelo de capas. Así, este formalismo permite incluir de una forma viable los efectos más importantes, inducidos por el continuo, sobre el espectro nuclear observable. La inclusión de las resonancias de Gamow es equivalente, en cierto grado, al uso de un conjunto de paquetes de onda centrados en las energías de las resonancias. Se ha demostrado [Ro84] que, aunque las resonancias de Gamow son ortogonales a cualquier estado real del continuo, tienen un overlap muy grande con los paquetes de ondas formados por una superposición de estados del continuo, presentando un pico en las energías resonantes.

Con la base de partícula independiente que incluye estados

ligados y resonantes se ha extendido el método de la RPA (Apéndice A) [VCC88].

Las ecuaciones en esta aproximación resonante (RRPA) resultan

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -B & -A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \end{pmatrix} = W_n \begin{pmatrix} X_n \\ Y_n \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

que tienen una forma similar a las ecuaciones RPA estándar del Apéndice A. La diferencia es que no aparece la operación compleja en las matrices A y B y los elementos de matriz deben ser calculados usando la técnica de rotación compleja de acuerdo a la definición del producto escalar generalizado. Esto también se aplica a la condición de normalización que resulta:

$$X_n^T X_n - Y_n^T Y_n = 1. \quad (3.66)$$

y no $X_n^{T*} X_n - Y_n^{T*} Y_n = 1$, como ocurre en la representación en que no se incluyen los estados resonantes en la base de partícula independiente. En la base biortogonal la parte angular de las matrices A y B es la misma que en la representación de estados de partícula independiente ligados y la diferencia sólo aparece en las integrales radiales que tienen la forma:

$$I_{pqrs} = \text{reg} \int_0^\infty r_1^2 dr_1 \int_0^\infty r_2^2 dr_2 R_p(r_1) R_q(r_2) \cdot V(r_1, r_2) R_r(r_1) R_s(r_2) \quad (3.67)$$

donde "reg" significa que se considera el método de regularización para calcular las integrales cuando es necesario. El ángulo ϕ de la rotación compleja se elige de manera tal que todas las partes radiales de las funciones de onda (tanto para estados ligados como para estados resonantes) se anulen sobre el contorno complejo de la ecuación (3.63), es decir para

$$\phi = \frac{1}{2} \max | \arg(k_n) | + \frac{\pi}{4}. \quad (3.68)$$

La parte radial de la función de onda de partícula independiente tiene la forma habitual:

$$R_i(r) = \frac{u_i(r, k_i)}{r}. \quad (3.69)$$

Usando la condición (3.68) se pueden calcular los elementos de matriz de la interacción (3.67) sin mayores dificultades. En el caso de una interacción separable, tipo multipolo-multipolo, es decir,

$$V_\lambda = -\kappa_\lambda Q_\lambda Q_\lambda, \quad (3.70)$$

donde κ_λ es la intensidad de la fuerza y Q_λ es el operador multipolar:

$$Q_{\lambda\mu} = f_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) \quad (3.71)$$

con la dependencia radial:

$$f_\lambda(r) = r^\lambda; \quad (3.72)$$

la integral radial (3.67) puede ser escrita como:

$$I_{pqrs} = M_{pr} M_{qs}, \quad (3.73)$$

donde

$$M_{pr} = \text{reg} \int_0^\infty r^2 dr R_p(r) f_\lambda(r) R_r(r). \quad (3.74)$$

El problema de autovalores de la ecuación (3.65), siguiendo el procedimiento habitual, se reduce a la ecuación de dispersión

$$F_{\lambda}(W_n) = \sum_{ki} \frac{2(\epsilon_k - \epsilon_i) \langle k | Q_{\lambda} | i \rangle^2}{W_n^2 - (\epsilon_k - \epsilon_i)^2} \quad (3.75a)$$

$$F_{\lambda}(W_n) = \frac{1}{\kappa_{\lambda}} ; \quad (3.75b)$$

donde W_n es la energía compleja del estado colectivo n . Claramente, $\text{Re}(W_n)$ es la posición de la resonancia e $\text{Im}(W_n)$ es la mitad de su ancho de escape.

Como Q_{λ} es el operador de transición de relevancia en el decaimiento de estados de partícula-agujero, la regla de suma pesada en energías [BM75]

$$S(Q) = \frac{1}{2} \langle 0 | [Q, [H, Q]] | 0 \rangle = \sum_n W_n \langle n | Q | 0 \rangle^2 \quad (3.76)$$

se puede calcular utilizando la ecuación (3.74).

La parte real de la función intensidad mide la concentración de la intensidad multipolar en el estado bajo consideración, sin embargo no está aún completamente claro qué interpretación darle a la parte imaginaria de la función intensidad. Una interpretación de esta cantidad es que está relacionada a la incerteza de la interferencia entre la resonancia y el fondo del proceso estudiado [Ber78]. Dentro de esta interpretación, cuanto mayor sea la parte imaginaria de esta cantidad, mayor será la incerteza del valor dado por la parte real.

En el caso estándar de representaciones reales la solución de las ecuaciones (3.75a) y (3.75b) se puede obtener gráficamente como la intersección de la curva $F_{\lambda}(W)$ con la recta horizontal $1/\kappa_{\lambda}$. En el caso bajo consideración todas las cantidades en (3.75) son complejas y, por lo tanto, las curvas se convierten en

superficies en el espacio complejo. Las partes reales e imaginarias de F_λ son superficies con singularidades en las energías de partícula-agujero no perturbadas $W = \pm(\varepsilon_k - \varepsilon_i)$. Las soluciones de la RRPA están dadas por los valores complejo W_n que satisfacen simultáneamente las ecuaciones

$$\text{Re}(F_\lambda(W_n)) = \text{Re}\left(\frac{1}{\kappa_\lambda}\right), \quad (3.77a)$$

$$\text{Im}(F_\lambda(W_n)) = \text{Im}\left(\frac{1}{\kappa_\lambda}\right). \quad (3.77b)$$

Debido a la estructura complicada de la relación de dispersión no es posible, en casos realistas, encontrar todas sus raíces utilizando métodos que resuelvan ecuaciones trascendentes y se debe proceder a diagonalizar la matriz de la RRPA.

III.4 Formalismo de la Función de Respuesta con la inclusión de estados resonantes.

Si un núcleo está expuesto a un campo externo f , la función de respuesta

$$R(E) = \int dr dr' f(\mathbf{r})^* G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) f(\mathbf{r}') \quad (3.78)$$

mide el cambio de la densidad nuclear debido a su influencia. En la ecuación (3.78),

G es la función de Green que describe la propagación del sistema nuclear. La intensidad de la excitación nuclear se mide mediante la función de intensidad,

$$S(E) = \sum_{n>0} \langle 0 | f | n \rangle^2 \delta(E - E_n) = -\frac{1}{\pi} \text{Im}(R(E)) \quad (3.79)$$

donde $|n\rangle$ y E_n son las autofunciones y autovalores de energía del sistema. La función de respuesta $R(E)$ es real debajo de un cierto umbral; tiene polos sobre el eje real para estados ligados y muestra un comportamiento resonante por encima del umbral siempre que la función de Green tenga un polo complejo suficientemente cerca del eje real de la energía. Por lo tanto, la influencia del continuo está controlada por la función de Green. En el caso de excitaciones partícula-agujero, la función de Green se describe dentro de la aproximación de la RPA:

$$G_{ph}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = G_{ph}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) + \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 G_{ph}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2; E) V_{ph}(\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2) G_{ph}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}'; E), \quad (3.80)$$

donde V_{ph} es la interacción residual; $G_{ph}^{(0)}$ es la función de Green de partícula-agujero desnuda correspondiente al hamiltoniano de Hartree-Fock, H_0 , con estados ocupados ϕ_h y autovalores de energía ϵ_h :

$$G_{ph}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; E) = \sum_h \phi_h^*(\mathbf{r}) \langle \mathbf{r} | \frac{1}{H_0 - \epsilon_h - E} + \frac{1}{H_0 - \epsilon_h + E} | \mathbf{r}' \rangle \phi_h(\mathbf{r}'), \quad (3.81)$$

donde los dos términos entre barras son las funciones de Green de partícula independiente correspondientes a la propagación de una partícula con energía $\epsilon_p = E + \epsilon_h$ y $\epsilon_p = -E + \epsilon_h$, respectivamente.

La expansión en ondas parciales para la función de Green de

partícula independiente resulta [SB75]:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r} | \frac{1}{H_0 - \epsilon_p} | \mathbf{r}' \rangle &= G(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \epsilon_p) = \\ &= \frac{2\mu}{\hbar^2 r r'} \sum_{ljm} Y_{lj}^m(\hat{r}) Y_{lj}^{m*}(\hat{r}') Y_{lj}^{m*}(\hat{r}) g_{lj}(r, r'; k), \end{aligned} \quad (3.82)$$

donde μ es la masa reducida y los Y_{lj}^m son los armónicos esféricos.

El uso de una interacción residual separable

$$\begin{aligned} V_{ph}^\lambda &= -\kappa_\lambda Q_\lambda(r_1) Q_\lambda(r_2), \\ Q_{\lambda\mu}(r) &= f_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) \end{aligned} \quad (3.83)$$

donde la dependencia radial del operador multipolar Q es la misma que la del campo externo f , simplifica la evaluación de la función de respuesta (Apéndice C), que toma la forma:

$$R(E) = \frac{R^{(0)}(E)}{1 + \kappa_\lambda R^{(0)}(E)} \quad (3.84)$$

$R^{(0)}$ es la función de respuesta desnuda, es decir, la correspondiente a la función de Green $G_{ph}^{(0)}$.

Para un potencial esféricamente simétrico, la forma exacta de la función de Green de partícula independiente de la ecuación (3.82) es

$$g(r, r'; k) = -\frac{u(r_<)v(r_>)}{W} \quad (3.85)$$

donde, por simplicidad, se han omitido los índices l, j ; $u(r)$ y $v(r)$ son las soluciones regulares e irregulares del hamiltoniano de partícula independiente H_0 , y W es su wronskiano. $r_<$ y $r_>$ corresponden al menor y mayor entre r y r' , respectivamente.

Las condiciones de contorno para los soluciones regulares e irregulares son

$$u(r=0) = 0 \quad (3.86a)$$

y

$$\lim_{r \rightarrow \infty} v(r) = e^{ikr} . \quad (3.86b)$$

La función de Green de partícula independiente también se puede escribir en la forma de un desarrollo espectral, es decir, en términos de los autovectores de H_0 . El espectro de un pozo de potencial finito contiene un número finito de estados ligados y un continuo de estados correspondientes a la dispersión. En esta representación, Newton [Ne66] expresó la función de Green como:

$$g(r, r'; k) = \sum_n \frac{w_n(r, k_n) w_n(r', k_n)}{k^2 - k_n^2} + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty dq \frac{u^{(+)}(r, q) u^{(+)}(r', q)}{k^2 + i\epsilon - q^2} \quad (3.87)$$

donde w_n son las funciones de onda de estados ligados de partícula independiente y $u^{(+)}(r, q)$ representan las componentes de las ondas parciales de una onda consistente de una onda plana entrante más una onda esférica saliente cuando $r \rightarrow \infty$.

Si se utiliza una base de partícula independiente que incluya estados de Gamow, según se describió en la sección III.3, la representación de la función de Green de la ecuación (3.87) se puede generalizar cambiando el camino de integración. La expresión que resulta, conocida como expansión de Berggren [Ber68] es la siguiente:

$$g(r,r';k) = \sum_n \frac{\tilde{w}_n^*(r,\tilde{k}_n)w_n(r',k_n)}{k^2-k_n^2} + \frac{2}{\pi} \int_{L^+} dq \frac{\tilde{u}^*(r,q)u_n(r',q)}{k^2+ie-q^2} \quad (3.88)$$

Los términos de la suma tienen singularidades que son los polos de la función de Green que se encuentran en el plano complejo entre el camino de integración y el eje $\text{Re } k$ (Figura 3.1). Estos polos corresponden a los estados de Gamow. En las aplicaciones de esta expansión se desprecia la integral y se incluyen sólo un número limitado de términos en la suma.

Otra representación de la función de Green de partícula independiente, presentada como válida sólo para potenciales centrales de rango finito, está dada por la expansión de Mittag-Leffler [BGG78] [Ro83]:

$$g(r,r';k) = \sum_n \frac{w_n(r,k_n)\tilde{w}_n^*(r',k_n)}{2k_n(k-k_n)} \quad (3.89)$$

donde la suma se realiza sobre todos los polos. Esta expresión contiene un conjunto infinito de estados discretos pero con fines prácticos la serie debe ser truncada y, de esta manera, el método se transforma en aproximado. En presencia de un potencial de largo alcance, el corte de la serie a un número finito de estados sería equivalente a despreciar la contribución de una integral sobre un contorno complejo [BGG78].

Para calcular la función de respuesta de la ecuación (3.78), usando una interacción separable (ecuación (3.83)), la función de Green está dada por la (3.80). La función de respuesta toma la forma expresada en (3.84) y, por lo tanto, la cantidad relevante es la función de respuesta desnuda $R^{(0)}$. Para una interacción de multipolaridad λ , es:

$$R^{(0)}(\lambda; E) = \sum_{ph} |M(ph; \lambda)|^2 \int dr dr' \phi_h(r) f_\lambda^*(r) \cdot [g_p(r, r'; E + \epsilon_h) + g_p(r, r'; -E + \epsilon_h)] \cdot \phi_h(r') f_\lambda(r') \quad (3.90)$$

con p y h se rotulan estados de partícula y agujero respectivamente y g_p es la función de Green de partícula independiente. La cantidad $M(ph; \lambda)$ es:

$$M(ph; \lambda) = (-1)^{j_p + \frac{1}{2}} i^{l_p - l_h + \lambda} \hat{j}_p \hat{\lambda} \hat{j}_h \begin{pmatrix} j_p & \lambda & j_h \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (3.91)$$

donde se ha usado la condición de paridad $(-1)^{l_p + l_h - \lambda} = 1$. La expresión exacta de $R^{(0)}$ se obtiene utilizando en la ecuación (3.90) la expresión de g_p dada por (3.85). Si se utiliza la expansión de Berggren (3.88) despreciando la integral, ya que en la suma se consideran los estados resonantes, se obtiene la misma aproximación que lleva a la RRPA. La forma de Mittag-Leffler se obtiene introduciendo la expresión de g_p dada por (3.89).

Se ha considerado el caso de un potencial cuadrado incluyendo una interacción coulombiana de largo alcance que puede ser resuelto analíticamente y simula el potencial en que se hallan los nucleones en el núcleo [VCL90]. Usando este modelo se estudiaron las funciones de respuesta correspondientes a excitaciones de partícula independiente y de partícula-agujero. Se realizó la evaluación exacta de la función de respuesta y luego se evaluó la función de Green utilizando las aproximaciones de Berggren y de Mittag-Leffler. La idea que subyace en la expansión de Berggren es que las resonancias físicas, es decir, las que se manifies-

tan en la función de respuesta, son limitadas. Por lo tanto, si se elige el camino de integración suficientemente lejos del eje real, sólo afecta el fondo correspondiente al continuo.

En el caso del cálculo de la función de respuesta para excitaciones de partícula independiente, se ha encontrado [VCL91] que los resultados de ambos desarrollos (Berggren y Mittag-Leffler) concuerdan con los resultados exactos si se utiliza en ellos un número grande de términos. Este hecho no es sorprendente ya que la parte resonante de la función de respuesta está determinada por sus polos complejos. En realidad, en este caso simple de excitaciones de partícula independiente se espera que sólo la inclusión de términos relevantes, es decir, aquellos con polos próximos a las resonancias sean suficientes para describir la función de respuesta en las proximidades de las mismas. Respecto a este punto, aún incluyendo en las expansiones un sólo término, suficientemente próximo a la resonancia, se obtuvo un acuerdo excelente con los resultados exactos en esta región. Asimismo, se encontró que la expansión de Mittag-Leffler reproduce los resultados exactos tanto para neutrones como para protones; lo cual es una prueba numérica de la validez de esta expansión para la interacción coulombiana. A partir de este hecho se abren nuevas posibilidades para la aplicación de la expansión mencionada a problemas nucleares.

En el caso de la función de respuesta de partícula-agujero se utilizó, en ambas aproximaciones, el propagador de partícula independiente como en el primer caso. Un objetivo importante de estos cálculos aproximados fue investigar la posibilidad de obtener las energías de las resonancias en una forma rápida y con una precisión razonable. Por lo tanto, se utilizó en las expansiones un número muy

limitado de términos. La concordancia entre los resultados exactos y las aproximaciones para estos casos indican que para excitaciones de partícula-agujero, es suficiente considerar en las expansiones términos próximos en energías a la región resonante. Como en el caso de partícula independiente, las aproximaciones concuerdan con los resultados exactos en la región resonante, sin embargo, no reproducen bien el fondo.

Asimismo, se han calculado los anchos parciales de decaimiento de partícula-agujero en la aproximación de la RPA incluyendo el continuo en forma exacta [SB75] [LVG76] en un pozo de potencial cuadrado más un término coulombiano y usando una interacción residual separable. Los resultados se compararon con los obtenidos utilizando las expansiones de Berggren y Mittag-Leffler para la función de Green de partícula independiente [VCL91], encontrándose que los resultados aproximados presentan una buena concordancia con los exactos (con un error dentro del 10%).

En conclusión, las expansiones truncadas de Berggren y Mittag-Leffler pueden reproducir los resultados exactos obtenidos con la RPA que incluye el continuo. Tanto la función de respuesta como los anchos parciales de escape pueden ser calculados mediante estas expansiones.

III.5 Renormalización de estados de partícula independiente en la Teoría de Campos Nuclear.

