

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS
DEPARTAMENTO DE FISICA

Doble Decaimiento Beta: Modelo para la
Determinación de los Elementos de Matriz Nuclear
con Restauración Exacta de
Simetría en el Número de Nucleones

TESIS DOCTORAL

Margarita Faig

DIRECTOR: Dr. A. L. Plastino

1994

Indice

Introducción	vii
1 Descripción y Fenomenología.	12
1.1 Introducción.	12
1.2 Descripción Fenomelógica	16
1.3 Antecedentes de la Teoría de interacción electrodébil	24
1.4 Datos experimentales en DBD.	31
1.4.1 Métodos directos:	32
1.4.2 Grupos Experimentales.	34
1.4.3 Medidas usando métodos directos	39
1.4.4 Medidas usando métodos indirectos:	51
2 Formalismo de BCS.	55
2.1 Introducción	55

2.2	Operadores de Cuasipartículas o La transformación de Bogoljubov-Valantin	57
2.2.1	Operadores duplos de cuasipartículas	63
2.3	El Hamiltoniano de BCS.	65
2.3.1	Límite de Apareamiento	75
2.4	Excitaciones de CP para Núcleos par-par e impar-impar.	77
2.4.1	Operadores de un cuerpo en BCS.	78
2.5	Resumen:	79
3	Restauración de Simetría.	81
3.1	Introducción	81
3.2	Proyección de Estados Físicos.	84
3.2.1	Método del Generador de Coordenadas.	84
3.3	Proyección en estados de buen número de partículas	90
3.3.1	Operador Hamiltoniano	97
3.3.2	Normas y productos escalares.	101
3.3.3	Integrales de residuos.	103
3.4	BCSCP y BCSP	114
3.4.1	BCSCP	114
3.4.2	Resolución de BCSP	118
3.4.3	El Operador de un cuerpo.	120
3.4.4	El operador de un cuerpo proyectado.	120

3.4.5	Las Funciones R^{ij}	121
3.4.6	Hnp Proyectado	123
3.4.7	Valores de espectación del Hamiltoniano para ATD y diversos operadores	123
4	Ideas Previas y Modelo	125
4.1	Introducción	125
4.2	El Hamiltoniano de Interacciones débiles.	128
4.3	Matriz de Masa del Neutrino.	132
4.4	Cálculo de la Vida Media	137
4.4.1	Aproximaciones Generales	137
4.4.2	La Probabilidad de Transición.	143
4.4.3	Operadores de Transición Nuclear	147
4.5	Posibles mecanismos para la no conservación de la carga leptónica	150
5	Resultados	154
5.1	Introducción	154
5.2	El núcleo inicial, ^{48}Ca	159
5.3	Las aproximaciones	162
5.4	EL MODELO	176
5.4.1	Introducción	176
5.4.2	Estado Base del ^{48}Ca y Parametros Superconductores .	177

5.4.3	Las energías de partícula independiente.	180
5.5	El Núcleo Intermedio, ^{48}Sc	183
5.5.1	Las Reglas de Suma	189
5.6	El Núcleo Final, ^{48}Ti	192
5.7	Conclusiones	201
6	Descripción del programa de cálculo	205
6.1	Introducción	205
6.2	Utilización y diagrama de flujo	207
6.2.1	Tabulación.	207
6.2.2	Parámetros Superconductores.	210
6.2.3	Cálculo Final.	211
6.2.4	Graficos.	212
6.3	Futuras mejoras.	212
.1	Elementos de Matriz de la Interacción	212
.2	R	215
.3	Hnp Proyectado	216
.4	Ortogonalización	217
.5	La integral de residuos para $j=1/2$	218
.6	Programa para la integral calculada para el ^{116}Sn	225

Agradecimientos

A mis tesoros Margueritte y Waldemar.

A mi amigo, colega, compañero y marido Mario.

A mis padres Margarita y Edgar

A mis hermanos Juan Germaán, Mabel y Edgar

Agradecimientos

Al Doctor Mario L. Amzel de Johns Hopkins University por su invaluable gentileza y apoyo.

Al Doctor Roberto Mercader por su constante apoyo y motivación

Al Doctor Angel Plastino por su excelente y eterna disposición.

A los miembros del jurado Drs. Héctor Vucetich, Cristina Cambiaggio y Susana Hernandez.

Introducción

El decaimiento doble beta, el cual es parte del estudio de esta tesis doctoral, es un proceso radiactivo espontáneo, que puede ocurrir si un nucleído impar-impar, posee mayor masa que la de los dos isóbaros par-par adyacentes. Esta simple consideración, lo encuadra en la teoría estandar de las interacciones electrodébiles.

Simbólicamente $(A, Z) \rightarrow (A, Z \pm 2)$, con la consiguiente emisión contemporánea de dos electrones o dos positrones, e^- o e^+ y dos neutrinos ν_{e-} o ν_{e+} .

Teóricamente existen al menos 3 modos para que este fenómeno ocurra, dos de ellos con violación a la conservación del número leptónico, originando así una de las primeras piedras, en el camino del Modelo Estandar (M.E.). La certeza de que la probabilidad de transición no sature el modo que no viola la conservación, implicaría casi automáticamente la masividad del neutrino, y por tanto habría que reconsiderar algunos aspectos profundos de la misma, y tal vez redefinirlos en un marco más amplio que el actual.

El hecho de referimos al M.E., está basado en que hasta la fecha es el que logra con más acierto reproducir el mayor número de datos experimentales.

Por otro lado actualmente hay un cierto conjunto de teorías, como se contará en los Capítulos I y IV, que están más allá del M.E. y que intentan con mayor o menor éxito representar "La Gran Teoría que unifique la mayor parte de las teorías".

La gran controversia que ha originado últimamente la masividad del neutrino, ha reflatado un montón de revisiones y ha dado fuerza a perseguir un estudio profundo del DBD, desde todos los ángulos posibles. Con esta idea se han ido refinando los datos experimentales con poderosísimos detectores y nuevos métodos experimentales (Cap. I), lográndose correcciones de dos órdenes de magnitud y aún más en comparación con la década anterior, aunque todavía no existe una certera evidencia de la existencia de un neutrino masivo.

Para la Física Nuclear ha sido un gran salto desde implementar, los primeros modelos de un solo nivel, en la década anterior, con las aproximaciones más rudimentarias, a los que actualmente intentan recuperar la mayor cantidad de simetrías o desechar la mayor cantidad de aproximaciones, o considerar el mayor número de niveles. Dentro de éstos, están por ejemplo las correcciones hechas a la parte Coulombiana de la función de onda del electrón, que logra corregir en dos órdenes las ya aproximadas integrales del espacio de las fases.

Dado que la vida media, o mejor dicho su inversa que es la probabilidad

de transición es la que proporciona el margen para la existencia de un segundo o tercer tipo de decaimiento Caps. I y IV, es muy importante tener una idea precisa en cuanto a su valor teórico se refiera. Esta cantidad, conjuntamente con el refinamiento experimental son las que, pueden ofrecer la mejor herramienta, y mejor dicho la única, hasta ahora capaz de testear en los dos sentidos la existencia de un neutrino masivo o no Cap. IV.

En esta Tesis se ha desarrollado un modelo para calcular los elementos de matriz de la interacción nuclear de los núcleos intervinientes así como a la amplitud de transición del DBD, la vida media, y algunas cantidades complementarias y probatorias de las bondades y defectos del mencionado modelo.

Ha sido nuestra intención, la de introducir la menor cantidad de aproximaciones posibles y/o parámetros externos que no estén directamente justificados por la comprobación experimental.

Ab-initio se empieza con las energías de partícula independiente del nucleído madre, extraídas del dato experimental. Este, es el punto de partida para ir contruyendo el estado fundamental, y los parámetros superconductores. A través primero, de una aproximación rudimentaria como lo es el BCS descrita en Cap. II, hasta la introducción de la conservación de la simetría en la restauración del número de partículas en una función de onda que satisface plenamente el problema variacional de la ecuación de Euler-Lagrange

(BCSCP), Cap. III.

Es aquí, en el formalismo que involucra la conservación del número de partículas Cap. III, el cual ha sido tratado por escaso número de autores, y cuya aplicabilidad, es sumamente dificultosa, cuando se extiende a modelos que involucran excitaciones del estado fundamental superiores a dos, ya sean partículas idénticas o no. Por otro lado, cuando se aplica a capas del oscilador que involucran momentos angulares muy bajos, y el número de partículas a conservar es superior al número de pares asociados con dichos momentos angulares, este formalismo requiere una consideración muy especial para evitar su divergencia Cap. III

En el Capítulo IV se presentan todas las aproximaciones usuales tanto leptónicas como bariónicas para el cálculo de la vida media, y algunos comentarios propios de los operadores intervinientes.

En el anteúltimo capítulo se detalla el modelo y se lo encuadra dentro de los lineamientos existentes, ya sea dentro de las aproximaciones específicas, generales o particulares. Allí se discute, la bondad del cálculo de la vida media hecho a partir de un solo núcleo, como es el caso del núcleo inicial y presentando, el núcleo intermedio y final como distintas excitaciones del inicial. Resta comentar también, que siguiendo la idea antes expuesta, se han comprobado los límites del modelo con los de partícula-agujero, y además se lo ha probado para cuatro interacciones, las referidas como Hamada-Johnston,

en sus versiones original (Kuo y Brown) y corregidas, Gaussian y Rosenfeld.

En capítulo V también se detallan, los datos extraídos de este modelo comparándolos con los más recientes cálculos y se analizan magnitudes como las reglas de suma, las que constituyen un complemento, capaz de aportar información acerca de la verosimilitud de los resultados obtenidos, ya sea con modelos simplificados de uno o dos niveles y de aquellos que involucran una o más capas del oscilador.

En el capítulo VI se hace una somera descripción del programa de computación que se ha construido, para tales propósitos, al que he denominado Código LISIS, el cual consta de 90 subrutinas y funciones, en lenguaje Fortran 77, y ha sido desarrollado a lo largo de esta Tesis, en varios diferentes sistemas operativos (VMS, UNIX). Actualmente, se ha adaptado para correr en una computadora Convex C220, de la Universidad Johns Hopkins de Estados Unidos de América.

Capítulo 1

Descripción y Fenomenología.

1.1 Introducción.

El decaimiento beta doble (DBD) es un fenómeno por el cual un núcleo par-par (A, Z) puede decaer a un isóbaro ($A, Z \pm 2$), también par-par.

Este proceso puede ocurrir en alrededor de 50 nucleídos y tiene lugar cuando la masa atómica de un nucleído impar-impar, es mayor que la de los dos isóbaros par-par adyacentes. Por ejemplo en el decaimiento del



el nucleído impar-impar es el ${}^{82}\text{Br}$, y las masas involucradas son

$$^{82}\text{Se} = 81.9426u. = 76301.835\text{Mev.}$$

$$^{82}\text{Br} = 81.9427u. = 76301.928\text{Mev.}$$

$$^{82}\text{Kr} = 81.9394u. = 76298.856\text{Mev.}$$

De la simple consideración energética de las condiciones en que el mencionado proceso ocurre, lo limita a ser calculado como una perturbación a segundo orden del Hamiltoniano de interacciones débiles. El mismo, que a primer orden, es responsable del decaimiento beta simple.

El cálculo de este decaimiento contiene una serie de postulaciones, relaciones e interrogantes, que lo hacen muy sugestivo para varios campos de la Física. Ya que no sólo introduce la estimación de la cota teórica de la vida media del decaimiento, sino que también es una prueba para las teorías que postulan interacciones de quiralidades derechas e izquierdas, aún cuando estén dentro o fuera de los límites del Modelo Estandar (ME). Y dentro de la Física Nuclear es capaz de confirmar la validez de la interacción propuesta, y las aproximaciones que ella conlleve.

Cabe destacar, la temprana postulación teórica, en 1935, de Goeppert-Mayer [119], así también, como el primer tratamiento dentro de doctrinas de unificación al de Primakoff y Rosen en 1959 [207]. Hasta la fecha, su medición experimental resulta sumamente difícil, debido a que el rango de energías a medir requiere detectores ultra sensibles habiéndose logrado hasta

la fecha muy buenas cotas experimentales, las cuales se mejoran día tras día.

Podemos encuadrar al (DBD) dentro de una clase más general de procesos si lo asociamos con las cantidades conservadas, ya que éstas y las simetrías están estrechamente relacionadas. Una característica común a dichos procesos es la conservación del número bariónico $\Delta B = 0$. La variación del número leptónico en esta familia de procesos es $\Delta L = 0, \pm 2$. Aquí también vamos a mencionar, que si se desea tratar con simetrías más generales en teorías más amplias, como aquellas involucradas en las M.A.M.E., (Más Allá del Modelo Estandar) es necesario tener en cuenta, por ejemplo, la denominada $(B - L)$, o sea Bariónicas menos Leptónicas. Dentro de ésta simetría global, el DBD pertenece a los fenómenos que se encuentran para $\Delta(B - L) \leq 2$. Esquemáticamente se tiene:

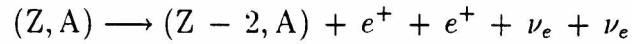
$$(Z, A) \longrightarrow (Z + 2, A) + e^- + e^- + \bar{\nu}_e + \bar{\nu}_e,$$

donde, Z y A son los números de protón y masa, respectivamente, es decir un doble decaimiento beta negatrónico ($\beta^- \beta^-$) con $\Delta Z = +2, \Delta B = 0 \Delta L = 0$, con una energía disponible Q_0 de

$$Q_0 = M(Z) - M(Z + 2) - E_{xf},$$

donde M masa atómica y E_{xf} energía de excitación del núcleo final.

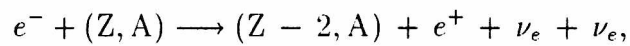
Asimismo puede ocurrir su conjugado positrónico ($\beta^+\beta^+$) con $\Delta Z = -2$, $\Delta B = 0$ $\Delta L = 0$



con energía disponible

$$Q_0 = M(Z) - M(Z - 2) - 4m_e + E_{xf}.$$

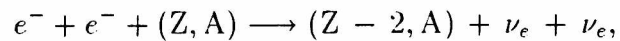
También clasifican dentro del fenómeno de doble decaimiento, con $\Delta Z = -2$, $\Delta B = 0$ $\Delta L = 0$ las capturas electrónicas:



con una energía disponible:

$$Q_0 = M(Z) - M(Z - 2) - 2m_e + E_{xf} - a$$

o,



con energía disponible:

$$Q_0 = M(Z) - M(Z - 2) - E_{xf} - 2a.$$

Resta definir que "a" es la energía de amarre del electrón capturado de la capa electrónica K.

En el decaimiento positrónico, la emisión de uno (dos) positrón/es puede ser reemplazada por la captura de uno (dos) electrón/es atómicos. Estos son los únicos modos de decaimiento que conservan la carga leptónica.

De existir violación al número de carga leptónica ($\Delta \neq 0$), estos modos se amplían a procesos con ausencia de neutrinos en el estado final. tales como los canales 0ν , $0\nu_\chi$ y $0\nu_{H^{--}}$.

1.2 Descripción Fenomenológica

El doble decaimiento beta es un fenómeno que se calcula como proceso perturbativo a segundo orden, el cual es altamente suprimido a primer orden. Esto se debe a que la interacción de apareamiento entre nucleones idénticos aumenta la energía de ligadura de los isóbaros madre en relación a la de los nucleídos impar-impar. No obstante existen dos núcleos, como el ^{48}Ca y el ^{98}Zr , que tienen una probabilidad muy pequeña de efectuar una transición β simple, en el caso del ^{48}Ca al ^{48}Sc en el estado 6^+ , y en el ^{98}Zr a un ^{98}Nb 4^+ y 5^+ .

La inclusión de un estado virtual permite estudiar teóricamente el DBD como una sucesión instantánea de dos decaimientos. Este estado intermedio será, naturalmente un estado de la misma paridad que el núcleo inicial y final, los cuales son en general, ambos 0^+ , pero con una unidad más de

momento angular total J , es decir estados 1^+ . Cabe acotar, que el canal de decaimiento al 0^+ del núcleo final, no es el único posible, también existen decaimientos al 2^+ . Pero debido a la menor energía disponible de este último, su probabilidad transición se torna muy pequeña en comparación con la del canal 0^+ . Esquemáticamente:

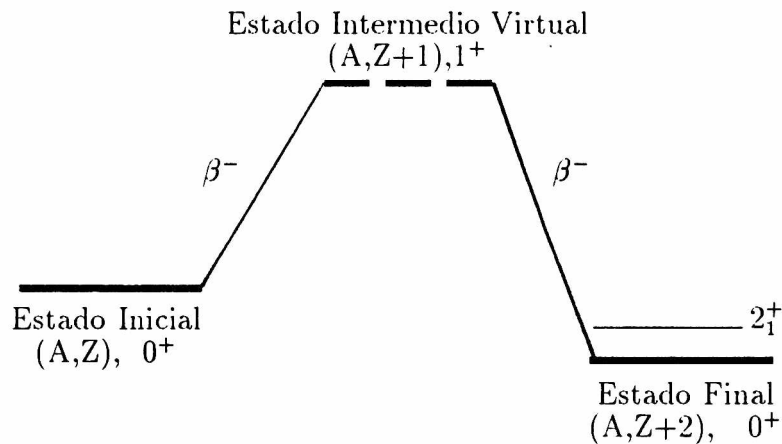


Fig. 1.1 Esquema de la Transición

Desde el punto de vista de la interacción entre partículas el DBD es el proceso originado por la llamada “interacción débil”. Este involucra el cambio de dos nucleones idénticos, neutrones (protones) provenientes del núcleo madre a dos protones (neutrones), en el doble decaído, con la emisión de varios leptones (electrones (e^\pm) y antineutrinos (neutrinos)).

El número de neutrinos emitidos, lo clasifica en principio, en dos modos

teóricos de decaimiento. Se rotula el decaimiento indicando en el subíndice la emisión del leptón no electrónico, tal como $\beta\beta_{2\nu}$. El Modo 2ν :

$$\beta\beta_{2\nu}^{\pm} : A(N, Z) \rightarrow A(N \pm 2, Z \mp 2) + 2\nu + 2e^{\pm} \quad (1.1)$$

y para el Modo 0ν , con ausencia total de neutrinos,

$$\beta\beta_{0\nu}^{\pm} : A(N, Z) \rightarrow A(N \pm 2, Z \mp 2) + 2e^{\pm}, \quad (1.2)$$

que a su vez posee tres canales asociados, ya que generan modos sin neutrinos pero con emisión de otras partículas como por ejemplo el Majoron, dando origen al Modo $0\nu_{\chi}$ y $0\nu_{\chi,\chi}$

$$\beta\beta_{0\nu_{\chi}}^{\pm} : A(N, Z) \rightarrow A(N \pm 2, Z \mp 2) + 2e^{\pm} + \begin{cases} \chi \\ 2\chi \end{cases} \quad (1.3)$$

En general es difícil definir este modo sin asociarlo directamente a una teoría que lo sostenga. En principio se lo puede encuadrar dentro de los procesos de inducción de Higgs livianos. Marcos para estas postulaciones son las teorías de Gran Unificación (GUT), en las cuales la rotura espontánea de la simetría global Bariónica-Leptónica (B-L) permite la existencia de valores de expectación de vacío para los isotripletos de color de los singletes escalares de Higgs, como planean Gelmini [106], Georgi[108] o Mohapatra[47],[127]etc., cuya consecuencia es la generación de varios Higgs, dos ellos neutros y de entre éstos el que no conlleva masa es el Majoron.

Como modo de decaimiento sin neutrinos no comparte la distribución de energía del Modo 0ν propiamente, ya que en este caso tiene una distribución muy similar al Modo 2ν , aunque, posee un diferente espacio de las fases. Esto dificulta su diferenciación de este último, aunque hay autores como Giorgi [116] que sugieren que de ser detectado iría acompañado de una captura electrónica doble.

Por último existe un modo, para el cual aparentemente su probabilidad es la más pequeña [127], como lo es Familón [183], sin intervención de neutrinos, pero que, por las características en la variación de número bariónico lo ubican como $\beta\beta$. Aquí la emisión de los dos neutrinos es reemplazada por la de dos Higgs ϕ^- virtuales, los que generan un bosón de Nambu-Goldstone [48][47], llamado Familón H^{--} . Este bosón está asociado con la rotura espontánea de la simetría horizontal [183][218] [262] [105], simbólicamente el Modo $0\nu_{H^{--}}$ se escribe:

$$\beta\beta_{0\nu}^{H^{--}} : A(N, Z) \rightarrow A(N \pm 2, Z \mp 2) + 2e^{\pm}, \quad (1.4)$$

donde χ es el bosón pseudoescalar de Goldstone amásico, llamado Majoron [108,106,104,48].

Esquemáticamente los cuatro modos descriptos pueden representarse:

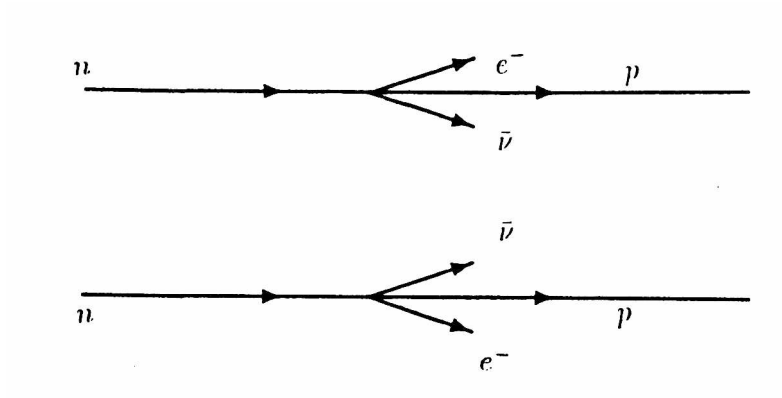


Figura 1.2 Modo 2ν

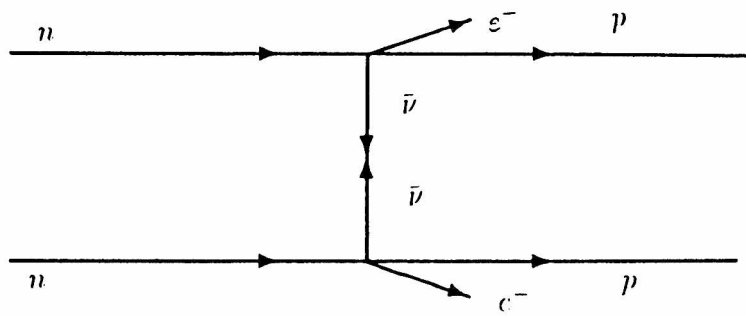


Figure 1.3 Modo 0ν

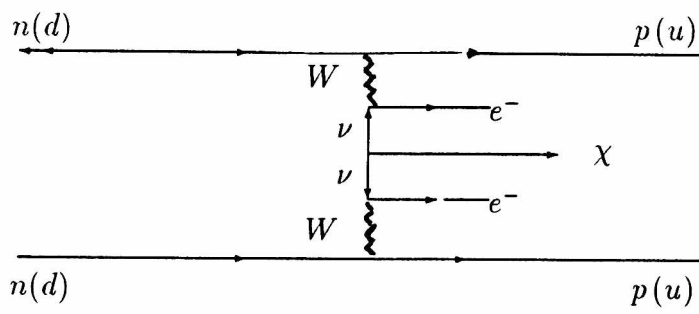


Figura 1.3 Modo $0\nu\chi$ (Majoron)

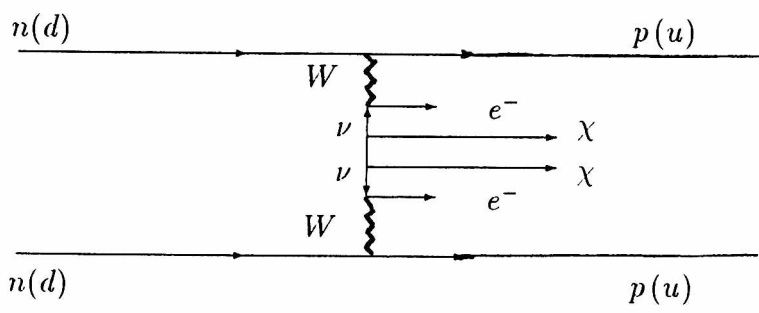


Figura 1.3 Modo $0\nu\chi$ (Majoron)

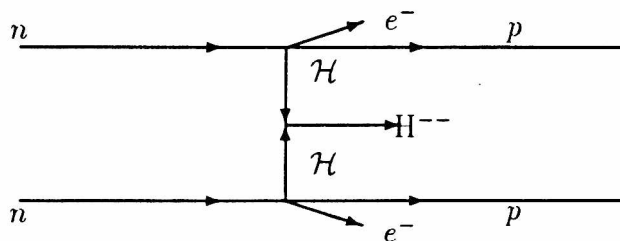


Figure 1.4 Modo $0\nu_{\text{H}}^{--}$ (Familon)

En los tres últimos modos propuestos se presentan características que los hacen de por sí, muy peculiares, ya que implican una violación a la conservación del número leptónico¹ ($\Delta L=2$), lo que de comprobarse experimentalmente, pondría en evidencia la necesidad de una profunda revisión de los conceptos asociados a la masa del neutrino, que hasta la fecha no son acabadamente definidos dentro de ninguna de las teorías de interacciones electrodébiles o de gran unificación existentes, tales como ME (en sus varias versiones), Teorías de la Gran Unificación (GUT) [107], Teoría Supersimétrica (GUT-SUSY)[260] y Supercuerdas [120] [265].

Es importante resaltar que la medición experimental ha acotado la probabilidad de transición ($\omega = T_{\frac{1}{2}}^{-1}$). No obstante existe una amplia dispersión

¹La definición de número leptónico total se basa en las familias (e, μ , τ ,y (kaón?)) o generaciones y es: $L = \sum_{i=familias} L_i$

entre los valores de esta probabilidad calculados teóricamente con distintos modelos. En muchos casos, con valores superiores a los encontrados experimentalmente.

Por lo tanto, si la probabilidad de transición experimental acotada es mayor que la calculada teóricamente, ($\omega_{exp} > \omega_{teor.}$), se hace necesario un refinamiento del cálculo de la transición teórica. De seguir existiendo tal discrepancia, se fortalece la presunción de la existencia de otros canales de decaimiento, como lo son los modos $0\nu_H$ y $0\nu_\chi$.

De ser menor la probabilidad de transición experimental que la teórica, también suscita controversia con el cálculo teórico, el cual también es susceptible de refinamiento. Por otra parte cualesquiera sean los modos en los cuales este fenómeno ocurra, ya sea con o sin violación del número leptónico, es necesario un conocimiento acabado de los elementos de matriz nuclear, los cuales muestran en muchos casos un comportamiento errático frente a pequeñas y medianas variaciones [250, 257, 50] de la interacción nuclear, ya que ellos son un importante factor en todos los cálculos teóricos propuestos.

1.3 Antecedentes de la Teoría de interacción electrodébil

El doble decaimiento beta entendido como el intercambio de dos unidades de carga entre bariones y leptones, es un proceso en el que sólo intervienen corrientes débiles, por tal motivo se lo encuadra dentro de las interacciones del mismo nombre.

La primera aproximación teórica a procesos que involucren interacciones electrodébiles es debida a Fermi [87].

En esta se plantea la analogía entre la interacción electromagnética y la interacción entre partículas.

Existen dos tipos de decaimiento, llamados positrónicos o β^+ y negatrónico β^- , obviamente éstas denominaciones provienen de la carga del electrón emitido. En términos de electrones e , neutrinos ν , neutrones, N , protones, Z , y del número masico A podemos escribir:

$$\beta^- : A(Z, N)\beta \rightarrow A(Z + 1, N - 1) + e^- + \bar{\nu} \quad (1.5)$$

$$\beta^+ : A(Z, N)\beta \rightarrow A(Z - 1, N + 1) + e^+ + \nu \quad (1.6)$$

donde estos procesos se realizan con una energía disponible de:

$$T_0(\beta^-) = [M_A(Z, N) - M_A(Z + 1, N - 1)] c^2 \quad (1.7)$$

para el proceso (Ec. 1.5) y:

$$T_0(\beta^+) = [M_A(Z, N) - M_A(Z - 1, N + 1)] c^2 \quad (1.8)$$

para el proceso (Ec. 1.6)

La importancia de hacer una reseña de los avances en el desarrollo de una teoría consistente para las interacciones electrodébiles se fundamenta en los siguientes motivos:

- a.- las raíces de cualquier teoría de interacciones electro-débiles arrancan con el decaimiento beta, y cualquier teoría que formule un Hamiltoniano que lo describa, también puede describir como ya se dijo a segundo orden perturbativo al DBD.
- b.- es el mismo neutrino el que juega un rol preponderante en la existencia de por lo menos dos canales de decaimiento, obviamente en el (DBD), el que también genera las más variadas controversias dentro de las mencionadas teorías.

Debido a estas dos razones el neutrino ha jugado un papel en todas las teorías asociadas con las interacciones electrodébiles, más aún es casi un

factor determinante, por estar asociado a una de las simetrías más controvertidas, como lo es la quiralidad.

De ahí que los procesos enunciados en tipos de decaimiento, mencionados en este capítulo, están íntimamente asociados con el marco en que intenten ser descriptos (simetrías y sus roturas, cantidades conservadas o no, caracter global o local de las cantidades anteriores).

Esto significa que existe un amplio espectro de modelos teóricos. Estos van desde 1937 con la primera de ellas debida Fermi hasta las actuales y sofisticadas supercuerdas.

El neutrino fue propuesto teóricamente por Pauli[204], para explicar la aparente pérdida de energía en el decaimiento beta. Luego fue usado por Fermi[87] como ingrediente fundamental para la formulación de su teoría del beta simple.

En la teoría debida a Fermi, la interacción que se comporta en forma análoga a la electromagnética, aunque con rasgos como el caracter axial-vectorial V-A que perduran hasta hoy. Es casi obvio decir que en ésta, el neutrino era del tipo Weyl(Dirac) de quiralidad izquierda y amásico.

Es tal vez la década del 50 la que introdujo una serie de resultados tanto experimentales como teóricos los cuales ampliaron los límites de la teoría de Fermi.

Es precisamente en esa década en la cual se observó experimentalmente

el neutrino electrónico [52] y casi conjuntamente la violación de la paridad por Wu[268].

En esa misma época toman fuerza una serie de ideas o proposiciones, muchas de las cuales persisten en formas básicas, la primera debida Fermi, la cual asevera que la interacción débil tiene la propiedad conjunta de ser axial y vectorial, V-A corroborada experimentalmente con el hecho de que existen transiciones de carácter axial como las Gamow-Teller[103] y las vectoriales como Fermi[87][88].

La segunda afirma que además posee caracter universal [167][166][175] lo que implica que "la interacción electrodébil tiene idénticas propiedades para cada conjunto de partículas interactuantes". Como ejemplo basta nombrar que el neutrino electrónico del decaimiento beta tiene la misma helicidad (negativa) que el neutrino muónico del decaimiento del mismo nombre[54].

La comprobación de la violación de la paridad[268] [99], introduce una profundización de la idea de simetría y su asociación con las cantidades conservadas a la dada interacción y por lo tanto su invarianza de calibrado ("gauge") sobre un determinado grupo.

Yang y Mills [272] proponen como construir una teoría de calibrado ("gauge") en $SU(2)$ para las interacciones fuertes.

Alrededor de los 60 se encuentra que la conservación de ciertas simetrías es aproximada. Esto genera la una ampliación de la teoría de Fermi la cual recibe

el nombre Teoría de las Corrientes Vectoriales Cargadas Parcialmente Conservadas PCCVC. En 1962 se observa el neutrino muónico [54], que actualmente se lo denomina de segunda generación. Pauli[203] en el 57 y posteriormente en el 64 Ryan y Okubo[53] muestran que la descripción de un neutrino amásico en la representación de Majorana es equivalente a aquella que lo representa en la de Dirac, si la interacción se restringe a considerar términos de quiralidad izquierdos como lo hace V-A, en el esquema de corrientes cargadas.

La teoría V-A subsiste hasta los comienzos de los 70. G.t'Hooft y otros [249][248][165] encuentran la ausencia unitaridad y la irrenormalizabilidad en el contexto de las teorías de calibrado ("gauge"), como por ejemplo en las que contienen rotura espontánea de simetría en la representación de Yang y Mills[134].

En esta última década avanza la idea de la Gran Unificación, es decir electrodébiles con fuertes, basada en las primeras ideas de Yang y Mills[272].

Finalmente, al tratar de describir fenómenos perturbativos más allá del primer orden también se concluye que la Teoría de Fermi debe ser útil sólo al orden más bajo en la serie perturbativa, lo mismo ocurre cuando se intenta utilizarla para fenómenos a altas energías. Toda esta sucesión de hechos conduce al Modelo Estandar o teoría de Weinberg Glashow y Salam (ME) de interacciones electrodébiles[117] [259][221], donde el modelo de 4-fermiones

es sólo efectivo como aproximación de baja energías.

Es precisamente con la introducción del ME que entra a ser realidad la Física del neutrino porque de aquí en más éste se torna inseparable de las ideas de las teorías de calibrado (gauge).

El ME es simplemente una teoría de calibrado ("gauge") basada en el grupo de calibrado $SU(2)_L \otimes U_Y(1)$. Los principios fundamentales para el ME son la renormalizabilidad y la invarianza bajo transformaciones de calibrado ("gauge") y de Lorentz. La simetría de "gauge" se rompe espontáneamente[134] por el hecho de que el vacío posee valor de expectación diferente de cero.

Dado que en el ME sólo hay un doblete izquierdo de Higgs, este sólo puede generar masa para fermiones o bosones de "gauge" cargados, pero obviamente el neutrino aunque sea en la representación de Majorana es neutro y por otro lado los singletes son de quiralidad derecha para las tres generaciones de quarks y leptones en $SU(2)$. No hay neutrinos derechos, o masivos para la representación de Dirac.

En base a las teorías de "gauge" (calibrado) y tal vez al éxito parcial del ME es que surgen dos ideas casi naturalmente.

- Extender el número de Higgs, ya sea agregando dobletes derechos, o más aún definiendo tripletes escalares de Higgs [222][253], aunque esto entraña inclusive agregar una cuarta generación de leptones neutros

como por ejemplo los neutrinos kaónicos.

- Extender el rango o dimensión de los grupos de "gauge", así por ejemplo el rango cuatro de $SU(5)$ sostiene una de las teorías de las Gran Unificación la cual se denomina minimal debido a que las subsiguientes involucran rangos bastante más altos y es capaz de contener al ME.

Es casi obvio que aumentando la dimensión del grupo de "gauge" también aumenta el número de constantes de acoplamiento y el número de Higgs. De aquí en más los modelos teóricos se denominan Más Allá del Modelo Estándar (MAME). Y la recién mencionada $SU(5)$ es la teoría más simple dentro de las de Gran Unificación. En esta los neutrinos también son amásicos y si se quieren masivos deben incorporarse a través de mecanismos ad-hoc.

Solamente recién si el grupo de "gauge" aumenta a una representación en $SO(10)$, el neutrino aparece masivo naturalmente.

Tal vez el rasgo más importante es que la $SU(5)$ [222],[76] es capaz de contener en límite el ME, aunque existen un sinfin de cuestiones que se están debatiendo actualmente, como por ejemplo cual es la correcta simetría que debe romperse para generar masas y en ese caso local o global.

Respecto de la Teoría de Supercuerdas [265][120] al igual que en las GUT existe una extensión de las dimensiones del grupo de "gauge" al continuo, que alcanzaría como límite las GUT en $SO(32)/Z_2$ [76]. Este especie de continuo se comportaría como una cuerda que puede vibrar en un número infinito de

modos. Se cree que los modos excitados provendrían una descripción de la gravedad y el estado fundamental la descripción convencional de la teoría de "gauge", pero aún existen más interrogantes que en caso de las GUT, ya que aquí aparentemente fallaría el mecanismo de Higgs, este fundamental para dotar a las partículas de masa y más aún todavía no se probó que sea renormalizable.

Tanto en las GUTs como en las Supercuerdas al aumentar el rango del grupo de "gauge" también se adquieren mayor número de grados de libertad, por lo tanto la masividad de neutrino no presenta en general mayores problemas.

1.4 Datos experimentales en DBD.

El decaimiento β doble, tiene un significativo interés para la Física de Partículas tanto como para la Física Nuclear. Para la primera de ellas, es uno de las pruebas que posee mayor sensibilidad para demostrar o no la conservación del número leptónico o las teorías M.A.M.E y las propiedades del neutrino. Para la segunda es la comprobación de que la interacción nuclear es la más adecuada. Por lo tanto, como la detección es independiente de la teoría, tanto como del modelo planteado, aquí se analizarán someramente las pruebas experimentales. Es importante destacar que hasta ahora no se ha

logrado detectar nada más que el modo 2ν [185], y acotar el 0ν , y el $0\nu\chi$ [15], por lo tanto poco se puede concluir, acerca de la masividad del neutrino.

Los métodos experimentales pueden clasificarse en dos tipos: los que observan el decaimiento midiendo energía y número de leptones (obviamente: e^\pm) producidos en el DBD los que se denominan **directos**. Y aquellos que detectan la concentración de núcleos hijos (exclusivamente, gases nobles) productos de la reacción y reciben el nombre de **indirectos**.

1.4.1 Métodos directos:

Mayormente miden la reacción a través de detectores de conteo por coincidencia, originando así un espectro suma de los leptones intervinientes. Esto provee una herramienta para distinguir un modo de otro. En el modo 2ν , la suma de la energía de los leptones está repartida entre los dos electrones y los dos antineutrinos, produciendo un espectro expandido alrededor de un máximo. Este máximo es la energía disponible para que el decaimiento ocurra, (Fig. 1.5).

Por otro lado, si ocurre el modo 0ν , los dos leptones intervinientes serán sólo los dos electrones y por lo tanto sólo ellos contribuirán al espectro suma, dando así un pico alrededor de la energía disponible. El modo $0\nu\chi$, produce un espectro ancho pero con distinto perfil que el del modo 2ν (Fig. ??). En el

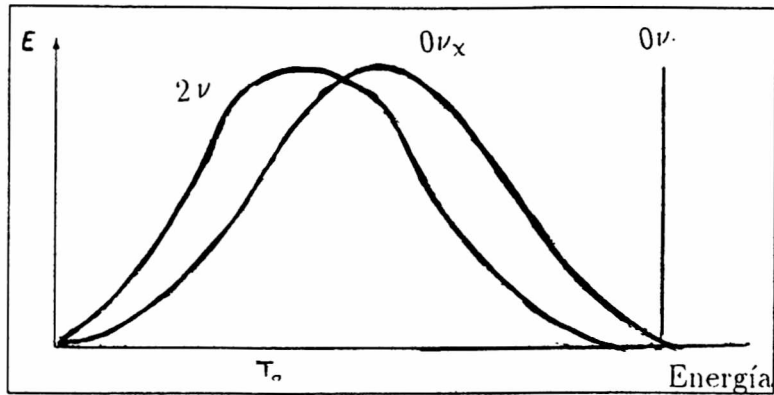


Figure 1.5: Espectro del decaimiento 2ν 0ν $0\nu_x$

caso del modo Familiarón $0\nu_{11--}$, tendría también un espectro expandido, pero con distinto perfil, que los dos anteriores, ya que ninguno, de los fenómenos, que se pueden esperar como espectros expandidos, comparte el mismo espacio de las fases, más aún, este último, es propio de cada modo.

En general, estas mediciones son, cualquiera sea el método, muy difíciles de llevar a cabo, ya que deben identificarse magnitudes del orden de unos pocos keV y a veces eV hasta uno o dos MeV. Por otro lado, es sabido, que en ese orden de magnitudes comienzan a ser importantes, efectos como la radiación de fondo.

Este efecto obliga a que los detectores sean subterráneos y traten de evitar el Efecto Compton, lo que también implica que los materiales con que se los construye, sean de la más baja radiactividad natural posible.

Hasta la fecha, los detectores que mejor resultados han dado son los de Germanio, con aislamiento de Sodio Indio Tantalio (NaI(Tl)).

1.4.2 Grupos Experimentales.

Para completar, por último, esta reseña experimental, se enumeran, los grupos que actualmente están trabajando, para los que se detalla el tipo de detector, los últimos núcleos que se han medido y algunas características interesantes.

Grupo Osaka-Elegants (H. Ejiri)

Actualmente, dado el creciente interés por los canales de decaimiento sin neutrinos, se han desarrollado en Japon, Osaka [30],[69], Laboratorio de Kamiokande, una serie de experimentos utilizando los últimamente desarrollados espectrómetros gamma-electrón-neutrino (ELEGANTS) en sus series de I a IV y actualmente desarrollándose el modelo V.

Estos sistemas especialmente diseñados para la detección del DBD y en particular del modo 0ν y $0\nu\chi$ [104,108,47] consisten principalmente en un conjunto de detectores de Germanio, puestos en una cámara a gran profundidad, fuertemente blindada. Consistiendo este blindaje en una triple aislación compuesta por una capa de Sodio Indio (NaI), una de Mercurio altamente puro y por último otra de Cobre. Estos materiales fueron elegidos por su baja

radioactividad. A su vez la cámara de detectores es ventilada con un flujo de Nitrógeno, para arrastrar el Radón producido. No obstante, estos recaudos aún se detectan rayos gamma ambientales (^{40}K , ^{214}Pb , etc.). En el último de la serie, el V, se obtuvo una de las mejores supresiones de espectro de fondo, del orden de 4.010^{-4} cuentas/Kev/hr en la región de 2000 Kev y una capacidad de escala de 4 cuentas/Kev/año/kg, la cual es una de las mejores del mundo, sino la mejor, y actualmente esta probándose, en la medición de los DBD de los Molibdenos, dando niveles de confiabilidad entre el 68% y el 90 %. Para esta medida, los detectores, en número de veinte, y Molibdeno enriquecido al 94%, son enfriados con Nitrógeno líquido, obteniéndose una resolución de 6 a 11 Kev, en el rango de interés antes citado. De la operación de casi 2000 horas se obtuvieron los resultados últimos de la tabla para el ^{100}Mo (ver tabla 1.1 paginas 45-47).

Grupos Europeos

- Grupo Milano, situado en Italia debajo del Monte Blanco (Gran Sasso), y dirigido por E. Fiorini y E. Bellotti.

La temprana introducción de detectores de cristal de Ge en el campo del DBD fue una ingeniosa innovación del grupo Milano en 1967.[89]

Actualmente, utilizan una Cámara de Multielementos Proporcionales (CMP). Consistente en 61 celdas arregladas como un panal de abejas, donde cada elemento tiene 2.5 cm. de lado y 80 cm. de largo. Cada elemento consta de un cátodo con filamento de 24 vueltas de 100 μm . de diámetro de una aliación de Cobre-Berilio y un ánodo de Tungsteno recubierto de oro, en un ambiente de gas Xenón.

La cámara tiene un primer recubrimiento de Titanio, enfriado con Oxígeno líquido y nuevamente blindada con Záfiro e Hierro. Con este arreglo se obtiene una resolución de 2.5 Kev a 2041 Kev y 2.1 Kev a 1482 Kev. Para la supresión de la radiación ambiental, éstos detectores se hallan en el Túnel del Monte Blanco (3500 m).

Este grupo liderado por Fiorini se ha dedicado a la obtención de la vida media por métodos indirectos para los gases nobles. En consecuencia, posee una de las mejores mediciones para los Teluros, Xenones, así como también para la medida del modo 0ν y para transiciones de $0^+ \longrightarrow 2^+$.

- Grupo Frejus (Francia-España) Situado en España en la Cordillera de los Pirineos. Al igual que el grupo Milan posee un sistema de detección de cámara, con detectores de Germanio, cuya resolución es del orden de 200 Kev, lo que les ha permitido confirmar el resultado de Cadwell[41] y medir la transición $0 \longleftrightarrow 2_1^+$ y $0 \longleftrightarrow 2_2^+$ para el Germanio.[38].

Grupos Norteamericanos

- Costa Oeste

Existen dos grupos: uno compuesto por la Universidad californiana de Sta. Bárbara y el Laboratorio Lawrence Berkeley (U.C.S.B.-L.B.L) dirigido por D. O. Cadwell, y por otro lado podemos incluir el Instituto Tecnológico de California (Caltech) y la Universidad California de Irbine regido por M. K. Moe

a.- U.C.S.B-L.B.L. Operan un detector de Germanio con una cámara con aislamiento de NaI localizado en la mina de Oroville, a aproximadamente 200 metros de profundidad. Dado que es el menos profundo, es el que tiene mayor incidencia de muones por año 7×10^6 , (esta cantidad, es el doble que la que incide en el Monte Blanco). No obstante la alta radiación de fondo, poseen un detector ultra sensible de Germanio superenriquecido con una sensibilidad de 1.5 cuentas/Kev/año/kg. Recientemente han presentado[41], resonantes resultados para la medición del modo 0ν del Germanio, con confiabilidad del 90%.

b.- Grupo Universidad de California Irbine y Caltech USCI-CALTECH. Estos utilizan una Cámara de Proyección Temporal (CPT), que es capaz de distinguir a que proceso pertenecen los electrones emergentes. El blindage de la cámara es de plomo y está inmersa en un campo

magnético de 750 Gauss. El rango efectivo de detección de energía es de 150 a 2500 Kev, lo que la hace particularmente apta para procesos que antes se medían geoquímicamente, y también por supuesto, para medir el modo $0\nu_\chi$. Cabe destacar que, tal vez sea uno de los grupos más afortunados en la búsqueda del esquivo DBD, ya que a ellos les cabe el mérito de la primera medición directa. Tal es el caso del Selenio[73], ver Tabla 1.1 en la pagina 45.

Grupos Rusos

Grupos del Observatorio Baskan de Baja radiación de Fondo

- 1.- Detector SYSTEM II Este grupo cuyos resultados son tal vez los mas reciente han desarrollado un detector, el SYSTEM II que consiste en cuatro centelladores plásticos y dos cámaras proporcionales entre las cuales es puesto un cassette de muestra. Para evitar los efectos de la radiación de fondo se halla en el laboratorio subterráneo (660 m) llamado Observatorio Baskan de Neutrinos para el Instituto de Investigación Nuclear de la USSR. La resolución $\frac{\Delta E}{E}$ es 17% de un Mev. Posee monitores de eventos de dos electrones, además de poder medir la ionización adicional lo que le otorga una confiabilidad de 90%, esto significa identificar fehacientemente la radiación de fondo, proveniente en su mayoría de gammas como ^{40}K , ^{60}Co , ^{137}Ce , ^{232}Th , ^{238}K , etc. A

este grupo corresponden las últimas mediciones del ^{100}Mo [254], ^{116}Cd [16], ^{150}Nd , ^{136}Xe [18] y el modo $0\nu\chi$ del ^{48}Ca [15] del orden de 17% de un Mev

- 2.-Grupo ITP-Erevan También comparte laboratorio de baja radiación de fondo de observación de neutrinos en Baskan. Posee un sistema de detección consistente en un superdetector de Germanio ultraenriquecido al 85%, blindado con NaI(TL). La sensibilidad es del mismo orden de la de UCSB-LBL es decir 2 cuentas/Kev/año/kg.
- 3.-Cámara de ionización de alta presión de Moscu, INR. Este tipo de cámaras es ideal para medir los decaimientos que involucran los gases nobles. Compuesta por una cámara de geometría cilíndrica, posee un ánodo central de $100\mu\text{m}$ Bronce-Berilio, rodeándolo hay un serie grillas, los cátodos están en los extremos cercas de las paredes y son discos sólidos. Posee manejadores de electrones capaces de distinguir su procedencia. A este grupo corresponden las mejores medidas del Xenón [17] (Tablas 1.1 pagina 49)

1.4.3 Medidas usando métodos directos

El problema de la medición experimental reside en el hecho de que está sujeta a una serie de parámetros muy complicadas de ajustar, tal como por ejemplo

la edad de la muestra (planteado en el caso de la determinación geoquímica) y en el caso de la detección por conteo o con cámaras, se requieren detectores de muy alta resolución (1-10 Kev) y muy baja radiación de fondo, los cuales se están desarrollando y mejorando continuamente. Prueba de esto, por ejemplo son los datos obtenidos para el ^{76}Ge pocos años atrás [38] y los obtenidos el corriente año.(ver Tabla 1.1 paginas 43-44)

A continuación se detalla una lista de los resultados experimentales existentes hasta la fecha, ampliando y actualizando tablas hechas diez años atrás por Haxton[127]. En estas, se enumeran los resultados experimentales, hasta el presente, de la medición y las cotas de la vida media de distintos nucleídos. A fin de compactitud en las tablas las siguientes abreviaturas serán usadas en la descripción de los métodos experimentales usados:

EF	Trazas en una emulsión fotográfica.
CB	Cámara de Burbujas.
CCu	Crióstato de Cu, sin supresión de efecto Comptom.
CN	Cámara de Niebla.
Sil	Detectores de Silicón
DC:	Detector de Coincidencias.
DCGeLi	Detector de Coincidencias, cristal de GeLi.
DMCGeLi	Detector de Multicoincidencias, cristal de GeLi.
DENAI	Detector multiple NaI de anticoincidencias, Ge enriquecido.

