

TESIS DOCTORAL

DEPARTAMENTO DE FISICA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

DEPARTAMENTO DE FISICA

TESIS DOCTORAL

LA ASIMETRÍA DE CARGA
DEL NUCLEÓN

HUGO R. CHRISTIANSEN

Director: Carlos A. García Canal

1994

A mis padres.

Indice

Introducción	1
Bibliografía	8
1 Descripción del Nucleón y Factores de Forma	10
1.1 Introducción	10
1.2 Interacciones Efectivas en la Electrodinámica	12
1.3 Vértice Electromagnético del Nucleón	14
1.4 Teoría de Dispersión	21
Apéndice	29
Bibliografía	31
2 La Diferencia de Masa Electromagnética	33
2.1 Introducción	33
2.1.1 Medición Experimental	33
2.1.2 Energía Propia	34
2.2 La Fórmula de Cottingham	37
2.3 Hamiltoniano Efectivo y Energía Propia	44
Apéndice	49
Bibliografía	50

3	Mesones	51
3.1	Introducción	51
3.2	Mixing $\rho - \omega$	54
3.3	Fuerzas Nucleares dependientes de la Carga	61
3.4	Modelos de Intercambio	65
	Bibliografía	70
4	Desdoblamiento Fuerte del Nucleón	74
4.1	Comentarios Preliminares	74
4.2	Autoenergía Fuerte	76
4.3	Fórmula de Cottingham e Interferencia $\rho - \omega$	84
4.4	Comentarios Finales	92
	Bibliografía	94
5	La Diferencia de Masa en Medios con Temperatura y	
	Densidad Finitas	96
5.1	Teoría Térmica de Campos	96
	5.1.1 El Formalismo	99
5.2	Asimetría y Teoría Térmica de Campos	109
	5.2.1 Resultados Numéricos	117
	Bibliografía	121
	Conclusiones	125

Introducción

Estética y simetría son conceptos que han dictado los lineamientos de la física teórica de este siglo. La formulación del Modelo Standard de las partículas elementales y sus interacciones y la Teoría de la Relatividad, han estado determinadas desde el comienzo por este pensamiento. La Teoría de Campos unificada de las Interacciones Electromagnéticas y Débiles constituye uno de los mayores avances producidos en este sentido en virtud de la belleza de sus ecuaciones y de haber sido contrastada experimentalmente de manera rotunda. En el campo de las Interacciones Fuertes, las "simetrías quirales" y las "simetrías de sabor" se han revelado como herramientas exitosas para la interpretación de muchos procesos complejos de la física fundamental. Un ejemplo de ello es la noción de simetría isotópica de las fuerzas nucleares. Según esta propuesta, la transformación continua de protones en neutrones (y viceversa) no altera el estado de un sistema interactuando fuertemente. Esto se sintetiza diciendo que las interacciones fuertes son invariantes frente a transformaciones continuas de "isospin" y que protones y neutrones son realizaciones naturales de una entidad abstracta denominada "nucleón".

De hecho, las transformaciones de isospin admiten estados compuestos o híbridos protón-neutrón que no han sido observados. Una simetría menor y mejor realizada en la naturaleza es la "simetría de carga", que resulta de una estricta transformación especular entre los protones y neutrones de un sistema hadrónico. Esta transformación discreta constituye un caso particular de las anteriores y a nivel microscópico supone la conversión de quarks $u \leftrightarrow d$.

No obstante, la observación experimental indica que se trata de partículas bien diferenciadas por lo que estas abstracciones son solamente las pautas centrales para la construcción de modelos aproximados -pero resolubles- de los fenómenos de la física básica; se dice entonces que la simetría de carga está *rota* en la naturaleza. Las razones por las cuales esta simetría no se realiza de manera exacta, han provocado la inquietud de varias generaciones de físicos. La profundidad de este problema puede ser puesta de manifiesto

a través de un comentario realizado por A. Zee en el epílogo de su reporte sobre el tema: "We really do not understand why the hydrogen atom does not collapse, and the prospect of a clarification in the immediate future is not even good.

A sad but true story" [1].

En este sentido, la consideración del campo electromagnético sugiere un inmediato desbalance energético entre ambas partículas debido a que el protón es una partícula cargada y el neutrón no lo es. Un cálculo detallado revela que el protón resultaría más pesado que el neutrón al tomar en cuenta la nube de fotones que lo rodea -cap. 2-. Si así fuera, el problema sería de otra índole y sus consecuencias catastróficas ya que el Universo sería completamente diferente. La razón es obvia. El noventa por ciento de la materia del Universo es hidrógeno puro; si el neutrón fuera más liviano que el protón el estado más estable estaría determinado por neutrones y positrones en lugar de átomos de hidrógeno. La observación experimental indica que el neutrón es una partícula un 0.14% más masiva que el protón [2] y que al cabo de unos minutos en estado libre, decae débilmente a un protón, un electrón y su antineutrino. La fuerza débil es capaz de provocar el cambio de sabor que la interacción fuerte no logra. Este fenómeno ha sido denominado la *Asimetría de Carga del Nucleón* y constituye uno de los problemas más conflictivos de la física de partículas.

Nuestra propuesta adscribe a sus fuentes un origen fuerte cuyas razones fundamentales están ligadas a la diferencia de masas de los quarks corrientes. Sin embargo, su tratamiento puede ser realizado en la escala hadrónica por las razones que presentamos a continuación.

La idea de que la Cromodinámica Cuántica es la teoría fundamental de las interacciones fuertes ha sido ampliamente aceptada en la actualidad. Sobre estas bases, la interacción entre los nucleones estaría completamente determinada por la dinámica de quarks y gluones subyacente. Sin embargo, debido a los formidables problemas matemáticos generados por el carácter no-perturbativo de QCD en el régimen de bajas energías, estamos aún lejos de una comprensión cuantitativa de las interacciones que gobiernan la física de nucleones desde este punto de vista.

Muy emparentado con esto y de mayor relevancia aún, es el problema del confinamiento de color. Al no ser factible el tratamiento directo de la

QCD en su régimen de confinamiento, se han introducido diversos modelos inspirados en ciertos aspectos de la fenomenología de las interacciones fuertes. En general estos modelos se han desarrollado a partir de la propuesta de un Lagrangiano "efectivo" por oposición a un Lagrangiano "fundamental". En este esquema, los grados de libertad puestos en juego no son los mismos que los del Lagrangiano fundamental -denominados microscópicos- sino que se trata de compuestos que resultan de algún tipo de integración colectiva. La identificación de las coordenadas colectivas es un problema recurrente de la física: fonones en los sólidos, movimientos de rotación de una molécula, parámetros de orden en la teoría de transiciones de fase, etc. En algunos casos resulta posible efectuar los cambios de variable adecuados para pasar del mundo microscópico al mundo macroscópico y mantener una vinculación perfecta entre teorías fundamentales y efectivas. No obstante, estos métodos conducen a cálculos complicados y a veces sin solución. Esto implica que la identificación de los grados de libertad relevantes y la construcción del Lagrangiano efectivo correspondiente es en cierto modo un arte que depende de un recorrido sin descanso entre la experiencia y la teoría. La experiencia provee indicativos sobre los compuestos y sus interacciones al tiempo que acota el alcance de los modelos propuestos por la teoría, dictados en general por criterios de simetría.

La acumulación de resultados experimentales en la física de partículas, nos ha enseñado que a bajas energías las variables relevantes de las interacciones fuertes son los hadrones. El Lagrangiano efectivo correspondiente, será entonces un Lagrangiano de mesones y bariones acoplados.

En algunos casos se han propuesto descripciones en las que los mesones son los únicos campos intervinientes y los bariones emergen como solitones de un modelo no-lineal. Esta descripción ha ganado credibilidad en el marco de las técnicas de desarrollo $1/N$ [3, 4] que mostraron una salida para varios problemas fundamentales de la física en regímenes no-perturbativos. En QCD, el esfuerzo deductivo de 't Hooft [5] y Witten [4] en este sentido, sentó las bases para que esta propuesta continuara siendo explorada. A partir de un trabajo de Skyrme [6], la generación de los '80 produjo una cantidad enorme de publicaciones relacionadas con modelos del nucleón (barión) en los que al campo piónico primitivo se iban agregando otros mesones. Postulando un Lagrangiano estático de quarks del tipo de Nambu-Jona-Lasinio [7] la integración funcional, la identidad de Stratonovich [8] y la expansión $1/N$ conducen básicamente a un Lagrangiano de Skyrme con mesones vectoriales

acoplados. No obstante el poder predictivo de este tipo de modelos ronda el 25 por ciento de precisión [9], ellos presentan varios aspectos desafortunados como, por ejemplo, la predicción de una constante de acoplamiento axial menor que 1.

Una aproximación alternativa al problema del confinamiento está dada por los "modelos de bolsa" (bag models), aunque éstos dependen de manera crucial del radio de la bolsa. El confinamiento se impone requiriendo flujo de color nulo a través de una frontera definida por el equilibrio de presiones que provocan los quarks internos y el vacío-QCD externo. Si el radio de confinamiento fuera pequeño ($R \leq 0.5 fm$) como sugieren algunos autores (little bag [10]), estos modelos serían conciliables con una descripción en términos de mesones y bariones para un amplio rango de fenómenos de la física nuclear, y la representación de intercambio de mesones sería válida. En tal caso, sería apropiado construir la fuerza nuclear con vértices a los que estos campos acuden como variables dinámicas fundamentales. En esta descripción efectiva de las reacciones multiquark, solo la explicación última de las masas hadrónicas, las constantes de acoplamiento y los factores de forma, se dejaría a la QCD [11].

Si el radio de la bolsa fuera grande ($R \simeq 1 fm$), entonces no habría lugar para los mesones pesados en esta descripción, ya que la interacción correspondiente se daría en una zona de 'solapamiento' entre los nucleones. En tal caso, sería necesario considerar genuinos procesos de interacción quark-gluón como contribuciones dominantes [12]. En este sentido, la subdivisión del rango de las fuerzas nucleares en tres zonas [13], fue de gran importancia teórica y práctica ya que permitió realizar una exploración escalonada y una derivación diferente para cada sector espacial de la interacción. De esta forma, el problema de las fuerzas nucleares ya no tenía que ser encarado globalmente, lo cual supone enormes complicaciones.

La clasificación de mesones comenzó a desarrollarse luego de la producción artificial de piones [14]. Mientras esta sistemática evolucionaba hacia los modelos de Simetrías Unitarias, se iba consolidando el "modelo de intercambio de partículas". La idea de que QCD en su régimen no-perturbativo, puede ser representada por la "Teoría de Mesones" sigue en pie en la actualidad [15]. La suposición más poderosa de los modelos OBE (one boson exchange) consiste en representar el intercambio multipiónico con bosones elementales de un estado resonante. En la fenomenología de bajas energías, el papel protagónico corresponde a los mesones vectoriales ρ y ω que representan los

cuantos de interacción fuerte efectivos, de carácter atractivo y repulsivo respectivamente. Si bien el mesón ω tiene una masa bien definida, el mesón ρ está muy disperso y su corta vida media hace de su tratamiento algo delicado. La proximidad de ambas masas provoca la superposición de sus representaciones en los diagramas de Dalitz, correspondientes al proceso $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ [16] y al decaimiento del ψ [17]. La existencia de la interferencia o mixing de estos mesones explica los patrones mencionados. Esta observación experimental es una manifestación hadrónica de la violación de isospin antes mencionada y básicamente se ha establecido que debe su origen a la diferencia de masa de los quarks u y d, como fuente primordial [18]. La utilización de esta interferencia en el canal de scattering de procesos de interacción nucleón-nucleón, ha probado ser relevante en la estimación de la asimetría de carga de longitudes de scattering y analysing powers ($a_{nn} - a_{pp} \neq 0, A_n - A_p \neq 0$) [19]. También ha brindado resultados sorprendentes en la estimación de la asimetría de carga de las energías de ligadura de sistemas nucleares conjugados [18]-[20]. En virtud de estas y otras evidencias experimentales, nuestra propuesta consiste en evaluar la asimetría de carga del nucleón dentro de la representación de intercambio de mesones, con un tratamiento manifiestamente covariante. La predicción del modelo será compatible con la medición experimental de la diferencia de masa así como con la fenomenología de procesos de dispersión NN.

La abundancia de neutrones y protones en los sistemas astrofísicos señala la importancia de realizar una estimación de la asimetría de carga en condiciones de temperatura y densidad elevadas. Los efectos nucleares sobre estas partículas implican condiciones externas similares y consecuentemente un tratamiento análogo. El análisis correspondiente será realizado mediante la Teoría Térmica de Campos (Thermo Field Dynamics [21]) que es la extensión natural y axiomática de la teoría cuántica de los campos fundamentales. En conexión con ello se discutirá otro problema de la física nuclear de larga data denominado Anomalía de Nolen-Schiffer [22], como una aplicación importante de nuestro tratamiento.

El texto a continuación está organizado de la siguiente manera:

El capítulo 1 está dividido en cuatro secciones y un apéndice. En este capítulo se introducen los conceptos básicos que serán utilizados en los capítulos posteriores, desde la perspectiva que genera el control actual de la QED.

Se determina la utilidad y el origen de los Lagrangianos efectivos con términos derivativos incluidos, para representar los efectos cuánticos de orden superior en las interacciones fotón-hadrón. Se discute la posibilidad de introducir funciones escalares que parametrizan estos efectos en los vértices, y su conexión con los resultados experimentales de procesos de dispersión de hadrones. Se hace una presentación intuitiva y otra más formal estableciendo un puente con el análisis del desdoblamiento electromagnético del nucleón que se realizará en el segundo capítulo.

El capítulo 2 está dividido en tres secciones y un apéndice. En su introducción se exponen brevemente las motivaciones para la propuesta del tema de esta tesis, desde la óptica experimental y teórica. A continuación se presenta detalladamente el cálculo de la diferencia de masa electromagnética, usando Teoría de Dispersión en la fórmula de Cottingham [23] y el concepto de Hamiltoniano efectivo en un tratamiento à la Feynman. En esta exposición se pone de manifiesto la imposibilidad de explicar el problema de la diferencia de masa neutrón-protón, dentro de la Electrodinámica Cuántica.

El capítulo 3 marca un punto de inflexión en el desarrollo del texto, frente a la necesidad de introducir interacciones fuertes en la escena. Con el propósito de determinar exactamente el estado de cosas dentro de la Teoría de Mesones¹ es el concepto adecuado para tratar a la física de nucleones y , se estimó conveniente darle cierta extensión a este capítulo y separarlo en cuatro secciones. En él se subraya la relevancia de los mesones vectoriales en la física de nucleones de baja energía y se presentan sus características principales. En el ámbito de la física nuclear, se describen los hallazgos que condujeron a la clasificación de las fuerzas fuertes, poniendo de manifiesto el papel que los mesones juegan en los modelos de intercambio merced a las observaciones experimentales de la asimetría de carga. En este sentido, se analiza la relación entre la violación de las simetrías de isospin y la interferencia de mesones, poniendo especial cuidado en la presentación del $\rho-\omega$ mixing. Finalmente se examina la construcción de los Hamiltonianos efectivos de interacción fuerte y la necesidad de incluir factores de forma en los vértices puramente hadrónicos.

En el capítulo 4 se emplean todos estos elementos a fin de encontrar la contribución esperada en el sector de mesones. En abierto paralelismo con

¹Más correctamente deberíamos decir Modelo efectivo de mesones ya que no se trata de una verdadera teoría, como QCD. Sin embargo, por razones históricas se la sigue llamando así actualmente.

lo expuesto en el capítulo 2, se calcula la energía propia del nucleón considerando la matriz de scattering correspondiente al intercambio de mesones vectoriales, acoplados en el sentido que indica el $\rho - \omega$ mixing. Se ponderan los posibles mecanismos de ruptura de simetría y se establece la utilidad de un tratamiento con propagadores fermiónicos à la Feynman. Cuantitativamente, se logra una estimación que pone de relieve la importancia del mixing considerado, como causa preponderante del desdoblamiento del nucleón [24]. La presentación se realiza en cuatro secciones.

En el capítulo 5 se estudia el comportamiento de la asimetría de carga en condiciones críticas de temperatura y densidad, dentro de la fase hadrónica. La primera sección se halla separada en dos partes donde se presenta la Teoría Térmica de Campos y se expone en detalle el formalismo canónico. La segunda está dividida en tres partes. En la primera parte se discuten las motivaciones específicas del problema y se hacen consideraciones pertinentes al tratamiento del intercambio de mesones en medios astrofísicos y nucleares con esta técnica. A continuación se calcula la energía propia del nucleón debida al $\rho - \omega$ mixing, y se discute la solución de la Anomalía de Nolen-Schiffer, es decir la diferencia en la energía de ligadura de nucleos espejo [25]. Finalmente se presentan los resultados numéricos y se compara nuestra predicción con las que resultan de los modelos quirales.

Por último, la exposición termina con un capítulo de conclusiones.

Bibliografía

- [1] A. Zee, Phys. Rep. **3C** (1972) 128.
- [2] Particle Data Group, Phys. Rev. **D50** (1994) 1173.
- [3] H. R. Christiansen, L. Epele, H. Fanchiotti y C. García Canal, Phys. Rev. **A40** (1989) 1760.
- [4] E. Witten, Nucl. Phys. **B160** (1979) 57.
- [5] G. 't Hooft, Nucl. Phys. **B72** (1974) 461, **B75** (1974) 461.
- [6] T. H. Skyrme, Proc. Roy. Soc. **260** (1961) 127. Nucl. Phys. **31** (1962) 556.
- [7] Y. Nambu y G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122** (1961) 345; **124** (1961) 556. H. Reinhardt y B. V. Dang, Nucl. Phys. **A500** (1989) 563.
M. Watamatsu y W. Weise, Zeits. f. Phys. **A331**- Atomic Nuclei (1988) 173.
- [8] I. Zahed y G. E. Brown, Phys. Rep. **142** (1986).
- [9] R. Bhaduri en *Models of the Nucleon: from Quarks to Soliton*, Addison-Wesley Pub. Co. NY 1990.
- [10] G. Brown, M. Rho y V. Vento, Phys. Lett. **B84** (1984) 383.
- [11] A. Mittal y A. N. Mitra, Phys. Rev. **D29** (1984) 1408.
Y. You-Yen y Z. Zong-Ye, Nucl. Phys. **A426** (1984) 557.
- [12] M. Harvey, J. Le Tourneaux y B. Lorazo, Nucl. Phys. **A424** (1984) 428.
K. Holinde, Nucl. Phys. **A415** (1983) 477; Phys. Lett. **B157** (1985) 123.

- [13] M. Taketani, S. Nakamura y M. Sasaki, Prog. Theor. Phys. **7** (1952) 581.
- [14] E. Gardner y C. M. Lattes, Science **107** (1948) 270.
- [15] G. Brown et al. Phys. Rep. **242** (1994) 1; 191.
- [16] L. M. Barkov y col., Nucl. Phys. **B256** (1985) 365.
- [17] F. J. Gilman y R. Kauffman, Phys. Rev. **D36** (1987) 2761; Phys. Rev. **D37** (1988) 3348.
- [18] G. A. Miller, B. M. K. Nefkens e I. Slaus, Phys. Rep. **194** (1990) 1.
- [19] S. A. Coon y R. C. Barrett, Phys. Rev. **C36** (1987) 2189;
L. D. Knutson y col., Phys. Rev. Lett. **11** (1991) 1410.
- [20] Refs sección 3.3.
- [21] R. J. Furnstall y B. D. Serot, Phys. Rev. **C43** (1991) 105.
- [22] J. A. Nolen y J. P. Schiffer, An. Rev. Nucl. Sci. **29** (1969) 471;
L. Epele, H. Fanchiotti, C. García Canal, G. Gonzalez Sprinberg y R. Mendez Galain, Phys. Lett. **B277** (1992) 33.
- [23] W. N. Cottingham, Ann. Phys.(NY) **25** (1963) 424, y refs sección 2.2.
- [24] H. R. Christiansen, L. Epele, H. Fanchiotti y C. García Canal, Phys. Lett. **B267** (1991) 164.
- [25] H. R. Christiansen, L. Epele, H. Fanchiotti y C. García Canal, Preprint en referato Phys. Rev. **C** (1994).

Capítulo 1

Descripción del Nucleón y Factores de Forma

1.1 Introducción

En el inicio de los años '50, la actividad científica estaba concentrada en dar una explicación de las interacciones entre las partículas mediante ecuaciones de Campo. Con ellas se intentaba construir potenciales nucleares, corrimientos de fase etc., a partir de primeros principios. La ausencia de resultados sustanciales en aquella empresa, condujo paulatinamente a que los físicos de la generación de los 60's se alejaran de tan ambiciosas metas y utilizaran al lagrangiano como un *generador de corrientes* que obedecen las reglas de conmutación impuestas por sus simetrías.

El concepto de corriente desempeña un papel de carácter universal en la física de partículas. En electrodinámica, la importancia de las corrientes es evidente debido a la naturaleza vectorial del fotón. De tal manera, el acoplamiento más sencillo que puede tener el campo electromagnético con la materia, es naturalmente con otro operador vectorial, es decir, con una corriente.

En su origen, los modelos de las interacciones débiles también fueron construídos sobre la hipótesis de corrientes que interactúan con corrientes o con mesones vectoriales.

El descubrimiento de los mediadores vectoriales de las interacciones fuertes, enfatizó el interés por esta línea de análisis, debido a la función medular que desempeñan las corrientes en la expresión de las leyes de conservación. Aquí como en casi todos los aspectos de la física de partículas, la electrodinámica constituyó la guía fundamental en el desarrollo de formalismos creados por analogía.

En la Electrodinámica Cuántica, el fotón es un intermediario para el intercambio de energía entre partículas cargadas y también es el campo de

gauge que expresa la conservación de la corriente electromagnética. Mediante el reemplazo $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu$ en el lagrangiano libre \mathcal{L}_0 , se puede definir la corriente e-m como la derivada del resultante respecto del campo de fotones, $eJ_\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\mu}$. Cuando se realiza una transformación de fase local $\alpha(x)$ infinitesimal sobre los campos cargados en \mathcal{L}_0 , también se puede definir esta corriente según $J_\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \alpha}$. Desde este punto de vista, la conservación de J_μ refleja la invarianza de \mathcal{L}_0 ante transformaciones de fase. Es con esta corriente con la que se acopla el fotón.

Sin embargo, esta no es la única corriente exactamente conservada en física de partículas. Por ejemplo, la conservación de la corriente bariónica asegura que un protón no puede desaparecer del Universo a menos que logre conectarse con su antipartícula. También existen corrientes que sólo se conservan de manera exacta en ciertos límites fenomenológicos. Por ejemplo, la suposición de que la diferencia de masa es despreciable en el interior de ciertos conjuntos de partículas, implica que la corriente de isospin tiene divergencia nula. En realidad, se trata de corrientes aproximadamente conservadas en la naturaleza que, sin embargo, se utilizan muchísimo en la construcción de modelos.

Para finalizar con esta introducción diremos que por un lado la Teoría Electrodébil y por otro, la Cromodinámica Cuántica, pueden ser analizadas desde la perspectiva de la interacción de corrientes que se acoplan entre sí o con campos vectoriales intermediarios. En el caso de las interacciones fuertes éstas pueden ser parcialmente comprendidas como el acoplamiento de corrientes con *mesones vectoriales*. Las cargas asociadas expresan las simetrías exactas o aproximadas que obedecen dichas interacciones.

Establecida la relevancia de las corrientes vamos a comenzar con una discusión mas detallada, acerca de la existencia de lagrangianos sin acoplamiento mínimo. Esto sentará alguna de las bases necesarias para el análisis que haremos de la diferencia de masa neutrón-protón.

Comenzaremos con las interacciones electromagnéticas y luego siguiendo el 'principio' de analogías completaremos el cálculo en el sector fuerte, en capítulos posteriores.

1.2 Interacciones Efectivas en la Electrodinámica

Cuando introducimos el campo de gauge en \mathcal{L}_0 a través del reemplazo $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu$ podemos identificar en el nuevo lagrangiano \mathcal{L} , un término de interacción \mathcal{L}_I entre la corriente $ie\gamma_\mu\psi$ y el campo A_μ , proporcional a la carga. Este lagrangiano de interacciones es adecuado para trabajar perturbativamente a la Feynman-Dyson. Sin embargo, existen ciertas ambigüedades en el mecanismo de obtención de \mathcal{L}_I . Podemos sumar divergencias totales a \mathcal{L}_0 y obtendremos las mismas ecuaciones de campo resultantes, pero al mismo tiempo veremos emerger nuevos términos en \mathcal{L}_I también proporcionales a e . Por ejemplo, postulando un lagrangiano

$$\mathcal{L}'_0 = \mathcal{L}_0 + K\partial_\mu(\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\partial_\nu\psi)$$

donde K es una constante arbitraria 'no renormalizable' (con dimensiones de M^{-1}), vemos que el término de interacción deviene ahora

$$\mathcal{L}'_I = \mathcal{L}_I + iKe\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\partial_\nu\psi A_\mu$$

Este término adicional tiene el aspecto de un acoplamiento magnético con un campo eléctrico. Se lo denomina acoplamiento de Pauli y K es una constante intrínseca de la partícula.

Lo que resulta poco atractivo, es el agregado de otra constante fundamental y es por eso que en la construcción de lagrangianos se suele imponer el *principio de acoplamiento mínimo* [1]. Este principio establece que el número de derivadas debe ser mínimo, lo cual, en este caso, sería suficiente para eliminar el término adicional. Este principio se ha aplicado con éxito en el estudio de la partículas 'verdaderamente' elementales como el electrón, sin embargo y en general, los hadrones no poseen esta virtud. Sólo en caso de tratar con mesones de spin cero podemos evitar el uso del término de Pauli dado que estas partículas carecen de momento magnético intrínseco.

Estrictamente hablando, todas la partículas con spin diferente de cero tienen un término de Pauli y omitirlo es trabajar a primer orden en la constante de acoplamiento. El desarrollo no-relativista pone en evidencia que en \mathcal{L}_I ya está contenido el momento magnético 'normal' de la partícula; de tal manera, el término magnético adicional suele denominarse momento magnético *anómalo*.

El parámetro K representa efectivamente esa cantidad, necesaria para incorporar los efectos cuánticos de mayor orden sobre el vértice electromagnético. Los siguientes diagramas ilustran las correcciones correspondientes cuando se trata de un electrón

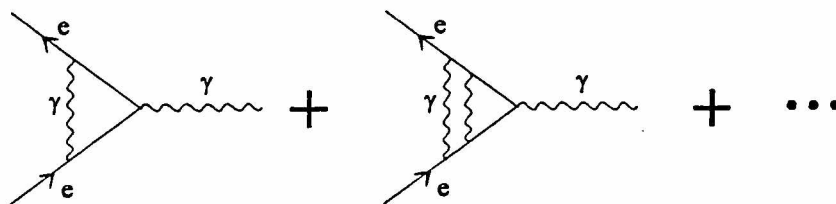


Fig. 1. Correcciones radiativas para el electrón.

Si escribimos el momento magnético total de la partícula como

$$\mu = \left(1 + \frac{g-2}{2}\right) \frac{e}{m}, \quad (1.1)$$

siendo e/m su valor normal (2 magnetones de Bohr), entonces $(g-2)/2$ mide la contribución anómala.

Usando la Teoría de Perturbaciones Relativista [2], esta cantidad puede ser calculada con precisión. Por ejemplo, para el electrón, la consideración de todos los diagramas de vértice con 2 fotones virtuales conduce a la siguiente predicción teórica

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_t = \frac{\alpha}{2\pi} - 0.328 \frac{\alpha^2}{\pi^2} \quad (1.2)$$

que se verifica magníficamente con la medida experimental [3]:

$$\left(\frac{g-2}{2}\right)_{exp} = \frac{\alpha}{2\pi} - (0.327 \pm 0.005) \frac{\alpha^2}{\pi^2} \quad (1.3)$$

El hecho de que la corrección relativa al término de orden α sea inferior al 1%, justifica la omisión de un término de Pauli en el vértice electromagnético del electrón.

vértice leptónico de la discusión y la consideración aislada de un fotón virtual interactuando con el hadrón (Fig. 2b). La burbuja que aparece en el vértice hadrónico resume los efectos de todas las partículas virtuales que puedan participar del proceso descrito (Fig. 3).

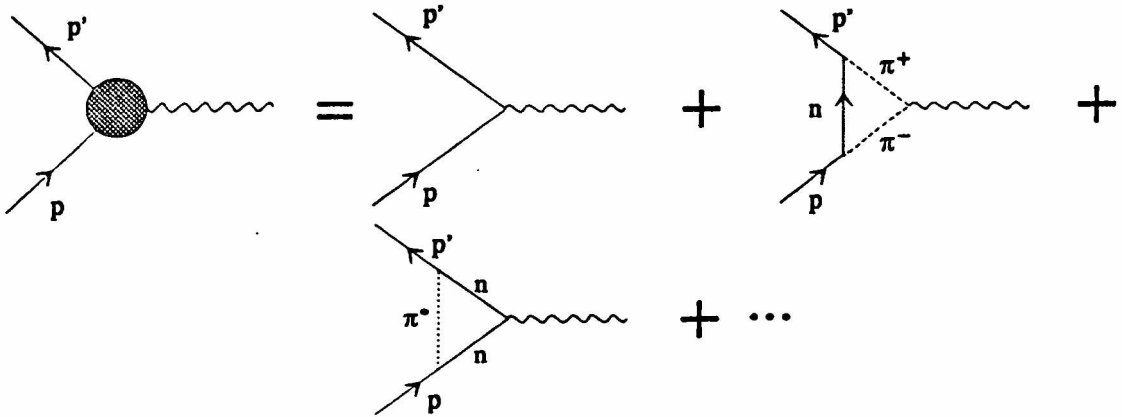


Fig. 3. Descomposición del vértice fotón virtual-hadrón.

El vértice hadrónico debe ser de tipo vectorial para que de su contracción con el fotón resulte un escalar de Lorentz; las componentes de spin contraídas dan origen a un propagador covariante.

Para representar el vértice hadrónico necesitamos primero conocer su estructura matemática más general. En principio, se pueden construir 12 vectores independientes con los elementos cinemáticos que aquí tenemos (y también 12 seudovectores multiplicándolos por matrices γ_5 , lo que resulta importante sobre todo en las interacciones débiles) y cada uno irá acompañado de una función invariante para simular el tamaño del hadrón [4]

$$J_\mu(\vec{p}_f, \vec{p}_i) = \sum_{j=1}^{12} F_j(q^2) v_{j\mu}(\vec{p}_f, \vec{p}_i) \quad (1.4)$$

Al imponer invarianza de Lorentz y ubicar a los hadrones en su capa de masa, de todos estos términos sólo sobreviven tres. Requiriendo además,

1.3 Vértice Electromagnético del Nucleón

La discusión sobre las propiedades del vértice e-m de los hadrones implica en cambio, consideraciones adicionales debidas a su estructura espacial extendida, es decir a su naturaleza no puntual. La dinámica de color de los quarks que lo componen, tiene directa influencia sobre el aspecto cinemático del vértice electromagnético.

Entre las partículas elementales, el fotón ofrece oportunidades únicas para investigar la dinámica de alta energía de los hadrones. Primero, salvo por la diferencia en la magnitud de las secciones eficaces, las reacciones elásticas e inelásticas fotón real - hadrón se comportan de manera muy parecida a las correspondientes en procesos de interacción hadrón - hadrón. Esto significa que aunque las funciones del fotón están íntegramente descritas por la QED, el fotón puede ser usado para el estudio de las interacciones fuertes. Segundo, las reacciones más importantes se realizan por intercambio de un solo fotón virtual, pues el aporte de procesos de mayor orden es pequeño.

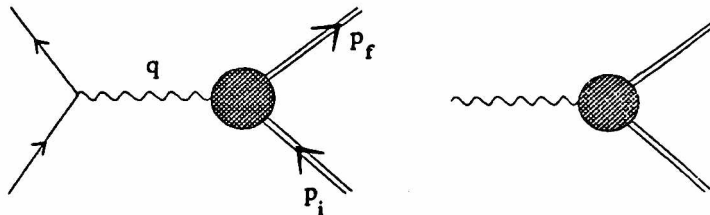


Fig. 2. a. Interacción leptón-hadrón por intercambio de un fotón virtual.
b. Vértice fotón-hadrón.

La forma más directa de entrar en conocimiento del vértice fotón virtual - hadrón, puede hacerse a través del análisis del scattering elástico leptón - hadrón. El conocimiento detallado del vértice leptón - fotón virtual, permite atribuir al vértice restante los resultados de las observaciones experimentales extraídas del análisis de la sección eficaz. Esto sugiere la eliminación del

conservación de corriente o hermiticidad e invariancia T, la forma más general de escribir la corriente resulta [5]:

$$\langle \vec{p}_f | J_\mu^\gamma(0) | \vec{p}_i \rangle = \bar{u}(\vec{p}_f) [F_1(q^2) \gamma_\mu + \frac{ik^N F_2(q^2)}{2M} \sigma_{\mu\nu} q^\nu] u(\vec{p}_i) \quad (1.5)$$

con $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$. Así reencontramos el término adicional discutido anteriormente y los denominados *factores de forma* electromagnéticos.

Estas funciones escalares constituyen una manifestación efectiva de la extensión electromagnética de los hadrones. En Teoría de Regge, emergen como funciones de residuo de la trayectoria de Regge y adquieren forma exponencial. Sin embargo, muchas formas empíricas se han desarrollado dando preferencia a las potencias negativas de q^2 con algún parámetro de ajuste. Sobre este tema, volveremos recurrentemente, agregando alguna información cada vez que sea necesario.

Por su parte, el elemento de corriente (ec. 1.5) sugiere la construcción del hamiltoniano de interacción efectivo que presentamos desde otro ángulo al comienzo, y puede usarse para reducir diagramas de interacción muy complejos.

Para mayor claridad, podemos ilustrar el asunto analizando las cosas desde una perspectiva más intuitiva.