En esta sección se expondrá el formalismo que permite la renormalización de estados fermiónicos. En principio, es una generalización de la suma que implica la inclusión de las contribuciones de Hartree-Fock en la definición de estados de partícula independiente. En el caso que se considera, los diagramas que se incluyen describen sucesivas interacciones de un fermión con un fonón (Figura 3.2). Por lo tanto, las líneas fermiónicas se transforman en fermiones "vestidos" que forman parte del espectro nuclear. La sobrecompletitud de la base así construida se trata de acuerdo a las reglas de la Teoría de Campos Nuclear (NFT). En consecuencia, este caso es una generalización de la NFT (que trata estados compuestos de partícula-agujero en términos de bosones elementales) al caso en el cual la mezcla de excitaciones de partícula y partícula-bosón se trata en términos de modos fermiónicos elementales [BDP77].

La ecuación de Dyson correspondiente a los procesos en los cuales un fermión emite y consecutivamente absorbe un fonón es [BDP77]:

$$G(lj, t' - t) = G_{HF}(j, t' - t) \delta_{jl} - \sum_{pqn} \Lambda^*(jp, n) \Lambda(qp, n) \cdot \int d\tau d\tau' G_{HF}(j, \tau - t) G_{HF}(p, \tau' - \tau) G_B(n, \tau' - \tau) G(lq, t' - \tau'), \quad (3.92)$$

donde

$$\begin{aligned}
G(lj,t) &= \langle 0|T\{c_l(t)c_j^+(0)\}|0\rangle = \\
&= \sum_a \langle 0|c_l|a\rangle \langle a|c_j^+|0\rangle e^{-iE_a t} \theta(t) - \\
&\quad - \sum_r \langle 0|c_j^+|r\rangle \langle r|c_l|0\rangle e^{-iE_r t} \theta(-t)
\end{aligned} \tag{3.93}$$

es el propagador de un fermión "vestido", y

$$\begin{aligned}
G_{HF}(j,t) &= (1-n_j)e^{-i\varepsilon_j t} \theta(t) - n_j e^{-i\varepsilon_j t} \theta(-t), \\
G_B(n,t) &= e^{-i\omega_n t} \theta(t) + e^{i\omega_n t} \theta(-t)
\end{aligned} \tag{3.94}$$

son los propagadores de un fermión "desnudo" (en la aproximación de Hartree-Fock) y de un fonón respectivamente y n_j ($=0,1$) es el número de ocupación del estado j , $\Lambda(jp,n)$ son los vértices de partícula-fonón y

$$\Lambda^*(pj,n) = \Lambda(jp,n) \tag{3.95}$$

donde (j,p) corresponden a las líneas fermiónicas que salen y entran del vértice respectivamente.

Los estados intermedios $|a\rangle$ ($|r\rangle$) corresponden a sistemas donde se ha agregado (removido) una partícula de la capa cerrada. En el límite en que estos estados son del tipo partícula independiente, el propagador "vestido" $G(lj,t)$ tiende al propagador "desnudo" $\delta_{jl}G_{HF}(j,t)$ y las energías E_a , E_r de los estados intermedios se reducen a las energías de partícula independiente ε_j .

Gráficamente, un conjunto de diagramas en los que una línea fermiónica emite y subsecuentemente absorbe un fonón (repetiendo este proceso un número creciente de veces) se reemplaza por un diagrama simple con una línea fermiónica "vestida" que se representa mediante una línea recta con dos flechas

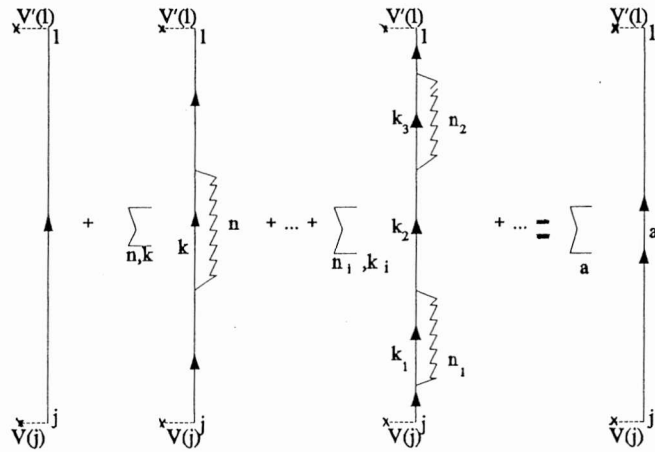


Figura 3.2 Propagación de una línea fermiónica, teniendo en cuenta la emisión y sucesiva absorción de un fonón.

(Figura 3.2). La línea se rotula con un número cuántico j , correspondiente al estado inicial de partícula independiente, y por otro l , correspondiente al estado final; estos estados pueden encontrarse debajo o sobre el nivel de Fermi. Asimismo, se incluye una suma sobre el número a (r) indicando el estado intermedio. La línea se crea en el vértice $V(j)$ y se aniquila en $V'(l)$.

Los vértices correspondientes a los operadores de creación y aniquilación de una partícula están dados por las amplitudes $\langle a | c_j^+ | 0 \rangle$ y $\langle r | c_j | 0 \rangle$ respectivamente, donde el estado j puede encontrarse debajo o sobre el nivel de Fermi. Integrando y transformando por Fourier la expresión (3.92) se llega a la ecuación:

$$\begin{aligned}
\sum_a \frac{\langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_j^+|0\rangle}{k-E_a} &= \delta_{jl} \frac{1-n_j}{k-\varepsilon_j} + \sum_{pqn} \Lambda^*(jp,n)\Lambda(qp,n) \\
&\cdot \left\{ (1-n_p) \left[\frac{1-n_j}{(\varepsilon_{jp}-\omega_n)(k-\varepsilon_j)} \left(\sum_a \frac{\langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_q^+|0\rangle}{\varepsilon_j-E_a} + \sum_r \frac{\langle 0|c_q^+|r\rangle\langle r|c_l|0\rangle}{\varepsilon_j-E_r} \right) + \right. \right. \\
&+ \frac{1}{(\varepsilon_{jp}-\omega_n)(k-\varepsilon_p-\omega_n)} \left(\sum_a \frac{\langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_q^+|0\rangle}{E_a-\varepsilon_p-\omega_n} + \sum_r \frac{\langle 0|c_q^+|r\rangle\langle r|c_l|0\rangle}{E_r-\varepsilon_p-\omega_n} \right) + \\
&+ \left. \sum_a \frac{\langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_q^+|0\rangle}{(k-E_a)(E_a-\varepsilon_j)(E_a-\varepsilon_p-\omega_n)} \right] + \\
&+ n_p \left[\frac{1-n_j}{(\varepsilon_{jp}+\omega_n)(k-\varepsilon_j)} \left(\sum_a \frac{\langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_q^+|0\rangle}{\varepsilon_j-E_a} + \sum_r \frac{\langle 0|c_q^+|r\rangle\langle r|c_l|0\rangle}{\varepsilon_j-E_r} \right) + \right. \\
&+ \left. \sum_a \frac{\langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_q^+|0\rangle}{(k-E_a)(E_a-\varepsilon_j)(E_a+\omega_n-\varepsilon_p)} \right\}, \tag{3.96}
\end{aligned}$$

donde $\varepsilon_{jp} = \varepsilon_j - \varepsilon_p$.

En los polos $k=E_a, E_r$, se satisfacen las ecuaciones homogéneas

$$\begin{aligned}
(E_a - \varepsilon_j)\langle a|c_j^+|0\rangle &= \sum_{pqn} \Lambda^*(jp,n)\Lambda(qp,n)\langle a|c_q^+|0\rangle \left(\frac{1-n_p}{E_a-\varepsilon_p-\omega_n} + \frac{n_p}{E_a-\varepsilon_p+\omega_n} \right), \\
(E_r - \varepsilon_j)\langle 0|c_j^+|r\rangle &= \sum_{pqn} \Lambda^*(jp,n)\Lambda(qp,n)\langle 0|c_q^+|r\rangle \left(\frac{1-n_p}{E_r-\varepsilon_p-\omega_n} + \frac{n_p}{E_r-\varepsilon_p+\omega_n} \right). \tag{3.97}
\end{aligned}$$

Por lo tanto las energías E_a y E_r están dadas por las raíces del determinante

$$0 = \det((\varepsilon_j - E)\delta_{jl} + \sum_{pq} \Lambda^*(jp,n)\Lambda(qp,n) \left(\frac{1-n_p}{E-\varepsilon_p-\omega_n} + \frac{n_p}{E-\varepsilon_p+\omega_n} \right)). \tag{3.98}$$

En los polos correspondientes a $k=\varepsilon_j$, la ecuación (3.96) toma la forma:

$$\delta_{jl} = \sum_{pqn} \Lambda^*(jp,n)\Lambda(qp,n) \left(\frac{1-n_p}{\varepsilon_{pj}-\omega_n} + \frac{n_p}{\varepsilon_{pj}-\omega_n} \right) \cdot \left(\sum_a \frac{\langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_q^+|0\rangle}{\varepsilon_j-E_a} + \sum_r \frac{\langle 0|c_q^+|r\rangle\langle r|c_l|0\rangle}{\varepsilon_j-E_r} \right). \quad (3.99)$$

Finalmente, en los polos $k=\varepsilon_p+\omega_n$ y $k=\varepsilon_p-\omega_n$ se obtiene, respectivamente

$$0 = (1-n_p) \sum_q \frac{\Lambda^*(jp,n)\Lambda(qp,n)}{\varepsilon_{pj}+\omega_n} \left(\sum_a \frac{\langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_q^+|0\rangle}{E_a-\varepsilon_p-\omega_n} + \sum_r \frac{\langle 0|c_q^+|r\rangle\langle r|c_l|0\rangle}{E_r-\varepsilon_p-\omega_n} \right),$$

$$0 = n_p \sum_q \frac{\Lambda^*(jp,n)\Lambda(qp,n)}{\varepsilon_{pj}-\omega_n} \left(\sum_a \frac{\langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_q^+|0\rangle}{E_a-\varepsilon_p+\omega_n} + \sum_r \frac{\langle 0|c_q^+|r\rangle\langle r|c_l|0\rangle}{E_r-\varepsilon_p+\omega_n} \right). \quad (3.100)$$

Trabajando con las ecuaciones (3.99), (3.100) y (3.97) se llega a

$$\delta_{jl} = \sum_{pqn} \Lambda^*(jp,n)\Lambda(qp,n) \left(\sum_a \frac{\langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_q^+|0\rangle}{\varepsilon_j-E_a} \left(\frac{1-n_p}{\varepsilon_p-E_a+\omega_n} + \frac{n_p}{\varepsilon_p-E_r-\omega_n} \right) \right. \\ \left. + \sum_r \frac{\langle 0|c_q^+|r\rangle\langle r|c_l|0\rangle}{\varepsilon_j-E_r} \left(\frac{1-n_p}{\varepsilon_p-E_r+\omega_n} + \frac{n_p}{\varepsilon_p-E_r-\omega_n} \right) \right) = \\ = \sum_a \langle 0|c_l|a\rangle\langle a|c_j^+|0\rangle + \sum_r \langle 0|c_j^+|r\rangle\langle r|c_l|0\rangle, \quad (3.101)$$

con lo que se ha obtenido la regla de suma habitual para una partícula

$$\langle 0|\{c_l, c_j^+\}|0\rangle = \delta_{jl}.$$

Otra regla de suma familiar se obtiene sumando las dos ecuaciones (3.100) y usando la ecuación (3.97),

$$\begin{aligned}
0 &= \sum_{pqn} \Lambda^*(jp,n)\Lambda(qp,n) \left(\sum_a \langle 0|c_l|a\rangle \langle a|c_q^+|0\rangle \left(\frac{1-n_p}{E_a-\varepsilon_p-\omega_n} + \frac{n_p}{E_a-\varepsilon_p+\omega_n} \right) \right. \\
&\quad \left. + \sum_r \langle 0|c_q^+|r\rangle \langle r|c_l|0\rangle \left(\frac{1-n_p}{E_r-\varepsilon_p-\omega_n} + \frac{n_p}{E_r-\varepsilon_p+\omega_n} \right) \right) = \\
&= \sum_a \langle 0|c_l|a\rangle \langle a|c_j^+|0\rangle (E_a-\varepsilon_j) + \sum_r \langle 0|c_j^+|r\rangle \langle r|c_l|0\rangle (E_r-\varepsilon_j).
\end{aligned} \tag{3.102}$$

Esta condición es de la forma

$$\varepsilon_j \delta_{jl} = \sum_a E_a \langle 0|c_l|a\rangle \langle a|c_j^+|0\rangle + \sum_r E_r \langle 0|c_j^+|r\rangle \langle r|c_l|0\rangle$$

que expresa la conservación de la regla de suma pesada en energías para procesos de transferencia de un cuerpo.

En la Figura 3.3 se muestran los vértices desnudos del operador número. La suma de los tres gráficos de la Figura 3.4 lleva a la condición de normalización

$$\begin{aligned}
\delta_{a,a'} &= \sum_j \langle a|c_j^+|0\rangle \langle 0|c_j|a\rangle + \sum_{pn} \frac{\sum_j \Lambda^*(pj,n) \langle a|c_j^+|0\rangle \sum_j \Lambda(pj,n) \langle 0|c_j|a'\rangle}{(E_a-\varepsilon_p-\omega_n)(E_{a'}-\varepsilon_p-\omega_n)} (1-n_p) \\
&\quad + \sum_{pn} \frac{\sum_j \Lambda(jp,n) \langle a|c_j^+|0\rangle \sum_j \Lambda^*(jp,n) \langle 0|c_j|a'\rangle}{(E_a-\varepsilon_p+\omega_n)(E_{a'}-\varepsilon_p+\omega_n)} n_p,
\end{aligned} \tag{3.103a}$$

$$\delta_{r,r'} = \sum_j \langle r|c_j|0\rangle \langle 0|c_j^\dagger|r'\rangle + \sum_{pn} \frac{(\sum_j \Lambda^*(jp,n)\langle r|c_j|0\rangle)(\sum_j \Lambda(jp,n)\langle 0|c_j^\dagger|r'\rangle)}{(E_r - \epsilon_p + \omega_n)(E_{r'} - \epsilon_p + \omega_n)} n_p$$

$$+ \sum_{pn} \frac{(\sum_j \Lambda(pj,n)\langle r|c_j|0\rangle)(\sum_j \Lambda^*(pj,n)\langle 0|c_j^\dagger|r'\rangle)}{(E_r - \epsilon_p - \omega_n)(E_{r'} - \epsilon_p - \omega_n)} (1 - n_p).$$

(3.103b)

El procedimiento descrito mezcla un fermión "desnudo" con un fermión "desnudo" más un estado de bosón. Cualquier línea fermiónica intermedia se puede reemplazar por una línea fermiónica "vestida" y así se tiene en cuenta un subconjunto de diagramas de mayor orden. No se incluyen los diagramas en los que la partícula y el fonón comienzan y terminan en el mismo punto sin interactuar con otras líneas, que es análogo a la regla de la NFT que elimina los diagramas que contienen burbujas.

El cuadrado de la amplitud del estado final no perturbado está dado por la derivada de la energía final E con respecto a la energía no perturbada [BDS77]

$$X^2(k,n) = \frac{dE}{d(\epsilon_k + \omega_n)} = 0,$$

(3.104)

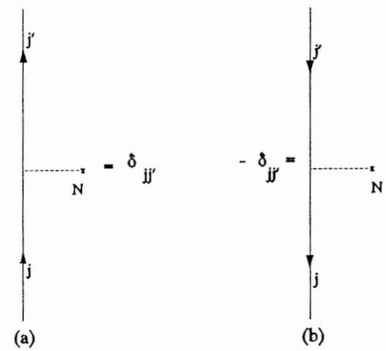


Figura 3.3 Vértices del operador número.

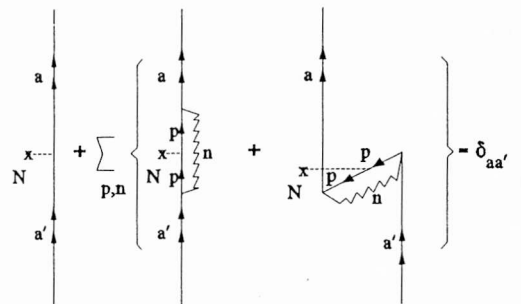


Figura 3.4 Representación gráfica del elemento de matriz del operador número entre estados "vestidos".

que lleva a la condición de normalización

$$1 = \sum_{jl} \Lambda^*(jk,n)\Lambda(lk,n) \left(\sum_a \frac{\langle 0|c_j|a\rangle\langle a|c_l^+|0\rangle}{(\epsilon_k + \omega_n - E_a)^2} + \sum_r \frac{\langle 0|c_j^+|r\rangle\langle r|c_l|0\rangle}{(\epsilon_k + \omega_n - E_r)^2} \right). \quad (3.105)$$

La ecuación (3.99) expresa la condición de normalización para estados de partícula (j,j') mientras que la ecuación (3.105) corresponde a la condición de normalización de estados de partícula-fonón $|k,n\rangle$.

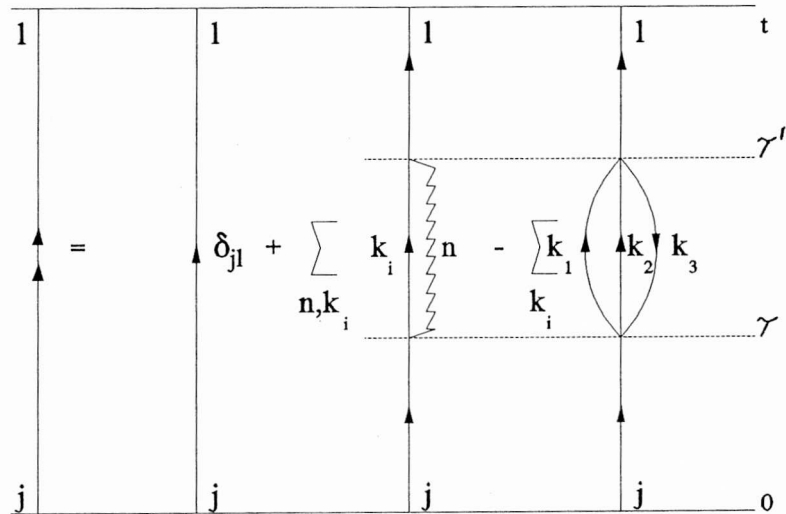


Figura 3.5 Corrección a la ecuación (3.92) cuando se incluye el término de intercambio de dos cuerpos en la definición del fonón.