ISEC	Espectrometro NaI(Tl), con supresión de efecto Compton.
DCCaF ₂	Detector de coincidencias, cristal de CaF ₂ .
ELE	ELEGANTS.
Plas-cen.	Centelladores Plásticos
CPT	Cámara de Proyección Temporal
CA	Cámara de Arrastre.
SYS II	SYSTEM II

En las siguientes tablas las transiciones son entre los estados 0^+ , (fundamental) $\rightarrow 0^+$ a menos que se indique lo contrario.

Transición	Ref.	Método de medida	Modo	$T_{\frac{1}{2}}$ (años)
$^{46}\text{Ca} \rightarrow ^{46}\text{Ti}$, $Q= 976 \pm 0.4$ Kev				
	[98] 52	EF		$> 4 \cdot 10^{14}^1$
$^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ti}$, $Q=4271 \pm 0.4$ Kev				
	[98] 52	EF		$> 4 - 1.2 \cdot 10^{14}^1$
	[178] 53	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$1.6(7) \cdot 10^{17}$
	[12] 56	CC	0ν	$2 \cdot 10^{18}$
	[58] 56	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 1 \cdot 10^{18}$
	[58] 56	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$7 \cdot 10^{18}$
	[163] 65	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 5 \cdot 10^{19}$
	[163] 65	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	2ν	$> 3 \cdot 10^{18}$
	[176] 66	DCCaF ₂ .	0ν	$> 2 \cdot 10^{20}$
	[176] 66	DCCaF ₂ .	2ν	$> 5 \cdot 10^{18}$
	[225] 67	CA	0ν	$> 5 \cdot 10^{18}$
	[225] 67	CA	2ν	$> 3.2 \cdot 10^{18}$
	[21] 67	CA	0ν	$> 1.6 \cdot 10^{21}$
	[21] 67	CB.	2ν	$> 3 \cdot 10^{19}$

Tabla 1.1 Valores experimentales para el **DBD**

¹ Junto con el $\beta\beta$ una también existe una muy débil actividad de la transición β simple

Transición	Ref.	Método de medida	Modo	$T_{\frac{1}{2}}$ (años)
$^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ti}$				
	[20] 70	CB	0ν	$> 2 \cdot 10^{21}$
	[20] 70	CB	2ν	$> 3.6 \cdot 10^{19}$
	[15] 89	Cont.	$0\nu_{\chi}$	$> 1.1 \cdot 10^{21}$
	[15] 89	Cont	$0\nu_{\chi}$	$> 7.2 \cdot 10^{21}$
	[4] 90	Triu	2ν	$> 7.5 \cdot 10^{18}$
	[84] 91	CaFe	0ν	$> 9.5 \cdot 10^{21}$
$^{70}\text{Zn} \rightarrow ^{70}\text{Ge}^2$, $Q= 1001 \pm 0.4$ Kev				
	[98] 52	EF		$> 5 \cdot 10^{14}$
$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}^2$, $Q= 2039 \pm 0.9$ Kev				
	[98] 52	EF		$> 2 \cdot 10^{16}$
	[182] 80	CB	2ν	$1.0(4) \cdot 10^{19}$
	[25] 83	ENaISEC	0ν	$> 1.7 \cdot 10^{22}$
	[25] 83	DCCGeLi, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 4.5 \cdot 10^{21}$
$0^+ \rightarrow 2_1^+$ (540 Kev)				
NaI, rayos γ	[164] 83	DMCCGeLi	0ν	$> 2 \cdot 10^{21}$
	[227] 84	CCu	0ν	$> 1.0 \cdot 10^{22}$

Tabla 1.1 Continuación

² Junto con el $\beta\beta$ una tambien existe una muy débil actividad de la transición β simple

Transición	Ref.	Método de medida	Modo	$T_{\frac{1}{2}}$ (años)
$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$, $Q = 2038.56(32)\text{Kev.}$ ³				
	[95] 87		$0\nu_{\chi}$	$> 1.2 \cdot 10^{21}$
	[40] 87	ENaISEC	0ν	$> 5.0 \cdot 10^{23}$
	[39] 87	ENaISEC	$0\nu_{\chi}$	$> 1.4 \cdot 10^{21}$
	[140] 87		$0\nu_{\chi}$	$> 6(1) \cdot 10^{21}$
	[?] 87	ITEP	$0\nu_{\chi}$	$> 3.5 \cdot 10^{21}$
	[198] 88	ELE III	0ν	$> 0.73 \cdot 10^{23}$
	[75] 88	CPT	$0\nu_{\chi}$	$> 4.4 \cdot 10^{20}$
	[73] 88	CPT	2ν	$> 1.1(8) \cdot 10^{20}$
	[198] 88	ELE III	$0\nu_{\chi}$	$> 2 \cdot 10^{20}$
	[41] 90	UCSB-LBL	0ν	$> 1.2 \cdot 10^{24}$
	[?] 90	Cal PSI-NEU	$0\nu_{\chi}$	$> 1 \cdot 10^{21}$
	[254] 90	ITEP	$0\nu_{\chi}$	$> 10 \cdot 10^{21}$
	[14] 92		2ν	$> 1.4(2.5) \cdot 10^{24}$ ⁴
	[14] 92		0ν	$> 4.3(8.2) \cdot 10^{23}$ ⁴

Tabla 1.1 Continuación

³ Recientemente corregido a este valor en 1991 [110]

⁴ Los valores de confiabilidad apuntados son 90 %, 68 % para los valores entre parentesis.

Transición	Ref.	Método de medida	Modo	$T_{\frac{1}{2}}$ (años)
$^{76}\text{Ge} \rightarrow ^{76}\text{Se}$, $Q= 2038.56(32)\text{Kev}$. ⁵				
$0^+ \rightarrow 2^+$ (1482Kev)	[198] 88	ELE III	0ν	$> 0.57 \cdot 10^{23}$
	[198] 88	ELE III	$0\nu_\chi$	$> 2 \cdot 10^{20}$
$0^+ \rightarrow 2_1^+$ (559Kev)	[39] 87	DCGeLi, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 2.1 \cdot 10^{23}$
	[41] 90	DENAI	0ν	$> 1.2 \cdot 10^{24}$
$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$, $Q= 2995 \pm 0.6 \text{ Kev}$				
	[91] 73	Idem,	0ν	$> 5 \cdot 10^{21}$
	[51] 75	EF	0ν	$> 3.1 \cdot 10^{21}$
	[149] 87	CPT	2ν	$> 1.30 \cdot 10^{20}$
	[74] 87	CP	2ν	$> 1.18 \cdot 10^{20}$
	[74] 87	CPT	2ν	$> 0.80 \cdot 10^{20}$
	[74] 87	CPT	$0\nu_\chi$	$> 4.40 \cdot 10^{20}$
$^{96}\text{Zr} \rightarrow ^{96}\text{Mo}$, $Q= 3350 \pm 0.3 \text{ Kev}$				
	[178] 53	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 5 \cdot 10^{15}$
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$ ⁶ , $Q=3034 \pm 0.6 \text{ Kev}$				
	[98] 52	EF		$> 2 \cdot 10^{15}$

Tabla 1.1 Continuación

⁶ Junto con el $\beta\beta$ una debil actividad de la transición β simple fue consistente con el DBD, en y por debajo de las cotas limites

Transición	Ref.	Método de medida	Modo	$T_{\frac{1}{2}}$ (años)
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}^7$, $Q = 3034 \pm 0.6 \text{ Kev}$				
	[264] 55	CB		$> 3 \cdot 10^{17}$
	[89] 67	DCGeLi	0ν	$> 3 \cdot 10^{20}$
	[90] 70	DCGeLi, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 1.2 \cdot 10^{21}$
	[91] 73	Idem,	0ν	$> 5 \cdot 10^{21}$
	[16] 90		$0\nu + 2\nu$	$> 4.2 \cdot 10^{19}$
	[?] 93	SiLi	0ν	$> 0.44 \cdot 10^{23}$
$0^+ \rightarrow 2^+$	[198] 88	ELE IV	0ν	$> 2.9 \cdot 10^{19}$
	[198] 88	ELE IV	$0\nu_x$	$> 0.7 \cdot 10^{19}$
	[29][7] 88	40Sil,	2ν	$> 2.7 \cdot 10^{18}$
	[29][7] 88	40Sil,	0ν	$> 4 \cdot 10^{21}$
	[157] 89	Plas-cen	0ν	$> 4.4 \cdot 10^{20}$
$0^+ \rightarrow 2^+$	[157] 89	Plas-cen	2ν	$> 5.3 \cdot 10^{18}$
	[157] 89	Plas-cen	2ν	$> 2.24 \cdot 10^{18}$
	[69] 90	ELE V	2ν	$> 2.20 \cdot 10^{19}$

Tabla 1.1 Continuación

⁷ Junto con el $\beta\beta$ una debil actividad de la transición β simple fue consistente con el DBD, en y por debajo de las cotas limites

Transición	Ref.	Método de medida	Modo	$T_{\frac{1}{2}}$ (años)
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$				
$0^+ \rightarrow 2^+$	[16] 90		2ν	$> 1.4 \cdot 10^{20}$
	[198] 88	ELE IV,	0ν	$> 1.9 \cdot 10^{20}$
	[254] 90	SYS II	2ν	$> 3.3 \cdot 10^{18}$
	[69] 90	ELE V	2ν	$> 0.70 \cdot 10^{19}$
	[254] 90	SYS II	0ν	$> 7.1 \cdot 10^{20}$
	[254] 90	SYS II	2ν	$> 2.3 \cdot 10^{18}$
	[16] 90	DENAI	2ν	$> 1.0 - 1.5 \cdot 10^{21}$
	[16] 90	DENAI	$2\nu + 0\nu$	$> 4.2 \cdot 10^{19}$
	[30] 91	ELE V	2ν	$> 0.70 \cdot 10^{19}$
	[30] 91	ELE V	2ν	$> 2.20 \cdot 10^{19}$
$0^+ \rightarrow 2_1^+$ (540Kev)	[25] 83	DCGeLi, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 2 \cdot 10^{18}$
	[139] 83	DCGeLi,	0ν	$> 2.2 \cdot 10^{22}$
	[25] 83	DCGeLi,	0ν	$> 5 \cdot 10^{22}$
	[97] 83	DCGeLi,	0ν	$> 1 \cdot 10^{22}$
	[198] 88	ELE V,	0ν	$> 1.9 \cdot 10^{20}$
	[97] 83	Idem,	0ν	$> 1 \cdot 10^{22}$

Tabla 1.1 Continuación

Transición	Ref.	Método de medida	Modo	$T_{\frac{1}{2}}$ (años)
$^{100}\text{Mo} \rightarrow ^{100}\text{Ru}$				
	[16] 90	DENAI	$02\nu + 0\nu$	$> 1.4 \cdot 10^{19}$
$0^+ \rightarrow 2_2^+$	[16] 90	DENAI	$02\nu + 0\nu$	$> 2.4 \cdot 10^{19}$
$^{110}\text{Pd} \rightarrow ^{110}\text{Cd}$ $Q=2035 \pm 0.19$ Kev				
	[263] 52	CN		$> 6 \cdot 10^{17}$
$^{114}\text{Cd} \rightarrow ^{114}\text{Cd}$ $Q= 534 \pm 0.4$ Kev				
	[98] 52	EF		$> 5 \cdot 10^{158}$
$^{116}\text{Cd} \rightarrow ^{116}\text{Sn}$, $Q= 2802 \pm 1.23$ Kev				
	[264] 55	CB		$> 1 \cdot 10^{17}$
	[56] 55	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 6 \cdot 10^{16}$
$0^+ \rightarrow 2_2^+$	[16] 90	DENAI	$2\nu + 0\nu$	$> 1.7 \cdot 10^{20}$
$0^+ \rightarrow 2_3^+$	[16] 90	DENAI	$2\nu + 0\nu$	$> 10 \cdot 10^{20}$
$^{124}\text{Sn} \rightarrow ^{124}\text{Te}$, $Q=2288 \pm 1.8$ Kev				
	[93] 48	CC		> 0.03
	[92] 49	CC		$(4 - 9) \cdot 10^{15}$
	[143] 51	CN		$> 10^6$

Tabla 1.1 Continuación

⁸ Junto con el $\beta\beta$ una debil actividad de la transición β simple fue consistente con el DBD, en y por debajo de las cotas limites

Transición	Ref.	Método de medida	Modo	$T_{\frac{1}{2}}$ (años)
$^{124}\text{Sn} \rightarrow ^{124}\text{Te}$, $Q=2288 \pm 1.8$ Kev				
	[144] 52	CC		$> 2 \cdot 10^{17}$
	[94] 52	CN,CC		$> 10^{17}$
	[205] 52	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$(3 - 6) \cdot 10^{16}$
	[98] 52	EF		$1.5 \cdot 10^{17.9}$
	[178] 53	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 0.5 \cdot 10^{17}$
$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}^9$, $Q= 868 \pm 0.4$ Kev				
	[98] 52	EF		$> 2 \cdot 10^{15}$
$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}^9$, $Q= 2535 \pm 0.4$ Kev				
	[98] 52	EF		$> 6 \cdot 10^{15}$
	[277] 80	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 1.2 \cdot 10^{21}$
$^{136}\text{Xe} \rightarrow ^{136}\text{Ba}$, $Q= 2478 \pm 0.4$ Kev				
	[2] 88	CMP		$> 1.70 \cdot 10^{21}$
	[267] 91	CPT	0ν	$> 2.5 \cdot 10^{23}$
	[267] 91	CPT	0ν	$> 1.7 \cdot 10^{23}$
	[267] 93	CPT	0ν	$> 2.5(4.9) \cdot 10^{23}$

Tabla 1.1 Continuación

⁹ Corregida por el presente valor de la energía de desintegración (ver [98])

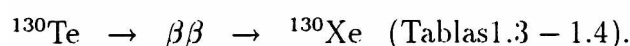
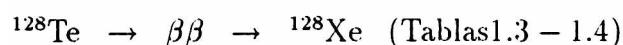
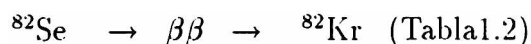
Transición	Ref.	Método de medida	Modo	$T_{\frac{1}{2}}$ (años)
$^{148}\text{Nd} \rightarrow ^{148}\text{Sm}$, $Q = 1928 \pm 1.8 \text{ Kev}$				
	[25] 83	DCGeLi, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 3 \cdot 10^{18}$
$^{150}\text{Nd} \rightarrow ^{150}\text{Sm}$, $Q = 3367 \pm 2.2 \text{ Kev}$				
	[25] 83	DCGeLi, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 1 \cdot 10^{18}$
$^{150}\text{Nd} \rightarrow ^{150}\text{Sm}$				
$0^+ \rightarrow 2_1^+$ (334 Kev)	[52]	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 2.2 \cdot 10^{18}$
	[66] 66	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> 5 \cdot 10^{18}$
			2ν	$> 3 \cdot 10^{17}$
	[231] 71		0ν	$> 7 \cdot 10^{18}$
	[83] 86		$0\nu_{\chi}$	$> 1 \cdot 10^{20}$
$^{186}\text{W} \rightarrow ^{186}\text{Os}$, $Q = 490 \pm 2.3 \text{ Kev}$				
	[98] 52	EF		$> 2 \cdot 10^{15^{10}}$
$^{192}\text{Os} \rightarrow ^{192}\text{Pt}$, $Q = 417 \pm 0.4 \text{ Kev}$				
	[98] 52	EF		$> 1 \cdot 10^{13^{10}}$
$^{198}\text{Pt} \rightarrow ^{198}\text{Hg}$, $Q = 1048 \pm 0.3 \text{ Kev}$				
	[98] 52	EF		$> 5 \cdot 10^{14^{10}}$
	[12] 56	CC	0ν	$> 5 \cdot 10^{17}$
	[278] 81	CC, $\Sigma_{\beta\beta}$	0ν	$> (1.4 - 6.5) \cdot 10^{19}$

Tabla 1.1 Continuación

¹⁰Hay una actividad con una $T_{\frac{1}{2}}$ de $6(2) \cdot 10^{16}$ años atribuida al β^- del ^{96}Zr

1.4.4 Medidas usando métodos indirectos:

Los métodos geoquímicos están basados en los efectos acumulativos que produce el DBDa lo largo de tiempos geológicos. En este método se usan muestras de emisores de yacimientos de mil a cuatro mil millones de años, del orden de la edad de la Tierra. El método depende de la detección de gas noble proveniente por DBD en el elemento doblemente decaído. Los núcleos candidatos para este tipo de medición son escasos:



El gas noble producido es extraído de los minerales térmicamente y sus contenidos isotópicos determinados por medio de un espectrómetro de masas de alta sensibilidad. Es importante destacar, que la determinación geoquímica, no da información acerca del modo de decaimiento, puesto que sólo mide la probabilidad de la suma de los posibles canales de decaimiento.

No obstante, el reducido número de nucleídos al cual es aplicable el anterior método y la dependencia del origen de la muestra, con el yacimiento y la era geológica a la cual pertenece, éste tiene la ventaja, que permite estimar el cociente entre las vidas medias de los Teluros (^{128}Te , 130 , Tabla 1.3) que es independiente de la edad de la muestra.

Medida	Ref. y año	Mina	edad del yacimiento	Metodo de fechado	Resultado
$\frac{T_{\frac{1}{2}}(^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe})}{T_{\frac{1}{2}}(^{128}\text{T} \rightarrow ^{128}\text{Xe})}$	[142] 50	Boliden, Suecia			> 13
	[245] 66	Oya, Japon			> 37
	[109] 67	Boliden, Suecia			> 2.6
	[151] 67	Boliden, Suecia			> 2.3
	[150] 67				
	[151] 67	Good Hope Usa			> 24
	[3] 69	L. Kirkland, Canada			> 59
	[236] 72	Boliden, Suecia			> 108
	[238] 72	Kalgoorlie, Australia			> 293
	[148] 75	Good Hope Usa			> 2.2 · 10 ³
	[131] 75	Kalgoorlie, Australia			> 1.59(5) · 10 ³
	[132] 78	L. Mattagami Canada			> (1.6(1) · 10 ³
	[152] 83	Good Hope USA			> 3.04 · 10 ³
	[27] 93	Good Hope USA		1600	2.90 · 10 ³
	[27] 93	American, USA		1660	2.78 · 10 ³
	[27] 93	Kalgoorlie Australia		750	2.93 · 10 ³
	[27] 93	American, USA		1660	2.87 · 10 ³

Tabla 1.2 Resultados hasta el presente para el cociente entre Te usando medidas Geoquímicas del DBD

Medida	Ref. y año	Mina	edad del yacimiento	Metodo de fechado	Resultado
$T_{\frac{1}{2}}^{130}\text{Te} \rightarrow {}^{130}\text{Xe}$	[141] 49	Boliden, Suecia	1500(500)	Geo.	$> 8 \cdot 10^{19}$
	[142] 50	Boliden, Suecia	1500(500)	Geo.	$1.4 \cdot 10^{21}$
	[245] 66	Oya, Japon	900(2.9)	K - Ar	$8.2(6) \cdot 10^{20}$
	[109] 67	Boliden, Suecia	1800	K - Ar	$3.0(4) \cdot 10^{20}$
	[150] 67	Boliden, Suecia	540	K - Ar U/Th - ${}^4\text{He}$	$(6 \pm 3) \cdot 10^{20}$
	[150] 67	Good Hope Colorado	60 - 230	Geo.	
	[150] 67	Boliden, Suecia	540	K - Ar	$6.2 \cdot 10^{20}$
	[3] 69	L. Kirkland Ontario	1826(36)	Rb-Sr	$2.0(3) \cdot 10^{21}$
	[236] 72	Boliden, Suecia	1560	U - Xe	$2.51 \cdot 10^{21}$
	[238] 72	Kalgoorlie, Australia	2460(80)	Rb - Sr	$2.8(3)10^{21}$
	[27] 93	Kalgoorlie, Australia	750		$0.33 \cdot 10^{21}$
	[152] 83	Good Hope USA	1310(140)	K - Ar	$2.6(3) \cdot 10^{21}$
	[27] 93	Good Hope USA	1600		$2.82 \cdot 10^{21}$
	[27] 93	American, USA	1660		$3.24 \cdot 10^{21}$

Tabla 1.3 Resultados hasta el presente de las medidas Geoquímicas del DBD. La edad del yacimiento es expresada en millones de años, la vida media en años

Medida	Ref. y año	Mina	edad del yacimiento	Metodo de fechado	Resultado
$T_{\frac{1}{2}}^{130}\text{Te} \rightarrow {}^{130}\text{Xe}$	[27] 93	Vulcan, USA	1610		$2.79 \cdot 10^{21}$
	[27] 93	American, USA	1660		$3.24 \cdot 10^{21}$
	[27] 93	Mattagami, Canada	2670		$2.58 \cdot 10^{21}$
${}^{128}\text{Te} \rightarrow {}^{128}\text{Xe}$	[27] 93	American, USA	1660		$9.22 \cdot 10^{24}$
	[27] 93	Kalgoorlie, Australia	750		$0.94 \cdot 10^{24}$
	[27] 93	Vulcan, USA	1610		$7.92 \cdot 10^{24}$
	[27] 93	Mattagami, Canada	2670		$7.32 \cdot 10^{24}$
	[27] 93	Good Hope USA	1600		$7.92 \cdot 10^{24}$
$T_{\frac{1}{2}}^{82}\text{Se} \rightarrow {}^{82}\text{Kr}$	[151] 67	Habri, Moravia	60 – 230	Geo.	$(0.3 - 1.0)10^{20}$
	[150] 67	Boliden, Suecia	540	Te - Xe	$> 10^{18}$
	[153] 69	Habri, Moravia	~ 290	U-Xe U - Kr	$1.4(3) \cdot 10^{20}$
	[237] 73	Boliden, Suecia	~ 1560	Te-Xe	$2.76(88) \cdot 10^{20}$
		Habri, Moravia	160(50)		
	[154] 83	Varios	varias	varios	$1.45(15) \cdot 10^{20}$

Tabla 1.4 Resultados hasta el presente de las medidas Geoquímicas del DBD. La edad del yacimiento es expresada en millones de años, la vida media en años

Capítulo 2

Formalismo de BCS.

2.1 Introducción

El desarrollo de la Física Nuclear ha demostrado que el Modelo de Partícula Independiente (M.P.I.), con interacción residual entre nucleones de por sí, describe correctamente la estructura del núcleo, al menos para excitaciones de baja energía (< 5 Mev).

Los métodos matemáticos desarrollados por las teorías de superconductividad y superfluidez [13][32], han probado ser esenciales, cuando se analizan interacciones residuales.

En vista de que dichos métodos son generales, Bogoljubov[31] notó la similitud entre las propiedades de la materia nuclear y la estructura electrónica de los metales. Por otro lado, Bohr, Mottelson y Pines [31], advirtieron que

el espectro obtenido de las excitaciones nucleares y el de los superconductores eran similares.

Belyaev [26], extendió los métodos matemáticos a la problemática de muchos cuerpos introduciendo el principio de compensación de gráficos peligrosos, totalmente equivalente al principio variacional propuesto tempranamente por Bogoljubov y Soloviev[233][31].

Esta adaptación de la teoría de BCS (contracción en honor de sus autores: Baarden, Cooper y Scheiffer [13]), se basa, en que las fuerzas nucleares manifiestan una marcada tendencia a la formación de estados apareados a bajo momento angular. Esto conduce a formular el estado base de un núcleo par-par, en forma análoga al modelo de BCS para superconductores y superfluidos.

El éxito de esta asimilación, radica en que, el entonces problema de muchos cuerpos, ahora se ve reducido a unos pocos nucleones. Esto conlleva, un allanamiento de las pesadas dificultades que ofrecen los cálculos en los modelos de partícula independiente para capas semiabiertas. Aunque, sólo es aplicable, en forma relativamente sencilla, a núcleos no deformados y esféricos, o núcleos con unos pocos nucleones por sobre una capa cerrada, que son también generalmente esféricos en su estado fundamental.

2.2 Operadores de Cuasipartículas o La transformación de Bogoljubov-Valantin

Consideremos un conjunto de n nucleones de valencia, fuera de un carozo doblemente cerrado, y su distribución en o orbitales. En el modelo de capas[118] el problema de construir una base para n partículas, con momento angular y paridad fija J^π se torna inmanejable muy rápidamente. Ya que al aumentar n o o , el número de sitios disponibles para las n partículas crece a cantidades tan grandes, que aún hoy con todo el desarrollo de supercomputadoras, es casi imposible realizar. La imposibilidad radica en que es necesario poder diagonalizar matrices del Hamiltoniano[162],[68] prohibitivamente grandes.

La aproximación de BCS, reduce este problema introduciendo un conjunto de operadores fermiónicos llamados de cuasipartículas (c.p.). Estos se construyen a partir de una transformación canónica lineal. Esta es una combinación lineal de dos operadores uno de partícula y otro de agujero. Con la condición de que, uno de sus coeficientes posea amplitud de probabilidad de crear una partícula por arriba del nivel atribuido a la energía de Fermi. Y por otro lado, el otro posea la amplitud de probabilidad complementaria y la capacidad de aniquilar una partícula con los los mismos números cuánticos a excepción de la proyección del impulso angular, que tendrá la misma mag-

nitud pero de diferente signo.

En base a este concepto Bogoljubov y Valantin [33] definieron:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{a}_\zeta^\dagger \\ \mathbf{a}_{\bar{\zeta}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_\zeta & -v_\zeta s_\zeta \\ v_\zeta s_\zeta & u_\zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{c}_\zeta^\dagger \\ \mathbf{c}_{\bar{\zeta}} \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

donde, las $[\mathbf{c}_\zeta^\dagger]^\dagger = \mathbf{c}$ representan operadores de partícula y las \mathbf{a}_ζ de cuasi-partículas, respectivamente, $s_\zeta = (-)^{j_\zeta - m_\zeta}$ es una fase y ζ y $\bar{\zeta}$ representan, todos los números cuánticos, incluyendo la proyección del impulso angular, m_ζ , para el primero y su reverso temporal para el segundo respectivamente, para nucleones idénticos, o sea $\zeta = \pi$ (protones) o ν (neutrones). De la simple observación, se pueden extraer los casos límites en que $u_\zeta = 1$ y $v_\zeta = 0$, para el cual, la expresión para los operadores \mathbf{a}_ζ ecuación 2.1 se reduce:

$$\mathbf{a}_\zeta^\dagger = \mathbf{c}_\zeta^\dagger \quad (2.2)$$

$$\mathbf{a}_\zeta = \mathbf{c}_\zeta, \quad (2.3)$$

y para $u_\zeta = 0$ y $v_\zeta = 1$ se obtiene:

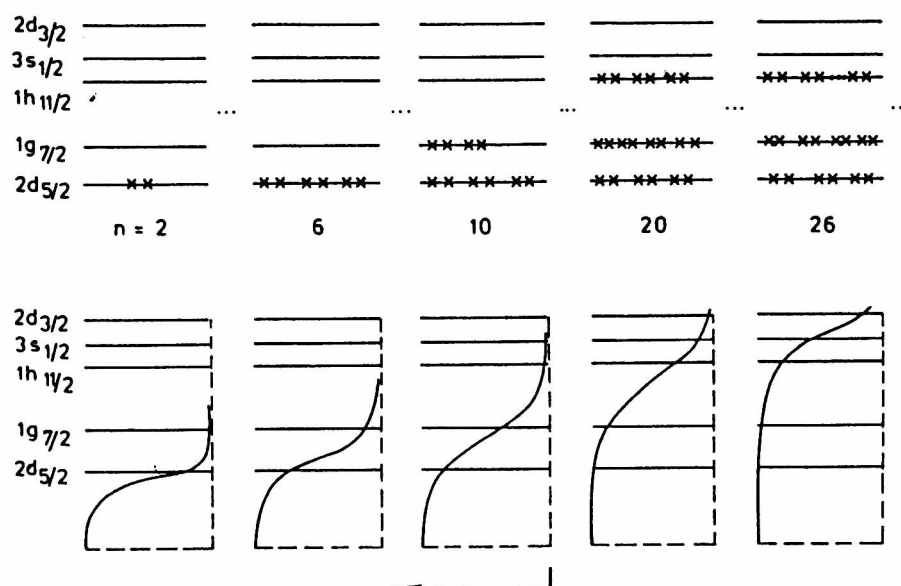
$$\mathbf{a}_\zeta^\dagger = \mathbf{c}_{\bar{\zeta}} \quad (2.4)$$

$$\mathbf{a}_\zeta = \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}^\dagger. \quad (2.5)$$

De las relaciones 2.3 y 2.5, se ve claramente que en el caso límite estos

operadores se reducen a los operadores partícula del Modelo de Capas[118]. En todos los demás casos, tomarán valores entre 0 y 1 y análogamente para v.

La forma de la curva que representa la energía de Fermi, depende en principio, del número de nucleones n a distribuir en o orbitales. Si se suponen cinco orbitales de valencia, como por ejemplo la última capa del ^{116}Sn : $2d_{5/2}$, $1g_{7/2}$, $1h_{11/2}$, $3s_{1/2}$ y un $2d_{3/2}$ y se tiene $n = 2, 6, 10, 20$ y 26 nucleones a distribuir, es sencillo ver que el número de posibilidades para ubicar n nucleones en cinco orbitales aumenta rápidamente con n , gráficamente:



Se destaca que los nucleones en la parte superior están ubicados en una de las múltiples ubicaciones posibles y la graficada es la más sencilla.

Estos objetos matemáticos llamados cuasipartículas (cp) en alusión a su probabilidad de ser parte partícula y parte agujero, poseen bajo la definición 2.1, un sentido amplio ya que u_ζ^2 y v_ζ^2 son las probabilidades de desocupación y ocupación respectivamente lo que hace a estas cantidades complementarias para cada orbital, lo que matemáticamente se traduce como;

$$u_\zeta^2 + v_\zeta^2 = 1. \quad (2.6)$$

La ecuación 2.6 puede derivarse también del carácter fermiónico de los operadores definidos por 2.1 ya que:

$$\{\mathbf{a}_\alpha, \mathbf{a}_\beta\} = \delta_{\alpha\beta}, \{\mathbf{a}_\alpha, \mathbf{a}_\beta\} = \mathbf{0} = \{\mathbf{a}_\alpha^\dagger, \mathbf{a}_\beta^\dagger\} \quad (2.7)$$

La transformación de B-V, tiene algunos rasgos peculiares, si se considera el estado de cero cuasipartícula a:

$$|0_{cp}\rangle \equiv |BCS\rangle, \quad (2.8)$$

este estado será por lo tanto el vacío natural de los operadores \mathbf{a} , ya que éstos tienen la propiedad de aniquilarlo :

$$\mathbf{a}_\zeta |BCS\rangle = \mathbf{0} \quad \text{o} \quad = \mathbf{a}_\zeta^\dagger |BCS\rangle. \quad (2.9)$$

En términos de estados de partícula \mathbf{c}_ζ^\dagger o \mathbf{c}_ζ el estado $|\text{BCS}\rangle$ es una combinación lineal de:

$$|\text{BCS}\rangle = \lambda_0|0\rangle + \sum_{\zeta} \lambda_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} |0\rangle + \sum_{\zeta} \lambda_{-\zeta} \mathbf{c}_{-\zeta}^{\dagger} |0\rangle + \sum_{\zeta} \mu_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{-\zeta}^{\dagger} |0\rangle + \dots,$$

donde, los coeficientes $\lambda_0, \lambda_{\zeta}, \mu_{\zeta}, \dots$ están determinados por la condición (2.9). Es posible demostrar que la forma explícita de la función de onda $|\text{BCS}\rangle$, la que también se suele denominar función de prueba y representa al vacío es:

$$|\text{BCS}\rangle = N \prod_{\zeta} \left(1 + \frac{v_{\zeta}}{u_{\zeta}} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \right) |0\rangle, \quad (2.10)$$

la cual, expandida es de la forma general (2.10), y satisface las condiciones (2.9):

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{\zeta} \left(1 + \frac{v_{\zeta}}{u_{\zeta}} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \right) &= (u_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta} - v_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger}) \left(1 + \frac{v_{\zeta}}{u_{\zeta}} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \right) = \\ &= u_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta} + v_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} - v_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

y usando la regla de conmutación $[\mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} = 0]$, dada por el principio de exclusión de Pauli válido para fermiones idénticos como los que estamos tratando, se puede probar

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_\zeta \left(1 + \frac{v_\zeta}{u_\zeta} \mathbf{c}_\zeta^\dagger \mathbf{c}_\zeta^\dagger \right) |0\rangle &= 0 \\ \mathbf{a}_{\bar{\zeta}} \left(1 + \frac{v_\zeta}{u_\zeta} \mathbf{c}_\zeta^\dagger \mathbf{c}_\zeta^\dagger \right) |0\rangle &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Con lo cual la función de prueba satisface 2.9. Además es posible determinar la constante de normalización N como:

$$N = \prod_{\zeta} u_\zeta$$

con la cual (2.10) se escribe:

$$|\text{BCS}\rangle = \prod (u_\zeta + v_\zeta \mathbf{c}_\zeta^\dagger \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}^\dagger) |0\rangle, \quad (2.13)$$

y en función de la expansión (2.10) queda como:

$$|\text{BCS}\rangle = N \left\{ 1 + \sum_{\zeta} \frac{v_\zeta}{u_\zeta} \mathbf{c}_\zeta^\dagger \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}^\dagger + \sum_{\zeta, \zeta'} \frac{v_\zeta v_{\zeta'}}{u_\zeta u_{\zeta'}} \mathbf{c}_\zeta^\dagger \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}^\dagger \mathbf{c}_{\bar{\zeta}'}^\dagger \mathbf{c}_{\zeta'}^\dagger + \dots \right\} |0\rangle. \quad (2.14)$$

Es evidente que este vacío contiene un número indeterminado de nucleones, pero con la propiedad de además de ser el vacío de Hartre-Fock ($|0\rangle$) como primera aproximación. Es posible operando algebraicamente transformar la ecuación anterior en:

$$|\text{BCS}\rangle = \prod_{\zeta > 0} u_\zeta^{\Omega_\zeta} \exp \left[\sum_{\zeta} \frac{v_\zeta}{u_\zeta} s_\zeta \mathbf{c}_\zeta^\dagger \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}^\dagger \right] |0\rangle, \quad (2.15)$$

donde $\Omega = j + \frac{1}{2}$. Desarrollando el exponencial y agrupando los términos con igual número de pares se obtiene:

$$|\Psi_{2p}\rangle = \prod_{\zeta>0} \frac{u_{\zeta}}{p!} \left[\sum_{\zeta} \frac{v_{\zeta}}{u_{\zeta}} s_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}^{\dagger} \right]^p |0\rangle, \quad (2.16)$$

y esta superposición de pares es la componente de BCS con $2p$ partículas o p pares: $|\Psi_{2p}\rangle$, y a su vez, si sumamos sobre todos los pares de esta función no normalizada, se obtiene obviamente $|BCS\rangle$

$$|BCS\rangle = \sum_p^{pmax} |\Psi_{2p}\rangle \quad (2.17)$$

De aquí resulta evidente que $|BCS\rangle$ es una mezcla de uno, dos o más pares de partículas idénticas apareadas a momentum angular total $J = 0$. Este último razonamiento, pone de manifiesto la violación de la conservación del número de partículas. Por otra parte, esta última permite asimilar el problema infinito definido en los medios superconductores, con la materia nuclear obviamente finita. Los valores de u_{ζ} y v_{ζ} , a veces también llamados parámetros superconductores por analogía al problema en estado sólido, serán determinados posteriormente sobre los valores que toma el Hamiltoniano de BCS, como solución a un problema variacional, que se definirá posteriormente.

2.2.1 Operadores duplos de cuasipartículas

Es útil definir ahora ciertas combinaciones de los operadores creación y destrucción que serán usadas posteriormente para definir estados nucleares de

más de un nucleón. Dos diferentes casos se observan:

- *a.- para partículas idénticas:*

$$\begin{aligned} A^\dagger(\zeta_1\zeta_2JM) &= [A(\zeta_1\zeta_2JM)]^\dagger \\ &= \sum_{m_{\zeta_1}m_{\zeta_2}} (j_{\zeta_1}m_{\zeta_1}j_{\zeta_2}m_{\zeta_2}|JM)\mathbf{a}_{\zeta_1}^\dagger\mathbf{a}_{\zeta_2}^\dagger \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\tilde{A}(\zeta_1\zeta_2JM) = \sum_{m_{\zeta_1}m_{\zeta_2}} (j_{\zeta_1}m_{\zeta_1}j_{\zeta_2}m_{\zeta_2}|JM)\mathbf{a}_{\zeta_1}^\dagger s_{\zeta_2}\mathbf{a}_{\zeta_1}, \quad (2.19)$$

donde, el $(j_{\zeta_1}m_{\zeta_1}j_{\zeta_2}m_{\zeta_2}|JM)$ representa el factor geométrico de acoplamiento, comúnmente llamado Clebsh-Gordon[36] y j_i, m_i , son el impulso angular de la partícula i y su proyección y J, M son el impulso angular total del acoplamiento y su proyección. Estos operadores así definidos no están antisimetrizados ni normalizados. En nuestro caso la antisimetrización y normalización serán introducidas en la función de onda o en la interacción según sea el caso y la definición de sus equivalentes simetrizados adoptará la forma de:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^\dagger(\zeta_1\zeta_2JM) &= [\mathcal{A}(\zeta_1\zeta_2JM)]^\dagger \\ &= \mathcal{N}(\zeta_1\zeta_2) \times \hat{\mathcal{P}}(\zeta_1\zeta_2, J) \times A^\dagger(\zeta_1\zeta_2JM), \end{aligned} \quad (2.20)$$

donde :

$$\hat{\mathcal{P}}(\zeta_1\zeta_2, J) = (1 - (-)^{j_{\zeta_1}+j_{\zeta_2}+J})P(\zeta_1 \longleftrightarrow \zeta_2) \quad (2.21)$$

y,

$$\hat{\mathcal{P}}(\zeta_1 \longleftrightarrow \zeta_2) \quad (2.22)$$

es el operador permutador del estado ζ_1 con el ζ_2 .

- *b.- partículas no idénticas* En este caso la interacción entre protón-neutrón, satisface la relación de conmutación $[c_p^\dagger, c_n] = 0$, lo que permite, considerar a los espacios generados por los dos tipos de bariones como separables[169] y conmutantes, con lo cual no es necesario considerar el operador antisimetrización $\hat{\mathcal{P}}$ por lo tanto:

$$\begin{aligned} \hat{A}^\dagger(pnJM) &= \sum_{m_p, m_n} (j_p m_p j_n m_n | JM) \mathbf{a}_p^\dagger \mathbf{a}_n^\dagger \\ \tilde{\hat{A}}(pnJM) &= \sum_{m_p, m_n} (j_p m_p j_n m_n | JM) \mathbf{a}_p^\dagger \mathbf{a}_{\bar{n} s_n} \end{aligned} \quad (2.23)$$

2.3 El Hamiltoniano de BCS.

Recordemos que el Hamiltoniano del modelo de capas más general, se puede agrupar como:

$$H = H_\nu + H_\pi + H_{\pi\nu}, \quad (2.24)$$

donde, los subíndices indican los términos correspondientes a ν neutrón, π

protón y por último la interacción entre éstos, los cuales se pueden agrupar en función de si son o no operadores de uno o dos o más cuerpos. Teniendo en cuenta hasta dos cuerpos, se tiene:

$$H = H_{p.i.}^\zeta + H_{res} \quad (2.25)$$

donde,

$$H_{p.i.}^{\zeta} = \sum_{\zeta} \epsilon_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{\zeta} \quad (2.26)$$

y,

$$H_{res} = \frac{1}{4} \sum_{\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4} \langle \zeta_1 \zeta_2 | V^{\zeta} | \zeta_3 \zeta_4 \rangle \mathbf{c}_{\zeta_1}^{\dagger} \mathbf{c}_{\zeta_2}^{\dagger} \mathbf{c}_{\zeta_4} \mathbf{c}_{\zeta_3} + \sum_{(\pi, \pi')(\nu, \nu')} \langle \pi \nu | V_{pn} | \pi' \nu' \rangle \mathbf{c}_{\pi}^{\dagger} \mathbf{c}_{\nu}^{\dagger} \mathbf{c}'_{\nu} \mathbf{c}'_{\pi} + \mathcal{O}(\lambda > \epsilon) \quad (2.27)$$

con $\zeta = \pi, \nu$, para π protones y ν neutrones, y, ϵ_{ζ} es la energía de partícula independiente. $\langle \zeta_1 \zeta_2 | V^{\zeta} | \zeta_3 \zeta_4 \rangle$, es el elemento de matriz de la interacción entre nucleones idénticos en un potencial central y, $\langle \pi \nu | V_{pn} | \pi' \nu' \rangle$ entre nucleones no idénticos, ζ_i, π, ν rotulan todos los números cuánticos $\zeta_i \equiv (n_i, l_i, j_i, m_i)$ necesarios para especificar un estado de partícula independiente en un modelo de capas de potencial central.

Aplicando, el Teorema de Wick [261],[133] a la expresión del Hamiltonino como función de los operadores de cp mediante la Ec.2.1, y, teniendo en cuenta en nuestro caso, que la interacción residual entre protón-neutrón es sólo función de dos cuerpos. Esto implica que su valor de vacío es cero, contribuyendo sólo al Hamiltoniano su producto normal.¹ Con lo que luego

¹Existen autores que consideran valores de vacío para la interacción protón-neutrón[125] [67], lo que es equivalente a considerar apareamiento entre partículas no idénticas, la cual se justifica si se aplica a núcleos con idéntico número de protones y neutrones, o también en correcciones a la autonergía [215]

de expresar las contracciones y los productos normales en función de los operadores de cuasipartícula (2.1), [19][201][220] se tiene:

$$\left. \begin{aligned} H_{p.i.}^\zeta &= \sum_\zeta H_{00}^\zeta + H_{11}^\zeta + H_{02}^\zeta + hc. \\ H_{res} &= \sum_\zeta H_{22}^\zeta + H_{13}^\zeta + H_{04}^\zeta + H_{22}^{pn} + H_{13}^{pn} + H_{04}^{pn} + hc. \end{aligned} \right\}, \quad (2.28)$$

con $\zeta = \pi, \nu$, para π protones y ν neutrones,

cuyos valores son de la siguiente forma:

$$\hat{H}_{00}^\zeta = \sum_{\zeta_1} \hat{\zeta}_1^2 \left[(\eta_{\zeta_1} - \mu_{\zeta_1}) v_{\zeta_1}^2 - \frac{1}{2} u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} \Delta_{\zeta_1} \right] \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{\zeta_1} \hat{\zeta}_1^2 v_{\zeta_1}^2 \epsilon_{\zeta_1} + \frac{1}{4} \sum_{\zeta_1, \zeta_3} \hat{\zeta}_1 \hat{\zeta}_3 (v_{\zeta_1}^2 v_{\zeta_3}^2 F(\zeta_1, \zeta_1 \zeta_3, \zeta_3, 0, 1) + \\ &+ u_{\zeta_1} v_{\zeta_3} u_{\zeta_3} v_{\zeta_1}) G(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_3, 0, 1) \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\hat{H}_{11}^\zeta = \sum_{\zeta_1} \hat{\zeta}_1 \left[(u_{\zeta_1}^2 - v_{\zeta_1}^2) \eta_{\zeta_1} + 2u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} \Delta_{\zeta_1} \right] \bar{A}(\zeta_1 \bar{\zeta}_1 00) \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} &= - \sum_{\zeta_1} \hat{\zeta}_1^2 (u_{\zeta_1}^2 - v_{\zeta_1}^2) \epsilon_{\zeta_1} + \frac{1}{2} \sum_{\zeta_1, \zeta_3} \hat{\zeta}_3^2 (u_{\zeta_1}^2 - v_{\zeta_1}^2) v_{\zeta_3}^2 F(\zeta_1, \zeta_1 \zeta_3, \zeta_3, 0, 1) - \\ &- u_{\zeta_1} v_{\zeta_3} u_{\zeta_3} v_{\zeta_1} G(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_3, 0, 1) \bar{A}(\zeta_1 \bar{\zeta}_1 00) \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{02}^\zeta &= \left[\hat{H}_{20}^\zeta \right]^\dagger \\ &= - \sum_{\zeta_1} \hat{\zeta}_1 \left[\eta_{\zeta_1} u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} + \frac{1}{2} (u_{\zeta_1}^2 - v_{\zeta_1}^2) \Delta_{\zeta_1} \right] A^\dagger(\zeta_1 \bar{\zeta}_1 00) \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} &= - \sum_{\zeta_1} \hat{\zeta}_1 u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} \epsilon_{\zeta_1} + \frac{1}{4} \left[\sum_{\zeta_1, \zeta_3} 4 \hat{\zeta}_3 v_{\zeta_1}^2 u_{\zeta_1} u_{\zeta_3} F(\zeta_1, \zeta_1 \zeta_3, \zeta_3, 0, 1) - \right. \\ & \left. u_{\zeta_3} v_{\zeta_3} (u_{\zeta_1}^2 - v_{\zeta_1}^2) G(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_3, 0, 1) \right] \bar{A}(\zeta_1 \bar{\zeta}_1 00) \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\hat{H}_{22}^\zeta = \frac{1}{4} \sum_{\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \zeta_4 JM} \{ [u_{\zeta_1} u_{\zeta_2} u_{\zeta_3} u_{\zeta_4} + v_{\zeta_1} v_{\zeta_2} v_{\zeta_3} v_{\zeta_4}] G(\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \zeta_4 JT) +$$

$$+4u_{\zeta_1}v_{\zeta_2}u_{\zeta_3}v_{\zeta_4}F(\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4JT)\}A^\dagger(\zeta_1\zeta_2JM)\times A(\zeta_3\zeta_4JM) \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{13}^\zeta &= [\hat{H}_{31}^\zeta]^\dagger \\ &= -\frac{1}{2}\sum_{\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4JM}(-)^{J+M}[u_{\zeta_1}u_{\zeta_2}u_{\zeta_3}v_{\zeta_4}-v_{\zeta_1}v_{\zeta_2}v_{\zeta_3}u_{\zeta_4}]\times \\ &\quad G(\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4JT)A^\dagger(\zeta_1\zeta_2JM)\times \tilde{A}(\zeta_3\zeta_4JM) \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{04}^\zeta &= [\hat{H}_{40}^\zeta]^\dagger \\ &= -\frac{1}{4}\sum_{\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4JM}(-)^{J+M}u_{\zeta_1}u_{\zeta_2}v_{\zeta_3}v_{\zeta_4}G(\zeta_2\zeta_1\zeta_3\zeta_4JT)\times \\ &\quad \times A^\dagger(\zeta_2\zeta_1J-M)\times A^\dagger(\zeta_3\zeta_4JM) \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{22}^{pn} &= \sum_{p,n,p',n'JM} \left\{ [u_p u_n u'_p u'_n + v_p v_n v'_p v'_n] G(pp'n'JT) + \right. \\ &\quad \left. + [u_p u'_p v_n v'_n + v_p v'_p u_n u'_n] \times F(pp'n'JT) \right\} \\ &\quad \hat{\Gamma}^\dagger(pnJM) \times \hat{\Gamma}(p'n'JM) + \Upsilon(pp', nn', JT) \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{p,n,p',n'JM} \left\{ [u_p u_n u'_p u'_n + v_p v_n v'_p v'_n] F(p'pnn'JT) \right. \\ &\quad \left. + [u_p u'_p v_n v'_n + v_p v'_p u_n u'_n] F(pp'n'n'JT)(-)^{J+M+1} \right\} \times \\ &\quad \bar{A}(pp'JM) \times \bar{A}(nn'JM) + \Upsilon(pp', nn', JT) \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{\pi,\nu,\pi',\nu'} \left\{ [u_p u_n u'_p u'_n + v_p v_n v'_p v'_n] \langle \pi\nu | V^{pn} | \pi'\nu' \rangle \right. \\ &\quad \left. - \langle \pi, -\nu' | V^{pn} | \pi', -\nu \rangle s_\nu s_{\nu'} [u_p u'_p v_n v'_n + v_p v'_p u_n u'_n] \right\} \\ &\quad \times a_\pi^\dagger a_\nu^\dagger a_{\nu'} a_{\pi'} + \Upsilon(pp', nn', J) \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{13}^{pn} &= [\hat{H}_{31}^{pn}]^\dagger \\ &= -\sum_{p,n,p',n'JM} [u_n u_p u'_n v'_p - v_n v'_n u_p v'_p] G(pp'n'JT) \times \\ &\quad \hat{\Gamma}^\dagger(pnJM) \times \tilde{\Gamma}(p'n'J, -M) \{1 + P(p \longleftrightarrow n)\} \times \end{aligned}$$

$$\times P(n' \longleftrightarrow p')\} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{p,n,p',n',JM} \left[u_n u_p u'_n v'_p (-)^{n+n'+J} F(pp'n'nJT) \right. \\
&\quad \left. + F(pp'nn'JT) v_n v'_n u_p v'_p \right] (-)^{J+M} \\
&\quad A^\dagger(pp'JM) \times \bar{A}(nn'J - M) \{1 + P(p \longleftrightarrow n) \times \\
&\quad \times P(n' \longleftrightarrow p')\} \quad (2.42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{H}_{04}^{pn} &= [\hat{H}_{40}^{pn}]^\dagger \\
&= - \sum_{p,n,p',n',JM} (-)^{J+M} u_p u'_n v'_p v_n F(pp'nn'JT) \times \\
&\quad [A^\dagger(pp'JM) \times A^\dagger(nn'J, -M)] = \quad (2.43)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= - \sum_{p,n,p',n',JM} (-)^{J+M} u_p u'_n v'_p v_n G(pp'n'nJT) \times \\
&\quad [\hat{A}^\dagger(pnJM) \times \hat{A}^\dagger(p'n'J, -M)] \quad (2.44)
\end{aligned}$$

Donde Υ es función de los operadores duplos (sección 2.2.1) como:

$$\begin{aligned}
\Upsilon(pp', nn', JT) &= - \sum_{p,n,p',n',J,M} u_p v'_p v'_n u_n F(pp'nn'JT) \\
&\quad [A^\dagger(pp'JM) \times A(nn', JM) + A^\dagger(nn'JM) \times A(pp', JM)]
\end{aligned}$$

con $\hat{\zeta}_i = (2j_{\zeta_i} + 1)^{\frac{1}{2}}$, y $s_{\zeta_i} = (-)^{j_{\zeta_i} - m_{\zeta_i}}$, y, $\eta = \epsilon_{\zeta} - \mu_{\zeta}$. Las relaciones:

$$\Delta_{\zeta_1} = -\frac{1}{2} \hat{\zeta}_1^{-1} \sum_{\zeta_3} \hat{\zeta}_3 u_{\zeta_3} v_{\zeta_3} G(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_3, 0, 1), \quad (2.45)$$

$$\mu_{\zeta_1} = -\hat{\zeta}_1^{-1} \sum_{\zeta_3} \hat{\zeta}_3 v_{\zeta_3}^2 F(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_3, 0, T), \quad (2.46)$$

reciben los nombres de potencial de apareamiento, y autoenergía respectivamente.