La amplitud de transición correspondiente al diagrama

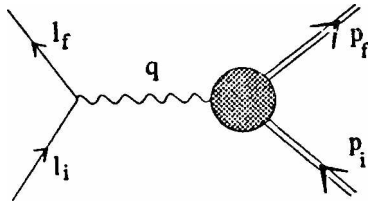


Fig. 4. Interacción leptón-hadrón por intercambio de un fotón.

puede ser escrita como

$$\mathcal{M}_{fi} = \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \langle p_f | \int J_\mu(x) e^{-iqx} d^4 x | p_i \rangle \frac{1}{q^2} \langle l_q | \int j^\mu(x) e^{iqx} d^4 x | l_i \rangle \quad (1.6)$$

donde J^μ es la corriente del protón y j^μ la del electrón. Según QED, la corriente leptónica desnuda es sencillamente:

$$j_\mu(x) = e_0 \bar{\psi}_e(x) \gamma_\mu \psi_e(x) \quad (1.7)$$

de donde resulta que

$$\langle l_f | \int j_\mu(x) e^{iqx} d^4 x | l_i \rangle = e_0 N \langle \bar{u}_f^{(e)} | \gamma_\mu | u_i^{(e)} \rangle \delta^4(l_f - l_i - q) \quad (1.8)$$

Aquí, N es una constante de normalización dependiente de la representación y e_0 la carga no-renormalizada. Podríamos imitar estos pasos en la construcción de la corriente del protón, pero de alguna forma tendríamos que sumar una corriente debida a la nube de mesones que presumiblemente viaja con él.

Todas estas partículas producen efectos que cambian la estructura del vértice en el que el protón absorbe al fotón, es decir que debemos cambiar algo en la forma de la última ecuación para representar esta corriente. La prueba de que estos efectos son fundamentales está en el hecho experimental de que el momento magnético del protón difiere en mucho del de una partícula puntual.

Intuitivamente podríamos interpretar estas ideas diciendo que si la extensión espacial del protón se debe a una nube de mesones virtuales, entonces el fotón podría ser absorbido en un punto x' por un mesón virtual y emitido por el protón en otro punto x . Esto es equivalente a reemplazar en el elemento de corriente del protón,

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i - q) \equiv \int d^4 x e^{i(p_f - p_i - q)x} \quad (1.9)$$

por

$$\int d^4 x' \int d^4 x e^{i(p_f - p_i - q)x} F(x' - x) e^{-iqx'} \quad (1.10)$$

que convenientemente escrito resulta

$$\int d^4x e^{i(p_f - p_i - q)x} F(q^2) \quad (1.11)$$

Así, $F(x - x')$ debería tener el tamaño de la nube. Incorporando estas modificaciones obtenemos

$$\langle p_f | \int J_\mu(x) e^{-iqx} d^4x | p_i \rangle = eN \langle \bar{u}_f | [F_1(q^2)\gamma_\mu + \frac{ik^p}{2M} F_2(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu] | u_i \rangle \quad (1.12)$$

donde ya se ha reemplazado la carga desnuda por su valor experimental e y se ha separado el momento magnético anómalo del protón k^p (sobre este punto volveremos luego).

La sección eficaz que resulta de la amplitud de transición corregida está dada por la fórmula de Rosenbluth [6]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^2}{4(4\pi)^2 E_0^2} \frac{\cos^2 \theta/2}{\sin^2 \theta/2} \frac{1}{1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2 \theta/2} [F_1^2 - \frac{q^2}{4M^2} (2(F_1 + 2MF_2)^2 \tan^2 \theta/2 + (2MF_2)^2)] \quad (1.13)$$

con

$$q^2 = -\frac{(2E_0 \sin \theta/2)^2}{1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2 \theta/2} \quad (1.14)$$

E_0 es la energía de la partícula incidente y θ el ángulo de scattering en el laboratorio. La utilización de esta fórmula para interpretar los resultados experimentales de la dispersión e-p, provee la medida de F_1 y F_2 en función de q .

En el caso analizado, las funciones F_1 y F_2 resultan definidas solamente para valores de q de tipo espacio ($\vec{q}^2 \geq q_0^2$). Sin embargo se pueden extender las definiciones de los factores de forma para incluir los valores de q de tipo tiempo ($\vec{q}^2 \leq q_0^2$) analizando la aniquilación o la creación de pares protón-antiprotón. Es posible demostrar [7] que esta definición coincide con la continuación analítica de los factores de forma tratados como funciones de la variable compleja q^2 ; este asunto será tratado en la próxima sección.

Para protones de tipo espacio, existe un sistema (baricéntrico) en el que electrón y el protón llevan momentos iguales y opuestos. En este sistema es común definir las densidades de carga y momento magnético según:

$$\begin{aligned} e(r) &= e \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} F_1(-\vec{q}^2) e^{-i\vec{q}\vec{r}} \\ \mu(r) &= \frac{e(k_p + 1)}{2M} \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} F_2(-\vec{q}^2) e^{-i\vec{q}\vec{r}} \end{aligned} \quad (1.15)$$

donde los factores de forma aparecen como las transformadas de Fourier de las densidades mencionadas. Sin embargo, esto no debe malentenderse, como es frecuente, ya que en este sistema el protón no es estacionario y por lo tanto relacionar estas densidades con la extensión física del protón no es inmediato.

Por otro lado, digamos que se puede analizar al neutrón en un esquema equivalente para definir factores de forma electromagnéticos análogos, que obviamente tendrán algunas diferencias con los anteriores dado que están describiendo otra composición y estructura. Debemos señalar sin embargo, que la evaluación experimental del scattering de electrones por neutrones suele ser más complicada y menos precisa, debido a que no es posible construir blancos estables de neutrones libres.

Los factores de estructura de vértices arbitrarios son en general funciones con diversas complejidades; en rigor, deberíamos considerar dos escalares independientes en su argumento, e.g. q^2 y $p \cdot q$. No obstante, sabemos que, entre otras cosas, las funciones de vértice poseen propiedades de scaling [8].

En el análisis del scattering inelástico, es decir, cuando el hadrón pierde su identidad después del encuentro, corresponde incluir funciones de estructura dependientes de q^2 y $p \cdot q$ en el vértice hadrónico (cuyo origen es explícitamente una suma sobre todos los posibles estados hadrónicos finales). Se ha observado experimentalmente, que para grandes valores de q_0 y de $|q^2|$ combinados de manera que su cociente permanezca constante, las funciones de estructura sólo dependen de ese cociente. Esta relación puede ser probada teóricamente en el límite asintótico, con el Modelo de Partones, pero experimentalmente se verifica también para valores moderados de q^2 y q_0 .

Por otro lado, es muy importante señalar que ha sido comprobado que las contribuciones a los diagramas de autoenergía, provenientes del sector

inelástico, tienen coeficientes multiplicativos prácticamente despreciables [9]. Este comportamiento, junto con otras evidencias experimentales, sugiere el empleo de un solo escalar para representar al hamiltoniano efectivo en el espacio de Fourier. La tolerancia permitida estará dada por un grado de libertad debido al parámetro fenomenológico de corte.

Este parámetro establece en cierto modo una escala de energías sobre la cuál aumenta la probabilidad de que un hadrón pierda su identidad y se desintegre en otros hadrones. Simultáneamente, la probabilidad de que un hadrón absorba un fotón muy virtual decrece con su grado de virtualidad.

En ausencia de una demostración formal, esta discusión tiene por objeto dar un marco de plausibilidad a la utilización que haremos de los factores de forma y los métodos perturbativos en la evaluación de la diferencia de masa nucleónica. En realidad veremos que es un recurso que ha sido utilizado con éxito en el campo de la fenomenología [10], y nos ha permitido estimar correctamente el desdoblamiento del doblete de isospin[11].

Volviendo sobre la descripción de la corriente hadrónica, ec.(1.5), vamos a concentrarnos en el caso del nucleón. Es razonable esperar que la nube de mesones virtuales que rodea al nucleón, modifique la intensidad del acoplamiento e-m respecto del que se observa entre los leptones. Sin embargo, se puede probar que por lo menos a segundo orden perturbativo en la constante de acoplamiento fuerte, la alteración de la corriente por correcciones radiativas se cancela con la debida a la renormalización mesónica de las funciones de onda, ya que la identidad de Ward sigue en pie [2]. Esto indica que para el nucleón, podemos usar la carga e-m observada del electrón, en tanto ambas partículas tengan la misma carga desnuda antes de tomar en cuenta al campo e-m.

En cuanto a la constante k^N que discutimos antes, ésta se define como el valor numérico de la parte anómala del momento magnético del nucleón N en magnetones nucleares de Bohr $\frac{e}{2M}$ (M masa del nucleón).

Para el protón, $k^p = 1.79$ y para el neutrón, $k^n = -1.91$. El factor de forma $F_2(q^2)$, asociado a estos vértices se define como $F_2^{p,n}(0) = 1$. En cuanto a los factores de forma de Dirac, debido a que la constante de acoplamiento eléctrica es la carga observada, se definen según $F_1^p(0) = 1$ y $F_1^n(0) = 0$.

La desviación finita de F_1^n para $q^2 \neq 0$, se supone siempre despreciable en comparación con los términos restantes. El ajuste de varias distribuciones angulares en scattering e-p, indica que en el sector de bajas energías transferidas, las siguientes expresiones dipolares son adecuadas para definir tanto

a $F_1(q^2)$ como a $F_2(q^2)$ [12]

$$\begin{aligned} F_1^p(q^2) &= F_2^p(q^2) = F_2^n(q^2) = \left(\frac{\Lambda^2}{q^2 - \Lambda^2}\right)^2 \\ F_1^n(q^2) &\simeq 0 \end{aligned} \tag{1.16}$$

donde $\Lambda^2 = 12/a^2$ y a es el radio r.m.s. del nucleón en el modelo exponencial de distribución de carga. La discusión anterior da ciertas garantías como para extrapolar estas funciones y suponer que la región de altos momentos transferidos no contribuye demasiado a las integrales de autoenergía que intentaremos calcular.

1.4 Teoría de Dispersión

En esta sección tratamos algunos aspectos de la estructura de los vértices hadrón-fotón, desde una perspectiva alternativa que hace uso directo del sector de mesones livianos.

Esta descripción será conveniente por varias razones. Se prepara el camino para analizar la autoenergía electromagnética del nucleón con la presencia explícita de los factores de forma con un enfoque más microscópico de la situación.

Primero veamos de que forma puede extraerse información sobre la estructura del neutrón.

Electrones y protones han sido herramientas complementarias para examinar el interior de los nucleones. Un ejemplo de ello lo proporciona el diagrama de interacción deuterón-electrón, ver Fig. 5. Este diagrama representa una posible descomposición de la reacción $D + e \rightarrow e' + n + p$, debida a Chew, Low y Mandelstam [13,14]. Aquí μ simboliza todos los posibles estados intermedios que acoplan fuertemente las dos partes del diagrama. Por ejemplo, μ podría representar un neutrón, un neutrón y un pión, un neutrón y varios mesones, o combinaciones de partícula-antipartícula y piones, etc.

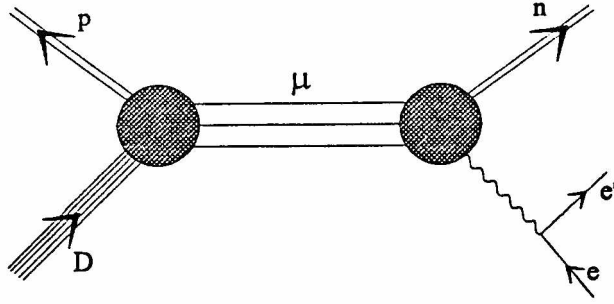


Fig. 5. Posible diagrama de reacción deuterón-electrón.

La suposición básica en este análisis, es que la continuación analítica de la amplitud de dispersión \mathcal{M}_{fi} tenga un polo simple en la masa del neutrón y un corte cuyo punto de ramificación corresponda al estado combinado (e.g. $n-\pi$) más liviano, compatible con las ecuaciones de continuidad en los vértices. La variable de interés es $\Delta^2 \equiv (p_D - p_p)^2$ y estamos interesados en determinar el espectro de singularidades de \mathcal{M}_{fi} como función de esta variable en el plano complejo.

La forma de encarar este problema, debida a Mandelstam [13], puede ser enunciada de manera simple: Se reemplaza al protón p saliente por su antipartícula \bar{p} , como si esta fuera incidente; ahora el proceso puede simbolizarse según

$$\begin{aligned}
 e + D + \bar{p} \rightarrow & \quad n \quad \rightarrow n + e' \\
 & \quad n + \pi \\
 & \quad \dots
 \end{aligned}
 \tag{1.17}$$

Aquí se pone de manifiesto un solo polo en $\Delta^2 = M_n^2$ y un corte continuo que comienza cada vez que aparece un estado de multipartícula que contiene al neutrón. Para encontrar el resto de la singularidades se considera la reacción cruzada, con un deuterón y un antineutrón incidentes.

$$\begin{aligned}
 e + D + \bar{n} \rightarrow & \quad p \quad \rightarrow p + e' \\
 & \quad p + \pi \\
 & \quad \dots
 \end{aligned}
 \tag{1.18}$$

El polo está en $\Delta'^2 \equiv (p_D - p_n)^2 = M_p^2$ y el primer corte comienza en $\Delta'^2 = (M_p - m_\pi)^2$. Relacionando Δ^2 y Δ'^2 a través de la energía total de reacción $E^2 = (p_p - p_n)^2$ en el centro de masa del sistema $p - n$, podemos expresar las singularidades del espectro cruzado dentro del plano Δ^2 . La validez de la relación:

$$\Delta'^2 + \Delta^2 + E^2 = M_D^2 + M_p^2 + M_n^2 + q^2 \quad (1.19)$$

con $q^2 \equiv p_{e'} - p_e$, implica que el polo del espectro cruzado ocurre para

$$\Delta^2 = E^2 + M_D^2 + M_p^2 + M_n^2 + q^2 \quad (1.20)$$

y que el punto de ramificación $\Delta'^2 = (M_p + m_\pi)^2$ está en

$$\Delta^2 = -E^2 + M_D^2 + M_n^2 + q^2 - 2M_p m_\pi \left(1 + \frac{m_\pi}{2M_p}\right) \quad (1.21)$$

Según la conjetura de Chew y Low [14] el residuo en el polo $\Delta^2 = M_N^2$, está dado por el producto de las amplitudes de transición que conectan ambos grupos de partículas (Fig. 6), con el neutrón intermedio en su capa de masa. Es decir, que se trata del producto de la amplitud de scattering neutrón-electrón por la amplitud del proceso $D \leftrightarrow n + p$.

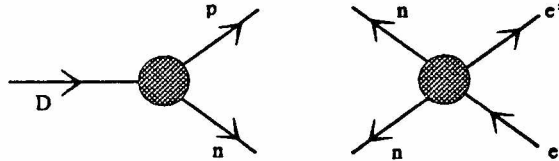


Fig. 6. Interpretación de la reacción como producto de amplitudes.

Como esta última amplitud puede expresarse en términos de la normalización de la función de onda asintótica del deuterón, la sección eficaz del proceso

original posee un polo de segundo orden en $\Delta^2 = M_n^2$ cuyo residuo es proporcional a la sección eficaz e-m. De esta forma, programando experimentos a q^2 fijo, se puede determinar la estructura del neutrón. Por supuesto, existen otras reacciones útiles para tal fin, pero aquí hemos elegido este ejemplo ilustrativo.

Relaciones de dispersión y factores de forma

En esta sección daremos un marco más formal al tratamiento de los factores de forma dentro de la Teoría de Dispersión.

La Teoría de Dispersión [15] permitió poner este problema en términos de un conjunto de ecuaciones y postulados a partir de los cuales los cálculos anteriores pueden ser derivados mediante aproximaciones directas. Este lenguaje permite ciertos progresos en los modelos de interacción aunque, como sabemos, los problemas fundamentales de la física hadrónica no poseen aún solución. La Teoría de Dispersión está construida sobre enunciados que conciernen las propiedades de analiticidad de los factores de forma extendiendo su argumento a una variable compleja. Analicemos en principio las razones que impulsan este programa.

La estructura local de las relaciones de conmutación de la Teoría de Campos, pone ciertas restricciones sobre el comportamiento de las amplitudes de scattering estudiadas como funciones de la energía y el momento transferido, cuando estas variables se continúan a un dominio no-físico sobre el plano complejo.

De estas restricciones surgen relaciones muy útiles para evaluar dichas amplitudes o expresarlas en términos de otras cantidades medibles. El nacimiento de esta técnica tuvo por inspiración las relaciones que Kramers y Kronig hallaron en el campo de la óptica [16]. Estas relaciones se obtienen estableciendo que la amplitud de dispersión hacia adelante (*scattering forward*) de la luz incidente sobre los átomos, es analítica en el semiplano superior, propiedad basada en el hecho de que las señales electromagnéticas no pueden propagarse con una velocidad mayor que la de la luz. Estamos diciendo que el ingrediente básico del programa es una condición de Causalidad debida al principio de relatividad. En Teoría Cuántica de Campos, los operadores de Fermi-Dirac y Bose-Einstein cumplen respectivamente con los siguientes

axiomas:

$$\{\psi_i(x), \bar{\psi}_j(y)\} = 0 ; \quad [\varphi_i(x), \bar{\varphi}_j(y)] = 0 ; \quad [\varphi_i(x), \bar{\psi}_j(y)] = 0 \quad (1.22)$$

con $(x_0 - y_0)^2 < (\vec{x} - \vec{y})^2$. A partir de estas ecuaciones se deduce que las mediciones de las amplitudes de los campos bosónicos y de las formas bilineales que representan densidades locales de operadores físicos de campos fermionicos, no interfieren entre sí si están separados por un intervalo de tipo espacio. De esta forma, vemos que las relaciones de conmutación, aseguran la causalidad microscópica de la Teoría Cuántica de Campos.

A continuación enunciamos las propiedades básicas que debe tener la continuación analítica $F(z)$ de la función $F(q^2)$ definida sobre el eje real:

- i) $F(q^2) = \lim_{z \rightarrow q^2 + i\epsilon} F(z)$
- ii) $F(z)$ debe ser analítica sobre todo el semiplano superior excepto sobre el corte en el eje real positivo.
- iii) $F(z)$ (o en algunos casos $F(z)/z$) tiende a cero cuando $z \rightarrow \infty$ en el semiplano superior.

Se puede probar que estas condiciones valen en cada orden de la teoría perturbativa [17]. Por simplicidad sólo presentamos la prueba para el orden más bajo, y supondremos que todos los campos hadrónicos involucrados tienen spin cero, lo cual saca de la escena a F_2 .

Las primeras correcciones al vértice de nucleón puntual corresponden a los diagramas:

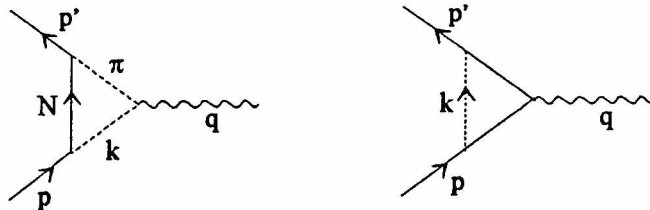


Fig. 7. Primeras correcciones fuertes al vértice nucleón-fotón virtual.

Para ilustrar la técnica basta con analizar la figura 7. Una vez que se ha

escrito el elemento de matriz correspondiente surge la siguiente expresión para el factor de forma¹

$$F(q^2) \sim \int d^4k \frac{1}{k^2 - m_{pi}^2 + i\epsilon} \frac{1}{(k+q)^2 - m_{pi}^2 + i\epsilon} \frac{1}{(p-k)^2 - M^2 + i\epsilon}, \quad \epsilon > 0 \quad (1.23)$$

Usando la identidad

$$\frac{1}{a_1 a_2 a_3} = 2 \int_0^\infty dx_1 dx_2 dx_3 \frac{\delta(1 - x_1 - x_2 - x_3)}{(a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3)^3} \quad (1.24)$$

con

$$\sum a_i x_i = k^2 + 2k(qx_2 - px_3) - m_\pi^2(1 - x_3) + q^2 x_2, \quad (1.25)$$

resulta

$$F(q^2) \sim \int_0^\infty dx_1 dx_2 dx_3 \delta(1 - x_1 - x_2 - x_3) \int d^4k' \frac{1}{(k'^2 + \Delta)^3} \quad (1.26)$$

donde²

$$\begin{aligned} k' &= k + k_0 \\ k_0 &= qx_2 - px_3 \\ \Delta &= q^2(x_2(1 - x_2) - x_2 x_3) - M^2 x_3^2 - m_\pi^2(1 - x_3) \end{aligned} \quad (1.27)$$

Integrando en k'

¹Aquí se han omitido complicaciones debidas al tratamiento de los índices de spin, eliminando el numerador fermiónico. La evaluación rigurosa de esta integral involucra divergencias debidas al propagador fermiónico completo que exigen la renormalización del vértice. Esta complicación no impide mostrar lo que deseamos.

²Se usó $p^2 = M^2$ y $p'^2 \equiv (p+q)^2 = M^2$ que implican $2pq = -q^2$.

$$F(q^2) \sim \int_0^1 dx_3 \int_0^{1-x_3} dx_2 \frac{1}{\Delta} \quad (1.28)$$

que puede reescribirse como:

$$F(q^2) \sim \int_0^1 dx x \int_0^1 dy \frac{1}{(q^2 + i\epsilon)x^2y(1-y) - M^2(1-x)^2 - m_\pi^2x} \quad (1.29)$$

donde $y = x_2/x$, $x = 1 - x_3$ y la inclusión de la pequeña parte imaginaria resulta equivalente a las partes imaginarias originales.

Es evidente que hemos obtenido la continuación analítica que buscábamos, pues reemplazando $q^2 + i\epsilon$ por z se cumplen las tres propiedades (i), (ii) y (iii). Entonces, podemos afirmar que tenemos a la función bien definida excepto donde el denominador se anula. Es decir, para

$$z_0 = \frac{M^2(1-x)^2 + m_\pi^2x}{x^2y(1-y)} \quad (1.30)$$

y dado el rango de variación de x e y , esto puede ocurrir para cualquier valor de z real y mayor que r , de modo que queda definida una rama de corte.

Como hemos dicho, se pueden hacer demostraciones análogas a cualquier orden perturbativo finito.

Ya que se ha supuesto un punto de ramificación en r , el factor de forma físico resulta (Ver Apéndice)

$$F(q^2) = \frac{1}{\pi} \int_r^\infty \frac{ImF(q'^2)}{q'^2 - q^2 - i\epsilon} dq'^2 \quad (1.31)$$

Si en cambio se supone que sólo $F(z)/z \rightarrow 0$ cuando $z \rightarrow \infty$, la aplicación del teorema de Cauchy a esta función conduce a una *relación de dispersión* con una sustracción

$$F(q^2) = F(0) + \frac{q^2}{\pi} \int_r^\infty \frac{ImF(q'^2)}{q'^2 - q^2 - i\epsilon} dq'^2 \quad (1.32)$$

Todavía nos está faltando una expresión para $ImF(q^2)$ o, lo que es equivalente, para la discontinuidad de $F(z)$ en el eje real. Normalmente, primero es necesario decidir si se debe usar una relación con o sin sustracciones. Para esto hay que volver al problema original e introducir la totalidad de los ingredientes. La consideración de los factores de forma dentro de los elementos de corriente que discutimos en la sección (1.3) es el punto de partida. El análisis cuidadoso de dichos elementos de corriente, pone de manifiesto como los factores de forma resultan de las contribuciones de un conjunto completo de supuestos estados intermedios, en la línea de lo ilustrado en la sección anterior. La idea es descomponer el vértice de la forma indicada por la figura 8.

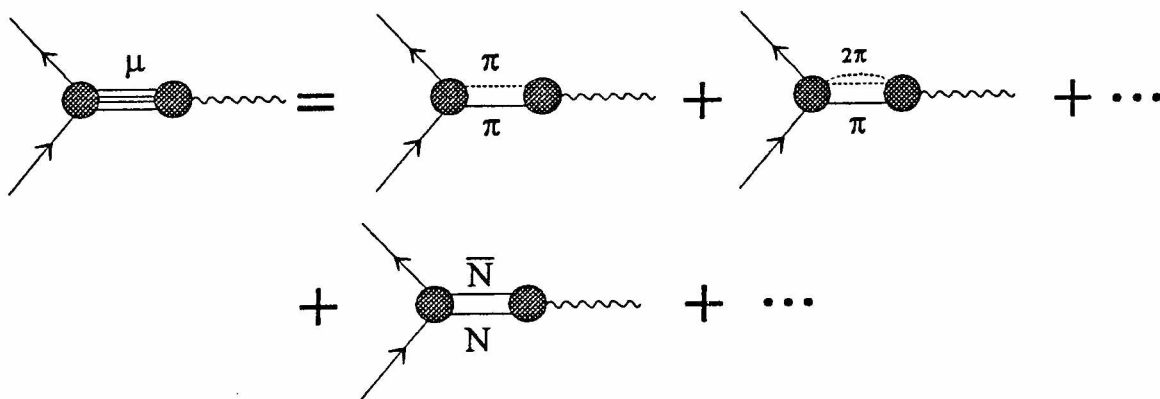


Fig. 8. Descomposición del factor de forma electromagnético del hadrón en un conjunto completo de estados hadrónicos intermedios.

En el próximo capítulo veremos en acción todos los conceptos que hemos introducido a lo largo del capítulo 1, concentrándonos concretamente en el problema de la diferencia de masa neutrón-protón.

APENDICE

El teorema de Cauchy establece que

$$F(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{F(w)}{w-z} dw \quad (1.33)$$

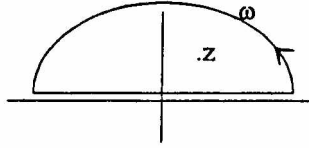


Fig. 9. Plano complejo y teorema de Cauchy.

Dado que $F(z) \rightarrow 0$ sobre el semicírculo, vale

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(q'^2)}{q'^2 - q^2 - i\epsilon} dq'^2 = F(q^2) \quad (1.34)$$

y usando

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{x - i\epsilon} = P \frac{1}{x} + i\pi\delta(x) \quad (1.35)$$

se puede escribir

$$F(q^2) = \frac{1}{\pi i} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F(q'^2)}{q'^2 - q^2} dq'^2 \quad (1.36)$$

Como su parte real es ahora

$$ReF(q^2) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ImF(q'^2)}{q'^2 - q^2} dq'^2 \quad (1.37)$$

resulta

$$F(q^2) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ImF(q'^2)}{q'^2 - q^2} dq'^2 \quad (1.38)$$

Para definir $F(z)$ en el semiplano inferior simplemente cambiamos q^2 por z , quedando claro que donde $ImF(q^2) = 0$ también se anula $F(z)$ y donde $ImF(q^2) \neq 0$ vale

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} (F(z)|_{q^2+i\epsilon} - F(z)|_{q^2-i\epsilon}) = 2iImF(q^2) \quad (1.39)$$

con

$$ImF(q^2) = Im \lim_{z \rightarrow q^2+i\epsilon} F(z) \quad (1.40)$$

Así , ha quedado definida la extensión analítica en todo el plano con un corte cuya discontinuidad es $2iImF(q^2)$; en el resto del eje real, $F(q^2)$ es real.

Bibliografía

- [1] M. Gell-Mann, *Nuovo Cim. Suppl.* **2** 4(1956) 848.
- [2] J. D. Bjorken y S. D. Drell, *Relativistic Quantum Mechanics* Mc Graw-Hill - New York 1964.
- [3] J. Schwinger, *Phys. Rev.* **73** (1948) 416L (orden α); C. Sommerfeld, *Phys. Rev.* **107** (1957) 328, *Ann. Phys (N.Y)* **5** (1958) 20 (orden α^2); D. T. Wilkinson y H. R. Crane, *Phys. Rev.* **130** (1963) 852 (exp).
- [4] J. Bernstein, *Elementary Particles and their Currents*, W. H. Freeman & Co. 1968.
- [5] G. Salzman, *Phys. Rev.* **105** (1957) 1076; *Phys. Rev.* **99** (1955) 973; L. Foldy, *Phys. Rev.* **87** (1952) 668, 693.
- [6] N. M. Rosenbluth, *Phys. Rev.* **79** (1950) 615.
- [7] J. D. Bjorken y S. D. Drell, *Relativistic Quantum Fields* Mc Graw-Hill - New York 1965.
- [8] J. D. Bjorken y E. A. Paschos, *Phys. Rev.* **D1** (1970) 3151.
- [9] J. Gasser y H. Leutwyler, *Phys. Rep.* **87** (1982) No 3.
- [10] R. P. Feynman y G. Speisman, *Phys. Rev.* **94** (1954) 500; K. Huang, *Phys. Rev.* **101** (1956) 1173; M. Cini, E. Ferrari y R. Gatto, *Phys. Rev. Lett.* **2** (1959) 7; A. I. Salomon, *Nuovo Cim.* **27** (1963) 748.
- [11] H. R. Christiansen, L. N. Epele, H. Fanchiotti y C. García Canal, *Phys. Lett.* **B267** (1991) 164.

- [12] R. Hoftadter, *Rev. Mod. Phys.* **28** (1956) 214. M. R. Yeariau y R. Hoftadter, *Phys. Rev.* **110** (1958) 552. H. F. Ehremberg y R. Hoftadter, *Phys. Rev.* **110** (1958) 554.
- [13] S. Mandelstam, *Phys. Rev.* **112** (1958) 1344.
- [14] G. Chew y F. Low, *Phys. Rev.* **113** (1959) 1640.
- [15] G. Chew, Karplus, Gasiorowicz y F. Zachariasen, *Phys. Rev.* **110** (1958) 265; Federbush, M. Goldberger y S. Trieman, *Phys. Rev.* **112** (1958) 642.
- [16] R. Kronig, *J. Op. Soc. An.* **12** (1926) 547; H. A. Kramers, *Atti. Congr. Int. Fis. Com.* (1927) 346.
- [17] Y. Nambu, *Nuovo Cim.* **6** (1957) 1064; **9** (1958) 610; L. Landau, *Nucl. Phys.* **13** (1959) 141.

Capítulo 2

La Diferencia de Masa Electromagnética

2.1 Introducción

La apariencia del Universo tal como lo conocemos, depende en gran medida de que el neutrón sea más masivo que el protón. Si así no fuera, el noventa por ciento de la materia se desintegraría, emitiendo neutrones, electrones y neutrinos: el átomo de hidrógeno sería un estado excitado que colapsaría de inmediato. Esto ocurriría junto con otros procesos catastróficos derivados del decaimiento débil de neutrones en protones.

Medición Experimental

Evidentemente *el protón es más liviano que el neutrón*. La primera comprobación experimental relativamente precisa de tal afirmación, fue realizada en el año 1935 por Chadwick y Goldhaber [1]. Su experiencia consistió en medir la energía cinética E_c del producto de la reacción $D + \gamma \rightarrow H + n$. El valor $E_c=0.5$ MeV implicaba una energía de ligadura de 2.1 MeV para el deuterio (se conocían los valores de M_D , M_H y m_e) y el balance energético exigía una diferencia de masa neutrón-protón de 1.5 MeV.

Posteriormente se hicieron muchas comprobaciones experimentales de tal hallazgo, en general, analizando la reacción inversa. Por ejemplo, Vilor y colaboradores [2] examinaron la captura de neutrones térmicos por hidrógeno y su posterior decaimiento a deuterio con la emisión de 'rayos gamma': $H + n \rightarrow D + \gamma$. Midiendo la energía de los fotones y la energía de retroceso del núcleo, obtuvieron un valor más preciso para la energía de ligadura que arrojó: $\Delta M_{p-n} = 1.2933$ MeV¹.

Intuitivamente, este resultado presentaba una paradoja. Por un lado era

¹El valor actual solo asegura mayor precisión en dígitos superiores [3].

necesario en virtud de la comprobada estabilidad del átomo de hidrógeno. Por otro, era razonable suponer que la nube de fotones inherente a la carga eléctrica del protón tenía que contribuir con una cantidad positiva de energía, que haría de esta partícula la más pesada. De hecho, una estimación aproximada respalda esta suposición.

Para ello calculamos la energía electrostática del protón y del neutrón con distribuciones de carga elementales, dadas por

$$\rho_p(r) = \rho_0(H(r - r_0) - H(r))$$

y

$$\rho_n(r) = \rho_1(H(r - r_1) - H(r)) + \rho_2(H(r - r_1) - H(r - r_0))$$

donde $r_0 > r_1 > 0$ y $H(r)$ es la función de Heaviside. Suponiendo que se trata de esferas de radio $r_0 \simeq 1 fm$, la diferencia de energías correspondiente resulta

$$\Delta^e M_{n-p} = 2\pi e^2 \int_0^\infty \frac{dr}{r^2} \left| \int_0^r dr' r'^2 (\rho_n - \rho_p) \right|^2$$

El valor experimental para la carga eléctrica de protones y neutrones establece el vínculo para calcular sendas densidades. En tal caso, la energía del neutrón puede ser acotada y resulta despreciable, mientras que la del protón es positiva y determina el valor final $\Delta^e M_{n-p} \simeq -0.85 MeV$.

Energía Propia

El crédito de esta estimación es obviamente cuestionable. En efecto, la Teoría Cuántica de Campos es la herramienta adecuada para el tratamiento de este problema.

A segundo orden perturbativo, la autoenergía electromagnética de un fermión elemental puede ser simbolizada mediante el diagrama (1.a). Allí, la línea interna ondulada representa un fotón covariante. En el lenguaje de la Teoría Cuántica de Campos, este diagrama está simulando dos procesos intuitivamente factibles: la interacción instantánea del fermión con el campo de Coulomb que él mismo genera, y la autointeracción debida a la emisión y reabsorción de un fotón virtual transverso. Las reglas de Feynman proporcionan la estructura del elemento de matriz correspondiente Σ . Se puede

probar que el contenido de este elemento de matriz es idéntico al que resultaría de un lagrangiano con un término de masa adicional $\mathcal{L}_I = \bar{\psi}\delta m\psi$, pero a primer orden en la carga eléctrica. Cuando analizamos un electrón libre, la teoría en consideración solo involucra la masa m_0 'desnuda' (inobservable) que tendría un fermión sin carga eléctrica. Cuando tomamos en cuenta la existencia del diagrama adicional, podemos trabajar con la masa experimental m_R , separando al lagrangiano de masas en dos partes, que surgen de escribir $m_0 = (m_0 + \delta m) - \delta m$ con $m_0 + \delta m = m_R$. Esto implica que hasta el orden e^2 , ahora hay dos aportes que podemos representar con sendos diagramas

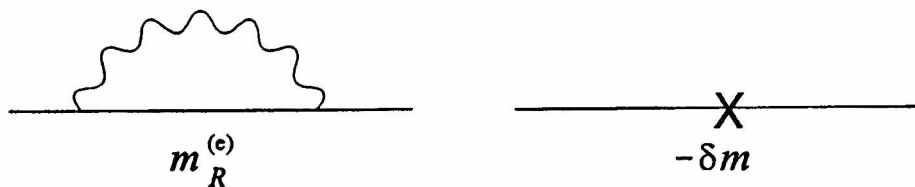


Fig. 1. Masa física y masa desnuda. Diagramas asociados a la masa renormalizada y a su corrección.

Dado que δm es una cantidad divergente, también deberá serlo m_0 (con signo opuesto), de modo que resulte $m_R^{(e)} = 0.5MeV$.