Las técnicas presentadas, asociadas al tratamiento de la interacción partícula-fonón, son independientes del origen del fonón. Sin embargo, si los fonones son sólo formalmente independientes de los grados de libertad fermiónicos (como en el caso de la NFT), y si se utilizan las componentes directas y de intercambio de la interacción de dos cuerpos en la definición del bosón, el núcleo (3.92) debe ser complementado con una contribución negativa que representa la

propagación de un triplete libre de dos partículas-un agujero entre los tiempos τ y τ' [BBD74] como se muestra en la Figura 3.5.

III.6 Tratamiento de las excitaciones colectivas en el formalismo de la NFT con la inclusión de estados de Gamow. Modelo esquemático.

Los modos de excitación elementales de los núcleos están compuestos en parte por excitaciones colectivas (bosónicas) y en parte por modos descritos por el movimiento de partículas independientes (grados de libertad fermiónicos). El potencial asociado a las vibraciones de la densidad nuclear da lugar al acoplamiento partícula-fonón; el sistema acoplado resultante de partículas y bosones constituye una Teoría de Campos Nuclear (NFT) que es empleada en el estudio de las interrelaciones de estas excitaciones elementales en los estados físicos del núcleo. En cuanto al acoplamiento partícula-fonón, se quiere estudiar la aplicabilidad de la NFT a una base que incluya estados de Gamow y estados ligados. Con este objetivo se analizó un modelo esquemático consistente en dos niveles de partícula independiente, con una separación en energía de 2ε , cada uno con degeneración 2Ω , y con una fuerza monopolar efectiva que acopla partículas entre los dos niveles. El nivel que se encuentra por encima del nivel de Fermi

corresponde a un estado de Gamow con parte imaginaria constante (δ). El hamiltoniano correspondiente a este sistema es

$$H = H_{sp} + H_{int} \quad (3.106)$$

donde

$$H_{sp} = \sum_{\substack{\sigma=\pm 1 \\ m}} \varepsilon_{\sigma} a_{m\sigma}^{+} a_{m\sigma} \quad (3.107)$$

y

$$H_{int} = -\chi V \Omega (A_1^{+} A_1 + A_1 A_1^{+}) \quad (3.108)$$

$$A_1^{+} = \frac{1}{\sqrt{2\Omega}} \sum_m a_{m1}^{+} a_{m-1} .$$

El índice $\sigma = \pm 1$ rotula los dos niveles mientras que m rotula los estados degenerados de cada nivel. La intensidad del acoplamiento monopolar está dada por V y ε_{σ} es la energía de los niveles de partícula independiente.

Se calculó la energía correspondiente a un estado de una partícula más un fonón. La energía del fonón y los vértices de acoplamiento se calcularon mediante la RRPA obteniéndose

$$\omega_1 = \varepsilon \left(1 - \frac{2\chi\Omega V}{\varepsilon}\right) - i\delta \quad \Lambda_1 = -\sqrt{2\Omega}\chi V \quad (3.109)$$

$$\omega_i = \varepsilon - i\delta \quad \Lambda_i = 0 \quad (i=2,3,\dots,2\Omega).$$

La parte real de ω_i ($i=1,2,\dots,2\Omega$) coincide con el valor obtenido para la energía de un fonón en el caso en que el nivel de partícula corresponda a un estado ligado de energía $\varepsilon/2$, mientras que la parte imaginaria es proporcional al ancho del estado de partícula independiente; asimismo, los vértices de acoplamiento son reales y toman

el mismo valor que en el caso de este modelo en la representación de estados ligados.

La energía del estado que comprende una partícula más un fonón del tipo $i=1$ es, a orden cero

$$E_0(m,1;n=1) = \frac{1}{2}\epsilon - i\delta + \omega_1 . \quad (3.110)$$

La primera corrección a esta energía está dada por el diagrama A de la Figura 3.6. Iterando este diagrama se llega a la expresión de la energía final E:

$$E - E_0 = A \sum_n a^n = \frac{A}{1-a}$$

donde

$$A = \frac{4\Omega V^2}{3\epsilon - 2i\delta - 2E}$$

y

$$a = -\frac{2V}{3\epsilon - 2i\delta - 2E} .$$

Evidentemente, la energía E es compleja; sus partes reales e imaginarias son respectivamente

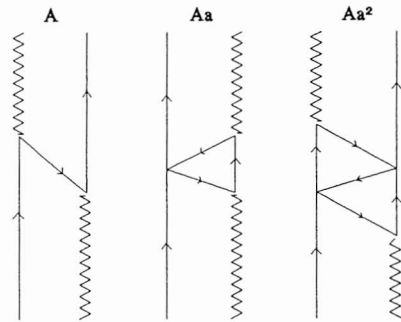


Figura 3.6 Diagramas que describen la interacción entre un fermión y un bosón colectivo.

$$\begin{aligned}
E_R &= \frac{1}{2}(2\varepsilon + V + \omega_R) \pm \\
&\pm \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{(\varepsilon - \omega_R + V)^2 - 8\Omega V^2 - \delta^2 + \sqrt{[(\varepsilon - \omega_R + V)^2 - 8\Omega V^2 - \delta^2]^2 + 4\delta^2[7V - 5\omega_R - 10\varepsilon]^2}} \\
E_I &= -\frac{3}{2}i\delta \mp \\
&\mp \frac{1}{2\sqrt{2}} \frac{2\delta(7V - 5\omega_R - 10\varepsilon)}{\sqrt{(\varepsilon - \omega_R + V)^2 - 8\Omega V^2 - \delta^2 + \sqrt{[(\varepsilon - \omega_R + V)^2 - 8\Omega V^2 - \delta^2]^2 + 4\delta^2[7V - 5\omega_R - 10\varepsilon]^2}}
\end{aligned} \tag{3.111}$$

De estas expresiones se observa que la parte imaginaria de la energía tiende a cero, cuando δ tiende a cero, mientras que la parte real coincide con los valores para la energía obtenidos en una representación de estados ligados [BBD74]. Asimismo, la expresión para la norma

$$\begin{aligned}
N(E) &= 1 - \frac{8\Omega V^2}{(3\varepsilon - 2i\delta - 2E)(3\varepsilon - 2i\delta - 2E + 2V)} \\
&\cdot \left[1 - \frac{2V}{3\varepsilon - 2i\delta - 2E + V} \right]
\end{aligned} \tag{3.112}$$

coincide con la expresión para la representación de estados ligados cuando δ tiende a cero.

A partir de estas consideraciones en cuanto a las expresiones (3.111) y (3.112) y su dependencia con el ancho del estado resonante de partícula independiente, en particular el hecho que E_I tiende a cero cuando δ tiende a cero llevando a las expresiones conocidas para este modelo esquemático en la representación de estados ligados, permite concluir que la NFT puede ser aplicada a una base que incluya estados ligados y estados de Gamow. Con esta base completa se

renormalizarán estados de partícula a través del acoplamiento partícula-fonón.

III.7 Renormalización de estados de partícula

independiente incluyendo estados de Gamow. Caso realista.

Como se describió en la sección III.4, la expansión de la función de Green de partícula independiente en términos de estados de Gamow y estados ligados, es una buena aproximación a la función de Green exacta si se incluyen un número adecuado de resonancias en la expansión. Este hecho permite utilizar el conjunto de estados ligados y de Gamow como una representación, que se ha llamado representación de Berggren, para describir procesos nucleares.

El uso de la representación de Berggren para describir excitaciones de partícula-agujero resulta en un conjunto de ecuaciones muy similares a las de la RPA estándar (sección III.3), que se conocen como RPA resonante (RRPA). Se ha encontrado [CVL89] que las resonancias gigantes están construidas principalmente por estados de partícula independiente ligados o cuasi-ligados, lo que explica porqué las representaciones de estados ligados (como la del oscilador armónico) reproducen bien la posición de las transiciones electromagnéticas de las resonancias gigantes. Estas cantidades están determinadas por las componentes principales (ligadas). Las limitaciones de las representaciones de estados ligados se manifiestan

cuando se analizan cantidades directamente relacionadas con el continuo, como por ejemplo los anchos parciales de decaimiento, ya que en estos casos se debe incluir explícitamente el continuo [VGS90] [YA86]. Mediante la RRPA pueden realizarse convenientemente cálculos sobre los anchos de decaimiento como se describió en la sección III.5. A partir de estos resultados se extiende naturalmente el uso de la expansión de Berggren a excitaciones más complicadas. El caso más simple de excitaciones superiores a las de partícula-agujero son las excitaciones de dos partículas-un agujero. Estas excitaciones han sido estudiadas en relación a estados ligados; en particular, la NFT resulta adecuada para estudiar este tipo de excitaciones. El método desarrollado en la sección III.6 se ha extendido a fin de estudiar los anchos de decaimiento de partícula independiente (para estados de protón) en la representación de Berggren en la región del Pb.

En el modelo utilizado se considera como fuerza residual una interacción multipolar separable. El hamiltoniano se expresa:

$$H(\lambda) = \sum_p \varepsilon_p a_p^+ a_p - \frac{\kappa_\lambda}{2} \sum_\mu Q_{\lambda\mu} Q_{\lambda\mu}^+ \quad (3.113)$$

donde a_p^+ (a_p) corresponde al operador de creación (aniquilación) de un fermión y

$$Q_{\lambda\mu} = -\sum_{k,i} q(ki;\lambda) [\beta^+(ki;\lambda\mu) + (-)^{\lambda+\mu} \beta(ki;\lambda-\mu)]; \quad (3.114)$$

en esta expresión,

$$q(ki;\lambda) = \frac{\langle k||Q_\lambda||i \rangle}{\sqrt{2\lambda+1}(1+\delta_{ki})}$$

$$\beta^+(ki; \lambda \mu) = [a_k^+ a_i]_{\lambda \mu} = \sum_{m_k m_i} \langle km_k im_i | \lambda \mu \rangle a_{km_k}^+ (-)^{i-m_i} a_{i-m_i}.$$

El operador de creación de una excitación colectiva de partícula-agujero queda definido por

$$\Gamma_n^+(\lambda \mu) = \sum_{kzi} \{X_n(ki; \lambda) \beta^+(ki; \lambda \mu) - Y_n(ki; \lambda) (-)^{\lambda-\mu} \beta(ki; \lambda - \mu)\}. \quad (3.115)$$

Diagonalizando el hamiltoniano de la ecuación (3.113) mediante la aproximación de la RRPA se obtiene la relación de dispersión de la ecuación (3.75), es decir,

$$\frac{1}{\kappa_\lambda} = \sum_{ki} \frac{2(\epsilon_k - \epsilon_i) q(ki; \lambda)^2}{\Omega_n^2 - (\epsilon_k - \epsilon_i)^2}.$$

Las amplitudes "adelantadas" y "retrasadas" de la RPA son:

$$X_n(ki; \lambda) = \Lambda_n(\lambda) \frac{q(ki; \lambda)}{\Omega_n - (\epsilon_k - \epsilon_i)} \quad (3.116)$$

$$Y_n(ki; \lambda) = \Lambda_n(\lambda) \frac{q(ki; \lambda)}{\Omega_n + (\epsilon_k - \epsilon_i)}$$

$\Lambda_n(\lambda)$ corresponde a la función de vértice de la interacción

$$\Lambda_n(\lambda) = \kappa_\lambda \left\{ \sum_{ki} q(ki; \lambda)^2 \left[\frac{1}{(\Omega_n - (\epsilon_k - \epsilon_i))^2} - \frac{1}{(\Omega_n + (\epsilon_k - \epsilon_i))^2} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (3.117)$$

Los autovalores de energía (Ω_n), soluciones de las ecuaciones de la RRPA; se obtienen calculando los polos de la función de respuesta R(E), es decir,

$$R^{(0)}(\lambda, \Omega) = -\frac{1}{\kappa_\lambda} . \quad (3.118)$$

Con los residuos correspondientes se computan las funciones de vértice de la RRPA $\Lambda_n(\lambda)$ de la ecuación (3.117).

Los anchos de los estados de partícula independiente provienen, en el caso considerado, del acoplamiento con las excitaciones de partícula-agujero.

El hamiltoniano de interacción es:

$$H_{int}(\lambda) = -\frac{\kappa_\lambda}{2} \sum_\mu [(Q_{\lambda\mu})_{col} Q_{\lambda\mu}^+ + Q_{\lambda\mu} (Q_{\lambda\mu}^+)_{col}] \quad (3.119)$$

donde

$$(Q_{\lambda\mu})_{col} = -\frac{1}{\kappa_\lambda} \sum_n \Lambda_n(\lambda) [\Gamma_n^+(\lambda, \mu) + (-)^{\lambda-\mu} \Gamma_n(\lambda - \mu)]$$

y

$$[(Q_{\lambda\mu})_{col}, Q_{\lambda\mu}^+] = 0 .$$

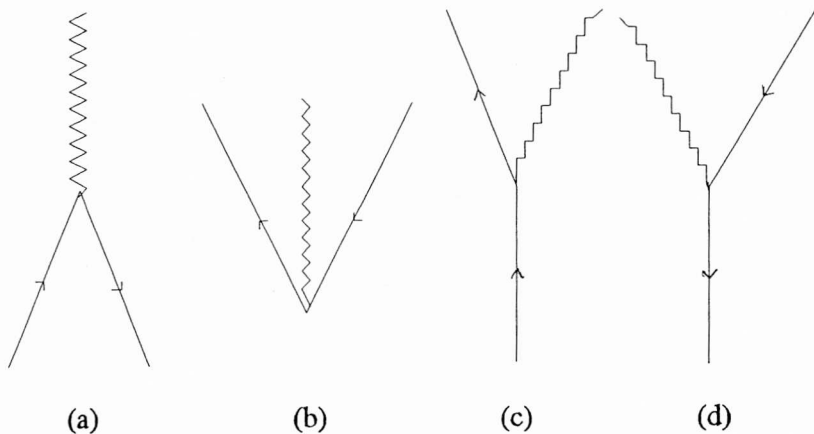


Figura 3.7 Representación gráfica, a primer orden, de los elementos de matriz del hamiltoniano de interacción H_{int} .

La representación gráfica de los elementos de matriz de este

hamiltoniano, a primer orden, se muestran en la Figura 3.7. Las expresiones

$$\langle n\lambda | H_{int} | ki; \lambda \rangle = -\Lambda_n(\lambda) q(ki; \lambda)$$

$$\langle 0 | H_{int} | n\lambda; ki; 00 \rangle = -(2\lambda + 1)^{\frac{1}{2}} \Lambda_n(\lambda) q(ki; \lambda)$$

$$\langle i_1 m | H_{int} | n\lambda, i_2; i_1 m \rangle = -\left(\frac{2\lambda + 1}{2i_1 + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \Lambda_n(\lambda) q(i_1 i_2; \lambda)$$

$$\langle k_1 m | H_{int} | n\lambda, k_2; k_1 m \rangle = \left(\frac{2\lambda + 1}{2k_1 + 1} \right)^{\frac{1}{2}} \Lambda_n(\lambda) q(k_1 k_2; \lambda)$$

corresponden a la Figura 3.7 (a), (b), (c) y (d) respectivamente.

A primer orden, las correcciones a las energías de partícula independiente, debido al acoplamiento a configuraciones intermedias de partícula-fonón, están dadas por los gráficos de la Figura 3.8 (a) y (b) que corresponden a la expresión:

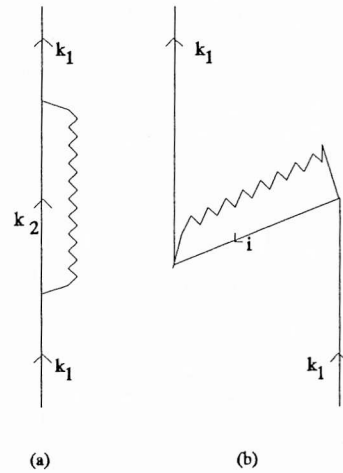


Figura 3.8 Gráficos que representan los procesos calculados a través de la ecuación (3.120).

$$\begin{aligned} \delta E(k_1) = & \sum_{\lambda, n} \frac{2\lambda + 1}{2k_1 + 1} \Lambda_n(\lambda)^2 \left\{ \sum_{k_2} \frac{q(k_1 k_2; \lambda)^2}{\varepsilon_{k_1} - \varepsilon_{k_2} - \Omega_\lambda(n)} + \right. \\ & \left. + \sum_i (-)^{k_1 + i + \lambda} \frac{q(k_1 i; \lambda)^2}{\varepsilon_{k_1} + \Omega_\lambda(n) - \varepsilon_i} \right\} \end{aligned} \quad (3.120)$$

donde con k_2 e i se rotulan los estados intermedios de partícula independiente, con λ los fonones de energía Ω_λ y n corresponde al número de raíces de la RRPA.

A la corrección de la ecuación (3.120) se le debe sustraer una

contribución debido a que se han incluido términos de intercambio en la definición de los elementos de matriz de dos cuerpos que aparecen en la función de respuesta. Esta contribución, correspondiente a los gráficos (a) y (b) de la Figura 3.9 tiene la siguiente forma:

$$\delta E_{interc}(k_1) = \frac{1}{4} \sum_{\lambda} \kappa_{\lambda}^2 \left\{ \sum_{k \geq k', i} \frac{q(ki; \lambda)^2 q(k_1 k'; \lambda)^2}{\epsilon_{k_1} - \epsilon_k - \epsilon_{k'} + \epsilon_i} + \sum_{i \geq i', k} (-)^{k_1 + k + \lambda} \frac{q(ki; \lambda)^2 q(k_1 i'; \lambda)^2}{\epsilon_{k_1} + \epsilon_k - \epsilon_i - \epsilon_{i'}} \right\}. \quad (3.121)$$

El acoplamiento con fonones de pares no ha sido considerado ya que para protones por encima de $Z=82$ estas mezclas son posibles sólo con estados de órbitas que están dos capas debajo del "carozo" y por lo tanto corresponden a denominadores de energías muy grandes.