Las funciones $G(\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4, JT)$, $F(\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4JT)$ ² son los elementos de matriz antisimetrizados de la interacción de dos cuerpos, de los canales partícula-partícula y partícula-agujero, respectivamente. (ver Apéndice sección Elementos de matriz de la Interacción).

Los subíndices en los distintos sumandos del Hamiltoniano están relacionados con el número de operadores creación, primer subíndice y aniquilación, el segundo subíndice. Así por ejemplo, \widehat{H}_{00}^ζ , rotula al sumando que carece de operadores.

Por otro lado, en cuanto a la parte correspondiente a las partículas idénticas ($\zeta = \pi, \nu$), los diferentes términos, pueden relacionarse

- i.- Partículas idénticas \widehat{H}_{ii}^ζ con cualquier subespacio independiente del número de operadores, pero que contenga el mismo número de partículas en el estado inicial y final. Para \widehat{H}_{i0}^ζ , se obtendrán valores de espectación diferentes de cero en caso de conectar el vacío como estado inicial con

²Las funciones $G(\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4JT)$ en este trabajo están relacionadas con las de la literatura de Baranger[19], Allaart [6], Ram Raj [214][201] y Gambhir[102] como:

$$\begin{aligned} G(abcdJT) &= -2G_{\text{Baranger}} = G_{\text{Allaart}} = G_{\text{RamRaj}} \\ F(abcdJT) &= -2F_{\text{Baranger}} = F_{\text{Allaart}} = F_{\text{RamRaj}} \end{aligned}$$

el subespacio final de estados i cuasipartículas, o viceversa.

- ii.-Partículas no idénticas (pn). Aquí es necesario analizar detalladamente término por término, por ejemplo en el caso de \widehat{H}_{22}^{pn} puede conectar subespacios de n,p a n',p' partículas de la siguiente forma,

$$1.- [2p\pi, 2n\nu] \longleftrightarrow [2p'\pi, 2n'\nu], \text{ con } n = n' = 1, 2\dots, p = p' = 1, 2\dots$$

$$2.- [p\pi, 4n\nu] \longleftrightarrow [2p'\pi, 2n'\nu], \text{ con } p = 0, n = n' \geq 1, p' \geq 1,$$

$$3.- [4p\pi, n\nu] \longleftrightarrow [2p'\pi, 2n'\nu], \text{ con } n = 0, p = p' \geq 1, n' \geq 1,$$

$$4.- [(2p+1)\pi, n\nu] \longleftrightarrow [(2p'+1)\pi, n'\nu], \text{ con } p = p' \geq 0 \text{ y } n = n' \geq 1,$$

$$5.- [p\pi, (2n+1)\nu] \longleftrightarrow [p'\pi, (2n'+1)\nu], \text{ con } p = p' \geq 1 \text{ y } n = n' \geq 0$$

Para \widehat{H}_{13}^{pn}

$$6.- [p\pi, (2n+1)\nu] \longleftrightarrow [p'\pi, n'\nu], \text{ con } p = p' \geq 1 \text{ y } n = n' \geq 1$$

$$7.- [(2p+1)\pi, n\nu] \longleftrightarrow [p'\pi, n'\nu], \text{ con } p = p' \geq 1 \text{ y } n = n' \geq 1$$

y por último para \widehat{H}_{40}^{pn}

$$8.- [2p\pi, 2n\nu] \longleftrightarrow [(2p'+2)\pi, (2n'+2)\nu], \text{ con } p = p' \geq 0 \text{ y } n = n' \geq 0$$

Por último para dejar completo el conjunto de operadores necesarios, para desarrollar la aproximación de BCS, recordamos que \widehat{N} es el operador

número de partículas :

$$\widehat{N} = \sum_{\zeta > 0} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{\zeta} + \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}^{\dagger} \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}, \quad (2.47)$$

expresado en segunda cuantificación, y que su vez

$$[\widehat{H}, \widehat{N}] = 0, \quad (2.48)$$

conmuta con el operador Hamiltoniano Ec.2.24 (cuando H, no tiene aproximaciones). Pero si 2.3 se expresa en cp entonces \widehat{N}_{cp} como el operador número en cp es de la forma:

$$\widehat{N}_{cp} = \sum_{\zeta > 0} \mathbf{a}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{a}_{\zeta} + \mathbf{a}_{\bar{\zeta}}^{\dagger} \mathbf{a}_{\bar{\zeta}} \quad (2.49)$$

y no conmuta con el operador Hamiltoniano

$$[\widehat{N}_{cp}, \widehat{N}] \neq 0, \quad (2.50)$$

esto se debe a que sólo \widehat{H}_{00}^{ζ} y \widehat{H}_{11}^{ζ} conmutan con el operador número en cuasipartículas.³

Esto obviamente, implica fijar el número de cp al costo de una situación no física, ya que así, se introduce la indeterminación del verdadero número que es \widehat{N} .

³Con respecto a los términos \widehat{H}_{22}^{ζ} , \widehat{H}_{13}^{ζ} , \widehat{H}_{04}^{ζ} y $\widehat{\Pi}_{i,j}^{pm}$, se suelen considerar como perturbación, en el caso de interacción de apareamiento constante

La idea para reducir este problema fue propuesta y fundamentada por N. N. Bogoljubov y recibe el nombre de método de cuasipromedios[234] ⁴.

Esta se realiza a través de la mejor elección de los parámetros superconductores, de tal manera que conserven en promedio del número real de partículas \mathcal{N} , o sea la indeterminación pasa a ser un cálculo de minimización, con la restricción de

$$\langle \text{BCS} | \widehat{N}^\zeta | \text{BCS} \rangle = \mathcal{N}_0 \quad (2.51)$$

lo que conduce al problema variacional:

$$H = \widehat{H} - \lambda \widehat{N}^\zeta \quad (2.52)$$

y agrupando los términos de igual número de operadores se obtiene,

$$H_{00}(\lambda) = \widehat{H}_{00} - \lambda \sum_{\zeta_1} \hat{\zeta}_1^2 v_{\zeta_1}^2 \quad (2.53)$$

$$H_{11}(\lambda) = \widehat{H}_{11} - \lambda \sum_{\zeta_1} \hat{\zeta}_1 (u_{\zeta_1}^2 - v_{\zeta_1}^2) \bar{A}(\zeta_1 \zeta_1 00) \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} H_{02}(\lambda) &= H_{20}^\dagger(\lambda) \\ &= H_{20} - \lambda \sum_{\zeta_1} \hat{\zeta}_1 u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} A^\dagger(\zeta_1 \zeta_1 00) \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$\widehat{H} = H(\lambda) + \widehat{H}_{\text{res}} \quad (2.56)$$

⁴También propuso el método de eliminación de términos peligrosos

conduciendo a un sistema de ecuaciones de Euler asociado:

$$\frac{\partial}{\partial v_{\zeta}} \langle \text{BCS} | \widehat{H} | \text{BCS} \rangle + \frac{v_{\zeta}}{u_{\zeta}} \frac{\partial}{\partial u_{\zeta}} \langle \text{BCS} | \widehat{H} | \text{BCS} \rangle = 0 \quad (2.57)$$

Obviamente existe otra ecuación en derivadas parciales pero esta es linealmente dependiente por la relación eq. 2.6 y la parte correspondiente al Hamiltoniano residual no contribuye .

Con estas hipótesis 2.57 y 2.51 aplicadas al conjunto definido por $H(\lambda)$, se obtiene:

$$\begin{aligned} 2u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} (\epsilon_{\zeta_1} - \mu_{\zeta_1} - \lambda) &= (u_{\zeta_1}^2 - v_{\zeta_1}^2) \Delta_{\zeta_1} \\ N_0 &= \sum_{\zeta_1} \zeta_{\zeta_1}^2 v_{\zeta_1}^2 \end{aligned} \quad (2.58)$$

la resolución de este sistema de ecuaciones comúnmente llamado ecuaciones de brecha ("gap") conduce a los llamados parámetros superconductores v_{ζ} y u_{ζ} , así también como a la energía del estado BCS (E_{BCS}), permitiendo transformar al Hamiltoniano $H(\lambda)$ 2.56 en:

$$H(\lambda) = E_{\text{BCS}} + H_{11}(\lambda) \quad (2.59)$$

con:

$$\begin{aligned} E_{\text{BCS}} &= H_{00}(\lambda) + \lambda \mathcal{N}_0 \\ H_{11}(\lambda) &= \sum_{\zeta} E_{\zeta} \mathbf{a}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{a}_{\zeta} \end{aligned} \quad (2.60)$$

y:

$$E_{\zeta} = [(\epsilon_{\zeta} - \lambda - \mu_{\zeta})^2 + \Delta_{\zeta}^2]^{\frac{1}{2}} \quad (2.61)$$

la así llamada energía de cuasipartícula (cp).

Por último despejando de la ecuación 2.58 se obtienen los parámetros superconductores:

$$u_{\zeta}^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\tilde{\epsilon}_{\zeta} - \lambda}{[(\tilde{\epsilon}_{\zeta} - \lambda)^2 - \Delta^2]^{\frac{1}{2}}} \right] \quad (2.62)$$

$$v_{\zeta}^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\tilde{\epsilon}_{\zeta} - \lambda}{[(\tilde{\epsilon}_{\zeta} - \lambda)^2 - \Delta^2]^{\frac{1}{2}}} \right], \quad (2.63)$$

donde $\tilde{\epsilon} = \epsilon_{PI} - \mu$.

2.3.1 Límite de Apareamiento

Este es un caso particular, donde las partes correspondientes a interacciones de dos cuerpos, $G(abcdJT)$ y $F(abcdJT)$, son reemplazadas por una función constante G tal que:

$$G(abcd, J = 0T = 1) = 2\hat{a} \hat{c} \delta_{a,b} \delta_{c,d} G_{\zeta} \quad (2.64)$$

ζ = protones o neutrones y G suele definirse [19]

$$G_n = \frac{23}{A}$$

y

$$G_p = \frac{19}{A}$$

son las constantes para cada neutrones y protones respectivamente.

Esto se traducirá en una resolución más sencilla para la ecuación de brecha (Ec. 2.58) ya que la sustitución de Ec. 2.64 en la ecuación 2.45 [210][211][177][96]. conduce:

$$\Delta = G \sum_{\zeta > 0} u_{\zeta} v_{\zeta} \quad (2.65)$$

y de la ecuación de brecha se transforma en:

$$\sum_{\zeta} [(\hat{\epsilon} - \lambda)^2 + \Delta^2]^{-\frac{1}{2}} = \frac{2}{G} \quad (2.66)$$

y la condición para \mathcal{N}_0 como:

$$\sum_{\zeta} \left[1 - \frac{\hat{\epsilon} - \lambda}{[(\hat{\epsilon} - \lambda)^2 + \Delta^2]^{-\frac{1}{2}}} \right] = \mathcal{N}_0 \quad (2.67)$$

En la práctica resolver estas dos últimas ecuaciones simultáneamente, para un dado conjunto de energías y un dado \mathcal{N} , con G significa encontrar las incógnitas λ y Δ . Este sistema es no lineal por lo tanto requiere de algún método interactivo de resolución, como lo es el método de Newton-Raphson.

2.4 Excitaciones de CP para Núcleos par-par e impar-impar.

Como ya se enunció el estado fundamental de un núcleo par-par es convenientemente descrito por la función de onda $|\text{BCS}\rangle$ que es el vacío de los operadores de cp o estado de 0cp al cual asociamos la energía E_{BCS} (energía del estado base). En la siguiente tabla (Tabla 2.1) se detallan las posibles excitaciones para los núcleos par-par e impar-impar que pueden aplicarse a BCS:

tipo de núcleo	no de cp excitaciones	operador sobre $ \text{BCS}\rangle$	Energía
par-par	$0\text{ cp} = \text{BCS}\rangle$	-	E_{BCS}
	2 cp	$[a_{\zeta_1}^\dagger \otimes a_{\zeta_2}^\dagger]_{JM}$	$E_{\text{BCS}} +$ $+E_{\zeta_1} + E_{\zeta_2}$
	4 cp	$[a_{\zeta_1}^\dagger \otimes a_{\zeta_2}^\dagger \otimes a_{\zeta_3}^\dagger \otimes a_{\zeta_4}^\dagger]_{JM}$	$E_{\text{BCS}} + E_a$ $+E_b + E_c + E_d$
impar-impar	1cp	$a_{\zeta_1}^\dagger$	$E_{\text{BCS}} + E_{\zeta_1}$
	3cp	$[a_{\zeta_1}^\dagger \otimes a_{\zeta_2}^\dagger \otimes a_{\zeta_3}^\dagger]$	$E_{\text{BCS}} + E_{\zeta_1} +$ $+E_b + E_c$

Tabla 2.1 Posibles excitaciones de cp para núcleos par-par o impar-impar.

Aclaración: No se han especificado ningún acoplamiento en particular de las excitaciones de 4cp dado que pueden ser consideradas de varias maneras distintas de acoplarlas.

2.4.1 Operadores de un cuerpo en BCS.

Cualquier tensor de rango λ puede ser expresado usando el formalismo de segunda cuantificación y los operadores de cp como la suma de tres terminos:

$$T_{\mu}^{\lambda} = \sum_i T_{\mu}^{\lambda}(i) \quad (2.68)$$

donde,

$$T_{\mu}^{\lambda}(1) = \delta_{\lambda 0} \delta_{\mu 0} \sum_{\zeta} \langle n_{\zeta} l_{\zeta} j_{\zeta} || T^{\lambda} || n_{\zeta} l_{\zeta} j_{\zeta} \rangle, \quad (2.69)$$

$$T_{\mu}^{\lambda}(2) = \hat{\lambda}^{-1} \sum_{\zeta\eta} \langle n_{\zeta} l_{\zeta} j_{\zeta} || T^{\lambda} || n_{\eta} l_{\eta} j_{\eta} \rangle \\ \times (u_{\zeta} v_{\eta} - (-)^{\mu} v_{\zeta} v_{\eta}) A(\zeta\bar{\eta}, \lambda\mu) \quad (2.70)$$

$$T_{\mu}^{\lambda}(3) = \hat{\lambda}^{-1} \sum_{\zeta\eta} \langle n_{\zeta} l_{\zeta} j_{\zeta} || T^{\lambda} || n_{\eta} l_{\eta} j_{\eta} \rangle \\ \times (u_{\zeta} v_{\eta} A^{\dagger}(\zeta\eta\lambda\mu) + u_{\eta} v_{\zeta} (-)^{\lambda+\mu} A(\zeta\eta, \lambda - \mu)) \quad (2.71)$$

2.5 Resumen:

A través del formalismo de BCS es posible resolver aproximadamente un núcleo, y mejor dicho en un estado fundamental transformando el problema de muchos nucleones, en unas pocas cp a través de la introducción de los operadores de cp, basándose en la fuerte “tendencia” al apareamiento de los nucleones. Esta reducción de los grados de libertad, ha sido una gran ventaja ya que además de poder penetrar más profundamente en la problemática de la estructura nuclear, también reduce el tiempo de cálculo involucrado en ese estudio.

Para cerrar este Capítulo e introducir el próximo, diremos que el problema de BCS puede ser resuelto de varias maneras:

- Métodos que no involucran un número fijo de nucleones
 1. Método mencionado en este Capítulo como ‘brecha’ usual[19]
 2. Método de BCS con bloqueo [194,232,258]. En el cual se tiene en cuenta el efecto de una partícula desapareada o impar sobre una distribución de pares (obviamente en núcleos impar-impar).
 3. Métodos de ecuación de gap inversa [111,112].

Este método, como lo sugiere su nombre, resuelve el problema en forma inversa. Dada una estimación de la energía de cuasi-partía tomada de la diferencia de masa par-impar, para los niveles

más bajos de núcleos de esas características adyacentes, se pueden obtener las energías de partícula independiente, así como también los parámetros de superconductores para núcleos impar-impar.

- Número fijo de nucleones. Como ya se mencionó BCS conserva el número de partículas en promedio. Como veremos en el Capítulo siguiente, es posible restaurar la simetría perdida a través de la proyección de la función de onda utilizada en un subespacio con la requerida simetría.

Capítulo 3

Restauración de Simetría.

3.1 Introducción

Uno de los problemas básicos de los cálculos que involucran estructura nuclear es la elección apropiada de los grados de libertad relevantes. Pero tal vez más difícil aún es relacionarlos, tratando de mantener las constantes de movimiento.

En Física Nuclear se suelen usar métodos aproximados que violan ciertas simetrías y por lo tanto las leyes de conservación asociadas. Tales violaciones son el resultado de intentar separar, en forma sencilla, las constantes de movimiento, de un sistema de por sí complejo como el núcleo. Este cuadro se complica más aún cuando se intenta describir la estructura nuclear teniendo en cuenta, conjuntamente su naturaleza microscópica, y también su

colectividad.

Es por esa razón que, una gran parte de los modelos, ya sea fenomenológicos o colectivos, optan por tener en cuenta alguno de ellos, pero no ambos. Lo más común es tener en cuenta los grados de libertad que estén directamente relacionados con la colectividad de los parámetros elegidos, despreciando parte de la estructura desde un punto de vista microscópico.

Una forma de relacionar ambos tipos de grados de libertad es hacer uso del Método Generador de Coordenadas (MGC)[135],[55] [146]. Este método, en una de sus aplicaciones conduce a la proyección de la función de onda, pero también a tener en cuenta los dos tipos de grados de libertad. Los colectivos, involucrados a través de la función de onda de BCS, en los parámetros superconductores, y el apareamiento de la misma y, por otro lado, a aquellos relacionados con una función de onda con buen número de partículas, es decir los microscópicos.

En general, las simetrías y las leyes de conservación asociadas, simplifican las soluciones mecano-cuánticas de problemas como el de dos o tres cuerpos, pero en el caso de muchos cuerpos, algunas de estas leyes habrá que tratarlas en un sentido amplio, tal el caso del número de partículas, en la aproximación de BCS, o el momentum en el Teorema del Centro de Masa o la conservación del momento angular en el modelo de Nilsson.

En la aproximación de BCS, para restaurar la simetría perdida, debido

a la no conservación del número de partículas, se requiere que el valor de expectación del operador número, \hat{N} , sea el número de nucleones que posee el núcleo a describir.

Mejores resultados, o más refinados, se obtienen si se proyecta sobre un subespacio con la requerida simetría. Una forma de lograr esto es usar a la proyección aplicada al formalismo de BCS.

De aquí en más proyectar las funciones de onda luego de haber resuelto el problema variacional es lo que comúnmente se denomina: Proyección de BCS (PBCS). Este tipo de restauración tiene como costo que la función de onda así proyectada ya no es solución del problema variacional original.

Otra forma de restaurar el número de partículas es partir de una función de onda, que posea el número de nucleones bien definido y que al mismo tiempo satisfaga el principio variacional, lo cual implica resolver la aproximación de BCS en forma total sin despreciar términos. A este último formalismo se lo llama BCS Completo Proyectado (BCSCP), conduciendo, en principio, a la mejor autofunción que satisface el Hamiltoniano.

Claramente, aunque ambas formas tienen en común la utilización de formalismo de proyección, que se describirá en este capítulo, ellas poseen una filosofía diferente.

El formalismo de BCSP fue primeramente desarrollado por Mac Farlane[170] y en formas alternativas, como el formalismo de pares rotos, propuesto por

Ghambir y otros[102]. El formalismo de BCSCP ha sido desarrollado por Mang[174], Ottaviani[199] y Bayman[24][6].

En este Capítulo se hará una descripción de estos formalismos y su aplicación, así como también del operador proyección y las dificultades con las cuales se puede tropezar.

3.2 Proyección de Estados Físicos.

3.2.1 Método del Generador de Coordenadas.

Una forma de investigar las propiedades de simetría de un dado Hamiltoniano o Lagrangiano, es aplicarle un dado operador, o conjunto de operadores que conservan cierto tipo de simetría. Si éste sigue aún conservándolas, se dice que es invariante, bajo la operación de simetría propuesta por el dado operador o conjunto de operadores. El conjunto de operadores que realizan dicha simetría, es llamado grupo si tiene definida la unidad, es cerrado bajo operaciones de producto interno definido entre miembros del conjunto; todo operador que le pertenezca posee inverso y es unitario, y por último su número puede no ser finito. Un ejemplo clásico, es el grupo de rotaciones. Este no tiene la suficiente estructura para describir todas las propiedades de un sistema, pero servirá como ejemplo para comprender más sencillamente el formalismo del operador proyección del número de partículas.

Sea un grupo continuo de operadores

$$U(\alpha) = U(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) \quad (3.1)$$

que dependen de n parámetros o “coordenadas” α , con la propiedad de que sus miembros dependen analíticamente con α_n . En general eligiendo una parametrización tal que $U(\mathbf{0}) = \mathbf{1}$, se pueden definir “ n ” operadores básicos tales que:

$$L_i = \left. \frac{\partial U}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0}, \quad (3.2)$$

donde los L_i así definidos son los generadores del grupo. Estos, deben ser linealmente independientes y en general es común elegir a α como imaginario puro, porque si U es unitario, entonces los generadores son hermíticos. Otra cantidad muy importante en este conjunto son los conmutadores de los generadores, los que se pueden obtener haciendo uso de:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} = \frac{\partial^2 U}{\partial \alpha_j \partial \alpha_i} \quad (3.3)$$

estos son:

$$[L_i, L_j] = \sum c_{ijk} L_k, \quad (3.4)$$

y c_{ijk} es llamada constante de estructura del grupo¹. Un grupo que cumple con los requerimientos anteriores recibe el nombre de grupo de Lie, en honor al matemático noruego que los definió.

¹Como ejemplo: el grupo de rotaciones $O(3)$ tiene por generadores el momento orbital y tres parámetros independientes (los ángulos de Euler), de los nueve que posee

Debido al caracter continuo del grupo $U(\alpha)$ se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
 U(\alpha) &= \lim_{k \rightarrow \infty} \left[U\left(\frac{\alpha}{k}\right) \right]^k \\
 &= \lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ 1 + \sum_{j=1}^n i \left[\left(\frac{\alpha_j}{k}\right) L_j \right]^k \right\} \\
 &= \exp \sum_{j=1}^n i \alpha_j L_j.
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Una expresión similar a la Ecuación 3.5 se puede obtener para el caso particular del grupo de rotaciones. Existe una propiedad muy importante enunciada en el Teorema de Lie, por la cual, dado un conjunto de operadores que satisfacen una relación de conmutación como 3.4, entonces existe un grupo (continuo) de Lie que los contiene como generadores. Por ejemplo sea:

$$\widehat{H} = i \frac{\partial}{\partial t}, \tag{3.6}$$

entonces

$$U(t) = \exp(i\widehat{H}t), \tag{3.7}$$

si $L_j = \widehat{H}$ y t parámetro, éste es el grupo de traslaciones temporales y es un ejemplo de la aplicación del Teorema de Lie (la cantidad conservada es la energía).

Aplicándole uno de los anteriores operadores perteneciente al grupo de simetría $U(\alpha)$ a una función de onda Ψ autofunción del operador Hamiltoniano que describe nuestro sistema (\widehat{H}) como:

$$\Psi' = U(\alpha_i)\Psi \tag{3.8}$$

esto nos permite definir a \widehat{H} bajo la transformación $U(\alpha)$ como:

$$\widehat{H}' = U(\alpha)\widehat{H}U^{-1}(\alpha). \quad (3.9)$$

Si $\widehat{H}' \equiv \widehat{H}$ para todos los elementos del grupo que forma $U(\alpha)$ se dice que el Hamiltoniano es invariante bajo este grupo. Al grupo se lo denomina grupo de simetrías del Hamiltoniano \widehat{H} . Si además $U(\alpha)$ satisface que es un grupo de Lie, entonces es fácil demostrar que los más simples invariantes del grupo son los mismos generadores. Por lo tanto es posible describir todas las propiedades de un sistema en términos del grupo asociado con cada simetría

Por otra parte, si se tiene una función de onda, Υ , que no sea invariante bajo cierta simetría, y se desea construir una que si lo sea, a través del grupo de simetría,(por ejemplo: que posea buen número de partículas) entonces se puede definir Ψ que sea invariante como:

$$\Psi = \int g(\chi)U(\chi)\Upsilon d\chi = \widehat{P}_U\Upsilon \quad (3.10)$$

donde $g(\chi)$ es una función a determinar, la cual provendrá del problema variacional.

Por otro lado este algoritmo es capaz de relacionar el proyector \widehat{P}_U y el MGC, donde habrá que elegir apropiadamente la función $g(\chi)$ para obtener la simetría requerida en Ψ .

Por ejemplo, sea una familia de funciones de onda $|\Phi(\mathbf{r}, \alpha)\rangle$ de muchas partículas que dependan de todas las coordenadas de las partículas del sis-

tema de muchas partículas ($\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n)$), para un sistema con "n" partículas y que además posea algún parámetro colectivo α o un conjunto de ellos $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t)$ tal que dicha función se define como $|\Phi(\mathbf{r}, \alpha)\rangle$. Aplicar el MGC es encontrar una función de onda del sistema de muchas partículas como

$$|\Psi(\mathbf{r})\rangle = \int |\Phi(\mathbf{r}, \alpha)\rangle f(\alpha) d\alpha \quad (3.11)$$

pero ahora nótese que el lado izquierdo no depende de la coordenada α , ni tampoco se han introducido nuevos grados de libertad. No obstante, al sistema de muchas partículas le es permitido desplazarse sobre el grado de libertad descrito por la coordenada α y obviamente sobre las funciones de onda $|\Phi(\mathbf{r}, \alpha)\rangle$. El parámetro o conjunto de parámetros α es llamado generador de coordenadas, y la amplitud $f(\alpha)$ o función generatriz puede determinarse a usando el principio variacional

$$\delta \frac{\langle \Psi(\mathbf{r}) | H | \Psi(\mathbf{r}) \rangle}{\langle \Psi(\mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}) \rangle} \quad (3.12)$$

donde, H denota el Hamiltoniano de muchos cuerpos (por ejemplo). La ecuación variacional conduce a la ecuación integral de Griffin-Hill-Wheeler,

$$\int [H(\alpha_i, \alpha_j) - E I(\alpha_i, \alpha_j)] f(\alpha_j) d(\alpha_j) = 0 \quad (3.13)$$

con núcleo

$$H(\alpha_i, \alpha_j) = \langle \Phi(\mathbf{r}, \alpha_i) | H(\mathbf{r}) | \Phi(\mathbf{r}, \alpha_j) \rangle, \quad (3.14)$$

y norma igual a:

$$I(\alpha_i, \alpha_j) = \langle \Phi(\mathbf{r}, \alpha_i) | \Phi(\mathbf{r}, \alpha_j) \rangle, \quad (3.15)$$

la cual se puede resolver analíticamente, haciendo suposiciones sobre la forma funcional del núcleo de la ecuación integral, y numéricamente, aproximando la Ecuación 3.13 a un sistema de ecuaciones lineales homogéneo.

Otra forma de resolverlo es diagonalizar el Hamiltoniano en el espacio subtendido por las funciones de onda $|\Phi(\mathbf{r}, \alpha)\rangle$, que es completamente análoga a la variación referida en 3.12. Aplicando el MGC. a Ψ , y comparando con los conceptos del párrafo anterior en el problema de restaurar la simetría, la la coordenada $\vec{\alpha}$, juega el papel de generador de coordenadas complejo.

Se puede demostrar, con ayuda de la Ecuación 3.9, que tanto el operador proyección como el grupo de simetría conmutan,

$$[\widehat{H}, U(\alpha)] = 0, \quad (3.16)$$

y también lo hacen,

$$[P_U \widehat{H} P_U^{-1}, U(\alpha)] = 0, \quad (3.17)$$

lo que implica que uno puede simultáneamente [68][23] diagonalizar $P_U \widehat{H} P_U^{-1}$ y $U(\alpha)$.²

Comúnmente se expande en autofunciones $g(\chi)$, ya sea provenientes de la diagonalización o de la minimización, las cuales se suelen elegir en la

²la diagonalización es aproximada porque el espacio de Hilbert aquí es restringido, ya que, en general, un dado grupo $U(\alpha)$ subtiende un subespacio del espacio de Hilbert

representación irreducible. Una aplicación de lo anteriormente descrito es la restuaración del buen número de partículas , que será descrito en la siguiente sección.

3.3 Proyección en estados de buen número de partículas

Recordemos la definición del operador número partículas ,

$$\widehat{N} = \sum_{\zeta > 0} c_{\zeta}^{\dagger} c_{\zeta} + c_{\bar{\zeta}}^{\dagger} c_{\bar{\zeta}}, \quad (3.18)$$

la cual es una cantidad conservada, como ya se dijo en el Capítulo II. Entonces los elementos del grupo de Lie asociado a esta simetría tomarán la forma:

$$U(\chi) = \exp(i\chi\widehat{N}), \quad (3.19)$$

donde $U(\chi)$ define una traslación en el espacio de Lie bajo un ángulo abstracto χ . Si la función Φ_n es autofunción del operador definido en Ecuación 3.18 con autovalor n ,

$$\widehat{N}|\Phi_n\rangle = n|\Phi_n\rangle \quad (3.20)$$

entonces $g(\chi)$ como en la ecuación 3.10

$$g(\chi) = \exp(-i\chi n) \quad (3.21)$$

y reemplazando en la Ecuación 3.10 las expresiones 3.19 y 3.21, obtenemos el proyector \hat{P}_N en un subespacio de número de partículas n como:

$$\hat{P}_n = \int g(\chi)U(\chi) d\chi = \mathcal{C} \int e^{i(\hat{N}-n)\chi} d\chi \quad (3.22)$$

donde, \mathcal{C} es una constante de normalización ($e^{-i\chi n}$) con lo que \hat{P}_N se transforma:

$$\hat{P}_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(\hat{N}-n)\chi} d\chi, \quad (3.23)$$

e introduciendo la transformación compleja $z = \exp i\chi$, la ecuación (??) se convierte,

$$\hat{P}_n = \frac{1}{2\pi i} \oint z^{i(\hat{N}-n-1)} dz, \quad (3.24)$$

donde el camino de integración es el círculo de radio unidad centrado en el origen.

Recordemos ahora, que la función de onda del estado base $|BCS\rangle$, de un núcleo par-par en la aproximación de BCS (pagina 91) es:

$$|\Psi_{2k}\rangle = \prod_{\zeta>0} \frac{u_\zeta}{k!} \left[\sum_{\zeta} \frac{v_\zeta}{u_\zeta} s_\zeta c_\zeta^\dagger c_{\bar{\zeta}}^\dagger \right]^k |0\rangle, \quad (3.25)$$

y esta superposición de pares es la componente de BCS con $2k$ partículas o k pares: $|\Psi_{2k}\rangle$, y a su vez, si sumamos sobre todos los pares de esta función no normalizada, se obtiene obviamente $|BCS\rangle$

$$|BCS\rangle = \sum_k^{k_{max}} |\Psi_{2k}\rangle \quad (3.26)$$

El uso de los conceptos discutidos previamente en este capítulo, nos permite definir $\mathcal{G}(z)$ como:

$$|\mathcal{G}(z)\rangle = \sum_p z^p |\Phi_{2p}\rangle = \prod_{\zeta} (u_{\zeta} + z v_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}^{\dagger}) |0\rangle \quad (3.27)$$

que es la función generatriz (pagina 87) que se relaciona con los estados de con un número fijo de partículas, Ψ_{2k} con la función generatriz, a través de:

$$\langle \Psi_{2k} | \hat{O} | \Psi_{2k} \rangle = \frac{1}{2\pi i} \oint z^{-(2k+1)} \langle \mathcal{G}(z) | \hat{O} | \mathcal{G}(z) \rangle dz, \quad (3.28)$$

donde \hat{O} es cualquier operador que conserve el número de partículas. La norma de esta función generatriz es:

$$\langle \mathcal{G}(z) | \mathcal{G}(z) \rangle = \prod_{\zeta} (u_{\zeta}^2 + z^2 v_{\zeta}^2) \quad (3.29)$$

La aplicación del proyector \hat{P}_N a $|\text{BCS}\rangle$ nos da la componente de $|\text{BCS}\rangle$: en un subespacio de $2k$ partículas:

$$\hat{P}_{2k} |\text{BCS}\rangle = \frac{1}{2\pi i} \oint z^{i(-\hat{N}-2k-1)} \prod_{\zeta} (u_{\zeta} + v_{\zeta} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}^{\dagger}) |0\rangle dz \quad (3.30)$$

$$|P\text{BCS}\rangle = \frac{1}{2\pi i} \int e^{i\chi(\hat{N}-2k)} |\text{BCS}\rangle d\chi, \quad (3.31)$$

Con esta definición de la función generatriz para el estado fundamental proyectado, es conveniente introducir nuevos operadores de cuasipartículas, para definir las excitaciones como:

$$\begin{pmatrix} g_{\zeta}^{\dagger} \\ g_{\bar{\zeta}} \end{pmatrix} = \tilde{\sigma}_{\zeta} \begin{pmatrix} z u_{\zeta} & -s_{\zeta} v_{\zeta} \\ s_{\zeta} v_{\zeta} & z u_{\zeta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{c}_{\zeta}^{\dagger} \\ \mathbf{c}_{\bar{\zeta}} \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Estos nuevos operadores $[g_\zeta^\dagger]^\dagger = g_\zeta$, que llamaremos operadores generatrices, dan origen a las funciones del mismo nombre de dos y cuatro excitaciones para núcleos pares, y uno y tres excitaciones para impares, y provienen de aplicar el operador proyección (ecuación ??) a los operadores de cuasi- partículas definidos en el Capítulo anterior. Estos operan sobre $|\mathcal{G}(z)\rangle$ de la Ecuación 3.27 y se relacionan con la correspondiente función de onda con número fijo de partículas $\Psi(\widehat{N} = n)$ como:

i.-) para excitaciones de una partícula:

$$\begin{aligned}
|\mathcal{G}(\zeta_1, z)\rangle &= \sum_k z^{k+1} |\Psi_{2k+1}(\zeta)\rangle \\
&= (u_\zeta z \mathbf{c}_\zeta^\dagger - s_\zeta v_\zeta \mathbf{c}_{\bar{\zeta}}) |\mathcal{G}(z)\rangle \\
&= g_{\zeta_1}^\dagger |\mathcal{G}(z)\rangle,
\end{aligned} \tag{3.33}$$

ii.- para dos partículas es:

$$\begin{aligned}
|\mathcal{G}(\zeta_1 \zeta_2, JM, z)\rangle &= \sum_k z^{k+1} |\Psi_{2\zeta}(\zeta_1, \zeta_2 JM)\rangle \\
&= \sum_{m_{\zeta_1} m_{\zeta_2}} (j_{\zeta_1} m_{\zeta_1} j_{\zeta_2} m_{\zeta_2} | JM) (u_{\zeta_1} z \mathbf{c}_{\zeta_1}^\dagger - s_{\zeta_1} v_{\zeta_1} \mathbf{c}_{\bar{\zeta}_1}) \times \\
&\quad \times (u_{\zeta_2} z \mathbf{c}_{\zeta_2}^\dagger - s_{\zeta_2} v_{\zeta_2} \mathbf{c}_{\bar{\zeta}_2}) |\mathcal{G}(z)\rangle \\
&= \sum_{m_{\zeta_1} m_{\zeta_2}} (j_{\zeta_1} m_{\zeta_1} j_{\zeta_2} m_{\zeta_2} | JM) g_{\zeta_1}^\dagger g_{\zeta_2}^\dagger |\mathcal{G}(z)\rangle,
\end{aligned} \tag{3.34}$$

iii.) y para tres partículas es:

$$|\mathcal{G}([(\zeta_1 \zeta_2)_j \zeta_3] JM, z)\rangle = \sum_k z^{k+2} |\Psi_{2\zeta+1}([(\zeta_1 \zeta_2)_j \zeta_3] JM)\rangle$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{m_{\zeta_1} m_{\zeta_2} m_{\zeta_3} m_j} (j_{\zeta_1} m_{\zeta_1} j_{\zeta_2} m_{\zeta_2} | j m_j) (j m_j j_{\zeta_3} m_{\zeta_3} | J M) \\
&\quad (u_{\zeta_1} z \mathbf{c}_{\zeta_1}^\dagger - s_{\zeta_1} v_{\zeta_1} y \mathbf{c}_{\zeta_1}^-) \times (u_{\zeta_2} z \mathbf{c}_{\zeta_2}^\dagger - s_{\zeta_2} v_{\zeta_2} \mathbf{c}_{\zeta_2}^-) \\
&\quad (u_{\zeta_3} z \mathbf{c}_{\zeta_3}^\dagger - s_{\zeta_3} v_{\zeta_3} \mathbf{c}_{\zeta_3}^-) | \mathcal{G}(z) \rangle \\
&= \sum_{m_{\zeta_1} m_{\zeta_2} m_{\zeta_3} m_j} (j_{\zeta_1} m_{\zeta_1} j_{\zeta_2} m_{\zeta_2} | j m_j) \\
&\quad (j m_j j_{\zeta_3} m_{\zeta_3} | J M) g_{\zeta_1}^\dagger g_{\zeta_2}^\dagger g_{\zeta_3}^\dagger | \mathcal{G}(z) \rangle. \tag{3.35}
\end{aligned}$$

No obstante, los operadores g no aniquilan el nuevo vacío $\mathcal{G}(z)$, con lo cual a fin de preservar el formalismo en segunda cuantificación se busca una transformación dependiente del parámetro z , tal como:

$$\begin{pmatrix} d_\zeta^\dagger \\ d_{\bar{\zeta}} \end{pmatrix} = \sigma_\zeta \begin{pmatrix} u_\zeta & -s_\zeta z v_\zeta \\ s_\zeta z v_\zeta & u_\zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{c}_\zeta^\dagger \\ \mathbf{c}_{\bar{\zeta}} \end{pmatrix} \tag{3.36}$$

donde, $\sigma_\zeta = (u_\zeta^2 + z_\zeta^2 v_\zeta^2)^{-\frac{1}{2}}$. es el Jacobiano de la transformación.

Estos operadores introducidos por Ottaviani[199], tendrán las mismas propiedades fermiónicas que los descritos en el Capítulo II, pero poseen dependencia implícita con el nuevo parámetro introducido z . Esta transformación será canónica, (salvo en los puntos $(\pm i \frac{u_\zeta}{v_\zeta})$ donde se torna singular).

Ahora $|\mathcal{G}(z)\rangle$ es el vacío de los operadores 3.36, pero ya no lo es del $|BCS\rangle$. Esto se puede comprender más fácilmente si se recuerda que la función de onda en el formalismo de partículas -agujero se relaciona con el $|BCS\rangle$ como:

$$\Psi^{pa}(\zeta_1, \zeta_2, J M) = \sum_{m_{\zeta_1}, m_{\zeta_2}} (\zeta_1, m_{\zeta_1} \zeta_2, m_{\zeta_2} | J M) \mathbf{a}_{\zeta_1}^\dagger \mathbf{a}_{\zeta_2}^\dagger | BCS \rangle, \tag{3.37}$$

pero esta misma función de onda expresada en función de estos nuevos operadores conduce a:

$$\Psi^{pa}(\zeta_1, \zeta_2 JM) = -u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} |\Psi_{2k}(\zeta_1, \zeta_2 JM)\rangle + \delta_{0J} j_{\zeta_1} v_{\zeta_1}^2 |\Psi_{2k}\rangle \quad (3.38)$$

Con la nueva definición de los operadores 3.36 se puede expresar los operadores duplo y triplo como:

$$\bar{D}_{JM}^\dagger(\zeta_1, \zeta_2) = \sum_{m_{\zeta_2} m_{\zeta_1}} \sigma_{\zeta_1} \sigma_{\zeta_2}(j_{\zeta_1}, m_{\zeta_1}, j_{\zeta_2}, m_{\zeta_2} | JM) s_{\zeta_1} d_{\zeta_2}^\dagger d_{\zeta_1} \quad (3.39)$$

$$D_{JM}^\dagger(\zeta_1, \zeta_2) = \sum_{m_{\zeta_1} m_{\zeta_2}} \sigma_{\zeta_1} \sigma_{\zeta_2}(j_{\zeta_1}, m_{\zeta_1}, j_{\zeta_2}, m_{\zeta_2} | JM) d_{\zeta_2}^\dagger d_{\zeta_1}^\dagger \quad (3.40)$$

y

$$D_{JM}^\dagger(\zeta_1, \zeta_2) = [D_{JM}(\zeta_1, \zeta_2)]^\dagger \quad (3.41)$$

y para los triplos

$$T([\zeta_1 \zeta_2]_{j, m_j}, \zeta_3, JM) = \sum_{m_{\zeta_1} m_{\zeta_2}, m_{\zeta_3}, M} \sigma_{\zeta_1} \sigma_{\zeta_2} \sigma_{\zeta_3}(j_{\zeta_1}, m_{\zeta_1}, j_{\zeta_2}, m_{\zeta_2} | j m_j) (j_{\zeta_3}, m_{\zeta_3}, j, m_j | JM) d_{\zeta_3}^\dagger d_{\zeta_2}^\dagger d_{\zeta_1}^\dagger, \quad (3.42)$$

los cuales se obtienen si se reemplaza en 3.32 los operadores de partícula en función de los definidos por 3.36.

Por último si estos operadores actúan sobre la función generatriz $\mathcal{G}(z)$, nos conducen a las funciones de onda para núcleo impar ;

- para excitación de una partícula:

$$|\mathcal{G}(\zeta_1, z)\rangle = z d_{\zeta_1} \sigma_{\zeta_1} |\mathcal{G}(z)\rangle, \quad (3.43)$$

- para excitación de tres

$$\begin{aligned} |\mathcal{G}([(\zeta_1 \zeta_2)_j \zeta_3] JM, z)\rangle = \\ \left[z^3 T([\zeta_1, \zeta_2]_{jm}, \zeta_3, JM) - M_3(z) d_{\zeta_3}^\dagger \right] \sigma_{\zeta_1} \sigma_{\zeta_2} \sigma_{\zeta_3} |\mathcal{G}(z)\rangle. \end{aligned} \quad (3.44)$$

con

$$M_3(z) = [z^3 - z] \left[\delta_{J0} \delta_{\zeta_1, \zeta_2} \delta_{j, \zeta_3} \hat{J}_{\zeta_1} u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} - \hat{\mathcal{P}}(\zeta_1, \zeta_2, J) u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} \delta_{\zeta_1, \zeta_3} \right] \quad (3.45)$$

- para núcleos pares

$$|\mathcal{G}(\zeta_1 \zeta_2, JM, z)\rangle = \hat{\mathcal{P}}(\zeta_1, \zeta_2, J) \left[z^2 D_{JM}^\dagger(\zeta_1, \zeta_2) - M_2(z) \right] \sigma_{\zeta_1} \sigma_{\zeta_2} \mathcal{G}(z), \quad (3.46)$$

con

$$M_2(z) = -\delta_{J0} \hat{J}_{\zeta_1} u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} (z^3 - z) \quad (3.47)$$

En las ecuaciones 3.46 y 3.44, se puede apreciar en los términos $M_i(z)$ la contribución al vacío $\mathcal{G}(z)$ de estos nuevos objetos matemáticos, pero sólo

para el caso de partículas idénticas, porque nosotros supondremos de aquí en más que para nucleones no idénticos (neutrón, protón) cumplen con la relación de conmutacion $[p,n] = 0$.