Esta y otras divergencias constituyen un aspecto conflictivo de la teoría, que nos obliga a suponer que a cortas distancias la emisión y absorción de fotones virtuales de altísimos valores de q^2 , no están pesados correctamente con la regla usual de los propagadores (aunque ésta resulta correcta para pequeños q^2). Entonces, se procede modificando artificialmente la transformada de Fourier del propagador del fotón con alguna función $C(q^2)$. Una transformación muy simple y efectiva está dada por

$$\frac{1}{q^2} \rightarrow \frac{1}{q^2} \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 - q^2}$$

Recalculando Σ , surge el mismo resultado que hubiéramos obtenido considerando el lagrangiano adicional con el parámetro

$$\delta m = \frac{3\alpha m}{2\pi} \ln \frac{\Lambda}{m}$$

como se observa en el diagrama (1.b). Esta es una cantidad positiva que crece apenas logarítmicamente con $\Lambda > m$. Este mecanismo de cut-off [4] produce, en la teoría relativista, un resultado en evidente contraste con el que emerge de la teoría no-relativista donde la energía propia diverge linealmente con $|q|$.

Para obtener una autoenergía comparable con la masa de la partícula, sería necesario provocar un corte en $\Lambda \simeq m e^{2\pi/3\alpha} \simeq 10^{100} m$, valor cuya enormidad está a la vista considerando que la masa de todo el universo se estima en alrededor de $10^{80} m_{(e)}$. Es obvio que antes de que el fotón virtual alcance esa energía, habría procesos de una 'nueva física' que trasciende al electromagnetismo.

Esto indica que podemos suponer que δm es una cantidad pequeña comparada con la masa m , es decir que a pesar de ser formalmente infinita, la autoenergía e-m no contribuye demasiado al valor experimental de la masa.

Tratándose de hadrones, la discusión sería idéntica mientras se considere que son puntuales. Experimentos de muy alta transferencia de impulsos (DIS), revelan que los hadrones contienen centros dispersores puntuales en su interior. Si bien esto no asegura la divergencia de la autoenergía, implica en todo caso que debería tenerse en cuenta esta estructura subyacente de partones cargados, aunque sea de manera efectiva.

Este será un aspecto crucial a tener en cuenta para obtener una respuesta finita, y el resultado dependerá de que encontremos un mecanismo natural que de cuenta de ello.

Dado que no se puede 'desnudar' experimentalmente a una partícula y que tampoco es posible medir sus diversas 'vestimentas' una a una, no tiene demasiado sentido hacer una predicción numérica de la corrección electromagnética a la masa desnuda, pues ninguna de las dos cantidades podrá ser separada en un laboratorio (son inobservables).

Se puede pretender sin embargo, encontrar un modelo que proporcione el valor relativo de esta autoenergía. En efecto, dentro de un modelo con simetría de isospin, podemos suponer que protón y neutrón son dos estados posibles de un objeto llamado nucleón.

Estos estados pueden diferenciarse por sus cargas y es plausible la hipótesis de que son estas cargas las que producen la diferencia de masa verificada experimentalmente. Claro está que QCD establece una razón de inmediato; el contenido de quarks (y gluones por ende) es diferente para dos partículas distintas, y asignando masas diferentes para los quarks de valencia que las componen, no será necesario este análisis de naturaleza perturbativa. Sin

embargo, en tal caso habría que preguntarse sobre el origen de esta diferencia de masa entre los quarks y aún así determinar cuantitativamente su relación con las masas bariónicas. Este programa ha resultado hasta ahora imposible.

La idea será entonces conectar el concepto de factor de forma que fue tratado anteriormente, con el de autoenergía, y ver si es posible obtener un resultado finito aproximado, para la diferencia de masa de los nucleones.

En este capítulo intentaremos extraer una conclusión definitiva acerca de lo que puede decir la Electrodinámica Cuántica al respecto. Vamos a calcular el aporte de dos maneras: 1) Dentro de la Teoría de Dispersión que introdujimos en el capítulo 1, discutiendo el cálculo realizado a la Cottingham.

2) Buscando un camino más directo teniendo presente un objetivo distante, el de investigar la conducta del desdoblamiento de un nucleón sumergido en un medio en condiciones de temperatura y densidad extremas.

2.2 La Fórmula de Cottingham

Dentro de la Electrodinámica Cuántica, la autoenergía del nucleón al menor orden perturbativo, corresponde al diagrama de un loop producido por un solo fotón virtual (Fig. 2).

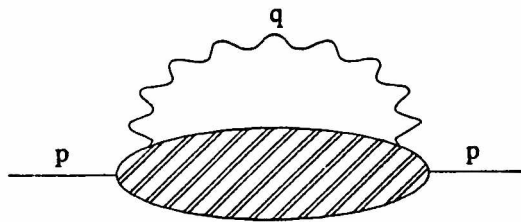


Fig. 2. Diagrama de energía propia a segundo orden en la carga eléctrica y todo orden de acoplamiento fuerte.

El propagador fermiónico se convirtió en una burbuja que une ambos vértices para representar todos los posibles estados hadrónicos virtuales por los que

puede pasar el nucleón.

La corrección a la masa que resulta de aplicar las reglas de Feynman [5] viene dada por

$$\delta^\gamma M = \frac{i}{(2\pi)^2} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{M_{\mu\nu}(\vec{q}, q_0) q^{\mu\nu}}{\vec{q}^2 - q_0^2 - i\epsilon} d^4 q \quad (2.1)$$

con $M_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} + S_{\mu\nu}$. El aspecto más notable de esta expresión es que $M_{\mu\nu}$ es el tensor de scattering Compton de fotones virtuales. Esto muestra que es posible establecer una conexión directa entre este 'inobservable' y una cantidad de resultados experimentales que surgen de la dispersión de partículas. Para ello, es necesario utilizar las Relaciones de Dispersión introducidas en la sección (1.4), con algunos ingredientes adicionales.

El primer término está dado por el siguiente elemento de matriz del producto temporalmente ordenado de corrientes

$$T_{\mu\nu}(\vec{q}, q_0) = i\pi \int_{-\infty}^{\infty} d^4 x e^{-i\vec{q}\vec{x} + iq_0 x_0} \langle n | T J_\mu(x) J_\nu(0) | n \rangle + \mu \rightarrow \nu \quad (2.2)$$

donde $J_\mu(x)$ es el operador corriente de Heisenberg y $|n\rangle$ es un estado de nucleón. El segundo, es el término de Schwinger [5,6] que asegura la invarianza de gauge y la covarianza de la amplitud completa. En el sistema de laboratorio, los dos escalares independientes asociados a esta amplitud son ²

$$q^2 = g^{\mu\nu} q_\mu q_\nu; \quad \nu = q_0 = -\frac{ql}{M} \quad (2.3)$$

En función de estos escalares, la expresión invariante de gauge más simple para $M_{\mu\nu}(\vec{q}, q_0)$ es

$$M_{\mu\nu}(\vec{q}, q_0) = t_1(q^2, \nu) D_{1,\mu\nu} + t_2(q^2, \nu) D_{2,\mu\nu} \quad (2.4)$$

con

$$\begin{aligned} D_{1,\mu\nu} &= q^2 g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu \\ D_{2,\mu\nu} &= \nu^2 g_{\mu\nu} + q^2 \frac{l_\mu l_\nu}{M^2} + \frac{\nu}{M} (l_\mu q_\nu + q_\mu l_\nu) \end{aligned} \quad (2.5)$$

²Aquí usaremos $g^{00} = -1$ y $g^{aa} = 1$ en concordancia con la Ref.[7]; $l_\mu = (0, M)$ es el cuadrimomento del nucleón en el sistema laboratorio.

donde t_1 y t_2 son escalares que contienen toda la estructura analítica de los vértices. Para ponerla de manifiesto, alcanza con expresar

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu} = & i\pi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\vec{q}\vec{x}} d^3x \int_0^{\infty} e^{i\nu x_0} dx_0 \langle n | J_{\mu}(x) \sum_{|k\rangle} |k\rangle \langle k | J_{\nu}(0) | n \rangle + \\
& + i\pi \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\vec{q}\vec{x}} d^3x \int_{-\infty}^0 e^{i\nu x_0} dx_0 \langle n | J_{\nu}(0) \sum_{|k\rangle} |k\rangle \langle k | J_{\mu}(x) | n \rangle + \mu \leftrightarrow \nu
\end{aligned} \tag{2.6}$$

donde

$$\sum_{|k\rangle} |k\rangle \langle k| = 1$$

es una suma sobre un conjunto completo de estados físicos.

Los operadores se trasladan según

$$J_{\mu}(x) = e^{-iPx} J_{\mu}(0) e^{iPx}.$$

Introduciendo esta transformación e integrando, obtenemos³

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}(\vec{q}, q_0) = & \frac{(2\pi)^4}{2} \sum_{|k\rangle} \langle n | J_{\mu}(0) | k \rangle \langle k | J_{\nu}(0) | n \rangle \\
& \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \left[\frac{\delta^3(\vec{k} - \vec{q})}{k_0 - M - \nu - i\epsilon} + \frac{\delta^3(\vec{k} + \vec{q})}{k_0 - M + \nu - i\epsilon} \right] + \mu \leftrightarrow \nu
\end{aligned} \tag{2.7}$$

donde $k = (\vec{k}, k_0)$ es el cuadrimomento del estado intermedio en el laboratorio

Considerando $T_{\mu\nu}(\vec{q}, \nu)$ a \vec{q} fijo, se puede ver que es una función analítica de ν salvo por sus polos, ubicados en

$$\nu = \pm(\sqrt{M^2 + \vec{q}^2} - M - i\epsilon) \tag{2.8}$$

³se usó $\int_0^{\infty} e^{i\alpha t} dt = \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \frac{i}{\alpha + i\epsilon}$

y sus cortes, cuyos puntos de ramificación vienen dados por

$$\nu = \pm(\sqrt{(M + \mu)^2 + \vec{q}^2} - M - i\epsilon) \quad (2.9)$$

donde μ es la masa del pión (Ver Apéndice).

La localización de todas las singularidades de $T_{\mu\nu}$ indica cuales son las relaciones de dispersión para t_1 y t_2 en el espacio ν complejo; además, pone de manifiesto la posibilidad de realizar una rotación de Wick antes de integrar. Esto resultará suficiente para que $\delta^\gamma M$ dependa solamente del aporte de los fotones virtuales de tipo espacio, a condición de que sus energías sean puramente imaginarias. Mediante el cambio $\nu \rightarrow i\omega$, e insertando (2.4) y (2.5) en (2.1) surge la siguiente expresión para la fórmula de Cottingham [7]

$$\delta^\gamma M = \frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \frac{dq^2}{q^2} \int_{-\sqrt{q^2}}^{\sqrt{q^2}} d\omega \sqrt{q^2 - \omega^2} [3q^2 t_1(q^2, i\omega) - (q^2 + 2\omega^2) t_2(q^2, i\omega)] \quad (2.10)$$

Las relaciones de dispersión que obedecen las funciones $t_i(q^2, q_0)$ son ⁴

$$t_i(q^2, q_0) = \frac{4Mq^2 f_i(q^2)}{q^4 - 4M^2 q_0^2} + \frac{1}{\pi} \int_C^\infty \frac{Im t_i(q^2, q'_0) 2q'_0 dq'_0}{q'^2_0 - q_0^2} \quad (2.11)$$

El aporte debido a un estado intermedio de nucleón está dado por el residuo de t_i en

$$q_0 = \nu = \pm(\sqrt{M^2 + \vec{q}^2} - M) = \pm q^2/2M \quad (2.12)$$

Se puede verificar que

⁴Para la obtención de la ec. (2.11) debe considerarse el principio de Schwartz. Sobre posibles sustracciones y la consideración de diversos términos adicionales puede encontrarse una amplia discusión en la Ref.[5].

$$\lim_{q_0 \rightarrow q^2/2M} (q_0 - q^2/2M) t_i(q^2, q_0) = -f_i(q_0) \quad (2.13)$$

de donde resulta

$$\begin{aligned} & \lim_{q_0 \rightarrow q^2/2M} (q^2/2M - q_0) M_{\mu\nu} = \\ & f_1(q^2) D_{1,\mu\nu}(q_0 = q^2/2M) + f_2(q^2) D_{2,\mu\nu}(q_0 = q^2/2M) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Si ahora realizamos la misma operación en la ecuación (2.7) se obtiene⁵

$$\begin{aligned} & \lim_{q_0 \rightarrow q^2/2M} (q_0 - q^2/2M) M_{\mu\nu} = \\ & -(1 + q^2/2M^2) \frac{2\pi)^4}{2} \sum_{S'} \langle n | J_\mu(0) | n' \rangle \langle n' | J_\nu(0) | n \rangle + \mu \leftrightarrow \nu \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde $|n'\rangle$ es un estado de nucleón cuyo cuadrimomento es $q + l$.⁶

De manera análoga se puede extraer el aporte de los estados intermedios del continuo, cuyo rango de energías comienza con la de un sistema ligado nucleón-pion en reposo. Estos estados intermedios están incluidos en el término integral de la ec. (2.11), que está determinada por la parte imaginaria de las funciones t_i . De esta contribución no se tiene tan buen conocimiento como de la asociada a la parte real que representan las funciones f_i , y está relacionada con la sección eficaz de dispersión inelástica. No obstante, dicha contribución inelástica a la diferencia de masa de algunos multipletes hadrónicos ha sido acotada en menos de 0.3 MeV⁷

⁵El residuo del término de Schwinger es nulo [5].

⁶Notar que se trata de un nucleón en su capa de masa moviéndose en el sistema de laboratorio donde el nucleón externo está en reposo.

⁷La información contenida en las funciones de estructura correspondientes a procesos de scattering e-p, alcanza para determinar toda la matriz T siempre que su parte imaginaria

Para continuar con este análisis debemos formular la ecuación (2.10) en términos de las f_i y luego ver qué papel desempeñan estas funciones en la expresión que corresponde a la sección eficaz de dispersión electrón-nucleón, sobre la cual se tiene un elevado control.

En primer lugar, podemos realizar la integral en ω , luego de reemplazar t_i por su valor en $\nu = i\omega = q^2/2M$. El resultado de esta integración es:

$$\delta M = \frac{1}{2} \int_0^\infty q dq^2 \{ -3(\sqrt{1 + (q/2M)^2} - q/2M) f_1(q^2) + [(\sqrt{1 + (q/2M)^2} (1 - 2(q/2M)^2) + 2(q/2M)^3) f_2(q^2)] \} \quad (2.16)$$

Por otro lado, la matriz de dispersión electrón-nucleón es de la forma

$$\mathcal{M} = \langle e' | ie\gamma_\mu | e \rangle \frac{g^{\mu\nu}}{q^2} \langle n' | J_\nu(0) | n \rangle \quad (2.17)$$

Como la sección eficaz es proporcional a $|\mathcal{M}|^2$, entonces depende de la contracción del tensor simétrico que proviene de la componente leptónica, con otro de origen hadrónico: $\sum_{s'} \langle n | J_\mu(0) | n' \rangle \langle n' | J_\nu(0) | n \rangle + \mu \leftrightarrow \nu$. Esto permite hallar la expresión buscada para la sección eficaz total diferencial de dispersión elástica, en términos de las funciones $f_i(q^2)$ [7]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{e^2 p_f^0}{2 p_i^0} [f_1(q^2) + (\frac{1}{2} \cot^2(\theta/2) + q^2/4M^2) f_2(q^2)] \quad (2.18)$$

donde θ es el ángulo de dispersión en el sistema de laboratorio⁸.

no contenga 'polos fijos' (contribuciones independientes de ν o con mayor generalidad de la forma $\nu^n \beta_n(q^2)$). La única contribución relevante para la diferencia de masa p-n de origen electromagnético proviene del término de Born. La región de resonancia, la región de Regge y la de dispersión inelástica contribuyen muy poco [8].

⁸Los términos que dependen de m_e/M o m_e/E_0 , han sido despreciados.

La expresión usual para los elementos de corriente en función de los factores de Sachs [9], conduce a la fórmula de Rosenbluth ⁹ para la sección eficaz diferencial

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \cos^2 \theta/2}{4E_0 \sin^4 \theta/2} \frac{1}{(1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2 \theta/2)} \left[\frac{(G_E^2 + \frac{q^2}{2M^2} G_M^2)}{1 + q^2/4M^2} + \frac{q^2}{2M^2} G_M^2 \tan^2 \theta/2 \right] \quad (2.19)$$

donde ¹⁰

$$G_E^p(q^2) \simeq \frac{G_M^p(q^2)}{\mu_p} \simeq \frac{G_M^n(q^2)}{\mu_n} \simeq \frac{1}{(1 + (q/846)^2)^2} \quad (2.20)$$

De aquí resulta la representación explícita de los residuos, en términos de los factores de forma eléctrico y magnético del nucleón

$$\begin{aligned} f_1(q^2) &= \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{G_M^2(q^2) - G_E^2(q^2)}{4M^2 + q^2} \right] \\ f_2(q^2) &= \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{q^2 G_M^2(q^2) + 4M^2 G_E^2(q^2)}{q^2(q^2 + 4M^2)} \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

Debido a que la ecuación (20) proviene de un ajuste experimental en el sector $q^2 > 0$, la expresión euclídea para $\delta^\gamma M$ queda perfectamente determinada. Con $M_0^p = M_0^n = M = 939 \text{ MeV}$, resulta $\delta M_p = 0.63 \text{ MeV}$ y $\delta M_n = -0.13 \text{ MeV}$, para cada uno de los nucleones [8].

⁹Para una derivación detallada de la fórmula de Rosenbluth ver [10].

¹⁰La presentación de tales factores de forma puede hallarse en [11]. Aquí los factores de forma eléctrico y magnético están definidos según $G_E^N = F_1^N + \frac{k^N q^2}{4M^2} F_2^N$; $G_M^N = F_1^N + k^N F_2^N$

2.3 Hamiltoniano Efectivo y Energía Propia

En la introducción a este capítulo, señalamos la presencia de divergencias en las integrales de energía propia que surgen de la QED. Nos propusimos eludir este problema básico con el objeto de encontrar alguna predicción teórica contrastable con el hecho experimental de que las masas de los nucleones pueden ser diferenciadas sin dificultades.

El desarrollo anterior reveló dos resultados fundamentales:

1 - La electrodinámica, a través de las relaciones de dispersión en los vértices fenomenológicos, es capaz de dar una respuesta finita a la diferencia de masa neutrón-protón.

2 - Este resultado tiene signo negativo en oposición a lo observado experimentalmente.

En el capítulo 1 dimos argumentos fenomenológicos para definir un hamiltoniano de interacción H_I^γ , con acoplamiento de Pauli. Vamos a ver que en el espacio de impulsos el hamiltoniano

$$H_I^\gamma = e\bar{u}(p')(\gamma_\mu F_1 + \frac{ik^N}{2M}F_2 \sigma_{\mu\nu}q^\nu)u(p)$$

permite obtener directamente un diagrama efectivo de segundo orden en el acoplamiento electromagnético para el nucleón [12]. En efecto, el siguiente operador surge de aplicar las reglas de Feynman frente al diagrama de la Fig. 3

$$-i\Sigma^\gamma = (-ie)^2 \int \frac{d^4q}{2\pi^4} \left(\gamma^\mu F_1 + \frac{ik^N}{2M}F_2 \sigma^{\mu\nu}q_\nu \right) \frac{i(\not{p} - \not{q} + M)}{(p-q)^2 - M^2 + i\epsilon} \left(\gamma_\mu F_1 - \frac{ik^N}{2M}F_2 \sigma_{\mu\nu}q^\nu \right) \frac{-i}{q^2 + i\epsilon} \quad (2.22)$$

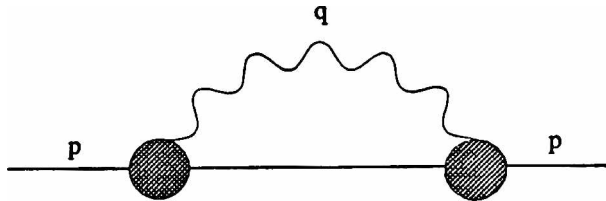


Fig. 3. Energía propia en la aproximación de Born.

Es interesante remarcar que este procedimiento es manifiestamente covariante y que la integral es analíticamente resoluble. El costo sería extrapolar los factores de forma a todo el rango q^2 . Veremos que, sin embargo, es fácil limitar el cálculo al sector de impulsos transferidos de tipo espacio, lo cuál permite usar solo datos de scattering. Tal como surge del análisis de la fórmula de Cottingham, las burbujas indicadas en los vértices de la Fig. 3 implican la restricción del cálculo al término de Born, donde se supone que el propagador hadrónico está dominado por un estado de nucleón (el mismo que afuera, por conservación de la carga eléctrica).

Esto significa que estamos ignorando el aporte del sector netamente inelástico. Esta discusión ha sido motivo de una evaluación minuciosa y se ha determinado que el aporte de propagadores de multipartícula (nucleón-piones y nucleón-pares nucleón-antinucleón) puede considerarse despreciable [8].

La contracción de Σ^γ con los spinores de Dirac proporciona la automasa del nucleón. Haciendo uso de los factores de forma experimentales que analizamos en el capítulo 1, podemos resolver esta integral analíticamente como función explícita del parámetro de cutoff Λ . Así resulta

$$\delta M \bar{u}(p)u(p) = \frac{\alpha}{4\pi^3 i} [A + \mu B + \mu^2 C] \quad (2.23)$$

con

$$\begin{aligned}
A &= 2 \int d^4q \frac{\bar{u}(\not{q} + M)u F_1^2(q^2)}{(q^2 + i\epsilon)((p - q)^2 - M^2 + i\epsilon)} \\
B &= \frac{3}{M} \int d^4q \frac{\bar{u}F_1(q^2)F_2(q^2)u}{((p - q)^2 - M^2 + i\epsilon)} \\
C &= -\frac{1}{4M^2} \int d^4q \frac{\bar{u}(-3q^2q + 4pq\not{q} - 4Mq^2)u F_2^2(q^2)}{(q^2 + i\epsilon)((p - q)^2 - M^2 + i\epsilon)} \quad (2.24)
\end{aligned}$$

donde $F_1(q^2) = F_2(q^2) = (\frac{\Lambda^2}{q^2 - \Lambda^2})^2$.

La resolución exacta de estas integrales arroja

$$\begin{aligned}
A &= \frac{4\pi^3 i M}{2\pi} \left[-2 + \frac{11}{4-l} - \frac{12}{(4-l)^2} + (10 + 3l - \frac{52}{4-l} + \frac{48}{(4-l)^2}) \frac{\cos^{-1} \sqrt{l/2}}{\sqrt{4l-l^2}} \right] \\
B &= -\frac{4\pi^3 i M}{2\pi} \left[\frac{l}{2} (1 - \frac{7}{4-l} + \frac{12}{(4-l)^2}) + \frac{3l^2(2-l)}{(4-l)^2} \frac{\cos^{-1} \sqrt{l/2}}{\sqrt{4l-l^2}} \right] \\
C &= -\frac{4\pi^3 i M}{2\pi} \left[\frac{3}{2} + \frac{3l}{16} - \frac{9}{4-l} + \frac{12}{(4-l)^2} + \frac{l^2}{2} (\frac{1}{2} - (\frac{5}{3} - \frac{l}{2}) \frac{1}{4-l} + \right. \\
&\quad \left. (\frac{8}{3} - \frac{13l}{6}) \frac{1}{(4-l)^2}) \frac{\cos^{-1} \sqrt{l/2}}{\sqrt{4l-l^2}} \right] \quad (2.25)
\end{aligned}$$

con $l = \Lambda^2/M^2$, $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c} = \frac{1}{137}$ y $\hbar = c = 1$.

En la figura 4 vemos como varía la diferencia de masa neutrón-protón en función de l .

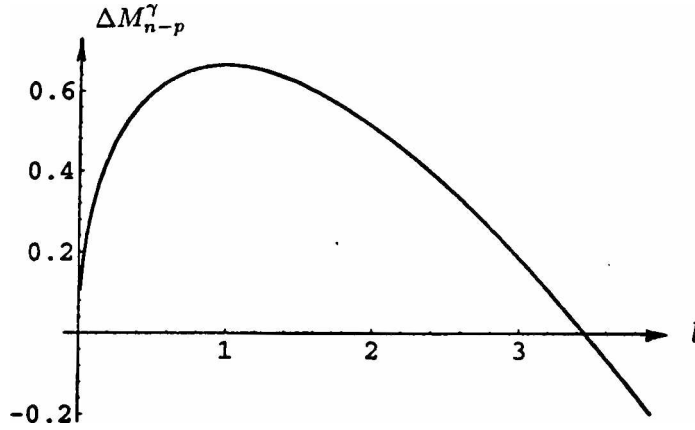


Fig. 4. Diferencia de masa electromagnética en función del parámetro de corte.

Debe notarse que este procedimiento de cutoff admite una respuesta finita para cada nucleón por separado debido a la inclusión de los factores de forma, rápidamente decrecientes. Ahora la corrección e-m ha adquirido sentido físico.

Considerando que antes de la interacción la masa del protón y del neutrón eran idénticas (lo cual es prácticamente cierto) pero no sus momentos anómalos (que tienen valores opuestos), podemos concluir que:

$$\Delta M_{n-p} = (M_0 + \delta M_n) - (M_0 + \delta M_p) = \delta M_n - \delta M_p$$

lo cual implica

$$\Delta M_{n-p}^{\gamma} = \frac{\alpha^2}{4\pi^3 i} [C (\mu_n^2 - \mu_p^2) - \mu_p B - A]$$

Para un radio de carga $r_e \simeq 0.8 \cdot 10^{-13}$ cm resulta $l=0.83$ y el valor correspondiente para la diferencia de masa es ¹¹

$$\Delta M_{n-p}^{\gamma} = -0.223 MeV - 0.416 MeV = -0.64 MeV.$$

¹¹ Como fue señalado en la introducción, sólo es posible conocer la corrección de un nucleón relativa al otro. Por lo tanto, no debe darse demasiado crédito a los valores finitos individuales obtenidos.

Así, hemos reencontrado esencialmente el mismo resultado que en la sección anterior con un procedimiento más directo. Es decir que en marcado contraste con su valor experimental resulta

$$\Delta M_{n-p}^{em} \leq -\Delta M_{n-p}^{exp}/2$$

El primer impulso para remediar esta situación desafortunada es tratar de ajustar el término de Pauli para revertir el signo de esta cantidad. En la autoenergía, la modificación de F_2 afecta solamente la energía de spin, que como involucra un acoplamiento derivativo, podría provocar cambios drásticos a altas energías. Como para el protón esta magnitud es negativa, incrementar el valor del momento anómalo correspondiente la haría más negativa. Esto podría generar un protón más liviano que el neutrón dado que ambas partículas poseen momentos anómalos de signo opuesto. La relación entre el cutoff y el radio de carga, sin embargo, impone una restricción que impide alcanzar este objetivo, dada la comprobación fehaciente de la dependencia dipolar de los factores de forma. Para distancias menores que el radio de carga, QED no proporciona una descripción completa de la física subyacente.

APENDICE

Para hallar la posición de polos y puntos de ramificación del tensor de scattering debemos tener en cuenta el siguiente análisis.

$$\begin{aligned}
 k \equiv k_n - k_\pi \rightarrow k^2 &= k_n^2 + k_\pi^2 + 2 k_n k_\pi \\
 \vec{k}^2 - \vec{k}_0^2 &= -M^2 - \mu^2 + 2 (\vec{k}_n \vec{k}_\pi - k_n^0 k_\pi^0) \\
 k_0^2 &= \vec{k}^2 + M^2 + \mu^2 - 2 (\vec{k}_n \vec{k}_\pi - k_n^0 k_\pi^0) \quad (2.26)
 \end{aligned}$$

En el referencial correspondiente al centro de masa del sistema nucleón-pión $n-\pi$, definimos $\vec{k}_n = -\vec{k}_\pi \equiv \vec{\xi}$, entonces

$$\begin{aligned}
 k_0^2 &= \vec{k}^2 + (M + \mu)^2 - 2M\mu + 2\vec{\xi}^2 + 2 k_n^0 k_\pi^0 \\
 &= \vec{k}^2 + (M + \mu)^2 + 2 (\vec{\xi}^2 + \sqrt{(\vec{\xi}^2 + M^2)(\vec{\xi}^2 + \mu^2)} - M\mu) \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

Esta ecuación proporciona la energía de los estados intermedios de un nucleón y un pión; reemplazada en la amplitud de dispersión Compton, permite identificar las infinitas singularidades del continuo, relacionadas con este posible estado intermedio. Análogamente se podrían hallar las correspondientes a otros estados de multipartícula que sean compatibles con los vértices.

Se ve que $|k_0^2 \text{ min}| = \vec{k}^2 + (M + \mu)^2$ cuando $\vec{\xi} = 0$, es decir cuando el nucleón y el pión están quietos en su centro de masa. En tal caso resulta posible la identificación física de los puntos de ramificación.

Bibliografía

- [1] J. Chadwick y M. Goldhaber, Proc. of the Roy. Soc. of London **A51** (1935) 479.
- [2] T. Vilov y col., Sov. J. of Nucl. Phys. **28** (1978) 585.
- [3] Particle Data Group, Phys. Rev. **D50** (1994) n^0 3.
- [4] V. F. Weisskopf, 1939.
- [5] M. Elitzur y H. Harari, Ann. Phys. **56** (1970) 81
- [6] J. L. Friar y M. Rosen, Ann. Phys. **87** (1974) 289.
- [7] W. N. Cottingham, Ann. Phys. **25** (1963) 424.
- [8] J. Gasser y H. Leutwyler, Nucl. Phys. **B94** (1975), 269; Phys. Rep. **87** (1982) 77.
- [9] R. G. Sachs, Phys. Rev. **136** (1962), B281.
- [10] H. Pilkuhn, *The Interaction of Hadrons*; North Holland, Amsterdam 1967.
- [11] L. Hand, D. G. Miller y R. Wilson, Rev. Mod. Phys **35** (1963) 335.
- [12] R. P. Feynman y G. Speisman, Phys. Rev. **94** (1954) 500; K. Huang, Phys. Rev. **101** (1956) 1173; M. Cini, E. Ferrari y R. Gatto, Phys. Rev. Lett. **2** (1959) 7; A. I. Salomon, Nuovo Cim. **27** (1963) 748. L. K. Pande, Nuovo Cim. **26** (1962) 1063.

Capítulo 3

Mesones

3.1 Introducción

La articulación de la Cromodinámica Cuántica en función de sus grados de libertad efectivos, está basada en la utilización de partículas que pueden ser observadas experimentalmente. En este esquema, los mesones son las partículas intermediarias de las interacciones fuertes entre bariones, en el sector de energías intermedias y bajas.

Si bien han sido medidos con precisión, la mayoría de los mesones poseen vidas medias muy cortas y suele denominárselos 'resonancias'. Se piensa que existe una cantidad enorme de estados resonantes, cuya existencia y propiedades (masas, spins, cargas, etc.) están íntimamente relacionadas con las interacciones fuertes nucleares. También existen reglas de selección empíricas que pueden ser sistematizadas mediante la aplicación de la teoría de grupos para su ordenamiento y mayor comprensión. La distribución y los tiempos de decaimiento de las resonancias, proveen un test para los modelos de las interacciones fuertes y por otro lado, son importantes en el planeamiento de diversos experimentos realizados en el sector hadrónico.

Estas 'partículas' pueden ser vistas de dos modos diferentes. Uno supone que son estados correlacionados de partículas más livianas y más estables (mesón - mesón, mesón - barión, barión - barión). El otro, consistente con el modelo de quarks, supone que todos los hadrones son igualmente fundamentales y que su estabilidad es un problema de otra índole.

Entre estos estados correlacionados, los que más han intervenido en la elaboración de modelos de bajas y medias energías, son probablemente los mesones ρ y ω . La primera de estas partículas posee una masa de 770 MeV y un ancho de 151.2 MeV que implica una vida media muy breve ($4.3 \cdot 10^{-24}$ seg.), en tanto la segunda pesa 783 MeV y su ancho es de 8.4 MeV.

Por ejemplo, en el Modelo de Dominancia Vectorial (MDV), Sakurai [1] intentó modelar las interacciones fuertes en una teoría de gauge primitiva

donde los mesones ρ^0 , ω^0 y ϕ^0 desempeñaban el papel de bosones de gauge masivos. Esto es coherente con una suposición básica de este modelo, *i.e.*: en los procesos e-m, un fotón virtual se convierte en un mesón vectorial neutro 1^- , como el fotón, y es este quien se acopla con la corriente hadrónica.

Consecuentemente el diagrama (1a) debe calcularse según (1b)

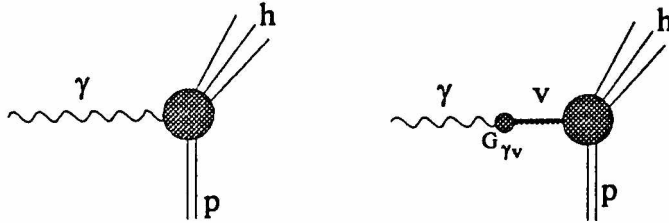


Fig. 1. Proceso de transición básico según MDV.

Esto significa que la amplitud, o el vértice, estarán dados por

$$T_{hp}^\gamma = \sum_{V=\rho^0, \omega^0, \phi^0} G_{\gamma V} \frac{m_V^2}{m_V^2 - q^2 - i\Gamma_V m_V} T_{hp}^V, \quad (3.1)$$

utilizando un híbrido entre la fórmula de Breit-Wigner y la de un propagador común (para $q^2 \leq 0$, se omite el término imaginario). Dado que SU(3) predice que el acoplamiento $G_{\rho\gamma}$ es mucho más intenso que el $G_{\omega\gamma}$ y que el $G_{\phi\gamma}$, de la versión más simple de este modelo resulta

$$T_{hp}^\gamma = \frac{e}{g_\rho} \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - q^2 - i\Gamma_\rho m_\rho} T_{hp}^\rho \quad (3.2)$$

con $G_{\gamma\rho} = e/g_\rho$. En ambas ecuaciones, la cantidad central representa básicamente el factor de forma en las distintas regiones cinemáticas. En la figura 2 se ve como $|F_\pi|$ ajusta los resultados experimentales del proceso $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. No obstante, en la próxima sección veremos que existe un mecanismo que permite mejorar sustancialmente el ajuste en la región más asimétrica, donde $q^2 \simeq m_\omega^2$.