Como se mencionó,

todas las cantidades relacionadas con las soluciones de la RRPA son complejas. Por lo tanto, la corrección $\delta E(k_1)$ a una línea externa de partícula independiente dada será, en general, compleja aún cuando corresponda a un estado ligado, siendo este el mecanismo que induce anchos aún en estados de partícula independiente bajos en energías. Que un estado ligado pueda adquirir un ancho se relaciona con el hecho de que la función de Green en el continuo ha sido reemplazada en este formalismo por el desarrollo de Berggren que incluye el continuo a través de los estados resonantes.

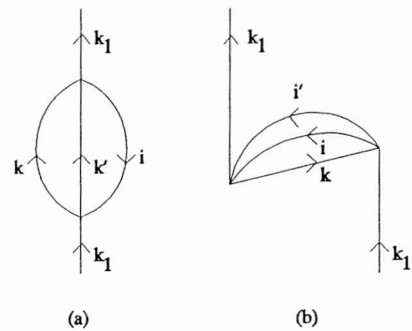


Figura 3.9 Gráficos que representan los procesos de la ecuación (3.121).

De esta manera, el acoplamiento de una partícula ligada con fonones de energía compleja abre la posibilidad de acceder al continuo a través de los anchos de estos fonones.

La base de partícula independiente que se utilizó en los cálculos está conformada por los estados que se muestran en la Tabla 3.1. Estos estados se obtuvieron mediante la utilización del programa GAMOW [VPB82] que resuelve la ecuación de Schrödinger para soluciones regulares en el origen y con condición de onda saliente en infinito. Asimismo, este programa permite la obtención de la parte radial de las funciones de onda de partícula independiente. Como potencial se consideró un potencial de Woods-Saxon con los siguientes parámetros: $a=0.75$ (0.70) fm, $r_0=1.19$ (1.27) fm y $V_0=66.0$ (44.4) MeV para protones y neutrones respectivamente. Los estados ligados obtenidos de esta manera son similares a los reportados en la literatura [BR85]; y los resonantes presentan el comportamiento típico esperado para las resonancias, es decir, la parte imaginaria de las energías es negativa como corresponde a los anchos de las resonancias. Los anchos calculados para los estados de protones no ligados muestran el efecto de la interacción coulombiana y resultan generalmente menores que los anchos correspondientes a los estados de neutrones. De la misma manera, los estados con momento angular alto presentan un valor más pequeño de la parte imaginaria debido a que la partícula queda atrapada por la barrera centrífuga. Para momentos angulares orbitales pares, los estados se encuentran a mayor energía cuando el momento angular crece; al mismo tiempo, los anchos también crecen como se puede ver en la Tabla 3.1. La misma característica se manifiesta para momentos angulares impares.

Los estados de partícula independiente que se muestran en la Tabla 3.1, que corresponden a la representación de Berggren se pueden considerar

N	Estado	ϵ_p [MeV]	ϵ_n [MeV]
0	0s _{1/2}	-37.656	-40.231
1	0p _{3/2}	-33.547	-36.328
1	0p _{1/2}	-32.926	-35.928
2	0d _{5/2}	-28.485	-31.749
2	0d _{3/2}	-27.075	-30.769
2	1s _{1/2}	-25.296	-29.622
3	0f _{7/2}	-22.671	-26.609
3	0f _{5/2}	-20.172	-24.782
3	1p _{3/2}	-18.320	-23.471
3	1p _{1/2}	-17.329	-22.695
4	0g _{9/2}	-16.232	-20.991
4	0g _{7/2}	-12.365	-18.058
4	1d _{5/2}	-11.038	-17.055
5	0h _{11/2}	-9.265	-14.960
4	1d _{3/2}	-9.098	-15.513
4	2s _{1/2}	-8.712	-15.299
5	0h _{9/2}	-3.784	-10.691
5	1f _{7/2}	-2.584	-10.487
6	0i _{13/2}	-1.684	-8.572
5	2p _{3/2}	-0.690	-8.355
5	1f _{5/2}	-0.518	-8.078
5	2p _{1/2}	0.491	-7.413
6	1g _{9/2}	4.028	-3.926
6	0i _{11/2}	5.434	-2.797
7	0j _{15/2}	5.960	-1.883
6	2d _{5/2}	6.748-i0.002	-2.072
6	3s _{1/2}	7.843-i0.037	-1.438
6	1g _{7/2}	8.087-i0.001	-0.768
6	2d _{3/2}	8.530-i0.028	-0.781
7	1h _{11/2}	11.390-i0.022	2.251-i0.026
7	3p _{3/2}	12.647-i1.888	
7	2f _{7/2}	12.748-i0.652	2.078-i0.875
7	3p _{1/2}	13.220-i2.502	
8	0k _{17/2}	14.066-i0.001	5.029-i0.001
7	2f _{5/2}	14.650-i1.566	2.698-i2.322
7	0j _{13/2}	15.086-i0.005	5.411-i0.009
7	1h _{9/2}	15.964-i0.393	5.403-i0.726
8	3d _{5/2}	16.615-i8.467	7.392-i13.206
8	4s _{1/2}	6.871-i11.907	7.206-i15.710
8	2g _{9/2}	17.844-i3.547	5.540-i6.376
8	3d _{3/2}	17.848-i10.932	
8	1i _{13/2}	18.143-i0.575	7.662-i1.038
8	2g _{7/2}	20.068-i6.638	8.343-i11.536
9	3f _{7/2}	20.509-i17.795	9.837-i19.000
9	3f _{5/2}	20.845-i16.660	
9	0l _{19/2}	22.343-i0.043	12.021-i0.093
8	1i _{11/2}	23.243-i2.520	11.330-i3.745
9	2h _{11/2}	23.403-i9.227	
9	1j _{15/2}	24.683-i2.309	13.224-i3.518
8	0k _{15/2}	24.819-i0.222	13.598-i0.424
8	3d _{1/2}		14.131-i18.919
10	0m _{21/2}	30.697-i0.314	19.116-i0.518
9	1j _{13/2}	30.849-i6.870	18.467-i9.957
10	1k _{17/2}	31.493-i5.298	19.463-i7.334
9	3f _{3/2}		20.605-i20.005
9	0l _{17/2}		22.138-i1.723
10	2i _{13/2}	32.485-i18.098	25.079-i20.060
9	0l _{17/2}	36.644-i1.229	
10	3g _{9/2}	35.886-i22.146	27.582-i23.760
10	2i _{11/2}	37.872-i21.765	28.334-i24.554
11	1l _{19/2}	38.960-i9.475	26.754-i12.176
11	0n _{23/2}	39.229-i1.007	26.492-i1.360

Tabla 3.1 Base de partícula independiente.

como una extensión natural de la base de partícula independiente del modelo de capas. Con esta representación se calculó la función de respuesta utilizando la RPA correspondiente a excitaciones multipolares con $\lambda^\pi=2^+, 3^-, 4^+$ en ^{208}Pb . Las constantes de acoplamiento

λ^π	ω_{exp} [MeV]	κ_λ [MeV]
2^+	4.085	3.04-i0.05
3^-	2.610	3.51-i0.00
4^+	4.320	2.35+i0.11

Tabla 3.2 Energías experimentales de los primeros estados excitados y constantes de acoplamiento.

to κ_λ , de la interacción residual de dos cuerpos V_λ correspondiente a la interacción separable de la ecuación (3.70), se ajustaron a fin de reproducir la energía observada para el primer estado excitado para cada una de las multipolaridades incluidas en el cálculo. Para los valores experimentales de estas energías en el ^{208}Pb se utilizaron los datos de la Tabla 3.2 [NDS86]. En esta tabla se muestran también las constantes de acoplamiento obtenidas. En cuanto a la dependencia radial del operador multipolar $Q_{\lambda\mu}$ de la ecuación (3.71), se ha considerado que toma un valor constante en la superficie nuclear. Este factor de forma se incluyó como $f_\lambda(r)=1$ para $6 \text{ fm} \leq r \leq 8 \text{ fm}$. Para la obtención de los elementos de matriz de la función de respuesta se utilizó el método de regularización descrito en la sección III.3 con el fin de tratar el carácter divergente de las resonancias de Gamow incluidas en la base de partícula independiente.

Las partes imaginarias de las energías de la RRPA están relacionadas con los anchos de las resonancias de partícula-agujero según la expresión (3.60) que indica que la parte imaginaria de la energía es igual a la mitad del ancho. Esta es una propiedad importante de la RRPA ya que la interacción residual induce la mezcla de configuraciones de partícula independiente en estados colectivos y cada

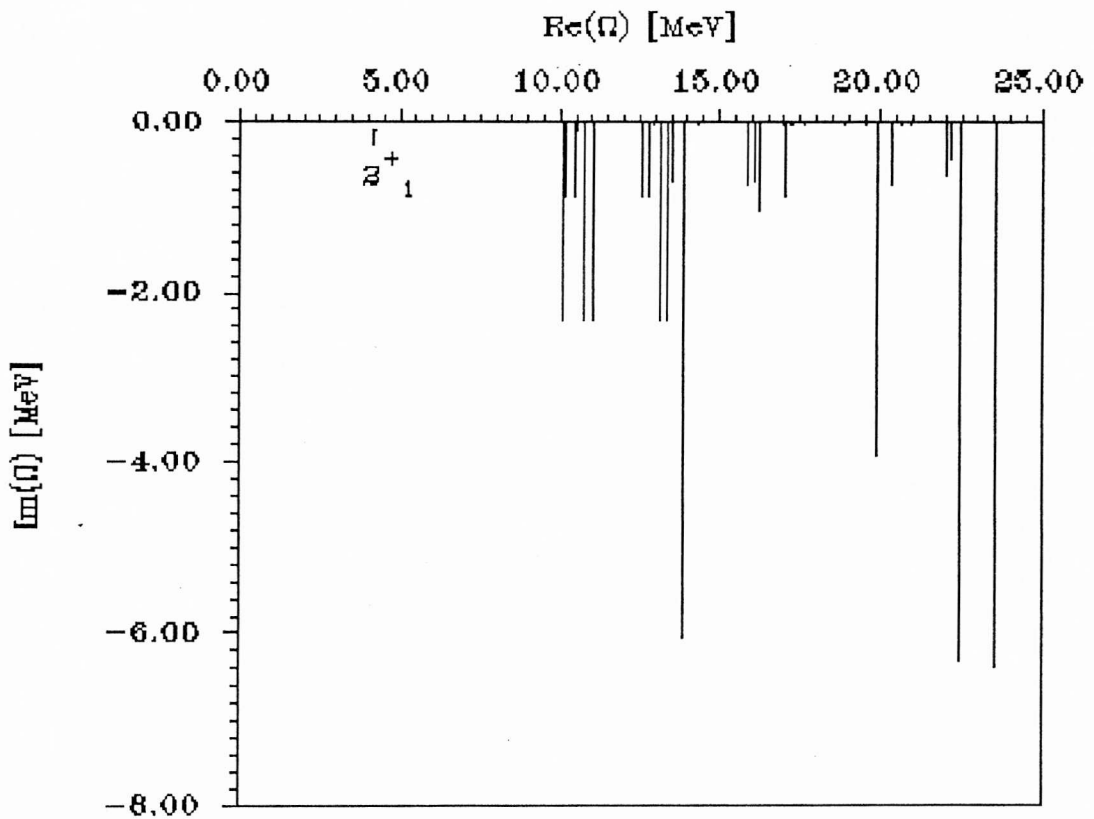


Figura 3.10 Partes reales e imaginarias del espectro de fonones RRPA para $\lambda \pi = 2^+$ en ^{208}Pb .

una de estas configuraciones contribuye con su propio ancho. En las Figuras 3.10, 3.11 y 3.12 se presenta la distribución de los anchos como función de la posición de los estados de la RRPA para excitaciones cuadrupolares, octupolares y hexadecapolares respectivamente. Los grandes anchos que se ven en estas figuras deben ser interpretados como la contribución del fondo continuo a las resonancias de partícula-agujero. Este fondo se debe en realidad a los anchos de partícula independiente no perturbados de la Tabla 3.1.

Algunos de los estados que se muestran en las Figuras 3.10, 3.11 y 3.12 presentan un ancho grande. A estos estados contribuyen principalmente configuraciones de partícula-agujero y no son colectivos. Si se considera el

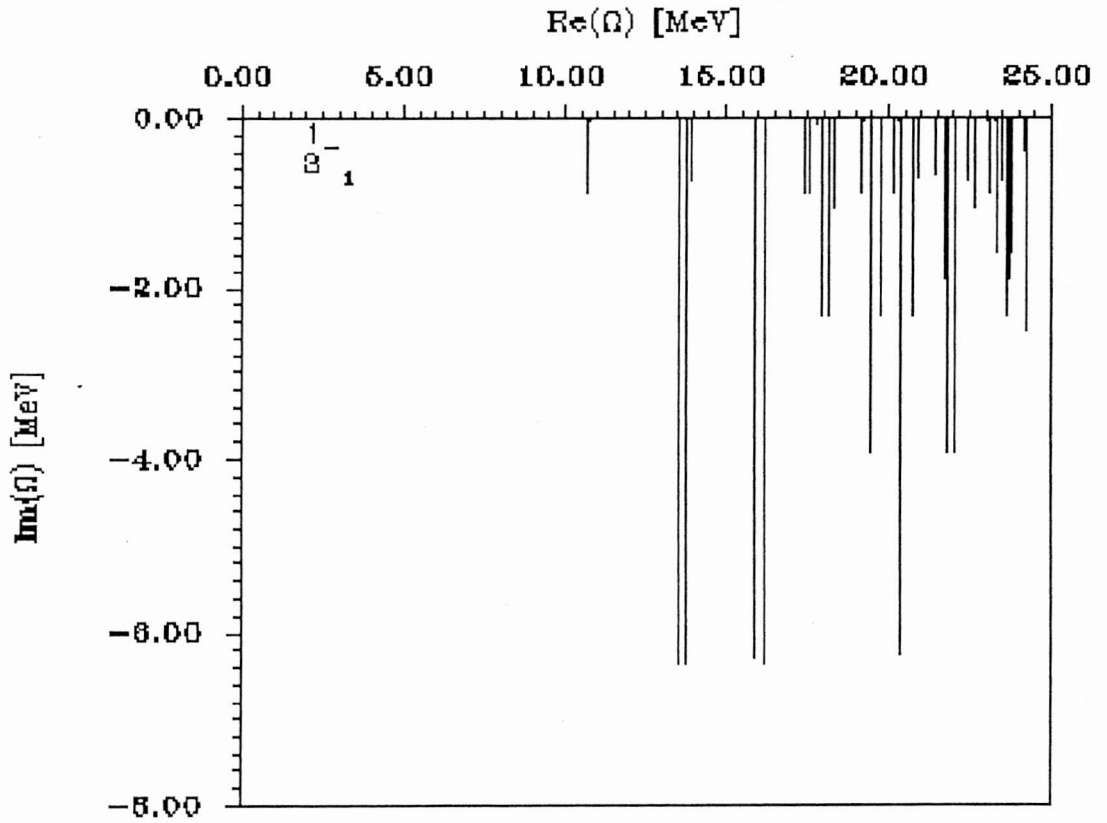


Figura 3.11 Partes reales e imaginarias del espectro de fonones RPA para $\lambda^* = 3^-$ para ^{208}Pb .

porcentaje de regla de suma isoescalar pesada en energía (EWSR) con que contribuyen cada uno de los estados de las Figuras 3.10, 3.11 y 3.12 se ve que los estados realmente colectivos presentan un ancho pequeño. Estos son los estados que contribuyen al corrimiento de energía de los estados de una partícula. En la Tabla 3.3 se muestran los porcentajes de EWSR de cada campo multipolar para los autovalores dominantes de la RPA. En general, los estados que agotan la mayor parte de la EWSR presentan un ancho pequeño, entre 10 y 15 MeV. Los porcentajes corresponden a las partes reales de la EWSR que son las que miden la concentración de intensidad multipolar en los estados bajo consideración ya que, como se mencionó en la sección 3.III la parte imaginaria de la EWSR está relacionada con la

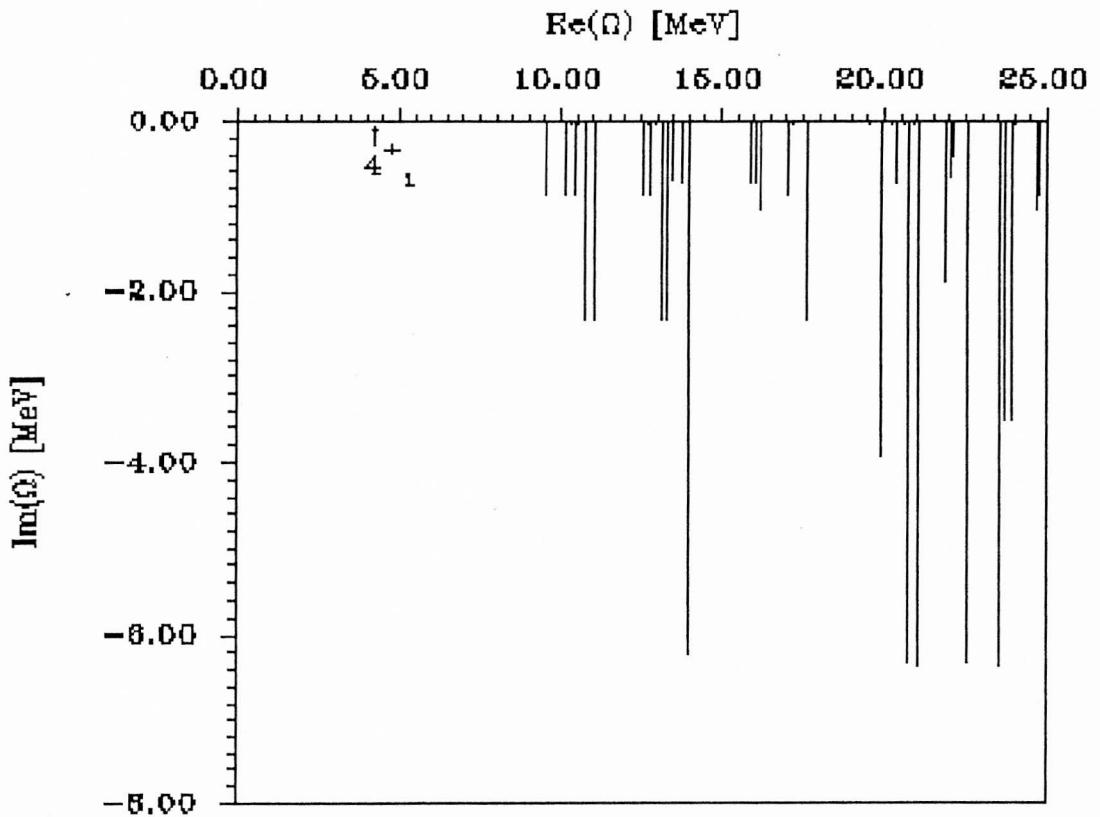


Figura 3.12 Partes reales e imaginarias del espectro de fonones RRPA para $\lambda^\pi=4^+$ en ^{208}Pb .

interferencia entre la resonancia y el fondo.