3.3.1 Operador Hamiltoniano

La expresión del operador Hamiltoniano en función de los operadores definidos en las Ec. 3.39 y 3.40 es:

$$\begin{aligned}
\hat{H}_{00}^{\zeta}(z_{\zeta}) &= \sum_{\zeta_1} \sigma_1^2 \hat{\zeta}_1^2 z_{\zeta}^2 \left[(\eta_{\zeta_1} - \mu'_{\zeta_1}) z_{\zeta}^2 v_{\zeta_1}^2 - \frac{1}{2} u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} \Delta'_{\zeta_1} \right] \\
&= \sum_{\zeta_1} \sigma_1^2 \hat{\zeta}_1^2 z_{\zeta}^2 v_{\zeta_1}^2 \epsilon_{\zeta_1} + \frac{1}{4} \sum_{\zeta_1 \zeta_3} z_{\zeta}^4 \sigma_{1,3}^2 \hat{\zeta}_1 \hat{\zeta}_3 (v_{\zeta_1}^2 v_{\zeta_3}^2 F(\zeta_1, \zeta_1 \zeta_3, \zeta_3, 0, 1) + \\
&\quad + u_{\zeta_1} v_{\zeta_3} u_{\zeta_3} v_{\zeta_1}) G(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_3, 0, 1)
\end{aligned} \tag{3.48}$$

$$\begin{aligned}
\hat{H}_{11}^{\zeta}(z_{\zeta}) &= \sum_{\zeta_1} \sigma_1^2 \hat{\zeta}_1^2 \left[(u_{\zeta_1}^2 - v_{\zeta_1}^2 z_{\zeta}^2) \eta_{\zeta_1} + 2 z_{\zeta}^2 u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} \Delta_{\zeta_1} \right] \overline{D}_{00}^{\dagger}(\zeta_1, \zeta_1) \\
&= - \sum_{\zeta_1} \sigma_1^2 \hat{\zeta}_1^2 (u_{\zeta_1}^2 - z_{\zeta}^2 v_{\zeta_1}^2) \epsilon_{\zeta_1} + \\
&\quad + \frac{1}{2} z_{\zeta}^2 \sum_{\zeta_1, \zeta_3} \sigma_{3, \zeta_3}^2 (u_{\zeta_1}^2 - z_{\zeta}^2 v_{\zeta_1}^2) v_{\zeta_3}^2 F(\zeta_1, \zeta_1 \zeta_3, \zeta_3, 0, 1) - \\
&\quad u_{\zeta_1} v_{\zeta_3} u_{\zeta_3} v_{\zeta_1} G(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_3, 0, 1) \overline{D}_{00}^{\dagger}(\zeta_1, \zeta_1)
\end{aligned} \tag{3.49}$$

$$\begin{aligned}
\hat{H}_{02}^{\zeta}(z_{\zeta}) &= \left[\hat{H}_{20}^{\zeta}(z_{\zeta}) \right]^{\dagger} \\
&= -z_{\zeta} \sum_{\zeta_1} \sigma_1^2 \hat{\zeta}_1^2 \left[\eta_{\zeta_1} u_{\zeta_1} z_{\zeta} v_{\zeta_1} + \frac{1}{2} (u_{\zeta_1}^2 - z_{\zeta}^2 v_{\zeta_1}^2) \Delta_{\zeta_1} z_{\zeta}^2 \right] D_{00}^{\dagger}(\zeta_1, \zeta_1) \\
&= -z_{\zeta} \left[\sum_{\zeta_1} \sigma_1^2 \hat{\zeta}_1^2 u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} \epsilon_{\zeta_1} + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{4} \sum_{\zeta_1, \zeta_3} 4 \sigma_{1,3}^2 [\hat{\zeta}_3 v_{\zeta_1}^2 u_{\zeta_1} u_{\zeta_3} z_{\zeta}^2 F(\zeta_1, \zeta_1 \zeta_3, \zeta_3, 0, 1) \right]
\end{aligned}$$

$$-u_{\zeta_3} v_{\zeta_3} (u_{\zeta_1}^2 - z_{\zeta}^2 v_{\zeta_1}^2) G(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_3, 0, 1) \Big] D_{00}^\dagger(\zeta_1, \zeta_1) \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{22}^\zeta(z_\zeta) &= \\ & \frac{1}{4} \sum_{\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \zeta_4 JM} \sigma_{1,2,3,4} \{ [u_{\zeta_1} u_{\zeta_2} u_{\zeta_3} u_{\zeta_4} + z_{\zeta}^4 v_{\zeta_1} v_{\zeta_2} v_{\zeta_3} v_{\zeta_4}] G(\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \zeta_4 JT) \\ & + 4z_{\zeta}^2 u_{\zeta_1} v_{\zeta_2} u_{\zeta_3} v_{\zeta_4} z_{\zeta}^2 F(\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \zeta_4 JT) \} D_{JM}^\dagger(\zeta_1, \zeta_2) \times D_{JM}^\dagger(\zeta_3, \zeta_4) \quad (3.51) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{13}^\zeta(z_\zeta) &= [\hat{H}_{31}^\zeta(z_\zeta)]^\dagger \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \zeta_4 JM} (-)^{J+M} \sigma_{1,2,3,4} z_{\zeta} \{ u_{\zeta_1} u_{\zeta_2} u_{\zeta_3} v_{\zeta_4} - z_{\zeta}^2 v_{\zeta_1} v_{\zeta_2} v_{\zeta_3} u_{\zeta_4} \} \times \\ & D_{JM}^\dagger(\zeta_1, \zeta_2) \times \bar{D}_{JM}^\dagger(\zeta_3, \zeta_4) G(\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \zeta_4 JT) \quad (3.52) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{04}^\zeta(z_\zeta) &= [\hat{H}_{40}^\zeta(z_\zeta)]^\dagger \\ &= -\frac{1}{4} \sum_{\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3 \zeta_4 JM} \sigma_{1,2,3,4} (-)^{J+M} z_{\zeta}^2 u_{\zeta_1} u_{\zeta_2} v_{\zeta_3} v_{\zeta_4} G(\zeta_2 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_4 JT) \times \\ & \times D_{J-M}^\dagger(\zeta_2, \zeta_1) \times D_{JM}^\dagger(\zeta_3, \zeta_4) \quad (3.53) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{H}_{22}^{pn}(z_n, z_p) &= \\ & \sum_{p,n,p',n' JM} \sigma_{p,n,p',n'} \{ [u_p u_n u'_p u'_n + z_n^2 z_p^2 v_p v_n v'_p v'_n] G(pn p' n' J) + \\ & + [z_n^2 u_p u'_p v_n v'_n + z_p^2 v_p v'_p u_n u'_n] \times F(pn p' n' J) \} \\ & D^\dagger(pn JM) \times D(p' n' JM) + \Upsilon(pp', nn', J) \quad (3.54) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{p,n,p',n' JM} \sigma_{p,n,p',n'} \{ [u_p u_n u'_p u'_n + z_n^2 z_p^2 v_p v_n v'_p v'_n] F(p' p n n' JT) \\ & [z_n^2 u_p u'_p v_n v'_n + z_p^2 v_p v'_p u_n u'_n] F(p p' n n' JT) (-)^{J+M+1} \} \times \\ & \bar{D}_{JM}^\dagger(p, p') \times \bar{D}_{JM}^\dagger(n, n') + \Upsilon(pp', nn', J) \quad (3.55) \end{aligned}$$

$$= \sum_{\pi, \nu, \pi', \nu'} \sigma_{\pi, \nu, \pi', \nu'} \{ [u_p u_n u'_p u'_n + z_n^2 z_p^2 v_p v_n v'_p v'_n] \langle \pi \nu | V^{pn} | \pi' \nu' \rangle$$

$$\begin{aligned}
& -\langle \pi, -\nu' | V^{pn} | \pi', -\nu \rangle_{s_\nu, s_{\nu'}} \left[z_n^2 u_p u'_p v_n v'_n + z_p^2 v_p v'_p u_n u'_n \right] \\
& \times d_\pi^\dagger d_\nu^\dagger d_{\nu'} d_{\pi'} \sigma_{\pi'} + \Upsilon(pp', nn', J)
\end{aligned} \tag{3.56}$$

$$\begin{aligned}
\hat{H}_{13}^{pn}(z_n, z_p) &= \left[\hat{H}_{31}^{pn}(z_n, z_p) \right]^\dagger \\
&= - \sum_{p,n,p',n'JM} \sigma_{p,n,p',n'} \left[z_p u_n u_p u'_n v'_p - z_n^2 z_p v_n v'_n u_p v'_p \right] G(pp'n'JT) \times \\
& D^\dagger(pnJM) \times \tilde{D}(p'n'J, -M) \{1 + P(p \leftrightarrow n) \times \\
& \times P(n' \leftrightarrow p')\}
\end{aligned} \tag{3.57}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{p,n,p',n'JM} \sigma_{p,n,p',n'} \left[z_p u_n u_p u'_n v'_p (-)^{n+n'+J} F(pp'n'JT) \right. \\
& \left. + F(pp'nn'JT) z_n^2 z_p v_n v'_n u_p v'_p \right] (-)^{J+M} \\
& D^\dagger(pp'JM) \times \tilde{D}(nn'J, -M) \{1 + P(p \longleftrightarrow n) \times \\
& \times P(n' \leftrightarrow p')\}
\end{aligned} \tag{3.58}$$

$$\begin{aligned}
\hat{H}_{04}^{pn}(z_n, z_p) &= \left[\hat{H}_{40}^{pn}(z_n, z_p) \right]^\dagger \\
&= - \sum_{p,n,p',n'JM} \sigma_{p,n,p',n'} (-)^{J+M} z_p z_n u_p u'_n v'_p v_n F(pp'nn'JT) \times \\
& \left[D^\dagger(pp'JM) \times D^\dagger(nn'J, -M) \right] =
\end{aligned} \tag{3.59}$$

$$\begin{aligned}
&= - \sum_{p,n,p',n'JM} \sigma_{p,n,p',n'} (-)^{J+M} z_n z_p u_p u'_n v'_p v_n G(pp'n'JT) \times \\
& \left[D^\dagger(pnJM) \times D^\dagger(p'n'J, -M) \right]
\end{aligned} \tag{3.60}$$

y las siguientes definiciones:

$$\begin{aligned}
\Upsilon(pp', nn', JT)(z_n, z_p) &= - \sum_{p,n,p',n',J,M} \sigma_{p,n,p',n'} z_p z_n u_p v'_p v'_n u_n F(pp'nn'JT) \\
& \left[D^\dagger(pp'JM) \times D(nn'JM) + D^\dagger(nn'JM) \times D(pp'JM) \right]
\end{aligned}$$

donde:

$$\sigma_{i,j,\dots} = (u_i^2 + z^2 v_i^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (u_j^2 + z^2 v_j^2)^{\frac{1}{2}} \dots$$

Δ_ζ y μ_ζ estan definidas en forma equivalente a las ecuaciones 2.45 y 2.46:

$$\Delta_{\zeta_1} = -\frac{1}{2} z_\zeta \hat{\zeta}_1^{-1} \sum_{\zeta_3} \hat{\zeta}_3 u_{\zeta_3} v_{\zeta_3} G(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_3, 0, 1), \quad (3.61)$$

$$\mu_{\zeta_1} = -\hat{\zeta}_1^{-1} z_\zeta \sum_{\zeta_3} \hat{\zeta}_3 v_{\zeta_3}^2 F(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_3 \zeta_3, 0, T), \quad (3.62)$$

reciben los nombres de potencial de apareamiento, y autoenergía respectivamente.

Nos resta introducir la base de vectores sobre las operará el Hamiltoniano que acabamos de definir. En el caso de protón o neutrón y neutrón-protón (núcleo final e inicial), donde los distintos H actuarán en la siguiente base:

- Para núcleos par-par

$$\begin{aligned} |0_n 0_p\rangle &= |P_{2n} \text{BCS}\rangle \times |P_{2p} \text{BCS}\rangle \\ &= |\Psi_{2n}\rangle \otimes |\Psi_{2p}\rangle \end{aligned} \quad (3.63)$$

$$\begin{aligned} [|[2_n 2_p]\rangle]^{JM} &= [\tilde{A}^\dagger(n_1 n_2 J_n M_n) \tilde{A}^\dagger(p_1 p_2 J_p M_p)]^0 \\ &= \times |P_{2n-2} \text{BCS}\rangle |P_{2p+2} \text{BCS}\rangle \\ &= [|\Psi_{2n-2}(n_1, n_2 J_n M_n)\rangle \otimes |\Psi_{2p+2}(p_1 p_2 J_p M_p)\rangle]^{00} \end{aligned} \quad (3.64)$$

- Para núcleos impar impar

$$\begin{aligned}
[[np]]^{JM} &= |P_{2n-1}a_n^\dagger \text{BCS}\rangle |P_{2p+1}a_p^\dagger \text{BCS}\rangle \\
&= [|\Psi_{2n-1}(n_1)\rangle \otimes |\Psi_{2p+1}(p_1)\rangle]^{JM}. \quad (3.65)
\end{aligned}$$

Con la hipótesis de conmutación entre operadores de n y p :

$$[\hat{F}(n), \hat{R}(p)] = 0,$$

con \hat{F} un operador sobre el espacio de los neutrones y \hat{R} sobre los protones³.

3.3.2 Normas y productos escalares.

Los operadores definidos en la Ec.3.36 tienen un producto interno diferente y es necesario definirlo. Esta es la razón por la cual es conveniente calcular los productos internos y en especial aquellos que son necesarios para las normas. Estas serán distintas de las de BCS, las que coinciden con las de partícula independiente. Para el vacío

$$\langle \Psi_{2k} | \Psi_{2k} \rangle = I^{2k}, \quad (3.66)$$

para una partícula,

$$\langle \Psi_{2k+1}(\zeta_1) | \Psi_{2k+1}(\zeta_1) \rangle = I^{2k}(\zeta_1), \quad (3.67)$$

³Donde se considerara a la fines de la antisimetrización del par pn (Landau)

para dos,

$$\begin{aligned}
\langle \Psi_{2k}(\zeta_1, \zeta_2)JM | \Psi_{2k}(\zeta_3, \zeta_4)JM \rangle = \\
\delta_{J0} u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} u_{\zeta_3} v_{\zeta_3} \hat{j}_{\zeta_1} \hat{j}_{\zeta_3} \left[I^{2k-4}(\zeta_1 \zeta_3) - 2I^{2k-2}(\zeta_1 \zeta_3) + I^{2k}(\zeta_1 \zeta_3) \right] + \\
+ I^{2k-2}(\zeta_1 \zeta_3) \hat{\mathcal{P}}(\zeta_{\zeta_1}, \zeta_{\zeta_2}, J) \delta_{\zeta_1 \zeta_3} \delta_{\zeta_4 \zeta_2} .
\end{aligned} \tag{3.68}$$

Y los siguientes productos escalares:

$$\begin{aligned}
\langle \Psi_{2k+1}(\zeta_4) | \Psi_{2k+1}(\zeta_1 \zeta_2 \zeta_3) \rangle = -\delta_{j0} u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} \hat{j}_{\zeta_1} \left[I^{2k-2}(\zeta_1 \zeta_3) - I^{k-2}(\zeta_1 \zeta_3) \right] \\
- \hat{j}_{\zeta_3}^{-1} u_{\zeta_3} v_{\zeta_3} \delta_{\zeta_1 \zeta_3} \delta_{\zeta_4 \zeta_2} \left[I^{2k-2}(\zeta_1 \zeta_2) - I^{2k}(\zeta_1 \zeta_2) \right] \hat{\mathcal{P}}(\zeta_{\zeta_1}, \zeta_{\zeta_2}, j)
\end{aligned} \tag{3.69}$$

$$\langle \Psi_{2k}(\zeta_1, \zeta_2)JM | \Psi_{2k} \rangle = \delta_{J0} u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} \hat{j}_{\zeta_1} \left[I^{2k-2}(\zeta_1) - I^{2k}(\zeta_1) \right] \tag{3.70}$$

donde

$$\begin{aligned}
I^{2k}(a, b, c...) &= \frac{1}{2\pi i} \oint dz z^{-2k-1} \frac{\prod_{\zeta} (u_{\zeta}^2 + z^2 v_{\zeta}^2)^{\Omega_{\zeta}}}{(u_a^2 + z^2 v_a^2)(u_b^2 + z^2 v_b^2)(u_c^2 + z^2 v_c^2)} \\
&= \frac{1}{2\pi i} \oint dz z^{-2k-1} \prod_{\zeta} (u_{\zeta}^2 + z^2 v_{\zeta}^2)^{\nu_{\zeta}}
\end{aligned} \tag{3.71}$$

la cual recibe en nombre de integral de residuos, con $\nu_{\zeta} = \Omega_{\zeta} - n_a$ pares y n_a, n_b , etc., es el número de exclusiones. Cabe destacar que la misma integral se obtiene de aplicar el formalismo de la función generatriz o el operador proyección.

3.3.3 Integrales de residuos.

Las Integrales de la Ec. 3.71 tienen interesantes propiedades [174] haciendo uso de la condición de normalización para los parámetros superconductores $u_a^2 + v_a^2 = 1$ se encuentra que integrales de distintos órdenes están relacionadas por:

$$I^{2k}(a^{n_a} b^{n_b} st\dots) = u_a^2 I^{2k}(a^{n_a+1} b^{n_b} st\dots) + v_a^2 I^{2k-2}(a^{n_a} b^{n_b} st\dots) \quad (3.72)$$

donde a^{n_a} significa el estado a con n_a exclusiones. Por supuesto válida si $n_a < \Omega_a$, Ω_a es el número de pares para el estado a , igual a $j_a + \frac{1}{2}$.

Otra interesante propiedad, es que la derivada de una Integral de proyección $I^{2k}(abst)$, con respecto a v_a , da como resultado una expresión con integrales con el número de exclusiones en ese estado particular incrementado:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I^{2k}(a^{n_a} b^{n_b} st\dots)}{\partial v_a} &= 2(\Omega_a - n_a)v_a \left[I^{2k-2}(a^{n_a+1} b^{n_b} st\dots) - I^{2k}(a^{n_a+1} b^{n_b} st\dots) \right] \\ &\quad \text{si } n_a \leq \Omega_a \\ &= 0 \quad \text{si } n_a > \Omega_a \end{aligned} \quad (3.73)$$

$$\frac{\partial I^{2k}(a^{n_a} b^{n_b} st\dots)}{\partial u_a} = \frac{-2u_a}{v^2} \frac{\partial I^{2k}(a^{n_a} b^{n_b} st\dots)}{\partial u_a} \quad (3.74)$$

en el caso de que el número de exclusiones (n_a) del estado a sature el número disponible de pares para ese estado (Ω_a) la expresión a derivar no depende de v_a ni de u_a de ese estado y la derivada es nula.

Interpretando la integral en la Ec. 3.71 como una integral de Cauchy en el plano complejo z , la integral se puede interpretar como:

$$\frac{1}{(2k)!} \frac{d^{2k}}{dz} \prod_{\alpha} (u_{\alpha}^2 + z^2 v_{\alpha}^2)^{\nu_{\alpha}} \Big|_{z=0} = \frac{1}{2\pi i} \oint z^{-2k-1} \prod_{\alpha} (u_{\alpha}^2 + z^2 v_{\alpha}^2)^{\nu_{\alpha}} dz \quad (3.75)$$

Una muy útil relación se obtiene haciendo reemplazando z^2 por w entonces: $dw = 2z dz$ o $dz = \frac{1}{2} z^{-1} dw$ reemplazándolos en Ec. 3.71 se convierte:

$$I^{2k}(ab\dots) = \frac{1}{4\pi} \oint dw w^{k-1} \prod_{\alpha} (u_{\alpha}^2 + v_{\alpha}^2 w)^{\nu_{\alpha}} \quad (3.76)$$

reduciéndose a una integral de Cauchy en el plano complejo w , alrededor del origen con radio $|w| = 1$, usando su relación con la derivada obtenemos:

$$I^{2k}(ab\dots) = \frac{1}{2} \frac{1}{(2k)!} \frac{d^k}{dw^k} \prod_{\alpha} (u_{\alpha}^2 + w v_{\alpha}^2)^{\nu_{\alpha}} \Big|_{w=0} . \quad (3.77)$$

Esta relación nos permite calcular una IR como una derivada de orden p de la productoria $\prod_{\alpha} (u_{\alpha}^2 + w v_{\alpha}^2)^{\nu_{\alpha}}$ evaluada en $w = 0$.

La expresión 3.77 nos permite, usando un lenguaje de cálculo algebraico (REDUCE [217]) calcular el valor exacto de las integrales de residuos (IR) para observar su comportamiento en función de los parámetros superconductores. En el apéndice se encuentra el código fuente del programa

utilizado.

La Figura 3.1 muestra el comportamiento de la IR con una exclusión en el estado $1d_{3/2}$ en función del parámetro v de dicho estado. Esta gráfica muestra como la integral decrece a medida que este estado, que se encuentra por encima del nivel de Fermi (en el ^{116}Sn), aumenta su probabilidad ocupación disminuyendo su real impacto en el número total de partículas. En el caso

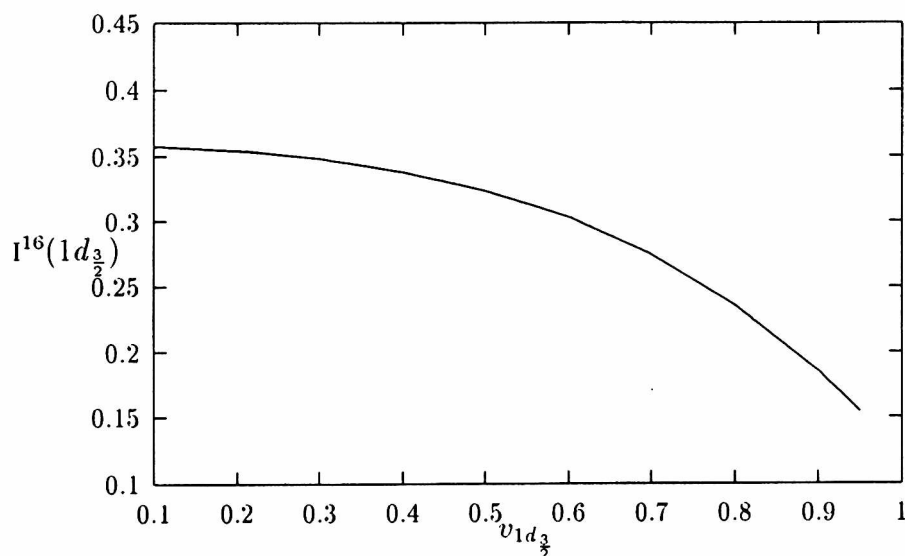


Figure 3.1: Valor Integral de residuos ($I^{16}(1d_{3/2})$) en función de su probabilidad de ocupación ($v_{1d_{3/2}}$)

particular que el número de exclusiones en un mismo estado es superior al numero de pares de ese estado, la integral tiene un comportamiento divergente. Si en la Ec. 3.76 uno de los estados, por ejemplo a , tiene un exceso de

exclusiones, el exponente ν_α en la productoria será negativo. Factoreando los productos $(u_\alpha^2 + wv_\alpha^2)^{\nu_\alpha}$ de la productoria y usando el Teorema de Leibnitz para la diferenciación del producto, la expresión 3.77 se expresara como:

$$\begin{aligned}
I^{2k}(a^{n_a} b^{n_b} \dots) &= \frac{d^k}{dw^k} \left\{ (u_\alpha^2 + wv_\alpha^2)^{-\nu_{exc}} \times \prod_{\gamma \neq \alpha} (u_\gamma^2 + wv_\gamma^2)^{\nu_\gamma} \right\} + Term(u_\alpha/v_\alpha) \\
&= \sum_{k'=0}^k \frac{1}{k'!} \binom{k}{k'} \frac{d^{k-k'}}{dw^{k-k'}} (u_\alpha^2 + wv_\alpha^2)^{-\nu_{exc}} \times \frac{d^{k'}}{dw^{k'}} \prod_{\gamma \neq \alpha} (u_\gamma^2 + wv_\gamma^2)^{\nu_\gamma} \Big|_{w=0} + \\
&\quad + Term(u_\alpha/v_\alpha). \tag{3.78}
\end{aligned}$$

El término $Term(u_\alpha/v_\alpha)$ aparece de la posible intrusión de un nuevo polo dentro del área de integración cuando $\frac{u_\alpha}{v_\alpha}$. Donde, $\nu_{exc} = -(\Omega_\alpha - n_a)$ es el exceso de exclusiones. usando la relación 3.77 y evaluando las derivadas, podemos reescribir la anterior expresión:

$$\begin{aligned}
I^{2k}(a^{n_a} b^{n_b} \dots) &= \sum_{k'=0}^k \binom{k}{k'} (-)^{k'} \frac{(\nu_{exc} + k')!}{\nu_{exc}!} (u_\alpha^2)^{-\nu_{exc} - k'} \times I^{k'}(a^{\Omega_\alpha} b^{n_b} \dots) + \\
&\quad + Term(u_\alpha/v_\alpha). \tag{3.79}
\end{aligned}$$

Es claro de la anterior que divergirá como $u_\alpha^{-(2p+\nu_{exc})}$ cuando $u_\alpha \leftarrow 0$. La siguiente figura muestra la IR para dos exclusiones en el estado $2d_{\frac{1}{2}}$ (con $\Omega_{2d_{\frac{1}{2}}}$ igual a 1) para una distribución de neutrones en el ^{116}Sn : La figura 3.2 muestra el comportamiento de $I^{16}(1d_{\frac{1}{2}}^2)$ (^{116}Sn) para valores de $v_{\frac{1}{2}}$ proximos

a 1, la curva tiene una divergencia como $(u_{\frac{1}{2}})^{-16}$ cuando $(u_{\frac{1}{2}})^{-16} \rightarrow 0$. La

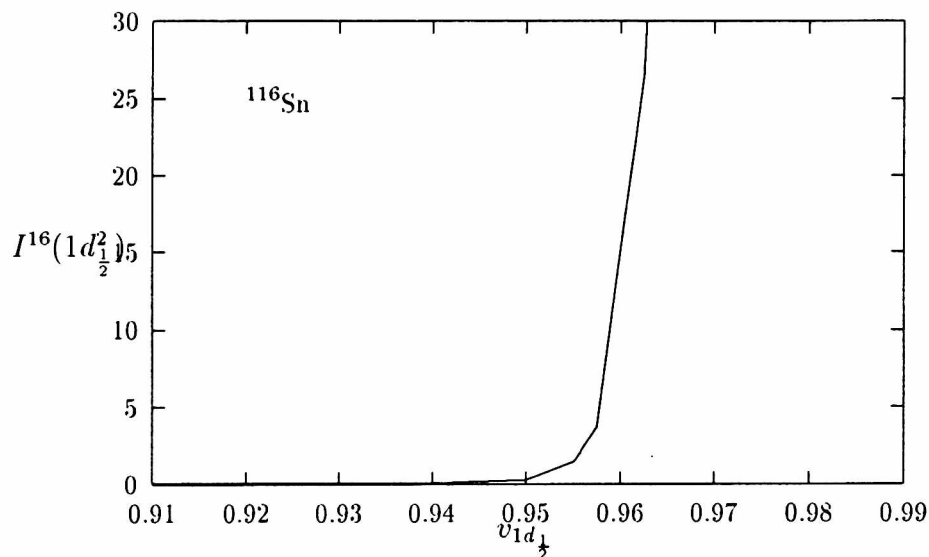


Figure 3.2: $I_{^{116}\text{Sn}}^{16}(1d_{\frac{1}{2}}^2)$ versus $v_{\frac{1}{2}}$, para valores de $v_{\frac{1}{2}} \rightarrow 1$

figura ?? muestra el comportamiento de $I^{16}(1d_{\frac{1}{2}}^2)$ para valores de $v_{\frac{1}{2}}$ lejanos de 1.

Para concluir con este estudio de las integrales interesante notar que éstas son dependientes como ya se dijo del número de pares disponibles y más aún del número de ellos a excluir en el subespacio disponible correspondiente. Así también como del estado a excluir, si es, o no un estado muy ocupado o relativamente vacío.

A propósito de estos concepto es muy común referirse en la literatura a la imposibilidad de calcular la integral correspondiente a la norma del estado

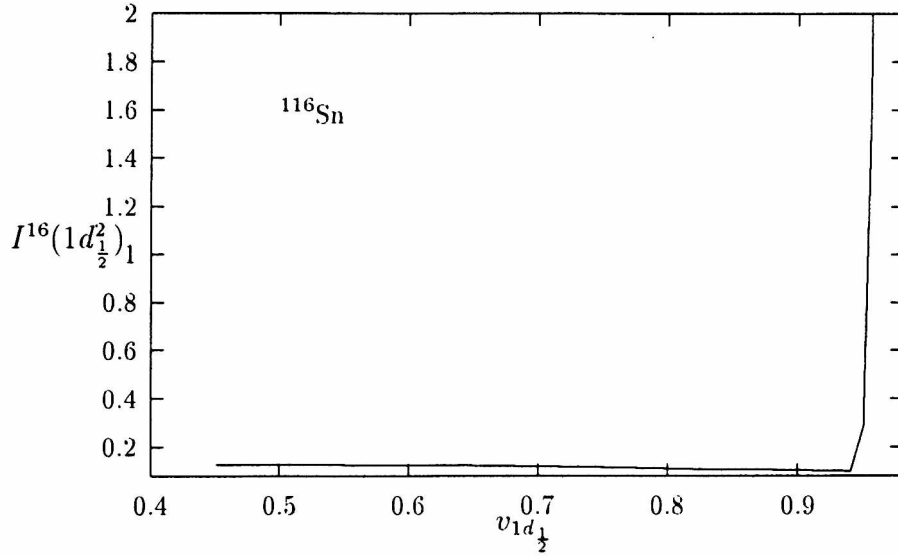


Figure 3.3: $I_{^{116}\text{Sn}}^{16}(1d_{\frac{1}{2}}^2)$ versus $v_{\frac{1}{2}}$.

$j=1/2$ para tal caso hemos implementado la siguiente fórmula:

$$1/2(u_a^2 I^{2p-2}(a) + v_a^2 I^{2p}(a)) \quad (3.80)$$

Esta fue calculada con el programa de manejo algebraico de operadores en lenguaje Lisp que se conoce con el nombre de REDUCE (ver apéndice).

En general, la mayoría de los autores que trabajan con este formalismo, que obviamente requiere de facilidades computacionales, calcula la integral mediante fórmulas de cuadratura sumadas sobre un número finito de intervalos. Por ejemplo en el caso de Allart [6][5][125] lo hace en una cuadratura de 5 puntos. Existen otros autores como Suhonen[243][49] que indican que han usado una cuadratura de veinte puntos. En esta tesis se ha usado la fórmula

de la integral de Cauchy y la de Leibnitz para la derivada de una productoria (Ec. 3.75) evaluada en en el origen, una forma similar fue derivada por Ottaviani[199] para calcular la integral de residuos en forma exacta.

$$\frac{1}{(2k)!} \frac{d^{2k}}{dz^\alpha} \prod_{\alpha} (u_{\alpha}^2 + z^2 v_{\alpha}^2)^{\nu_{\alpha}} |_{z=0} = \prod u_{\alpha}^{2\nu_{\alpha}} \times \sum_{k_1+k_2+k_3+\dots+k_n} \prod F_{\alpha}(a_1, a_2, \dots) \quad (3.81)$$

con

$$\begin{aligned} \prod F_{\alpha}(a_1, a_2, \dots) &= \text{si } k_{\alpha} = 0 \\ &= \nu_{\alpha}(\nu_{\alpha} - 1) \dots (\nu_{\alpha} - \frac{1}{2} k_{\alpha} + 1) \times (v_{\alpha} u_{\alpha})^{k_{\alpha}} [\frac{1}{2} k_{\alpha}!]^{-1} \end{aligned} \quad (3.82)$$

Por último las siguientes figuras mostraran la dependencia de la integrales de residuos con el número de pares p y con la ubicación del estado: por encima del nivel de Fermi (desocupado) o por abajo del nivel de Fermi (ocupado). Los estados y valores de los parámetros superconductores y nivel de Fermi corresponden al ^{48}Ca , que es el núcleo sobre el cual se calculará para el DBD.⁴ En el caso de una exclusión en un nivel de la capa $N=3$ ocupado como lo es $f_{\frac{7}{2}}$, Fig.3.3, el valor máximo de la IR corresponde a un número de partículas $2p - 2$ o $p - 1$ pares. Para una exclusión en el estado $f_{\frac{5}{2}}$

⁴Los valores usados de los parámetros superconductores pueden encontrarse en el Capítulo V

relativamente desocupado, Fig. ??, el máximo se desplaza a un número de pares p . El incremento de exclusiones en ese estado no desplaza este máximo,

Fig. 3.4

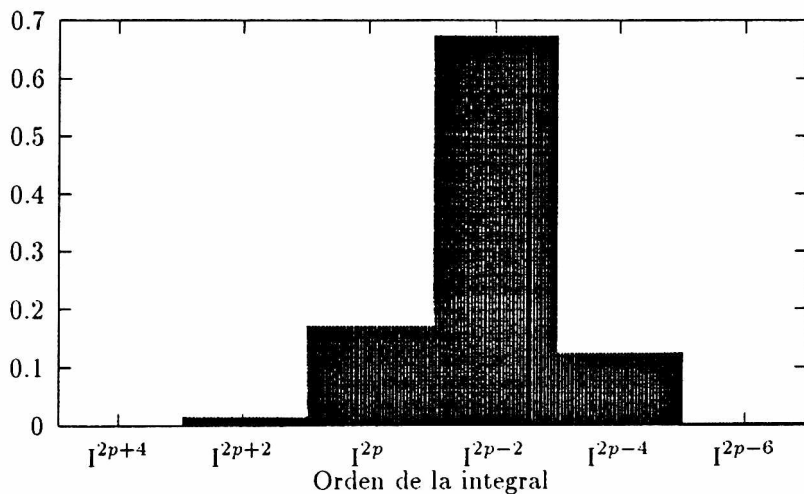


Figura 3.3: Integral de residuos, una exclusión en el estado $f_{\frac{7}{2}}$

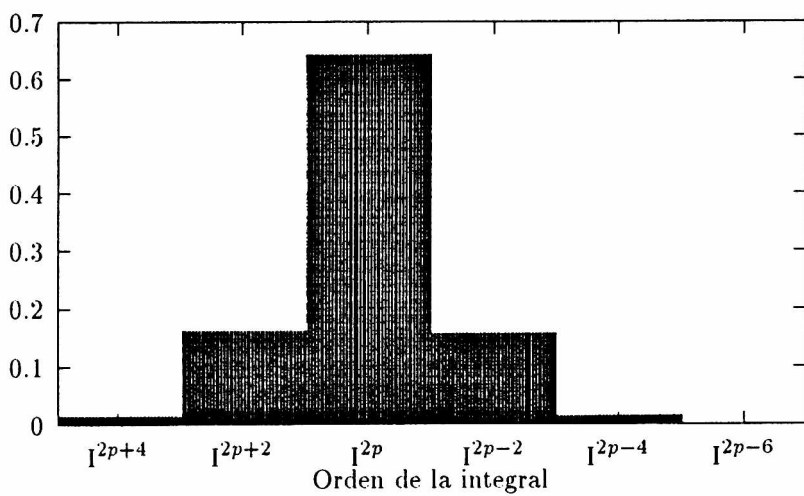


Figura 3.4: Integral de residuos, una exclusión en el estado $f_{\frac{5}{2}}$

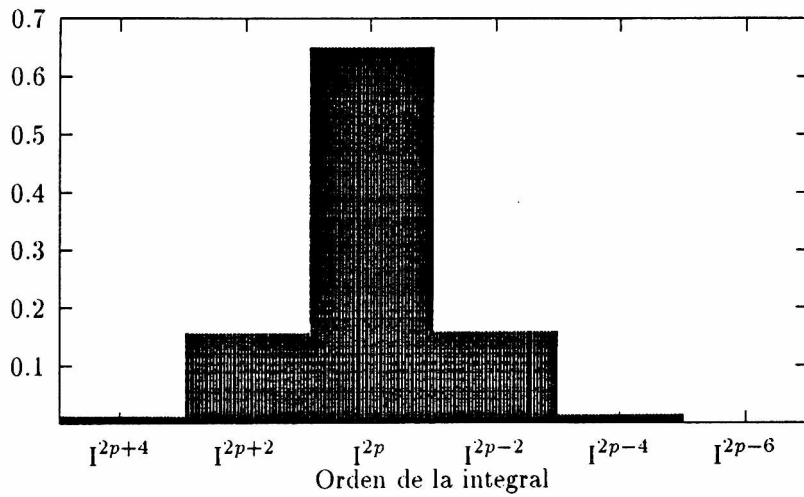


Figura 3.5: Integral de residuos, dos exclusiones en el estado $f_{5/2}$

Constrastando, con lo que sucede si se incrementa el número de exclusiones en un estado ocupado, como muestra la Fig. 3.6 para la IR con dos exclusiones en el nivel $f_{7/2}$. Por último la Figura 3.7 muestra la IR con dos exclusiones, repartidas entre un estado ocupado el $1f_{7/2}$, y uno desocupado el $1f_{5/2}$.

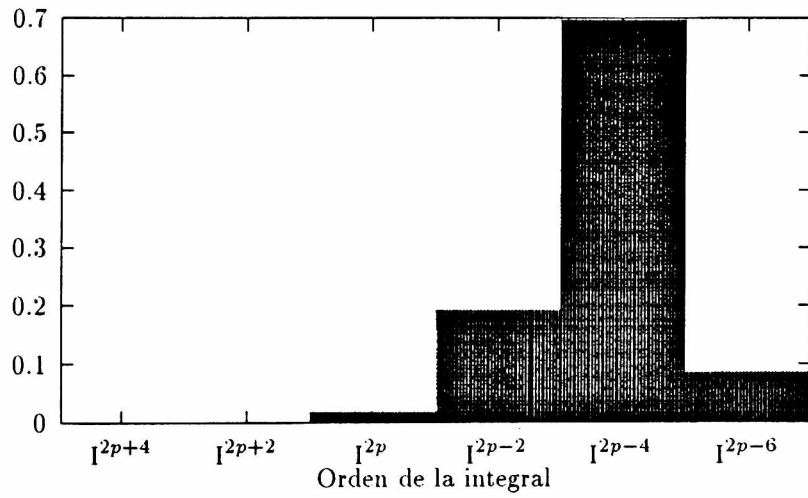


Figura 3.6: Integral de residuos, dos exclusiones en el estado $f_{\frac{7}{2}}$

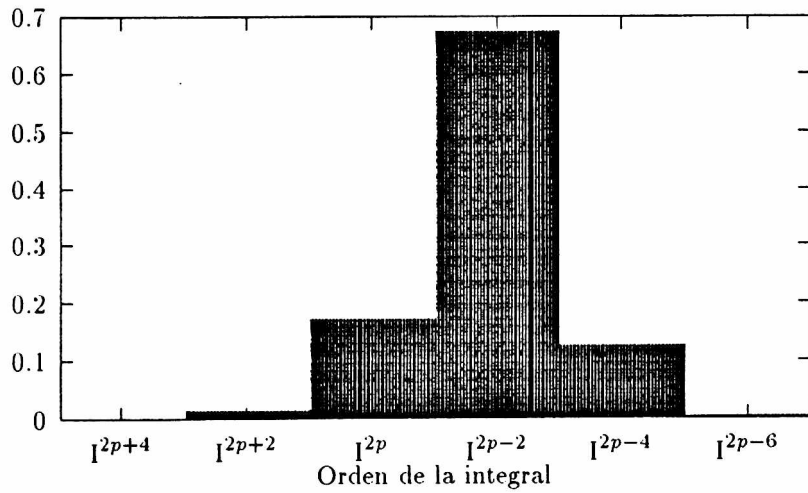


Figura 3.7: Integral de residuos, con exclusiones en los estados $f_{\frac{7}{2}}$ y $f_{\frac{5}{2}}$

En resumen, el valor máximo de IR se encontrará en $p - n$ pares donde n es el número de exclusiones en estados ocupados.

3.4 BCSCP y BCSP

3.4.1 BCSCP

En la Ecuación 3.24 se definió el operador proyección y que se aplicará al cálculo de los elementos de matriz mediante el uso de la función generatriz como una forma ventajosa de la aplicación de este operador proyección.

De esta aplicación, se obtuvieron una serie de funciones dependientes de la interacción a través de las $F(abcdJT)$ y $G(abcdJT)$, y de los parámetros superconductores explícitamente y a través de las integrales de proyección.

Nos resta ahora analizar, los lineamientos básicos que conducen a la resolución de un núcleo en particular.

De aquí en más se ejemplificará a partir de las aproximaciones de Tamm-Damcof (ATD), lo que no excluye de ser aplicable la aproximación de fases al azar (AFA).

En el Capítulo II se desarrolló el formalismo de BCS, el cual usa como dato de partida las energías de partículas independientes y planteando: el la estimación del potencial de apareamiento y la ubicación del nivel de Fermi λ . Este tipo de resolución conduce a la ecuación de brecha, en acuerdo

con la observación experimental de tal fenómeno. Pero, en esta resolución además de la conservación en promedio del número de partículas, la obtención de los parámetros superconductores u y v , en general se hace de una manera restringida. Probablemente una mejor aproximación sería resolver una ecuación de brecha para cada nivel [219]. De todas maneras, aunque algunos autores lo hacen, tal vez la aproximación intrínseca del cálculo no lo justifique.

Cuando los parámetros superconductores son obtenidos de la ecuación de brecha y luego usados para calcular la integral de residuos dentro de los valores de espectación proyectados, se dice que se hecho BCS con Proyección BCSP. Estos formalismos aún no son comparables porque no existen tantos cálculos que usen este dos formalismos. De todas maneras los parámetros superconductores así usados para proyectar las funciones de onda, si la integral de residuos opera sobre un subespacio con suficientes número de pares disponibles suelen ser fiables, pero estas funciones así determinadas no son autofunciones del problema variacional original,

$$\delta\langle\Psi_N|(\hat{H} - E)|\Psi_N\rangle = 0, \quad (3.83)$$

pero, pueden en primera aproximación considerarse un excelente tentativa [6] [?] Otra forma más exacta, pero a la vez más trabajosa es operar en forma variacional sobre el valor de espectacion del Hamiltoniano ya proyec-

tado, con la siguiente de que ahora la función de onda es la “mejor” autofunción del problema variacional ⁵. A esta última forma se la llama BCS Completo Proyectado (BCSCP)[174,199]. En nuestro caso, siguiendo los lineamientos expuestos anteriormente minimizamos la energía del estado fundamental proyectado R_{00}/I^{2p} , para obtener los parámetros u y v .

Calculando la variación con respecto a los parámetros superconductores se obtiene:

$$\delta\{\langle\Psi_N|(\hat{H}-E)|\Psi_N\rangle\}=\delta\{R_{00}/I^{2p}\} \quad (3.84)$$

En la anterior expresión $2p$ es el número total de partículas \mathcal{N} compuesto por p pares, Ψ_N son las funciones de onda solución del problema con un buen número de partículas \mathcal{N} . Esta variación conduce a la introducción de las derivadas parciales de las cantidades involucradas con respecto a u y a v .

La resolución de la Ec. 3.84 puede encararse esencialmente de dos maneras en principio equivalentes. La obtención a través de la derivación de las Ec. 3.84 usando las expresión 3.73. Este procedimiento aplicado a la forma general de R_{00} (Ec. .13) lleva a siguiente expresión obtenida originalmente por Ottaviani y Savoia [199]:

$$2\tilde{E}_c^0 u_c v_c - \Delta_c(u_c^2 - v_c^2) = 0, \quad (3.85)$$

⁵La mejor, porque en la variación 3.83 el espacio es restringido a las funciones de onda con número correcto de partículas.

donde Δ_c :

$$\Delta_c = -\frac{1}{4} \sum_a \hat{j}_a \hat{j}_c^{-1} u_a v_a G_0(aacc) I^{2p-2}(ac), \quad (3.86)$$

para \tilde{E}_c^0 :

$$\begin{aligned} \tilde{E}_c^0 = & E_c^0 I^{2p-2}(c) + \frac{1}{2} \sum_a \hat{j}_a \hat{j}_c^{-1} v_c^2 F_0(aacc) I^{2p-4}(ac) + \\ & \sum_a \hat{j}_a^2 \hat{j}_c^{-2} v_a^2 E_a^0 \left\{ [I^{2p-4}(ac) - I^{2p-2}(ac)] \nu_c(a) - \right. \\ & \left. - [I^{2p-2}(c) - I^{2p}(c)] (I^{2p-2}(a) / I^{2p}) \nu_c \right\} \\ & + \frac{1}{2} \sum_{ab} \hat{j}_a \hat{j}_b \hat{j}_c^{-2} \left\{ v_a^2 v_b^2 F_0(aabb) [(I^{2p-6}(abc) - I^{2p-4}(abc)) \nu_c(ab) \right. \\ & \left. - (I^{2p-2}(c) - I^{2p}(c)) (I^{2p-4}(ab) / I^{2p}) \nu_c] \right. \\ & \left. + u_a u_b v_a v_b G_0(aabb) [(I^{2p-4}(abc) - I^{2p-2}(abc)) \nu_c(ab) \right. \\ & \left. - (I^{2p-2}(c) - I^{2p}(c)) (I^{2p-2}(ab) / I^{2p}) \nu_c] \right\}, \quad (3.87) \end{aligned}$$

donde,

$$\nu_c(pq\dots t) = \frac{1}{2} \hat{j}_c^2 - (\delta_{cp} + \delta_{cq} + \dots + \delta_{ct}). \quad (3.88)$$

E_c^0, \hat{j}_c son las energías de p.i. y impulso angular del estado c , F_0 y G_0 son los elementos de matriz reducida entre estados ya definidos anteriormente. La expresión, como podría esperarse, se parece a la ecuación de brecha 2.58 y se reduce a ella en caso de no proyectar y usar un potencial de apareamiento.

3.4.2 Resolución de BCSP

En esta Tesis se eligió la minimización directa de la energía del estado fundamental, sin la utilización de las ecuaciones normales, o sea sin utilizar métodos que involucren derivadas, como el método de gradiente por ejemplo. Este, presenta la ventaja fundamental de reducir al mínimo el número de integrales de proyección (Ec. 3.71), el número de exclusiones y orden en ellas. Factores que en general las hacen bastante inestables numéricamente como se desprende de la discusión del inciso anterior.

El método de minimización de la Ec. 3.84 se basa en la búsqueda en el hiperespacio de sus parámetros de el mínimo valor de la expresión. Básicamente, consiste en construir un hipervolumen alrededor de una zona original donde se puede "suponer" la existencia de un mínimo de la función. Este se ajusta o incrementa sus límites zondeando los valores de la función en el entorno, eligiendo un menor valor de la función en los puntos que lo define. El procedimiento converge cuando el hipervolumen es menor que algún valor de convergencia estipulado. Este Método comúnmente llamado "SIMPLEX" [192], nombre que denomina el hipervolumen en donde se minimiza la función.

Para comprobar al bondad del método propuesto hemos calculado los valores de la probabilidad de ocupación para tres isótopos del Estaño aplicando el BCSCP con un potencial del tipo gaussiano convencional de rango finito,

$$V(\mathbf{r}) = -V_0 \exp\left(-\frac{\mathbf{r}}{r_0}\right)^2 (\hat{P}_s + t\hat{P}_t) \quad (3.89)$$

con, $\mathbf{r} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ y \hat{P}_s y \hat{P}_t , son los operadores de proyección de singlete par y triplete impar con $t=0.5$ $V_0=35$ Mev y $r_0=2$ fm. Nosotros hemos elegido las mismas energías de partícula independiente. A continuación presentamos la tabla con los valores obtenidos.

Orb	Ott.	Nos	Ott.	Nos	Ott.	Nos
	^{116}Sn	^{116}Sn	^{118}Sn	^{118}Sn	^{120}Sn	^{120}Sn
$1d_{\frac{3}{2}}$	0.33	0.31	0.47	0.49	0.62	0.69
$0h_{\frac{11}{2}}$	0.13	0.12	0.18	0.16	0.24	0.21
$2s_{\frac{1}{2}}$	0.47	0.51	0.63	0.68	0.76	0.79
$0g_{\frac{7}{2}}$	0.84	0.86	0.89	0.90	0.93	0.93
$1d_{\frac{5}{2}}$	0.90	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95

Tabla 3.1: Probabilidad de Ocupación calculada por Ottaviani con Métodos Iterativos y con Minimización Directa

Las rutinas que se utilizaron fueron la subrutina AMOEBA del paquete "Numerical Recipes" [206], con pequeñas modificaciones para incrementar su vectorización en una máquina vectorial (CONVEX, CRAY YMP).