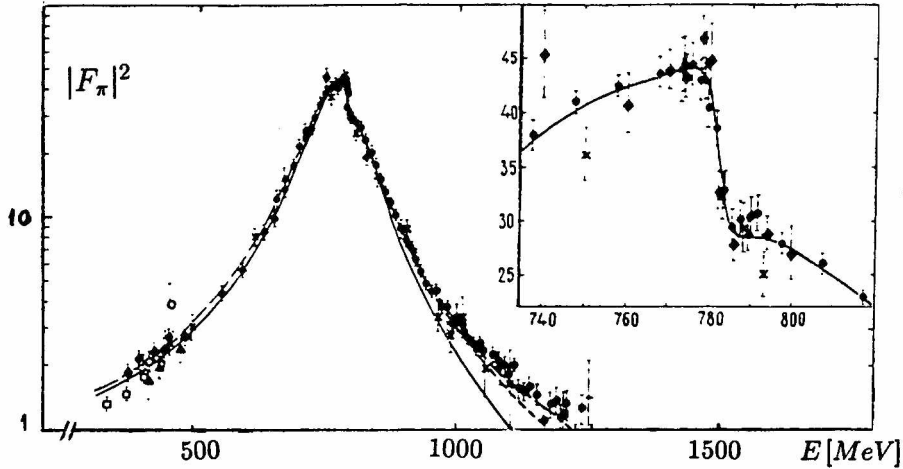


Fig. 2. Ajuste aproximado de $|F_\pi|$ según MDV. En el recuadro superior se aprecia el ajuste obtenido usando la fórmula de Gounaris-Sakurai; ver sección 3.2.

Debemos señalar que el MDV proporciona una buena predicción de la diferencia de masa $\pi^\pm - \pi^0$. En el trabajo de Das [2] se aproximaron las funciones espectrales vectorial y axial por su valor en los polos $q^2 = m_\rho^2, m_{A_1}^2$ respectivamente, obteniéndose $\delta M_\pi \simeq 5$ MeV en buen acuerdo con los 4.6 MeV experimentales. Desafortunadamente, el éxito de MDV en el sector de los piones no ha resultado suficiente para garantizar similares predicciones en el sector bariónico. Según vimos en el capítulo 1, el factor de forma electromagnético del nucleón tiene un comportamiento netamente dipolar; esto no está predicho por el modelo a pesar de que el cut-off correspondiente se aproxime a m_ρ^2 . Sin embargo, podemos rescatar la siguiente idea: si el isovector ρ determina el factor de forma del isovector π , tal vez un isoescalar describa el factor de forma de otro isoescalar. Esto sugiere definir factores de forma tipo

$$F_s = \frac{F_p + F_n}{2} \quad y \quad F_v = \frac{F_p - F_n}{2} \quad (3.3)$$

y ajustarlos con los parámetros de los mesones ω, ϕ y ρ, ρ' respectivamente, según indica la ecuación (1). Lamentablemente tampoco esto ha resultado factible [3].

Si por otro lado intentamos realizar un cálculo de ΔM_{n-p} à la Das, de nuevo el isospin fraccionario del nucleón bloquearía el camino: el nucleón posee $I = 1/2$ en tanto que $I_\rho = 1$ e $I_\omega = 0$. De todas formas podemos asegurar que la consideración de la estructura e-m tampoco resulta suficiente para hacer una buena estimación de la diferencia de masa $n - p$. En seguida describiremos un fenómeno que sugiere cual podría ser el mesón vectorial con el isospin adecuado.

3.2 Mixing $\rho - \omega$

En los años 60's, Gell-Mann [4] y Ne'eman [5] estaban concentrados en la exploración de simetrías superiores a $SU(2)$, ocultas en las interacciones fuertes. A través de una generalización del formalismo de isospin, llegaron al Modelo de Simetrías Unitarias dentro del cual, surgían esquemas poligonales cuyos vértices estaban asociados con estados de partícula. Se trataba de los *multipletes hadrónicos*, en los que se acomodaban de manera natural las partículas conocidas al tiempo que se predecían otras por criterios de simetría [6]. Si los campos vectoriales se podían asociar con las transformaciones generadas por *spin 1*, se podía esperar la existencia de un octete completo de ellos. En el límite de simetría unitaria exacta, estos campos debían acoplarse a corrientes conservadas.

En 1964 Gell-Mann y Zweig proponían el modelo estático de *quarks* constituyentes¹. Estos quarks estaban dispuestos en un doblete de isospin $u-d$ y en un singulete s . Se comenzó a hablar de 3 *sabores* de quarks y del grupo $SU(3)_f$. Según este esquema, los mesones vectoriales se agrupan en un nonete de spin-paridad $J^P = 1^-$. En realidad, se trata del octete ($I = 1$) ϕ_i , con $i = 1, \dots, 8$ y del singulete ($I = S = 0$) ϕ_0 . Los mesones físicos deben ser estados simétricos ante transformaciones simultáneas de spin y sabor.

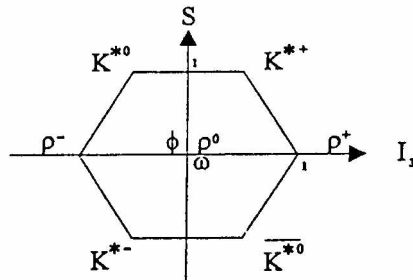


Fig. 3. Multiplete de mesones vectoriales.

¹Sin entrar en detalles sobre las propiedades de estos constituyentes ni en las consideraciones dinámicas que condujeron a postular la existencia de las cargas de 'color', tendremos presente que los mesones son combinaciones 'blancas', *ie.* singuletes de $SU(3)_c$, de pares quark-antiquark, con composiciones de sabor que varían en el espectro.

Esto determina la estructura de sabor y extrañeza puesta de manifiesto en la figura 3. Sin embargo, la espectroscopía de hadrones indica que los mesones del centro de la figura no coinciden con las partículas observadas. A raíz de esta discrepancia, fue valioso introducir el concepto de *mixing* de sabor para la representación $I = S = 0$ del grupo SU(3), correspondiente a los mesones vectoriales. En términos de ambas realizaciones -hadrónica y microscópica-, se definen

$$\begin{aligned}\phi &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\phi_0 - \sqrt{2}\phi_8) = \bar{s}s \\ \omega &= \frac{1}{\sqrt{3}}(\phi_8 + \sqrt{2}\phi_0) = (\bar{u}u + \bar{d}d)/\sqrt{2}\end{aligned}$$

en tanto que el triplete $\vec{\rho}$, tiene una estructura de sabor dada por

$$\begin{aligned}\rho^0 &= (\bar{u}u - \bar{d}d)/\sqrt{2} \\ \rho^+ &= \bar{d}u \\ \rho^- &= \bar{u}d\end{aligned}$$

De tal propuesta de mixing (ideal), surge un mesón ϕ bastante más pesado que el ω -compuesto solamente de quarks livianos u y d . Esto concuerda con lo observado experimentalmente. Más aún, esta representación es congruente, de acuerdo con la regla de Zweig, con el hecho de que el ϕ no decae a 3π en tanto el ω lo hace predominantemente.

Según vimos, los mesones pesados entran en la categoría experimental de resonancias. En particular, dado que el mesón ρ decae fuertemente a dos piones en casi un 100%, se dice que es una correlación resonante de dos piones. Por otro lado, el decaimiento $\omega \rightarrow 3\pi$ ocurre en prácticamente el 90% de los eventos por lo cual se trataría de una correlación resonante de tres piones. Ambos decaimientos conservan paridad-G. Esto contribuye a la utilización de este operador como número cuántico de interés en las interacciones fuertes; sin embargo, existen evidencias inobjektibles de un decaimiento $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-$ que viola esta simetría en un 2.3 %.

Mientras la diferencia de masa $\rho(770)$ - $\omega(783)$ es de 13 MeV, el ancho del ρ es de unos 150 MeV y ambas partículas están prácticamente superpuestas. Esta proximidad, provoca la interferencia de ambos mesones que había sido anunciada notablemente en los años '60 por Nambu, Sakurai y Glashow [7,8].

La observación experimental de distintas reacciones presenta un pequeño pico en la región ω del espectro de masas $\pi^+\pi^-$ que pone de manifiesto tal interferencia.

Los primeros intentos por ajustar teóricamente estos datos, fueron realizados principalmente por Sakurai y Picasso, Greenberg [10] y Gourdin [11].

Básicamente, la idea es introducir un hamiltoniano fenomenológico que provoque la ruptura de la simetría $SU(2)_f$ y que represente la interacción directa del mesón ω con el ρ^0 , en un vértice puntual.

$$H_{\rho\omega} = m_{\rho\omega}^2 \rho_\mu^0 \omega^\mu \quad (3.4)$$

Aquí, $m_{\omega\rho}^2$ es la constante de acoplamiento en el vértice $\rho - \omega$ y ha sido simbolizada con la letra m en virtud de su relación con una matriz de masas que vamos a examinar en el próximo capítulo. Esta constante resume todos los efectos de un fotón virtual con sus correcciones fuertes de orden superior, además de todas las contribuciones puramente fuertes al vértice.

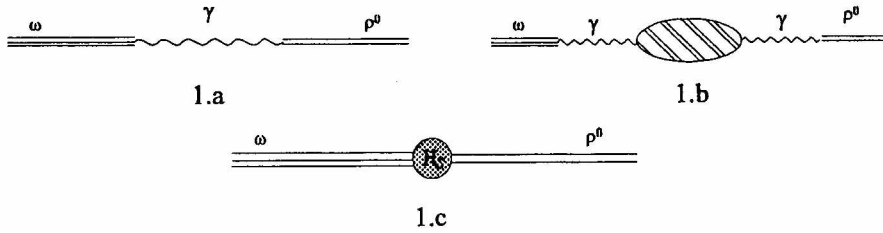


Fig. 4. Representación del proceso virtual de mixing $\rho - \omega$.

Teniendo en cuenta los efectos de esta interferencia, la reacción $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ puede ajustarse perfectamente incluido su pico anómalo, tal como fue señalado en la sección anterior. Considerando ahora

$$|F_\pi(q^2)| = \left| \frac{m_\rho^2}{m_\rho^2 - q^2 - i\Gamma_\rho m_\rho} + \beta \frac{m_\omega^2}{m_\omega^2 - q^2 - i\Gamma_\omega m_\omega} \right| \quad (3.5)$$

según indica MDV, obtenemos aproximadamente la línea sólida de la figura 2 [12]. La constante β es un parámetro de ajuste complejo, que pesa los diagramas MDV de la electroproducción de piones. Esta es una modificación sencilla al propagador del mesón ρ . En realidad, en concordancia con la suma de los diagramas de transición (5a) y (5b) corresponde reemplazar al propagador por ²

$$\frac{1}{m_\rho^2 - q^2 - i\Gamma_\rho m_\rho} + \frac{g_\rho}{g_\omega} \frac{m_{\rho\omega}^2}{(m_\rho^2 - q^2 - i\Gamma_\rho m_\rho)(m_\omega^2 - q^2 - i\Gamma_\omega m_\omega)} \quad (3.6)$$

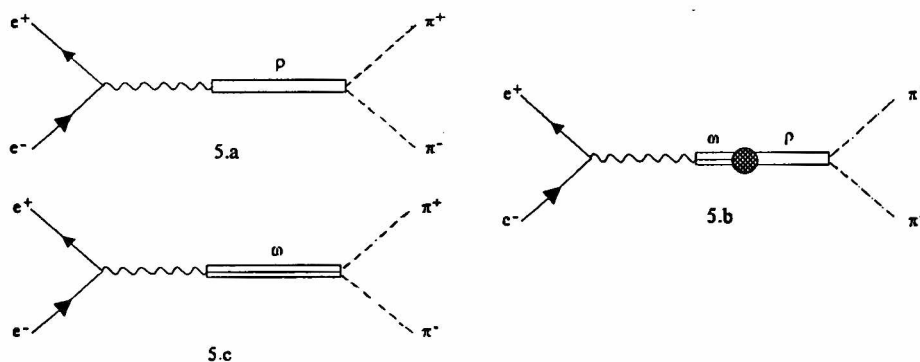


Fig. 5. Electroproducción de piones, dominancia vectorial y mixing.

El hecho de que los miembros de un multiplete resulten en realidad distinguibles, ha encontrado una explicación en el marco de los propios modelos de simetría. De la misma manera, esto puede aplicarse a la mezcla de partículas pertenecientes a diferentes isomultipletes (e.g: ρ - ω mixing). La estructura de grupos subyacente, provee una descripción posible en términos de las diferencias de masas de los quarks corrientes³. El procedimiento consiste en tomar un modelo simétrico al que se añaden términos correctores para mejorar la aproximación.

²Debido a la extensión del mesón ρ , se suelen realizar modificaciones más detalladas para cubrir mayores extensiones en el espacio de impulsos q^2 ; por ejemplo con la función de Frazer-Fulco [13] y Gounaris-Sakurai [14].

³Esta deducción no es totalmente rigurosa, debido a que las masas corrientes de los quarks se obtienen a partir de las relaciones de masas de Gell-Mann-Okubo. Se establece así una suerte de relación recursiva entre modelos de quarks y modelos hadrónicos.

Existe una descripción satisfactoria de los mecanismos involucrados en la violación de la simetría de carga, que evita las complicaciones de incorporar modelos dinámicos del mixing [15]. Ella está basada en el modelo de *tadpoles* de Glashow y Coleman [16], y fue desarrollada a posteriori por McNamee-Coon-Scadron y Langacker [17,18].

Para entender esta descripción, debe abrirse un paréntesis esclarecedor sobre los aspectos esenciales de este tratamiento.

Las simetrías globales de sabor $SU(2)$ y $SU(3)$ de las interacciones fuertes, poseen una realización física notable en términos del modelo estático de quarks. Estas simetrías vienen a representar la supuesta degeneración en la masa de los quarks, *ie.* $m_u = m_d$ y $m_u = m_d = m_s$, respectivamente. En realidad, el aspecto más atractivo de esta aproximación, radica en que estas masas son probablemente pequeñas en la escala hadrónica.

En el límite $m_u = m_d = 0$ (razonable en la escala hadrónica) y $m_s = 0$ (esta en menor grado), los grupos de simetría de sabor se extienden a grupos más grandes que contienen a los anteriores; se trata de las llamadas *simetrías quirales* $SU(2)_L \times SU(2)_R$ y $SU(3)_L \times SU(3)_R$ respectivamente. No obstante, no se han observado patrones de degeneración en el espectro de partículas que podamos realmente adscribir a estas simetrías. En realidad, la simetría quiral no es más que una aproximación ambiciosa. La realización de esta simetría à la Nambu-Goldstone, sería puesta en evidencia por un multiplete de bosones sin masa. La existencia del octete físico 0^- , provee un indicio para establecer este esquema, al tiempo que determina el contraste entre el modelo y la realidad dado que estas partículas son masivas.

Esto significa que el hamiltoniano de las interacciones fuertes, debe tener un término de ruptura explícita de la simetría quiral pequeño, del tipo

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + k_1 \mathcal{H}_1 + k_2 \mathcal{H}_2 \quad (3.7)$$

Aquí \mathcal{H}_0 tiene toda la simetría, \mathcal{H}_1 solo es invariante bajo $SU(2)_L \times SU(2)_R$ y representa el hecho de que el triplete $\vec{\pi}$ es sensiblemente más liviano que el resto del multiplete -kaones y etas- y \mathcal{H}_2 tiene alguna simetría menor.

Un posible modelo de quarks con estas características resulta de la representación $(3, \bar{3}) + (\bar{3}, 3)$ propuesta por Gell-Mann-Oakes-Renner y por Glashow-Weinberg [19,20]

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_{jj} + c_0 u_0 + c_8 u_8 + c_3 u_3 \quad (3.8)$$

con

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{6}} (m_u + m_d + m_s) \quad (3.9)$$

$$c_8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{m_u + m_d}{2} - m_s \right) \quad (3.10)$$

$$c_3 = \frac{1}{3} (m_u - m_d) \quad (3.11)$$

y

$$u_i = \bar{q} \lambda_i q \quad (3.12)$$

donde λ_i son las matrices de Gell-Mann, i.e :

$$\begin{aligned} u_0 &= \sqrt{\frac{2}{3}} (\bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s) \\ u_8 &= \sqrt{\frac{1}{3}} (\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s) \\ u_3 &= (\bar{u}u - \bar{d}d). \end{aligned} \quad (3.13)$$

El término restante es

$$\mathcal{H}_{jj} = e^2 \int d^4x T(J^\mu(x)J^\nu(y))D_{\mu\nu}(x)$$

donde $J^\mu(x)$ es el operador de corriente e-m y $D_{\mu\nu}$ es el propagador del fotón.

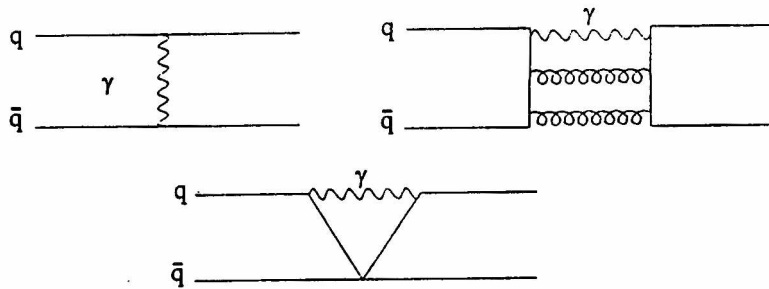


Fig. 6. Procesos de interacción $q\bar{q}$ por intercambio de un fotón intervinientes en el mixing.

En este hamiltoniano de quarks, ecuación (3.8), \mathcal{H}_0 es invariante quiral y los demás son términos de ruptura. $c_0 u_0$ es un singlete de $SU(3)$ que quiebra $SU(3)_R \times SU(3)_L$, $c_8 u_8$ rompe $SU(3)$ de sabor y $c_3 u_3$ rompe isospin y es el denominado término de *tadpole* que motivó este paréntesis. Por otro lado \mathcal{H}_{jj} es el término electromagnético y da origen a los procesos virtuales 4a,b, cuya representación microscópica se aprecia en la figura 6 [17,21]. El término de tadpole representa procesos del tipo indicado en la figura 4c y su origen, no-electromagnético, proviene de la diferencia de masas corrientes de los quarks -ver figura 7.

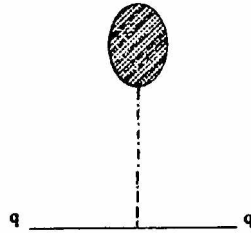


Fig. 7. Diagrama de tadpole.

La construcción de este tipo de modelos ha sido importante para esclarecer la conexión entre la fenomenología de las interacciones fuertes y los grados de libertad microscópicos de la QCD. Langacker [18,26] estudió el problema de la violación de isospin desde esta perspectiva concluyendo que la contribución e-m al $\rho - \omega$ mixing, es mucho menor que la de origen estrictamente fuerte y esta dada por

$$(m_{\rho\omega}^2)_{em} = (0.43 \pm 0.04) 10^{-3} GeV^2$$

En cuanto al término de tadpole, este viene dado por ⁴

$$(m_{\rho\omega}^2)_{tad} = -3(m_{K^*}^2 - m_\rho^2) \frac{c_3}{c_8} \quad (3.14)$$

Esta fórmula relaciona explícitamente al hamiltoniano fenomenológico propuesto al principio, con el hamiltoniano de quarks recién analizado.

⁴Se requiere mixing ideal $\omega - \phi$ así como $m_{\rho\phi} = 0$. Sin embargo, pequeñas desviaciones sobre estos supuestos no alteran el resultado sensiblemente.

Usando los valores experimentales para los elementos de la ecuación (3.14), se obtiene $\frac{m_d - m_u}{2m_s} = 0.01 \pm 0.002$ en excelente acuerdo con otras predicciones [22]-[25], dando sustento a la descripción realizada.

Exper.	Biggs [22]	Alvensleben [23]	Benaksas [24]	Quenzer [25]
$\frac{m_d - m_u}{2m_s}$	0.0081 ± 0.001	0.0096 ± 0.001	0.015 ± 0.004	0.011 ± 0.002

Tabla comparativa [18].

La representación gráfica de este proceso de transición (ver Fig. 4) sugiere interpretar esta mezcla de mesones de diferente isospin, como si fuera una partícula efectiva con características híbridas: en el lenguaje de las reglas de Feynman, resulta un propagador compuesto con propiedades de isospin intermedias, no bien definidas, que simultáneamente confiere mayor poder de convergencia a las integrales. Estas propiedades tendrán directa influencia sobre nuestros resultados.

En el contexto de la física nuclear, la violación de la simetría de carga será tratada en la próxima sección, poniendo de manifiesto la relevancia de este tipo de mecanismos.

3.3 Fuerzas Nucleares dependientes de la Carga

Una de las cuestiones más básicas y todavía vigentes de la física nuclear, es determinar en que medida la simetría de isospín está preservada por las fuerzas nucleares; hasta que punto las partículas que forman un isomultiplete experimentan interacciones fuertes idénticas?

La simetría de isospín desempeña un papel importante en el estudio de los núcleos atómicos, pues genera *simplificaciones* en los cálculos de la estructura nuclear, da reglas de selección para el decaimiento β y γ , leyes de conservación en reacciones nucleares y una explicación natural para las regularidades observadas en las propiedades de los núcleos.

En QCD, la simetría de isospín o Independencia de Carga (IC) proviene de la suposición de que las interacciones fundamentales entre los quarks no dependen del sabor de estos quarks. A este nivel, la violación de esta simetría puede surgir tanto de la diferencia de masa entre los quarks u y d como de sus diferentes propiedades electromagnéticas (carga eléctrica y momento magnético).

A nivel hadrónico, hay evidencia experimental de que las interacciones entre nucleones no obedecen IC. Por ejemplo, algunos experimentos muestran que en el estado 1S_0 , la 'longitud de scattering' [27] para el sistema np , es sensiblemente más negativa que la correspondiente al sistema nn o al pp (una vez abstraído el aporte electromagnético) [28]:

$$a_{np} = -23.75 \pm 0.01 fm, \quad a_{pp} = -17.3 \pm 0.4 fm \quad y \quad a_{nn} = -18.6 \pm 0.4 fm \quad (3.15)$$

En los cálculos basados en el intercambio de mesones, este efecto está principalmente atribuido a la diferencia de masa entre piones cargados y neutros.

La llamada *Simetría de Carga* (SC) es una simetría menos restrictiva que la Independencia de Carga y está asociada con una rotación específica en el espacio de isospín, que convierte a cada partícula en su *isospín-especular* (por ejemplo $n \leftrightarrow p$). En QCD, donde los quarks son los grados de libertad, esto es equivalente a la transformación $u \leftrightarrow d$.

Dado que la masa de los piones es invariante ante esta transformación, los experimentos que sondan esta simetría pueden proveer información para medir violaciones de isospín más profundas, en el estrato microscópico.

En los últimos años, se ha analizado con profundidad la violación de la simetría de carga (VSC) experimental [29] y teóricamente [30,31]

La discusión de este problema ha sido desarrollada esencialmente en el marco de los modelos de intercambio introducidos en el capítulo 1. Para nuestros propósitos es importante realizar un primer análisis de la interacción aislada de nucleones, a fin de examinar el desdoblamiento del nucleón en vacío. Tanto el grupo de TRIUMF como el de Indiana [29], realizaron experimentos de dispersión elástica de neutrones por protones a distintas energías. El sistema np es particularmente atractivo debido a que la substracción de efectos electromagnéticos de manera inequívoca (imprescindible en sistemas nn o pp) resulta muy difícil y la diferencia $a_{pp} - a_{nn}$ depende del modelo en cuestión. Si bien en este sistema no está ausente la interacción $e - m$, su

contribución es pequeña y no altera la señal buscada. Problemas similares surgen en experimentos relacionados con la medida de la energía de ligadura de 'nucleos espejo' (e.g. ${}^3H - {}^3He$) ya que en este sistema la energía e-m es de alrededor del 90% [31].

En los experimentos mencionados anteriormente, se estudia en cambio otra propiedad denominada 'analysing power' A . Esta cantidad contiene información sobre la sensibilidad de las secciones eficaces respecto de la polarización de spin de protones y neutrones respectivamente. Así, A_n y A_p medidos para el mismo ángulo de scattering en el centro de masa y a la misma energía, deberían ser iguales según SC ⁵.

Henley y Miller [30] introdujeron una clasificación rigurosa de las fuerzas nucleares que las agrupa en cuatro clases: Los potenciales internucleónicos tipo, dependen de las variables de isospín de la siguiente forma

$$V_I = a + b \vec{\tau}(1)\vec{\tau}(2)$$

$$V_{II} = c (\tau_3(1)\tau_3(2) - \frac{1}{3}\vec{\tau}(1)\vec{\tau}(2))$$

$$V_{III} = d(\tau_3(1) + \tau_3(2))$$

$$V_{IV} = e(\tau_3(1) - \tau_3(2)) + f (\vec{\tau}(1) \times \vec{\tau}(2))$$

donde los coeficientes a , b , c , d , e , f son en general operadores de spin y momento angular. Los tres últimos potenciales violan IC en tanto que los dos últimos rompen SC; sin embargo V_{III} no tiene participación en un sistema np . En particular se puede demostrar [30] que la fuerza coulombiana contiene términos de tipo I, II y III en tanto que la fuerza magnética tiene una componente tipo IV. La interacción asociada con el $\rho - \omega$ mixing tiene una componente de tipo III y otra de tipo IV. En el sistema np solo fuerzas del tipo IV pueden provocar la ruptura de SC.

Con el fin de encontrar una explicación a las observaciones experimentales de cantidades como la diferencia de longitudes de scattering $\Delta a \neq 0$, y analyzing powers $\Delta A \neq 0$, así como de la diferencia en la energía de ligadura

⁵Para una definición precisa de A ver e.g Ref.[32].

de sistemas especulares, etc., ha surgido la necesidad de encontrar contribuciones adicionales de origen no-electromagnético. La sospecha de que las interacciones que provocan tales resultados son fuertes, condujo naturalmente a que varios grupos desarrollaran modelos de interacción por intercambio de mesones. Las características espacio-temporales e isospaciales de estas partículas, determinan los hamiltonianos de los que pueden extraerse los potenciales mencionados.

Según las mediciones de ΔA [33] realizadas para ciertos ángulos de dispersión, se ha encontrado que el intercambio de piones produce, a través de la diferencia de masa neutrón-protón, el aporte más importante a la ruptura de la simetría de carga. Sin embargo, en otras direcciones y fundamentalmente en las mediciones de Δa , el mayor efecto fuerte de ruptura proviene de la interferencia entre los mesones ρ^0 y ω [34]. Este será otro argumento de utilidad para nuestra propuesta.

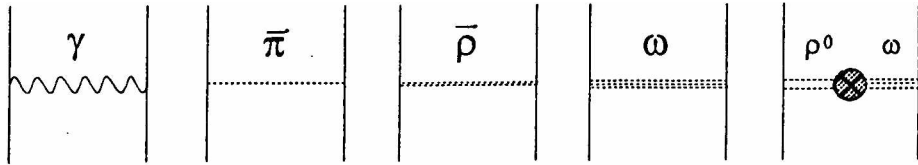


Fig. 8. Principales diagramas de intercambio.

Debemos señalar que las interferencias $\pi^0\eta$ y $\pi^0\eta'$, han sido también consideradas como posibles fuentes VSC, pero se encuentra que su aporte (so lo de tipo III) no puede influir sobre ΔA y que tanto sobre Δa como sobre la diferencia de masa ${}^3H - {}^3He$ [35] tiene un efecto menor [36].

Igualmente, se ha estudiado el intercambio de mesones vectoriales independientes, el de piones descorrelacionados, el de correlaciones pión-fotón, así como el de otras partículas no extrañas como el $a_0(980)$, σ , etc. En todos estos casos se ha determinado que las contribuciones a la VSC son muy pequeñas [32].

Tanto las diferencias de masa bariónicas como las mezclas entre mesones, parecen tener dos orígenes fundamentales: la interacción electromagnética y la diferencia de masas entre los quarks corrientes. Esto implica que la contribución a las fuerzas efectivas proveniente del intercambio de mesones (*i.e.*: de naturaleza estrictamente fuerte) tiene un único origen a nivel fundamental que está dado por $m_u - m_d$. Utilizando alguna de estas manifestaciones efectivas como si se tratara de campos fundamentales, podríamos transferir el problema a una escala de energías más manejable. De esta manera, considerando una teoría de bariones, mesones y fotones, estaríamos dando una descripción posible a nivel fenomenológico.

Como vimos, tal descripción ha resultado no solo de provecho, sino prácticamente ineludible en el sector de bajas y medias energías. El éxito alcanzado por los modelos de intercambio en el sector fuerte de la física nuclear, sugiere que los diagramas correspondientes pueden calcularse a la Feynman, a partir de un hamiltoniano efectivo que debe construirse teniendo en mente el 'principio' de analogía ⁶ y las propiedades fenomenológicas de los sistemas. En esta misma línea de razonamiento, podemos decir que es posible calcular diagramas de autoenergía empleando campos efectivos.

Como fue dicho al comienzo de esta sección, el aporte proveniente del intercambio de un pión a través de la diferencia de masa nucleónica, es junto con el $\rho - \omega$ mixing, la principal fuente de asimetría entre las propiedades de scattering de neutrones y protones. En el próximo capítulo veremos que el desdoblamiento bariónico puede ser explicado en gran medida, considerando que la interferencia de mesones [37] y la autointeracción e-m son las únicas fuentes independientes significativas. Esto indica que en este esquema, VSC tiene una sola contribución fuerte relevante y no dos: el $\rho - \omega$ mixing.

3.4 Modelos de Intercambio y Factores de Forma Fuertes

Hasta aquí hemos analizado los puntos más salientes de las manifestaciones VSC en la física hadrónica. No obstante, quedan algunos aspectos prácticos por aclarar que conciernen a su tratamiento en términos del inter-

⁶En el sentido en que fue discutido en el capítulo 1

cambio de mesones: cómo surgen los modelos OBE y de que forma pueden evitarse las divergencias inherentes a la naturaleza puntual de los componentes hadrónicos.

Luego de la producción artificial de piones en 1948, comenzó un trabajo más sistemático de clasificación de las fuerzas nucleares y los mesones asociados. En 1951 Taketani, Nakamura y Sasaki [38], propusieron subdividir el rango de las fuerzas nucleares en 3 regiones físicamente significativas. Definieron una zona 'clásica' ($r \geq 2fm$), otra 'dinámica' ($1 \leq r \leq 2fm$) y otra 'central' ($r \leq 1fm$). La primera está dominada por el intercambio de un pión, la segunda por el intercambio de 2 piones y sus resonancias, y la tercera por multi-piones y mesones pesados de varios tipos así como de genuinos intercambios quark-gluón. La contribución asociada al $\rho-\omega$ mixing se supone que ocurre en un amplio sector centrado cerca de la segunda zona.

Esta división fue de gran importancia teórica y práctica en el sentido de haber permitido realizar una exploración escalonada y una derivación diferente para distintas partes de la fuerza. De esta forma, uno no debe encarar el problema como un todo, lo cual sería de extrema complejidad.

Cuando en los años '60 se detectaron experimentalmente los primeros mesones pesados, los mesones vectoriales tuvieron especial importancia para dar inicio a una nueva etapa: los *modelos de intercambio de un bosón* (OBE) [39] que conforman el eje de la física de hadrones. En principio, se eligen los mesones menos masivos y paulatinamente se van sumando los diagramas OBE que supuestamente contribuyan al proceso en cuestión. En estos modelos, la suposición básica es que el intercambio de muchos piones puede ser representado por el intercambio de correlaciones adecuadas, con la esperanza de que el intercambio de piones descorrelacionados resulte despreciable.

El gran mérito de los OBE fue haber puesto en evidencia la relevancia de los mesones vectoriales y brindado una parametrización simple de las interacciones fuertes. El error del programa de los años '50 de no haber considerado estados resonantes de intercambio, fue corregido satisfactoriamente.

Aún así el modelo OBE debía ser ampliado, para lo cual se desarrollaron las dos líneas de trabajo que hemos estado recorriendo desde el principio de esta exposición: relaciones de dispersión y teoría cuántica de campos.

Si bien el espíritu de la teoría de mesones ha sido el de imitar muy íntimamente los lineamientos de la electrodinámica cuántica, se ha tenido plena conciencia de que el carácter perturbativo de QED, esencial ante un enfoque

pragmático, no es posible en este modelo. La pretensión de explotar esta descripción al máximo, implica considerar *factores de forma fuertes*.

Salvo unas pocas variables de cutoff que parametrizan nuestra ignorancia en la zona más interna de la interacción, los parámetros de un potencial son los parámetros de los polos, es decir, las masas intercambiadas y las constantes de acoplamiento. Esto significa que estas cantidades tienen un sentido físico y, en principio, están predeterminadas por fuentes que no son las interacciones nucleares mismas.

Los modelos OBE representan una conexión directa entre distintas ramas de la física como la física de partículas y la física nuclear, y correlacionan una gran cantidad de información originada en ambas ramas con muy pocos parámetros.

Del análisis de corrimientos de fase nucleares (phase shifts) realizados para energías de dispersión de hasta 350 MeV y para todos los momentos angulares, en términos del modelo OBE, se ha deducido que las contribuciones esenciales provienen de polos asociados con mesones pseudoescalares y vectoriales. Además, se sabe que los candidatos deben tener un bajo contenido de extrañeza. En tal caso, su acoplamiento al nucleón estaría suprimido según la Regla de Zweig, razón por la cual no incluiremos al $\phi(1020)$, $f_0(975)$, etc. Tampoco son de apreciable influencia los mesones de spin $J \geq 2$ como el $f_2(1260)$, $a_2(1310)$, $f'_2(1525)$, etc. aunque sus masas no estén lejos del valor de corte. Sin embargo estas contribuciones están contenidas o enmascaradas por los factores de forma que regularizan los diagramas. Obviamente no tiene mucho sentido considerar el intercambio de mesones en una región en la que las modificaciones debidas a la estructura extendida del hadrón debida a quarks y gluones, pudieran ser particularmente necesarias o imprescindibles.

El intercambio de piones corresponde al sector clásico o de largo rango, debido a la pequeñez de su masa (140 MeV). Las partículas escalares cuyas masas son del orden de 500 MeV darían contribuciones atractivas en el rango intermedio, pero lamentablemente no han sido encontradas. La región interna proviene esencialmente del intercambio de mesones vectoriales cuya componente repulsiva la provee el mesón $\omega(783)$.

Todas las amplitudes OBE se comportan de manera inconveniente en su región asintótica, presentando divergencias polinómicas en q^2 que hacen imposible obtener soluciones de las ecuaciones dinámicas -aún para bajas energías de dispersión.