Se han calculado las correcciones a la energía de estados activos sobre la clausura de capas, para protones, usando los diagramas (a) de las Figuras 3.8 y 3.9 correspondientes al primer término de las ecuaciones (3.120) y (3.121). Como estados intermedios se han incluido todos los estados de partícula independiente de la Tabla 3.1 y todos los fonones que se muestran en la Figuras 3.10, 3.11 y 3.12 cuya parte imaginaria en valor absoluto no supere los 15 MeV. Los fonones de estados mayores son parte del continuo y su contribución al corrimiento de la energía es despreciable. Este hecho se ha chequeado incluyendo estados de partícula independiente hasta un ancho de 40 MeV en el cálculo y se ha encontrado que los

$\lambda^\pi=0^+$	E_{ph}	Ω_n	% EWSR
n(2f _{5/2} 1f _{5/2})	10.758-i2.322	10.705-i2.348	1.51
n(3s _{1/2} 2s _{1/2})	13.861	12.900	54.70
n(2d _{3/2} 1d _{3/2})	14.732	13.905	1.86
n(2d _{5/2} 1d _{5/2})	14.983	14.798-i0.001	1.00
n(1h _{9/2} 0h _{9/2})	16.094-i0.726	15.167-i0.012	3.65
$\lambda^\pi=2^+$	E_{ph}	Ω_n	% EWSR
n(1g _{9/2} 0i _{13/2})	4.646	4.085	7.23
p(1f _{7/2} 0h _{11/2})	6.681	6.365-i0.003	4.50
n(2f _{5/2} 1f _{5/2})	10.760-i2.320	10.500-i0.100	48.80
$\lambda^\pi=3^-$	E_{ph}	Ω_n	% EWSR
n(1g _{9/2} 1f _{5/2})	4.152	2.610	22.16
n(0i _{11/2} 1f _{5/2})	5.281	4.615	1.46
n(2f _{5/2} 2s _{1/2})	17.979-i2.322	17.888-i0.075	27.31
$\lambda^\pi=4^+$	E_{ph}	Ω_n	% EWSR
n(1g _{9/2} 0i _{13/2})	4.646	4.320	4.15
n(0i _{11/2} 0i _{13/2})	5.770	5.690	1.20
n(2d _{5/2} 0i _{13/2})	6.500	6.290-i0.001	4.12
n(1g _{7/2} 0i _{13/2})	7.800	7.600-i0.003	7.41
p(2p _{3/2} 0h _{11/2})	8.570	7.900-i0.001	2.94
n(1h _{11/2} 2p _{3/2})	10.610-i0.026	10.511-i0.020	2.00
n(1g _{9/2} 2s _{1/2})	11.370	11.180-i0.011	5.73
n(1g _{9/2} 1d _{3/2})	11.590	11.540-i0.002	1.31
n(2f _{7/2} 1f _{7/2})	12.580-i0.375	11.810-i0.016	8.17
n(0k _{17/2} 0g _{9/2})	26.020-i0.001	25.770-i0.020	1.47
p(2g _{9/2} 2s _{1/2})	26.556-i3.547	26.585-i0.069	4.96
n(2f _{5/2} 0f _{5/2})	27.462-i2.320	27.457-i0.390	2.00
n(1k _{17/2} 0i _{13/2})	28.035-i7.334	27.954-i7.342	1.29
p(0j _{15/2} 0f _{7/2})	28.631-i0.001	28.566-i0.018	1.00

Tabla 3.3 Configuraciones no perturbadas,energías no perturbadas (E_{ph} [MeV]),de excitación (Ω_n [MeV])y porcentajes de EWSR para los multipolos incluidos.

resultados discutidos no se ven afectados significativamente.

En primer lugar se ha calculado el corrimiento en la energía correspondiente a estados ligados, que deberían ser cantidades reales. Sin embargo, se espera que la renormalización de un estado ligado no perturbado mediante el acoplamiento de una excitación de partícula-agujero se traduzca en un valor grande de la parte imaginaria de la energía renormalizada, debido a la presencia de estados de Gamow como estados intermedios o a fonones que se hallan en el continuo (como las resonancias gigantes). Sin embargo, los cálculos realizados con una representación que incluye solamente estados ligados llevan a resultados que concuerdan con los datos experimentales [BM75]. Para entender en detalle el efecto de la inclusión de las resonancias de Gamow en este caso, se ha utilizado también una representación de estados ligados. Los resultados obtenidos en ambas representaciones se muestran en la Tabla 3.4. Como se puede observar en esta tabla, los cálculos predicen un corrimiento en la energía que es similar al obtenido en la representación de estados ligados. A partir del análisis de esta tabla merecen destacarse dos hechos relevantes: todos los estados intermedios contribuyen en forma coherente al corrimiento reflejando el carácter isoescalar de los estados vibracionales más bajos. Al mismo tiempo, las correspondientes contribuciones a los anchos son del orden de las decenas de keV y para algunos estados ($h_{9/2}$ y $f_{5/2}$) se observa una cancelación. Los valores correspondientes a las partes reales de los corrimientos son todos negativos lo que manifiesta que el espectro de estados ligados se ve comprimido por el acoplamiento partícula-fonón como se esperaba [BM75].

De la misma manera se calculó la variación en la energía de estados que se encuentran en la parte del espectro nuclear correspondiente al continuo. En este caso las partes imaginarias dan las correcciones a los anchos de

Estado	λ^π	$\text{Re}(\delta E_{\text{inter}})$	$\text{Im}(\delta E_{\text{inter}})$	δE_{inter}
$1f_{7/2}$	2^+	-0.100	-0.017	-0.118
	3^-	-0.123	-0.009	-0.227
	4^+	-0.278	-0.007	-0.299
	Total	-0.501	-0.033	-0.644
$0h_{9/2}$	2^+	-0.057	-0.001	-0.059
	3^-	-0.023	-0.001	-0.048
	4^+	-0.136	0.002	-0.152
	Total	-0.216	0.000	-0.259
$0i_{13/2}$	2^+	-0.111	-0.012	-0.141
	3^-	-0.110	-0.012	-0.141
	4^+	-0.310	0.007	-0.353
	Total	-0.531	-0.017	-0.635
$1f_{5/2}$	2^+	-0.223	-0.012	-0.231
	3^-	-0.091	0.002	-0.159
	4^+	-0.459	0.012	-0.541
	Total	-0.773	0.002	-0.931
$2p_{3/2}$	2^+	-0.160	-0.013	-0.199
	3^-	-0.067	-0.004	-0.117
	4^+	-0.510	-0.031	-0.604
	Total	-0.737	-0.048	-0.920

Tabla 3.4 Corrimientos de energías debidos al acoplamiento partícula-fonón. La última columna corresponde a una base de estados ligados. Los valores están dados en MeV.

los estados. En la Tabla 3.5 se presentan los resultados de los cálculos realizados

Estado	λ^π	Re($\delta E - \delta E_{int}$)	Im($\delta E - \delta E_{int}$)	$\delta E - \delta E_{int}$
$3p_{3/2}$	2^+	-0.000	0.017	-0.005
	3^-	0.007	0.005	-0.025
	4^+	0.031	0.040	-0.032
	Total	0.038	0.062	-0.062
$2f_{7/2}$	2_+	-0.014	0.005	-0.571
	3^-	-0.010	0.021	0.065
	4^+	-0.035	0.030	-0.100
	Total	-0.059	0.056	-0.606
$2f_{5/2}$	2^+	-0.016	0.012	0.012
	3^-	0.008	0.044	-0.043
	4^+	-0.005	0.135	-0.062
	Total	-0.013	0.191	-0.093

Tabla 3.5 Corrimiento de energías para estados de protón de alta energía. La última columna corresponde a una base con solamente estados ligados. Los valores están dados en MeV.

para estados que presentan un cierto ancho: $3p_{3/2}$, $2f_{7/2}$ y $2f_{5/2}$. En estos casos no se puede esperar que la representación que incluye sólo los estados ligados provea una buena descripción ya que corresponden a procesos nucleares donde el continuo debe ser incluido explícitamente, lo cual explica las diferencias entre los valores calculados con la representación de Berggren y la representación de estados ligados que se manifiesta en la Tabla 3.5. Se debe notar que, mientras que en la representación de Berggren los estados intermedios contribuyen en forma coherente al corri-

miento de la energía (como se observa también en la Tabla 3.4), la representación de estados ligados lleva a resultados que difieren en gran medida con los obtenidos en el caso anterior. La corrección a los anchos de partícula independiente que se muestran en la Tabla 3.5 son positivos en todos los casos. Esto significa que el acoplamiento partícula-fonón tiende a disminuir el ancho de las resonancias de partícula independiente.

Aunque estos resultados son cualitativamente correctos, dependen de las aproximaciones utilizadas para calcular las funciones de vértice para el acoplamiento partícula-fonón en cuanto a que se ha considerado una interacción separable del tipo multipolo-multipolo y a la utilización de la representación de Berggren para la inclusión del continuo.

A fin de obtener información cuantitativa sobre la aproximación, se computaron los factores espectroscópicos para la transferencia de una partícula mediante la expresión [BM69]:

$$S^2 = \frac{\langle j || a_j^+ || 0 \rangle^2}{(2j+1)} = \sum_m \langle jm | a_{jm}^+ | 0 \rangle^2 \quad (3.122)$$

En el orden más bajo del hamiltoniano de interacción, H_{int} , los dos gráficos que se muestran en la Figura 3.13 contribuyen al proceso en el cual el estado final es un estado de partícula-fonón. Teniendo en cuenta estas contribuciones, la expresión para las amplitudes espectroscópicas resulta

$$\langle k_1 m_{k_1} | a_{k_1 m_{k_1}} | 0 \rangle = 1 - \frac{1}{2k_1 + 1} \sum_{k_2, n} \frac{q(k_1 k_2; \lambda) \Lambda_n(\lambda)^2}{(\epsilon_{k_1} - \epsilon_{k_2} - \Omega_\lambda(n))} \cdot \left[\frac{q(k_1 k_2; \lambda)}{(\epsilon_{k_1} - \epsilon_{k_2} - \Omega_\lambda(n))} + \sum_{i_2} \frac{q(k_2 i_2; \lambda)}{(\epsilon_{i_2} - \epsilon_{k_2} - \Omega_\lambda(n))} \right]. \quad (3.123)$$

En la Tabla 3.6 se muestran los resultados obtenidos con estas expresiones y se comparan con cálculos realizados utilizando sólo estados ligados [RSB74]. Estos últimos incluyen fonones de apareamiento. Esta comparación se realiza para estados de baja energía ya que los anchos adquiridos mediante el acoplamiento partícula-fonón son pequeños.

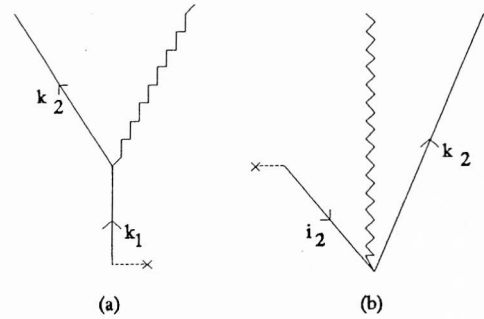


Figura 3.13 Gráficos que contribuyen a un estado final de partícula-fonón.

Estado	$S^2(B)$	$S^2(GS)$
$h_{9/2}$	0.86	0.95
$f_{7/2}$	0.76	0.88
$i_{13/2}$	0.74	0.90
$f_{5/2}$	0.47	0.52
$p_{3/2}$	0.44	0.70

Tabla 3.6 Factores espectroscópicos calculados usando sólo estados ligados ($S^2(B)$) y con una base con estados resonantes ($S^2(GS)$).

III.8 Conclusiones

En este capítulo se han estudiado las propiedades formales de los estados resonantes o estados de Gamow. Estos estados se introdujeron como soluciones de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo con condiciones de onda saliente a grandes distancias y se consideraron como elementos de la base en la expansión de las funciones de Green, lo cual hace posible aplicar los estados de Gamow en el estudio del continuo en cálculos de estructura nuclear. En particular, se ha estudiado el uso de los estados resonantes como elementos de la base para describir excitaciones que tienen lugar en el continuo del espectro nuclear dentro del marco del modelo de acoplamiento partícula-fonón.

La expansión de la función de Green de partícula independiente en términos de estados ligados y estados de Gamow es una buena aproximación a la función de Green exacta si se incluye un número suficiente de resonancias en el desarrollo. Este hecho permite utilizar el conjunto de estados de Gamow y estados resonantes como una representación, llamada representación de Berggren, para describir procesos nucleares.

El uso de la representación de Berggren para describir excitaciones de partícula-agujero resulta en un conjunto de ecuaciones similares a las ecuaciones de la RPA estándar, que se ha llamado RPA resonante (RRPA).

Se ha extendido el uso del desarrollo de Berggren a excitaciones de dos partículas-un agujero. Estas excitaciones han sido ampliamente estudiadas en relación a estados ligados. En particular, la Teoría de Campos Nuclear (NFT) ha sido el procedimiento adecuado para el tratamiento de estas excitaciones. Este

método se ha extendido para estudiar los anchos de decaimiento para estados de protón en la región del Pb.

Se ha encontrado que, aunque la parte imaginaria de los estados de partícula independiente y de las energías de los fonones de partícula-agujero pueden ser grandes, el acoplamiento partícula-fonón conduce a anchos de escape realistas para estados de partícula independiente de baja energía. Para protones en la capa $Z=82$ los anchos calculados son del orden de algunos keV. Los resultados obtenidos para los estados $1f_{7/2}$ y $0i_{13/2}$, del orden de 60 keV y 30 keV respectivamente. Estos valores son aún muy grandes ya que son estados ligados. Esto se debe a las aproximaciones utilizadas, ya que se han reemplazado las funciones de Green en el continuo por la correspondiente representación de Berggren. No obstante el cálculo mostró la existencia de fuertes cancelaciones entre las componentes de las contribuciones de los diferentes campos multipolares a la parte imaginaria de los corrimientos de energía. Por otra parte, las correspondientes contribuciones parciales a las partes reales de los corrimientos de energía se suman coherentemente. Los valores obtenidos concuerdan con valores encontrados a partir del tratamiento perturbativo completo que incluye también excitaciones de apareamiento [BDP77] [RSB74].

Por lo tanto, estos resultados constituyen un punto de partida concerniente al cálculo de anchos de escape para estados de una partícula mediante la utilización del modelo de acoplamiento partícula-fonón.

Conclusiones

En esta sección se resumirán los puntos principales tratados en este trabajo de tesis y se expondrán las conclusiones más importantes.

En el capítulo I se ha analizado el comportamiento del parámetro de densidad de niveles nuclear. El formalismo adoptado para tal fin se basa en el tratamiento mediante la Aproximación de Fases al Azar de los canales de partícula-partícula, agujero-agujero y partícula-agujero de una fuerza residual tipo δ independiente del isoespín. Cabe destacar que a temperaturas bajas predomina la contribución bosónica al parámetro de densidad de niveles, mientras que a temperaturas superiores a 1 MeV el sistema muestra el predominio de propiedades fermiónicas. Este hecho pone de manifiesto la importancia de la inclusión de los grados de libertad bosónicos en el estudio de un sistema nuclear. Se han discutido también los efectos debidos a la renormalización del canal de partícula-partícula sobre el parámetro de densidad de niveles bosónico y el factor de escala que relaciona la energía de excitación de la RPA con la cuarta potencia de la temperatura. El parámetro de densidad de niveles bosónico muestra una dependencia débil con respecto a la renormalización de la fuerza; en cuanto al factor de escala, se observa en su dependencia térmica, además del pico ya conocido, debido a las configuraciones de partícula-agujero, la presencia de otro pico a menor temperatura. La aparición de este segundo pico pone de manifiesto que la inclusión del canal de partícula-

partícula no es despreciable en una descripción realista de la densidad de niveles nuclear en la aproximación considerada. Cabe mencionar que se han presentado conclusiones similares [GKS91] [KZ92] con posterioridad a la publicación de estos resultados.