3.4.3 El Operador de un cuerpo.

Un operador tensorial \hat{T}_μ^λ de un cuerpo en función de los operadores 3.39 puede ser expresado [199]:

$$\begin{aligned} \hat{T}_\mu^\lambda = & -\hat{\lambda}^{-1} \sum_{\zeta\zeta'} \frac{\langle \zeta' || T^\lambda || \zeta \rangle}{[(u_\zeta^2 + z^2 v_\zeta^2)(u_{\zeta'}^2 + z^2 v_{\zeta'}^2)]^{\frac{1}{2}}} \{ [(-)^\lambda u_\zeta u_{\zeta'} - z^2 v_\zeta v_{\zeta'}] \bar{D}_{\lambda\mu}^\dagger(\zeta, \zeta') \\ & + \frac{1}{2} z [u_{\zeta'} v_\zeta + (-)^\lambda u_\zeta v_{\zeta'}] [D_{\lambda\mu}^\dagger(\zeta', \zeta) + (-)^\mu D_{\lambda-\mu}^\dagger(\zeta', \zeta)] \} + \\ & + \delta_{\lambda 0} z^2 \sum_{\zeta} \frac{\hat{j}_\zeta v_\zeta^2 \langle a || T^0 || a \rangle}{(u_\zeta^2 + z^2 v_\zeta^2)}, \end{aligned} \quad (3.90)$$

donde el elemento de matriz reducido $\langle a || T^\lambda || a \rangle$ es definido:

$$\langle \alpha' || T_\mu^\lambda || \alpha \rangle = \hat{j}_{\zeta'}^{-1} (j_\zeta \lambda m_\zeta \mu | j_{\zeta'} m_{\zeta'}) \langle \zeta' || T^\lambda || \zeta \rangle. \quad (3.91)$$

3.4.4 El operador de un cuerpo proyectado.

La aplicación de los operadores 3.36 al operador tensorial esférico de un cuerpo T_μ^λ

$$\langle \Psi_{2p} | T_\mu^\lambda | \Psi_{2p} \rangle = \delta_{\lambda 0} \sum_{\zeta} j_\zeta v_\zeta^2 \langle \zeta || T^\lambda || \zeta \rangle I^{2p-2}(\zeta), \quad (3.92)$$

para 2 cps. con el vacío:

$$\langle \Psi_{2p, JM}(\zeta\zeta') | T_\mu^\lambda | \Psi_{2p} \rangle = -\hat{\lambda}^{-1} \langle \zeta || T^\lambda || \lambda' \rangle [u_\zeta v_{\zeta'} + (-)^\lambda v_\zeta u_{\zeta'}] I^{2p-2}(\zeta\zeta')$$

$$-\delta_{\lambda 0} \delta_{J 0} \hat{j}_{\zeta} u_{\zeta} v_{\zeta} \sum_{\eta} \hat{j}_{\eta} v_{\eta}^2 \langle \eta || T^0 || \eta \rangle [I^{2p-4}(\eta \zeta) - I^{2p-2}(\eta \zeta)], \quad (3.93)$$

y para $2cp$ contra $2cp$, despreciando términos en potencias superiores a 4 en los parámetros superconductores:

$$\begin{aligned} \langle \Psi_{2p, JM}(\zeta \zeta') | T_{\mu}^{\lambda} | \Psi_{2p, J' M'}(\eta \eta') \rangle &= (J' \lambda M' \mu | JM) \left\{ \delta_{J' 0} \delta_{J \lambda} \delta_{M \mu} \hat{\lambda}^{-1} \hat{j}^{-1} \hat{j}_{\eta} u_{\eta} v_{\eta} \right. \\ &\times (v_{\zeta'} u_{\zeta} + (-)^{\lambda} u_{\zeta'} v_{\zeta}) [I^{2p-4}(\zeta \zeta' \eta) - I^{2p-2}(\zeta \zeta' \eta)] \langle \zeta || T^{\lambda} || \zeta' \rangle \\ &+ \delta_{J 0} \delta_{J' \lambda} \delta_{M' - \mu} (-)^{\lambda} \hat{j}_{\zeta} u_{\zeta} v_{\zeta} (v_{\eta'} u_{\eta} + (-)^{\lambda} u_{\eta'} v_{\eta}) [I^{2p-4}(\eta \eta' \zeta) - I^{2p-2}(\eta \eta' \zeta)] \langle \eta || T^{\lambda} || \eta' \rangle \\ &\hat{j}'(-)^{J+J'} \hat{P}_J(\zeta \zeta') \hat{P}_{J'}(\eta \eta') [\delta_{\zeta' \eta'} W(J j_{\zeta'} \lambda j_{\eta}; j_{\zeta} J') (u_{\zeta} u_{\eta} I^{2p-2}(\zeta \zeta' \eta) - \\ &- (-)^{\lambda} v_{\zeta} v_{\eta} I^{2p-4}(\zeta \zeta' \eta)) \langle \eta || T^{\lambda} || \zeta \rangle] \left. \right\} + \delta_{\lambda 0} \delta_{J J'} \sum_{\kappa} \hat{j}_{\kappa} v_{\kappa}^2 \langle \kappa || T^0 || \kappa \rangle \\ &\left\{ \delta_J(\zeta \zeta', \eta \eta') I^{2p-4}(\kappa \zeta \zeta') - \delta_{J 0} \hat{j}_{\zeta} v_{\zeta} \hat{j}_{\eta} u_{\eta} v_{\eta} \text{eta} [I^{2p-6}(\kappa \zeta \eta) - 2I^{2p-4}(\kappa \zeta \eta) \right. \\ &\left. + I^{2p-2}(\kappa \zeta \eta)] \right\}, \end{aligned} \quad (3.94)$$

donde $W(\zeta \zeta' \eta \eta'; \kappa \kappa')$ es un coeficiente de acoplamiento (Racah)[210,211].

3.4.5 Las Funciones R^{ij}

$$\begin{aligned} R_{00}^{\zeta}(\zeta \dots) &= \sum_{\zeta} \hat{j}_{\zeta}^2 v_{\zeta E \zeta}^0 I^{k-2}(\zeta \zeta' \dots) + \\ &+ \frac{1}{8} \sum_{\zeta_1 \zeta_2} \hat{j}_{\zeta_1} \hat{j}_{\zeta_2} [2v_{\zeta_1}^2 v_{\zeta_2}^2 F_0(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_2 \zeta_2) I^{k-4}(\zeta_1 \zeta_2 \zeta \dots) \\ &- u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} u_{\zeta_2} v_{\zeta_2} G_0(\zeta_1 \zeta_1 \zeta_2 \zeta_2) I^{k-2}(\zeta_1 \zeta_2 \zeta \dots)] \end{aligned} \quad (3.95)$$

$$\begin{aligned}
R_{02}^k(\zeta\zeta' \dots) &= -2\hat{j}_\zeta u_\zeta v_\zeta E_\zeta^0 \\
&\quad - \frac{1}{4} \sum_{\zeta_1} \hat{j}_{\zeta_1} \left\{ v_\zeta^2 F_0(\zeta_1 \zeta_1 \zeta \zeta) I^{k-4}(\zeta_1 \zeta \zeta \zeta' \dots) \right. \\
&\quad \left. - u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} G_0(\zeta_1 \zeta_1 \zeta \zeta) \left[v_\zeta^2 I^{k-4}(\zeta_1 \zeta \zeta' \dots) - u_\zeta^2 I^{k-2}(\zeta_1 \zeta \zeta' \dots) \right] \right\} \quad (3.96)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{11}^k(\zeta\zeta' \dots) &= E_\zeta^0 \left[u_\zeta^2 I^k(\zeta\zeta' \dots) - v_\zeta^2 I^k(\zeta\zeta' \dots) \right] \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{\zeta_1} \hat{j}_{\zeta_1}^2 \hat{j}_\zeta^{-1} \left\{ v_{\zeta_1}^2 F_0(\zeta_1 \zeta_1 \zeta \zeta) \left[u_\zeta^2 I^{k-2}(\zeta_1 \zeta \zeta \zeta' \dots) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - v_{\zeta_1}^2 I^{k-4}(\zeta_1 \zeta \zeta' \dots) \right] - u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} u_\zeta v_\zeta G_0(\zeta_1 \zeta_1 \zeta \zeta) I^{2p-2}(\zeta_1 \zeta \zeta' \dots) \right\} \quad (3.97)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{22}^k(\zeta_1 \zeta_1' \zeta_2 \zeta_2') &= \frac{1}{4} \hat{P}_J(\zeta_1 \zeta_1') \hat{P}_J(\zeta_2 \zeta_2') \left\{ \left[u_{\zeta_1} u_{\zeta_1'} u_{\zeta_2} u_{\zeta_2'} I^{k-2}(\zeta_1 \zeta_1' \zeta_2 \zeta_2') \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + v_{\zeta_1} v_{\zeta_1'} v_{\zeta_2} v_{\zeta_2'} I^{k-6}(\zeta_1 \zeta_1' \zeta_2 \zeta_2') \right] G_{JT}(\zeta_1 \zeta_1' \zeta_2 \zeta_2') + \right. \\
&\quad \left. + 4v_{\zeta_1} u_{\zeta_1'} v_{\zeta_2} u_{\zeta_2'} F_{JT}(\zeta_1 \zeta_1' \zeta_2 \zeta_2') \right\}. \quad (3.98)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\hat{R}_{22}^{np}(n_1, p_1, n_1', p_1') &= \delta_{J,J'} \left\{ G(p_1 p_1' n_1 n_1', JT) \left[u_{p_1} u_{p_1'} u_{n_1} u_{n_1'} I^{2p}(p_1 p_1') I^{2n}(n_1 n_1') + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. v_{n_1} v_{p_1} v_{n_1'} v_{p_1'} I^{2p-4}(p_1 p_1') I^{2n-2}(n_1 n_1') \right] + \right. \\
&\quad \left. F(p_1 p_1' n_1 n_1' JT) \left[u_{p_1} u_{p_1'} v_{n_1} v_{n_1'} I^{2p-4}(p_1 p_1') I^{2n-2}(n_1 n_1') \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + u_{n_1} u_{n_1'} v_{p_1} v_{p_1'} I^{2p-4}(p_1 p_1') I^{2n}(n_1 n_1') \right] \right\} \quad (3.99)
\end{aligned}$$

3.4.6 Hnp Proyectado

$$\begin{aligned}
& \langle [\Psi_{2n}(n_1 n_2 J M) \otimes \Psi_{2p}(p_1 p_2 J M)]^{J=0} | H_{np}^{22} | [\Psi_{2n}(n'_1 n'_2 J' M) \otimes \Psi_{2p}(p'_1 p'_2 J' M)]^{J_T=0} \rangle \\
& P_J(n_1 n_2) P_{J'}(n'_1 n'_2) P_J(p_1 p_2) P_{J'}(p'_1 p'_2) \hat{J} \hat{J}' \delta_{n_2 n'_2} \delta_{p_2 p'_2} \\
& \times \sum_I (-)^{p_2+p_1+n_2+n_1+I} \hat{I}^2 \left\{ \begin{array}{ccc} J & n_2 & n_1 \\ n'_1 & I & J' \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{ccc} p_2 & p_1 & J \\ I & J' & p'_1 \end{array} \right\} \\
& \left\{ F_I(p_1 p'_1 n_1 n'_1) \left[u_{p_1} u_{p'_1} u_{n_1} u_{n'_1} I^{2p-2} (p_1 p_2 p'_1) I^{2n-4} (n_1 n_2 n'_1) \right. \right. \\
& \left. \left. + v_{n_1} v_{p_1} v_{n'_1} v_{p'_1} I^{2p-4} (p_1 p_2 p'_1) I^{2n-6} (n_1 n_2 n'_1) \right] \right. \\
& \left. (-)^{n_1+n'_1-I} F_I(p_1 p'_1 n_1 n'_1) \left[u_{p_1} u_{p'_1} v_{n_1} v_{n'_1} I^{2p-2} (p_1 p_2 p'_1) I^{2n-6} (n_1 n_2 n'_1) \right. \right. \\
& \left. \left. + u_{n_1} u_{n'_1} v_{p_1} v_{p'_1} I^{2p-4} (p_1 p_2 p'_1) I^{2n-4} (n_1 n_2 n'_1) \right] \right\} \mathcal{N}_{n_1} \mathcal{N}_{n_2} \mathcal{N}_{p_1} \mathcal{N}_{p_2} \quad (3.100)
\end{aligned}$$

3.4.7 Valores de espectación del Hamiltoniano para ATD y diversos operadores

En la Aproximación de ATD la matriz a diagonalizar es la matriz del operador \hat{H}_{ATD} . Este operador es el conmutador entre el operador creación de un cuadruplete np y el Hamiltonino (Ec. ??):

$$\hat{H}_{\text{ATD}} = \left[[D_{J_1 M_1}^\dagger(n, n') \otimes D_{J_1 M_1}^\dagger(p, p')]_{00} \hat{H} \right], \quad (3.101)$$

que operará entre las funciones de onda:

$$|\Psi^{np}(n_1 n_2 p_1 p_2)_{00}\rangle = |[\Psi_{JM}^n(n_1 n_2) \otimes \Psi_{JM}^p(p_1 p_2)]_{00}\rangle. \quad (3.102)$$

Estos elementos de matriz quedaran expresados en función de las funciones R como:

$$\begin{aligned} \langle \Psi^{np}(n_1 n_2 p_1 p_2)_{00} | \hat{H}_{\text{ATD}} | \Psi^{n'p}(n'_1 n'_2 p'_1 p'_2)_{00} \rangle &= R_{11}^n(n_1 n n') + R_{11}^p(p_1 p p') \\ &+ R_{22}^n(n_1 n_2 n'_1 n'_2) + R_{22}^p(p_1 p_2 p'_1 p'_2) + R_{22}^{np}(n_1 n_2 p_1 p_2) \end{aligned} \quad (3.103)$$

Capítulo 4

Ideas Previas y Modelo

4.1 Introducción

En este Capítulo describiremos en general las secciones comunes a casi todos los modelos, así también como la introducción al modelo con que se analizará el decaimiento β doble en el modo 2ν . Se hará hincapie en este modo y en particular en los elementos de matriz nuclear porque ellos también sirven para calcular el modo 0ν .

Desde el punto de vista de la Física, este fenómeno involucra una serie de aproximaciones, sin las cuales sería irresoluble. Usualmente se postula la separabilidad de la función de onda total en componentes hadrónicas y leptónicas. La Figura de la siguiente pagina (Fig. 4.1) resume las opciones y aproximaciones que deben tomarse para estimar la vida media en el DBD.

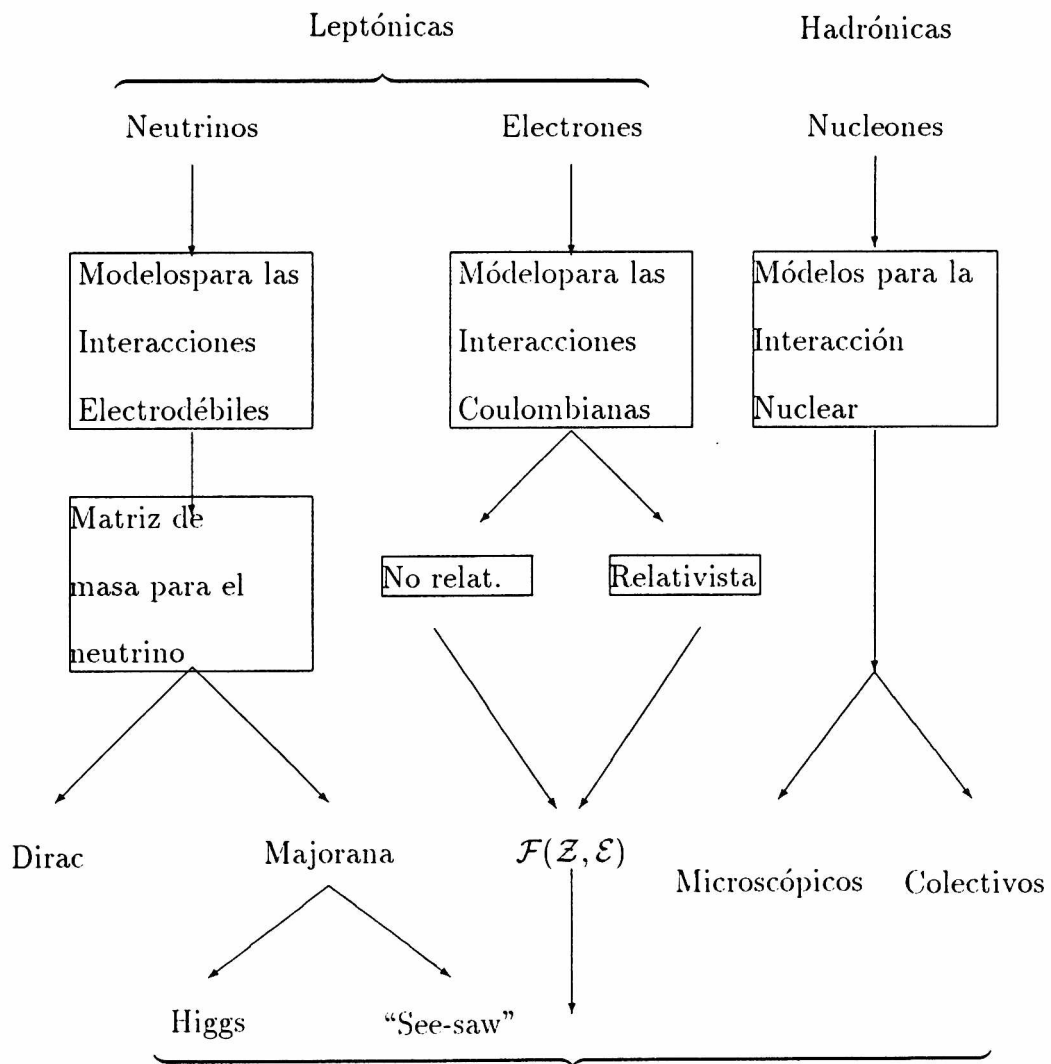


Figure 4.1: Cuadro sinóptico para la decisión de un modelo en para el DBD

En primera instancia al considerar las funciones de onda leptónicas ($\Psi_e \otimes \Psi_\nu$) debemos optar por una determinada teoría para representarlas, y puede haber varias como se detalla en el Capítulo 1. Dentro de estas teorías se opta por la elección de una dada densidad Hamiltoniana y una dada matriz de masa para el leptón neutro. Existen dos representaciones para el neutrino, la de Dirac y la de Majorana. La primera implica un neutrino no masivo. La segunda se genera una serie de interesantes opciones de neutrinos masivos, usando roturas espontáneas de simetrías. Para el otro leptón interviniente, el electrón, debe establecerse que tipo de interacciones tendrá con el resto del núcleo. Claramente la interacción coulombiana a través de $\mathcal{F}(Z, \epsilon)$ es primordial [128,129]). De esa descripción debe seleccionarse la aproximación adecuada (tipos ondas salientes s,p,d,..., etc.).

Como se ve este problema en general no se estrecha por la separabilidad, aún falta describir como se calculará la parte correspondiente al Hamiltoniano nuclear. Acá de por sí, al igual que en los leptones el número de elecciones puede ser grande, debido al hecho de que no existe una interacción nuclear que sea capaz de representar a todos los nucleídos existentes, sino una serie de modelos efectivos más o menos representativos, dependientes de la zona de la tabla periódica y las propiedades que se quieran describir. Por ejemplo, existen interacciones esquemáticas, como las cuadrupolo-cuadrupolo, aplicables en núcleos deformados. O la interacción delta relativamente buena en

los denominados núcleos superconductores. También, potenciales casi específicos a un conjunto dado de nucleídos como podría ser el potencial de Gillet [113,115] al Calcio. O tal vez, las funciones de onda efectivas de Mac Cullen [179] para la misma zona. Por otro lado existen otras muy elaboradas como los potenciales de Hamada-Jonston[161], Paris [85], Yukawas ([274]), Yale [35], etc.

Además como ya se ha dicho es posible describir el núcleo en principio con modelos que enfoquen las propiedades microscópicas (Modelo de Capas) o colectivos (BCS). En la próxima sección se introducirá el Hamiltoniano de Interacciones débiles usado en esta Tesis.

4.2 El Hamiltoniano de Interacciones débiles.

Como ya se refirió en el Capítulo 1, existen varias posibilidades para la elección de la densidad hamiltoniana para las interacciones débiles. En este trabajo se utilizará el Hamiltoniano propuesto por M. Doi [61,62,59] y W. Haxton [126,127], cuya densidad:

$$\begin{aligned}
\mathcal{H}(x) = & -\frac{G_\mu \cos \theta_c}{\sqrt{2}} \left\{ \bar{\Psi}_e(x) \gamma_\nu \gamma_5^- \Psi_\nu(x) \bar{u}(x) \gamma^\nu \left[\gamma_5^- + \zeta_{ID} \gamma_5^+ \right] d(x) + \right. \\
& + \bar{\Psi}_e(x) \gamma_\nu \gamma_5^+ \Psi_\nu(x) \bar{u}(x) \gamma^\nu \left[\gamma_5^+ + \zeta_{DD} \gamma_5^+ + \zeta_{DI} \gamma_5^- \right] d(x) + \\
& \left. + h.c. \right\} \tag{4.1}
\end{aligned}$$

donde Ψ_e es una función de onda del electrón (e) y Ψ_ν corresponde al neu-

trino (ν). A través de los operadores $\gamma_5^- = (1 - \gamma_5)$ y $\gamma_5^+ = (1 + \gamma_5)$, se introducen las posibles quiralidades derecha y izquierda respectivamente. Los $u(x)$ y $d(x)$ son los campos de los quark \bar{u} y \bar{d} . Los coeficientes ζ son constantes de acoplamiento entre las corrientes leptónicas y hadrónicas. Donde los subíndices representan las distintas quiralidades (I por izquierda, D por derecha) para la corriente leptónica (primer subíndice) y hadrónica (segundo subíndice) respectivamente. G_μ es la constante del acoplamiento débil medida en el decaimiento del muón. $\cos \theta_c$ es el coseno del ángulo de Cabibbo cuyo valor es cercano a uno ($\cos \theta_c = 0.97$). La ecuación anterior (Ec. 4.1) se incluyen neutrinos de dos quiralidades, izquierda y derecha, a diferencia del modelo de Weinberg-Glashow-Salam (ME) $SU(2) \otimes U(1)$, en donde sólo existen neutrinos de quiralidad izquierda.

Los campos asociados al neutrino pueden ser escritos en la representación de Majorana, como autoestados de masa de los campos $v_i(x)$, donde se supone $2n$ términos, donde n es el número de generaciones (e, μ, τ, ν_i) definidos sobre alguna teoría:

$$\Psi_\nu = \sum_{i=1}^{2n} U_{e_i}^I v_i, \quad \sum_{i=1}^{2n} |U_{e_i}^I|^2 = 1 \quad (4.2)$$

$$\Psi_{\bar{\nu}} = \sum_{i=1}^{2n} U_{e_i}^D v_i, \quad \sum_{i=1}^{2n} |U_{e_i}^D|^2 = 1$$

Esta convención generará autovalores de masa m_i , de los cuales elegiremos el correspondiente autoestado de masa real y definido positivo. Esta última

elección conduce a

$$\hat{C}v_i\hat{C}^{-1} \equiv v_i^c = \pm\lambda_i^c\bar{\gamma}\gamma_0 * v_i$$

\hat{C} es el operador conjugación de carga y $\bar{\gamma} = i\gamma^2\gamma_0$ ¹

En el caso particular de calcular el $\beta\beta_{2\nu}$ este es independiente de la elección de una caracterología en particular para el neutrino y es común tomar el límite de este Hamiltoniano en el Modelo Estandar (M.E.) y tratar el límite de “quarks” a nucleones como:

$$\bar{u}(x)\gamma^\mu\gamma_5^\pm d(\bar{x}) \rightarrow \bar{\Psi}_p(x)\gamma^\mu(F_1 \pm F_A\gamma_5)\Psi_n(x);$$

donde si $F_1 = 1$ y $F_A = 1.25$, Ψ_p y Ψ_n son las funciones de onda del protón y neutrón respectivamente. En este límite no hay mezclas derechas e izquierdas, las constantes de acoplamiento entre corrientes ζ , de la ecuación (4.1) son cero en este límite y $\zeta_{ID} = \zeta_{DD} = \zeta_{DI} = 0$, conduciendo a un neutrino que es amásico y pertenece al doblete izquierdo $\begin{pmatrix} \nu_c^I \\ e^I \end{pmatrix}_L$.

¹Los autoestados de masa pueden ser expandidos en la representación de Dirac, como:

$$v_i(\vec{x}, 0) = \int \frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \sqrt{\frac{m}{p_0}} \sum_{\pm s} [a_i(p, s)U(p, s)e^{i\vec{p}\vec{x}} + \lambda_i^c a_i^+(p, s)V(p, s)e^{-i\vec{p}\vec{x}}] \quad (4.3)$$

con $V(p, s) = \bar{\gamma}_0 * U(p, s)$ y

$$C a_i(p, s) C^{-1} = \pm a_i(p, s),$$

$$C a_i^+(p, s) C^{-1} = \pm a_i^+(p, s).$$

En la siguiente tabla 4.1 se detallan algunas de la características, constantes de acoplamiento, masividad y helicidad de los neutrinos usados en \mathcal{H} (Ec. 4.1).

Modelo	Const. Global	ζ_{ID}	ζ_{DD}	ζ_{DI}	Masa y helicidad
Primakof ^[207]	$\frac{F_A \alpha_V^\pm + F_1 \alpha_A^\pm}{2F_A F_1 U_c^\pm}$	$\frac{F_A \alpha_V^\pm + F_1 \alpha_A^\pm}{F_A \alpha_V^\pm + F_1 \alpha_A^\pm}$	$\frac{F_A \beta_V^\pm + F_1 \beta_A^\pm}{F_A \alpha_V^\pm + F_1 \alpha_A^\pm}$	$\frac{F_A \beta_V^\pm + F_1 \beta_A^\pm}{F_A \alpha_V^\pm + F_1 \alpha_A^\pm}$	amasico
Gre ^[121]	$G_\mu \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)$	0	$\frac{-\delta}{2+\delta}$	0	masivo Maj. Izq. y der.
ME ^[259,?,?]	$G_\mu \cos \theta_c$	0	0	0	Dirac amásico izq.
Molina ^[184]	$\frac{G_F \cos \theta_c (1+\delta)}{\sqrt{2(1+\delta^2)}}$	0	$\frac{1-\delta}{1+\delta}$	0	masivo Maj. Izq. y der.
Primakof ^[208] , Haxton ^[130]	G_μ	0	η	0	masivo Maj. izq. y der.
Nishiura ^[196]	$G_\mu \cos \theta_c$	$K \frac{\cos \theta'}{\cos \theta}$	K	$\lambda \frac{\cos \theta'}{\cos \theta}$	masivo Maj. izq. y der.
Doi ^[59]	$G_\mu \cos \theta_c$	0	0	$\lambda \frac{\cos \theta'}{\cos \theta}$	masivo Maj. izq. y der.
Caswell ^[42]	$\frac{G_\mu}{\sqrt{2}} \cos^2 \xi + \kappa^2 \sin^2 \xi$	$\frac{\kappa + \tan^2 \xi}{1 + \kappa \tan^2 \xi}$	$\frac{(1-\kappa) + \tan^2 \xi}{1 + \kappa \tan^2 \xi}$	0	masivo, izq. y der.
Doi ^[60]	$G_\mu \cos \theta_c$	κ	ζ	λ	masivo Maj. izq. y der.

Tabla 4.1: Características de diferentes Hamiltonianos en la literatura

4.3 Matriz de Masa del Neutrino.

Por último esquematizaremos, la parte de la densidad lagrangiana correspondiente a la masa del neutrino en el caso de el DBD (caso particular).

Sean los campos para neutrinos de Dirac izquierdos y derechos:

$$\Psi_D = \frac{1}{2}\gamma_5^+\Psi \quad \gamma_5^+ = 1 + \gamma_5 \quad (4.4)$$

$$\Psi_I = \frac{1}{2}\gamma_5^-\Psi \quad \gamma_5^- = 1 - \gamma_5$$

la densidad Lagrangiana queda expresada:

$$\mathcal{L}_m^D = -m_D^{ij}(\bar{\Psi}_{iI}\Psi_{jD} + \bar{\Psi}_{iD}\Psi_{jI}) + h.c. \quad (4.5)$$

Si se permite a los campos de distinta quiralidad poseer distintos acoplamientos:

$$\mathcal{L}_m^D \longrightarrow \frac{1}{2}m_D^{ij}\bar{\Psi}_{iI}\Psi_{jD} - \frac{1}{2}\bar{m}_D^{ij}\bar{\Psi}'_{iD}\Psi_{jI} + h.c. = \bar{\Psi}_I m_D^+ \Psi'_D - \bar{\Psi}'_D m_D \Psi_I \quad (4.6)$$

donde,

$$\bar{\Psi}_I m_D^+ \Psi'_D = M_D^{ij}\bar{\Psi}_{iI}\Psi_{jD}, \quad (4.7)$$

M denota la matriz producto sobre n campos y:

$$M_{\mathcal{D}}^{ij} = \bar{m}_{\mathcal{D}}^{ij} + m_{\mathcal{D}}^{ji} \quad (4.8)$$

2

$$L_m^{\mathcal{D}} = \frac{1}{2} [\bar{\Psi}_{\mathcal{I}} \mathcal{M}_{\mathcal{D}}^{\dagger} \Psi_{\mathcal{D}} + \bar{\Psi}_{\mathcal{D}} M_{\mathcal{D}} \Psi_{\mathcal{I}} + \bar{\Psi}'^c M_{\mathcal{D}}^* (\Psi_{\mathcal{I}})^c + \Psi_{\mathcal{I}} M_{\mathcal{D}}^{\dagger} (\Psi'_{\mathcal{D}})^c] \quad (4.9)$$

o sea:

$$\Psi_{\mathcal{I}} M_{\mathcal{D}} \Psi'_{\mathcal{D}} = M_{\mathcal{D}}^{ij} \bar{\Psi}_{\mathcal{I}} \Psi_{\mathcal{J}} \quad (4.10)$$

o sea reescribiendo 4.9 como:

$$L_m^{\mathcal{D}} = -\frac{1}{2} \left[\overline{(\Psi_{\mathcal{I}})^c \Psi'_{\mathcal{D}} \Psi_{\mathcal{I}} (\Psi'_{\mathcal{D}})^c} \right] \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & M_{\mathcal{D}}^{\dagger} \\ 0 & 0 & M_{\mathcal{D}} & 0 \\ 0 & M_{\mathcal{D}}^{\dagger} & 0 & 0 \\ M_{\mathcal{D}}^* & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} (\Psi_{\mathcal{I}})^c \\ \Psi'_{\mathcal{D}} \\ \Psi_{\mathcal{I}} \\ (\Psi'_{\mathcal{D}})^c \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Este Lagrangiano es el más general posible para un neutrino de Dirac masivo.

Una nueva extensión es posible si a esta densidad Lagrangiana se le agrega

²las propiedades con respecto a los distintos tipos de conjugación se pueden esquematizar como: $(\bar{\Psi}_{\mathcal{I}})^c (\Psi'_{\mathcal{D}})^c = -\Psi_{\mathcal{I}}^T \bar{\gamma}^{-1} \bar{\gamma} \gamma_0 * \Psi'_{\mathcal{D}} = (\Psi_{\mathcal{I}}^T \gamma_0 * \Psi'_{\mathcal{D}})$

un término de densidad a lo Majorana:

$$L_m^{\text{Maj.}} = -\frac{1}{2} [(\Psi_I)^c M_I^{\text{Maj.}} \Psi_I + (\bar{\Psi}'_D)^c M_D \Psi'_D] + h.c.,^3 \quad (4.13)$$

donde se puede agrupar a L_m como:

$$\begin{aligned} L_m &= L_m^{\text{Dirac}} + L_m^{\text{Maj.}} \\ &= -\frac{1}{2} \left[\overline{(\Psi_I)^c \Psi'_D \Psi_I (\Psi'_D)^c} \right] \begin{pmatrix} 0 & 0 & \mathbf{M}_I & \mathbf{M}_D^T \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_D & \mathbf{M}_I^\dagger \\ \mathbf{M}_I^\dagger & \mathbf{M}_D^\dagger & 0 & 0 \\ \mathbf{M}_D^* & \mathbf{M}_I & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} (\Psi_I)^c \\ \Psi'_D \\ \Psi_I \\ (\Psi'_D)^c \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.14)$$

la matriz de la ecuación 4.14 es hermítica y la $2n \times 2n$ matriz que forman el cuarto superior derecho es en general una matriz simétrica compleja.

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_I^{\text{Maj.}} & \mathbf{M}_D^T \\ \mathbf{M}_D & \mathbf{M}_D^{\dagger \text{Maj.}} \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Si requerimos que el Lagrangiano total sea invariante en conjugación de carga y paridad (CP), \mathbf{M} debe ser una matriz real. La diagonalización de la matriz

³Donde L_m^D no es invariante bajo la transformación de calibrado $\Psi \rightarrow e^{i\alpha} \Psi$, porque

$$(\Psi_I)^c M_I \Psi_I = \eta_c^* \Psi_I^T \bar{\gamma}^{-1} M_I \Psi_I = (\bar{\Psi}_I)^c M_I^T \Psi_I \quad (4.13)$$

4.15 nos permite definir una matriz de transformación U y la matriz de autovalores $D = D^\dagger$ tal que $U^T M U = D$. Claramente D es real y diagonal, con autovalores $\{m_k\}$, U es la matrix de autovectores cuya estructura interna puede ser vista como:

$$U = \begin{pmatrix} U_1^{1\dagger} & U_1^{2\dagger} \\ U_D^{1T} & U_D^{2T} \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

y nos permite definir dos vectores columna $2n$ -dimensionales v_I y $v_D = (v_I)^c$ por la siguiente expresión:

$$v_I = U^{-1} \begin{bmatrix} \Psi_I \\ (\Psi'_D)^c \end{bmatrix} \quad y \quad v_D = U^T \begin{bmatrix} (\Psi_I)^c \\ \Psi'_D \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Con las expresiones anteriores el Lagrangiano (Ec. ??) se reescribe como:

$$-2L_m = \bar{v}_D U^T M U v_I + \bar{v}_I U^{-1} M^\dagger U^* v_D$$

Si $D = D^\dagger$ entonces:

$$-2L_m = \bar{v}_D D v_I + \bar{v}_I D v_D,$$

con lo cual el L_m queda como

$$-2L_m = \frac{1}{2} \sum_k \left[\bar{v}_k^\dagger m_k v_k^- + \bar{v}_k^- (-m_k) v_k^- \right], \quad (4.18)$$

donde $v^+ = (v_I + v_D) = (v_I + (v_I)^c)$ y $v^- = (v_I - v_D) = (v_I - (v_I)^c)$ con lo que finalmente:

$$\Psi_\nu = \sum_{k=1}^{2n} U_k \tilde{v}_k$$

Por construcción v^+ y v^- cada uno representa $2n$ campos de Majorana que pueden ser escritos en terminos de operadores $a^+(p, s)$.

Estos comprimen los $4n$ autovectores de la matriz de masa (Ec. 4.14) y tienen autovalores $+m_k$ y $-m_k$ con $k = 1 \dots 2n$. Resumiendo los campos asociados al neutrino Ψ_ν :

$$\begin{bmatrix} \Psi_I \\ (\Psi'_D)^c \end{bmatrix} = U v_I = \begin{pmatrix} U_I^{1\ddagger} & U_I^{2\ddagger} \\ U_D^{1T} & U_D^{2T} \end{pmatrix} \tilde{v}_I \quad (4.19)$$

con,

$$\begin{bmatrix} (\Psi_I)^c \\ \Psi'_D \end{bmatrix} = U^* v_D = \begin{pmatrix} U_I^{1T} & U_I^{2T} \\ U_D^{1\ddagger} & U_D^{2\ddagger} \end{pmatrix} \tilde{v}_D \quad (4.20)$$

donde los campos quedan efectivamente escritos:

$$\begin{aligned} \Psi_\nu &= \sum_{k=1}^2 n_{k=1} U_{ek}^I \tilde{v}_k \\ \Psi_\nu &= \sum_{k=1}^2 n_{k=1} U_{ek}^D \tilde{v}_k \end{aligned} \quad (4.21)$$

donde v_k es tanto \tilde{v}_k^+ o \tilde{v}_k según sea el caso:

$$\begin{aligned} U_{ek}^I &= (U_I^{1\ddagger})_{ek} \quad k = 1 \dots n \\ U_{ek}^I &= (U_I^{2\ddagger})_{e(k-n)} \quad k = n + 1 \dots 2n \end{aligned}$$

(4.22)

$$\begin{aligned} U_{ek}^I &= \pm (U_I^{1\dagger})_{ek} \quad k = 1 \dots n \\ U_{ek}^D &= \pm (U_D^{2\dagger})_{e(k-n)} \quad k = n+1 \dots n \end{aligned}$$

la palabra efectivo invoca las posibles elecciones dentro del DBD donde sólo aparece proyecciones izquierdas de Ψ_ν y proyecciones derechas de Ψ'_ν . En estas condiciones los autovalores pueden tomar 3 elecciones:

$$\check{\nu}_k = \begin{cases} \epsilon \mathfrak{R}^\pm \\ \epsilon \mathfrak{R}^+ (\text{elección de Haxton [126]}) \\ \epsilon \mathfrak{S} (\text{elección de Doi [61,62]}) \end{cases}$$

Estas elecciones para los autovalores generan los distintos modelos de la literatura, pero siempre en relación al DBD.

4.4 Cálculo de la Vida Media

4.4.1 Aproximaciones Generales

Para el cálculo de la vida media del modo 2ν se hará uso de las siguientes aproximaciones generales:

- 1.- Aproximación para los Leptones.
 - a .- Ondas Planas.

Dado que los electrones eyectados sienten la a través de interacciones coulombianas la presencia del núcleo, esta atracción incrementa la superposición de las funciones de onda de los electrones emitidos. Es entonces, necesario tener en cuenta la distorsión de las funciones de onda de los electrones salientes por la presencia de los nucleones. La función de onda de los electrones será expandida en ondas planas, bajo el razonamiento expuesto por Nishura ([195,129]). También se tendrá en cuenta la corrección propuesta por Takassugi ([246,193]) La función de onda del e^- expandido en ondas esféricas toma la forma:

$$\Psi_e(\vec{r}) = \Psi_e^s(\vec{r}) + \Psi_e^p(\vec{r}) + \Psi_e^d(\vec{r}) + \dots \quad (4.23)$$

La función de onda Ψ_e expresada en expresada relativista se supondrá con una distribución uniforme con respecto al núcleo sin corrección del tipo De Broglie [186]. La ecuación 4.23 se ve reducida a una de ondas planas en el límite de $\alpha Z \rightarrow 0$ donde Z es el número atómico del núcleo hijo y α la constante de estructura fina. En los trabajos de Haxton [129] se encuentra la corrección a ondas “p” para $j = \frac{1}{2}$, y esta se hace importante en los núcleos medios a pesados. Esas correcciones también fueron hechas por Doi [60]. Por último aquí también se despreciará el efecto repulsivo de los $2e^-$ salientes. Este efecto es del orden de α sea un 1% de la energías involucradas.

- 1.- Hadrónicas.
- a.- De impulso no-relativista.

Dentro de la aproximación relativista para los impulsos las corrientes hadrónicas pueden ser escritas en forma general como:

$$J_{I\rho}^\dagger(\vec{x}) = \bar{\Psi}_\tau^+ [g_V \gamma_\rho - g_A \gamma_\rho \gamma_5 + g_W i \sigma_{\rho\nu} Q^\nu + g_P Q_\rho \gamma_5] \Psi, \quad (4.24)$$

y para la derecha,

$$J_{D\rho}^\dagger(\vec{x}) = \bar{\Psi}_\tau^+ [g'_V \gamma_\rho - g'_A \gamma_\rho \gamma_5 + g'_W i \sigma_{\rho\nu} Q^\nu - g'_P Q_\rho \gamma_5] \Psi \quad (4.25)$$

Ψ representa el doblete de nucleones, Q_ρ es el operador que representa el momento lineal de recule del nucleón. g_x son los distintos factores de forma. El factor de forma vectorial $g_V = \cos \theta_c$ o $g'_V = e^{ia} \cos \theta_c$, donde "a" es la fase por violación de la simetría CP por la mezcla I y D, θ_c es el ángulo de Cabibbo con las siguientes relaciones entre factores de forma:

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{g'_A}{g'_V} = 1.25 = F_A$$

$$\frac{g_W}{g_V} = \frac{g'_W}{g'_V} \text{ y } \frac{g_P}{g_V} = \frac{g'_P}{g'_V}$$

además la magnitud del magnetismo débil inducido es obtenido por la hipótesis CVC [186]:

$$\frac{g_W}{g_V} = -(\mu_p - \mu_n)/2M \simeq 3.7/2M$$

donde los μ son los momentos dipolares del protón y el neutrón, y M es la masa del nucleón. El factor de forma pseudoescalar inducido g_W está dado por la relación de Goldberger-Treiman [186] como:

$$\frac{g_P}{g_A} = 2M/m_\pi^2$$

donde m_π es la masa del pión.

Dentro de la aproximación no relativista de impulso la corriente hadrónicas para el decaimiento β son escritas como

$$\begin{aligned} J_{I^\dagger}^\rho(\mathbf{x}) &= \sum_n \tau_n^+ \left[(g_V - g_A C_n) g^{\rho 0} + (g_A \sigma_n^k - g_V D_n^k) g^{\rho k} \right] \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}_n) \\ J_{D^\dagger}^\rho(\mathbf{x}) &= \sum_n \tau_n^+ \left[(g_V + g_A C_n) g^{\rho 0} + (-g_A \sigma_n^k - g_V D_n^k) g^{\rho k} \right] \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}_n) \end{aligned}$$

donde τ_n^+ , $\vec{\sigma}_n$ y \vec{r}_n son el operador escalón de isospin, spin, y posición del n-ésimo nucleón respectivamente. El factor $g^{\rho\mu}$ es el tensor métrico. Los operadores C_n y \mathbf{D} son los términos escalar y vectorial del recule del nucleón definidos por:

$$C_n = [(\mathbf{P}_n + \mathbf{P}'_n)\dot{\sigma}_n - (g_P/g_A)(E_n - E'_n)\mathbf{Q}_n\dot{\sigma}_n]/(2M) \quad (4.26)$$

$$\mathbf{D}_n = [(\mathbf{P}_n + \mathbf{P}'_n) - (1 - 2M(g_W/g_A)i\{\sigma_n \times \mathbf{Q}_n\})]/(2M) \quad (4.27)$$

donde,

$$\mathbf{Q}_n = \mathbf{P}_n - \mathbf{P}'_n \quad (4.28)$$

con los cuadrimpulsos (E_n, \mathbf{P}_n) para el estado inicial y primado para el final del n -ésimo nucleón.

- b.- Impulso de Retroceso.

Se considera que el resultado a establecer es para nucleones relativamente pesados, con respecto a los productos de la reacción. Esto permite despreciar la contribución de los términos que tienen en cuenta el retroceso (recule) del nucleón, debida a la eyección de los productos livianos de la reacción, principalmente, electrones en todos los modos de decaimiento y neutrinos de diversas clases, en los modos en que están involucrados. Esta aproximación conduce a despreciar la parte escalar y vectorial de los productos escalares y tensoriales de los impulsos lineales con el operador de spin. Esto originará las conocidas contribuciones Gamow-Teller (GT) y Fermi:

$$J_{I\uparrow}^{\rho}(\mathbf{x}) = \sum_n \tau_n^+ \left[(g_V g^{\rho 0} + g_A \vec{\sigma}_n^k g^{\rho k}) \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}_n) \right] \quad (4.29)$$

$$J_{D\uparrow}^{\rho}(\mathbf{x}) = \sum_n \tau_n^+ \left[g_V g^{\rho 0} - g_A \vec{\sigma}_n^k g^{\rho k} \right] \delta(\mathbf{x} - \mathbf{r}_n). \quad (4.30)$$

- c.- Función de Onda.

En el desarrollo de la parte radial de la función de onda nuclear, se usará la aproximación de onda larga ($\vec{k}\vec{r} \sim 0$). Recordemos, que esto implica la sustitución de las funciones de Bessel esféricas, por su límite para valores de $\vec{k}\vec{r} \sim 0$:

$$J_l(\vec{k}\vec{r}) \rightarrow \frac{(\vec{k}\vec{r})^l}{(2l+1)!!}$$

Además en la evaluación de los elementos de matriz para la transición, se conservarán el término predominante en $1/M$ (donde M es la masa de nucleón) en los operadores de Fermi y Gamow-Teller en una no-relativista reducción de las corrientes hadrónicas

- d.- Elementos de Matriz Nuclear.

Se describirán transiciones entre el estado fundamental del núcleo padre al estado fundamental del núcleo hijo. Lo que no implica, la ausencia de transiciones que tengan como estado final un estado excitados del núcleo hijo, como por ejemplo: $0^+ \rightarrow 2^+$ o $0^+ \rightarrow 4^+$, suponiendo su contribución a la probabilidades de transición total pequeña.

4.4.2 La Probabilidad de Transición.

La velocidad de transición es función de la densidad de estados y obviamente del hamiltoniano y toma la siguiente forma:

$$d\omega^\pm = \frac{(G_F \cos \theta_c)^4}{16\pi^7} \mathcal{F}_{1,2}^\pm k_{e_1}^2 k_{e_2}^2 k_{\nu_1}^2 k_{\nu_2}^2 d\vec{k}_{e_1} d\vec{k}_{e_2} d\vec{k}_{\nu_1} d\vec{k}_{\nu_2} \\ \times \left[C_F F_1^4 |M_F|^2 + F_A^4 C_{GT} |M_{GT}|^2 + C_{F-GT} F_1^2 F_A^2 \times \Re(M_F F_{GT}^*) \right]. \quad (4.31)$$

donde G_F es la G_μ de la sección ?? y $\cos \theta_c$, F_1 , F_A poseen la misma definición del apartado referido. Los vectores \vec{k} representan los momentos espaciales de los leptones emergentes, $\mathcal{F}_{1,2}^\pm$ es el producto de las funciones coulombianas entrante y/o saliente, para los electrones, corregidas como se detallará en esta Sección. Por último las siguientes constantes se definen como:

$$C_F = [K^2 + L^2 - KL(1 + \vec{\beta}_1 \cdot \vec{\beta}_2)] \quad (4.32)$$

$$C_{GT} = \frac{1}{3}[(K^2 + L^2 + KL) - (2K^2 + 5KL + 2L^2)] \quad (4.33)$$

$$C_{GT-F} = [2KL - \frac{1}{3}(K^2 + L^2 - 4KL)\vec{\beta}_1 \cdot \vec{\beta}_2] \quad (4.34)$$

donde, $\beta_i = |\vec{k}_{e_i}|/\epsilon_{e_i}$ y el denominador es la energía del iésimo electrón y las K y L obedecen a las siguientes definiciones, provenientes de los denominadores del cálculo perturbativo:

$$K = K_{GT}^F = \frac{1}{E_{0i} - \epsilon_{e_1} - \epsilon_{\nu_1} - Em_{GT}^F} + \frac{1}{E_{0i} - \epsilon_{e_2} - \epsilon_{\nu_2} - Em_{GT}^F} \quad (4.35)$$

$$L = L_{GT}^F = \frac{1}{E_{0i} - \epsilon_{e_1} - \epsilon_{\nu_2} - Em_{GT}^F} + \frac{1}{E_{0i} - \epsilon_{e_2} - \epsilon_{\nu_1} - Em_{GT}^F} \quad (4.36)$$

donde, E_{0i} es la energía del núcleo inicial, ϵ_{e_i} es la energía del i -ésimo electrón, ϵ_{ν_i} la del i -ésimo neutrino y Em es la energía del m -ésimo estado virtual intermedio y los sub y supraíndices están referidos a si se calcula, respecto de la transición de Fermi o de Gamow-Teller. A propósito de éstas, M_F y M_{GT} son los elementos de matriz reducidos correspondientes a las amplitudes dobles de Fermi y Gamow-Teller respectivamente, que serán definidas en la siguiente sección.