Este comportamiento se manifiesta en el espacio de configuraciones de los potenciales resultantes de los diagramas OBE, mediante la aparición de deltas de Dirac o sus derivadas y/o divergencias en el origen. La razón física de estas divergencias en las amplitudes OBE puede ser atribuída al hecho de considerar puntuales a los nucleones. Estas singularidades se regularizan con procedimientos de cutoff construídos ad hoc. En general los factores de forma vienen a resolver esta situación reemplazando a las constantes de acoplamiento. Sin embargo en el caso de las interacciones fuertes, estas funciones son más o menos arbitrarias.

Probablemente el factor de forma más conocido sea el correspondiente al intercambio de piones [40] dado por

$$F_{\pi}^{(n)}(q^2) = [(\Lambda_{\pi}^2 - m_{\pi}^2)/(\Lambda_{\pi}^2 - q^2)]^n$$

donde la masa de corte Λ_{π} y la potencia n son parámetros libres. Normalmente se considera $\Lambda_{\pi} \sim 3m_{\pi}$ aunque en algunos casos se ha llegado a usar $\Lambda_{\pi} \sim 7 - 14m_{\pi}$; siempre con el propósito de ajustar los datos de scattering NN de baja energía mediante el empleo de estas funciones. En lo que a n se refiere, suelen utilizarse valores pequeños, entre 0.5 y 1.

Para los mesones vectoriales también existen desacuerdos en la literatura, variando n entre 1 y 2 y usando a veces hasta dos cutoffs independientes en un mismo vértice [40,41].

Se ha discutido frecuentemente la necesidad de considerar vértices irreducibles de mayor orden para una comprensión más profunda del origen fuerte de estos factores de forma y ha llegado a proponerse el uso de funciones exponencialmente decrecientes [42]

El análisis comparativo entre datos experimentales y predicciones teóricas de los corrimientos de fase, ha llevado a la conclusión de que con ningún juego de parámetros es posible obtener un muy buen ajuste para todas las ondas parciales, cosa que contribuye a provocar desacuerdos acerca de cuales deben ser las parametrizaciones adecuadas de los vértices. Es por eso que el problema de las interacciones fuertes de baja energía tiene un grado elevado de construcción artesanal.

Fundamentalmente, los factores de forma suprimen las contribuciones a grandes momentos, *i.e.*: las interacciones a muy pequeñas distancias. Su presencia está dictada por la estructura de quarks de los hadrones. El parámetro Λ_{α} , que gobierna el rango de la supresión, puede ser directamente relacionado

con el tamaño del hadrón; sin embargo, como la determinación de su tamaño es aún una cuestión bastante abierta, se ajusta Λ_α en función de los datos experimentales de scattering NN. Dado que la masa de los mesones intercambiados determina el rango de la contribución correspondiente a las fuerzas nucleares (mayor masa-menor rango) deberíamos restringirnos a utilizar solamente los mesones cuyas masas sean algo menores que la escala de energía de interés. Más aún, dado que los hadrones no son campos fundamentales, las funciones de vértice no pueden ser obtenidas a partir de un lagrangiano de interacción exacto, y deben ser considerados como *ansatz* semifenomenológicos. Sin embargo, debe remarcarse el hecho de que se trata solo de parámetros físicos -cutoffs y constantes de acoplamiento- y que se respetan las propiedades de transformación prescriptas por spin y paridad del meson intercambiado, quien a su vez determina la forma de las funciones de vértice. Los valores de estos parámetros cambian muy poco si se consideran diagramas de autoenergía, lo cual resulta necesario para un tratamiento realista del problema NN sobre el umbral del pión [39].

Concluimos este capítulo señalando que hasta el presente el esquema de intercambio de mesones es probablemente el único que brinda un modelo cuantitativo de las interacciones NN de baja energía [43]. Las investigaciones realizadas en este sentido, indican que es plausible la utilización de estos elementos para encontrar una respuesta al problema de la diferencia de masa neutrón-protón.

Bibliografía

- [1] J. J. Sakurai, *Currents and Mesons*, Univ. of Chicago Press, 1969.
- [2] T. Das, Phys. Rev. **18** (1967) 759.
- [3] M. W. Kirson, Phys. Rev. **132** (1963) 1249.
- [4] M. Gell-Mann, Phys. Rev. **125** (1962) 1067.
- [5] Y. Ne'eman, Nucl. Phys. **26** (1962) 222.
- [6] S. Okubo, Prog. Theor. Phys. **27** (1962) 949.
- [7] Y. Nambu y J. Sakurai, Phys. Rev. Lett. **8** (1962) 79.
- [8] S. Glashow, Phys. Rev. Lett. **7** (1961) 169.
- [9] S. M. Flatté y col., Phys. Rev. **145** (1966) 1050;
G. Golhaver y col., Phys. Rev. Lett. **23** (1963) 1351;
J. E. Agustin y col., Lett. Nuov. Cim. **2** (1969) 214;
K. Okamoto y C. Lucas, Nucl. Phys. **B2** 347;
P. J. Biggs y col., Phys. Rev. Lett. **24** (1970) 1197 1201.
- [10] D. F. Greenberg, Nuov Cim. **38** (1965) 1908.
- [11] M. Gourdin et al, Phys. Lett. **B30** (1969) 347.
- [12] L. M. Barkov y col., Nucl. Phys. **B256** (1985) 365.
- [13] W. R. Frazer y J. Fulco, Phys. Rev. **117** (1960) 1603.

- [14] G. Gounaris y J. Sakurai, Phys. Rev. Lett. **21** (1968) 244.
- [15] E. M. Henley y T. E. Keliher, Nucl. Phys. **A189** (1972) 632.
- [16] S. Coleman y S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. **6** (1961)
Phys. Rev. **134** (1964) b671.
- [17] S. A. Coon y M. S. Scadron, Phys. Rev. **C26** (1982) 562.
- [18] P. Langacker y D. A. Sparrow, Phys. Rev. Lett. **43** (1979) 1559; Phys.
Rev. **D20** (1979) 2983.
- [19] M. Gell-Mann, R. J. Oakes y B. Renner, Phys. Rev. **175** (1968) 2195.
- [20] S. Glashow y S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **20** (1968) 224.
- [21] S. A. Coon y R. C. Barrett, Phys. Rev. **C36** (1987) 2189;
T-P. Cheng y L-F. Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*,
Oxford Univ. Press, NY 1988.
- [22] P. J. Biggs, Phys. Rev. Lett. **24** (1970) 1197; **24** (1970) 1201.
- [23] H. Alvensleben y col. Phys. Rev. Lett. **27** (1971) 888; **25** (1970) 1373.
- [24] D. Benaksas y col., Phys. Lett. **B39** (1972) 289; **B42** (1972) 507.
- [25] A. Quenzer y col. Phys. Lett. **B76** (1978) 512.
- [26] G. A. Miller, B. M. K. Nefkens y I. Slaus, Phys. Rep. **194** (1990) 1.
- [27] La longitud de scattering es una magnitud relacionada con cierto espesor
efectivo del sistema. Para una definición rigurosa ver B. Rossi en *High
Energy Particles*, Prentice Hall Inc. 1956 p.73.
- [28] B. Gabioud y col., Phys. Rev. Lett. **42** (1979) 1508; Nucl. Phys. **A420**
(1984) 496.
O. Shori y col., Phys. Rev. **C35** (1987) 2252.

- [29] R. Abegg y col., (un experimento TRIUMF), Phys. Rev. Lett. **56** (1986) 2571; Phys. Rev. **D39** (1989) 2464.
L. D. Knutson y col. (un experimento IUCF), Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 1410.
- [30] E. M. Henley y G. A. Miller, Meson theory of charge dependent nuclear forces en *Mesons in Nuclei*, M. Rho, D. A. Wilkinson, North Holland, Amsterdam (1979), Tomo I, p. 407.
- [31] W. T. H. Van Oers, Nucl. Phys. **A416** (1984) 267c.
C. Y. Cheung, E. M. Henley y G. A. Miller, Nucl. Phys. **A305** (1978) 342. **A348** (1980) 365.
L. Ge y J. P. Svenne, Phys. Rev. **C18** (1986) 417. **C34(E)** (1987) 756.
A. G. Williams, A. W. Thomas y G. A. Miller, Phys. Rev. **C36** (1987) 1956.
M. J. Iqbal, J. Tholer y R. M. Waloshyn, Phys. Rev. **C36** (1987) 2442.
T. A. Minelli, A. Parcolini y C. Villi, Padua Univ. Preprint (1989).
M. Beyer, A. Williams, Phys. Rev. **C38** (1988) 779.
R. Machleidt, K. Holinde y Ch. Elster, Phys. Rep. **149** (1987) 1.
M. J. Iqbal y J. A. Niskanen, Phys. Rev. **C38** (1988) 2259.
- [32] A. G. Williams, A. W. Thomas y G. A. Miller, Phys. Rev. **C36** (1987) 1956.
- [33] M. J. Iqbal y J. A. Niskanen, Phys. Rev. **C38** (1988) 2259.
- [34] S. A. Coon y R. C. Barrett, Phys. Rev. **C36** (1987) 2189.
- [35] S. A. Coon y M. D. Scadron, Phys. Rev. **C26** (1982) 562.
- [36] E. M. Henley y G. A. Miller, Meson theory of charge dependent nuclear forces en *Mesons in Nuclei*, M. Rho, D. A. Wilkinson, North Holland, Amsterdam (1979), Tomo I, p. 428.
P. Langacker y D. A. Sparrow, Phys. Rev. **C25** (1982), 1194.

- [37] H. R. Christiansen, L. N. Epele, H. Fanchiotti y C. A. García Canal, Phys. Lett **B267** (1991) 164.
- [38] M. Taketani, S. Nakamura y M. Sasaki, Prog. Theor. Phys. 7 (1952) 581.
- [39] R. Machleidt, K. Holinde y Ch. Elster, Phys. Rep. **149** (1987) 1.
- [40] F. Selleri, Nuov. Cim. **40** (9165) 236. U. Amaldi, F. Selleri, Nuovo Cim. **31** (1964) 360.
- [41] A. Gersten, R. Thompson y A. Green, Phys. Rev. **174** (1971) 2076. K. Holinde, K. Erkelenz y R. Alzetta, Nucl. Phys. **A194** (1972) 161.
- [42] M. Islam, Nuov. Cim. **5A** (1971) 315; R. Woloshyn y A. Jackson, Nucl. Phys. **A185** (1972) 131.

Capítulo 4

Desdoblamiento Fuerte del Nucleón

4.1 Comentarios preliminares

En el capítulo 2 concluimos que la modificación del término de Pauli de la corriente electromagnética, podía provocar algún cambio drástico sobre la energía propia del nucleón. No obstante, este procedimiento implicaba realizar modificaciones en una escala de energías donde QED por si sola presenta serias limitaciones.

Esta situación conflictiva fue revisada reiteradamente con la esperanza de encontrar algún tipo de procedimiento capaz de provocar el cambio de signo que se estaba precisando.

En este sentido, se ha pensado que la solución podría hallarse mediante el empleo de mecanismos de *feedback* basados en el siguiente esquema: La representación usual de un propagador en una teoría renormalizable implica una ecuación autoconsistente para las masas de las partículas: $m = m_0 + I(m)$, donde m_0 es la masa desnuda e $I(m)$ una integral que involucra vértices fuertes. Al menor orden en una pequeña perturbación, resulta $\delta m = \delta m_0 + I'(m)\delta m$ [1], lo cual implica que el signo relativo entre δm y δm_0 depende del signo de $1 - I'(m)$. El origen de este mecanismo de realimentación puede ser claramente visualizado en el modelo de estados ligados. Su versión más simple [2] postula la disociación del protón en un estado ligado de neutrón- π^+ parte del tiempo, y uno de protón- π^0 el resto. La probabilidad relativa de encontrar al protón en cada uno de estos estados está controlada por la simetría de isospin. Al activarse la interacción e-m, se altera la masa del protón por dos motivos: los componentes cambian sus masas y los estados ligados adquieren una energía de interacción adicional. La primera fuente constituye el término de realimentación. Una descripción análoga se aplica al corrimiento de masa del neutrón. En [3] se formula rigurosamente esta idea en el marco de la teoría de la matriz S. Sin embargo, se han encontrado varias dificultades técnicas relacionadas con el manejo de las singularidades

que hicieron fracasar este modelo.

Es importante notar que el problema de la diferencia de masa protón-neutrón, no debe ser considerado en forma aislada. Se supone que las masas de todas las partículas deben interdepender y sus separaciones deben estar conectadas. Por ejemplo, en el modelo de Cottingham, la aproximación de Born predice un resultado excelente para la diferencia de masa del triplete piónico $m_{\pi^{\pm}}^2 - m_{\pi^0}^2$, en tanto que para $m_n - m_p$, $m_{K^+}^2 - m_{K^0}^2$, $m_{\Sigma^+}^2 - m_{\Sigma^-}^2$ y $m_{\Xi^-} - m_{\Xi^0}$ el resultado es absolutamente inadecuado [4]. Este aparente desarreglo teórico, deja ver sin embargo un patrón de comportamiento. Dado que la corriente e-m se transforma como I_3 ante isospin, el operador de masas de cada multiplete de isospin debe ser de la forma $M = a + bI_3 + cI_3^2$ a orden e^2 ¹, y según se ha visto, la aproximación de Born tuvo éxito en la evaluación del parámetro c, pero no del b [5].

En el marco del grupo SU(3) de sabor para los hadrones, Coleman y Glashow [6] proponen la existencia de un octete de mesones escalares acoplados a todos los hadrones por interacciones fuertes. Cuando estas fuerzas están presentes, el octavo miembro del octete tendrá una amplitud de transición al vacío no nula y de la misma manera, al encender el campo e-m, esta amplitud de transición será diferente de cero para la tercera componente debido a la no conservación de isospin. Este efecto dinámico de tadpole, produce el corrimiento en las masas hadrónicas debido a sus contribuciones a los propagadores hadrónicos (la simetría SU(3) implica que dentro de cada multiplete el conjunto de parámetros a, b y c es único). Solo debido a que los números cuánticos del pion (0^-) son incompatibles con un acoplamiento a estos escalares, el efecto de tadpole está ausente en el sector $\Delta I_3 = 2$.

Así, este mecanismo explica el impactante acuerdo de la aproximación de Born con el valor experimental de $m_{\pi^{\pm}}^2 - m_{\pi^0}^2$ y $m_{\Sigma^+}^2 - m_{\Sigma^-}^2 - 2m_{\Sigma^0}^2$. No obstante, se sabe que tal octete escalar no existe en la naturaleza por lo que debemos descartar esta posibilidad.

¹A este orden, el operador de masas al cuadrado se comporta de la misma forma, lo cual resulta relevante para el análisis de desdoblamiento de los mesones.

4.2 Autoenergía fuerte

Hasta este punto el problema permanece abierto, sin una solución definitiva. Comienza a resultar excluyente la incorporación de fuentes no-electromagnéticas en los modelos a utilizar, que provean una predicción para ΔM_{n-p} compatible con 1.3 MeV.

La descripción que hemos realizado en el marco de los modelos VSC [7], nos da la clave para intentar dar una respuesta al problema.

Las interacciones débiles, no pueden dar cuenta de un escalón de energía tan grande. Necesitamos triplicar el aporte electromagnético. Además, todas las respuestas halladas en el canal de scattering NN, indican que el intercambio de mesones de origen fuerte, describe con éxito las observaciones realizadas en los experimentos que sondan asimetría de carga. Si a esto agregamos el hecho de que en ciertos casos la representación de dominancia vectorial ha dado sus frutos tratando a fotones y mesones vectoriales en pie de igualdad, tenemos suficientes indicadores que sugieren investigar a fondo los modelos de intercambio de las interacciones fuertes.

Para calcular una autoenergía necesitamos un hamiltoniano de interacción. En el marco de lo analizado en los capítulos 1 y 3, queda claro que por analogía con la QED, la definición de tales operadores (de origen fuerte) está establecida. Se reformula el hamiltoniano e-m efectivo con un cambio de parámetros de acoplamiento y momento magnético, relacionado con los mesones. En el espacio de impulsos, los escalares de Lorentz e isospin adecuados son [8]

$$\begin{aligned} H_{\rho NN} &= \frac{1}{2}g_{\rho}\bar{N}(p')(\gamma_{\mu} + \frac{k^{\nu}}{2M}i\sigma_{\mu\nu}q^{\nu})\vec{\tau}\vec{\rho}^{\mu}(q)N(p) \\ H_{\omega NN} &= \frac{1}{2}g_{\omega}\bar{N}(p')(\gamma_{\mu} + \frac{k^{\nu}}{2M}i\sigma_{\mu\nu}q^{\nu})\omega_{\mu}(q)N(p) \end{aligned} \quad (4.1)$$

con $\sigma_{\mu} = \frac{i}{2}[\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}]$. Las constantes de acoplamiento que corresponden, surgen de los ajustes teórico-experimentales. Si bien $\frac{g_{\rho}^2}{4\pi} = 2.4$ es un valor muy bien establecido, $\frac{g_{\omega}^2}{4\pi}$ no está tan claramente determinada : 21 ± 1.3 , $32 \pm$

6, 96 ± 48 son valores obtenidos en experimentos de scattering e^+e^- [9], relaciones de dispersión en scattering NN [10] y ajuste de factores de forma electromagnéticos [11] respectivamente. Para completar el esquema, M es la masa promedio del nucleón, en tanto k^V y k^S son los momentos magnéticos anómalos, vectorial y escalar respectivamente.

Es evidente que todavía no se puede producir una ruptura de la simetría de carga con estos hamiltonianos. En el mejor de los casos, a segundo orden en g_ρ tendríamos un término proporcional a τ_3^2 , pero este es invariante de carga; más aún, la suma de las demás componentes, τ_1^2 y τ_2^2 , convierte al total en un invariante de isospin. Lo mismo ocurre con la autointeracción provocada por piones. Por otro lado, el mesón ω es isoescalar y en consecuencia es incapaz de aportar autoenergía dependiente de la orientación del nucleón.

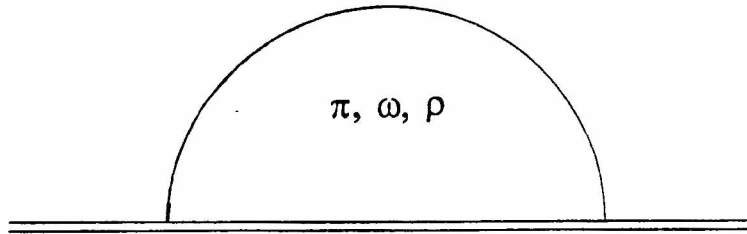


Fig. 1. Diagramas de autointeracción por intercambio de un mesón.

Parece no haber salida sino en la consideración del fenómeno de interferencia examinado en el capítulo 3.

Ya vimos que la idea de intercambio de una partícula que altera su identidad durante el estado virtual, está sólidamente aceptada, y ha resultado fundamental para modelar algunos potenciales nucleares. Vimos también que la mezcla $\eta\eta'\pi^0$ no produce una contribución significativa en ninguno de los sondeos experimentales de VSC, y que en cambio, el aporte de la interferencia $\omega - \rho$ era contundente.

El camino está marcado sugerentemente. Para continuar notemos primero que la saturación de índices a nivel hamiltoniano impide el acoplamiento

directo entre los mesones ρ^0 y ω a cualquier orden.

Es necesario agregar explícitamente un término

$$H_{\rho\omega} = -\lambda \rho_0^\mu(q) \omega_\mu(q) ,$$

con

$$\lambda = \langle \omega | H | \rho \rangle = m_{\rho\omega}^2 < 0$$

Así, el hamiltoniano de interacción fuerte que debemos utilizar resulta [12]:

$$H_I = H_{\rho NN} + H_{\omega NN} + H_{\rho\omega}$$

y la autoenergía de segundo orden que provoca, se puede obtener aplicando las siguientes reglas de Feynman [13]

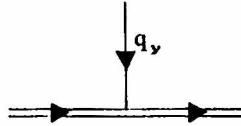


Fig. 2. Vértice mesón-nucleón.

$$-i \frac{g_v}{2} (F_{v,1} \gamma_\mu + \frac{ik^\nu}{2M} \sigma_{\mu\nu} q^\nu F_{v,2}) \tau_j$$

por cada vértice vectorial (fig.2),

$$-i \frac{(g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu)}{q^2 - m_v^2 + i\epsilon}$$

por cada línea interna de meson vectorial, y

$$i \frac{[\not{p} - \not{q} + M]}{(p - q)^2 - M^2 + i\epsilon}$$

por cada propagador fermiónico².
 Los diagramas de interés son:

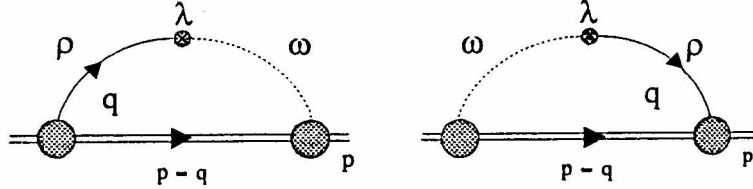


Fig. 3. Diagramas de autointeracción por intercambio de un mesón $\rho - \omega$ mutante.

de donde surgen los siguientes operadores de energía

$$-i\Sigma_{\rho-\omega}(p) = (-i)^4 i^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\lambda \tau_3}{(q^2 - m_\rho^2 + i\epsilon)(q^2 - m_\omega^2 + i\epsilon)} \quad (4.2)$$

$$\frac{g_\rho}{2} (F_1^\rho \gamma_\mu + \frac{ik^V}{2M} \sigma_{\mu\nu} q^\nu F_2^\rho) \frac{(\not{p} - \not{q} + M)}{(p-q)^2 - M^2 + i\epsilon} \frac{g_\omega}{2} F_1^\omega \gamma^\mu$$

$$-i\Sigma_{\omega-\rho}(p) = (-i)^4 i^2 \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{\lambda \tau_3}{(q^2 - m_\omega^2 + i\epsilon)(q^2 - m_\rho^2 + i\epsilon)} \quad (4.3)$$

$$\frac{g_\omega}{2} F_1^\omega \gamma_\mu \frac{(\not{p} - \not{q} + M)}{(p-q)^2 - M^2 + i\epsilon} \frac{g_\rho}{2} (F_1^\rho \gamma_\mu - \frac{ik^V}{2M} \sigma_{\mu\nu} q^\nu F_2^\rho)$$

La aplicación del álgebra de matrices junto con la ecuación de Dirac reducen la suma de ambas expresiones a

²Los diagramas de tadpole efectivos, contribuyen igualmente a las autoenergías del protón y del neutrón, por lo tanto se cancelan y pueden renormalizarse.

$$\begin{aligned}
-i\bar{u}^{(s)}(p) (\Sigma_{\rho-\omega} + \Sigma_{\omega-\rho}) u^{(s)}(p) &= \frac{(-i)^4 i^2}{4} \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \\
&\frac{g_\rho g_\omega \lambda}{(q^2 - m_\rho^2 + i\epsilon)(q^2 - m_\omega^2 + i\epsilon)((p-q)^2 - M^2 + i\epsilon)} \\
\bar{u}^{(s)}(p) [4F_1^\rho F_1^\omega (\not{q} + M) + \frac{3k^V}{M} F_1^\omega F_2^\rho q^2] \tau_3 u^{(s)}(p) &\quad (4.4)
\end{aligned}$$

donde $u^{(s)}(p)$ son biespinores nucleónicos.

Antes de continuar con el cálculo, debemos hacer algunos comentarios:

a - Los términos tensoriales $q_\mu q_\nu$ correspondientes a los propagadores mesónicos no contribuyen, pues la corriente del nucleón está conservada.

b - El aporte relativo de k^S es compatible con cero tanto en el modelo de dominancia vectorial como con otros ajustes experimentales [10,11]. En tanto, la predicción VMD, $k^V = 3.7$, corresponde a su valor en la capa de masa del fotón y su variación con q^2 parece un refinamiento innecesario [16].

c - La utilización que hacemos de los factores de forma implica una parametrización fenomenológica de todas las contribuciones atractivas y repulsivas que puedan modificar los vértices desnudos y son consistentes con la aproximación de Born analizada en la sección (2.2). En virtud del análisis detallado que hicimos de estas funciones en la sección (3.4) resulta adecuada la siguiente parametrización monopolar

$$F_v(q^2) = \frac{\Lambda_v^2 - m_v^2}{\Lambda_v^2 - q^2},$$

con $\Lambda_v = 2m_v$, [14].

d - El valor de $\langle \rho | H | \omega \rangle$ ha sido ampliamente discutido en la literatura [15]. En particular su signo surge de la fase relativa de las amplitudes de ω y ρ en la reacción $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$. Consistentemente, en términos del modelo de quarks, la probabilidad de transición de un estado de mesón al otro es proporcional a $m_u - m_d$. Debe remarcarse el hecho relevante de que el producto de los acoplamientos en cuestión es negativo

$$g_\rho g_\omega \langle \rho | H | \omega \rangle < 0$$

y que este resultado puede comprobarse independientemente del ángulo de mezcla de la interferencia $\omega - \phi$ [16,17].

El valor experimental para el 'branching ratio', las masas y los anchos de estos mesones, determina la magnitud de $\langle \rho|H|\omega \rangle$, en efecto

$$B_{\omega\pi\pi} = \Gamma(\omega \rightarrow 2\pi)/(\Gamma(\omega \rightarrow all))$$

con

$$\Gamma(\omega \rightarrow 2\pi) = \left| \frac{\langle \rho|H|\omega \rangle}{m_\omega^2 - m_\rho^2 + im_\rho\Gamma_\rho} \right|^2 \Gamma(\rho \rightarrow 2\pi)$$

Los estadísticas del Particle Data Group [9] arrojan el siguiente valor

$$\langle \rho|H|\omega \rangle = -4520 MeV$$

Como el resto de las resonancias, este elemento de matriz posee una componente imaginaria (pequeña), cuyo efecto es irrelevante fuera del canal inelástico. Nuestro cálculo implica la consideración de esta interferencia como a una partícula virtual resultante, y su efecto se tendrá en cuenta en el canal de scattering; por lo tanto tomaremos el valor real obtenido más arriba. Supondremos además que la variación de $g_\rho g_\omega \langle \rho|H|\omega \rangle$ con q^2 está contenida en los factores de forma propuestos [14].

La integral involucrada en la ecuación (4.4) resulta:

$$I = \int d^4q \frac{4(\not{q} + M) + \frac{3k^V}{M}q^2}{(q^2 - m_1^2)(q^2 - m_2^2)((p - q)^2 - M^2)} \frac{\Lambda_1^2 - m_1^2}{\Lambda_1^2 - q^2} \frac{\Lambda_2^2 - m_2^2}{\Lambda_2^2 - q^2} \quad (4.5)$$

o sea

$$I = \frac{(c_1 - l_1)(c_2 - l_2)}{M} \int d^4k \frac{4(\not{k} + M) + 3k^V q^2}{(q^2 - l_1)(q^2 - l_2)((p' - q)^2 - 1)(q^2 - c_1)(q^2 - c_2)} \quad (4.6)$$

con

$$\begin{aligned}
 l_i &= m_i^2/M^2 \\
 c_i &= \Lambda_i^2/M^2 \\
 p'_\mu &= p_\mu/M
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Con la técnica de Integración Simétrica [18], esta integral puede llevarse a la forma

$$I = \frac{4!}{M} (c_1 - l_1)(c_2 - l_2) \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y dz \int_0^z d\omega \int d^4 q \frac{A + B + C}{(q^2 + a)^5} \tag{4.8}$$

donde

$$\begin{aligned}
 A &= 4 + 4p'(1-x) + p'^2(x^2 - 2x + 1) + 3k^V \\
 B &= 4k + 6k^V pq(1-x) \\
 C &= 3k^V q^2 \\
 a &= -x + (2 - c_2)x - 1(c_2 - c_1)y + (c_1 - l_2)z + (l_2 - l_1)\omega \\
 p'^2 &= 1
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Si ahora realizamos una rotación de Wick restringimos el impulso al sector de tipo espacio, lo cual da respaldo a la utilización de constantes de acoplamiento y factores de forma extraídos en el canal de scattering.

Nos interesa calcular el elemento diagonal

$$\begin{aligned}
 \bar{u}Iu &= \frac{4!\Gamma(5)\Gamma(3)}{\Gamma(s)} i\pi^2 \left\{ \int_0^1 dx (8 + 3k^V - (4 + 6k^V)x + 3k^V x^2) \right. \\
 &\quad \int_0^x dy \int_0^y dz \int_0^z d\omega \frac{1}{[a_1(xyz) + (l_2 - l_1)\omega]^3} \\
 &\quad \left. + \int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y dz \int_0^z d\omega \frac{3k^V}{[a_1(xyz) + (l_2 - l_1)\omega]^2} \right\} \tag{4.10}
 \end{aligned}$$

con³

$$a_1(x, y, z) = -x^2 + (2 - c_2)x - 1 + (c_2 - c_1)y + (c_1 - l_2)z.$$

Finalmente, teniendo en cuenta que $\Sigma_{\rho\omega}$ emula un renormalizador de masas como Σ_γ , podemos decir que el elemento diagonal de los operadores (ecs. 4.2,4.3) provee la corrección de masa originada por esta interacción especial; esto es

$$\delta M_{\rho\omega} = \bar{u}(\Sigma_{\rho\omega} + \Sigma_{\omega\rho})u = \pi^2 \frac{g_\rho g_\omega \lambda (c_1 - l_1)(c_2 - l_2)}{4M(2\pi)^4(l_2 - l_1)} I' < \tau_3 > \quad (4.11)$$

donde

$$I' = \int_0^1 dx \left\{ \frac{[g(x) - 6k^V a l_1(x)]}{(c_1 - l_1)(c_2 - l_1)} \log \frac{a l_1(x)}{a c_2(x)} - \frac{[g(x) - 6k^V a l_2(x)]}{(c_1 - l_2)(c_2 - l_2)} \log \frac{a l_2(x)}{a c_2(x)} \right. \\ \left. + \frac{[g(x) - 6k^V a c_1(x)](l_2 - l_1)}{(c_1 - l_1)(c_1 - l_2)(c_2 - c_1)} \log \frac{a c_1(x)}{a c_2(x)} \right\} \quad (4.12)$$

con

$$\begin{aligned} g(x) &= 8 + 3k^V - (4 + 6k^V)x + 3k^V x^2 \\ a l_i(x) &= -x^2 + (2 - l_i)x - 1 \\ a c_i(x) &= -x^2 + (2 - c_i)x - 1 \end{aligned} \quad (4.13)$$

Solo resta evaluar esta integral cuantificando los parámetros experimentales. Usando un conjunto de valores de consenso:

$$\begin{aligned} m_\rho &= 770 MeV, \quad m_\omega = 783 MeV, \\ M &= 939 MeV, \quad k^V = 3.7, \\ g_\rho &= 5.5, \quad g_\omega = 16.2, \quad \lambda = -4520 MeV^2 \end{aligned}$$

obtuvimos una excelente aproximación para la diferencia de masa neutrón-protón

$$\Delta M_{n-p}^{\rho\omega} = \delta M_n - \delta M_p = 1.67 MeV$$

³Se usó $\bar{u}p' = p'u = 1$ pero ha quedado latente el efecto de τ_3 .

Si bien el resultado anterior surge del valor más confiable para las constantes de acoplamiento, el valor de g_ω predicho en la Ref. [10] es algo superior. En realidad es llamativo que en tal caso g_ω tenga justo el valor necesario para saturar el valor experimental de la diferencia de masa, con solo un pequeño exceso. Efectivamente, con $\frac{g_\omega^2}{4\pi} = 32$ resulta

$$\Delta M_{n-p}^{\rho\omega} = 2.05 MeV$$

Recordando que $\Delta M_{n-p}^\gamma \simeq -0.7 MeV$, la suma de ambos aportes asciende a $1.35 MeV$. Teniendo en cuenta la simplicidad del modelo, este es un resultado notable.

Resta un comentario. En el estudio de las interacciones VSC, el intercambio de piones en scattering NN quiebra la simetría de carga generando un potencial que depende de la diferencia de masa $M_n - M_p$ [7]. Nuestro análisis revela que en un modelo originalmente simétrico ($\Delta M = 0$), la diferencia de masa proviene esencialmente de las correcciones debidas a la interacción $\rho - \omega$ sumada a la electromagnética. Esto implica que el potencial piónico de dispersión NN solamente podría provocar VSC si se tienen en cuenta efectos perturbativos de orden superior, es decir, en un diagrama que combine los aportes pseudoescalares con los vectoriales, sobre las fuerzas nucleares efectivas.

4.3 Fórmula de Cottingham e Interferencia $\rho - \omega$

A fin de corroborar el modelo de mezcla propuesto en el contexto del álgebra de corrientes, y habida cuenta del acuerdo cuantitativo existente entre los resultados obtenidos dentro de QED (ver sección 2.1), examinamos la estructura analítica de la matriz de scattering correspondiente al intercambio de un mesón 'mutante' $\rho - \omega$ [19].

En concordancia con lo analizado en la sección (2.1) estudiaremos ahora el tensor de dispersión $M_{\mu\nu}^{\rho\omega}$ pero primero, tendremos que definirlo adecuadamente. Para esto veamos sintéticamente qué pasos debemos emular.

La integración espacio-temporal del tensor de scattering Compton, rele-

vante en la aproximación de Born, resulta

$$T_{\mu\nu}^{\gamma} = \frac{(2\pi)^4}{2} \sum_{|k\rangle} \langle n|j_{\mu}(0)|k\rangle \langle k|j_{\nu}(0)|n\rangle \lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \left[\frac{\delta^3(\vec{k} - \vec{q})}{k_0 - M + \nu - i\epsilon} + \frac{\delta^3(\vec{k} - \vec{q})}{k_0 - M - \nu - i\epsilon} \right] \quad (4.14)$$

Por otro lado, por criterios de simetría tiene una estructura dada por

$$T_{\mu\nu}^{\gamma} = t_1(q^2, \nu)D_{1,\mu\nu} + t_2(q^2, \nu)D_{2,\mu\nu} \quad (4.15)$$

con

$$D_{i,\mu\nu} = D_{i,\mu\nu}(q_{\mu}, q_{\nu}, q^2, \nu)$$

y t_i funciones invariantes. La primera ecuación indica la localización de todas las singularidades de $T_{\mu\nu}$ en la variable ν . Usando relaciones de dispersión para el escalar $T_{\mu\nu}g^{\mu\nu}$ (o sea para t_1 y t_2) en el espacio ν complejo, y tomando el límite (en la variable $q_0 = \nu$) de manera de extraer el residuo de $T_{\mu\nu}g^{\mu\nu}$ en los polos aislados, obtenemos igualando (4.14) y (4.15)

$$f_1(q^2)D_{1,\mu\nu}(q_0 = q^2/2M) + f_2(p^2)D_{2,\mu\nu}(q_0 = q^2/2M) = (1 + q^2/2M^2) \frac{(2\pi)^4}{2} \sum \langle n|j_{\mu}(0)|n'\rangle \langle n'|j_{\nu}(0)|n\rangle + \mu \longleftrightarrow \nu \quad (4.16)$$

donde $|n'\rangle$ es un estado de nucleón físico y \sum suma sobre sus 2 estados de spin.