En el capítulo II se han estudiado las resonancias monopoles gigantes en isótopos pares del Sn en el marco de la Aproximación de Fases al Azar para cuasipartículas (QRPA). En particular, se evaluó el efecto de la inclusión de las correlaciones de apareamiento sobre las propiedades de las resonancias monopoles y cuadrupoles gigantes. Los resultados muestran un corrimiento en los centroides de energía de las resonancias monopoles gigantes, hacia mayores energías, cuando se incluyen las correlaciones de apareamiento. En este punto cabe destacar un comportamiento diferente entre las resonancias monopoles gigantes isoescalares y las isovectoriales. En las resonancias isovectoriales se produce un corrimiento mayor debido a que el "gap" de apareamiento no se anula y a que los pares partícula-partícula y agujero-agujero, presentes cuando se consideran las correlaciones de apareamiento, aumentan la colectividad produciendo un corrimiento hacia mayores energías debido al carácter repulsivo de la interacción. En el caso isoescalar, donde la interacción residual es atractiva, el aumento en la colectividad se traduce en una disminución del pico de energía cancelando en parte el corrimiento hacia energías mayores producido por el "gap" en las energías de cuasipartículas. En el caso de las resonancias cuadrupoles gigantes los efectos de la interacción de apareamiento se manifiestan más fuertemente. Asimismo, se utilizó un método semifenomenológico basado en la expansión del modelo de la gota líquida de la compresibilidad del núcleo para determinar la compresibilidad de la materia nuclear (K_∞). A través de

esta relación, y utilizando datos experimentales para las resonancias monoplares gigantes en núcleos de Sn y Sm, se estudió el efecto de la interacción de apareamiento sobre K_∞ , observándose pequeños cambios en sus valores. Este hecho pone de manifiesto sólo un efecto marginal de la interacción de apareamiento sobre el valor de la compresibilidad de la materia nuclear. Como resultado de este estudio se ha obtenido un valor de $K_\infty = 290 \pm 24$ MeV.

Por último, en el capítulo III se ha tratado el problema de la inclusión del continuo en cálculos de estructura nuclear. El método utilizado consiste en la discretización empleando estados resonantes o estados de Gamow. Mediante el uso de una base de partícula independiente que incluye estados resonantes, en una representación de Berggren, se han calculado las excitaciones multipolares de partícula-agujero en ^{208}Pb mediante la Aproximación de Fases al Azar resonante (RRPA). Se obtuvieron las funciones de vértice para el acoplamiento entre partículas y vibraciones multipolares. En el marco de la Teoría de Campos Nuclear se calcularon los anchos de estados de partícula independiente de protón a través del acoplamiento con fonones de partícula-agujero. La inclusión de los estados de Gamow en la base de partícula independiente y en las funciones de onda de la RPA no afecta el carácter dominante de una partícula de los estados de baja energía del espectro renormalizado. Para estados de baja energía, correspondientes a protones en la capa $Z=82$, los anchos de escape calculados son del orden de unos pocos keV a pesar de que las partes imaginarias de los anchos de partícula independiente y de los fonones de partícula-agujero pueden ser grandes. Este hecho manifiesta la existencia de fuertes cancelaciones entre las contribuciones provenientes de los diferentes campos multipolares en la contribución a la parte imaginaria del corri-

miento de energía. En cuanto a la parte real del corrimiento de energía, las contribuciones de los distintos campos multipolares se suman coherentemente. Estos resultados constituyen un punto de partida en cuanto al cálculo de los anchos de escape de partícula, con la inclusión del continuo, usando el modelo de acoplamiento entre partículas y vibraciones nucleares.

Apéndices

Apéndice A

Formalismo de la aproximación de fases al azar.

Para obtener las ecuaciones correspondientes a esta aproximación se partirá de un conjunto de autoestados del hamiltoniano H ,

$$H|v\rangle = E_v|v\rangle . \quad (\text{A.1})$$

Es posible definir los operadores Γ_v^+ y Γ_v^- tales que satisfagan:

$$|v\rangle = \Gamma_v^+|0\rangle , \quad (\text{A.2})$$

$$\Gamma_v^-|0\rangle = 0 . \quad (\text{A.3})$$

Reemplazando (A.2) en la ecuación de Schrödinger se obtiene la ecuación de movimiento

$$[H, \Gamma_v^+]|0\rangle = (E_v - E_0)\Gamma_v^+|0\rangle \quad (\text{A.4})$$

donde se ha supuesto que $H|0\rangle = E_0|0\rangle$. Multiplicando a la izquierda por un estado arbitrario de la forma $\langle 0|\delta\Gamma$, se obtiene:

$$\langle 0|[\delta\Gamma, [H, \Gamma_v^+]]|0\rangle = (E_v - E_0)\langle 0|[\delta\Gamma, \Gamma_v^+]|0\rangle . \quad (\text{A.5})$$

Hasta el momento el tratamiento ha sido exacto. La aproximación de Fases al Azar (RPA) se obtiene aproximando el estado fundamental por el de Hartree-Fock $|HF\rangle$

y el operador Γ_ν por el operador colectivo de partícula-agujero:

$$\Gamma_\nu^+ = \sum_{mi} X_{mi}^\nu a_m^+ a_i - \sum_{mi} Y_{mi}^\nu a_i^+ a_m, \quad (\text{A.6})$$

donde el signo menos se ha elegido por conveniencia. En esta aproximación, el vacío es tal que:

$$\Gamma_\nu |RPA\rangle = 0. \quad (\text{A.7})$$

A partir de (A.5) se obtienen dos conjuntos de ecuaciones:

$$\langle RPA | [a_i^+ a_m, [H, \Gamma_\nu^+]] | RPA \rangle = \hbar \omega_\nu \langle RPA | [a_i^+ a_m, \Gamma_\nu^+] | RPA \rangle \quad (\text{A.8})$$

$$\langle RPA | [a_m^+ a_i, [H, \Gamma_\nu^+]] | RPA \rangle = \hbar \omega_\nu \langle RPA | [a_m^+ a_i, \Gamma_\nu^+] | RPA \rangle \quad (\text{A.9})$$

donde $\hbar \omega_\nu$ es la energía del estado excitado $|\nu\rangle$. Estas ecuaciones contienen valores de expectación de cuatro fermiones cuyo cálculo directo es dificultoso.

Se considerará la aproximación conocida como de cuasi-bosón. Si se supone que el estado fundamental correlacionado no difiere mucho del obtenido a través de la aproximación de Hartree-Fock, se puede reemplazar $|RPA\rangle$ por $|HF\rangle$. Esta aproximación viola el principio de exclusión de Pauli. La bondad de la aproximación de cuasi-bosón sólo puede chequearse a partir de cálculos realistas. Dentro de esta aproximación las amplitudes X_{mi}^ν y Y_{mi}^ν tienen un significado directo: el cuadrado de su valor absoluto da la probabilidad de encontrar los estados $a_m^+ a_i |0\rangle$ y $a_i^+ a_m |0\rangle$ en el estado excitado $|\nu\rangle$, respectivamente, es decir:

$$\langle 0|a_i^+ a_m |v\rangle \cong \langle HF|[a_i^+ a_m, \Gamma_v^+]|HF\rangle = X_{mi}^v \quad (\text{A.10})$$

$$\langle 0|a_m^+ a_i |v\rangle \cong \langle HF|[a_m^+ a_i, \Gamma_v^+]|HF\rangle = Y_{mi}^v \quad (\text{A.11})$$

Las ecuaciones (A.8), (A.9) pueden escribirse en forma matricial:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^v \\ Y^v \end{pmatrix} = \hbar\omega_v \begin{pmatrix} U & 0 \\ 0 & -U \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^v \\ Y^v \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

con:

$$\begin{aligned} (X^v)_{mi} &= X_{mi}^v \\ (Y^v)_{mi} &= Y_{mi}^v \\ A_{minj} &= \langle HF|[a_i^+ a_m, [H, a_n^+ a_j]]|HF\rangle \\ B_{minj} &= \langle HF|[a_i^+ a_m, [H, a_j^+ a_n]]|HF\rangle \\ U_{minj} &= \langle HF|[a_i^+ a_m, a_n^+ a_j]|HF\rangle \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

siendo "A" una matriz hermítica y "B" una matriz simétrica. Si se hacen todas las amplitudes $Y_{mi}^v=0$, se obtiene la aproximación de Tamm-Dancoff; es decir, estas amplitudes serán una buena medida de las correlaciones del estado fundamental.

En general se puede decir que la aproximación de cuasi-bosón es válida para estados colectivos, es decir si la mayoría de los coeficientes X_{mi}^v son del mismo orden de magnitud. En este caso cada componente de partícula-agujero tiene una probabilidad pequeña de ser excitada y puede ser despreciada la violación del principio de Pauli. Por otro lado, las amplitudes Y_{mi}^v deben ser pequeñas

comparadas con los coeficientes X_{mi}^v ya que describen las correlaciones del estado fundamental. Si estas correlaciones son muy fuertes deja de ser válido el reemplazo del vacío $|RPA\rangle$ por el de $|HF\rangle$.

Como la matriz de RPA no es hermítica, sus autovalores no pueden ser ortogonales en el sentido usual. Se espera una clase diferente de relaciones de ortogonalidad, obtenida a partir de la condición de ortogonalidad impuesta a los estados $|\nu\rangle$:

$$\begin{aligned}\langle\nu|\nu'\rangle &= \delta_{\nu\nu'} = \langle RPA|[\Gamma_\nu, \Gamma_{\nu'}^+]|RPA\rangle \cong \\ &\cong \langle HF|[\Gamma_\nu, \Gamma_{\nu'}^+]|HF\rangle\end{aligned}\tag{A.14}$$

o bien,

$$\delta_{\nu\nu'} = \sum_{mi} (X_{mi}^{\nu*} X_{mi}^{\nu'} - Y_{mi}^{\nu*} Y_{mi}^{\nu'}) U_{mimi} .\tag{A.15}$$

Para obtener la relación de clausura se introduce la siguiente notación matricial:

$$\begin{aligned}\chi &= \begin{pmatrix} X & Y^* \\ Y & X^* \end{pmatrix} & \eta &= \begin{pmatrix} U & 0 \\ 0 & -U \end{pmatrix} \\ S &= \begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} & \Omega &= \begin{pmatrix} \theta & 0 \\ 0 & -\theta \end{pmatrix}\end{aligned}\tag{A.16}$$

con

$$\theta_{\nu\nu'} = \delta_{\nu\nu'} \hbar \omega_\nu .$$

En función de estas matrices se puede escribir la ecuación de dispersión, que después de un álgebra sencilla resulta,

$$S\chi = \eta\chi\Omega \quad (\text{A.17})$$

$$[\Omega, \chi^+ \eta \chi] = 0, \quad (\text{A.18})$$

pudiéndose elegir:

$$\chi^+ \eta \chi = \eta \quad (\text{A.19})$$

que respeta la condición de ortogonalidad (A.15). A partir de estas ecuaciones se obtiene la relación de clausura

$$\chi \eta \chi^+ = \eta \quad (\text{A.20})$$

o bien,

$$\delta_{mim'i'} = \sum_v (X_{mi}^{v*} X_{m'i'}^v - Y_{mi}^{v*} Y_{m'i'}^v) U_{mim'i'} \quad (\text{A.21})$$

A.1 Formalismo RPA para cuasipartículas.

En los núcleos de capa abierta las correlaciones de apareamiento no son despreciables, por lo que su efecto debe ser tenido en cuenta sobre la descripción de estados de partícula independiente. Se sabe que el estado fundamental de la teoría de BCS es adecuado para tratar estas propiedades. En forma similar al

caso de núcleos no superconductores, se puede construir una teoría RPA.

Para derivar las ecuaciones correspondientes a este formalismo se partirá del siguiente Hamiltoniano:

$$H = H^{00} + H^{11} + H^{40} + H^{22} \quad (\text{A.22})$$

Se tomará al bosón Γ_v^+ como:

$$\Gamma_v^+ = \frac{1}{2} \sum_{k,k'} X_{kk'}^v \alpha_k^+ \alpha_{k'}^+ - \sum_{k,k'} Y_{kk'}^v \alpha_{k'} \alpha_k. \quad (\text{A.23})$$

La ecuación matricial resultante tiene la misma forma que la expresión (A.12), con la salvedad que los índices de suma varían sobre todos los pares ($k < k'$) de configuraciones del espacio. Esto significa que se tienen contribuciones de los canales de partícula-agujero, partícula-partícula y agujero-agujero.

A temperatura cero las matrices de este formalismo para un sistema de cuasipartícula son:

$$(X^v)_{kk'} = X_{kk'}^v$$

$$(Y^v)_{kk'} = Y_{kk'}^v$$

$$A_{kk' ll'} = \langle HF | [\alpha_k^+ \alpha_{k'}^+, [H, \alpha_l \alpha_{l'}]] | HF \rangle$$

$$B_{kk' ll'} = -\langle HF | [\alpha_k \alpha_{k'}, [H, \alpha_l \alpha_{l'}]] | HF \rangle$$

$$U_{kk' ll'} = \langle HF | [\alpha_k^+ \alpha_{k'}^+, \alpha_l \alpha_{l'}] | HF \rangle$$

La condición de normalización puede escribirse:

$$\delta_{vv'} = \sum_{k,k'} (X_{kk'}^{v*} X_{kk'}^{v'} - Y_{kk'}^{v*} Y_{kk'}^{v'})$$

mientras que la condición de clausura resulta:

$$\delta_{kk'} \delta_{ll'} = \sum_v (X_{kk'}^{v*} X_{ll'}^v - Y_{kk'}^{v*} Y_{ll'}^v) .$$

A.2 Formalismo de la Aproximación de Fases al Azar a temperatura finita aplicado a cuasipartículas.

Los efectos térmicos se evalúan numéricamente a través de la introducción de los números de ocupación f . Esta aproximación se basa en la validez de la aproximación de campo medio a temperatura finita. El "gap" depende de la temperatura a través del factor f_j y resulta evidente que para una cierta temperatura T_c el "gap" colapsa llevando a una "transición de fase", de una fase superfluida a una normal. Es decir, para una cierta temperatura crítica, el sistema de capa abierta presentará características similares a uno normal pero con una superficie de Fermi difundida.

Para describir los estados colectivos el procedimiento habitual es

diagonalizar las contribuciones de dos cuasipartículas contenidas en el hamiltoniano mediante la utilización de la Aproximación de Fases al Azar extendido a temperatura finita (FTRPA).

Partiendo del hamiltoniano

$$H_{RPA} = \sum_{\alpha} E_{\alpha} \alpha_{\alpha}^{+} \alpha_{\alpha} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} V_{\alpha\beta\gamma\delta} \alpha_{\alpha}^{+} \alpha_{\beta}^{+} \alpha_{\delta} \alpha_{\gamma} \quad (\text{A.24})$$

donde E_{α} es la energía de cuasipartícula y α_{α}^{+} (α_{α}) es el operador de creación (aniquilación) de una cuasipartícula, los operadores de creación y aniquilación de un fonón son en este caso:

$$\Gamma_{\lambda\mu}^{+}(\omega_n) = \sum_{j_1 j_2, t_z} \{ X_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) A_{\lambda\mu}^{+}(j_1 j_2, t_z) - Y_{\lambda}^n(j_1 j_2, t_z) A_{\lambda\mu}^{-}(j_1 j_2, t_z) \} \quad (\text{A.25})$$

$$\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n) = (\Gamma_{\lambda\mu}^{+}(\omega_n))^{+}, \quad (\text{A.26})$$

donde

$$A_{\lambda\mu}^{+}(j_1 j_2, t_z) = \sum_{m_1, m_2} \langle j_1 m_1 j_2 m_2 | \lambda \mu \rangle \alpha_{j_1 m_1}^{+} \alpha_{j_2 m_2}^{+} \quad (\text{A.27})$$

es el operador de creación de un par de cuasipartículas de protón ($t_z = -1/2$) y neutrón ($t_z = 1/2$) acopladas a momento angular λ y proyección μ .

A temperatura finita el estado de referencia, que es un estado de equilibrio termodinámico, es un conjunto estadístico de una gran cantidad de estados; por consiguiente es posible escribir las ecuaciones (A.13) haciendo uso de la matriz densidad

$$\hat{\rho} = e^{-\beta(H-\mu N)} \quad (\text{A.28})$$

de modo que se evalúan los valores de expectación en la forma estadística,

$$\langle\langle Q \rangle\rangle = \frac{\text{Tr}(\hat{\rho}Q)}{Z} \quad (\text{A.29})$$

donde Z es la función de partición del sistema,

$$Z = \text{Tr}(\hat{\rho}) . \quad (\text{A.30})$$

En general la matriz ρ no es conocida. Restringiendo el estado de referencia a un conjunto estadístico de partícula independiente (esto es soluciones Hartree-Fock a temperatura finita FT-HF) puede ser aproximada por la matriz densidad no perturbada,

$$\rho_0 = e^{-\beta(H_0-\mu N)} . \quad (\text{A.31})$$

Usando el teorema de Wick a temperatura finita se evalúan las matrices (A.12) y (A.13), de la RPA, resultando (FTRPA):

$$\begin{aligned} A_{12,34}^J = & (E_1 + E_2) \delta_{12,34} \\ & -G(1234, J) (u_1 u_2 u_3 u_4 + v_1 v_2 v_3 v_4) \\ & -F(1234, J) (u_1 v_2 u_3 v_4 + v_1 u_2 u_3 v_4) \\ & +F(1243, J) (u_1 v_2 v_3 u_4 + v_1 u_2 u_3 v_4) \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

$$\begin{aligned} B_{12,34}^J = & G(1234, J) (u_1 u_2 v_3 v_4 + v_1 v_2 u_3 u_4) \\ & -F(1234, J) (u_1 v_2 v_3 u_4 + v_1 u_2 u_3 v_4) \\ & +F(1243, J) (u_1 v_2 u_3 v_4 + v_1 u_2 v_3 u_4) \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

$$U_{12,34} = [\delta_{13,24} - (-1)^{j_1+j_2-\lambda} \delta_{14,23}] [1-f_1-f_2] \quad (\text{A.34})$$

Para simplificar la notación se han reemplazado los pares $(j_1 j_2)$ por el índice (12) , u_j y v_j dependen de la temperatura.