En general estos denominadores de energía (Ecs. 4.35 y 4.36), suelen aproximarse. La aproximación más común es considerar que en la distribución angular de los electrones emergentes hay una dirección preferida y los electrones se emiten en direcciones opuestas, con lo que desaparecen la dependencia angular. Por otro lado suele también considerarse que la máxima energía cinética disponible ($T_0 = M_f - M_i - 2m_e$) se distribuye en partes iguales entre los leptones:

$$\epsilon_{e_i} \simeq \epsilon_{\nu_i} \simeq T_0/4, \quad (4.37)$$

con este último criterio es muy sencillo arribar a la siguiente expresión:

$$K \simeq L \simeq \frac{2}{E_{0i} - E_m - \omega_0}, \quad (4.38)$$

donde la Ec. 4.37 se han normalizado por el valor de la masa del electrón y $\omega_0 = T_0/2m_e = Q/2m_e - 2$ y T_0 es la energía cinética disponible para la reacción.

Después de todos estos considerandos, se puede escribir:

$$\omega = C_F F_1^4 |M_F|^2 + C_{GT} F_A^4 |M_{GT}|^2 - 2C_{GT-F} F_A^2 F_1^4 \Re(M_F \cdot M_{GT}^*), \quad (4.39)$$

donde las constantes ahora contienen todas las anteriores aproximaciones convirtiéndose en:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} C_F \\ C_{GT} \\ C_{GT-F} \end{bmatrix} &= \frac{(G_F \cos \theta_c)^4}{8\pi^7} \int_{m_e}^{Q-m_e} d\epsilon_{e_1} k_{\epsilon_{e_1}} \epsilon_{e_1} \mathcal{F}_{\pm}(Z, \epsilon_{e_1}) \\ &\times \int_{m_e}^{Q-\epsilon_{e_1}} d\epsilon_{e_2} k_{\epsilon_{e_2}} \epsilon_{e_2} \mathcal{F}_{\pm}(Z, \epsilon_{e_2}) \\ &\times \int_0^{Q-\epsilon_{e_1}-\epsilon_{e_2}} d\epsilon_{\nu_1} \epsilon_{\nu_1}^2 \epsilon_{\nu_2}^2 \begin{bmatrix} K^2 + L^2 - KL \\ \frac{1}{3}(K^2 + L^2 - KL) \\ KL \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.40)$$

En general, si uno tiene cuenta las aproximaciones antes citadas en las

ecuaciones 4.37 y 4.38

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_F &\rightarrow K^2 \\ \mathcal{C}_{GT} &\rightarrow \frac{2}{3}K^2 \\ \mathcal{C}_{GT-F} &\rightarrow \frac{4}{3}K^2 \end{aligned}$$

Con lo cual, estas constantes pueden volverse indiferenciables en una aproximación, relativamente común a casi todos los autores. Si los valores de K y L son sólo función de la energía del núcleo inicial y de los estados intermedio, si se reemplaza esta último por un promedio los valores de K serán constantes y podrán sacarse del integrando simplificando la anterior expresión. Obviamente, esta aproximación es válida si la dispersión de estos valores no es mayor que un orden de magnitud, porque en otro caso carecería de sentido.

Con esta aproximación las integrales en el espacio de las fases en Ec. 4.40.

Con lo cual las tres constantes $\mathcal{C}_{\mathcal{F},\mathcal{G}T,\mathcal{F}-\mathcal{G}T}$ pasan a ser una sola:

$$\begin{aligned} \mathcal{C} &= \Lambda_{2\nu}^i \frac{2m_e^{11}}{7\pi^7} (G_F \cos \theta_c)^4 \\ &\times \frac{\mathcal{F}^{PR}(Z)}{E_i - \langle Em \rangle - \omega_0}^2 \left[1 + \frac{T_0^7}{2m_e} + \frac{T_0^9}{9m_e} + \frac{T_0^{10}}{90m_e} + \frac{T_0^{11}}{1980m_e} \right] \end{aligned} \quad (4.41)$$

donde, $\Lambda_{2\nu}$ es la corrección relativista a la función de onda coulombiana de Primakoff y Rosen no relativista hecha por Haxton [127] y la relación entre ellas es:

$$\mathcal{F}^{NR-PR} = \Lambda_{2\nu}^{i-1} \mathcal{F}^R \quad (4.42)$$

con la siguiente relación entre las funciones de onda coulombianas no relativista: $\mathcal{F}_{\pm}(Z, e_i)$

y la relativista [207] es:

$$\pm \frac{e_i}{k_i} \mathcal{F}^{PR} = \pm \frac{e_i}{k_i} \frac{2\pi\alpha Z}{1 - e^{\pm 2\pi\alpha Z}} = \mathcal{F}_{\pm}(Z, \epsilon_i). \quad (4.43)$$

4.4.3 Operadores de Transición Nuclear

En el inciso anterior se hace referencia a las amplitudes de Fermi[87] y Gamow-TellerGam36, estas son la parte Nuclear asociadas al calculo del DBD. Su definición dentro del marco de las siguientes aproximaciones [?]:

- i.- Los operadores que la representan son de un cuerpo.
- ii.- Los momentum de los leptones salientes ($\vec{k}_{e_i}, \vec{k}_{\nu_i}$) así como las orientaciones de los electrones y neutrinos seran promediadas en forma tal que involucren solo coordenadas nucleares
- iii.- Debido a que los neutrones decaen en reposo los operadores que definen la amplitud de transición entre el estado final e inicial M_{fi} deben ser no nulos aún cuando el nucleón decayente este en reposo.
- iv.- Dada la situación anterior (iii) de decaimiento entonces invariancia translacional no debe tener dependencia de las coordenadas espaciales.

Sólo tres operadores satisfacen las anteriores condiciones:

La unidad $\mathbf{1}$, de espín $\sigma(\mathbf{i})$ y the isoespín $\tau(\mathbf{i})$

Una condición adicional es que debe poder mutar un nucleón en otro de diferente clase (β^\pm). En esta última condición está el operador escalón de isoespín,

$$\begin{aligned}
 \tau^-|p\rangle &= \frac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2)|p\rangle \\
 \tau^-|n\rangle &= 0 \\
 \tau^+|p\rangle &= \frac{1}{2}(\tau_1 + i\tau_2)|p\rangle = 0 \\
 \tau^+|n\rangle &= |p\rangle
 \end{aligned}
 \tag{4.44}$$

Los operadores τ^- representará una transición negatrónica y el τ^+ la positrónica.

La dependencia de σ está fijada con el requerimiento que el cuadrado de la amplitud de transición sea rotacionalmente invariante. Esto determinan la forma que tiene la amplitud de transición beta simple tal como :

$$|M_{f,i}|^2 = \frac{|C_F|^2}{2J_i + 1} \sum_{f,i} |\langle f | \sum_k \tau^-(k) | i \rangle|^2 + \frac{|C_{GT}|^2}{2J_i + 1} \sum_{f,i} |\langle f | \sum_k \tau^{(-)}(k) \sigma(\mathbf{k}) | i \rangle|^2,
 \tag{4.45}$$

donde J_i es el momento angular total del estado inicial, y C_F , C_{GT} son constantes definidas en el seccion (ec. ??) y

$$|\langle f | \sum_k \tau^- \sigma | i \rangle|^2 = \sum_j |\langle f | \sum_k \tau^-(\mathbf{k}) \sigma_j(\mathbf{k}) | i \rangle|^2
 \tag{4.46}$$

donde j se refiere a las diferentes componentes del vector $\sigma(\mathbf{k})$. La suma en \mathbf{k} es sobre los diferentes nucleones de núcleo que decae. Generalmente se

acostumbra a referirse directamente el cuadrado de la amplitud de transición:

$$|M_F|^2 = \frac{1}{2J+1} \sum_{fi} |\langle f | \sum_k \tau^\pm(k) | i \rangle|^2 \quad (4.47)$$

$$|M_{GT}|^2 = \frac{1}{2J+1} \sum_{fi} |\langle f | \sum_k \tau^\pm(k) \vec{\sigma}(k) | i \rangle|^2 \quad (4.48)$$

Por último cada vez que se calcule cualquiera de las dos transiciones habrá de aplicarse el Teorema Wigner Eckart para calcular el elemento de matriz reducido e hacerlo así independiente del acoplamiento geométrico, por ejemplo en el caso del operador de Gamow-Teller resulta:

$$\mathcal{M}_{GT}(i \rightarrow f) = \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} |\langle \Psi_{J_f, T_f, T_z \pm 1} | \sum_k \tau_k^\pm \vec{\sigma}_k | \Psi_{J_i, T_i, T_z} \rangle|^2. \quad (4.49)$$

Cada uno de las transiciones tiene sus propias reglas de selección. En el caso de Fermi el elemento de matriz es un escalar espacial y además,

$$\sum_k \tau^\pm(k) = T^\pm \quad (4.50)$$

conmuta con T^2 (ver Tabla 4.2).

Y en el caso del operador de Gamow-Teller,

$$\sum_k \tau^\pm(k) \vec{\sigma}(k) \quad (4.51)$$

se transforma vectorialmente en coordenadas e isospin.

Las reglas de transformación definen las siguientes reglas de transición:

Trans.	ΔJ	$\Delta \pi$	ΔT	ΔT_z	Correl. e- ν
Fermi	0	0	0	± 1	S=0
G-Teller	0 ± 1	0	$\pm 1, 0$	± 1	S=1

Tabla 4.2: Reglas de selección para transiciones GT y Fermi.

4.5 Posibles mecanismos para la no conservación de la carga leptónica

No obstante lo extensivo de este tema, aquí se resumirán brevemente los conceptos que están directamente relacionados con el DBDy se restringirán al menos por el momento a las partículas elementales básicas que entran en éste, a saber nucleones, electrones y neutrinos electrónicos.

En la teoría de interacciones débiles estandar V-A sólo se consideran corrientes leptónicas izquierdas (violación máxima de la paridad)

$$j_l = \bar{\Psi}_e(1 - \gamma_5)\Psi_\nu \quad (4.52)$$

donde Ψ_ν es un operador de campo amásico, y el neutrino de es de dos componentes. Si se desea explicar el proceso que ocurre en el modo 0_ν del DBD es necesario generalizar el Hamiltoniano de interacciones débiles estandar, teniendo en cuenta la naturaleza axial-vectorial de las corrientes hadrónicas. Una generalización razonable de la corriente de la Ecuación 4.52

será la inclusión de un término de helicidad derecha, la cual podría ser:

$$j = (1 + \eta^2)^{1/2}(j_l + \eta j_r) \quad (4.53)$$

$$j_I = (1 + \zeta)^{-1/2} \bar{\Psi}_e (1 - \gamma_5) (\Psi_\nu + \zeta \bar{\Psi}_{\bar{\nu}}) \quad (4.54)$$

donde,

$$j_D = (1 + \eta)^{-1/2} \bar{\Psi}_e (1 + \gamma_5) (\Psi_\nu + \eta \bar{\Psi}_{\bar{\nu}}) \quad (4.55)$$

donde ζ y η son constantes de acoplamiento reales si se supone invariancia bajo paridad y carga (CP). Aquí Ψ_ν se refiere al neutrino de Dirac (espinor) portando la misma carga leptónica que el electrón e^- y $\bar{\Psi}$ es el espinor de Dirac bajo conjugación de carga y paridad.

Es fácil ver que si ζ y η son ambos iguales a cero se recupera la Ecuación 4.52, con Ψ_ν espinor de Weyl⁴.

Un valor de ζ distinto de cero es condición necesaria pero no suficiente para provocar una violación de la conservación del número leptónico de carga, aunque se suponga un espinor de Dirac masivo. La experiencia experimental requiere que η sea pequeño o muy cercano a cero, no poseyendo ζ la misma restricción

En el caso de que $\zeta = \pm 1$ la corriente adquiere particular interés de estudio ya que corresponde al acoplamiento del electrón al neutrino de Majorana

⁴Existen modelos en que puede no conservarse CP [207] [252]

[173]. De hecho en este caso,

$$j = (1 + \zeta)^{-1/2} \bar{\Psi}_e [(1 - \gamma_5) + \zeta(1 + \gamma_5)] \Psi_\nu^M, \quad (4.56)$$

donde $\Psi_\nu^M = \frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_\nu \pm \bar{\Psi}_\nu)$ es el espinor de Majorana que es autoestado de CP.

Antes del descubrimiento de la no conservación de la paridad, no existía duda de que el canal 0_ν del DBD era consecuencia de la existencia de los neutrinos de Majorana. Pero, esto no es así, al menos en principio en el caso de que haya máxima violación de la paridad, o sea el caso en que $\eta = 0$, o sea el caso de no existencia de corrientes de helicidad derechas y en el límite de que la masa del neutrino tienda a cero. En este caso el neutrino de Majorana se reduce al neutrino de Weyl. Obviamente, para este último ($\eta = 0$) la carga leptónica se conserva y esta relacionada a la quiralidad. Teniendo los neutrinos la misma helicidad que los electrones negativos. Aquí no puede esperarse un decaimiento del tipo 0_ν .

La violación de la conservación del número de carga leptónica puede existir si las corrientes de helicidad derechas son explícitamente introducidas o para el neutrino con masa diferente de cero. De hecho, si el neutrino tiene masa, los neutrinos de helicidad derecha serán producidos por procesos como:

$$p \longrightarrow n + e^+ + \nu. \quad (4.57)$$

Estos procesos son descriptos en las teorías con rotura de simetría izquierda-

derecha. También existen teorías más sofisticadas como aquellas que implican roturas globales de simetría aproximadas [266] [251] y mecanismos como el llamado de "see-saw" [271] [224] y otros como los de varias generaciones [65].

Capítulo 5

Resultados

5.1 Introducción

En los capítulos anteriores se hizo una reseña tanto del problema fenomenológico (Cap. I), como de las aproximaciones generales involucradas (Cap. IV). Por otro lado en los capítulos II y III se reseñó el Formalismo de BCS. Posteriormente se introdujo el operador proyección y su problemática en el Cap. III.

De este último capítulo recordamos también que hemos propuesto la aplicación del BCSCP, y el cálculo de los parámetros superconductores con distintas interacciones. Esto nos ha permitido aumentar la consistencia del cálculo en sí, ya que la interacción a utilizar es introducida en el momento mismo de la obtención de los parámetros superconductores y de las auto-

funciones del problema variacional.

En este Capítulo se describirá el modelo propuesto para calcular la vida media del decaimiento doble beta del ^{48}Ca en el modo 2ν , que es el objetivo de esta Tesis Doctoral, aplicando el formalismo de proyección descripto en el mencionado Capítulo III.

La extensión a otros nucleídos entraña casi las mismas dificultades, pero tal vez haya algún grado de simplificación en el hecho de que a excepción del Molibdeno los restantes núcleos son tal vez más adecuados para procesos que involucren difusión del nivel de Fermi, ya que en general son de capas semiabiertas.

También se hará un análisis comparativo con los distintos modelos propuestos hasta la fecha. Vale la pena recordar que el mejoramiento paulatino de este cálculo a lo largo de los últimos quince años está completamente ligado al desarrollo de grandes sistemas de computación y de los sistemas de detección no disponibles hace 2 décadas.

En general, los núcleos que podrían manifestar este decaimiento pertenecen en su gran mayoría de la zona media para arriba, y, además son casi todos de capa semiabierta, lo que implica en general muchas configuraciones. Es por eso que la gran mayoría de los cálculos, se han hecho utilizando como base el formalismo de la aproximación de BCS y sus ampliaciones para la Aproximación de Fases al Azar para Cuasipartícula AFAC ("Quasiparticle Random

Phase Approximation QRPA”), ya sea a primer orden, o a órdenes superiores: como Alta AFAC(AAFAC)(HQRPA Higher QRPA)[241], o al método de Tamm-Dancoff para cp , ya sea a primer orden CTDA , o Alto CTDA (ACTDA) .

Esto no desmembra, de que existan también autores que han trabajado con el Modelo de Capas, siempre con modelos muy rudimentarios, es decir de un nivel como autores como Belaev y Khodel [147] Auerbach[275] en los 70 y en éstos últimos con grandes computadoras Richter[168], Zucker[43], Vergados[228].

También existen autores que han tratado de encontrar un desarrollo de la función de Green de la parte correspondiente a los bariones y leptones a través de la expansión de los operadores que ella involucra. Este último método ha sido desarrollado primeramente por Sharma[226] y Cheng[46], con correcciones tensoriales a primer orden. Otros autores como Muto[187] analizan el efecto de la interacción coulombiana, pero aún no se han obtenido resultados comparables. Esto se debe a que es extremadamente laborioso, y es función del número de partículas. Por otro lado si se quiere que al menos sea representativo debe de contener la parte Coulombiana y tensorial de la función de Green, y analizar otros efectos como las autoenergías y a su vez compararlo con distintos potenciales. Este último punto de vista ha sido desarrollado por X. R. Wu[270] y Stout[241]. No obstante lo trabajoso, tiene

como ventaja no pasar por un estado virtual intermedio[80] [46].

Los autores se pueden agrupar en rasgos muy generales a través de si hacen un modelo microscópico o si utilizan un modelo colectivo, proyectado o no y por supuesto a través de la interacción que utilicen ya que en última instancia cualquier interacción que describa correctamente el fenómeno queda automáticamente convalidada al menos para ese núcleo en particular.

- Modelos de capas. Compuestos de un único orbital o una capa del oscilador

1.- Haxton[127] con la interacción de Kuo[160],

2.- Vergados[255], con diversas interacciones entre ellas la de Kuo[160] renormalizada o no, Tabaquin[244], Serber[138]

3.- Skouras[229] Diversas interacciones, como Kuo[160], Tabaquin[244] o cuadrupolo-cuadrupolo.

4.- Zamick y Auerbach [275][11][10][279] interacción efectiva representada por las funciones de onda de Mac Cullen[179], también con interacciones diversas como Gauss[114], Kuo[160] Cuadrupolo-cuadrupolo y apareamiento.

5.- Sinatkas[228] Interacción de Sussex[72]

6.- Richter[168] Código OXBASH[213]

7.- Zucker[43] Código ANTOINE[44] con la interacción

- Modelos colectivos BCS(TDA y RPA) En este caso estan agrupados por grupos de paises.

Grupos Americanos

Compuestos por investigadores del CALTECH como Vogel, Zirnbauer o Fischer. Casi todos ellos han desarrollado AFAC para modelos sencillos de un orbital e interacciones también relativamente sencillas y separables como la delta[256][257][79] a rango cero, pero han introducido la variación de los parámetros de la interacción.

Grupo de Klapdor-Kleingrohaus-Muto.

Trabajan con diversas interacciones y en particular la cuadrupolo-cuadrupolo con y sin proyección en modelos de TDA y AFAC. También trabajaron como el Potencial de Paris[85]. Este grupo tiene también cálculos con el método de expansión de operadores[270], así también como con modelo de capas[189].

Grupo Faessler

Con respecto a este grupo tiene diversos investigadores, entre los primeros trabajos estan aquellos que poseen interacción delta más allá del rango cero y la interacción cuadrupolo-cuadrupolo sin proyección. Posteriormente han incorporado el Potencial de Bonn[171] y la proyección con autores como Civitarese [49] [50] [243](AFACP) y Suhonen[242][243](AFAP).

Independientes

Es un conjunto de investigadores de diversos paises, con los más variados

métodos

- Stout-Kaminsky[240] Alta AFA resuelto sin proyección y con un potencial de Bonn[171].
- Krmptic[158] Desarrolla un modelo e AFAC con un solo nivel.
- Kuo[241] Calculan AFAC con correcciones a autoenergías, usando potenciales efectivos como el Bonn[171] y el de Paris[85]

5.2 El núcleo inicial, ^{48}Ca .

Para el caso que nos hemos propuesto estudiar $^{48}\text{Ca} \rightarrow ^{48}\text{Ti}$, el ^{48}Ca es el nucleído inicial, el cual posee características que le son muy propias, en relación al conjunto formado por todos los demás emisores doble beta. Como primer rasgo cabe destacar que es el emisor con mayor energía disponible (ver tabla Capítulo I). Esta circunstancia lo hace un candidato excepcionalmente atractivo, no obstante que su abundancia isotópica natural es escasa y menor que el 1 % (0.186). El hecho de poseer una energía disponible del orden de 8.4 Mev aumenta las posibilidades de observabilidad del modo 2ν ya que el espacio de fases es menor a mayor energía disponible. Para el ^{48}Ca la magnitud de la integral en el espacio de las fase es 2.56×10^{16} [63].

Este nucleído tenía un Factor Nuclear de Mérito, (FNM) alrededor de

10^{-14} calculado por Haxton en 1982[127].¹. Este factor era un orden de magnitud menor que los restantes núcleos. Actualmente es de $2.3 \cdot 10^{14}$ [242] y aún así es bajo, por lo cual los elementos de matriz de la interacción nuclear así como la integral en el espacio de las fases pueden ser mejorados.

Cabe destacar que existe una única medición directa del 2ν DBD hecha por Bardin[20] (ver Tabla 1.1) en 1970 cuyo valor es de $3.6 \cdot 10^{19}$ años, con una confiabilidad del 68%.

Un cálculo indirecto hecho en base a los últimos datos experimentales medidos, en el TRIUMPH[4], de la amplitud Gamow-Teller del ^{48}Ti (n,p) ^{48}Sc , obteniendo una cota inferior para la vida media de 7.5×10^{18} años.

La última medición de la vida media del modo 0ν hecha por la Universidad de Beijing y el Word Lab [273] cuyo valor es $T_{0\nu} \geq 9.5 \times 10^{21}$ (76 % de confiabilidad).

Un prometedor experimento conjunto se va a llevar a cabo entre el Laboratorio del Gran Sasso[1] y el Laboratorio de Ingeniería de Moscú. En este se usará por primera vez un centellador de CaFe(Eu) a muy baja temperatura (del orden de 10K) y que será capaz de distinguir las emisiones β de 3720 keV (^{214}Bi) o la radioactividad natural α que, desafortunadamente, ocurre en un rango de energías muy próximo al del DBD. Por otro lado también es

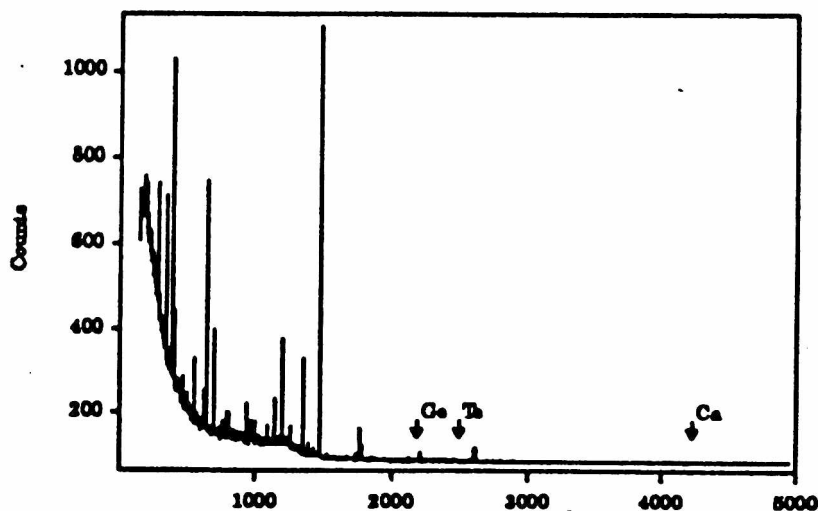
¹El FNM es una cantidad que se calcula en función de la masa de los leptones electrónicos y la vida media y se define como $FNM = m_\nu^2 m_e^{-2} (T^{1/2})^{-1}$

insensible al recule nuclear, en estos dos puntos aventaja a los detectores bolométricos.

Uno de las radiaciones de fondo más peligrosa es un decaimiento α proveniente del ^{238}U que ocurre con una energía de 4274 keV, que está a 3 keV de diferencia con la energía disponible por conjunto de leptones liberado en el ^{48}Ca .

Merece mencionarse que este detector frio, posee una particular sensibilidad a la radiación de fondo y ha sido testado a fondo para la radiación Compton de pico y de escape a 2615 keV del ^{232}Th . Para estos rangos, altura de pulsos 30 μV a 1500 keV es capaz de reproducir el calor especifico esperado por la ley de Debye indicando que el dopado del material es despreciable al menos dentro de los rangos expuestos, manteniendo así una buena sensibilidad.

Para terminar es interesante, distiguir como es el tipo de pico a detectar en función de una radiación de fondo normal. A continuación presentamos una gráfica en la cual se pueden apreciar nítidamente la magnitud de las dificultades que entraña una medición de este tipo.



Título de la Gráfica Energía de transición para algunos emisores DBD superpuesta a la radiación de fondo.[1].

5.3 Las aproximaciones

Muchas de las aproximaciones básicas para calcular el DBD, han sido descritas en Cap. IV en las secciones referentes a aproximaciones y al cálculo de la vida media.

Restan aún describir aquellas opciones y aproximaciones específicas al modelo que represente nuestro cálculo de la vida media.

La expresión para la vida media (ecuación 4.39) se puede reescribir como:

$$\left[T_{\frac{1}{2}}^{2\nu}\right]^{-1} = \omega / \log 2 = C_F F_1^4 |M_F|^2 + C_{GT} F_A^4 |M_{GT}|^2, \quad (5.1)$$

donde la diferencia con la ya descrita en el Cap. IV es que el último término ha sido despreciado.

Las constantes C_{GT} y C_F en la ecuación 5.1 son similares a aquellas en ?? y 4.39. No se debe olvidarse que son una integral y que el integrando es una sumatoria sobre todos los estados intermedios, como muestra explícitamente la siguiente fórmula:

$$\left[T_{\frac{1}{2}}^{2\nu}\right]^{-1} = a_{2\nu} \int d\Omega_{2\nu} \mathcal{F}_{1,2} \left| \sum_m \left[M_{GT_m} K_m^f - \frac{F_1^4}{F_A^4} M_{F_m} K_m^f \right] \right|^2, \quad (5.2)$$

en $a_{2\nu}$ se han incluido todas las constantes de la ecuación 4.31. $\mathcal{F}_{1,2}$ siguen siendo las integrales coulombianas y $d\Omega_{2\nu}$ involucra los mismos diferenciales

que en la ecuación ???. Obviamente esta última forma hace a las integrales en el espacio de las fases dependientes de los valores energía de estados de los núcleo intermedio a $J = 0, 1$. Para salvar esta dificultad, se pueden tomar dos caminos:

- Con clausura Sumar el valor de las amplitudes sin los denominadores, agregando un estado intermedio para completar la clausura y sumando sobre este, evaluando como promedio su correspondiente denominador:

$$\tilde{M}_{GT} = \sum_m M_{GTm}, \quad (5.3)$$

$$\tilde{M}_F = \sum_m M_{Fm}, \quad (5.4)$$

al promediar las energías provenientes del núcleo intermedio, (\bar{E}_m), la integral en el espacio de las fases se vuelve un valor constante y adopta forma referida en el Cap.IV de la Ec. 4.41, con lo que las sumatorias de 5.2 se transforman:

$$\sum_m [K_m^{gt} M_{GTm} - \vartheta K_m^f M_{Fm}] \longrightarrow \tilde{M}_{GT} \bar{\kappa}^{gt} - \vartheta \tilde{M}_F \bar{\kappa}^f \quad (5.5)$$

donde:

$$\vartheta = \left(\frac{F_A}{F_1}\right)^4 \quad \bar{\kappa}^{f,gt} = \sum_m^l \tilde{K}_m^{f,gt} \quad (5.6)$$

y,

$$\tilde{K}^{f,gt} = \frac{1}{\langle E_m \rangle + \Delta M + T_0/2} \quad (5.7)$$

con,

$$\langle E_m \rangle = \sum_m^l E_m / l \quad (5.8)$$

y, l es número de estados intermedios, con lo que la amplitud de transición con clausura se puede escribir como:

$$M_{GT,F}^{2\nu,cc} = \tilde{M}_{GT,F} \tilde{K}^{f,gt}. \quad (5.9)$$

Es ventajoso notar que la relación entre las sumas y los promedios

$$\sum_m M_{GT_m} K_m^{gt} = \tilde{M}_{GT} \bar{K}^{gt} \quad (5.10)$$

$$\sum_m M_{F_m} K_m^f = \tilde{M}_F \bar{K}^f \quad (5.11)$$

nos permite escribir una relación desacoplada entre los denominadores en el espacio de las fases y estos en las amplitudes de los operadores nucleares, con lo que la vida media se transforma en:

$$[T_{\frac{1}{2}}^{2\nu} 0^+ \rightarrow 0^+]^{-1} = |M_{GT} \bar{K}^{gt} - \vartheta M_F \bar{K}^f|^2 \mathcal{G}_{\bar{K}} \quad (5.12)$$

donde es muy sencillo despejar el valor de \tilde{M}_{GT} o \tilde{M}_F de [?], según sea el caso. Esta es una forma de introducir las amplitudes de transición dobles sin hacer uso de la relación de clausura, con lo cual las integrales en el espacio de las fases, pasan a ser un el factor constante, el cual Doi denomina cinemático Doi[63][64], cuya definición es :

$$\mathcal{G}_{\bar{K}} = a_{2\nu} \ln 2 \int d\Omega_{2\nu} \mathcal{F}_{1,2}[\bar{K}^{gt,f}]^2 < K_m^{f,gt} >^2 . \quad (5.13)$$

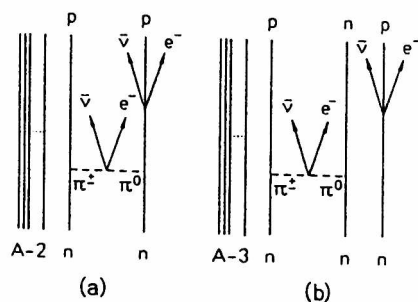
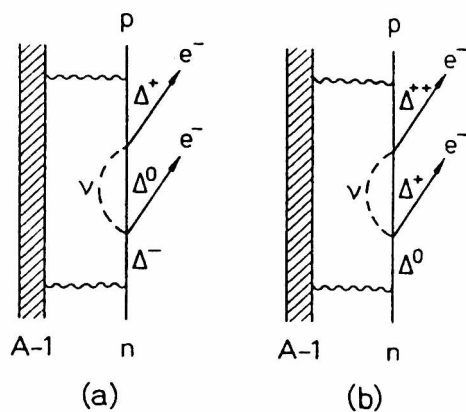
- Sin Clausura Calcular cada integral del espacio de las fases, según sea el denominador de energía, denominando a la vida media así obtenida *sin clausura(sc)*, con lo cual la fórmula de la vida media es la 5.2, o

También, existe un consenso general en la mayoría de los autores de que la amplitud de transición de Fermi es muy pequeña $M_F \leq 10^{-2}$.

Otra consideración para tener en cuenta, dentro de las opciones es como se va a suponer que este suceso ocurre, ya que se puede distinguir al menos dos tipos de ocurrencia en la forma en que se emiten los hadrones:

- Simultáneo Forma estandard de suponer en que los hadrones y demás partículas son emitidas todas juntas sin distinción de sucesión temporal, esto es equivalente a suponer un diagrama de Feynman donde los nodos no estan dotados estructura o de propiedades de masa.

- No Simultáneo Aquellas formas en que acontece en distinto instante de tiempo (capaz de interactuar con una interacción fuerte), es decir con nodos dotados de estructura, tal el caso de los decaimientos mediados por piones o excitaciones de partículas Δ en procesos de dos nucleones, propuestos primeramente por Primakoff[209] para el modo 0ν y ampliado para el 2ν por Picciotto [230]. También entran en esta categoría los mediados por mesones, como los que propone Vergados [82][156] o Ericson [81] o Cline [37]. A continuación se presentan algunos diagramas de Feynman representando algunas de las formas posibles.



Por último quedan una serie de consideraciones las cuales son difíciles de separar específicamente ya que en algunos casos, el elegir una de ellas automáticamente involucra un modelo determinado o forma de resolver las aproximaciones subsiguientes. Para tales casos empezaremos a relatar las especificaciones comunes y no comunes a la interacción. Como ya se mencionó el límite del ME con:

$$\begin{aligned} u &\longrightarrow p \\ d &\longrightarrow n \end{aligned} \quad (5.14)$$

y en lo referente al parte que corresponde al modelo para la interacción nuclear, existen las siguientes consideraciones sobre la misma:

- 1. Correlaciones del estado base. casi todos los modelos del tipo colectivo suponen que las correlaciones del estado base dan al cálculo mayor verosimilitud, y esto se acentúa en al mayoría de los autores que utilizan la siguiente aproximación de ramas:

$$\hat{\beta}^- \longrightarrow \cong \hat{\beta}^+ \quad (5.15)$$

lo que en realidad se basa en:

$$[\langle 0_f | \hat{O}_{gt}^+ | 1^+ \rangle]^\dagger = -\langle 1^+ | \hat{O}_{gt}^- | 0_f^+ \rangle \quad (5.16)$$

Esto se puede apreciar esquemáticamente en:

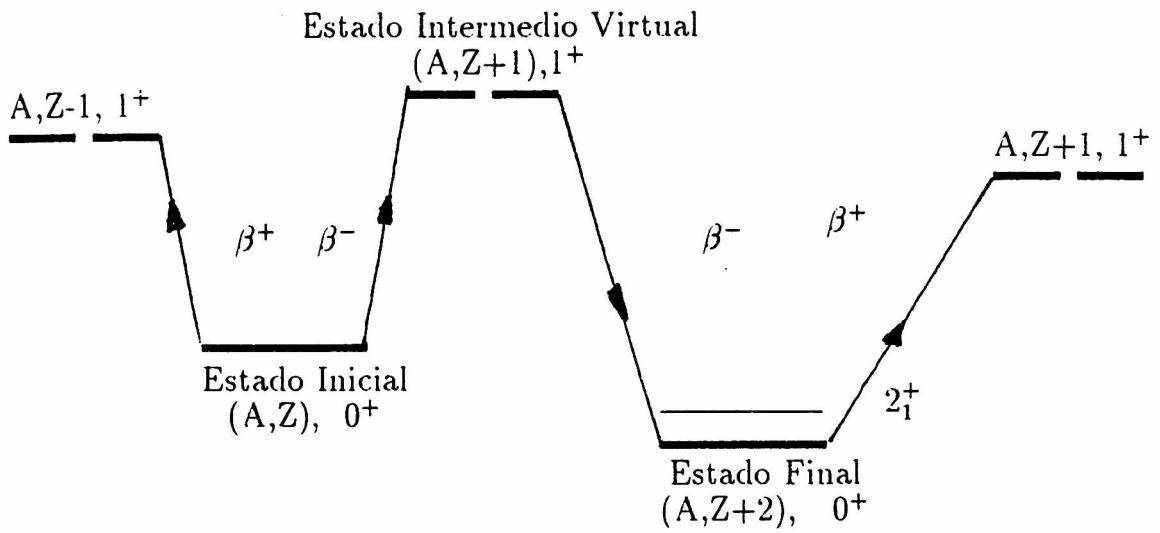


Fig 5.1 Aproximaciones posibles de la Transición $\beta\beta$

La relevancia de introducir correlaciones del estado fundamental radica en que la transición β^+ se ve fuertemente suprimida por el aumento del efecto de bloqueo de Pauli inducido por el apareamiento a bajo

momento angular a $J=0$ (pairing).

La correlación se supone a través de la AFACP con interacción entre proton-neutron [137] [28]. Los primeros autores que plantean esta aproximación chocaron con la poca verosimilitud de los resultados obtenidos en relación al mencionado bloqueo, tal es el caso de de los físicos americanos del Caltech, como Vogel[257] y Zinrbauer [79], Fischer[256] y Engel[77]. Esto produce una cantidad de nuevas aproximaciones, las que subdividiremos en:

- 2. De los denominadores En este caso obviamente al introducir el cambio de una rama por la otra, (ver figura ??) ya sea a izquierda o derecha, implica que se está calculando alguna de las ramas en otro núcleo, el que genera los estados virtuales correspondientes al intermedio $\langle 1_m^+ \rangle$, por lo tanto la pregunta a resolver es: ¿Cual es denominador a utilizar en la fórmula de al vida media? Nuevamente, aquí existen tres propuestas al menos de elegir tales denominadores, las que agruparemos por grupos de trabajo:

1. i.- Caltech o del promedio y truncamiento

Estos autores ya mencionados hacen dos cálculos, a saber: sobre el inicial calculan las amplitudes de ambas ramas β^+ y β^- y idéntico cálculo sobre el final, para luego promediar ambas amplitudes y

dividir por un promedio de los denominadores. Esto se muestra en al siguiente fórmula:

$$M_{gt} = -\frac{1}{2} \sum_{m, \bar{m}} \frac{\mathcal{A}_m^+ \mathcal{A}_m^-}{\kappa_m} + \frac{\mathcal{A}_{\bar{m}}^+ \mathcal{A}_{\bar{m}}^-}{\kappa_{\bar{m}}} \quad (5.17)$$

donde, las \mathcal{A}^{+-} son las amplitudes de transición reducidas para de los operadores \mathcal{O}_{gt}^{+-} y $\kappa_{m, \bar{m}}$, son los denominadores provenientes de los núcleos intermedios m y \bar{m} . Cabe destacar que si estos son modelos colectivos esta contenido el truncamiento inherente a las posibilidades de cálculo.

2. ii.- Alemanes o de superposición

Autores relacionados con los grupos liderados por Fäessler [250][50][223] y Klapdor-Kleingrothaus[122][188][191][239] suponen también, el cambio de nucleído para el cálculo del intermedio, pero, a diferencia de los anteriores introducen una especie de escaleo, de los valores de estado virtual intermedio al plantear el producto interno de las excitaciones de los núcleos intermedios así calculados, como muestra la siguiente fórmula

$$M_{gt} = - \sum_{m, \bar{m}} \frac{\mathcal{A}_m^+ \mathcal{A}_{\bar{m}}^- \langle \bar{m} | m \rangle}{\kappa_m + \kappa_{\bar{m}}} \quad (5.18)$$

Cabe acotar que los errores de truncamiento son los mismos que

para la aproximación anterior.

3. iii.-Sólo de truncamiento

Esta es específicamente la opción que se ha elegido en este cálculo de la vida media. Calculando ambas ramas β^- con el cálculo exacto [86], pero obviamente con un límite en el número de estados intermedios. Este tipo de truncamiento tiene sentido en función de solo un número fijo de estados intermedios que contribuye a las transiciones Gamow-Teller. Por lo tanto, esta última opción puede considerarse tal vez la más exacta.

La interacción residual, es capaz de distinguir protón-neutrón, y en la mayoría de los cálculos es responsable de del núcleo intermedio. Esta no presenta correlaciones de apareamiento en partículas no idénticas. En el caso de optar por un modelo del tipo colectivo derivados del BCS sin restauración del número de partículas, la interacción no distingue que núcleo corresponde a los intermedios según se haya hecho alguna de las dos primeras aproximaciones anteriores. En el caso de restaurar el número de partículas se puede distinguir la siguiente formas:

- Robusta

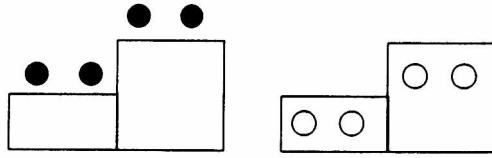
La que se obtiene después de resolver la ecuación de brecha 2.58, Cap. II, fijando el número de partículas en promedio. Esto obviamente

conduce al problema de distinguir cual núcleo es el que realmente se esta resolviendo $A(Z \pm 1, N \pm 1)$. Esto se cumple tanto para la aproximación de ATD como para AFA incluyendo cualquiera de sus variaciones a primer orden excitaciones de dos cp o de tres o cuatro cp. Es este rasgo de indefinición que poseen ambos modelos, el que ha hecho a varios autores, impulsados por Vogel a proponer separar los canales partículas - partículas (p-p) y partículas -augujero(p-h) a través de constantes no correlacionadas por la relación de Pandya.[202]. Este rasgo peculiar que se le atribuye a la parte residual de la interacción permite calcular la rama β^+ a partir del núcleo final.

Esta aproximación no sólo se basa, en la no conservación del número de partículas sino también en el hecho mencionado mas arriba: en el efecto de bloqueo de Pauli que atenúa fuertemente la transición β^+ .

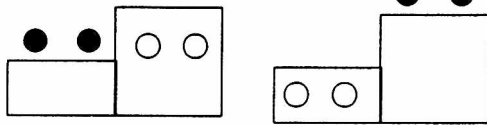
Otra forma, tal vez más sencilla pero equivalente, es suponer como lo hacen algunos autores como Klapdor-Kleingrothaus y Fäessler y sus asociados, que el Hamiltoniano de np es:

$$\begin{aligned}
 H_{np}^{(2cp)} = & \sum (u_p u_{p'} u_n u_{n'} + v_p v_{p'} v_n v_{n'}) G(pp'nn' J = 1 T = 0) \\
 & + (u_p u_n v_p v_{n'} + u_{p'} u_{n'} v_{p'} v_n) F(pp'nn' JT) \quad (5.19)
 \end{aligned}$$



$u_n u_{n'} u_p u_{p'}$

$v_n v_{n'} v_p v_{p'}$



$u_n u_{n'} v_p v_{p'}$

$v_n v_{n'} u_p u_{p'}$

Y en su límite de p-a (Cap. 2)

($u = 1 v = 0$ para los estados de partícula y $u = 0 v = 1$ para agujero) es capaz de representar bien el núcleo a describir. Esto implica que la descripción puede limitarse a considerar la parte correspondiente a partícula - agujero o reescalar la parte partícula - partícula. Esto está bien representado en los cálculos de los autores anteriores donde, se han separado ambos canales de p-p y p-a y ajustando las constantes de la interacción a una razón como $g_{pp}/g_{pa} = 0.38 - 0.43$ para Vogel [257]. Esta razón está ajustada a la reproducción del valor experimental de los valores de ft para el decaimiento β^+ en núcleos semimágicos deficientes de neutrones. Los elementos de matriz M_{GT} así calculados suelen anularse para valores de g_{pp}/g_{pa} menores que 0.38. Este fenómeno puede deberse a que esta aproximación trata a la fuerza como de rango cero, lo que hace que la parte de partícula - partícula sea más fuerte que la partícula - agujero. Existen otras posibles explicaciones para este

fenómeno, como por ejemplo la dependencia de g_{pp} con el tamaño de del espacio como comenta Cha[45].

Autores del grupo de Fäessler, como Suhonen [243] y Civitaressse [49] [50] han calculado que M_{GT} se anula para valores de $g_{pp} \approx g_{pa} \approx 1$.

Cabe destacar que aunque numéricamente este fenómeno existe tal vez sea propio de una serie de aproximaciones, tal vez en el tratamiento por separado de las constantes para las transiciones β^+ ya que estas se ajustan no sobre núcleos de capa semiabierta, sino como bien señala Muto[191] en aquellos semimágicos. Otra razón podría ser la inestabilidad misma del la AFA en cualquier versión, como comenta Rowe[220]. Por último Engel [79] y Vogel[78] atribuyen a que las correlaciones mencionadas son tan fuertes, que tornan inestable al AFA, lo que para estos autores indicaría que el BCS no es una buena fuente para primera aproximación.

Cabe acotar que el desacoplar geoméricamente los espacios de p-p y p-a entraña agrandar el número de constantes, en ambos canales ya sea singulete $T=0$ o triplete $T=1$ y si este ajuste se hecho consistentemente debiera estar relacionado a los valores que adopta la interacción con respecto al apareamiento.

- Con proyección

Para restaurar la definición del número de nucleones es posible aplicar el formalismo de la proyección y recuperar así la capacidad de distinguir correctamente el núcleo intermedio. Este procedimiento fue implementado por Klapdor[122][123] [155][124] para una interacción esquemática, en su la forma denominada BCSP. En esta serie de trabajos los mencionados autores trabajan con BCS+Nilsson para encontrar los valores de las energías de partículas y de los parámetros superconductores y luego éstos últimos son aplicados a resolver las integrales de proyección. No obstante, que de alguna forma se ha restaurado la simetría, aún siguen obteniendo con las hipótesis (ii) del párrafo anterior, el efecto de atenuación de la rama β^+ , y por consiguiente también la misma atenuación en M_{GT} o en la vida media. Por ende, también están dentro de esta filosofía los últimos cálculos hechos por el grupo de Fäessler [50][250][49][243] y Suhonen[242] aquí se introduce el concepto de proyección analítica que es completamente análogo al de BCSCP. En estos trabajos, los mencionados autores relatan algunos de los problemas inherentes a la aplicación de este formalismo, pero al igual que el grupo de Klapdor siguen registrando la dependencia de la amplitud β^+ con el canal p-p y por lo tanto su supresión en al amplitud de transición o en la vida media.

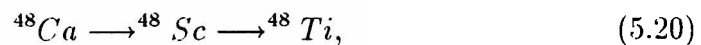
Nuestro modelo utiliza el BCSCP sin aproximaciones para la inter-

acción ya que no se desdoblán las constantes según los distintos canales. Esto es así porque hemos calculado ambas ramas β^- partiendo de las autofunciones del problema variacional aplicado al núcleo de partida, con la misma interacción durante todo el cálculo. A continuación pasamos a describir las opciones que se han tenido en cuenta para formular este modelo.

5.4 EL MODELO

5.4.1 Introducción

En este trabajo se ha calculado la vida media para el DBD del



donde se ha supuesto el pasaje por un estado intermedio virtual sobre el ${}^{48}\text{Sc}$.

A tales efectos hemos tenido en cuenta todas las aproximaciones generales descritas en el Cap.IV, y algunas de las particulares de cada modelo, recién descritas en la sección anterior.

De estas rescatamos que se ha supuesto al proceso como instantáneo, de corto alcance, con correlaciones al estado fundamental.

A efectos de otro tipo de aproximaciones, como por ejemplo, el intercalar un estado adicional para completar la suma sobre el núcleo intermedio y

efectuar la suma con clausura se ha calculado con y sin ella.

Por último resta mencionar, que no se ha aproximado ninguna rama por otra. Esto implica automáticamente, que se debe poder distinguir cual es el núcleo sobre el que se está calculando cada decaimiento. Para asegurarse, este hecho, se ha trabajado con el método BCSCP para calcular los parámetros superconductores, descrito y probado para el ^{116}Sn en el Cap.III.

De la aplicación del BCSCP se obtendrán los parámetros superconductores y conjuntamente el estado fundamental. Operando sobre el estado base con excitaciones de cuasipartículas y aplicando la Aproximación de Tamm-Dancoff a tales excitaciones proyectadas sobre el número adecuado de neutrones y protones, se ha obtenido el núcleo intermedio y también el final, eliminándose así las aproximaciones de las ramas en estos últimos. A continuación se describe como se ha operado sobre cada núcleo y los resultados obtenidos.

5.4.2 Estado Base del ^{48}Ca y Parametros Superconductores

Aunque el ^{48}Ca es un núcleo, que posee un número relativamente bajo de nucleones, un cálculo exacto de modelo de capas,(completo) involucra del orden 10^6 elementos de matriz. Esta es suficiente razón para tratar de aplicar métodos alternativos, basados en el BCS. En principio, los primeros cálculos

de la vida media para este nucleído fueron hechos con modelos de capas como se aprecia en la tabla 5.1.

El motivo de utilizar el modelo de capas es la dificultad que presenta difundir la superficie de Fermi de núcleo de doble capa cerrada. Esto es más complejo aún con un número bajo de nucleones, ya que el apareamiento natural de nucleones idénticos provee un fuerte obstáculo para resolver la ecuación de brecha descrita en el Cap.II.2.58.