La sección eficaz total de scattering elástico vincula los factores de forma experimentales de la fórmula de Rosenbluth, con los invariantes $f_i(q^2)$, a través de $\sum \langle n|j_{\mu}(0)|n'\rangle \langle n'|j_{\nu}(0)|n\rangle$ [20].

La fórmula de Rosenbluth proviene de parametrizar los elementos de corriente con los factores de forma según

$$\langle n'|j_{\mu}(0)|n\rangle = e\bar{u}'_N(\gamma_{\mu}F_1^N + \frac{k^N}{2M}F_2^N i\sigma_{\mu\nu}q^{\nu})u_N \quad (4.17)$$

Así surgen las siguientes expresiones para los invariantes, en función de los factores de forma de Dirac y Pauli

$$f_1 = \left(\frac{e}{2\pi}\right)^2 \frac{k^N}{2M} F_2^N \left[\frac{F_1^N}{M} + \frac{k^N F_2^N}{2M} \left(1 - \frac{q^2}{4M^2}\right) \right]$$

$$f_2 = \left(\frac{e}{2\pi}\right)^2 \left[\frac{F_1^{N^2}}{q^2} + \left(\frac{k^N F_2^N}{2M}\right)^2 \right]$$

con $N = p, n$. Notemos que según se trate de protones o neutrones, F_i^N tiene un valor diferente. Podríamos combinar linealmente estas corrientes para generar una corriente isoescalar y otra isospinorial o decir que la corriente del protón y del neutrón tienen distintas composiciones isospinoriales en su acoplamiento con el fotón; esto es

$$\langle N | j_\mu^N(0) | N \rangle = J_\mu^{IS} + J_\mu^{IV}$$

En tal caso, la forma explícita de estas corrientes resulta

$$J_\mu^{IS} = \bar{u} \left(\frac{F_1^p + F_1^n}{2} \gamma_\mu + \frac{k_p F_2^p + k_n F_2^n}{2} \frac{i\sigma_{\mu\nu}}{2M} q^\nu \right) u$$

$$J_\mu^{IV} = \bar{u} \tau_3 \left(\frac{F_1^p - F_1^n}{2} \gamma_\mu + \frac{k_p F_2^p + k_n F_2^n}{2} \frac{i\sigma_{\mu\nu}}{2M} q^\nu \right) u$$

ya que

$$\langle j_\mu^N \rangle = \langle j_\mu^p \left(\frac{1 + \tau_3}{2} \right) \rangle + \langle j_\mu^n \left(\frac{1 - \tau_3}{2} \right) \rangle = J_\mu^{IV} + J_\mu^{IS}$$

Consecuentemente, el fotón se acopla al nucleón en un vértice isospinorial mixto. Necesitamos una partícula equivalente, mediadora de las interacciones fuertes. Con el mesón ω , el nucleón se acopla sólo isoescalarmente y con el ρ , sólo isovectorialmente. Además, ya vimos que no es posible obtener una autoenergía asimétrica de carga en ninguno de estos casos. Es necesaria la "mezcla" de ambos efectos. Para ésto tenemos que definir nuevas campos que provean autoestados de masa del hamiltoniano puro de mesones H_m . En tal caso, estas 'partículas' ya no tendrán isospin definido, que es lo que buscamos.

Sea

$$\begin{aligned} H_m &= -\frac{1}{2} m_\rho^2 \rho^2 - \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^2 + (-\lambda) \rho \omega \\ &= -\frac{1}{2} (\rho \ \omega) \begin{pmatrix} m_\rho^2 & \lambda \\ \lambda & m_\omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho \\ \omega \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Definimos los autoestados de masa con una rotación en el espacio $\rho - \omega$:

$$\begin{pmatrix} \rho \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\rho} \\ \tilde{\omega} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

de donde

$$\begin{aligned} \tilde{\rho} &= \cos \theta \rho + \sin \theta \omega \\ \tilde{\omega} &= -\sin \theta \rho + \cos \theta \omega \end{aligned} \quad (4.20)$$

Entonces

$$\begin{aligned} H_m &= -\frac{1}{2}(\tilde{\rho} \tilde{\omega}) \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_\rho^2 & \lambda \\ \lambda & m_\omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\rho} \\ \tilde{\omega} \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{2}(m_\rho^2 \cos^2 \theta + m_\omega^2 \sin^2 \theta + 2\lambda \cos \theta \sin \theta) \tilde{\rho}^2 \\ &\quad -\frac{1}{2}(m_\omega^2 \cos^2 \theta + m_\rho^2 \sin^2 \theta - 2\lambda \cos \theta \sin \theta) \tilde{\omega}^2 \\ &\quad + [\lambda(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) + \frac{1}{2}m_\omega^2(\sin \theta \cos \theta) + \frac{1}{2}m_\rho^2(-\sin \theta \cos \theta)] \tilde{\rho} \tilde{\omega} \end{aligned}$$

Eligiendo un ángulo de rotación dado por

$$\tan 2\theta = \frac{-4\lambda}{m_\omega^2 - m_\rho^2} \quad (4.21)$$

resulta

$$H_{\rho\omega} \equiv -\frac{1}{2}m_\rho^2 \tilde{\rho}^2 - \frac{1}{2}m_\omega^2 \tilde{\omega}^2$$

Con los valores experimentales standard

$$\lambda = -4520 \text{ MeV}^2, \quad m_\omega = 783 \text{ MeV}, \quad m_\rho = 770 \text{ MeV}$$

se obtienen los siguientes números para los autoestados de masa $\tilde{\rho}$ y $\tilde{\omega}$

$$\theta = 0.265, \quad m_{\tilde{\rho}} = 773.6 \text{ MeV}, \quad m_{\tilde{\omega}} = 779.4 \text{ MeV}$$

El sector de interacción con la materia ha sido definido en la sección (4.2). Las corrientes nucleónicas acopladas a sendos mesones puede ser definida según

$$\begin{aligned} H_{\rho NN} &= \frac{1}{2} g_{\rho} \bar{N} (\gamma_{\mu} F_1^{\rho} + \frac{k^{\nu}}{2M} i \sigma_{\mu\nu} q^{\nu} F_2^{\rho}) N \tau_3 \rho_{\mu}^0 \equiv J_{\mu}^{\rho} \rho^{\mu 0} \\ H_{\omega NN} &= \frac{1}{2} g_{\omega} \bar{N} (\gamma_{\mu} F_1^{\omega} + \frac{k^S}{2M} i \sigma_{\mu\nu} q^{\nu} F_2^{\omega}) N \omega^{\mu} \equiv J_{\mu}^{\omega} \omega^{\mu} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Usando (ρ, ω) en función de $(\tilde{\rho}, \tilde{\omega})$, ec.(4.19), podemos definir las corrientes que se acoplan con los estados de masa y eventualmente los hamiltonianos asociados

$$\begin{aligned} H_{\rho NN} + H_{\omega NN} &= (\cos \theta J_{\mu}^{\rho} + \sin \theta J_{\mu}^{\omega}) \tilde{\rho}^{\mu} + (-\sin \theta J_{\mu}^{\rho} + \cos \theta J_{\mu}^{\omega}) \tilde{\omega}^{\mu} \\ &\equiv J_{\mu}^{\tilde{\rho}} \tilde{\rho}^{\mu} + J_{\mu}^{\tilde{\omega}} \tilde{\omega}^{\mu} = H_{\tilde{\rho} NN} + H_{\tilde{\omega} NN} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Tenemos ahora dos campos que representan el híbrido propagado. Estas 'partículas' se acoplan con nuevas corrientes mixtas dominadas por uno u otro autoestado de isospin.

Falta todavía identificar los factores de forma de Dirac y Pauli correspondientes. Observando las ecuaciones (4.22) y (4.23) emergen

$$\begin{aligned} F_1^{\tilde{\rho}} &= \tau_3 \frac{g_{\rho}}{2} F_1^{\rho} \cos \theta + \frac{g_{\omega}}{2} F_1^{\omega} \sin \theta \\ F_1^{\tilde{\omega}} &= -\tau_3 \frac{g_{\rho}}{2} F_1^{\rho} \sin \theta + \frac{g_{\omega}}{2} F_1^{\omega} \cos \theta \\ F_2^{\tilde{\rho}} &= \tau_3 \frac{k^{\nu} g_{\rho}}{2} F_2^{\rho} \cos \theta + \frac{k^S g_{\omega}}{2} F_2^{\omega} \sin \theta \\ F_2^{\tilde{\omega}} &= -\tau_3 \frac{k^{\nu} g_{\rho}}{2} F_2^{\rho} \sin \theta + \frac{k^S g_{\omega}}{2} F_2^{\omega} \cos \theta \end{aligned} \quad (4.24)$$

Hasta aquí, ha quedado claro que $\tilde{\omega}(-\tilde{\rho})$ tiene casi todo su origen en el mesón $\omega(-\rho)$ pero hay también una cantidad pequeña, controlada por $\sin \theta$, que proviene del mesón $\rho(-\omega)$. Desde el punto de vista de su interacción con

los nucleones, estas partículas son equivalentes al fotón, que como dijimos, puede pensarse como un objeto con isospin combinado. Notemos además que los campos $\tilde{\omega}$ y $\tilde{\rho}$ ya no interfieren y deben sumarse sus contribuciones independientemente. Ahora, la estructura analítica de la matriz de dispersión es la misma en los tres casos

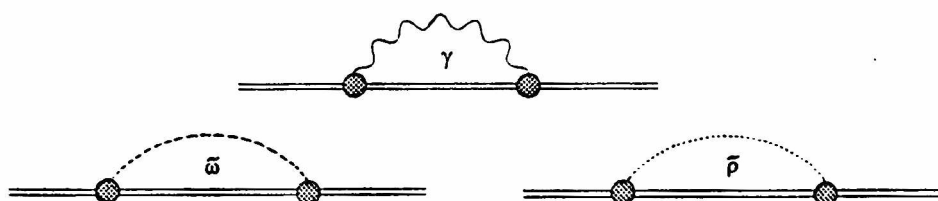


Fig. 4. Diagramas de autointeracción con violación de la simetría de carga.

Resta calcular los diagramas b y c. Los residuos de las nuevas funciones t_1 y t_2 , serán funciones de $F_1^{\tilde{\rho}}$ y $F_2^{\tilde{\rho}}$ en un caso y de $F_1^{\tilde{\omega}}$ y $F_2^{\tilde{\omega}}$ en el otro. Tenemos que usar los factores de forma $F_i^{\tilde{\rho}}$ y $F_i^{\tilde{\omega}}$ de las corrientes nucleónicas acopladas a los mesones experimentales, y luego inyectar estas funciones en las ecs.(4.24).

Antes que esto debemos hacer una observación. Otra manifestación de la ruptura de isospin que influye de manera crucial es la diferencia de masa entre los mesones *i.e.* : $m_{\rho^0} \neq m_{\omega}$.

Cuando examinamos la contribución del fotón, vimos que los elementos de corriente de la ecuación (4.16) establecen una relación entre la autoenergía y la sección eficaz. Ahora tenemos, por un lado

$$\begin{aligned}
 \sum'_n &< n | J_{\mu}^{\tilde{\rho}}(0) | n' \rangle \langle n' | J_{\nu}^{\tilde{\rho}}(0) | n \rangle = \\
 \sum'_n &< n | \cos \theta J^{\rho} + \sin \theta J^{\omega} | n' \rangle \langle n' | \cos \theta J^{\rho} + \sin \theta J^{\omega} | n \rangle = \\
 \sum'_n &2 \sin \theta \cos \theta \langle n | J^{\rho} | n' \rangle \langle n' | J^{\omega} | n \rangle + \\
 \sum'_n &\text{términos simétricos}
 \end{aligned}
 \tag{4.25}$$

y por otro, una descomposicion equivalente para el $\tilde{\omega}$ con signo opuesto. La desigualdad $m_{\rho^0} \neq m_{\omega}$ implica $m_{\tilde{\rho}} \neq m_{\tilde{\omega}}$, lo que a su vez provoca que los propagadores que aparecen en $\delta M^{\tilde{\rho}}$ y $\delta M^{\tilde{\omega}}$ resulten diferentes. Este hecho garantiza que no se cancelen las contribuciones de estas partículas mixtas. Con un procedimiento analogo al desarrollado en la sección (2.2), la automasa nucleónica resulta

$$\delta^{\tilde{v}} M_N = -\frac{1}{4\pi} \int_0^\infty \frac{dq^2}{q^2 + m_{\tilde{v}}^2} \int_0^{\sqrt{q^2}} d\omega \sqrt{q^2 - \omega^2} \left[\frac{12Mq^4 f_{1,\tilde{v}}(q^2)}{q^4 + 4M^2\omega^2} + (q^2 + 2\omega^2) \frac{4Mq^2 f_{2,\tilde{v}}(q^2)}{q^4 + 4M^2\omega^2} \right] \quad (4.26)$$

donde

$$\begin{aligned} f_1^{\tilde{v}} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{F_2^{\tilde{v}}}{2M} \left[\frac{F_1^{\tilde{v}}}{M} + \frac{F_2^{\tilde{v}}}{2M} \left(1 - \frac{q^2}{4M^2} \right) \right] \\ f_2^{\tilde{v}} &= \frac{1}{(2\pi)^2} \left[\left(\frac{F_1^{\tilde{v}}}{q^2} \right)^2 + \left(\frac{F_2^{\tilde{v}}}{2M} \right)^2 \right] \end{aligned} \quad (4.27)$$

con $\tilde{v} = \tilde{\omega}, \tilde{\rho}$. La energía propia debida al $\rho - \omega$ mixing está dada por

$$\delta M_N^{\rho\omega} = \delta M_N^{\tilde{\rho}} + \delta M_N^{\tilde{\omega}} \quad (4.28)$$

con $N = p, n$. A fin de comparar nuestro resultado anterior con una predicción enteramente fenomenológica, vamos a usar los factores de forma que resultan del ajuste experimental de los phase shifts en el modelo de intercambio del grupo de Bohn [8] para la dispersión de nucleones por intercambio de mesones vectoriales (los autoestados de isospin)⁴:

⁴En la Ref. [8] se considera una constante de acoplamiento $g_\rho = 3.25$ pequeña y un momento magnético anómalo isovectorial $k^V = 6.1$, grande. No obstante, su producto no difiere mucho del producto correspondiente 5.5×3.7 , preferido por otros autores y elegido por nosotros en la sección precedente. Por otro lado, los parámetros de cutoff resultan prácticamente idénticos a los que propusimos en la sección (4.1).

$$\begin{aligned}
g_\rho F_1^\rho(q^2) &= \frac{2.27}{1 + (q/1400)^2}; & g_\rho k^V F_2^\rho(q^2) &= \frac{13.83}{1 + (q/1400)^2} \\
g_\omega F_1^\omega(q^2) &= \frac{11.54}{1 + (q/1500)^2}; & F_2^\omega(q^2) &= 0
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Con estas cantidades experimentales en manos, y considerando solamente los términos que quiebran la simetría de carga, resulta

$$\begin{aligned}
f_1^{\bar{p}}(q^2) &= \frac{1}{2} \frac{g_\rho k_v F_2^\rho(q^2) g_\omega F_1^\omega(q^2)}{(4\pi M)^2} \sin \theta \cos \theta \tau_3 = -f_1^{\tilde{\omega}}(q^2) \\
f_2^{\bar{p}}(q^2) &= \frac{1}{2} \frac{g_\rho k_v F_2^\rho(q^2) g_\omega F_1^\omega(q^2)}{(4\pi q)^2} \sin \theta \cos \theta \tau_3 = -f_2^{\tilde{\omega}}(q^2)
\end{aligned} \tag{4.30}$$

en concordancia con el análisis de los elementos de corriente.

La diferencia de masa neutrón-protón viene entonces dada por

$$\begin{aligned}
\Delta M_{n-p} &= (M_0 + \delta M^{\bar{p}} + \delta M^{\tilde{\omega}} + \delta M^\gamma)_n - (M_0 + \delta M^{\bar{p}} - \delta M^{\tilde{\omega}} + \delta M^\gamma)_p \\
&= \Delta M_{n-p}^\gamma - 2(\delta M^{\bar{p}} + \delta M^{\tilde{\omega}})_p
\end{aligned} \tag{4.31}$$

donde ΔM_{n-p}^γ fue calculada en el capítulo 2 y el segundo término resulta de la suma de

$$\delta M_p^{\bar{p}} = c \int_0^\infty \frac{dq^2}{q^2 + m_{\bar{p}}^2} \int_0^{\sqrt{q^2}} \frac{d\omega \sqrt{q^2 - \omega^2}}{q^4 + 4M^2\omega^2} \left[\frac{3q^4/4M^2 + (q^2 + 2\omega^2)}{(1 + (q/1400)^2)(1 + (q/1500)^2)} \right]$$

y

$$\delta M_p^{\tilde{\omega}} = -c \int_0^\infty \frac{dq^2}{q^2 + m_{\tilde{\omega}}^2} \int_0^{\sqrt{q^2}} \frac{d\omega \sqrt{q^2 - \omega^2}}{q^4 + 4M^2\omega^2} \left[\frac{3q^4/4M^2 + (q^2 + 2\omega^2)}{(1 + (q/1400)^2)(1 + (q/1500)^2)} \right]$$

con

$$c = -\frac{1}{4\pi} \left(4M \frac{1}{2} \frac{\sin \theta \cos \theta}{(2\pi)^2} 13.83 \times 11.54 \right),$$

entonces

$$\begin{aligned} \Delta M_{n-p}^{\rho\omega} &= -2(\delta M_p^{\tilde{\rho}} + \delta M_p^{\tilde{\omega}}) \\ &= -2 C \int_0^\infty dq^2 \left[\frac{m_{\tilde{\rho}}^2 - m_{\tilde{\omega}}^2}{(q^2 + m_{\tilde{\rho}}^2)(q^2 + m_{\tilde{\omega}}^2)} \right] \frac{1}{(1 + (q/\Lambda_\omega)^2)(1 + (q/\Lambda_\rho)^2)} \\ &\quad \int_0^q \frac{d\omega \sqrt{q^2 - \omega^2}}{q^4 + 4M^2\omega^2} \left[\frac{3q^4}{4M^2} + q^2 + 2\omega^2 \right]. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Con los valores dados por la ec. (4.21) obtenemos

$$\Delta M_{n-p}^{\rho\omega} = 1.98 \text{ MeV}$$

Nuevamente surge una respuesta finita para cada nucleón, no obstante el resultado relevante desde el punto de vista fenomenológico, es su diferencia.

También han quedado expuestas las dos cantidades VSC del modelo, responsables de este resultado: el ángulo de rotación en el espacio $\omega - \rho$ y la separación de las masas de los mesones vectoriales, ambas cantidades definidas en función de un conjunto de valores experimentales.

4.4 Comentarios finales

En el seno de los modelos de Skyrme(-Witten) (MSW) [21], esta interacción también puede ser incorporada de manera natural por tratarse de un contexto puramente mesónico. Las técnicas de desarrollo $1/N$ han demostrado ser de suma utilidad en el tratamiento de problemas analíticamente irresolubles [22,23]. Desde esta perspectiva se ha encontrado una posible conexión entre los MSW y la teoría de quarks a través del género de modelos NJL (Nambu-Jona-Lasinio [24]) [25]. La bosonización de los modelos NJL realizada à la Stratonovich, deriva en una teoría efectiva de gauge de mesones y fotones, que podría describir al nucleón. En este contexto es posible calcular la diferencia de masa neutrón-protón de origen e-m con un resultado de -0.65 MeV [26].

Sin embargo, la incorporación del $\rho - \omega$ mixing en los MSW no encuentra una conexión directa con los modelos NJL. La inclusión de un término con violación explícita de la simetría de carga a nivel de los quarks, no es capaz de originar ninguna separación a nivel nucleónico. La diferencia de masa de los quarks livianos que provoca la interferencia $\rho - \omega$, no sobrevive el proceso de bosonización. No obstante, el reemplazo inequívoco de un mesón vectorial *mezclado* en lugar de un fotón, permite realizar un cálculo [27] sobre la línea de trabajo concebida en [26].

Ajustando a medida las constantes de acoplamiento $g_{\rho\pi\pi}$ y $g_{\omega 3\pi}$ para reproducir los decaimientos dominantes de estos mesones vectoriales [28], además de los parámetros ajustados en el sector puro de piones, se obtiene

$$\Delta M_{n-p}^{\rho\omega} = 1.12 \text{ MeV}$$

con $g_{\rho\pi\pi} = 6.1$ y $g_{\omega 3\pi} = 25.1$ y $\lambda = -4520 \text{ MeV}^2$. Si consideramos las constantes de acoplamiento experimentales, este valor se reduce a la mitad. Esto prueba que también ha resultado posible obtener algún rédito del $\rho - \omega$ mixing en un contexto complejo pero cualitativamente atrayente como es el modelo de Skyrme.

Para concluir este capítulo, interesa señalar un aspecto adicional que hemos observado en estas dos últimas derivaciones, secs. (4.3) y (4.4). En el procedimiento realizado à la Cottingham, la identidad del propagador nucleónico ha quedado diluída desde el principio en el tensor de dispersión, y sólo se percibe su presencia a través de las singularidades aisladas que localizamos en $T_{\mu\nu}$.

Por el lado de los modelos quirales, dicho propagador está completamente ausente por hipótesis.

Como veremos en el próximo capítulo, esta característica impide la inserción de estos esquemas dentro de la axiomática de la Teoría Térmica de Campos. Sin embargo, el procedimiento desarrollado en la sección (4.2), será pasible de un tratamiento adecuado en el marco de esta teoría.

Bibliografía

- [1] H. M.Fried y T. N. Truong, Phys. Rev. Lett. **16** (1966) 559.
- [2] G. Barton y D. Dare, Phys. Rev. **150** (1967), 1220.
- [3] R. F. Dashen y S. C. Frautschi, Phys. Rev. **135** (1964) B1190, B1194.
- [4] M. Elitzur y H. Harari, Ann. Phys. **56** (1970) 81.
- [5] S. Weinberg y S. B. Treiman, Phys. Rev. **116** (1959) 465.
- [6] Coleman y Glashow, Phys. Rev. **134** (1964) B671.
- [7] Ver referencias sección (3.3).
- [8] R. Machleidt, K. Holinde y Ch. Elster, Phys. Rep. **149** (1987) 1.
- [9] Particle Data Group, Phys. Rev. **D50** (1994) 1173.
- [10] W. Grein y P. Kroll, Nucl. Phys. **A338** (1980) 332.
- [11] G. Holher y col., Nucl. Phys. **B114** (1976) 505.
- [12] S. A. Coon, M. D. Scadron y P. C. Mc.Namee, Nucl. Phys. **A287** (1977) 381.
- [13] R. G. Ellis y col., Nucl. Phys. **A438** (1985) 662.
- [14] H. R. Christiansen, L. Epele, H. Fanchiotti y C. García Canal, Phys. Lett. **B267** (1991) 164.
- [15] Ver referencias sección (3.2).

- [16] S. A. Coon y R. C. Barrett, Phys. Rev. **C36** (1987) 2189.
- [17] P. C. McNamee, M. D. Scadron y S. A. Coon, Nucl. Phys. **A249** (1975) 483.
- [18] J. M. Jauch y F. Rohrlich, *The Theory of Photons and Electrons*, Addison-Wesley Pub. Co., London 1959.
- [19] L. Epele, H. Fanchiotti, C. García Canal y R. M. Galain, Phys. La Plata preprint (1989).
- [20] W. N. Cottingham, Ann. Phys.(NY) **25** (1963) 424 y ref's sección (2.2).
- [21] T. H. Skyrme, Proc. Roy. Soc. **260** (1961) 127. Nucl. Phys. **31** (1962) 556. E. Witten, Skyrmons and QCD en Solitons in Nuclear and Elementary Particle Physics, World Scientific, Singapore 1984. G. S. Adkins C. R. Nappi y E. Witten, Nucl. Phys **B228** (1983) 552.
- [22] H. R. Christiansen, L. Epele, H. Fanchiotti y C. García Canal, Phys. Rev. **A40** (1989) 1760.
- [23] E. Witten, Nucl. Phys. **B160** (1979) 57.
- [24] Y. Nambu y G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. **122** (1961) 345; **124** (1961) 556.
- [25] H. Reinhardt y B. V. Dang, Nucl. Phys. **A500** (1989) 563. M. Wata-matsu y W. Weise, Zeits. f. Phys. **A331** - Atomic Nuclei (1988) 173.
- [26] A. Ebrahim y M. Savci, Phys. Lett. **B189** (1987) 343.
- [27] L. Epele, H. Fanchiotti, C. García Canal y R. M. Galain, Phys. Rev. **D39** (1989) 1473.
- [28] U-G. Meißner and I. Zahed, Zeits. f. Phys. **A327** (1987) 5.

Capítulo 5

La Diferencia de Masa en Medios con Temperatura y Densidad Finitas

5.1 Teoría Térmica de Campos

Muchos de los problemas encontrados ya sea en el campo experimental, como en el ámbito teórico de la física de partículas, presentan características que son típicas de la física de muchos cuerpos. Por ejemplo, la transición de fase de deconfinamiento que, en materia hadrónica, se supone que ocurre a densidades unas diez veces mayores que la densidad nuclear, en el orden de 1 fm^{-3} [1]. Los cálculos de QCD en la red [2], predicen que esta liberación de grados de libertad de quarks ocurre a temperaturas que están entre 150 y 250 MeV y en caso de que el potencial químico sea suficientemente grande, a temperaturas inferiores. El plasma de quarks y gluones correspondiente puede haber existido en la naturaleza en el Universo primitivo, y es posible que esta transición de fase haya desempeñado algún papel importante en la formación de materia oscura [3].

Desde una perspectiva más general, en los años '70 hubo un gran incremento en el interés por las Teorías de Campos a Temperatura Finita (TCTF) al encontrarse que en condiciones críticas era posible la existencia de transiciones de fase en teorías de gauge con ruptura espontánea de simetría [4]. Las primeras aplicaciones de las TCTF, estuvieron relacionadas con el problema de la restauración de la simetría en el Modelo Standard [5]. Se estima que esta transición de fase ocurrió en el universo primitivo, cuando la temperatura era de algunos cientos de GeV.

Actualmente, el interés se ha centrado en el estudio de transiciones de fase ocurridas a temperaturas mucho más bajas (no obstante inconcebibles en el universo actual) que tienen lugar en materia hadrónica [6]. Por ejemplo, se supone que la simetría quiral se restablece a temperaturas cercanas o

coincidentes con las de deconfinamiento [7].

Si bien se estima que las máximas temperaturas posibles en procesos naturales dentro de nuestro universo, no superan la decena de MeV (colapso de supernovas) [8], se contempla la posibilidad de producir plasma de quarks y gluones en laboratorio mediante colisiones nucleares de muy alta energía [9].

Básicamente, se han desarrollado tres escenarios para establecer un formalismo adecuado al estudio de los efectos de la temperatura y la densidad en teorías de campos. Veamos de que se tratan.

En general en una teoría de campos a temperatura finita, el punto de partida pasa por dar una nueva definición de los observables, para el sistema en contacto con un baño térmico. Luego, uno advierte que el factor de Boltzmann $e^{-\beta(H-\mu N)}$ puede ser utilizado como un operador de "rotaciones temporales" en la representación de Heisenberg. Esto indica que debe considerarse al tiempo como una variable compleja, aunque con ciertas restricciones sobre el dominio permitido, por razones de analiticidad [10].

Cuando se intenta evaluar la función de Green de 2 puntos, se define un orden temporal sobre alguna curva descendente de ese dominio [10]. La curva más directa, está dada por el segmento $[t_0, t_0 - i\beta]$. Esta elección conduce al llamado Formalismo de Tiempo Imaginario (ITF) [11,12]. Su nombre proviene de la analogía establecida entre inversa de la temperatura y tiempo imaginario. Debido a que la variable temporal está definida en un intervalo finito, en el espacio de Fourier el esquema presenta un espectro de energías discreto, lo que dificulta una formulación manifestamente covariante. Se trata de las llamadas frecuencias de Matsubara [11,12]. Por otro lado, a la hora de buscar respuestas finitas sobre la dinámica del sistema, se hace necesario realizar continuaciones analíticas en el espacio de frecuencias [13]. Esto agrega un grado de complejidad a la técnica, sobre todo si se trata de funciones de Green de muchos puntos [14,15]. Finalmente, vale señalar que en ITF también resulta engorroso realizar desarrollos a bajas temperaturas [10], punto de interés en física de hadrones [16].

Estas dificultades pueden evitarse trabajando directamente en el Formalismo de Tiempo Real (RTF), el segundo de los escenarios mencionados, donde además pueden utilizarse las técnicas de renormalización standard [10,17]. Este tratamiento minkowskiano está basado en algunos trabajos realizados en los años '60 sobre estadística cuántica fuera del equilibrio [18]. Su característica distintiva proviene de una particular elección de la trayectoria

que recorre la región de interés en el espacio t -complejo.

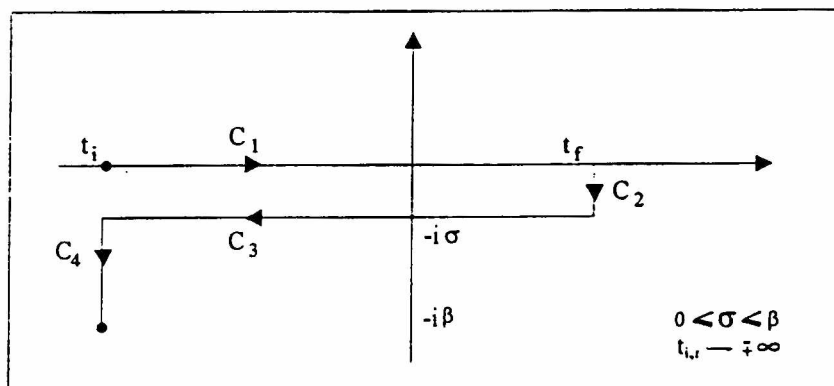


Fig. 1. Trayectoria y orden temporal.

Se puede probar que las contribuciones a la función de Green, calculadas sobre C_2 y C_4 , son despreciables [12,19]; de este modo sólo quedan las contribuciones calculadas sobre el eje real y una línea paralela recorrida anticronológicamente.

Esto provoca la aparición de cuatro funciones de Green de tiempo real, lo cual, usando funcionales generatrices, se entiende como una duplicación efectiva de grados de libertad que conduce a una estructura 2×2 matricial de propagadores y autoenergías [17,20].

Probablemente, la mayor desventaja de este formalismo minkowskiano sea la ocurrencia de ciertas singularidades en pasos intermedios del cálculo; sin embargo, regularizando correctamente la teoría, estas patologías se cancelan entre sí al final [10,17,20].

Hasta aquí la técnica de camino temporal es una aproximación hecha a medida para calcular funciones de Green.

Una teoría completa, y sin singularidades patológicas, ha sido construída sobre estas bases; se trata de una formulación de operadores cuánticos de creación y destrucción que conduce a un entendimiento más profundo de la teoría de campos a temperatura finita. En particular, analiza la necesidad de la duplicación de grados de libertad, ausente en el formalismo de Matsubara.

Esta formulación comenzó a desarrollarse en los años '70 [21] y recibe el nombre de Teoría Térmica de Campos (TFD, Thermo Field Dynamics [22]).

La idea central es la duplicación del espacio de Hilbert de los estados y la posibilidad de escribir promedios térmicos (que en el formalismo ordinario son trazas en el espacio de Fock) como valores de expectación con respecto a un estado único, llamado "vacío térmico". En este contexto, la Teoría Cuántica de Campos puede extenderse a temperatura y densidad finitas sin tener necesidad de considerar tiempos imaginarios. Se puede mostrar además que TFD conduce a las mismas reglas de Feynman que RTF, eligiendo $\sigma = \beta/2$ entre las infinitas teorías térmicas implícitas en la elección del parámetro σ de la figura (1).

TFD es una poderosa técnica de origen axiomático, creada para describir sistemas de muchos cuerpos a temperatura y densidad finitas. Dado que el espacio de Hilbert ahora está duplicado, cada operador de campo tiene dos componentes independientes que constituyen el doblete térmico. De esta forma las funciones de Green, autoenergías, etc., deben ser expresadas como matrices térmicas. La extensión del espacio de Hilbert permite evitar los problemas que aparecían en los primeros modelos de RTF [23], considerados una versión cruda del actual RTF. Más aún, gracias a que la fórmula de Gell-Mann-Low y el teorema de Wick son válidos en TFD, la Teoría de Perturbaciones a temperatura cero puede ser extendida de manera natural.

El Formalismo

El propósito fundamental de TFD es el de expresar el promedio estadístico térmico de un operador, como su valor de expectación respecto de un vacío térmico " $|O(\beta)\rangle$ ":

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &\equiv \text{tr}(Ae^{-\beta(H-\mu B)})/\text{tr} e^{-\beta(H-\mu B)} \\ &= \langle O(\beta)|A|O(\beta) \rangle \end{aligned} \quad (5.1)$$

donde $\beta \equiv 1/k_B T$, H es el hamiltoniano total, y B el número bariónico.

Para este propósito, se introduce primero un conjunto de operadores $\{\tilde{A}\}$ ficticios, que son duplicados del conjunto físico $\{A\}$. El espacio de Fock también se duplica. Esta relación uno a uno es conocida como conjugación "tilde" entre los conjuntos.