Imponiendo condiciones de normalización sobre los operadores

$\Gamma_{\lambda\mu}^+$ y $\Gamma_{\lambda\mu}$

$$Tr\{\hat{\rho}_0[\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n), \Gamma_{\lambda\mu}^+(\omega_{n'})]\} = \delta_{nn'},$$

$$Tr\{\hat{\rho}_0[\Gamma_{\lambda\mu}(\omega_n), \Gamma_{\lambda\mu}(\omega_{n'})]\} = 0,$$

$$Tr\{\hat{\rho}_0[\Gamma_{\lambda\mu}^+(\omega_n), \Gamma_{\lambda\mu}^+(\omega_{n'})]\} = 0,$$

se establece la relación de completitud sobre las amplitudes, esto es,

$$\sum_{j_1 \geq j_2, t_z} [X_{\lambda\mu}^n(j_1 j_2, t_z) X_{\lambda\mu}^{n'}(j_1 j_2, t_z) - Y_{\lambda\mu}^n(j_1 j_2, t_z) Y_{\lambda\mu}^{n'}(j_1 j_2, t_z)](1 - f_{j_1} - f_{j_2}) = \delta_{nn'}. \tag{A.35}$$

Apéndice B

Parámetro de densidad de niveles.

El problema de la densidad de niveles nucleares se reduce a determinar el número de formas en que los nucleones pueden distribuirse entre los niveles de partícula independiente. Este es un problema combinatorio para cuya resolución el método más usado es el de la función de partición, herramienta bien conocida en Mecánica Estadística [CDP82] [CDP85] [BM69]. A continuación se describirán los aspectos más importantes relacionados con la expresión para la densidad de estados nucleares obtenida a través del empleo de la Mecánica Estadística.

Si se supone un núcleo definido por su número de neutrones y protones, N y Z respectivamente, y por su energía E , las propiedades estadísticas del sistema están descritas por la gran función de partición:

$$e^{-\beta\Omega} = \sum_{N'Z'E'} e^{(\alpha_N N' + \alpha_Z Z' - \beta E')} \quad (\text{B.1})$$

donde α_N , α_Z y β son los multiplicadores de Lagrange asociados con el número de partícula y la energía. La suma comprende todos los núcleos con N' neutrones, Z' protones y energía E' . Esta suma puede ser reemplazada por una integral sobre estados de energía E' :

$$e^{-\beta\Omega} = \sum_{N',Z'} \int dE' \rho(E', N', Z') e^{(\alpha_N N' + \alpha_Z Z' - \beta E')} \quad (\text{B.2})$$

donde $\rho(E', N', Z')$ representa la densidad de autovalores para un núcleo (N', Z') a una energía E' , es decir, la densidad de estados a esa energía. Esta expresión muestra que la gran función de partición puede ser considerada como la transformada de Laplace de la densidad de estados. Invirtiéndola se obtiene $\rho(E, N, Z)$ como función de la entropía S del sistema:

$$\rho(E, N, Z) = \frac{1}{(2\pi i)^3} \int d\alpha_N \int d\alpha_Z \int d\beta e^S \quad (\text{B.3})$$

con: $S = -\beta\Omega - \alpha_N N - \alpha_Z Z + \beta E$.

Las integrales a calcular en (B.3) son las integrales de Darwin-Fowler. Para resolver esta ecuación se hará una aproximación adicional a la ya realizada de suponer una densidad continua de estados. Se puede demostrar que las integrales de Darwin-Fowler tienen un punto de ensilladura cuya localización queda determinada por las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \alpha_N} = 0 & \quad \frac{\partial S}{\partial \alpha_Z} = 0 & \quad \frac{\partial S}{\partial \beta} = 0 \\ \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha_N} = N & \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha_Z} = Z & \quad \frac{\partial \Omega}{\partial \beta} = -E \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

es conveniente entonces elegir un contorno de integración que pase por ese punto. Expandiendo S alrededor del punto de ensilladura y reteniendo sólo el término cuadrático en el desarrollo resulta:

$$\rho(E, N, Z) = \frac{e^S}{2\pi D^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{B.5})$$

donde:

$$D = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_N^2} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_N \partial \alpha_Z} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_N \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_N \partial \alpha_Z} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_Z^2} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_Z \partial \beta} \\ \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_N \partial \beta} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \alpha_Z \partial \beta} & \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \beta^2} \end{vmatrix} \quad (\text{B.6})$$

La coincidencia de los resultados en la aproximación de punto de ensilladura con los datos experimentales resulta bastante buena, aún a bajas energías [BM69].

Mediante el uso de este formalismo se describirá el comportamiento de la densidad de estados de un sistema finito de fermiones sin interacción y a continuación se tratará un sistema de fermiones que interactúan a través de la fuerza de apareamiento nuclear [BM69] [CDP85]. Para concluir, se presentan los resultados analíticos correspondientes al caso de un sistema de bosones sin interacción, con un espectro de energía que no varía con la temperatura.

Caso fermiónico.

La entropía para el caso de protones o neutrones toma la forma:

$$S(t_z) = - \sum_i [n_i(t_z) \ln(n_i(t_z)) + (1-n_i(t_z)) \ln(1-n_i(t_z))] \quad (\text{B.7})$$

con $n_i(t_z)$ el número de ocupación del estado i ,

$$n_i(t_z) = \frac{1}{1 + e^{(\beta \epsilon_i - \alpha_{t_z})}} \quad (\text{B.8})$$

Finalmente, teniendo en cuenta las expresiones (B.4) y (B.5) se obtiene la densidad de estados en un entorno del punto de ensilladura:

$$\rho(E, N, Z) = \frac{e^S}{4\pi^{\frac{3}{2}} T^{\frac{5}{2}} \sqrt{g_N^F g_Z^F a^F}} \quad (\text{B.9})$$

donde:

$$\begin{aligned} g^F &= \sum_i \frac{g_i^F}{T} \\ g_i^F &= n_i(1 - n_i) \\ a^F &= \frac{1}{2} \frac{dS}{dT} \\ &= \frac{1}{2T^3} \sum_i g_i^F \epsilon_i^2 - \frac{1}{Tg^F} \left(\sum_i g_i^F \epsilon_i \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

La cantidad a^F es el parámetro de densidad de niveles correspondiente a un sistema fermiónico sin interacción.

Al aumentar la temperatura la expresión para a^F tiende a un valor constante a_0 :

$$a_0 = \frac{\pi^2 g_0}{6} \quad (\text{B.11})$$

donde g_0 es el valor asintótico de g^F .

En este límite la densidad de niveles toma la forma [CDP82] [CDP85]:

$$\rho(E, N, Z) = \frac{6^{\frac{1}{4}}}{24} \left(\frac{g_0^2}{g_{0N}g_{0Z}} \right)^{\frac{1}{2}} g_0 (g_0 E)^{-\frac{5}{4}} e^{2\sqrt{a_0}E} \quad (\text{B.12})$$

donde $g_0 = g_{0N} + g_{0Z}$.

De esta ecuación se ve que el parámetro de densidad de niveles es independiente de la temperatura, coincidiendo en buena aproximación con la conocida parametrización empírica que le asigna el valor $a_0 = A/8 \text{ MeV}^{-1}$. Estos resultados son aplicables al caso de núcleos normales, es decir núcleos de capa cerrada o próximos a la clausura de capas.

Hasta el momento los estados de partícula independiente se representaron mediante una distribución discreta. Otra aproximación posible [CDP85] resulta de asumir que para cada valor de la temperatura la aproximación del modelo del gas de Fermi, donde la energía de excitación está dada por:

$$E^* = a_{eff} T^2 \quad (\text{B.13})$$

y

$$S = 2\sqrt{a_{eff}E} \quad (\text{B.14})$$

a_{eff} da cuenta de la dependencia con la temperatura de la estructura de los niveles.

Dentro de esta aproximación

$$\rho_{eff} = \frac{e^S}{4\pi^{\frac{3}{2}} T^{\frac{5}{2}} \sqrt{g_N^F g_Z^F a_{eff}}} \quad (\text{B.15})$$

Si se estudia un núcleo de capa abierta con un número par de partículas no es despreciable la interacción de apareamiento. La descripción del parámetro de densidad de niveles para un núcleo superconductor puede ser resuelto

con ayuda del formalismo BCS. Después de pasar a la base de cuasipartículas y de diagonalizar el hamiltoniano, el resultado es un espectro de cuasipartículas dependiente de la temperatura [ACR87] que obedece la estadística de Fermi-Dirac, en consecuencia la gran función de partición puede escribirse como:

$$Z = \prod_j (1 + e^{-\beta E_j})^{\Omega_j} \quad (\text{B.16})$$

donde E_j representa la energía de la j -ésima cuasipartícula. La entropía del sistema está dada por:

$$S^{BCS} = - \sum_i [f_i \ln(f_i) + (1-f_i) \ln(1-f_i)] \quad (\text{B.17})$$

donde:

$$f_j = \frac{1}{1 + e^{E_j \beta}} \quad (\text{B.18})$$

Haciendo uso de las expresiones (B.5) y (B.6), el resultado para un solo tipo de cuasipartículas (tanto para neutrones como para protones) será:

$$\rho^{BCS}(E) = \frac{e^{S^{BCS}}}{2\pi (D^{BCS})^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{B.19})$$

donde el cálculo de D^{BCS} da por resultado:

$$D^{BCS} = (2D_1 + \Delta^2 (TA_1 - 2C_1)) 2E_2 - (2D_2)^2 \quad (\text{B.20})$$

El parámetro de densidad de niveles puede escribirse:

$$\begin{aligned} a^{BCS} &= \frac{dS^{BCS}}{2dT} = \\ &= 2\beta^3 [E_2 - 2\beta \left(\frac{F_1}{F_2}\right)] \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

donde:

$$\begin{aligned}
2D_1 &= \sum_j f_j (1-f_j) \\
2A_1 &= \sum_j \frac{(1-2f_j)}{E_j^3} \\
2C_1 &= \sum_j \frac{f_j (1-f_j)}{E_j^2} \\
2D_2 &= \sum_j f_j (1-f_j) (\epsilon_j - \lambda) \\
2E_2 &= \sum_j f_j (1-f_j) E_j^2
\end{aligned} \tag{B.22}$$

$$\begin{aligned}
F_1 &= D_2^2 (A_1 - 2\beta C_1) - D_1^2 (\Delta^2 A_1 + 2\beta B_1) - 2D_1 D_2 (A_2 - 2\beta C_2) \\
F_2 &= (A_1 - 2\beta C_1) (\Delta^2 A_1 + 2\beta B_1) + (A_2 - 2\beta C_2)^2 \\
2A_2 &= \sum_j (1-2f_j) \frac{(\epsilon_j - \lambda)}{E_j^3} \\
2C_2 &= \sum_j f_j (1-f_j) \frac{(\epsilon_j - \lambda)}{E_j^2} \\
B_1 &= D_1 - \Delta^2 C_1
\end{aligned} \tag{B.23}$$

y finalmente, la densidad de estados toma la forma:

$$\begin{aligned}
\rho^{BCS}(E) &= \frac{e^{S^{BCS}}}{2\pi T^2 \sqrt{2g^{BCS} \bar{a}^{BCS}}} \\
g^{BCS} &= \beta [2D_1 + \Delta^2 (TA_1 - 2C_1)] \\
\bar{a}^{BCS} &= \beta^3 \left[2E_2 - \frac{(2D_2)^2}{(2D_1 + \Delta^2 (TA_1 - 2C_1))} \right]
\end{aligned} \tag{B.24}$$

En el caso de un sistema superfluido, tanto para neutrones como para protones, la expresión para la densidad de niveles es [CDP82] [CDP85]:

$$\rho^{BCS}(E) = \frac{e^{S^{BCS}}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} T^{\frac{5}{2}} \sqrt{2g_N^{BCS} g_Z^{BCS} (\bar{a}_N^{BCS} + \bar{a}_Z^{BCS})}} \tag{B.25}$$

Caso bosónico.

El método utilizado será aplicado al caso de un sistema de bosones que no interactúan entre sí, con un espectro de energías fijo. El potencial termodinámico del problema es:

$$\Omega = \sum_i \ln [1 - e^{-\epsilon_i \beta}] \quad (\text{B.26})$$

donde ϵ_j representa la energía de la j -ésima partícula.

La entropía toma la forma:

$$S = \sum_i [-n_i \ln(n_i) + (1+n_i) \ln(1+n_i)] \quad (\text{B.27})$$

donde, en este caso, n_i representa el número de ocupación para fonones

$$n_i = \frac{1}{e^{\epsilon_i \beta} - 1} \quad (\text{B.28})$$

Haciendo uso, nuevamente, de las expresiones (B.5) y (B.6) se obtiene la expresión para la densidad:

$$\rho(E) = \frac{e^S}{2\pi T^2 \sqrt{4g^B a^B}} \quad (\text{B.29})$$

donde se ha definido:

$$\begin{aligned}
g^B &= \sum_i \frac{g_i}{T} \\
g_i &= n_i (1 + n_i) \\
a^B &= \frac{1}{4T^2} \frac{dS}{dT} = \\
&= \frac{1}{4T^5} \left[-\sum_i g_i \epsilon_i + \frac{1}{Tg^B} \sum_i g_i \epsilon_i^2 \right] .
\end{aligned}
\tag{B.30}$$

Apéndice C

Formalismo de la función de respuesta lineal.

Al tratar excitaciones colectivas en un sistema nuclear se parte de la ecuación de Schrödinger estacionaria:

$$H |v\rangle = E_v |v\rangle \quad (\text{C.1})$$

reduciéndose el problema a diagonalizar el Hamiltoniano, al menos en alguna aproximación.

Sin embargo se puede comenzar de una manera diferente. Se investiga la influencia de un campo externo débil, F , dependiente del tiempo

$$F(t) = F e^{-i\omega t} + F^+ e^{i\omega t} \quad (\text{C.2})$$

sobre el sistema. Se supondrá que F es un operador de un cuerpo

$$F = \sum_{k,l} f_{kl} a_k^+ a_l. \quad (\text{C.3})$$

El efecto de este campo será introducir pequeñas modificaciones en la densidad nuclear. De este modo, la densidad nuclear oscilará con el campo externo, produciéndose resonancias cuando la frecuencia ω sea próxima a la energía de excitación del sistema. De esta forma se obtiene información sobre los estados

excitados del sistema, pudiendo además, derivar un formalismo RPA para fuerzas dependientes de la densidad.

C.1 Derivación de la Función de Respuesta Lineal.

La función de onda de un sistema nuclear, $|\phi(t)\rangle$, en un campo externo dependiente del tiempo no es más estacionaria, y la densidad de un cuerpo

$$\rho_{kl}(t) = \langle \phi(t) | a_k^+ a_l | \phi(t) \rangle \quad (\text{C.4})$$

depende del tiempo. El objetivo es calcular esta densidad explícitamente bajo las siguientes aproximaciones:

1) $\rho(t)$ corresponde a un determinante de Slater ($\rho^2 = \rho$), y obedece la siguiente ecuación de movimiento:

$$i\hbar \dot{\rho} = [h(\rho) + f(t), \rho] . \quad (\text{C.5})$$

Esta es la ecuación de Hartree-Fock dependiente del tiempo, donde $h(\rho)$ es el campo de partícula independiente de Hartree-Fock y $f(t)$ es el campo externo dependiente del tiempo.

2) $f(t)$ es débil, de modo que sólo introduce pequeñas oscilaciones alrededor de la densidad estacionaria ρ^0 , que es solución estacionaria de la ecuación de

Hartree-Fock:

$$0 = [h(\rho^0), \rho^0] \quad (\text{C.6})$$

de modo que:

$$\rho(t) = \rho^0 + \delta\rho(t) \quad (\text{C.7})$$

donde

$$\delta\rho(t) = \rho^1 e^{-i\omega t} + \rho^1 e^{i\omega t} \quad (\text{C.8})$$

es lineal en el campo f . En lo que continua se trabajará en la base en que ρ^0 y $h(\rho^0)$ son diagonales, es decir,

$$\rho_{kl}^0 = \delta_{kl} \rho_k^0 = \begin{cases} 0 & \text{para partículas} \\ 1 & \text{para agujeros} \end{cases} \quad (\text{C.9})$$

$$(h_0) = (h(\rho^0))_{kl} = \delta_{kl} \epsilon_k. \quad (\text{C.10})$$

Reemplazando la expresión (C.7) en (C.5), resulta

$$i\hbar \delta \dot{\rho} = [h, \delta\rho] + \left[\frac{\delta h}{\delta \rho} \delta\rho, \rho^0 \right] + [f, \rho^0] \quad (\text{C.11})$$

donde

$$\frac{\delta h}{\delta \rho} \delta\rho = \sum_{m,i} \left\{ \left(\frac{\partial h}{\partial \rho_{mi}} \right)_{\rho=\rho^0} \delta\rho_{mi} + \left(\frac{\partial h}{\partial \rho_{im}} \right)_{\rho=\rho^0} \delta\rho_{im} \right\}. \quad (\text{C.12})$$

En (C.12) los elementos de las contribuciones de los canales de partícula-partícula y agujero-agujero a temperatura cero se anulan, obteniendo la siguiente ecuación matricial:

$$\left\{ \begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} - \hbar\omega \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \rho^{(1)ph} \\ \rho^{(1)hp} \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} f^{ph} \\ f^{hp} \end{pmatrix} \quad (\text{C.13})$$

siendo

$$A_{minj} = (\epsilon_m - \epsilon_i) \delta_{mn} \delta_{ij} + \frac{\partial h_{mi}}{\partial \rho_{nj}} \quad (\text{C.14a})$$

$$B_{minj} = \frac{\partial h_{mi}}{\partial \rho_{jh}} \quad (\text{C.14b})$$

Las matrices A y B se corresponden exactamente a las matrices obtenidas en el formalismo de la RPA, discutido en el Apéndice A.

La ecuación de respuesta lineal es una ecuación inhomogénea que puede ser resuelta invirtiendo el miembro de la izquierda de la ecuación (C.13), encontrando así una conexión lineal entre el campo F y el cambio en la densidad nuclear:

$$\rho_{kl}^1 = \sum_{p,q} R_{kl,pq}(\omega) f_{pq} \quad (\text{C.15})$$

donde $R_{kl,pq}(\omega)$ se conoce como la Función de Respuesta Lineal. Esta función depende de la frecuencia del campo externo y presenta polos en las autofrecuencias del sistema, que un campo débil f es capaz de excitar. Para encontrar estas resonancias ($\omega = \Omega_v$) se deben mirar las soluciones de la ecuación homogénea (C.13), la que puede escribirse como:

$$(S - \hbar\omega\eta) \rho^1 = 0 \quad (\text{C.16})$$

donde se ha adoptado la notación del Apéndice A.