No obstante, recientemente ha tomado cuerpo la idea de que las correlaciones del estado fundamental son tan importantes en nucleídos de capa abierta como cerrada. Este hecho ha llevado a diversos autores como Speth[197], Krmptic[136], Mahaux[172], Takayanagi[?] tratar dichas correlaciones y a propósito de éstas a difundir la superficie de Fermi. Existen varias formas de describir tales correlaciones, ya sea con correcciones a materia nuclear[136], o la introducción de excitaciones de dos partículas -dos agujeros[137]. Este conjunto de ideas nos ha alentado aplicar el proceso de BCSCP al núcleo inicial. † indica normalizados a los valores Haxton [127] de $\kappa=12$

A tales efectos se ha minimizado con el método descrito en el Cap.III la función del estado fundamental representado por:

$$\delta\left[\frac{R_{00}^{2\zeta}}{I^{2\zeta}}\right], \quad (5.21)$$

donde la definición de la función $R_{00}^{2\zeta}$ se encuentra en el Cap.III así como su

Modelo y Autor	Interacción	Orb/Capa	M_{GT}^2	1^+	$T_{2\nu}^{\frac{1}{2}}$
Capas					
Haxton [127]	[1]	$f_{7/2}$	0.0362	5.86	2.7×10^{19}
Zamick [275]	[2]	$f_{7/2}$	0.034		
Skouras[229]	[2][3]	$f_{7/2}$	0.0625	2.7	5.2×10^{19}
Vergados[255]	[1][3]	$f_{7/2}$	-0.0779(cl)†	11	4.1×10^{19}
Muto[190]	[1]	$f_{7/2}$	0.0463	1.94	0.61×10^{19}
Wu[269]	[1]	N=3	-0.0457 (cl)†	-	
Zucker[43]	[5]	N=3	0.00161	1.856	5.5×10^{19}
Richter[168]	[6]	N=3			1.9×10^{19}
Engel[80]	[1]	N=3	0.00290	Ef.	
Engel[80]	[9]	N=3	0.00183	Ef.	
MEO					
Ching[46]	[1]	MEO	-0.0334		
Ching[46]	[7]	MEO	-0.0350		
Colectivos					
Suhonen[242]	[10]	N=3	0.00129	1.34	7.01×10^{19}

Tabla 5.1: Valores calculados de M_{GT} para el ^{48}Ca

donde las interacciones referenciadas [1] Kuo[161] [2] Efectiva Mc Cullen[179]

[3] Tabaquin[244]

[4] Gauss[115] [5] Sussex-Antoine[43][79] [6] OXBASH[213] [7] Paris[85] [8]

Efectivo Miller[180] [9]Seber-Yukawa[138][10]Bonn[171]

derivada. Antes de describir los valores numéricos usados, haremos referencia a la interacciones usadas.

La interacción que describa este fenómeno debe ser en general de corto alcance, y por otro lado tener una dada eficacia en la zona de número másico A que vaya de 40 a 50, o sea que sea capaz de describir los nucleídos de zona que involucra desde el ^{40}Ca , porque este puede ser usado como carozo sobre el cual operen las diferentes excitaciones y a su vez capaz de generar los elementos de matriz para la capa del oscilador $N=3$. Por otra parte es necesario tener en cuenta los efectos de polarización del carozo, ya que estos efectos comienzan a tener relevancia especialmente para este núcleo por tener mayor cantidad de neutrones [247].

Cumpliendo todos los requisitos están los valores del Potencial de Hamada-Johnston calculado por Kuo y Brown[161],[160], y también el de Gauss calculado por Gillet[114] [113][115][111], y los de agregado de Rosenfeld y el de Seber. En nuestro caso hemos probado para el núcleo inicial con el de Kuo y el de Gauss. La diferencia entre estos dos potenciales radica en que el gaussiano posee una interacción más atractiva para los niveles $2p_{3/2}$ y $2p_{1/2}$

5.4.3 Las energías de partícula independiente.

Con respecto a este punto se han tomado las energías mencionadas en el libro de Bohr y Mottelson[34] para neutrón y las de Ogawa[181] para protón como

Orb.Neutrones	Energias	Orb.Protones	Energias
1f _{5/2}	7.850	1f _{5/2}	9.850
2p _{1/2}	5.620	2p _{1/2}	6.470
2p _{3/2}	3.690	2p _{3/2}	4.910
1f _{7/2}	0.100	1f _{7/2}	0.250

Tabla 5.2: Energias de particula independiente

Orb.Neutrones	Ocupacion	Orb.Protones	Ocupacion
1f _{5/2}	0.0141	1f _{5/2}	0.00024
2p _{1/2}	0.0615	2p _{1/2}	0.00010
2p _{3/2}	0.0795	2p _{3/2}	0.00012
1f _{7/2}	0.9389	1f _{7/2}	0.01019

Tabla 5.3: Val de ocupación obtenidos con la interaccion de Kuo

se detalla en la Tabla 5.2

Mediante éstas se ha calculado la minimización referida en 5.21 con lo cual se obtuvieron los valores para la probabilidad de ocupación: para la interacción de Kuo que se detallan en la tabla 5.3 y en la Tabla 5.4 los de la interacción gaussiana.

Con estos valores se obtuvieron dos valores distintos del estado fundamental, para la interacción de KB este fue de -1.525 y para la de Gauss de

Orb.Neutrones	Ocupacion	Orb.Protones	Ocupacion
1f _{5/2}	0.085	1f _{5/2}	0.042
2p _{1/2}	0.043	2p _{1/2}	0.033
2p _{3/2}	0.043	2p _{3/2}	0.032
1f _{7/2}	0.952	1f _{7/2}	0.051

Tabla 5.4: Val. de ocupacion obtenidos con el gaussiano

-2,518. El mismo cálculo se llevo cabo con la mezclas de Rosenfeld y de Serber obteniendo valores similares a los de Gauss pero con un fundamental ligeramente más cercano al de Kuo es decir para el primero, se obtuvo en -2.315 y para el segundo -2.151.

Cabe destacar que también se ha resuelto la ecuación de brecha para la fuerza de apareamiento estandar. Esta se complica en el caso de los neutrones y no es posible difundirla a menos que se le provea un valor del potencial de apareamiento entre 4 y 5 Mev, valor alto para lo que la literatura usual cite Bay60[133]. Dichos valores condujeron a la siguientes resultados descritos en la Tabla 5.5.

Estos conjuntos de valores han de proveer la entrada de valores a todo el cálculo.

Orb.Neutrones	Ocupacion	Orb.Protones	Ocupacion
1f _{5/2}	0.100	1f _{5/2}	0.000
2p _{1/2}	0.093	2p _{1/2}	0.000
2p _{3/2}	0.097	2p _{3/2}	0.000
1f _{7/2}	0.840	1f _{7/2}	0.000

Tabla 5.5: Valores obtenidos con la ec de brecha usual

5.5 El Núcleo Intermedio, ⁴⁸Sc

Habiendo podido determinar los valores de u y v se construyeron dos bases de de partícula independiente no idénticas de excitaciones a momento angular total igual a la unidad para calcular las excitaciones Gamow-Teller y otra a momento angular nulo para las transiciones de Fermi.

Ambas bases serán tratadas sin ortogonalización. Esto es así porque se suponen los espacios protón-neutrón separables, hecho indispensable para poder aplicar el formalismo de la proyección. En el caso de impulso angular total igual a la unidad sólo sería necesario ortogonalizar en caso de considerar excitaciones de tres cuasipartículas, porque dos de ellas pueden acoplar a momento angular parcial nulo y por tanto ser combinación lineal de su correspondiente vacío[200]. Esta bases serán definidas genéricamente como:

$$[\bar{D}^\dagger(pnJM)]|\mathcal{G}(z_p)\rangle \otimes |\mathcal{G}(z_n)\rangle = [|\mathcal{G}(z_p, p)\rangle \otimes |\mathcal{G}(z_n, n)\rangle]^{JM} = \quad (5.22)$$

$$\sum_{p,n} z_p^{p+1} z_n^{n-1} [|\phi_{2p+1}(p)\rangle \otimes |\phi_{2n-1}(n)\rangle]^{JM}. \quad (5.23)$$

Dada la naturaleza del núcleo inicial la forma más adecuada de operar con excitaciones sobre este, es la Aproximación de Tamm-Dancoff ATDA. Esta conduce a la diagonalización de los términos no nulos que resulten del valor de espectación del siguiente conmutador:

$$\langle \mathcal{G}(z_p) | \otimes \langle \mathcal{G}(z_n) | [\bar{D}(pnJM)] [(\sum_{\zeta=n,p} H^{\zeta\zeta}(z_\zeta) + H^{np}(z_n, z_p)), (\bar{D}^\dagger(pnJM)] |\mathcal{G}(z_p)\rangle \otimes |\mathcal{G}(z_n)\rangle \quad (5.24)$$

$$[|\phi_{2p+1}(p)\rangle \otimes |\phi_{2n-1}(n)\rangle]^{JM} |H_{nn} + H_{pp} + H_{np}[|\phi_{2p+1}(p')\rangle \otimes |\phi_{2n-1}(n')\rangle]^{JM} = \\ R_{00}^{2p}(p) + R_{11}^{2p}(p, p) + R_{00}^{2n}(n) + R_{11}^{2n-2}(n, n) + R_{22}^{np}(n, p, n', p'JM) \quad (5.25)$$

donde las funciones $R_{i,j}^{k,l}$ son las funciones definidas en la sección 3.4.1. Se hace notar que cada estado esta normalizado a:

$$\langle \phi_{2p+1}(p) | \phi_{2p+1}(p) \rangle = I^{2p}(p) \quad (5.26)$$

$$\langle \phi_{2n-1}(n) | \phi_{2n-1}(n) \rangle = I^{2n}(n) \quad (5.27)$$

Estado	$E_{p,i}^\nu$	KuoB	Gauss	$E_{p,i}^\pi$	KuoB	Gauss
1f _{7/2}	7.850	9.771	9.378	9.750	9.750	9.750
2p _{1/2}	5.620	6.827	8.482	6.470	6.470	6.474
2p _{3/2}	3.690	6.300	8.787	4.910	5.170	5.205
1f _{7/2}	0.100	0.297	-1.853	0.250	0.250	0.250

Tabla 5.6: Valores Obtenidos como corrección a las energías de partícula independiente p.i, incluyendo las autoenergías y el equivalente a la energía de c.p.

y por último los valores serán referidos al estado fundamental. Además de la simple inspección de la Ecuación 5.23, se observa que las partículas idénticas están correlacionadas y a la vez poseen correcciones por autoenergías contenidas en $R_{ii}^{2\zeta}$, con $\zeta = \pi, \nu$. En general estos valores como se muestra en la Tabla 5.6 ajustan a las energías de p.i. por medio de valores muy suaves tanto para Kuo y Brown como para Gauss.

Estos valores que reajustan los de partícula independiente (p.i.), pueden hacerse muy grandes en los casos en que se trate con orbitales $p_{\frac{1}{2}}$ y $p_{\frac{3}{2}}$ y los valores de los parámetros superconductores no estén correctamente ajustados, o en caso en que el potencial sea muy atractivo para esos estados.

En la Tabla 5.7 presentamos los resultados obtenidos para los 10 primeros autovalores para el estado 1^+ del ^{48}Sc , para los potenciales de Kuo y Brown

Estado	Kuo	Gauss
1_1^+	2.83886	1.45889
1_2^+	6.98340	8.749114
1_3^+	9.53806	9.264762
1_4^+	11.1390	11.09383
1_5^+	12.4665	12.91085
1_6^+	13.3664	14.16719
1_7^+	13.7095	14.38304
1_8^+	14.0298	15.27365
1_9^+	15.6201	17.79743
1_{10}^+	19.5932	18.41719

Tabla 5.7: Autovalores obtenidos para el ^{48}Sc .

y el potencial de Gauss. ²

Con respecto a las componentes de los del primer autovector para el potencial de Kuo y Brown se obtuvo la siguiente distribución

$$\begin{aligned}
 &+.045|1f_{5/2}, 1f_{5/2} \rangle - .012|2p_{3/2}, 1f_{5/2} \rangle + .284|1f_{7/2}, 1f_{5/2} \rangle \\
 &- .004|2p_{1/2}, 2p_{1/2} \rangle + .081|2p_{3/2}, 2p_{1/2} \rangle - .014|1f_{5/2}, 2p_{3/2} \rangle
 \end{aligned}$$

²Los parámetros del potencial de Gauss son los mismos que Gillet platea en su trabajo[114], los que también se pueden hallar con sumo detalle en el libro de Eisemberg[68]

$$\begin{aligned}
&+.078|2p_{1/2}, 2p_{3/2} \rangle - .091|2p_{3/2}, 2p_{3/2} \rangle + .280|1f_{5/2}, 1f_{7/2} \rangle \\
&-.904|1f_{7/2}, 1f_{7/2} \rangle
\end{aligned} \tag{5.28}$$

y para el primer vector propio obtenido para el potencial de Gauss arrojo las siguientes componentes:

$$\begin{aligned}
&+0.072|1f_{5/2}, 1f_{5/2} \rangle - .008|2p_{3/2}, 1f_{5/2} \rangle + 0.136|1f_{7/2}, 1f_{5/2} \rangle \\
&+0.030|2p_{1/2}, 2p_{1/2} \rangle + 0.012|2p_{3/2}, 2p_{1/2} \rangle + 0.010|1f_{5/2}, 2p_{3/2} \rangle \\
&-.014|2p_{1/2}, 2p_{3/2} \rangle - .041|2p_{3/2}, 2p_{3/2} \rangle - .057|1f_{5/2}, 1f_{7/2} \rangle \\
&-.985|1f_{7/2}, 1f_{7/2} \rangle
\end{aligned} \tag{5.29}$$

Es interesante comparar los valores experimentales obtenidos por Gaarde[100], para las componentes de la función de onda en un espacio reducido a dos orbitales como lo son $1f_{7/2}$ $1f_{5/2}$, en nuestro caso para sólo dos orbitales nos da ligeramnete superior al 1las componentes del autovector del primer 1^+ .

Antes de terminar este análisis de los datos experimentales notamos que que el segundo 1^+ hallado experimentalmente se halla en 10.2 Mev, valor que esta en ambos cálculos dentro del rango de la incerteza experimental, pero, dicho sea de paso se puede reproducir exacto si se toma el límite de este formalismo a partícula-agujero, pero esto trae aparejado un valor muy superior para la energía del primer autovalor intermedio y que esta en el caso de Kuo en 3.76 Mev y en el de Gauss 4.5 Mev.

Transicion	Gauss	Rosenfeld	Seber	Kuo	Experim
GT	1.45	1.51	2.07	2.81	2.522
FERMI	4.74	4.272	4.022	3.90	2.99

Tabla 5.8: Valores Obtenidos para el primer autovalor de las transiciones Gt o Fermi con los distintos potenciales y los dos valores experimentales hallados por Gaarde[100],[101]

Con respecto a los otros valores que aparecen entre el más bajo y el referido como segundo en el experimento de Gaarde(10.2 Mev), es decir el de 6.98 Mev para Kuo y su equivalente Guassiano de 8.74 Mev resultan ser valores que en el último experimento de dispersión de $^{48}\text{Ca}(p)^{48}\text{Sc}$ por Anderson y sus colaboradores [8] y sus colaboradores[4] resultaron ser picos poco identificables, en el sentido de que no se puede decir si exactamente corresponden aun 1^+ o a varios juntos.

En la Tabla 5.8 presentamos una comparación de los valores obtenidos para ambas transiciones, es decir, la que venimos describiendo o sea Gamow-Teller y ahora la correspondiente a momento angular total igual a cero, es decir la de Fermi y sus correspondientes valores experimentales, para los diferentes potenciales usados.

5.5.1 Las Reglas de Suma

Por último se han calculado las reglas de suma para ambas transiciones que obviamente son independientes del modelo, si este se considera formado únicamente por nucleones, es decir no posee por ejemplo correlaciones de 2p-2n o excitaciones del tipo Δ , o lo que es lo mismo son válidas dentro del rango de energías intermedias[235]. Con respecto a las reglas de suma es muy sencillo calcularlas en base a los conmutadores de :

- Gamow-Teller simple

$$\begin{aligned}
 S_{GT}^{\beta^-} - S_{GT}^{\beta^+} &= \langle \Psi_{2p} | \otimes \langle \Psi_{2n} | [\hat{O}_{GT}^-, \hat{O}_{GT}^+] | \Psi_{2p} \rangle \otimes | \Psi_{2n} \rangle = \\
 \langle 0 | -6T_z | 0 \rangle &= 6(N - Z)/2 = 3(N - Z)
 \end{aligned} \tag{5.30}$$

- y para la regla de suma para Fermi

$$\begin{aligned}
 S_F^{\beta^-} - S_F^{\beta^+} &= \langle \Psi_{2p} | \otimes \langle \Psi_{2n} | [T_-, T_+] | \Psi_{2p} \rangle \otimes | \Psi_{2n} \rangle = \\
 \langle 0 | -2T_z | 0 \rangle &= (N - Z)
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

En nuestro caso para todos los potenciales calculados las reglas de suma se saturaron en 24 para la de Gamow-Teller y en 8 para la Fermi. A tal

respecto presentamos los gráficos de la amplitud de ambas transiciones versus la energía obtenida en el estado intermedio, tanto en caso perturbado (ca48) y en no perturbado (ca) En el caso de la perturbada se observa el típico desplazamiento a la zona donde se concentran la mayor cantidad de autovalores. Para Gamow-Teller con KB :

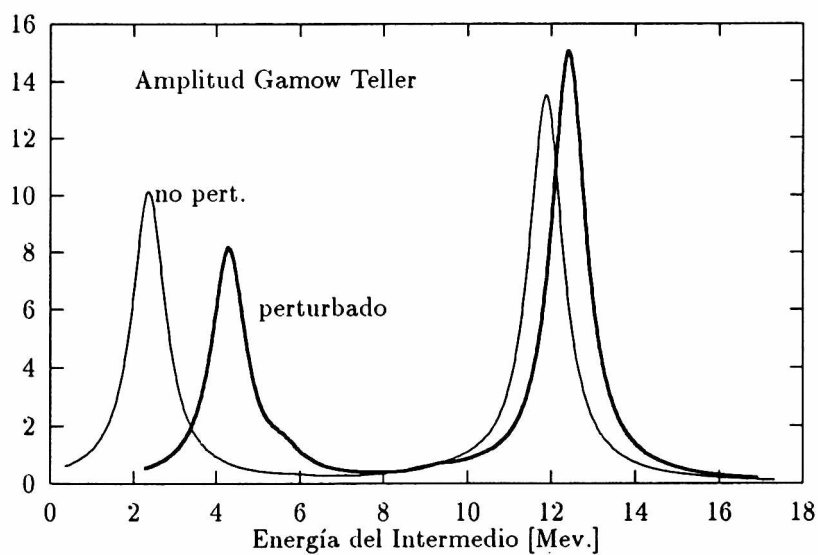
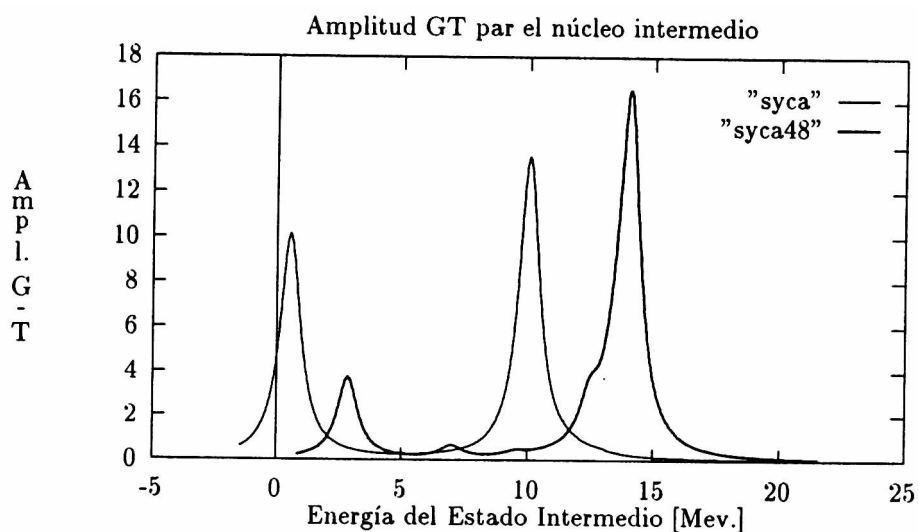
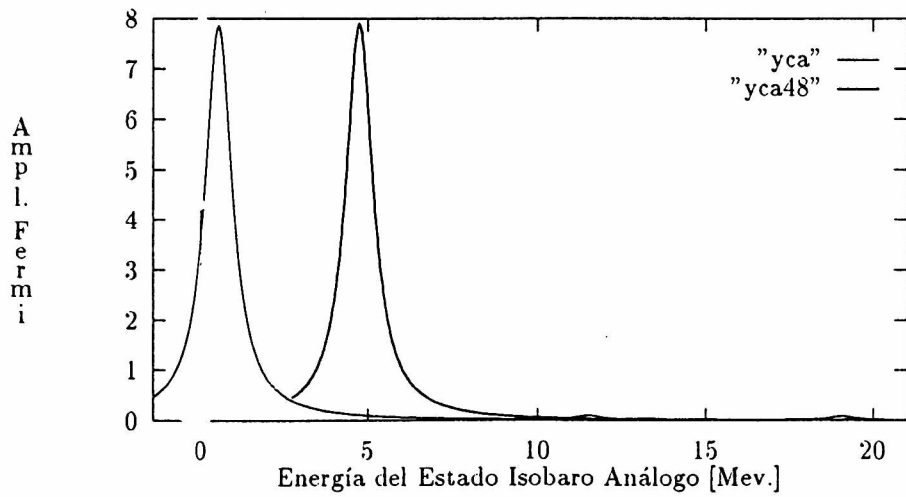
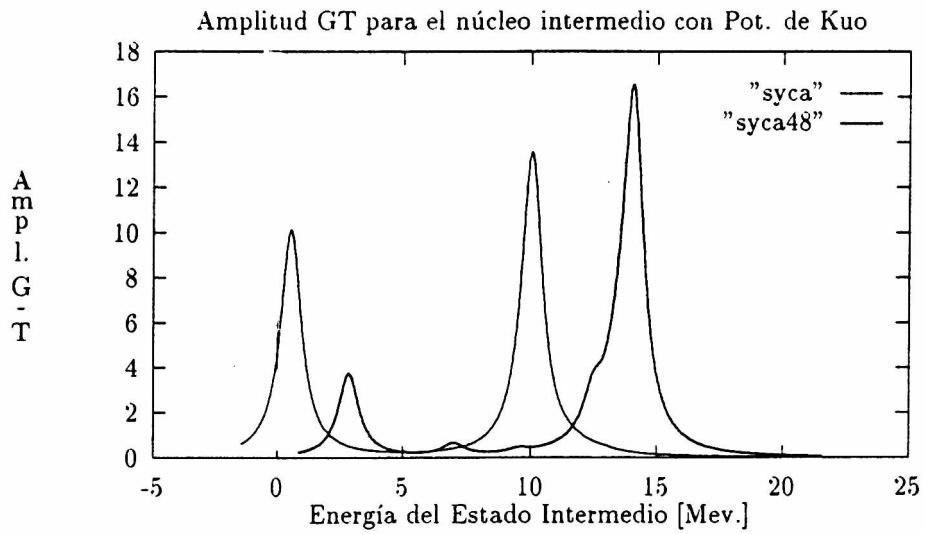


Figure 0.1: Ampl. de Trans.G.-Teller al núcleo Intermedio con el Pot. de Gauss

Para las transiciones de Fermi, en primer término para Kuo, y para Gauss



De la inspección de los picos en ambas reglas de suma se ve que ellas manifiestan los máximos en los valores que predice la experimentación, por ejemplo en que el estado mas bajo para el 1^+ resultando de un mezcla de pn y np y como determina [4].

5.6 El Núcleo Final, ^{48}Ti

Como ya se explicitó en las secciones anteriores el núcleo final es el ^{48}Ti . Este puede ser correctamente descrito con excitaciones de cuatro cuasipartículas (dos a dos no idénticas) sobre el ^{48}Ca , siempre y cuando sea posible fijar el número de partículas. Este hecho que ya ha sido suficientemente descrito en capítulos anteriores pero no obstante se recuerda que el núcleo inicial es el Calcio con $2p$ protones y $2n$ neutrones y que el doblemente decaído tendrá $2p + 2$ protones y $2n - 2$ neutrones, por lo tanto la base estará compuesta por:

$$\begin{aligned}
& [[z_p^2 D^\dagger(p_1 p_2 J_P M_P)] - M_2(z_p)] \otimes [[z_n^2 D^\dagger(n_1 n_2 J_N M_N) - M_2(z_n)] | \mathcal{G}(z_p) \otimes | \mathcal{G}(z_n) \rangle = \\
& [| \mathcal{G}(p_1, p_2, J_P, M_P, z_p) \rangle \otimes | \mathcal{G}(n_1, n_2, J_N, M_N, z_n) \rangle]^{00} = \\
& \sum_{p,n} z_p^{p+1} z_n^{n-1} [| \phi_{2p+2}(p_1, p_2, J'_P, M'_P) \rangle \otimes | \phi_{2n-2}(n_1 n_2 J'_N M'_N) \rangle]^{00}. \tag{5.32}
\end{aligned}$$

Obviamente aquí la base se ortogonalizó ya que existe $n \times p$ cuadrúpleros acoplados a momento angular intermedio nulo, que los hace directa combi-

nación lineal de su correspondiente vacío. El método utilizado es una fórmula de recurrencia basada en el proceso de ortogonalización de Gram-Schmit extendida dos subespacios como lo son protón y neutrón. Los lineamientos de este se encuentran en la sección del apéndice denominada Ortogonalización.

Como ya se mencionó dada la naturaleza del núcleo inicial la Aproximación de Tamm-Dancoff ATDA es la más conducente. Por lo tanto para obtener los elementos de matriz necesarios a la diagonalización, habrá que calcular los valores no nulos que resulten del conmutador:

$$\begin{aligned}
& [(\mathcal{G}(z_p)|[z_p^2 D(p_1 p_2 J_P M_P)] - M_2(z_p))| \otimes \langle \mathcal{G}(z_n)|[z_n^2 D(n_1 n_2 J_N M_N) - M_2(z_n)]|^{00}] \\
& [(\sum_{\zeta=n,p} H^{\zeta\zeta}(z_\zeta) + H^{np}(z_n, z_p)), \{(\bar{D}^\dagger(pp'JM)(\bar{D}^\dagger(nn'JM))^{00})|\mathcal{G}(z_p)\rangle \otimes |\mathcal{G}(z_n)\rangle\}]
\end{aligned} \tag{5.34}$$

que conduce a:

$$\begin{aligned}
& [(\phi_{2p+2}(p_1 p_2 J_P M_P)| \otimes \langle \phi_{2n-2}(n_1 n_2 J_N M_N)|^{00}] \\
& H_{nn} + H_{pp} + H_{np} [(\phi_{2p+2}(p'_1 p'_2 J'_P M'_P)\rangle \otimes |\phi_{2n-2}(n'_1 n'_2 J'_N M'_N)\rangle)]^{00} \\
& = RR_{00}^{2p+2}(p_1 p_2 p'_1) + RR^{2n-2}(n_1, n_2 n'_1) + R_{22}^{npn'p'}(n_1 n_2 n'_1, p_1 p_2 p'_1 IM)
\end{aligned} \tag{5.35}$$

Donde las funciones RR y R se detallan en Capítulo III sección del mismo nombre.

La diagonalización condujo a los vectores y valores propios de los cuales, el autovector correspondiente al autovalor más bajo, es decir el primer 0^+ es el único que directamente contribuye a la fórmula de la amplitud de transición Gamow-Teller para el cálculo de la vida media. Esto es así porque se ha planteado que sólo se calcularán decaimientos entre ambos 0^+ .

No obstante aquí se presentarán también los valores de los segundos 0_2^+ por dos motivos, el primero es que la comparación más importante de este cálculo es en relación a los valores experimentales y segundo para mostrar el efecto de inversión de las componentes en de los estados $p_{3/2}$.

En nuestro caso se descartó el nivel $g_{9/2}$, dado que no posee orbital compañero dentro de la capa $N=3$, no obstante ello esto, la base compuesta por los orbitales descritos en la Tabla 5.2 condujo a una matriz de 163×163 elementos, con una submatriz de estados acoplados a momento angular intermedio nulo de 16×16 elementos. Esta submatriz es la que fue ortogonalizada.

Por otro lado dada la extensión del cálculo, su testeo se hace dificultoso. Para tal efecto se ha corrido el mismo programa en el límite de partícula-agujero con la interacción de Kuo y Brown para un sólo nivel, $1f_{7/2}$ como lo hace Vergados [255][228][229]. Obteniendo idénticos resultados que el mencionado autor para las componentes del el núcleo final, como se detalla a continuación:

$$\begin{aligned}
0.908|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 > -0.415|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 2 > \\
0.013|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 4 > -0.002|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 6 >
\end{aligned}
\tag{5.36}$$

Estos resultados son para KB renormalizados y vestidos obteniéndose estos valores sin considerar correcciones por autoenergía. Respecto de éstas, introducen una diferencia del de orden de 10^{-2} , la cual no es significativa.

Otra verificación fue hecha en el límite de p-a, al usar como interacción los valores de las funciones de onda efectivas calculadas por Mac Cullen[179], observando que éstas están dentro del rango de los valores que el mencionado autor prescribe para el ^{48}Ti .

En la Tabla 5.9 se detallan los autovalores hallados en el caso de Kuo y Brown y Gauss normalizados a sus correspondientes estados fundamentales, así también como los experimentales [145][22]:

De la observación de la tabla se esboza una diferencia entre los dos potenciales y más aún, si no se compara en valor relativo a sus diferencias entre nivel y nivel sino respecto del ^{48}Ca , donde para el potencial de Kuo el autovalor más bajo da -3.70 Mev y en caso de Gauss -6.7 Mev, lo que hace a este último demasiado profundo en relación a la energía disponible del decaimiento.

0_i	Exp.	Kuo	Gauss
0_1	2.99	3.174	5.9
0_2	3.82	3.518	6.80
0_3	4.59	3.900	7.84
0_4	4.97	4.400	8.90

Tabla 5.9: 0^+ obtenidos con distintas interacciones y los experimentales

Antes de describir directamente los números, diremos que también se calculó la transición doble de Fermi. Esta es exactamente la misma que para la transición Gamow-Teller doble a menos del factor geométrico. En este caso el coeficiente de acoplamiento seis j se ve reducido a un escalar debido a las propiedades de los $6j$ acoplados a momento angular nulo y en par ambos potenciales dió una amplitud para el estado fundamental del ^{48}Ti del orden de 0.0340.

Con respecto a los valores obtenidos para los autovectores, aquí se detallan las primeras veinte componentes para los dos primeros autovectores, o sea para el primer 0^+ y la interacción de KB

$$\begin{aligned}
{}^{48}\text{Ti}(0_1^+) = & \\
& -0.910|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle -0.462|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle \\
& 0.307|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle + 0.229|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -0.164|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle -0.105|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle \\
& -0.082|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle -0.073|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle \\
& 0.055|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle -0.043|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle \\
& 0.041|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle 0.032|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle \\
& -0.027|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle 0.026|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle \\
& 0.022|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle 0.018|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle \\
& 0.010|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 2 \rangle 0.009|2p_{1/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 4 \rangle \\
& -0.007|1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 4 \rangle -0.007|1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 2 \rangle
\end{aligned}
\tag{5.37}$$

y para el segundo autovector (los primeros veinte mayores coeficientes)

$$\begin{aligned}
& {}^{48}T_i(0_2^+) = \\
& -0.973|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle -0.971|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle \\
& 0.354|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle 0.175|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle \\
& -0.174|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle -0.104|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle \\
& 0.097|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle -0.072|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle \\
& -0.070|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle 0.065|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle \\
& 0.062|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle 0.038|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle \\
& 0.026|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle 0.024|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 2 \rangle
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -0.012|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle -0.009|1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 2 \rangle \\
& -0.009|1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 1f_{5/2}, 1f_{7/2}; 3 \rangle -0.009|1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 4 \rangle \\
& -0.007|1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 6 \rangle +0.007|1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 2 \rangle
\end{aligned}
\tag{5.38}$$

Y para el potencial Gaussiano se obtuvo:

$$\begin{aligned}
{}^{48}Ti(0_1^+) = & \\
& -0.989|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle +0.507|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle \\
& -0.242|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle +0.239|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle \\
& -0.135|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle -0.098|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle \\
& +0.089|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle +0.067|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle \\
& +0.050|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle +0.046|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle \\
& +0.036|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle +0.025|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle \\
& +0.017|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle +0.014|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 2 \rangle \\
& +0.009|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle +0.007|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle \\
& +0.007|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 4 \rangle +0.005|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 6 \rangle \\
& +0.005|1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 6 \rangle -0.005|1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 1f_{5/2}, 1f_{7/2}; 6 \rangle
\end{aligned}
\tag{5.39}$$

$${}^{48}T_i(0_2^+) =$$

$$\begin{aligned}
& 0.906|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle - 0.362|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle \\
& - 0.219|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle + 0.202|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle \\
& 0.195|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0 \rangle + 0.114|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle \\
& - 0.062|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle + 0.061|2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle \\
& - 0.043|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle + 0.035|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 2 \rangle \\
& 0.032|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 0 \rangle - 0.028|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle \\
& - 0.026|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle + 0.015|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{3/2}; 0 \rangle \\
& - 0.014|1f_{5/2}, 1f_{5/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle + 0.013|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 2p_{3/2}, 1f_{7/2}; 2 \rangle \\
& - 0.010|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle - 0.007|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{5/2}, 1f_{7/2}; 2 \rangle \\
& 0.007|2p_{3/2}, 2p_{3/2}, 2p_{1/2}, 2p_{1/2}; 0 \rangle + 0.006|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{5/2}, 1f_{5/2}; 2 \rangle
\end{aligned}
\tag{5.40}$$

donde los dos primeros orbitales son de neutrón y los dos segundos de protón y el entero corresponde al acoplamiento de ambos pares.

De la observación de las componentes de los autovectores se nota una gran disminución ("un lavado" por la interacción y una atenuación por la regla K de selección) de la componentes $|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; J = I \rangle$ con $I=2,4,6$. Este hecho ya se vislumbra en el modelo de capas con un solo orbital

ec.5.36. Este comportamiento fue notado también por Zamick y Auerbach [275] en los primeros trabajos.

Estos autores hacen referencia a la regla de selección para el número cuántico $K, \Delta K = \pm 1$ para el operador de Gamow-Teller. Una forma de entender dicha regla de selección es pensando que, los neutrones que están en los últimos orbitales $K=7/2$, que son los que tienen menor amarre, poseen mayor posibilidad de transformarse en un protón, pero la capa de protón accesible está muy abajo en relación a la de neutrón esto es $K=1/2$ luego $\Delta K = 3$ lo cual estaría prohibido tal como lo enunciaron Lawson y Nilsson [57].

Esta distribución de las componentes halladas para los dos primeros 0^+ es motivo aún de discusión para varios autores. Zamick[276] sostiene que debiera ser un estado $f_{7/2}^8$ puro, pero algunas experiencias hechas por Sheer sugieren que la composición que se presenta en este cálculo sería la correcta.

Esta compleja composición del estado base del ^{48}Ti en componentes de los orbitales fp , también corroborada por Vogel y Ormand[9], hace dificultoso su su tratamiento como modelo de capas y justifica la aplicación de un modelo colectivo.

Por último hacemos notar que muy pequeñas variaciones en los parámetros superconductores o en las energías de p.i. hacen que este esquema que sostiene a $|1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}, 1f_{7/2}; 0\rangle$ como la componente con mayor peso

sea fácil de alterar. Por ejemplo, dado que nuestros únicos parámetros de entrada son la energías de p.i., nosotros hemos hechas pequeñas variaciones al estado $1f_{5/5}^\nu$ para llevarlo hasta 9.5 Mev, (casi dentro del error experimental) Este valor por cierto, es bastante usual en la literatura, sobre todo de aquellos autores que corrigen por el modelo de Nilsson. Usando entonces este valor hemos encontrado que la distribución de las componetes ahora se torna más pesada para la segunda que para la primera o sea la componente que posee $p2n_{1/2} f_{7/2}^{2p}$ pasa ser mayor que la que es un $f_{7/2}^{2n} f_{7/2}^{2p}$ puro por eso se detalla en el cuadro anterior.

Este efecto que invierte las componetes se debe a que ambos potenciales poseen componetes muy fuertes para los estados $p[276]$.

Para terminar. en la Tabla 5.10 y 5.11 presentamos los valores obtenidos para la vida media con ambas interacciones para el modo 2ν con y sin clausura, calculados con la fórmula 4.4.11 Cap IV y el esquema detallado para los cálculos de la parte nuclear en este capítulo. El factor cinemático es $3.9 \times 10^{-17} \text{ Mev}^{-1}$, que coincide con el valor calculado por Doi[63].

5.7 Conclusiones

Se ha calculado la vida media para el ^{48}Ca para el modo 2ν con el for-

Trans	KB(sc)	G.(sc)
M_{GT}	0.10153E-02	0.037668
$T_{2\nu}^{1/2}$	2.5×10^{19}	6.6×10^{17}

Tabla 5.10: Val obtenidos sin clausura para M_{GT}^2 y la correspondiente vida media, el factor cinemático vale 3.9×10^{-17}

Trans	K(cc)	$\langle E_m^K \rangle$	G(cc)	$\langle E_m^G \rangle$
M_{GT}	0.8085×10^{-3}	13.781	0.4034×10^{-2}	14.20
$T_{2\nu}^{1/2}$	5.4×10^{18}		6.2×10^{18}	

Tabla 5.11: Val obtenidos con clausura para las Kuo y Gauss para M_{GT}^2 , el promedio de los denominadores y la vida media

malismo de BCSCP, salvando los problemas más comunes que la proyección entraña en estados a $j = 1/2$. A tal efecto hemos propuesto una manera de calcularla en forma exacta.

Esta metodología ha sido desarrollada de varias formas desde la aplicación de lenguajes de cálculo de algebraico como el REDUCE, hasta la implementación de una fórmula exacta para calcular la integral de proyección. Esto nos ha permitido obtener un mecanismo confiable para calcular los núcleos involucrados en el DBD, y más aún, en el caso de aquellos nucleídos que poseen doble capa cerrada, donde la resolución de la ecuación de brecha se torna muy difícil de llevar a cabo. El uso del BCSCP independiza el cálculo del potencial de apareamiento, teniendo como única fuente las energías de p.i. y la interacción.

Por otro lado este modelo así planteado carece de la aproximación usual donde la intercacción de apareamiento es la responsable de la parte correspondiente a un cuerpo y otro tipo de interacción es introducida en la parte correspondiente a dos cuerpos, que es la que juega el papel de residual.

En este modelo se ha trabajado en forma consistente todas las partes que contribuyen al cálculo, ya que la misma interacción usada para la minimización del estado base y la obtención de los parámetros superconductores es usada a lo largo de todo el modelo para obtener la parte nuclear.

Tampoco se han hecho las aproximaciones frecuentes de una rama β^-

por una β^+ , ya que este tipo de aproximación no se justifica si uno tiene el correcto número de nucleones de cada núcleo interviniente y por otro lado se posee la posibilidad de implementar numéricamente la transición del estado intermedio al final. Esta última transición involucra un dado tiempo de computación en algún marco suficientemente rápido, como por ejemplo la CONVEX C-220. Esta es la razón por la que se requiere de facilidades de computación bastante amplias y por supuesto un código de que lo ejecute. A lo largo de esta tesis se ha desarrollado tal código, el que se ha denominado LISIS y que se detalla en el Cap.VI.

Por último se destaca que todos los valores hallados trabajando con el potencial de Kuo y Brown están dentro de lo que se denomina incerteza experimental. Lo que convalida dicho potencial para el Calcio, y por otro lado el valor obtenido para la vida media con dicho potencial y calculado sin clausura está por debajo del valor experimental calculado hace 24 años (3.6×10^{19} años[20]), pero también es superior al que se infiere por el experimento indirecto del $^{48}\text{Ti}(p)$ ^{48}Sc que es de 7.5×10^{18} [4].

Esta tendencia a disminuir el valor de la vida media también se manifiesta en la medición experimental por ejemplo del ^{128}Te [185]. Esto obviamente reduce la posibilidad de un canal el 0ν puro, no así la de sus compañeros, como por ejemplo el asociado al Majoron.

Capítulo 6

Descripción del programa de cálculo

6.1 Introducción

En este capítulo se describirá el código al cual he denominado LISIS, utilizado para el cálculo presentado en esta tesis. El programa fue escrito en Fortran 77 estándar e implementado en diversos sistemas operativos (Unix, VMS) y arquitecturas: Convex C220, Vax 8560, Apollo 9000, Cray. El programa fue extensivamente probado y arreglado en las dos primeras arquitecturas pero existen versiones portadas (menos probadas) en las dos últimas.

LISIS es un código fortran escrito para el cálculo de esta tesis que consta de varios módulos que pueden englobarse en cinco partes o secciones:

- Principal.- En el que realizan las operaciones de lectura de los datos necesarios para el cálculo: orbitales de partida de protón y neutrón, energía de partícula independiente, valores tabulados del potencial a impulso angular cero, calculados previamente.
- Subrutinas de cálculo del núcleo intermedio: ELI0, ELI1 y subrutinas asociadas. Calculan configuraciones de dos cp (protón y neutrón) con acoplamiento a impulso angular total nulo para los estados intermedios (ELI0) y impulso angular igual a uno (ELI1). Además se calculan las normas de dichos estados en el caso de que se proyecte.
- Subrutinas para el cálculo del estado final: ESTIGIA y subrutinas asociadas. Calculan las configuraciones de 4 cp (2cp de neutron y 2cp de proton) a impulso angular nulo para describir los estados finales, normas y ortogonalización de dichos estados. En esta parte se calculan los elementos de matriz del hamiltoniano (subrutina MATRI2) para el núcleo final, con su diagonalización se obtienen el estado fundamental del núcleo hijo.
- Subrutinas para el Cálculo del elementos de matrix de transición GT, Fermi, y varias reglas de suma: Subrutinas LISIS1 (Transición de Fermi) y LISIS2 (transición GT)
- Subrutinas auxiliares: Para gráficos e interpretación de los resultados

6.2 Utilización y diagrama de flujo

El cálculo consta de cuatro pasos diferentes:

- 1.- Tabulaciones de los valores de la matriz de potencial. La tabulación de estos valores reduce en mas de un orden de magnitud el tiempo de cálculo necesario de los elementos de matriz de los estados finales.
- 2.- Refinamiento de parámetros superconductores.
- 3.- Cálculo Final, cálculo estados intermedios y finales.
- 4.- Generación de gráficos, para la intepretación de los resultados.

6.2.1 Tabulación.

El primer paso es la tabulación de los elementos de matriz de la interacción (Apéndice .1) para partículas idénticas y no idénticas a diferentes acoplamientos de impulso angular total, en el canal partícula-partícula ($G(abcd, JT)$). Esto nos permite reducir en más de un orden de magnitud el tiempo de cálculo de los elementos de matriz involucrados. La generación de los valores de G utiliza diferentes opciones para el potencial nuclear: potencial de Hamada-Jonston[161,160,159], potencial gaussiano [113,115,111,112,?], Rosenfeld[71][70] y Server[138]. La subrutina POTENTIAL se encarga del calculo de los elementos de matriz del potencial. Esta subrutina fue diseñada para permitir

una fácil generalización con otros potenciales.

En el caso del Hamada-Johnston (para el caso particular del ^{48}Ca) se utiliza los valores tabulados por Kuo y Brown en sus trabajos[161,160,159] leídos por el programa de un archivo con nombre lógico GDAT y GDATPP.

Los valores así calculados son almacenados como F_s y G_s (ver appendice en un archivo con nombre logico F_GFILE (subrutina F_G) para partículas acopladas a impulso total cero y G para distintos acoplamientos angulares y posibles valores del isospin total (GMATRIX) almacenado en el archivo con nombre lógico GMATRIX. Los archivos F_GFILE y GMATRIX serán posteriormente leídos y almacenados por las subrutinas POT_LEE (F_GFILE) y GMATRIX_LEE (GMATRIX) en sendas áreas comunes, para su uso en el cálculo.

Esta parte del programa fue probada reproduciendo el cálculo de Ottaviani y Savoia para el $^{116-118-120}\text{Sn}$ [199] en el que se utiliza un potencial con dependencia radial Gaussiana:

$$V(r) = -\exp(-\mu^2 r^2)(V_s + tV_t) \quad (6.1)$$

donde V_s es la profundidad del pozo de potencial para estados singletes y V_t para estados tripletes.

Además como prueba del funcionamiento de esta subrutina, fueron reproducidos valores de los elementos de Matriz para el caso del Nickel [?][214],

con un potencial con dependencia radial a lo Yukawa:

$$V(r) = -V_0 r^{-1} \exp(-\mu r) \quad (6.2)$$

con profundidad del pozo de potencial para los distintos canales:

V impar singulete = 41.5 Mev.

V par singulete = -34.4 Mev.

V impar triplete = 19.4 Mev.

V par triplete = -46.9 Mev.

μ alcance del pión de 1.4 fermi.

Además de los valores del potencial, se tabulan para su posterior utilización los valores de las IR (Ec. 3.71). Estas son tabulados hasta tres exclusiones y ordenes que van de $n + 2$ a $n - 6$ para neutrones y protones. El programa permite calcular las IR de dos diferentes maneras una aproximada: con una quadratura de seis puntos en el círculo unidad (UPBCSIN), y una exacta usando la expresión la evaluación de la derivada asociada a la IR (Ec. 3.77) (UPROYECTD). La expresión aproximada es menos costosa en tiempo, pero la expresión exacta es más estable numéricamente.

6.2.2 Parámetros Superconductores.

Después de la obtención de los valores del potencial a J igual cero en un paso descrito previamente, se pasa al proceso de obtención y/ o refinamiento de los parámetros superconductores. El método usado aquí se basa como ya fue descrito en la minimización la energía del estado fundamental del núcleo inicial

$$E_0 = R_{00}^{2p}/I^{2p}, \quad (6.3)$$

ver Ec. .13).

Para esta minimización se usa una búsqueda directa en el hiperespacio de parámetros evitando el uso de gradientes. De esta manera se reduce el número y orden de integrales de residuos involucradas, reduciendo por consiguiente el efecto de sus inestabilidades numéricas (ver apartado ??). Además, el método "SIMPLEX"[192] hace una búsqueda más exhaustiva en el hiperespacio reduciendo la posibilidad de caer en mínimos locales. Para este método es necesario un conjunto inicial de parámetro, que usualmente es obtenido de la resolución de la ecuación de brecha (Ec. 2.58). El programa tiene como opción la resolución de la ecuación de brecha en forma usual, como se haría en un cálculo común de número fijo de partículas BCS.

6.2.3 Cálculo Final.

Después de la tabulación y determinación de los parámetros superconductores se pasa al calculo de los estados intervinientes en el proceso.

Configuraciones de $2cp$ ($1n - 1p$) del núcleo intermedio a $J = 0$ y 1 son calculadas por la subrutina UCONFGT y UCONF0 respectivamente. La matriz del Hamiltoniano entre esos estados es calculada (subrutina MATRIX y MATROX respectivamente) y diagonalizada. La matriz de componentes de los autovectores (VEC y VEC0) es acumulada para su posterior uso en el cálculo de los elementos de matriz de transición GT y Fermi.

La subrutina CONFG2 permite calcular hasta 3000 configuraciones de $4cp$ ($|2n2p\rangle$) a J total 0 , junto con sus normas.

Como se sabe configuraciones con el acoplamiento intermedio nulo no son ortogonales entre si en el caso de estados de cuasipartículas. La subrutina GSMITH2 se encarga de ortonormalizarlas usando el metodo de Gram-Smith. La matriz de cambio de base es acumulada para su aplicación a la matriz Hamiltoniana previamente a su diagonalización.

La generación de la matriz del Hamiltoniano en la ATD entre los estados previamente generados es realizada por la subrutina MATRI2 y acumulada en la matriz F2. Esta matriz posteriormente a su ortogonalización es diagonalizada usando la subrutina de diagonalizacion RS (paquete EISPACK). Los autovectores obtenidos son acumulados para su posterior uso en el arreglo

VEC4.

Las subrutinas LISIS1 y LISIS2 usando los resultados hasta ahora obtenido calculan los elementos de matriz nuclear para las transiciones Fermi Ec. ?? (LISIS1) y Gamow-Teller (LISIS2) Ec. ?? y la estimación de la vida media para el DBD. Además se calculan ciertas reglas de suma descriptas en el capítulo 5 página ??.