Los axiomas que gobiernan operadores y vacío son:

$$(i) [A(t), \tilde{B}(t)]_{\pm} = 0; \quad \forall A(t), \tilde{B}(t) \quad (5.2)$$

(la anticonmutación es una propiedad exclusiva de los operadores fermiónicos)

$$(ii) \quad \begin{aligned} \tilde{A}\tilde{B} &= \tilde{A}\tilde{B} \\ c_1 A + c_2 B &= c_1^* \tilde{A} + c_2^* \tilde{B} \\ \tilde{A}^\dagger &= \tilde{A}^\dagger \end{aligned} \quad (5.3)$$

(iii) $|O(\tilde{\beta})\rangle = |O(\beta)\rangle$ (el vacío es invariante tilde)

$$(iv) \quad \begin{aligned} A(x) &= e^{iP_x} A(0) e^{-iP_x} \\ \tilde{A}(x) &= e^{i\tilde{P}_x} \tilde{A}(0) e^{-i\tilde{P}_x} \end{aligned} \quad (5.4)$$

Definiendo

$$\hat{P}_\mu \equiv P_\mu - \tilde{P}_\mu \quad (5.5)$$

vale

$$\begin{pmatrix} A(x) \\ \tilde{A}(x) \end{pmatrix} = e^{i\hat{P}_x} \begin{pmatrix} A(0) \\ \tilde{A}(0) \end{pmatrix} e^{-i\hat{P}_x} \quad (5.6)$$

lo cual implica que el lagrangiano total debería definirse según

$$\hat{\mathcal{L}} \equiv \mathcal{L} - \tilde{\mathcal{L}}.$$

Para completar la teoría, se añaden

$$(v) \quad A(\vec{x}, t) |O(\beta)\rangle = \sigma_A e^{-\beta\mu N_A/2} \tilde{A}^\dagger(\vec{x}, t - i\beta/2) |O(\beta)\rangle \quad (5.7)$$

con

$$\sigma_A = \begin{cases} i & \text{A fermiónico} \\ 1 & \text{A bosónico} \end{cases}$$

y

$$(vi) \quad \tilde{A} = A \quad (5.8)$$

donde N_A es el número fermiónico; eg.: $N_\psi = -1, N_{\bar{\psi}} = 1, N_{\bar{\psi}\psi\phi} = 0$

A partir de esta ecuación encontramos la condición de Kubo-Martin-Schwinger (KMS) que es una condición de borde fundamental en la formulación de camino temporal, relacionada con las condiciones necesarias de cuasiperiodicidad de los campos en integrales de Feynman [10,22].

Veamos heurísticamente, por qué el promedio térmico de A, es equivalente al valor de expectación de vacío de A (ec.5.1).

Por simplicidad consideremos primero un campo ϕ escalar real con masa m . Cuando la interacción está apagada en el pasado remoto,

$$\begin{pmatrix} \phi(x) \\ \tilde{\phi}(x) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \phi_{in}(x) \\ \tilde{\phi}_{in}(x) \end{pmatrix}$$

Estos últimos campos obedecen ecuaciones de campo libre y ambos pueden desarrollarse en series de Fourier de ondas planas

$$\begin{aligned} \phi_{in}(x) &= \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{p}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_p}} (a_{\vec{p}} e^{-ipx} + a_{\vec{p}}^\dagger e^{ipx})_{p_0=\omega_p=\sqrt{\vec{p}^2+m^2}} \\ \tilde{\phi}_{in}(x) &= \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{p}} \frac{1}{\sqrt{2\omega_p}} (\tilde{a}_{\vec{p}} e^{-ipx} + \tilde{a}_{\vec{p}}^\dagger e^{ipx})_{p_0=\omega_p=\sqrt{\vec{p}^2+m^2}} \end{aligned} \quad (5.9)$$

donde $[a_{\vec{p}}, a_{\vec{q}}^\dagger] = [\tilde{a}_{\vec{p}}, \tilde{a}_{\vec{q}}^\dagger] = \delta_{\vec{p}\vec{q}}$ y el resto conmutan.

Para estos operadores, el vacío es $|0\rangle$ y por lo tanto $a_{\vec{p}}|0\rangle = \tilde{a}_{\vec{p}}|0\rangle = 0$.

Si ahora realizamos una transformación de Bogoliubov [21], definimos nuevos operadores dependientes de la temperatura

$$\begin{aligned} a_{\vec{p}}(\beta) &\equiv e^{-iG} a_{\vec{p}} e^{iG} \\ \tilde{a}_{\vec{p}}(\beta) &\equiv e^{-iG} \tilde{a}_{\vec{p}} e^{iG} \\ |0(\beta)\rangle &\equiv e^{-iG} |0\rangle \end{aligned} \quad (5.10)$$

con

$$G \equiv i \sum_{\vec{p}} \Theta_{\vec{p}} (a_{\vec{p}}^\dagger \tilde{a}_{\vec{p}} - \tilde{a}_{\vec{p}}^\dagger a_{\vec{p}})$$

y $\Theta_{\vec{p}}$ el ángulo de la transformación.

El espacio de Fock se genera a partir de los operadores $a_p^\dagger(\beta)$, $\tilde{a}_p^\dagger(\beta)$ y del vacío térmico $|0(\beta)\rangle$.

Notemos que las ecuaciones anteriores pueden reescribirse de manera más sugerente:

$$\begin{pmatrix} a_{\vec{p}} \\ \tilde{a}_{\vec{p}}^\dagger \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \Theta_{\vec{p}} & \sinh \Theta_{\vec{p}} \\ \sinh \Theta_{\vec{p}} & \cosh \Theta_{\vec{p}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\vec{p}}(\beta) \\ \tilde{a}_{\vec{p}}^\dagger(\beta) \end{pmatrix}$$

y entonces los nuevos operadores satisfacen

$$\begin{aligned} [a_{\vec{p}}(\beta), a_{\vec{q}}^\dagger(\beta)] &= [\tilde{a}_{\vec{p}}(\beta), \tilde{a}_{\vec{q}}^\dagger(\beta)] = \delta_{\vec{p}\vec{q}} \\ a_{\vec{p}}(\beta)|0(\beta)\rangle &= \tilde{a}_{\vec{p}}(\beta)|0(\beta)\rangle = 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Para determinar el valor de $\Theta_{\vec{p}}$, evaluamos el promedio térmico del operador número $a_{\vec{p}}^\dagger a_{\vec{p}}$ con respecto al vacío térmico, resultando

$$\langle 0(\beta) | a_{\vec{p}}^\dagger a_{\vec{p}} | 0(\beta) \rangle = \sinh^2 \Theta_p$$

Como este promedio debería dar la distribución de Bose, definimos ¹

$$\sinh^2 \Theta_p \equiv \frac{1}{e^{\beta\omega_p} - 1}$$

Ahora resulta

$$\begin{aligned} |0(\beta)\rangle &= e^{-iG} |0\rangle = \prod_{\vec{p}} \frac{1}{\cosh \Theta_p} e^{a_{\vec{p}}^\dagger \tilde{a}_{\vec{p}}^\dagger \tanh \Theta_p} |0\rangle \\ &= \prod_{\vec{p}} \frac{1}{1 - e^{-\beta\omega_p/2}} \prod_{\vec{p}} \sum_n \frac{1}{n!} e^{-\beta n \omega_p/2} (a_{\vec{p}}^\dagger)^n (\tilde{a}_{\vec{p}}^\dagger)^n |0\rangle \end{aligned} \quad (5.12)$$

y finalmente podemos calcular el valor de expectación de A que verifica la ecuación (5.1). Este proceso puede repetirse para encontrar promedios térmicos de operadores vectoriales o fermiónicos.

Si separamos $\hat{\mathcal{L}}$ en su parte libre $\hat{\mathcal{L}}_0 = \mathcal{L}_0 - \tilde{\mathcal{L}}_0$ y su parte de interacción $\hat{\mathcal{L}}_I = \mathcal{L}_I - \tilde{\mathcal{L}}_I$, podemos aplicar la relación de Gell-Mann-Low [24] y el método

¹El uso de ω_p on-shell ha sido motivo de controversias [10,12], y recientemente se ha resuelto en favor de su valor off-shell [23].

usual de diagramas de Feynman a los valores de expectación de vacío térmico de productos ordenados temporalmente, es decir a las funciones de Green causales a tiempo real.

Para completar este análisis y debido a su posterior utilización, vamos a deducir la expresión que corresponde a los propagadores fermiónicos en TFD.

En términos de ondas planas, los campos de Dirac libres son

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{p},s} (c_{\vec{p},s} u(\vec{p},s) e^{-ipx} + d_{\vec{p},s}^\dagger v(\vec{p},s) e^{ipx})_{p_0=E_p=\sqrt{\vec{p}^2+M^2}} \quad (5.13)$$

y similarmente

$$\tilde{\psi}(x) = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_{\vec{p},s} (\tilde{c}_{\vec{p},s} u^*(\vec{p},s) e^{ipx} + \tilde{d}_{\vec{p},s}^\dagger v^*(\vec{p},s) e^{-ipx})_{P_0=E_p=\sqrt{\vec{p}^2+M^2}} \quad (5.14)$$

donde $c_{\vec{p},s}$ ($\tilde{c}_{\vec{p},s}$) aniquila un fermión físico (ficticio) y $d_{\vec{p},s}^\dagger$ ($\tilde{d}_{\vec{p},s}^\dagger$) crea un antifermión físico (ficticio).

Usando una notación más compacta se puede escribir

$$\psi^a(x) \equiv \begin{bmatrix} \psi^1(x) \\ \psi^2(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi(x) \\ i\tilde{\psi}^\dagger(x) \end{bmatrix} \begin{array}{l} \leftarrow a = 1 \text{ físico} \\ \leftarrow a = 2 \text{ ficticio} \end{array}$$

Ahora introducimos la temperatura mediante la transformación de Bogoliubov que define los operadores térmicos de creación y destrucción

$$\begin{bmatrix} c_{\vec{p},s} \\ i\tilde{c}_{\vec{p},s}^\dagger \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta_+ & \sin \Theta_+ \\ -\sin \Theta_+ & \cos \Theta_+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{\vec{p},s}(\beta) \\ i\tilde{c}_{\vec{p},s}^\dagger(\beta) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} d_{\vec{p},s} \\ i\tilde{d}_{\vec{p},s}^\dagger \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta_- & \sin \Theta_- \\ -\sin \Theta_- & \cos \Theta_- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{\vec{p},s}(\beta) \\ i\tilde{d}_{\vec{p},s}^\dagger(\beta) \end{bmatrix}$$

con

$$c_{\vec{p},s}(\beta)|0(\beta)\rangle = \tilde{c}_{\vec{p},s}(\beta)|0(\beta)\rangle = 0$$

$$d_{\vec{p},s}(\beta)|0(\beta)\rangle = \tilde{d}_{\vec{p},s}(\beta)|0(\beta)\rangle = 0$$

$$\{c_{\vec{p},s}(\beta), c_{\vec{q},s'}^\dagger(\beta)\} = \delta_{ss'}\delta_{\vec{p}\vec{q}} = \{d_{\vec{p},s}(\beta), d_{\vec{q},s'}^\dagger(\beta)\}$$

Los ángulos se determinan exigiendo que de los valores de expectación de vacío térmico, resulte la distribución del número de partículas que surge de la mecánica estadística de fermiones(+) y antifermiones (-) ie:

$$\begin{aligned} n_{\pm}(E_p, \beta) &= \frac{(2\pi)^3}{V} \langle 0(\beta) | \begin{bmatrix} c_{\vec{q},s'}^\dagger & c_{\vec{p},s} \\ d_{\vec{q},s'}^\dagger & d_{\vec{p},s} \end{bmatrix} | 0(\beta) \rangle \\ &= \sin^2 \Theta_{\pm} = \frac{1}{1 + \exp \beta(E_p \pm \mu)} \end{aligned} \quad (5.15)$$

Con estos elementos, ya podemos representar completamente los campos libres, y así obtener las funciones de Green de la TFD.

El propagador de un fermión se define como:

$$iG_{\alpha\beta}^{ab}(x-y) \equiv \langle 0(\beta) | T \psi_{\alpha}^a(x) \bar{\psi}_{\beta}^b(y) | 0(\beta) \rangle$$

donde T indica orden temporal; esto es

$$\begin{aligned} iG_{\alpha\beta}^{ab} &= H(x_0 - y_0) \langle 0(\beta) | e^{i\hat{P}x} \psi_{\alpha}^a(0) e^{-i\hat{P}(x-y)} \bar{\psi}_{\beta}^b(0) e^{-i\hat{P}y} | 0(\beta) \rangle \\ &- H(y_0 - x_0) \langle 0(\beta) | e^{i\hat{P}y} \bar{\psi}_{\beta}^b(0) e^{-i\hat{P}(y-x)} \psi_{\alpha}^a(0) e^{-i\hat{P}x} | 0(\beta) \rangle \end{aligned} \quad (5.16)$$

con $\hat{P}_{\mu}|0(\beta)\rangle = 0$.

Usando la relación de completitud

$$\sum_{nn'mm'} |nn'\tilde{m}\tilde{m}'\rangle \langle nn'\tilde{m}\tilde{m}'| = 1$$

con

$$|nn'mm'\rangle \equiv (c_{\vec{p},s}^\dagger(\beta))^n (d_{\vec{p},s}^\dagger(\beta))^{n'} (\tilde{c}_{\vec{p},s}^\dagger(\beta))^m (\tilde{d}_{\vec{p},s}^\dagger(\beta))^{m'} |0(\beta)\rangle$$

surge

$$\begin{aligned}
iG_{\alpha\beta}^{ab}(x-y) &= H(x_0-y_0) \sum_{nn'mm'kk'll'} \langle 0(\beta)|\psi_\alpha^a(0)|nn'\tilde{m}\tilde{m}' \rangle \\
&\quad \langle \tilde{n}'\tilde{m}nn'|e^{-i\hat{P}(x-y)}|kk'\tilde{l}\tilde{l}' \rangle \langle \tilde{l}'\tilde{l}k'k|\bar{\psi}_\beta^b(0)|0(\beta) \rangle \\
&\quad -H(y_0-x_0) \sum_{nn'mm'kk'll'} \langle 0(\beta)|\bar{\psi}_\beta^b(0)|nn'\tilde{m}\tilde{m}' \rangle \\
&\quad \langle \tilde{n}'\tilde{m}nn'|e^{-i\hat{P}(y-x)}|kk'\tilde{l}\tilde{l}' \rangle \langle \tilde{l}'\tilde{l}k'k|\Psi_\alpha^a(0) \rangle \\
&\equiv H(x_0-y_0) \sum_{N,M} e^{-i(p_N-p_M)(x-y)} \langle 0(\beta)|\psi_\alpha^a(0)|N\tilde{M} \rangle \\
&\quad \langle \tilde{M}N|\bar{\psi}_\beta^b(0)|0(\beta) \rangle \\
&\quad -H(y_0-x_0) \sum_{N,M} e^{-i(p_N-p_M)(y-x)} \langle 0(\beta)|\bar{\psi}_\beta^b(0)|N\tilde{M} \rangle \\
&\quad \langle \tilde{M}N|\psi_\alpha^a(0)|0(\beta) \rangle
\end{aligned} \tag{5.17}$$

con

$$\begin{aligned}
P^\mu|nn', \tilde{m}\tilde{m}' \rangle &= p_{nn'}^\mu|nn', \tilde{m}\tilde{m}' \rangle \\
\tilde{P}^\mu|nn', \tilde{m}\tilde{m}' \rangle &= -p_{nn'}^\mu|nn', \tilde{m}\tilde{m}' \rangle
\end{aligned} \tag{5.18}$$

expresados por

$$\begin{aligned}
P^\mu|N, \tilde{M} \rangle &= p_N^\mu|N, \tilde{M} \rangle \\
\tilde{P}^\mu|N, \tilde{M} \rangle &= -p_M^\mu|N, \tilde{M} \rangle
\end{aligned} \tag{5.19}$$

Usando la representación integral de la función de Heaviside

$$H(x_0-y_0) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{e^{-i\omega(x_0-y_0)}}{\omega+i\epsilon} \tag{5.20}$$

y la definición

$$G(x-y) \equiv \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ip(x-y)} G(p)$$

la ec.(5.17) resulta

$$G_{\alpha\beta}^{ab}(p) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\sigma_{1\alpha\beta}^{ab}(\omega, \vec{p})}{p_0-\omega+i\epsilon} + \frac{\sigma_{2\alpha\beta}^{ab}(\omega, \vec{p})}{p_0-\omega-i\epsilon} \tag{5.21}$$

donde

$$\begin{aligned}\sigma_1(p) &= (2\pi)^3 \sum_{NM} \langle 0(\beta) | \psi_\alpha^a(0) | N\tilde{M} \rangle \\ &\quad \langle \tilde{M}N | \bar{\psi}_\beta^b(0) | 0(\beta) \rangle \delta^4(p - p_N + p_M)\end{aligned}\quad (5.22)$$

y

$$\begin{aligned}\sigma_2(p) &= (2\pi)^3 \sum_{NM} \langle 0(\beta) | \bar{\psi}_\beta^b(0) | N\tilde{M} \rangle \\ &\quad \langle \tilde{M}N | \psi_\alpha^a(0) | 0(\beta) \rangle \delta^4(-p - p_N + p_M)\end{aligned}\quad (5.23)$$

Mediante el empleo del axioma (v), nos vamos quedando con valores de expectación de campos físicos para todos los elementos (a, b) de G

$$\begin{aligned}\langle 0(\beta) | \psi^{(2)}(0) | N\tilde{M} \rangle &= -e^{\beta\mu/2} e^{-\beta(E_N - E_M)/2} \langle 0(\beta) | \psi^{(1)}(0) | N\tilde{M} \rangle \\ \langle 0(\beta) | \bar{\psi}^{(1)}(0) | N\tilde{M} \rangle &= -ie^{\beta\mu/2} e^{\beta(E_N - E_M)/2} \langle M\tilde{N} | \bar{\psi}^{(1)}(0) | 0(\beta) \rangle \\ \langle 0(\beta) | \bar{\psi}^{(2)}(0) | N\tilde{M} \rangle &= -i \langle M\tilde{N} | \tilde{\psi}^{(1)}(0) | 0(\beta) \rangle, \text{ etc.}\end{aligned}\quad (5.24)$$

Ya podemos escribir $\sigma_{\alpha\beta}^{ab}$ en forma más clara; definiendo la función espectral según

$$\begin{aligned}\rho_{\alpha\beta}(p) &\equiv (1 + e^{-\beta(p_0 - \mu)})(2\pi)^3 \sum_{NM} \langle 0(\beta) | \psi_\alpha^{(1)}(0) | N\tilde{M} \rangle \\ &\quad \langle \tilde{M}N | \bar{\psi}_\beta^{(1)}(0) | 0(\beta) \rangle\end{aligned}$$

resulta

$$\begin{aligned}\sigma_{1\alpha\beta}^{ab}(p) &= \rho_{\alpha\beta}(p) A_F^{ab}(p_0) \\ \sigma_{2\alpha\beta}^{ab}(p) &= \rho_{\alpha\beta}(p) B_F^{ab}(p_0)\end{aligned}$$

donde

$$A_F^{ab}(p_0) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \begin{pmatrix} 1 & -e^{-z/2} \\ -e^{-z/2} & e^{-z} \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

$$B_F^{ab}(p_0) = \frac{1}{1 + e^{-z}} \begin{pmatrix} e^{-z} & -e^{-z/2} \\ -e^{-z/2} & 1 \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

con $z = \beta(p_0 - \mu)$. Ahora, usando las identidades

$$\frac{H(\pm p_0)}{p_0 - \omega + i\epsilon} = H(\pm p_0) \left(\frac{H(\omega)}{p_0 - \omega \pm i\epsilon} + \frac{H(-\omega)}{p_0 - \omega \mp i\epsilon} \right) \quad (5.27)$$

$$\frac{H(\pm p_0)}{p_0 - \omega - i\epsilon} = H(\pm p_0) \left(\frac{H(\omega)}{p_0 - \omega \mp i\epsilon} + \frac{H(-\omega)}{p_0 - \omega \pm i\epsilon} \right) \quad (5.28)$$

obtenemos

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta}^{ab}(p) = & \quad \bar{G}_{\alpha\beta}(p) \begin{pmatrix} \cos^2(\Theta_{k_0}) & -\frac{1}{2} \sin(2\Theta_{k_0}) \\ -\frac{1}{2} \sin(2\Theta_{k_0}) & \sin^2(\Theta_{k_0}) \end{pmatrix} \\ & + \bar{G}^*_{\alpha\beta}(p) \begin{pmatrix} \sin^2(\Theta_{k_0}) & \frac{1}{2} \sin(2\Theta_{k_0}) \\ \frac{1}{2} \sin(2\Theta_{k_0}) & \cos^2(\Theta_{k_0}) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.29)$$

con²

$$\bar{G}_{\alpha\beta} = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \rho_{\alpha\beta}(\omega, |p|) \left(\frac{H(\omega)}{p_0 - \omega + i\epsilon} + \frac{H(-\omega)}{p_0 - \omega - i\epsilon} \right) \quad (5.30)$$

El ángulo Θ está dado por

$$\begin{aligned} \cos(\Theta_{p_0}) &= \frac{H(p_0)}{(1 + e^{-z})^{1/2}} + \frac{H(-p_0)}{(1 + e^z)^{1/2}} \\ \sin(\Theta_{p_0}) &= \frac{e^{-z/2} H(p_0)}{(1 + e^{-z})^{1/2}} - \frac{e^{z/2} H(-p_0)}{(1 + e^z)^{1/2}} \end{aligned} \quad (5.31)$$

Si tomamos

$$\rho_{\alpha\beta}(p) = \frac{(\not{p} + M)_{\alpha\beta}}{2E_p} (\delta(p_0 - E_p) - \delta(p_0 + E_p)) \quad (5.32)$$

obtenemos el propagador libre

²El significado de * es cambiar $i \rightarrow -i$ sin alterar las matrices γ 's.

$$\begin{aligned}
G_{\alpha\beta}^{ab}(p) &= G_{\alpha\beta}^{ab,F}(p) + G_{\alpha\beta}^{ab,z}(p) \\
&= (\not{p} + M)_{\alpha\beta} \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{p^2 - M^2 + i\epsilon} & 0 \\ 0 & \frac{1}{p^2 - M^2 - i\epsilon} \end{pmatrix} \right. \\
&\quad \left. + 2\pi i \delta(p^2 - M^2) \begin{pmatrix} \sin^2(\Theta_{p_0}) & \frac{1}{2} \sin(2\Theta_{p_0}) \\ \frac{1}{2} \sin(2\Theta_{p_0}) & -\sin^2(\Theta_{p_0}) \end{pmatrix} \right) \quad (5.33)
\end{aligned}$$

donde aparecen perfectamente diferenciados la extensión matricial del término de Feynman usual, de la parte dependiente de β y μ .

Un procedimiento análogo proporciona la siguiente expresión para los propagadores libres de mesones vectoriales

$$\begin{aligned}
D^{ab}(p) &= D^{ab,F}(p) + D^{ab,z}(p) \\
&= \left(\begin{pmatrix} \frac{1}{p^2 - m_v^2 + i\epsilon} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{p^2 - m_v^2 - i\epsilon} \end{pmatrix} \right. \\
&\quad \left. - 2\pi i \delta(p^2 - m_v^2) \begin{pmatrix} \sinh^2(\phi_{p_0}) & \frac{1}{2} \sinh(2\phi_{p_0}) \\ \frac{1}{2} \sinh(2\phi_{p_0}) & -\sinh^2(\phi_{p_0}) \end{pmatrix} \right) \quad (5.34)
\end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
\cosh(\phi_{p_0}) &= \frac{H(p_0)}{(1 + e^{-z_B})^{1/2}} + \frac{H(-p_0)}{(1 + e^{z_B})^{1/2}} \\
\sinh(\phi_{p_0}) &= \frac{e^{-z_B/2} H(p_0)}{(1 + e^{-z_B})^{1/2}} - \frac{e^{z_B/2} H(-p_0)}{(1 + e^{z_B})^{1/2}} \quad (5.35)
\end{aligned}$$

con $z_B = \beta(p_0 - \mu_B)$.

Estas distribuciones serán nuevamente examinadas en la próxima sección.

5.2 Asimetría de Carga y Teoría Térmica de Campos

La descripción de la materia hadrónica en condiciones de temperatura y densidad extremas es uno de los problemas que más interesa a la física nuclear y la física de partículas. La posibilidad de crear gotas de plasma de quarks-gluones en el futuro próximo [9], ha renovado esfuerzos en el ámbito de la teoría, para establecer predicciones sobre posibles resultados [8,9].

En particular, aquí nos interesa discutir el comportamiento de una manifestación hadrónica de la asimetría quiral [25] *i.e* : la diferencia de masa neutrón-protón en ambientes con propiedades térmicas como, por ejemplo, el interior de una estrella, o el interior de los núcleos atómicos.

Aunque una descripción rigurosa de las propiedades íntimas de los nucleones supone el uso de técnicas no-perturbativas en el marco de QCD, podemos adquirir cierta comprensión cualitativa del problema, utilizando métodos perturbativos de aplicación en la física nuclear de muchos cuerpos. Una exposición basada en el uso de grados de libertad hadrónicos tiene varias ventajas. Estas variables son las más eficientes en condiciones (DTNA)³, y también lo son para describir la absorción y emisión de partículas, ya que son los hadrones, y no los quarks, los observables experimentales. Aún cuando el interés estuviera centrado en el deconfinamiento de color, sería necesario conocer detalladamente la fase hadrónica para establecer con claridad algunos aspectos de la transición [25].

El análisis comparativo de las técnicas utilizadas en las Teorías de Campos a Temperatura y Densidad Finitas, indica que la aplicación de la Cuantificación Canónica, implícita en TFD, admite el tratamiento de mesones y bariones con la Teoría de Perturbaciones Relativista que ha sido pautada a lo largo de esta tesis. Según vimos en la sección anterior, TFD admite el uso de Reglas de Feynman [22]; más aún, dado que los propagadores de bosones y fermiones en medios sesgados termodinámicamente, separan de manera explícita su parte térmica de su parte en vacío (ver ecs. 5.33,34), la generalización de la fórmula (4.2,3) exhibe claramente la necesidad de agregar nuevos términos.

Para decidir cuales son estos términos es de fundamental importancia

³Los valores de densidad y temperatura cuyos órdenes de magnitud corresponden típicamente, a sistemas nucleares o astrofísicos

tener en cuenta que la inexistencia física de los denominados fantasmas térmicos (*thermal ghosts*), que son partículas del tipo 2, implica que en todo diagrama de Feynman, las líneas externas deben ser del tipo 1. Por otro lado, las líneas internas pueden conectar vértices mixtos, (1,2) o (2,1), y aún vértices del tipo fantasma puro (2,2).

El diagrama que nos interesa, es el correspondiente a la autoenergía del nucleón debida a la mezcla $\rho^0 - \omega$. Según acabamos de explicar, corresponde calcular solamente los diagramas de la figura 2

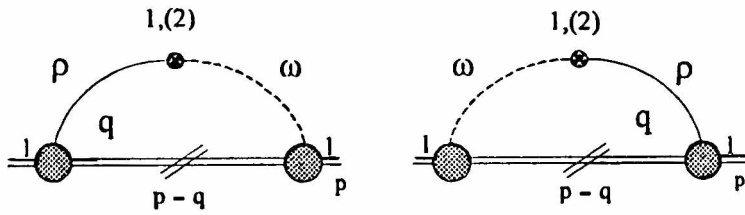


Fig. 2. Diagramas de energía propia por mixing en un medio con propiedades térmicas. Aquí los propagadores tienen dos componentes.

Considerando que hay una contribución de origen térmico y otra de vacío para cada elemento de las matrices de Green (ecs 5.33,34), surgen 9 términos adicionales para agregar al que calculamos en el capítulo 4.

Teniendo en cuenta que la contribución térmica de cada propagador posee una componente estadística de partícula y otra de antipartícula (en las distribuciones de Fermi y Bose), debemos calcular cada aporte por separado.

La presencia de las distribuciones (delta) de Dirac con diferentes argumentos, provoca la anulación de los diagramas con el vértice de mezcla tipo 2. Lo mismo vale para los diagramas con más de un propagador térmico puro. Esto reduce el cálculo a la evaluación de las siguientes integrales:

$$\begin{aligned} \Sigma^F \rightarrow \Sigma^F &+ loop(S^{11,z} D_\rho^{11,F} D_\omega^{11,F}) + \\ &+ loop(S^{11,F} D_\rho^{11,zB} D_\omega^{11,F}) + \\ &+ loop(S^{11,F} D_\rho^{11,F} D_\omega^{11,zB}) \end{aligned} \quad (5.36)$$

En esta notación abreviada, $loop(S^{11,F} D_\rho^{11,F} D_\omega^{11,F})$ simboliza la autoenergía

Σ^F calculada en la sección 4.2, y $S^{11,F}$, $D_\rho^{11,F}$ y $D_\omega^{11,F}$ son los elementos (1,1) del primer término matricial de los propagadores térmicos de nucleón, mesón ρ y mesón ω respectivamente.

En cada uno de los tres últimos *loops* aparece un propagador térmico puro que depende de una distribución de partícula y una de antipartícula dada por $\sin^2 \theta$ o $\sinh^2 \phi$ según vimos en la sección anterior.

De tales distribuciones resulta evidente que las energías negativas aportan cantidades exponencialmente pequeñas. La determinación cuantitativa de estas cantidades depende del valor de T y $\mu(T, \rho)$ que veremos luego en detalle, pero podemos adelantar que es despreciable para condiciones DTNA. Podríamos interpretar este resultado teniendo en cuenta que la excitación de una partícula del Mar de Dirac requiere una temperatura elevadísima, equivalente al doble de su masa, que resulta impensable en estas condiciones.

A esta altura, es necesario abrir un paréntesis acerca de las condiciones de trabajo supuestas; sobre todo en lo que concierne a los potenciales químicos, ya que su presencia en las distribuciones tiene importantes consecuencias debido al carácter exponencial de los mismos.

En primer lugar, podemos suponer que estudiamos un gas de partículas que sufren interacciones de baja intensidad, aunque capaces de generar condiciones de temperatura y densidad finitas en el propio sistema. La debilidad de estas interacciones (por ejemplo gravitatorias o fuerzas de Fermi) admite el tratamiento del sistema como si fuera un gas ideal en un baño térmico. Con estas condiciones iniciales 'encendemos' las interacciones más intensas, capaces de quebrar la simetría de carga, y vemos como se alteran las propiedades microscópicas del gas con las condiciones externas.

El tratamiento adecuado de la mecánica estadística de partículas cuánticas requiere que el estudio de los potenciales químicos de estos sistemas se realice en el marco de la teoría cuántica de campos.

En este contexto, el enfoque de la mecánica cuántica contrasta con el actual tratamiento en el hecho de que la primera supone que el número de partículas N es una cantidad conservada

$$N = \sum_{\vec{k}} \frac{1}{e^{\beta(E_{\vec{k}} - \mu)} \pm 1} \quad (5.37)$$

Esta propiedad deja de ser verdadera cuando la temperatura aumenta lo suficiente como para que comience la producción de pares de partícula-

antipartícula en el seno del sistema.

Así, el tratamiento general de un gas cuántico requiere del uso de una nueva cantidad conservada: $N - \bar{N}$, donde \bar{N} es el número de antipartículas. Este número cuántico (o carga) tiene un operador asociado Q que conmuta con el hamiltoniano del sistema:

$$Q = \sum_{\vec{k}} \left(\frac{1}{e^{\beta(E_{\vec{k}} - \mu)} \pm 1} - \frac{1}{e^{\beta(E_{\vec{k}} + \mu)} \pm 1} \right) \equiv N - \bar{N} \quad (5.38)$$

En el Universo observable se encuentra que el número de partículas es mayor que el número de antipartículas. Esto implica que $N - \bar{N}$ es una cantidad normalmente positiva. Esta diferencia debe conservarse y está controlada por el potencial químico. En lo concierne a los mesones, el sistema podría ser preparado para que en condiciones extremas esta cantidad resultara no nula. No obstante, los sistemas *naturales* están prácticamente congelados y la existencia normal de mesones reales es improbable en un sistema en equilibrio. Aumentando la temperatura lo suficiente, comenzarían a crearse mesones reales pero siempre de a pares para conservar los números cuánticos del vacío (carga, paridad, etc.), hecho consistente con el empleo de un potencial bosónico nulo [26].

Lo dicho implica que el cálculo de los dos últimos términos de (5.36), también arroja un resultado exponencialmente pequeño debido a que estos términos están controlados por una distribución de Bose-Einstein.

Únicamente en un régimen de altísimas temperaturas y/o densidades sería posible modificar las observaciones realizadas hasta aquí. En realidad, una descripción completa del problema para temperaturas arbitrarias, exige una formulación en términos de quarks y gluones ya que a partir de las condiciones críticas de deconfinamiento, serían estos los grados de libertad relevantes. Dado que nuestro esquema de trabajo ha sido formulado en términos de campos y acoplamientos efectivos, no se justifica considerar al sistema en un régimen de temperaturas y densidades donde pueda existir la fase de deconfinamiento.

Cálculo de la energía propia

Según se ha visto, en TFD son válidas las reglas de Feynman y la ecuación de Dyson. Esto implica que la energía propia del protón es

$$\delta M_p = \bar{u}_p (\Sigma^F + \Sigma^{\beta,\mu}) u_p$$

El primer término

$$\bar{u}_p \Sigma^F u_p = \delta M_p(T = \rho = 0) \equiv \delta^0 M_p$$

ya fue calculado en el capítulo 4, mientras que el segundo

$$\bar{u}_p \Sigma^{\beta,\mu} u_p = \delta M_p(T, \rho) \equiv \delta^c M_p$$

es el que nos proponemos calcular aquí .

La estructura implícita en el álgebra de matrices Dirac, no varía con las condiciones externas y ya ha sido examinada en el capítulo 4.

Teniendo en cuenta todas las observaciones efectuadas en la sección anterior resulta:

$$\begin{aligned} \delta^c M_p &= \bar{u}_p \Sigma^{\beta,\mu} u_p = \frac{\pi^2 g_\rho g_\omega \lambda}{(4\pi M)^4} (\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2) (\Lambda_\omega^2 - m_\omega^2) \int_M^\infty dE \\ &\frac{1}{1 + e^{\beta(E-\mu)}} \sqrt{E^2 - M^2} ((8 + 6k_V)M - (4 + 6k_V)E) / \\ &\left(\frac{2M^2 - m_\rho^2}{2M} - E \right) \left(\frac{2M^2 - m_\omega^2}{2M} - E \right) \left(\frac{2M^2 - \Lambda_\omega^2}{2M} - E \right) \left(\frac{2M^2 - \Lambda_\rho^2}{2M} - E \right) \end{aligned} \quad (5.39)$$

En virtud de lo analizado hasta aquí, interesa ver qué comportamiento presenta $\delta^c M$ con T y ρ en condiciones DTNA. Ahora será posible desarrollar la integral (5.39) en serie de potencias en el marco de la TFD.

Primero, debemos calcular el potencial químico bariónico μ . La definición no-relativista está dada implícitamente por la siguiente expresión [27]

$$\frac{N}{V} = \frac{g(MT)^{3/2}}{\sqrt{2}\pi^2\hbar^3} \int_0^\infty \frac{\sqrt{x}dx}{e^{x-\mu\beta} + 1} \quad (5.40)$$

donde $\frac{N}{V} = \rho$ es la densidad de partículas en el medio y g la degeneración de spin-isospin *i.e.*: $g=4$ para el nucleón.