La fórmula (C.16) no es más que la ecuación del formalismo de

la RPA, y sus soluciones dan las amplitudes:

$$\rho_{pq}^1(\Omega) = \langle 0 | \bar{a}_p^+ a_q | \nu \rangle . \quad (\text{C.17})$$

El conocimiento de los modos propios del sistema, es decir las energías Ω_ν , y las amplitudes X e Y del formalismo de la RPA, permite hallar una expresión para la Función de Respuesta Lineal. De este modo, a partir de

$$\rho^1 = \frac{1}{\hbar} \chi(\Omega - \omega)^{-1} \eta \chi^+ f \quad (\text{C.18})$$

la Función de Respuesta Lineal resulta

$$R_{pp'q'q}(\omega) = \frac{1}{\hbar} \sum_{\nu > 0} \left\{ \frac{\langle 0 | \bar{a}_q^+ a_p | \nu \rangle \langle \nu | \bar{a}_p^+ a_q | 0 \rangle}{\omega - \Omega_\nu + i\eta} - \frac{\langle 0 | \bar{a}_p^+ a_q | \nu \rangle \langle \nu | \bar{a}_q^+ a_p | 0 \rangle}{\omega + \Omega_\nu + i\eta} \right\} \quad (\text{C.19})$$

donde $|0\rangle$ y $|\nu\rangle$ son autoestados estacionarios no perturbados.

Si se introduce la Función de Respuesta Lineal $R_{pp'q'q}^0(\omega)$ para un sistema sin interacción,

$$R_{pp'q'q}^0 = \delta_{pp'} \delta_{qq'} \frac{\rho_q^0 - \rho_p^0}{\omega - \varepsilon_p + \varepsilon_q + i\eta} \quad (\text{C.20})$$

se puede derivar, en la aproximación RPA, otra expresión para $R_{pp'q'q}(\omega)$. Con ayuda de la ecuación de linealización de Bethe-Salpeter se obtiene:

$$R_{pp'q'q}(\omega) = R_{pp'q'q}^0(\omega) + \sum_{p_1 q_1 p_2 q_2} R_{pp_1 q_1}^0(\omega) H_{int}(p_1 q_1, p_2 q_2) R_{p_2 q_2 p' q'}(\omega). \quad (\text{C.21})$$

La extensión de este formalismo a temperatura finita puede hacerse en forma sencilla [ACR89] a través de la introducción de una matriz diagonal con factores de ocupación térmicos:

$$\tau = \begin{pmatrix} [n_{j_1}(T) - n_{j_2}(T)] & & & \\ & \ddots & & \\ & & \ddots & \\ & & & [n_{j_1}(T) - n_{j_2}(T)] \end{pmatrix} \quad (\text{C.22})$$

Luego de algún álgebra se obtiene

$$R_{pq p' q'}(\omega) = \frac{1}{\hbar} \sum_{\nu > 0} \left[\frac{\langle 0 | a_q^+ a_p | \nu \rangle \langle \nu | a_{p'}^+ a_{q'} | 0 \rangle}{\omega - \Omega_\nu + i\eta} - \frac{\langle 0 | a_p^+ a_{q'} | \nu \rangle \langle \nu | a_q^+ a_p | 0 \rangle}{\omega + \Omega_\nu + i\eta} \right] (n_p - n_q) \quad (\text{C.23})$$

donde $n_j(T)$ es el número de ocupación térmico.

De este modo es que la Función de Respuesta Lineal no perturbada tiene la forma:

$$R_{T, pq p' q'}^0(\omega) = \delta_{pp'} \delta_{qq'} (n_p(T) - n_q(T)) \left[\frac{1}{\omega - \epsilon_p + \epsilon_q + i\eta} - \frac{1}{\omega + \epsilon_p - \epsilon_q + i\eta} \right]. \quad (\text{C.24})$$

Haciendo uso de la ecuación de linealización de Bethe-Salpeter, se obtiene una ecuación de la forma de la ecuación (C.21), donde ahora R^0 depende de la temperatura.

C.2 Cálculo de las reglas de suma.

Una propiedad muy útil de la Función de Respuesta Lineal radica en el hecho que su parte imaginaria está relacionada con las reglas de suma.

Si se define:

$$\begin{aligned}
 R_F(\omega) &= \text{Tr}(f^+ \rho^1(\omega)) = \\
 &= \sum_{pq p' q'} f_{pq}^* R_{pq p' q'}(\omega) f_{p' q'}
 \end{aligned}
 \tag{C.25}$$

se puede verificar que para $\omega > 0$:

$$\text{Im}(R_F(\omega)) = -\pi \sum_{\nu > 0} |\langle \nu | F | 0 \rangle|^2 \delta(\hbar\omega - \hbar\Omega_\nu)
 \tag{C.26}$$

obteniendo la regla de suma pesada en energías a través de una simple integral:

$$\begin{aligned}
 S &= \int_0^\infty d\omega \omega \text{Im}(R_F(\omega)) = \\
 &= \sum_{\nu > 0} |\langle \nu | F | 0 \rangle|^2 \hbar\Omega_\nu
 \end{aligned}
 \tag{C.27}$$

donde $|\langle \nu | F | 0 \rangle|^2$ es el residuo de $R_F(\omega)$ en el polo $\omega = \Omega_\nu$.

Referencias

- [ACB71] J. Aguilar, J.M. Combes; Commun. Math. Phys. **22** (1971) 269; E. Balslev, J. M. Combes; Commun. Math. Phys. **22** (1971) 280.
- [ACR87] F. Alasia, O. Civitarese, M. Reboiro; Phys. Rev. **C35** (1987) 812; Phys. Rev. **C36** (1987) 2555.
- [Ba60] M. Baranger, Phys. Rev. **120** (1960) 957.
- [BBB83] G. F. Bertsch, P. F. Bortignon, R. A. Broglia; Rev. Mod. Phys. **55** (1983) 287.
- [BBD74] D.R. Bès, R.A. Broglia, G.G. Dussel, R.J. Liotta, B.R. Mottelson; Phys. Lett. **B52** (1974) 253.
- [BBD87] S. Brandenburg, W.T.A. Borghols, A.G. Drentje, L.P. Ekstrom, M.N. Harakeh, A. Van der Woude, A. Hakansson, L. Nilsson, N. Olsson, M. Pignanelli, R. De Leo, Nucl.Phys. **A446** (1987) 29.
- [BBM89] W.T.A. Borghols, S. Brandenburg, J.H. Meier, J.M. Schippers, M.M. Sharma, A. Van der Woude, M.N. Harakeh, A. Lindholm, L. Nilsson, S. Crona, A. Hakanson, L.P. Ekstrom, N. Olsson, R. De Leo, Nucl. Phys. **A504** (1989) 263.
- [BCD87] G. Batko, O. Civitarese, A. De Paoli; Z. Phys. **A327** (1987) 323; Z. Phys. **A327** (1987) 329.
- [BCK85] E.A. Barón, J. Cooperstein, S. Kahana; Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 126.
- [BCS57] J. Bardeen, L.N. Cooper y J.R. Schrieffer Phys. Rev. **106** (1957) 162; Phys. Rev. **108** (1957) 1175.

- [BD87] P.F. Bortignon, C.H. Dasso, Phys. Lett. **B189** (1987) 381.
- [BDP77] D. R. Bès, G. G. Dussel, R. P. J. Perazzo, H. M. Sofía; Nucl. Phys. **A293** (1977) 350.
- [BDS77] D.R. Bès, G.G. Dussel, H.M. Sofía; Ann. J. Phys. **45** (1977) 151.
- [Be69] A.M. Bernstein, *Advances in Nuclear Physics*, M. Baranger y E. Vogt, Plenum, New York, 1969, Vol.III pág. 365.
- [Bel59] S.T. Belayev, Mat. Fys. Medd. **31** (1959) 11.
- [Ber68] T. Berggren, Nucl. Phys. **A109** (1968) 265.
- [Ber78] T. Berggren, Phys. Lett. **73B** (1978) 389.
- [Bet36] H.A. Bethe; Phys. Rev. **50** (1936) 332; Rev Mod. Phys. **9** (1937) 69; Phys. Rev. **53** (1938) 675.
- [BG81] J.P. Blaizot, B. Grammaticos; Nucl. Phys. **A355** (1981) 115.
- [BGG76] J.P. Blaizot, D. Gogny, B. Grammaticos, Nucl. Phys. **A265** (1976) 315.
- [BGG78] J. Bang, F. A. Gareev, M. H. Gizzatkulov, S. A. Gonchanov; Nucl. Phys. **A309** (1978) 381.
- [BK47] G. C. Baldwin, G. S. Klaiber; Phys. Rev. **71** (1947) 3; Phys. Rev. **73** (1948) 1156.
- [Bl80] J.P. Blaizot, Phys. Rep. **64** (1980) 171.
- [BLM79] O. Bohigas, A.L. Lane, J. Martorell, Phys. Rep. **51** (1979) 267.
- [BM69] A. Bohr, B. Mottelson, *Nuclear structure*, Benjamin, New York, 1969, Vol. I.
- [BM75] A. Bohr, B. R. Mottelson, *Nuclear structure*, Vol. II, W.A. Benjamin, New York (1975).
- [Bo58] N. N. Bogoliubov; Nuovo Cimento **7** (1958) 794.

- [BO85] G.E. Brown, E. Osnes; Phys. Lett. **B159** (1985) 223.
- [BQ81] M. Brack, P. Quentin; Nucl. Phys. **A361** (1981)35.
- [BR85] J. Blomqvist, L. Rydstrom; Phys. Scripta **A31** (1985) 31.
- [Bu84] M. Buenerd, *Proceedings of the International Symposium on Highly Excited States in Nuclear Structure, Orsay, Francia (1983)*, J. Phys., Paris, Colloq. **45** (1984) C4-115.
- [BW79] R. A. Broglia, A. Winther; Comm. Nucl. Part. Phys. **6** (1979) 179 y referencias allí citadas.
- [CDP82] O. Civitarese, A.L. De Paoli; Z. Phys. **A309** (1982) 177; Z. Phys. **A311** (1983) 317.
- [CDP83] O. Civitarese, G.G. Dussel, R.P.J. Perazzo; Nucl. Phys. **A404** (1983) 15.
- [CDP85] O. Civitarese, A.L. De Paoli; Nucl. Phys. **A440** (1985) 480.
- [CDR90] O. Civitarese, A.G. Dumrauf, M. Reboiro, Phys. Rev. **C41** (1990) 1785.
- [CDR91] O. Civitarese, A.G. Dumrauf, M. Reboiro, P. Ring, M.M. Sharma; Phys. Rev. **C43** (1991) 2622.
- [CDL92] O. Civitarese, A.G. Dumrauf, R.J. Liotta; Phys. Rev. C, en prensa.
- [CVL89] P. Curutchet, T. Vertse, R. J. Liotta; Phys. Rev. **C39** (1989) 1020.
- [DFM83] W.H. Dickhoff, A. Faessler, H. Muther, S.S. Wu; Nucl. Phys. **A405** (1983) 534.
- [Ga28] G. Gamow; Z. Phys. **51** (1928) 204.
- [GFS90] G.G. Dussel, H. Fortunato, H.M. Sofía; Phys. Rev. **C42** (1990) 2093.
- [GKS91] C. Grégoire, T.T.S. Kuo, D.B. Stout; Nucl. Phys. **A530** (1991) 94.
- [GI86] N.K. Glendenning; Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 1120.
- [GI88] N.K. Glendenning, Phys. Rev. **C37** (1988) 2713.

- [Go81] A. Goodman; Nucl. Phys. **A352** (1981) 30; Nucl. Phys. **A352** (1981) 45.
- [Gy71] B. Gyarmati, T. Vertse; Nucl. Phys. **A160** (1971) 573.
- [Ha88] K. Hagel et al; Nucl. Phys. **A486** (1988) 429.
- [Hat89] T. Hatsuda, Nucl. Phys. **A492** (1989) 187.
- [He73] N. von der Heydt; Ann. der Phys. **29** (1973) 309.
- [HS86] R. Hasse, P. Shuck, Phys. Lett. **B179** (1986) 1.
- [JJ80] B.K. Jennings, A.D Jackson; Phys. Rep. **66** (1980) 141.
- [JKM82] A.D Jackson, E. Krotschek, D.E. Meltzer, R.A. Smith; Nucl. Phys. **A386** (1982) 125.
- [Ka66] I. Kanestrm, Nucl. Phys. **83** (1966) 380.
- [KZ92] S. Kamedzhiev, D. Zawischa; Phys. Lett. **B275** (1992) 1.
- [LBD86] H.J. Lu, S. Brandenburg, R. De Leo, M.N. Harakeh, T.D. Poelhekkens, A. Van der Woude, Phys. Rev. **C33** (1986) 1116.
- [LBY85] Y.W. Lui, J.D. Bronson, D.H Youngblood, Y. Toba, U. Garg; Phys. Rev. **C31** (1985) 1643.
- [LLC54] D.W. Lang, K.J. Le Couter, Proc. Phys. Soc. London **A67** (1954) 585.
- [LP80] M. Lifshitz, L.P. Pitaevskii, *Statistical Physics*, Part II, Pergamon Press, 1980, pág. 153-163.
- [LVG76] K.F. Liu, N. Van Giai; Phys. Lett. **B65** (1976) 23.
- [Ma69] M. Maruyama, Nucl. Phys. **A131** (1969) 127.
- [MHV90] A. Mondragón, E. Hernández, J.M. Velázquez Arcos; preprint.
- [MW69] C. Mahaux, H.A. Weidenmuller; *Shell model approach to nuclear reactions*, North Holland, Amsterdam (1969).
- [MZP74] U. Mosel, P.G. Zint, K.H. Passler; Nucl. Phys. **A236** (1974) 252.

- [NDS79] Nuclear Data Sheets, Vol. **28** N^o2, (1979).
- [NDS79-87] Nuclear Data Sheets **26** (1979) 207; **26** (1979) 385; **29** (1980) 453; **30** (1980) 413; **32**(1981) 497; **33** (1981) 1; **50** (1987) 63.
- [NDS86] Nuclear Data Sheets **47** (1986) 806.
- [Ne66] R. G. Newton; *Scattering theory of waves and particles*, McGraw-Hill, New York, 1966, pág. 368.
- [Ni69] S.G. Nilsson et al, Nucl. Phys. **A131** (1969) 1.
- [Pr61] R.E. Prange, Nucl.Phys. **A28** (1961) 376.
- [Ra42] C. Racah; Phys. Rev. **62** (1942) 438.
- [Ro68] W. J. Romo, Nucl. Phys. **A116** (1968) 617.
- [Ro83] W. J. Romo; Nucl. Phys. **A398** (1983) 525.
- [Ro84] W. J. Romo; Nucl. Phys. **A419** (1984) 333.
- [RRE84] P. Ring, L.M. Robledo, J.L. Egido, M. Faber, Nucl. Phys. **A419** (1984) 261.
- [RS80] P. Ring, P. Schuck, *The nuclear many body problem*, Springer-Verlag, New York, 1980.
- [RSB74] S. Reich, H.M. Sofía, D.R. Bès; Nucl. Phys. **A233** (1974) 105.
- [SB75] S. Shlomo, G. Bertsch; Nucl. Phys. **A243** (1975) 507.
- [SBB88] M.M. Sharma, W.T.A Borghols, S. Brandenburg, S. Crona, A. Van der Woude, M.N. Harakeh; Phys. Rev. **C38** (1988) 2562.
- [Sh89] M.M. Sharma, *Proceedings of the Third International Summer School on Nuclear Astrophysics, La Rábida, Spain, 1988*, Nuclear Astrophysics, Research Reports in Physics, Springer-Verlag, Berlín, 1989, pág. 306.
- [Si39] A. F. J. Siegert; Phys. Rev. **56** (1939) 750.

- [SS86] E. Surand, P. Shuck; Phys. Lett. **B164** (1986) 212.
- [SSG89] M.M. Sharma, W. Stocker, P. Gleissl, M.Brack, Nucl.Phys. **A504** (1989) 337.
- [Th63] D. J. Thouless; *The quantum statistical mechanics of many body systems*, Prentice Hall, 1963, pág. 38-42.
- [tHM87] B. ter Haar, R. Malfliet; Phys. Rep. **149** (1987) 207.
- [TKB81] J. Treiner, H. Krivine, O. Bohigas, J. Martorell, Nucl. Phys. **A371** (1981) 253.
- [Va58] J.G. Valantin, Nuovo Cimento **7** (1958) 843.
- [VCC88] T. Vertse, P. Curutchet, O. Civitarese, R. J. Liotta; Phys. Rev. **C37** (1988) 876.
- [VCL90] T. Vertse, P. Curutchet, R. J. Liotta; Phys. Rev. **C42** (1990) 2605.
- [VCL91] T. Vertse, P. Curutchet, R. J. Liotta, J. Bang, N. Van Giai; Phys. Lett. **B264** (1991) 1.
- [VGS90] N. Van Giai, Ch. Stoyanov; Phys. Lett. **B252** (1990) 9.
- [VM87] N. Vinh Mau, Nucl. Phys. **A491** (1987) 246.
- [VPB82] T. Vertse, K.F. Pál, Z. Balogh; Comp. Phys. Comm. **27** (1982) 309.
- [WML82] J. Wambach, V.R. Mishra, C.H. Li; Nucl. Phys. **A380** (1982) 285; y referencias allí citadas.
- [YA86] S. Yoshida, S. Adachi; Nucl. Phys. **A457** (1986) 84.
- [Ze61] Y. B. Zel'dovich, Sov. Phys.-JETP **12** (1961) 542.