En Teoría Cuántica de Campos debemos calcular la extensión relativista de tal definición:

$$\frac{N}{V} = \frac{4\pi g}{(2\pi\hbar c)^3} \int_{mc^2}^\infty dE \frac{(E\sqrt{E^2 - m^2c^4})}{e^{\beta(E-\mu)} + 1} \quad (5.41)$$

A temperatura cero, el gas está completamente degenerado y la distribución de Femi es un escalón con su soporte en $\mu(T=0) \equiv \mu_0$. Esto implica que la integral se corta en $E = \mu_0$ y de la ecuación anterior resulta

$$\mu_0^2 = m^2c^4 + \hbar^2c^2 \left(\frac{6\pi^2}{g}\rho\right)^{2/3}$$

Ahora podemos reescribir (5.41) (en unidades $c=\hbar=1$):

$$(\mu_0^2 - m^2)^{3/2} = 3 \int_m^\infty dE \frac{E\sqrt{E^2 - m^2}}{e^{\beta(E-\mu)} + 1} \quad (5.42)$$

Las propiedades diferenciales del integrando admiten un desarrollo en serie. Mediante aproximaciones recursivas encontramos la siguiente expresión, válida para densidades no muy bajas y temperaturas no muy elevadas:

$$\mu^2 \simeq \mu_0^2 - \frac{\pi^2}{3} \left(1 + \frac{\mu_0^2}{\mu_0^2 - M^2}\right) T^2 \quad (5.43)$$

Esta relación, implica el siguiente desarrollo para la autoenergía del protón en el sector de interés:

$$\begin{aligned} \delta^c M_p &= \frac{\pi^2 g_s g_\omega \lambda}{(4\pi M)^4} (\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2)(\Lambda_\omega^2 - m_\omega^2) \\ &\left(\int_M^\mu g(E) dE + \frac{\pi^2}{6} g'(\mu) T^2 + \frac{7\pi^4}{360} g'''(\mu) T^4 + \dots \right) \end{aligned} \quad (5.44)$$

expresión que gracias a la ec. (5.43) deviene

$$\delta^c M_p \simeq \frac{\pi^2 g_s g_\omega \lambda}{(4\pi M)^4} (\Lambda_\rho^2 - m_\rho^2) (\Lambda_\omega^2 - m_\omega^2) \left(\int_M^{\mu_0} g(E) dE + \frac{\pi^2}{6} T^2 (g'(\mu_0) - g(\mu_0)) \frac{2\mu_0^2 - M^2}{(\mu_0^2 - M^2)\mu_0^2} + \dots \right) \quad (5.45)$$

donde

$$g(E) = \frac{\sqrt{E^2 - M^2} (8 + 6k^V) M - (4 + 6k^V) E}{\left(\frac{2M^2 - m_\rho^2}{2M} - E\right) \left(\frac{2M^2 - m_\rho^2}{2M} - E\right) \left(\frac{2M^2 - m_\omega^2}{2M} - E\right) \left(\frac{2M^2 - \Lambda_\omega^2}{2M} - E\right) \left(\frac{2M^2 - \Lambda_\rho^2}{2M} - E\right)}$$

Examinando estas ecuaciones para temperaturas de unos pocos megaelectronvolts y densidades en el orden de la densidad nuclear, la dependencia con T es despreciable. Esto indica que cualquier alteración de la asimetría de carga calculada en vacío no es apreciable en modelos astrofísicos sin densidad.

Si deseamos analizar un rango de densidades y temperaturas más amplio, podemos hacerlo en este contexto evaluando numéricamente la expresión (5.39), con la precaución debida frente a la posibilidad de una transición de fase en condiciones extremas.

En virtud de la relación $\delta M_n = -\delta M_p$ debida al factor de ruptura τ_3 analizado en el capítulo 4, la diferencia de masa neutrón-protón en medios densos y calientes resulta

$$\begin{aligned} \Delta M_{n-p} &= \Delta^0 M_{n-p} + \Delta^c M_{n-p} = \delta^0 M_n - \delta^0 M_p + \delta^c M_n - \delta^c M_p = \\ &= -2(\delta^0 M_p + \delta^c M_p) \end{aligned} \quad (5.46)$$

Frente a la conclusión anterior, acerca de la relevancia excluyente de la densidad en el problema de la diferencia de masa nucleónica, es inevitable intentar una predicción cuantitativa de nuestra descripción, en conexión con la Anomalía de Nolen-Schiffer (*NSA*) [28].

Por más de dos décadas los físicos teóricos han intentado calcular el llamado "desplazamiento de Coulomb" en la física nuclear, es decir, la diferencia de energía existente entre los estados fundamentales de un par de núcleos

conjugados, comunmente conocidos como "núcleos-espejo". Estos núcleos poseen el mismo número másico, en tanto que sus números atómicos difieren en una unidad .

Usando los métodos de la física de muchas partículas y los más sofisticados modelos nucleares; introduciendo correcciones debidas a la polarización del vacío, polarización del "core", energía cinética, tamaño finito de los nucleones, correlaciones de muchos cuerpos, interacciones spin-órbita, etc., no se ha podido evitar una pequeña, aunque constante discrepancia entre teoría y experimento. Se ha observado que la diferencia de energía total medida experimentalmente no concuerda con el valor teórico, en una cantidad del orden de algunos centenares de keV y que este desacuerdo tiene signo constante a lo largo de la tabla de núcleos conjugados [28]-[31]. Es esta discrepancia la que se denomina *NSA*.

Recientemente se han propuesto varios modelos de aproximación al problema, basados en el empleo de grados de libertad subnucleónicos [32]-[37]. La idea básica es atribuir a los nucleones de valencia la responsabilidad de la NSA. Esto se ve más claro mediante la siguiente ecuación :

$$M_{z>} - M_{z<} = \Delta E_{em} - (M_n - M_p)_{nucleo}$$

donde $M_{z>}$ es la energía del estado fundamental del núcleo con mayor número de protones, ΔE_{em} es la diferencia de las autoenergías electromagnéticas de ambos núcleos incluidos los efectos de muchos cuerpos, $(M_n - M_p)_{nucleo}$ es la diferencia de masa neutrón-protón dentro del núcleo.

Según hemos indicado, el término ΔE_{em} ha sido exhaustivamente analizado [31], en tanto que el estudio de $(\Delta M_{n-p})_{nucleo}$ ha sido motivo de renovado interés. En general, existe una coincidencia en señalar que $(\Delta M_{n-p})_{nucleo}$ es una función decreciente de la densidad nuclear [34]-[37]; esto significa que el aumento de la densidad del medio podría provocar restauración parcial de la simetría quiral. Más aún, en varios modelos se ha encontrado que a muy altas temperaturas y/o densidades se llega a anular tanto la diferencia de masas como la masa misma del nucleón [25,38]. En conexión con esta observación vale aclarar que la transición a la fase de deconfinamiento podría ocurrir de manera heterogénea, con algunos nucleones desvirtuándose en quarks libres en tanto que otros podrían formar burbujas con varios quarks de valencia, proceso que podría realimentarse a alta densidad y provocar un aumento de la densidad crítica [39]. Esto daría lugar al uso de modelos

hadrónicos, como el esquema aquí propuesto, aún en regímenes de densidad varias veces mayor que la nuclear.

Resultados Numéricos

Ajustando los parámetros no-electromagnéticos del modelo descrito en la sección 4.1, para saturar los 2 MeV requeridos de la contribución fuerte en vacío (Ver cap. 4), usaremos un conjunto $g_\omega g_\rho \lambda = 0.492 \text{ GeV}^2$ cuyo valor está dentro del rango de variación aceptado en la literatura [41].

Dado que nuestro enfoque es esencialmente fenomenológico, nos interesa estimar valores de ΔM_{n-p} con condiciones externas finitas, que puedan ser actualmente contrastados experimentalmente. Teniendo en cuenta que la materia hadrónica es accesible a bajas temperaturas (de unos pocos MeV) y densidades ρ cercanas a la densidad de la materia nuclear ρ_0 ⁴, encontramos que $\delta^c M_n - \delta^c M_p$ toma valores entre -0.1 a -0.25 MeV para ρ entre $\rho_0/2$ y $3\rho_0/2$, a temperatura cero [17].

Teniendo en cuenta la variación de la contribución electromagnética ΔM_{n-p}^{em} en medios densos [42], estos valores disminuyen en modulo, en cerca de un 15%, lo cual es coherente con el hecho de que el aporte electromagnético tienda a romper aún más la simetría de carga (Ver cap. 2). Este resultado es concordante con estimaciones realizadas en otros modelos efectivos de naturaleza muy disímil [36,37]. Es interesante comparar nuestras predicciones numéricas de la anomalía NSA con las de otros autores.

En la Ref. 34, usando el modelo de quarks no-relativista de Isgur en un esquema de tipo Nambu-Jona-Lasinio (NJL), se llega a la conclusión de que ΔM_{n-p} decrece cuando la densidad del medio crece. Sin embargo, los resultados consignados son numéricamente exagerados, ya que aún a densidades inferiores a ρ_0 , ΔM_{n-p} llega a cambiar de signo.

En la Ref. 35 se consideraron correcciones relativistas en el modelo de la bolsa del MIT, con magros resultados. Por último estos autores combinan las Reglas de Suma de QCD con una extensión del modelo de NJL a densidad finita. A densidad cero, los gérmenes para la ruptura de isospin son Δm_{u-d} y $\gamma \equiv \langle \bar{d}d \rangle / \langle \bar{u}u \rangle - 1$. A densidad finita, la variación de esta

⁴ $\rho_0 = 0.1934 \text{ fm}^{-3}$ según [40], no obstante $\rho_0 = 0.17 \text{ fm}^{-3}$ es otra definición frecuente.

asimetría, depende fundamentalmente de que $|\langle \bar{q}q \rangle|$ -el condensado escalar de quarks- se comporte como una función linealmente decreciente de ρ . Ajustando parámetros, se logra optimizar parcialmente un resultado que, sin embargo, sigue siendo numéricamente mayor que el esperado para resolver la anomalía. En un trabajo posterior [43], se obtiene una función con una conducta análoga aunque algo más moderada, introduciendo interacciones vectoriales tipo $G_v(\bar{q}\gamma_\mu q)^2$ a nivel de quarks en el modelo NJL.

En general, en todos estos tratamientos el primer problema básico es que $\Delta M_{n-p}(\rho)$ es violentamente cóncava hacia abajo, característica que hace poco creíbles las estimaciones para densidades de más de $0.1 fm^{-3}$. Este comportamiento indeseado pudo corregirse en el marco del modelo de Skyrme donde se obtuvo una función $\Delta M_{n-p}(\rho)$ suavemente decreciente y cóncava hacia arriba [36].

Otro inconveniente es que en todos los modelos de nucleón que dependen forzosamente de un parámetro de orden que caracteriza la ruptura de la simetría quiral ($G_v, \langle \bar{q}q \rangle, \gamma, M_q, F_\pi, etc.$), se calculan las propiedades del nucleón en el medio mediante la alteración exclusiva del valor de este parámetro de orden respecto de su valor en vacío.

Los aspectos mencionados pudieron evitarse en el marco de la TFD: por un lado obtuvimos una función $\Delta M_{n-p}(\rho)$ suavemente decreciente y cóncava hacia arriba (ver Fig. 3); por el otro nuestro procedimiento introduce los efectos de la temperatura y la densidad conjuntamente, mediante modificaciones especiales en los propagadores, consistentes con el formalismo de la Teoría Cuántica de Campos.

A	Nolen-Schiffer NSA[28]	Shlomo NSA[29]	Sato NSA[31]	Hatsuda et al NSA[35]
O-N 15	-	0.16	0.29	0.53
F-O 17	0.31	0.31	0.19	0.29
Si-P 29	0.20	-	0.24	-
S-Cl 33	0.24	-	0.28	-
Ca-K 39	-	0.22	0.43	0.57
Sc-Ca 41	0.62	0.59	0.35	0.42

Valores de la anomalía NSA en MeV consignados en las referencias indicadas.

A es el número másico de los núcleos conjugados.

Para concluir con este capítulo presentamos una tabla comparativa de valores NSA, estimados en diferentes esquemas, para el sector de núcleos conjugados típicos, cuyo número másico varía entre 15 y 41. En el interior de estos núcleos, los nucleones soportan densidades medias del orden de $0.1 fm^{-3}$.

Se ha discutido ampliamente el valor central de las masas de nucleones y mesones y el de las constantes de acoplamiento, en el seno de un gas de partículas en condiciones extremas. En general se acepta la idea de que a medida que crece la temperatura o la densidad, los valores de las masas y constantes de acoplamiento, decrecen [38],[44]-[47].

Considerando el siguiente comportamiento para las masas en función de la temperatura [45]:

$$\frac{M^*}{M} = \frac{m^*}{m} = (1 - (T/T_0)^2)^{1/n} \quad (5.47)$$

con $1/6 \leq n \leq 1/2$; $T_c \geq 300 MeV$ y $\rho \leq 4\rho_0$, es natural suponer que los efectos correspondientes son despreciables a bajas temperaturas. En el sector de interés ($\rho = 0.1 fm^{-3}$, $T \leq 1 MeV$), nuestro valor estimado para la corrección $\delta^c M_n - \delta^c M_p$ es de -100 keV, consistente en signo y magnitud con los valores NSA consignados en la tabla. Este valor indica que en el interior de un núcleo liviano ΔM_{n-p} decrece a casi un 90% de su valor en vacío, resultado compatible con una restauración parcial de la simetría quiral efectiva, y tendiente a disminuir la anomalía. En la figura 3 se ve la variación de ΔM_{n-p} para un amplio rango de densidades.

Si por otro lado admitimos que la masa de los hadrones se ve fuertemente alterada por efecto de la densidad [46,38,47,45]

$$\frac{M^*}{M} = \frac{m^*}{m} = 1 - C \frac{\rho}{\rho_0}; \quad C = 0.18 \pm 0.054 \quad (5.48)$$

esta variable volvería a influir sensiblemente en los resultados numéricos a través de su influencia sobre los propagadores, los factores de forma y el potencial químico. Si además suponemos que λ^* escala como una masa al cuadrado, resulta $\delta^c M_n - \delta^c M_p$ un 10 % menor⁵ (-90 keV).

⁵En rigor, debemos tener en cuenta que todavía no hay total consenso respecto del escaleo de cantidades físicas con las condiciones del medio. Unos pocos autores afirman

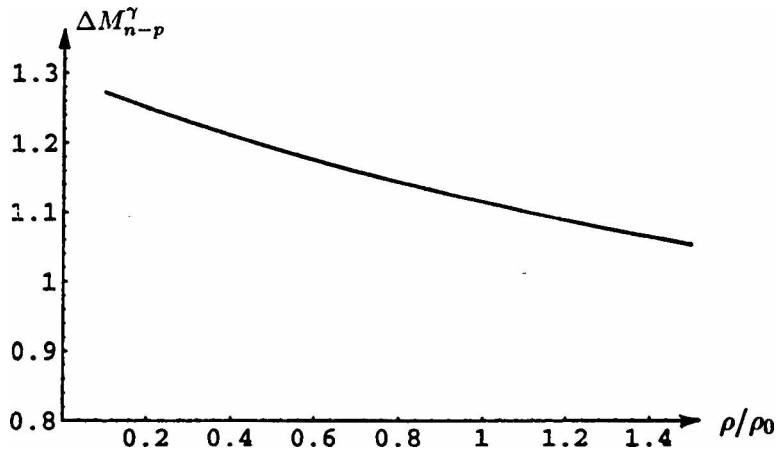


Fig. 3. Variación de ΔM_{n-p} con la densidad a bajas temperaturas.

El efecto inducido por las masas m^* , es la atenuación de los acoplamientos. La acción provocada por M^* , es una disminución en el valor de μ . Además, los propagadores también se ven alterados directamente. Sin embargo, podemos suponer que esta hipótesis involucra correcciones de orden superior, provocando una suerte de efecto realimentado de dudosa plausibilidad tratándose de hadrones en teoría de perturbaciones. Afortunadamente esta combinación de efectos resulta en una corrección pequeña. Consideramos pues, que en primera aproximación podemos usar el valor de vacío para todas las masas y constantes de acoplamiento ⁶.

que las masas podrían crecer con la temperatura [48], lo cual produciría efectos opuestos a los recién descritos.

⁶Las cantidades adimensionales como g_ρ y g_ω , no varían con T y ρ [45].

Bibliografía

- [1] P. D. Morley y M. B. Kislinger, Phys. Rep. **51** (1979) 63.
E. V. Shuryak, Phys. Rep. **61** (1980), 71. Phys. Rep. **115** (1984) 151.
L. P. Csernai y J. I. Kapusta, Phys. Rep. **131** (1986) 223.
- [2] B. Peterson in Proc. of Quark Matter' 90, Nucl. Phys. **A525** (1991) 237c.
H. Satz, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **35** (1985) 245.
J. Cleymons, R. V. Gavai y E. Suhonen, Phys. Rep. **130** (1986) 217.
- [3] E. V. Shuryak, Phys. Rep. **61** (1980) 71.
- [4] L. Dolan y R. Jackiw, Phys. Rev. **D9** (1974) 3320.
A. D. Linde, Rep. Progr. Phys. **42** (1979) 389.
- [5] S. Weinberg, Phys. Rev. **D 74** (1974) 3357.
- [6] D. Gross , R. Pisarski y L. Yaffe, Rev. Mod. Phys. **53** (1981) 43.
E. V. Shuryak, The QCD Vacuum, Hadrons and Super Dense Matter, World
- [7] Y. Takahashi y S. Nagamiya, in Proc. of Quark Matter '90 Nucl. Phys. **A525**(1991) 633c.
P. Gerber y H. Leutwyler, Nucl. Phys. **B321** (1989) 387.
- [8] T. Altherr, Introduction to TFT, Preprint CERN-TH 6942, Julio 1993.
- [9] Proc. Quarks Matter. '90, Nucl. Phys. **A525**, (1991).
C. P. Singh, Phys. Rep. **236** (1993) 147.

- [10] A. J. Niemi y G. W. Semenoff, Nucl. Phys. **B230** (FS10) (1984) 181.
Ann. Phys. **152** (1984) 105.
- [11] T. Matsubara, Progr. Theor. Phys. **14** (1955) 351.
- [12] N. P. Landsman y Ch. G. Van Weert, Phys. Rep. **145** (1987),141.
- [13] M. B. Kislinger y P. D. Morley, Phys. Rev. **D13** (1976) 2765; 2771.
- [14] T. S. Evans, Nucl. Phys. **B374** (1992) 340.
- [15] R. Kobes, Phys. Rev. **D42** (1980) 502.
- [16] H. R. Christiansen, L. N. Epele, H. Fanchiotti y C. García Canal, Nucleon Mass Splitting in Thermo Field Dynamics, enviado a Phys. Rev. **C** para su publicación, (1994).
- [17] H. Matsumoto, I. Ojima y H. Umezawa, Ann. Phys. **152** (1984) 348.
- [18] J. Schwinger , J. Math. Phys. **2** (1961) 407.
L. V. Keldysh, Sov. Phys. JETP. **20** (1964) 1018.
- [19] T. S. Evans, Phys. Rev. **D47** (1993), R4196.
- [20] Y. Fujimoto y R. Griggans, Zeits. f. Phys. **C28** (1985) 395.
Prog. Theor. Phys. **74** (1985) 1105.
- [21] L. Leplae, H. Umezawa y F. Mancini, Phys. Rep. **10** (1974) 151.
Y. Takahashi y H. Umezawa, Collect. Phenom. **2** (1975) 55.
- [22] I. Ojima, Ann. Phys. **137** (1981) 1.
H. Matsumoto, Y. Nakano, H. Umezawa, F. Mancini y M. Marinaro,
Prog. Theor. Phys. **70** (1983) 599.
R. J. Furnstahl y B. D. Serot, Phys. Rev. **C43** (1991) 105.
- [23] A. Niegawa, Phys. Rev. **D40** (1989) 1199.
- [24] A. Matsumoto, Fortsh. Phys. **25** (1977) 1.

- [25] T. Maruyama, K. Tsushima y A. Faessler, Nucl. Phys. **A537** (1992), 303. Nucl. Phys. **A535** (1991) 497.
- [26] El hecho de que tanto N como \bar{N} son números positivos implica $|\mu_B| \leq m$ según la definición de Q . Esto es consistente con la aproximación no-relativista $-2mc^2 \leq |\mu_B^{NR}| \leq 0$ que en el límite no-relativista ($c \rightarrow \infty$) recupera la expresión familiar $-\infty < \mu_B^{NR} \leq 0$. Dado que este límite es equivalente a $T \ll m_B$, la contribución de las antipartículas es exponencialmente pequeña.
- [27] L. Landau, E. Lifschitz y L. Pitayevski, *Physique Statistique*, Editions MIR, Moscou 1976; cap. 5.
- [28] J. A. Nolen y J. P. Schiffer, An. Rev. Nucl. Sci. **29** (1969) 471. Phys. Lett. **B29** (1969) 396.
K. Okamoto, Phys. Lett. **11** (1964) 957.
- [29] H. Sato, Nucl. Phys. **A269** (1976) 378.
- [30] S. Shlomo, Phys. Lett. **B42** (1972) 146.
- [31] S. Shlomo, Rep. Progr. Phys. **41** (1978) 957.
- [32] A. G. Williams y A. W. Thomas, Phys. Lett. **B147** (1985) 320; Phys. Rev. **C33** (1986) 1070.
G. Chafray y H. J. Pirner, Phys. Rev. **C35** (1987) 760.
- [33] E. Eich y L. M. Seghal, Phys. Lett. **B159** (1985) 177.
erratum, Phys. Lett. **B163**, (1985) 498.
- [34] E. M. Henley y G. Krein, Phys. Rev. Lett. **62** (1989) 2586.
- [35] T. Hatsuda, H. Hogaasen y M. Prakash, Phys. Rev. **C42** (1990) 2212; Phys. Rev. Lett. **66** (1991) 2851.
- [36] L. N. Epele, H. Fanchiotti, C. A. García Canal y G. Gonzalez Sprinberg y R. Mendez Galain, Phys. Lett. **B277** (1992) 33.
- [37] G. Krein, D. P. Menezes y M. Nielsen, Phys. Lett. **B294** (1992) 7.

- [38] C. Adami y G. E. Brown, Phys. Rep. **234** (1993) 1.
- [39] H. Reinhard, B. V. Dang y H. Schulz, Phys. Lett. **B159** (1985) 161.
- [40] A. L. Feller y J. D. Wallecka, *Quantum Theory of Many Particle Systems*, Mc. Graw-Hill, Pub. Co. 1971.
- [41] Ver referencias capítulo 4.
- [42] La técnica que acabamos de exponer en este capítulo debe emplearse nuevamente dentro del esquema que fue propuesto en la sección 2.2 para calcular la energía propia electromagnética.
- [43] M. Lutz, H. K. Lee y W. Weise, Z. Phys. **A340** (1991) 393.
- [44] G. E. Brown y M. Rho, Phys. Rev. Lett. **21** (1991) 2720.
- [45] C. M. Shakin y W. D. Sun, Phys. Rev. **C49** (1994) 1185.
- [46] S. Gao y R-k Su y P. K. N. Yu, Phys. Rev. **C49** (1994) 40.
- [47] H. Shiomi y T. Hatsuda, Phys. Lett. **B334** (1994) 281.
- [48] C. A. Dominguez, M. Loewe y J. C. Rojas, Z Phys. **C59** (1993) 63.

Conclusiones

En este trabajo de Tesis se ha investigado el problema de la Asimetría de Carga del Nucleón desde una perspectiva fenomenológica, en el marco de los *modelos efectivos de intercambio de bosones*.

Se ha hecho una revisión detallada de diversas técnicas de ataque, enfatizando el tratamiento que proporcionan la Teoría Cuántica de Campos y la Teoría de Dispersión.

Para esto hemos subrayado la importancia que ha tenido el concepto de 'analogía con QED' en la construcción de la teoría de mesones, y la utilidad que esta iniciativa ha demostrado tener en la representación de la dinámica fundamental, correctamente descrita por la Cromodinámica Cuántica. Los conceptos cruciales señalados en nuestro tratamiento han sido el de *lagrangiano efectivo* y el de *factor de forma*.

Se ha realizado una exposición paulatina y crecientemente localizada del problema, comenzando por la presentación de lagrangianos efectivos, por oposición al lagrangiano fundamental de la QED. En este caso el motivo fue mostrar que es posible evitar cálculos perturbativos de orden superior y establecer una conexión directa con la física de laboratorio. En lo que concierne a la QCD, esta propuesta resulta aún mas poderosa y eventualmente imprescindible en tanto admite el cálculo explícito de cantidades observables, correspondientes al régimen no-perturbativo -e inaccesible- de la dinámica de color.

Aprovechando este contexto y como primer paso, se realizó una evaluación detallada de la corrección de energía propia del nucleón por intercambio de un fotón dominante, teniendo en cuenta todos los aportes no-electromagnéticos en los vértices donde ocurre el acoplamiento. El hecho relevante que quiso ponerse de manifiesto, es que el diagrama de lazo asociado a la autoenergía, puede relacionarse de manera estricta con el diagrama de dispersión Compton. El vínculo correspondiente está dado por un par de funciones escalares que pueden ser ajustadas experimentalmente en el canal de scattering, conocidas como factores de forma. La conclusión final del capítulo 2 parece definitiva: el desdoblamiento del nucleón no logra ser explicado por

la Electrodinámica Cuántica; ningún modelo efectivo apropiado, produce una predicción siquiera compatible en signo con la medida experimental del fenómeno.

Esta afirmación determinó la necesidad de hallar una fuente alternativa que fuera capaz de revertir el signo del aporte e-m y triplicar su magnitud. Naturalmente se examinó la violación de la simetría de carga en el sector fuerte. La razón obvia radica en la diferencia de masas de los quarks up y down - $m_d > m_u$. No obstante, la no linealidad de las interacciones de color implica que el proceso de transferencia desde el nivel microscópico al hadrónico podría eventualmente diluir estos efectos. Mas aún, la complejidad de las ecuaciones correspondientes a este proceso de transferencia, oscurece completamente el trayecto entre QCD y fenomenología.

Este razonamiento dió motivos para investigar la posibilidad de realizar el cálculo directamente en el sector de mesones. En el ámbito de la física nuclear se mostró la eficacia de tal enfoque y se puso de relieve la importancia del $\rho - \omega$ mixing en la explicación de fenómenos asimétricos. Luego se propuso extender este tratamiento perturbativo con el propósito de calcular la autoenergía del nucleón por intercambio de un mesón vectorial "mutante" asociado a esta interferencia. Se encontró que el mecanismo de mixing quiebra la simetría de carga tan bien protegida por el vacío cuántico, y que el aporte correspondiente no solo provoca el cambio de signo esperado sino que lo hace con la magnitud deseada. Por un lado, la relación con los resultados experimentales en el canal de scattering y por otro la simplicidad de las técnicas de cálculo propuestas hacen de esta predicción un resultado notable dado que prácticamente se satura la diferencia de masa experimental.

Este análisis se realizó en el capítulo 4, en paralelo con el correspondiente a las fuentes electromagnéticas presentado en el capítulo 2. En el capítulo 3 se ilustró el paso al sector de mesones a través de una descripción de la fenomenología de hadrones a bajas energías.

En el capítulo 5 se retomó el problema del desdoblamiento nucleónico pero suponiendo que el doblete ya no se encuentra aislado en vacío sino en un medio capaz de generar condiciones extremas de temperatura y densidad. La extensión natural de la Teoría Cuántica de Campos en su versión canónica es la denominada Teoría Térmica de Campos (Thermo Field Dynamics). Se presentó este formalismo desde el punto de vista axiomático y se encontró que el tratamiento de la asimetría de carga mediante esta teoría solo era posible en un modelo canónico como el descrito en la sección 4.2. La pre-

sencia manifiesta de los propagadores se aprovechó para introducir los efectos externos a través de los estados virtuales intermedios, como indican los formalismos térmicos de origen estadístico. Esto se realizó por oposición con el tratamiento usual dentro de los modelos quirales donde todas las influencias del medio aparecen en los parámetros de orden del modelo. El procedimiento utilizado dió lugar a un comportamiento suavemente decreciente de ΔM_{n-p} con la temperatura y la densidad y puso de relieve la influencia casi excluyente de esta última variable externa sobre dicha variación. Al respecto, se ha tenido cuidado en observar este comportamiento en condiciones externas típicamente nucleares o astrofísicas donde solamente está presente la fase hadrónica; en caso contrario se discutieron las alternativas que determinan la necesidad de un tratamiento microscópico -en rigor inaccesible.

En conexión con ello fue discutida la anomalía de Nolen-Schiffer, problema ligado a la diferencia de energías de ligadura de núcleos espejo. Aquí también resultó esencial el tratamiento térmico del $\rho - \omega$ mixing en el diagrama de autoenergía del nucleón. Se encontró que la variación de estos diagramas de lazo con la densidad nuclear, se produce en el sentido y la magnitud correctos a fin de eliminar parcialmente la anomalía, al tiempo que presenta consistencia con la restauración parcial de la simetría quiral a medida que las condiciones externas van haciéndose más y más críticas. En este sentido se discutieron posibles correcciones de orden superior sobre las masas y acoplamientos puestos en juego en el análisis, mostrándose que su aporte resulta mucho menor.

A lo largo de esta tesis ha quedado claro que el marco teórico que corresponde a los fenómenos de violación de la simetría de carga (VSC) se presenta hasta ahora como muy satisfactorio. En los últimos años, muchos de estos fenómenos han sido exitosamente explicados por varios grupos teóricos y experimentales - ver cap. 3-5 - en términos de una contribución dominante proveniente de la interferencia $\rho - \omega$ que aquí hemos discutido en detalle. No obstante, en todos los casos se ha supuesto una amplitud de transición independiente del impulso, extraída de los resultados experimentales del decaimiento $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ en el polo $q^2 \simeq m_\omega^2$. Es evidente que este punto debería ser revisado a fin de establecer la correcta variación de esta cantidad cuando se analiza la transferencia de mesones virtuales. El tratamiento del problema mediante modelos de acoplamiento quark-meson recientemente desarrollados, no ha resultado hasta ahora convincente por lo que se hace nece-

sario un exámen microscópico mas profundo. Similares reflexiones merecen otros fenomenos de interferencia de mesones, como el mixing del multiplete pseudoescalar $\eta\eta'\pi^0$. Este problema, brevemente explorado, abre una amplia variedad de alternativas de investigación futura.

Las factorías de kaones, serán fuentes intensas de antipartículas que podrán ser utilizadas para explorar otras manifestaciones VSC. Por ejemplo, se espera una razonable estadística de procesos $\bar{N}d \rightarrow \Delta\pi\pi$ que puedan admitir el estudio del desdoblamiento del multiplete Δ . Por otro lado, la asimetría puesta de manifiesto en las reacciones $d + d \rightarrow \alpha + f_0(975)$ y $d + d \not\rightarrow \alpha + a_0(980)$, podría ser explicada en términos de la interferencia de los mesones $a_0 - f_0$.

El desarrollo de modelos fenomenológicos sobre la asimetría de carga del nucleón -originado en la física nuclear, a bajas energías- sugiere mecanismos de predicción de otros desdoblamientos de manera natural. En muchos casos se han observado diferencias de masas del mismo orden de ΔM_{n-p} en sistemas cuya constitución es similar a la del nucleón pero en sectores de sabores más pesados. Por ejemplo, sistemas de hiperones como el doblete $\Sigma^0 - \Sigma^+$ presentan una diferencia de masa de 3.1 MeV para una composición dus y uus respectivamente. En el caso de mesones "encantados" (con charme) o con contenido de quarks bottom, la asimetría de carga tambien puede ser investigada mediante mecanismos de desdoblamiento espectral cuyo origen, al igual que el $\rho-\omega$ mixing, proviene de la diferencia de masa Δm_{u-d} , además de las fuerzas electromagnéticas - $\Delta M_{D^- - D^0} \simeq 4.7$ MeV y $\Delta M_{B^0 - B^+} \simeq 1.9 \pm 1.1$ MeV, para una composición $d\bar{c}, u\bar{c}$ y $d\bar{b}, u\bar{b}$ respectivamente.

En QCD, las únicas fuentes de violación de la simetría de carga resultan ser las interacciones electromagnéticas entre los quarks y la diferencia de masa $u - d$. Esto implica que las investigaciones sobre VSC necesariamente conciernen los orígenes y consecuencias de esta pequeña diferencia de masa, aunque el confinamiento de color impida una medición directa de estas masas. Así, la relación entre la dinámica fundamental de quarks y gluones y los efectos hadrónicos observables, constituyen el objetivo natural del exámen de la VSC. Tal exámen se relaciona con el entendimiento de la dependencia de sabor del espectro de masas de los quarks, lo cual constituye uno de los problemas no resueltos mas importantes de la física: por qué $m_u \sim m_d \not\sim m_s \not\sim m_c \not\sim m_b \dots$? Aunque no exista una comprensión fundamental del

fenómeno, el mecanismo de Higgs puede generar estas diferencias de masas. Así, estudiando VSC podemos obtener información sobre la separación $u-d$, lo cual nos conduce a un test del elusivo mecanismo de Higgs. Esto demuestra la estrecha conexión existente entre VSC y las características más profundas de la física contemporánea.

Para finalizar, mencionamos una última línea de investigación de actualidad, relacionada con las teorías cuánticas en regímenes críticos. En una teoría cuántica de campos (en $d = 3 + 1$ dimensiones) a temperatura finita T , la variable (Euclídea) temporal es compactificada en el rango $0 \leq \tau \leq \beta = 1/T$. Esto hace que la densidad lagrangiana quede integrada sobre las 3 variables espaciales y la variable auxiliar τ . En el límite de altísimas temperaturas, la integración sobre τ desaparece y la teoría de campos deviene una teoría *efectiva* en 3 dimensiones.

Por ejemplo, una teoría como la Electrodinámica Cuántica en $d = 3 + 1$ (QED_{3+1}) a muy altas temperaturas deviene QED_3 . En esta última teoría, las correcciones radiativas de los loops fermiónicos generan un término de Chern-Simons (a través de una anomalía de paridad). Es por ello que este término, de carácter topológico y que solo puede existir en dimensiones impares, juega un papel importante en las aplicaciones de las teorías de campos a altas temperaturas. El estudio del término de Chern-Simons sigue siendo motivo de activos análisis en la actualidad. La ruta de encuentro de estos estudios con los problemas de la física de hadrones a altas temperaturas es compleja, pero seguramente constituye un elemento valioso para la explicación de las observaciones que surjan de las próximas experiencias de formación de plasma de quarks y gluones.

A Mariela todo mi cariño, por su apoyo incondicional durante la redacción de esta tesis.