6.2.4 Gráficos.

Para la interpretación y Análisis de los resultados diversos gráficos son generados por la subrutina LMALEN usando información guardada por las subrutinas LISIS. Estos archivos del tipo X e Y generados por LMALEN pueden ser usados por programas de gráficos 2-Dimensionales como por ejemplo "GNUPLOT".

6.3 Futuras mejoras.

Se está preparando la inclusión de interacciones nucleares más elaborados, para la extensión a otros Nucleídos no cubiertos por los actuales.

.1 Elementos de Matriz de la Interacción

- Partículas Idénticas

Partícula-Partícula

$$V_{\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4} = \langle (\zeta_1\zeta_2)_J | V | (\zeta_3\zeta_4)_J \rangle = - \sum_{JM} (j_{\zeta_1} m_{\zeta_1} j_{\zeta_2} m_{\zeta_2} | JM) (j_{\zeta_3} m_{\zeta_3} j_{\zeta_4} m_{\zeta_4} | JM) G(abcdJT), \quad (.4)$$

los $(j_{\zeta_3} m_{\zeta_3} j_{\zeta_4} m_{\zeta_4} | JM)$ son los coeficientes de acoplamiento angular (Clebsch-Gordon) y donde los subíndices o índices en el alfabeto griego representan todos los números cuánticos que rotulan la función de onda:

$$\zeta_1 = (n_{\zeta_1}, l_{\zeta_1}, j_{\zeta_1}, m_{\zeta_1}, tz_{\zeta_1}, \dots) \quad (.5)$$

$$G(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4 JT) = \Theta(\zeta_1, \zeta_2 JT) G(\zeta_2, \zeta_1, \zeta_3, \zeta_4 JT) = \Theta(\zeta_3, \zeta_4 JT) G(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_4, \zeta_3 JT) \quad (.6)$$

donde, $\Theta(ijJT) = (-)^{i+j+J+T+1}$.

Partícula-agujero

$$\begin{aligned} V_{\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4} &= \langle (\zeta_1\zeta_2)_J | V | (\zeta_3\zeta_4)_J \rangle \\ &= - \sum_{JM} (j_{\zeta_1} m_{\zeta_1} j_{\zeta_3} - m_{\zeta_3} | JM) (j_{\zeta_4} m_{\zeta_4} j_{\zeta_2} - m_{\zeta_2} | JM) S_{\zeta_3} S_{\zeta_2} F(\zeta_1, \zeta_3, \zeta_4, \zeta_2 JT) \end{aligned}$$

o

$$\begin{aligned}
 V_{\zeta_1\zeta_2\zeta_3\zeta_4} &= \langle (\zeta_1\zeta_2)_J | V | (\zeta_3\zeta_4)_J \rangle \\
 &= - \sum_{JM} (j_{\zeta_1} m_{\zeta_1} j_{\zeta_3} - m_{\zeta_3} | JM) (j_{\zeta_4} m_{\zeta_4} j_{\zeta_2} - m_{\zeta_2} | JM) S_{\zeta_3} S_{\zeta_2} F(adcbJT) \quad (.8)
 \end{aligned}$$

donde la fase $S_i = (-)^{j_i - m_i}$, además de la relación de simetría entre las F:

$$F(\zeta_1\zeta_3\zeta_4\zeta_2J) = \Theta(\zeta_1\zeta_2J)F(\zeta_4\zeta_2\zeta_1\zeta_3J) = \Theta(\zeta_3\zeta_4J)F(\zeta_1\zeta_2\zeta_4\zeta_3J), \quad (.9)$$

$$(.10)$$

Las funciones F y G estan relacionadas a través de clásica relación Pandya:

$$\begin{aligned}
 F(\zeta_1\zeta_3\zeta_4\zeta_2JT) &= \\
 &- \sum_{J'T'} \hat{j}'^2 \hat{T}'^2 W(j_{\zeta_1} j_{\zeta_2} j_{\zeta_3} j_{\zeta_4} J J') W\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{2}, TT'\right) G(\zeta_2\zeta_1\zeta_3\zeta_4JT') \quad (.11)
 \end{aligned}$$

donde W es el coeficiente de acoplamiento de Racah[212]

Estas definiciones de los elementos de matriz p-p y p-h difieren de la definición usual dada por Baranger[19] en un factor dos.

- Partículas no idénticas En este caso se considerará la antisimetrización de la interacción como:

$$\langle a(p)b(n)JT|G|c(p)d(n)JT \rangle = \frac{1}{2} [\langle abJ, T = 0|G|cdJ, T = 0 \rangle + \langle abJ, T = 1|G|cdJ, T = 1 \rangle]$$

Si $a \neq b$ o $c \neq d$, caso que $a=b$ o $a=c$ esta mezcla tiene bien definido el isospin, siendo $T=0$ para J par y $T=1$ para J =impar. Las demás relaciones permanecen sin alteración, pero incorporando esta definición para G .

- Teorema de Wick En el cálculo del Hamiltoniano, así como en cualquier expresión que sea necesario, evaluar en el espacio de cp. se hizo uso del teorema de Wick, el cual establece que” El producto de un dado número de operadores, puede ser escrito como la suma de todas contracciones de productos normalmente ordenados de todos los operadores, ya sea parcial o totalmente contraídos así, como también, los no contraídos [?].

.2 R

$$\begin{aligned} R_{00}^k(\zeta \dots) &= \sum_{\zeta} \hat{j}_{\zeta}^2 v_{\zeta E \zeta}^0 + \\ &+ \frac{1}{8} \sum_{\zeta_1 \zeta_2} \hat{j}_{\zeta_1} \hat{j}_{\zeta_2} [2v_{\zeta_1}^2 v_{\zeta_2}^2 F(\zeta_1, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_2, 0T) I^{k-4}(\zeta_1 \zeta_2 \zeta \dots) \\ &- u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} u_{\zeta_2} v_{\zeta_2} G(\zeta_1, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_2, 0T) I^{k-2}(\zeta_1 \zeta_2 \zeta \dots)] \quad (.13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{02}^k(\zeta\zeta' \dots) &= -2\hat{j}_\zeta u_\zeta v_\zeta E_\zeta^0 I^{k-2}(\zeta\zeta' \dots) \\
&\quad - \frac{1}{4} \sum_{\zeta_1} \hat{j}_{\zeta_1} \left\{ v_{\zeta_1}^2 F_0(\zeta_1 \zeta_1 \zeta \zeta) I^{k-4}(\zeta_1 \zeta \zeta \zeta' \dots) \right. \\
&\quad \left. - u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} G_0(\zeta_1 \zeta_1 \zeta \zeta) \left[v_{\zeta_1}^2 I^{k-4}(\zeta_1 \zeta \zeta' \dots) - u_{\zeta_1}^2 I^{k-2}(\zeta_1 \zeta \zeta' \dots) \right] \right\} \quad (.14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{11}^k(\zeta\zeta' \dots) &= E_\zeta^0 \left[u_{\zeta_1}^2 I^k(\zeta\zeta' \dots) - v_{\zeta_1}^2 I^k(\zeta\zeta' \dots) \right] \\
&\quad + \frac{1}{2} \sum_{\zeta_1} \hat{j}_{\zeta_1}^2 \hat{j}_\zeta^{-1} \left\{ v_{\zeta_1}^2 F_0(\zeta_1 \zeta_1 \zeta \zeta) \left[u_{\zeta_1}^2 I^{k-2}(\zeta_1 \zeta \zeta \zeta' \dots) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - v_{\zeta_1}^2 I^{k-4}(\zeta_1 \zeta \zeta' \dots) \right] - u_{\zeta_1} v_{\zeta_1} u_\zeta v_\zeta G_0(\zeta_1 \zeta_1 \zeta \zeta) I^{2p-2}(\zeta_1 \zeta \zeta' \dots) \right\} \quad (.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{22}^k(\zeta_1 \zeta'_1 \zeta_2 \zeta'_2) &= \frac{1}{8} \hat{P}_J(\zeta_1 \zeta'_1) \hat{P}_J(\zeta_2 \zeta'_2) \left\{ \left[u_{\zeta_1} u_{\zeta'_1} u_{\zeta_2} u_{\zeta'_2} I^{k-2}(\zeta_1 \zeta'_1 \zeta_2 \zeta'_2) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + v_{\zeta_1} v_{\zeta'_1} v_{\zeta_2} v_{\zeta'_2} I^{k-6}(\zeta_1 \zeta'_1 \zeta_2 \zeta'_2) \right] G_J(\zeta_1 \zeta'_1 \zeta_2 \zeta'_2) + \right. \\
&\quad \left. + 4v_{\zeta_1} u_{\zeta'_1} v_{\zeta_2} u_{\zeta'_2} F_J(\zeta_1 \zeta'_1 \zeta_2 \zeta'_2) \right\}. \quad (.16)
\end{aligned}$$

.3 Hnp Proyectado

$$\begin{aligned}
&\langle [\Psi_{2n}(n_1 n_2 J M) \otimes \Psi_{2p}(p_1 p_2 J M)]^{J=0} | H_{np}^{22} | [\Psi_{2n}(n'_1 n'_2 J' M) \otimes \Psi_{2p}(p'_1 p'_2 J' M)]^{J_T=0} \rangle = \\
&\quad P_J(n_1 n_2) P_{J'}(n'_1 n'_2) P_J(p_1 p_2) P_{J'}(p'_1 p'_2) \hat{J} \hat{J}' \delta_{n_2 n'_2} \delta_{p_2 p'_2} \\
&\quad \times \sum_I (-)^{p_2+p_1+n_2+n_1+I} \hat{J}^2 \begin{Bmatrix} J & n_2 & n_1 \\ n'_1 & I & J' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} p_2 & p_1 & J \\ I & J' & p'_1 \end{Bmatrix}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left\{ F_I(p_1 p'_1 n_1 n'_1) \left[u_{p_1} u_{p'_1} u_{n_1} u_{n'_1} I^{2p-2}(p_1 p_2 p'_1) I^{2n-4}(n_1 n_2 n'_1) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + v_{n_1} v_{p_1} v_{n'_1} v_{n_1} I^{2p-4}(p_1 p_2 p'_1) I^{2n-6}(n_1 n_2 n'_1) \right] \right. \\
& \quad \left. (-)^{n_1+n'_1-I} F_I(p_1 p'_1 n_1 n'_1) \left[u_{p_1} u_{p'_1} v_{n_1} v_{n'_1} I^{2p-2}(p_1 p_2 p'_1) I^{2n-6}(n_1 n_2 n'_1) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + u_{n_1} u_{n'_1} v_{p_1} v_{p'_1} I^{2p-4}(p_1 p_2 p'_1) I^{2n-4}(n_1 n_2 n'_1) \right] \right\} \mathcal{N}_{n_1} \mathcal{N}_{n_2} \mathcal{N}_{p_1} \mathcal{N}_{p_2} \quad (.17)
\end{aligned}$$

.4 Ortogonalización

Los estados finales $2n - 2p$ con acoplamiento intermedio nulo son claramente no ortogonales en el caso de BCSCP. La ortogonalización de estos estados es llevada a cabo usando una relación derivada del método de Gram-Smith para la obtención de bases ortogonormales.

La matriz \mathcal{O} que relaciona los vectores de la base no ortogonal a la ortogonal,

$$|\tilde{i}\rangle = \sum_j \mathcal{O}_{ij} |j\rangle, \quad (.18)$$

será dada por la siguiente relación de recurrencia:

$$\mathcal{O}_{ij} = - \sum_{r=j}^{i-1} \sum_{s=0}^r \mathcal{O}_{rs} * \langle s|j\rangle \mathcal{O}_{rj} \quad (.19)$$

con,

$$\mathcal{O}_{i,i} = 1, \quad (.20)$$

para todo i . Los factores $\langle r|j\rangle$ son los productos escalares de vectores no ortogonales normalizados.

La matriz $[\mathcal{O}]$ se usará para transformar el Hamiltoniano H_{ATD} :

$$\tilde{H}_{\text{ATD}} = [\mathcal{O}^{-1}]^T H_{\text{ATD}} \mathcal{O}^{-1} \quad (.21)$$

previamente a su diagonalización.

.5 La integral de residuos para $j=1/2$

La norma del $1/2$ es $u_a^2 I^{2p-2}(a) + v_a^2 I^{2p}(a)$:

REDUCE Version 3.3, Antony C. Hearn The Rand Corporation, Santa Monica, CA July 1987. Rand Publication CP78 (Rev. 7/87)[216]

```
% Esta rutina sirve para calcular productos escalares
% HAY QUE DARLE COMO DATO EL VALOR QUE TOMAN LAS DELTAS
% de la siguiente manera luego de hacer IN "norma.red";
% si quieres hacer un producto de dos distintas X e Y
% le decís LET DEL(X,Y) = 0; LET DEL(Y,X)=0; hay que decirle porque sino
% acumula todas las deltas y se tara.
% si adem\`as no son conjugados de time reversal LET DEL(X,-Y)=0, Etc.
% DD(x) ex destrucci\`on de una cuasi CC(x) creacion PROD(X) es la productoria
% con una exclusi\`on, C y D son los operadores creaci\`on y destrucci\`on
% comunes .
% pasa el resultado al papel
```

```

% haciendo OUT "salida.red";

% A1; "variable donde guarda el resultado"

% SHUT "salida.red";

% Por ejemplo el de 2cp iguales lo hize asi:

% IN "norma.red";

% LET DEL(X,-X) = 0;

% LET DEL(X,X) = 1;

% LET DEL(-X,X) = 0;

% A1:= PROD()*DD(X)*DD(-X)*CC(-X)*CC(X)*PROD(); "tarda un rato "

%

%FOR ALL X LET Z^6*PROD(X)^2 = I2P!_4(X);

%FOR ALL X LET Z^4*PROD(X)^2 = I2P!_2(X);

%FOR ALL X LET Z^2*PROD(X)^2 = I2P();

%FOR ALL X LET Z^6*PROD()^2 = I2P!_4();

%FOR ALL X LET Z^4*PROD()^2 = I2P!_2();

%FOR ALL X LET Z^2*PROD()^2 = I2P();

% en este orden

% A:=A1;

% OUT "SALIDA.RED";

% A;

% SHUT "SALIDA.RED";

```



```

FORALL X LET DEL(X,-X)=0;
FORALL X LET DEL(X,X) = 1;
FORALL X LET DEL(-ABBS(X),-ABBS(X)) = 1;
FORALL X,Y LET D(X)*C(Y) = DEL(X,Y) - C(Y)*D(X);
FORALL X LET U(-X)=U(ABBS(X));
FORALL X LET V(-X)=V(ABBS(X));
FORALL X LET PROD(-X)= PROD(ABBS(X));
FORALL X,Y SUCH THAT (ABBS(X) NEQ X OR ABBS(Y) NEQ Y)
    LET PROD(X,Y) = PROD(ABBS(X),ABBS(Y));
FORALL X,Y SUCH THAT (ABBS(X) EQ ABBS(Y)) LET PROD(X,Y) = 0;
FORALL X LET CC(X) = z*U(ABBS(X))*C(X)-S(X)*V(ABBS(X))*D(-X);
FORALL X LET DD(X) = z*U(ABBS(X))*D(X)-S(X)*V(ABBS(X))*C(-X);
FORALL X LET D(X)*K00()= 0;
FORALL X LET B00()*C(X) = 0;
LET B00()*K00() = 1;

FORALL X,Y LET D(X)*DEL(X,Y) = DEL(X,Y)*D(X);
FORALL X,Y LET D(X)*DEL(Y,X) = DEL(Y,X)*D(X);
FORALL X,Y,Z LET D(X)*DEL(Y,Z) = DEL(Y,Z)*D(X);
FORALL X,Y,Z LET DEL(Y,Z)*C(X) = C(X)*DEL(Y,Z);

```

```

FORALL X LET D(X)*PROD() = BEGIN SCALAR HA;
HA:= ABBS(x);
RETURN S(HA)*V(HA)*Z*(C(-HA)*DEL(X,HA)- C(HA)*DEL(X,-HA))*PROD(HA);
END;

```

```

FORALL X,Y LET D(X)*PROD(Y) = BEGIN SCALAR HA,H; HA:=ABBS(X);
IF HA EQ Y THEN 0
ELSE H := S(HA)*V(HA)*Z*(C(-HA)*DEL(X,HA)- C(HA)*DEL(X,-HA))*PROD(Y,HA);
RETURN H;
END;

```

```

FORALL X,Y,Q LET D(X)*PROD(Y,Q) = BEGIN SCALAR HA,H; HA:=ABBS(X);
H:= IF HA EQ Y OR HA EQ Q THEN 0
ELSE S(HA)*V(HA)*Z*(C(-HA)*DEL(X,HA)- C(HA)*DEL(X,-HA))*PROD(Y,Q,HA);
RETURN H;
END;

```

```

FORALL X,Y,Q,W LET D(X)*PROD(Y,Q,W) = BEGIN SCALAR HA,H; HA:=ABBS(X);
H:= IF HA EQ Y OR HA EQ Q OR HA EQ W THEN 0
ELSE S(HA)*V(HA)*Z*(C(-HA)*DEL(X,HA)- C(HA)*DEL(X,-HA))*PROD(Y,Q,W,HA);

```

RETURN H;

END;

FORALL X,Y,Q,W,R LET D(X)*PROD(Y,Q,W,R) = BEGIN SCALAR HA,H; HA:=ABBS(X);

H:= IF HA EQ Y OR HA EQ Q OR HA EQ W OR HA EQ R THEN 0

ELSE S(HA)*V(HA)*Z*(C(-HA)*DEL(X,HA)- C(HA)*DEL(X,-HA))*PROD(Y,Q,W,R,HA);

RETURN H;

END;

FORALL X LET PROD()*C(X)= BEGIN SCALAR HA; HA:=ABBS(x);

RETURN z*S(HA)*V(HA)*(DEL(HA,X)*PROD(HA)*D(-HA)-DEL(-HA,X)*PROD(HA)*D(HA));

END;

FORALL X,Y LET PROD(Y)*C(X) = BEGIN SCALAR HA,H; HA:=ABBS(X);

H:= IF HA EQ Y THEN 0

ELSE z*S(HA)*V(HA)*(DEL(HA,X)*PROD(Y,HA)*D(-HA)-DEL(-HA,X)*PROD(Y,HA)*D(HA));

RETURN H;

END;

FORALL X,Y,Q LET PROD(Y,Q)*C(X) = BEGIN SCALAR HA,H;HA:=ABBS(X);

H:= IF HA EQ Y OR HA EQ Q THEN 0

```

ELSE z*S(HA)*V(HA)*(DEL(HA,X)*PROD(Y,Q,HA)*D(-HA)-DEL(-HA,X)*PROD(Y,Q,HA)*D(HA)
;
RETURN H;
END;
FORALL X,Y,Q,W LET PROD(Y,Q,W)*C(X) = BEGIN SCALAR HA,H;HA:=ABBS(X);
H:= IF HA EQ Y OR HA EQ Q OR HA EQ W THEN 0
ELSE z*S(HA)*V(HA)*(DEL(HA,X)*PROD(Y,Q,W,HA)*D(-HA)-DEL(-HA,X)*PROD(Y,Q,W,HA)*I
HA));
RETURN H;
END;
FORALL X,Y,Q,W,M LET PROD(Y,Q,W,M)*C(X) = BEGIN SCALAR HA,H;HA:=ABBS(X);
H:= IF HA EQ Y OR HA EQ Q OR HA EQ W OR HA EQ M THEN 0
ELSE z*S(HA)*V(HA)*(DEL(HA,X)*PROD(Y,Q,W,M,HA)*D(-HA)-DEL(-HA,X)*PROD(Y,Q,W,M,I
)*D(HA));
RETURN H;
END;

FORALL X LET PROD()*PROD(X)= U(X)*PROD(X)^2;
FORALL X,Y LET PROD(X,Y)*PROD(X)= U(Y)*PROD(X,Y)^2;
FORALL X,Y LET PROD(Y,X)*PROD(X)= U(Y)*PROD(X,Y)^2;

```



```

FORALL X,Y,Z LET PROD(X,Y)*PROD(X,Y,Z)=U(Z)*PROD(X,Y,Z)^2;
FORALL X,Y,Z LET PROD(X,Y)*PROD(Y,X,Z)=U(Z)*PROD(X,Y,Z)^2;
FORALL X,Y,Z LET PROD(X,Y)*PROD(X,Z,Y)=U(Z)*PROD(X,Y,Z)^2;
FORALL X,Y,Z LET PROD(X,Y)*PROD(Z,X,Y)=U(Z)*PROD(X,Y,Z)^2;
FORALL X,Y,Z LET PROD(X,Y,Z)*PROD(X,Y)=U(Z)*PROD(X,Y,Z)^2;
FORALL X LET PROD(X)*PROD( )= U(X)*PROD(X)^2;
FORALL X,Y LET PROD(X)*PROD(X,Y)= U(Y)*PROD(X,Y)^2;
FORALL X,Y LET PROD(X)*PROD(Y,X)= U(Y)*PROD(X,Y)^2;
FORALL X LET PROD(X)*PROD( )= U(X)*PROD(X)^2;
FORALL X LET BOO()*PROD(X)^2 = PROD(X)^2*BOO();
LET BOO()*PROD( )^2 = PROD( )^2*BOO();
FORALL X,Y LET DEL(X,Y)*PROD(ABBS(X),ABBS(Y)) = 0;
FORALL X,Y LET DEL(Y,X)*PROD(ABBS(X),ABBS(Y)) = 0;
FORALL X,Y LET DEL(X,Y)*PROD(ABBS(Y),ABBS(X)) = 0;
FORALL X,Y LET DEL(Y,X)*PROD(ABBS(Y),ABBS(X)) = 0;
END;

```

.6 Programa para la integral calculada para

el ^{116}Sn

```
ON BIGFLOAT;
```

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
% define el J de los estados involucrados
%
%
%                               NIVELES DE NEUTRON PARA EL  $\text{\$}\{116\}^{\sim}\text{\$}n$ 
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

LET J(P1)=1/2,J(P2)=5/2,J(P3)=3/2,J(P4)=7/2;
FOR ALL N SUCH THAT NUMBERP(N) LET FACT(N) = FOR I:=1:N PRODUCT I;
A:={P1,P2,P3,P4};

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% nu_alpha(p1,...,pn)  n\`umero de pares
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

FOR ALL X,B LET S(X,B) = BEGIN SCALAR S;S:=J(X)+1/2-
(FOR EACH Y IN B SUM (IF X = Y THEN 1 ELSE NIL));RETURN S;END;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

%%%

% Productoria con $z^2=w=z$

%%%

FORALL b,A LET PTOTALU(b,A) = BEGIN SCALAR R;

R:=FOR EACH X IN A PRODUCT ((1 - V(X)^2+V(X)^2*Z)**s(x,b));

RETURN R;END;

%%%

OPERATOR U,V;

%%%

%

% Residuum integral $W^2 N$ es el numero de pares !!!!!!!!!!!!!!!

%

%%%

FOR ALL A,b,N SUCH THAT NUMBERP(N) LET I2PU(N,b,A) = BEGIN SCALAR HX,HX1;

HX:=PTOTALU(b,A);

```
HXF:=DF(HX,Z,N);
```

```
HX1:= SUB(Z=0,HXF);
```

```
HX1:=0.5*HX1/FACT(N);
```

```
RETURN HX1;END;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
% Calculo de <N>
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
FOR ALL A LET NN(A) =
```

```
FOR EACH X IN A SUM ((2*J(X)+1)*(I2PU(7,{X},A)*V(X)^2)/I2PU(8,{},A));
```

```
FOR ALL X LET U(X) = SQRT(1-V(X)^2);
```

```
END;
```

Bibliografía

- [1] A. Alessandrello, V. Bashkirov, C. Broferio, D. V. Camin, O. Cremonesi, E. Fiorini, G. Geravasio, N. Giuliani, M. Pavan, G.L. Pessina, E. Previtali, and L. Zanutti.

“Development of a thermal Scintillating detector for double beta decay Milano Experiment on Double Beta Decay of ^{136}Xe and other Nucleides: Status Report”.

Nu. Phys., A478:453, 1988.

- [2] A. Alessandrello, N. Giuliani, E. Bellotti, E. Fiorini, C. Liguori, S. Ragazzi, L. Rossi, P. P. Sverzellati, and L. Zanutti.

“Milano Experiment on Double Beta Decay of ^{136}Xe and other Nucleides: Status Report”.

Nu. Phys., A478:453, 1988.

- [3] E. C. Alexander, Jr., B. Srinivasan, and O. K. Manuel.

Earth and Planetary Sci. Lett., 5:478, 1969.

- [4] W. P. Alford, R. L. Helmer, and et.all.
“ Gamow Teller Strength observed in the $^{48}\text{Ti}(\text{np})^{48}\text{Sc}$ Reation: Implications for the double beta decay of the ^{48}Ca ”.
Nu. Phys., A514:49, 1990.
- [5] K. Allaart, E.Boeker anda E. Bonsignoreand G. Savoia, and Y. K. Gambhir.
Phys. Repts., 169:209, 1988.
- [6] K. Allaart and E.Boeker.
“Comparison between the BCS and the FBSC formalims as approximations to the low-seniority shell model”.
Nu. Phys, A168:630, 1971.
- [7] M. Alston-Garnjost and et.al.
Nucl. Instr. and Methods, A271:473, 1988.
- [8] B. Anderson and et. all.
Phys. Rev, C31:1161, 1985.
- [9] P. Vogel andW.E. Ormand.
“Spin-isospin symmetry in *sd* anf *fp*-shell nuclei”.
Phys. Rev., C4:623, 1993.
- [10] N. Auerbach.
“The Pion Double Charge Exchange Reaction”.

- Nu. Phys.*, A527:443–450, 1991.
- [11] N. Auerbach, D. C. Zheng, and L. Zamick.
 “Double Gamow-Teller Strength in Nuclei”.
Ann. of Phys., 192(1):7, 1989.
- [12] M. Awschalon.
Phys. Rev., 101:1041, 1956.
- [13] J. Baarden, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer.
Phys. Rev., 108:1175, 1957.
- [14] A. Balysh, M. Beck, S.T. Belyaev, and et.all.
 “ The Heidelberg-Moscow double Beta Decay Experiment with enriched ^{76}Ge ”.
Phys. Lett., B283:32, 1992.
- [15] A. S. Barabash.
 “Limits of $2\beta(0_{\chi})$ decay of ^{48}Ca ”.
Phys. Lett. B, 216B:257, 1989.
- [16] A. S. Barabash, A. V. Kopylov, and V. I. Cherehosky.
 “Search for a double β -decay of ^{100}Mo and ^{116}Cd to excite states of ^{100}Ru and ^{116}Sn ”.
Phys. Lett., B249:186, 1990.
- [17] A. S. Barabash, V. V. Kuzimov, V. W. Lobashev, V. M. Novikov, B. M.

Ovchinnikov, and A. A. Pomansky.

“Results of an Experiment on the Search for a Double Beta Decay of ^{136}Xe ”.

Sov. Jou. Nu., 51:1, 1990.

- [18] A. S. Barabash, V. V. Kuzminov, V. M. Lobashev, V. M. Novikov, B. M. Ovchinnikov, and A. A. Pomasnskii.

“Results of an experiment on search for 2β decay of ^{136}Xe ”.

Sov. J. Nucl. Phys., 51:1, 1990.

- [19] M. Baranger.

“Extension of the shell model for heavy spherical nuclei”.

Nu. Phys., 120:957, 1960.

- [20] R. K. Bardin, P. J. Gollon, J. D. Ullman, and C. S. Wu.

Nu. Phys., A158:337, 1970.

- [21] R. K. Bardin, P. J. Gollon, J. D. Ullman, and C. S. Wu.

Phys. Lett., 26B:112, 1967.

- [22] T. Bardin, J. A. Becker, and T.R.Fisher.

Phys. Rev., C7:190, 1973.

- [23] G. Baumgärtener and P. Schuck.

“*Kernmodelle*”.

Volume 1, Inst. Mannheim, Zürich Alemania, 1968.

- [24] B. F. Bayman.
“The Derivation of the Pairing-Correlation Method”.
Nu. Phys., 15:33, 1960.
- [25] E. Belloti, O Cremonesi, E. Fiorini, and C. Liguori and
M. M. Nieto et. al, 1983.
“*Science Underground, AIP Conf Proc. 96*”.
- [26] S. T. Belyaev.
Danske Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd., 31:11, 1959.
- [27] T. Bernatowicz, J. Brannon, R. Brazzle, R. Cowsik, C. Hohenberg, and
F. Podosek.
“Precise determination of relative and absolute $\beta\beta$ -decay rates of ^{128}Te
and ^{130}Te ”.
Phys. Rev. C, 47:806, 1993.
- [28] G. T. Biehle and P. Vogel.
“Calculation of beta half-lives of proton-rich nuclei of intermediate
mass”.
Phys. Rev., C46:1555, 1992.
- [29] B.L.Dougherty.
“*Thesis Doctoral*”.
PhD thesis, Universidad de California, EEUU, 1988.

preprint.

- [30] F. Boehm and H. Ejiri.
“Neutrino Properties and Interactions”.
Nu. Phys., A527:773, 1991.
- [31] N. N. Bogoljubov.
Doklady Akkad. Navk. Sssr., 119:224, 1958.
- [32] N. N. Bogoljubov.
“*Lectures in Quantum Mechanics*”.
Kiev, 1 edition, 1947.
- [33] N. N. Bogolyubov.
Nuovo. Cimento, 7:794, 1958.
- [34] A. Bohr and B. R. Mottelson.
“*Nuclear Structure*”, chapter 3, page 322.
Volume 1 of , Adison - Pressley, 2 edition, 1968.
Aca estan los niveles 0^+ del Ca48.
- [35] G. Breit, M. H. Hull, K. E. Lasila, and K. D. Pyatt.
Phys. Rev., 120:2227, 1960.
- [36] D. M. Brink and G. R. Satchler.
“*Angular Momentum*”.
Volume 40, Claredon Press, Oxford, 1962.

- [37] C. P. Burgess and J. M. Cline.
“Majorons without Majorana masses and neutrinoless double beta decay”.
Phys. Lett., B298:141, 1993.
- [38] J. Busto, D Dassie, O. Helene, P.Larrieu, F. Leccia, P. Mennrath, M. M. Aleonard, and J. Chevalier.
“The Neutrinoless Double Beta Decay of ^{76}Ge : Results of the Frejus Experiment”.
Nu. Phys., A513:291, 1990.
- [39] D. O. Cadwell, R. M. Eisberg, D. M. Grumm, and et.all.
Phys. Rev. Lett., 59:419, 1987.
- [40] D. O. Cadwell, R. M. Eisberg, D. M. Grumm, and et.all.
Phys. Rev. Lett., 59:419, 1987.
- [41] D. O. Cadwell, R.M. Eisberg, B. Magnusson, A. R. Smith, and M. S.Witherell.
“Recent Results From the UCSB/LBL Double Beta Decay Experiment”.
Proc. Suppl Nu. Phys.B, B13:547, 1990.
- [42] W. E. Caswell, J. Milutinovic, and G. Senjanovic.
Phys. Rev., D26:161, 1982.

- [43] E. Caurier, A. Poves, and A. P. Zuker.
“ A Full hw description of the $2\nu\beta\beta$ decay of ^{48}Ca ”.
Phys. Lett., B252:13, 1990.
- [44] E. Caurier, A. Poves, and A. P. Zuker.
“ ANTOINE Code ”.
In G. Klotzky, editor, *Proc. Workshop on Nuclei far from the Stability*,
Obernai, Francia, 1989.
- [45] D. Cha.
Phys. Rev, C27:2269, 1983.
- [46] C. Cheng-rui and H. Tso-hsui.
“Operator expansion method and double beta decay Ca^{48} ”.
Phys. Rev.C, 40(1):304–313, 1989.
- [47] Y. Chikashige, R. N. Mohapatra, and R. D. Peccei.
Phys. Lett., 98B:265, 1981.
- [48] Y. Chikashige, R. N. Mohapatra, and R. D. Peccei.
Phys. Rev. Lett., 45:1926, 1980.
- [49] O. Civitarese, J. Suhonen, A. Faessler, and X. R. Wu.
“ Suppression of the two neutrino double beta decay:particle number
projected results”.
Phys. Lett., B251:333, 1990.

- [50] O. Civitarese, T. Tomoda, and A. Faessler.
“Suppression of the two neutrino double beta decay”.
Phys. Lett., 194B:11, 1987.
- [51] B. T. Cleveland, W. R. Leo, C. S. Wu, L. R. Rushton, P. J. Gollon,
and J. D. Ullman.
Phys. Rev. Lett., 35:757, 1975.
- [52] C. L. Cowan, Jr., F. B. Harrison, L. M. Langer, and F. Reines.
1956, 106:825, *Phys. Rev.*
- [53] C. Ryan and S. Okubo.
Nov Cim, Suppl 2:234, 1964.
- [54] G. Danby and et. al.
Phys. Rev Lett., 9:36, 1962.
- [55] N. de Takacsy and S. Das Gupta.
Phys. Lett., 33B:556, 1970.
- [56] J. F. Deoeuf and M. Moch.
J. Phys. Radium, 16:897, 1955.
- [57] R. D. Lawson.
Phys. Rev., 124:1500, 1981.
- [58] E. I. Dobrokhotov, V. R. Lazarenko, and S. Yu. Luk’Yanov.
Sov. Phys. Doklady, 1:600, 1957.

- [59] M. Doi, T. Kotani, H. Nishiura, K. Okuda, and E. Takasugi.
Prog. in Theor. Phys., 66:1739 y 1765, 1981.
- [60] M. Doi, T. Kotani, H. Nishiura, K. Okuda, and E. Takasugi.
Prog. in Theor. Phys., 69:602, 1983.
- [61] M. Doi, T. Kotani, H. Nishiura, K. Okuda, and E. Takasugi.
Phys. Lett., 102B:323, 1981.
- [62] M. Doi, T. Kotani, H. Nishiura, K. Okuda, and E. Takasugi.
Phys. Lett., 103B y 113B:219 y 513, 1981.
- [63] M. Doi, T. Kotani, and E. Takasugi.
In Berger and Cline, editors, "*Proceedings of The Third Telemqark Meeting on Neutrino Mass and Weak Interaction*", page , World Scientific Pub., Singapur, Octubre 1985.
- [64] M. Doi, T. Kotani, and E. Takasugi.
Double beta decay and majorana neutrino.
Prog. in Theor. Phys.(Suppl.), 83:1, 1985.
- [65] M. J. Dugan, G. B. Gelmini, H. Georgi, and J. Hall.
Phys. Rev. Lett., 54:2302, 1985.
- [66] L. V. East.
Phys. Rev., 149:913, 1966.
- [67] A. Van Egmond and K. Allaart.

- “Do we understand ibm parameters ”.
Nu. Phys., A425:273, 1984.
- [68] J. M. Eisenberg and W. Greiner.
“*Microscopic Theory of the Nucleus*”.
North-Holland, North Holland, 3 edition, 1988.
- [69] H. Ejiri.
“*Proceedings of the Symposium on Nuclear in the 1990*”, 1990.
- [70] J. P. Elliot.
Proc. Royal Soc., A245:562, 1958.
- [71] J. P. Elliot and B. H. Flowers.
Proc. Royal Soc., A242:57, 1957.
- [72] J. P. Elliot, A. D. Jackson, H. A. Mavromatis, E. A. Sanderson, and
B. Singh.
Nu. Phys., A121:241, 1968.
- [73] S. R. Elliot, A. A. Hahn, and M. K. Moe.
“Direct Evidence for Two-Neutrino Beta-Decay in ^{82}Se ”.
Phys. Rev. Lett, 59:2020, 1988.
- [74] S. R. Elliot, A. A. Hahn, and M. K. Moe.
“Limit on Neutrinoless Double Beta-Decay with Majoron Emission in
 ^{82}Se ”.

- Phys. Rev. Lett*, 59:1649, 1987.
- [75] S. R. Elliot, A. A. Hahn, and M. K. Moe.
“Limit on Neutrinoless Double Beta-Decay in ^{82}Se ”.
Phys. Rev. Lett, 59:2020, 1988.
- [76] J. Ellis and et all.
Mod. Phys. Lett., A1:57, 1986.
- [77] J. Engel.
“Nuclear structure and double beta decay”.
International Conf on Contemporar Topics in Nuclear Structurey, 1:55,
1988.
- [78] J. Engel, P. Vogel, Xiangdong JI, and S. Pittel.
“Double beta decay in Generalized-Seniority scheme”.
Phys. Lett., B225:5, 1989.
- [79] J. Engel, P. Vogel, and M.R. Zirnbauer.
“Nuclear structure in double beta decay”.
Phys. Rev., C37:731, 1988.
- [80] J. Engel, W.C.Haxton, and P. Vogel.
“Effective Summation over Intermediate States in Double Beta Decay”.
Phys. Rev., C46:R2153, 1992.
- [81] M. Ericson and M.Rosa-Clot.

- “Pion-Exchange in the $2\nu\beta\beta$ Decay ”.
Phys. Lett. B, B188:11, 1987.
- [82] M. Ericson and J. D. Vergados.
“The Effects of Pions-Exchange Corrections on the $2\nu\beta\beta$ Decay Nuclear Matrix Elements ”.
Nu. Phys. A, A495:602–610, 1989.
- [83] A. A. Klimenko et al.
Nu. Instrm. Methods, B17:445, 1986.
- [84] Ke You et al.
Phys. Lett. B, B265:53, 1991.
- [85] M. Lacombe et al.
Phys. Rev., C21:861, 1980.
- [86] M. Faig and a. L. Plastino.
“Nuclear structure in double beta decay with less approximations in ^{48}Ca ”.
A publicar., 1994.
- [87] E. Fermi.
Zeit. für Physik, 88:161, 1934.
- [88] E. Fermi.
Ric. Sci., 2:parte 12, 1933.

- [89] E. Fiorini, A. Pullia, G. Bertolini, F. Capellani, and G. Restelli.
Phys. Lett., 25B:602, 1967.
- [90] E. Fiorini, A. Pullia, G. Bertolini, and F. Capellani y G. Restelli.
Lett. Nuovo Cimento, 3:149, 1970.
- [91] E. Fiorini, A. Pullia, G. Bertolini, and F. Capellani y G. Restelli.
Nuovo Cimento, 13A:747, 1973.
- [92] E. L. Fireman.
Phys. Rev., 75:323, 1949.
- [93] E. L. Fireman.
Phys. Rev., 74:1238, 1948.
- [94] E. L. Fireman and D. Schwarzer.
Phys. Rev., 86:451, 1952.
- [95] P. Fisher and et.all.
Phys. Lett., B192:460, 1987.
- [96] B. H. Flower.
Proc. Roy. Soc, A212:248, 1952.
- [97] A. Foster, H. Kwon and J. K. Markey, F. Boehm, and H. E. Henrikson.
Presentado a la conferencia sobre bajas Energías y Pruebas de las leyes
de conservación en Física de partículas.
Blacksburg, 1983.

- [98] J. H. Fremlin and M. C. Walters.
Proc. Phys. Soc., A65:911, 1952.
- [99] J. Friedman and V. Teledge.
Phys. Rev., 105:1681, 1957.
- [100] C. Gaarde, M. N. Harakeh, J. S. Larsen, S.Y. Van der Werf, M. Igarashi, and A. Muller Arnke.
“The $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ Reaction at 66 and 76 Mev. (Reaction mechanism and Gamow Teller)”.
Nu. Phys., A334:248 268, 1979.
- [101] C. Gaarde, J. Rapaport, T. N. Taddeucci, C. D. Goodman, C. C. Foster, D. E. Bainun, C.A. Goulding, M. B. Greenfield, D.J. Hooren, and E. Sugarbaker.
“Excitation of Giant Spin Isospin Multipole Vibrations”.
Nu. Phys., A369:258–280, 1981.
- [102] Y. K. Gambhir, A. Rimini, and T. Weber.
“Number-Conserving Approximation to shell model”.
Phys. Rev., 188:1573, 1969.
- [103] G. Gamow and E. Teller.
Phys. Rev., 49:895, 1936.
- [104] G. B. Gelmini, S. Nussinov, and M. Roncadelli.

- Nu. Phys.*, B209:157, 1982.
- [105] G. B. Gelmini, S. Nussinov, and T. Yanagida.
Nu. Phys., B219:31, 1983.
- [106] G. B. Gelmini and M. Roncadelli.
Phys. Lett., 99B:411, 1981.
- [107] H. Georgi and S. L. Glashow.
Phys. Rev. Lett., 32:438, 1974.
- [108] H. M. Georgi, S.L.Glashow, and S.Nusinov.
Nu. Phys., B193:297, 1981.
- [109] E. K. Gerling, Yu. A. Shukolyukov, and G. SH Ashkinadze a.
Sov. J. Nucl. Phys., 6:226, 1968.
- [110] J. G.Hykawy, J. N. Nxumalo, P.P.Unger, C. A. Lander, R. C. Barber,
K. S. Sharma, R.D. Peters, and H. E. Duckworth.
“Precise Determination of the Mass Difference $^{76}\text{Ge} - ^{76}\text{Se}$ and a Derived Upper Limit on the Mass for the Electron Neutrino”.
Phys. Rev. Lett., 67:1708, 1991.
- [111] V. Gillet, B. Giraud, and M. Rho.
Phys. Lett., 27B:483, 1968.
- [112] V. Gillet, B. Giraud, and M. Rho.
Phys. Rev., 178:1695, 1969.

- [113] V. Gillet, A. M. Green, and E. A. Sanderson.
Phys. Lett., 11:44, 1964.
- [114] V. Gillet and N. Vinh Mau.
Nu. Phys., 54:321, 1964.
- [115] V. Gillet and E. A. Sanderson.
Nu. Phys., B32:140, 1967.
- [116] H. Georgi, S. Glashow, and S Nussinov.
Nu. Phys., B193:297, 1981.
- [117] S. Glashow.
Nu. Phys., 22:579, 1961.
- [118] M. G.Mayer and J. H. D. Jensen.
“Elementary Theory of Nuclear Shell Model Structure”.
K. Siegbahn, 1955.
- [119] M. Goepfert-Mayer.
Phys. Rev, 48:512, 1935.
- [120] M. Green, J. Schwarz, and E. Witten.
“Superstring Theory”.
University Press, Cambridge, 1 edition, 1987.
- [121] E. Greuling and R. C. Whitten.
Ann. Phys., 11:510, 1960.

- [122] K Grotz and H. V. Klapdor.
“Calculation of Double Beta Decay Rates and the Neutrino Mass”.
Nu. Phys., A460:395–436, 1986.
- [123] K Grotz and H. V. Klapdor.
“Predictions of 2ν and 0ν Double Beta Decay for nuclei with $A \leq 70$ ”.
Phys. Lett., B157:242, 1985.
- [124] K. Grotz, H. V. Klapdor, and J. Meztinger.
“Double Beta Decay of $^{128}\text{Te}/^{130}\text{Te}$ and the question of a Neutrino
Majorana Mass”.
Journal Phys G:Nu. Phys., L9:169, 1983.
- [125] W. F. Van Gunsteren.
“*Thesis Doctoral*”.
PhD thesis, Vrije Universiteit, Amsterdam, Holland, 1976.
preprint.
- [126] W. C. Haxton, J. A. Cowan, and M. Goldhaber.
Phys. Rev., C28:467, 1983.
- [127] W. C. Haxton and G. J. Stephenson Jr.
“Double Beta Decay”.
Progress in Particle and Nuclear Physics, 12:409, 1984.
- [128] W. C. Haxton, G. J. Stephenson Jr., and D. Strottman.

- Phys. Rev. Lett.*, 47:153, 1981.
- [129] W. C. Haxton, G. J. Stephenson Jr., and D. Strottman.
Phys. Rev. D, 25:2360, 1981.
- [130] W. C. Haxton, G. J. Stephenson, and D. Strottman.
Phys. Rev. Lett., 47:153, 1981.
- [131] E. H. Hennecke, O. K. Manuel, and D. D. Sabu.
Phys. Rev., C11:1378, 1975.
- [132] E. W. Hennecke.
Phys. Rev., C17:1168, 1978.
- [133] Kris L. G. Heyde.
“The Nuclear Shell Model”.
Volume 1, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, 1990.
- [134] P. W. Higgs.
Phys. Rev. Lett., 13:508, 1964.
- [135] D. L. Hill and J. A. Wheeler.
Phys. Rev., 89:1102, 1953.
- [136] J. Hirsh, A. Mariano, M. Faig, and F. Krmpotic.
“On the 2p-2h excitations and the quenching of the Gamow-Teller
strength”.
Phys. Rev. Lett., B210:55, 1988.

- [137] J. Honkanen, V. Koponen, P. Taskinen, J. Äystö, K. Eskola, S. Messelt,
and K. Ogawa.
“Beta strength to excited states in the decays of the $F_{7/2}$ in the mirror
nuclides”.
Nu. Phys., A496:462–476, 1989.
- [138] L. Hulthen and M. Sagawara.
Handbuch der Physik, 39:, 1957.
- [139] F. T. Avignone III, R. L. Brodzinsky, D. P. Brown, J. C. Evans Jr.,
W. K. Hensley, and J. H. Reeves y W. A. Wogman.
Phys. Rev. Lett., 50:721, 83.
- [140] F. T. Avignone III and et. all.
Proc. de Telemark IV “Neutrino Mass and Neutrino Astrophysic”.
World Scientific, Wisconsin, Estados Unidos, Marzo 1987.
- [141] M. G. Inghram and J. H. Reynolds.
Phys. Rev., 76:1265, 1949.
- [142] M. G. Inghram and J. H. Reynolds.
Phys. Rev., 78:822, 1950.
- [143] J. S. Lawson Jr.
Phys. Rev., 81:299, 1951.
- [144] M. I. Kalkstein and W. F. Libby.

- Phys. Rev.*, 85:368, 1952.
- [145] D. Kavaloski and W. J. Kossler.
Phys. Rev., 180:971, 1969.
- [146] S. B. Khadkikar and D. R. Kulkarni.
Phys. Rev., C10:1189, 1974.
- [147] V. A. Khodel.
Phys. Lett, B32:583, 1970.
- [148] T. Kirsten.
No publicado referenciado en [131].
- [149] T. Kirsten.
Proc. Int. Symposium on Nuclear Beta Decay and Neutrinos, 81, 1986.
- [150] T. Kirsten, W. Gentner, and O. Müller.
Z. Naturforschg, 22a:1783, 1967.
- [151] T. Kirsten, W. Gentner, and O. A. Schaeffer.
Z. Physik, 202:273, 1967.
- [152] T. Kirsten, H. Richter, and E. Jessberguer.
Phys. Rev. Lett., 50:474, 1983.
- [153] T. Kirsten, H. W., and O. Müller.
Earth and Planetary Sci. Lett., 6:271, 1969.

- [154] T. Kirstenloti, W. Gentner, and O. Müller.
“*Science Underground, AIP Conf Proc. 96*”.
ed. M. M. Nieto et al, 1983.
- [155] H. V. Klapdor and K. Grotz.
“Calculation of Double Beta Decay of ^{76}Ge , ^{82}Se $^{128,130}\text{Te}$ ”.
Phys. Lett, B142:323, 1984.
- [156] G. K. Leontaris, C. E. Vayonakis, and J. D. Vergados.
“Neutrino masses and abelian lepton flavor symmetry”.
Phys. Lett., B285:91–97, 1992.
- [157] A. A. Klimenko and et.al.
“*Proceedings of TAUP 1989 Workshop (Italia)*”, 1990.
- [158] F. Krmpotic, J. Hirsh, and H. Dias.
“Double Beta decay within a single Model”.
Nu. Phys., A542:85, 1992.
- [159] T. T. S. Kuo.
Ann. Rev. Nucl. Sci., 24:101, 1974.
- [160] T. T. S. Kuo.
“Structure of Finite Nuclei and the Free Nucleon-Nucleon Interactions”.
Nu. Phys., A90:199, 1967.

- [161] T. T. S. Kuo and G. E. Brown.
Nu. Phys., 85:40, 1966.
- [162] R. D. Lawson.
“*Theory of The Nuclear Shell Model*”.
Volume 1 of *Oxford Studies in Nuclear Physics*, Clarendon Press, New
York., 1980 edition, 1980.
- [163] V. R. Lazarenko and S. Yu. Luk’yanov.
JETP, 22:521, 1966.
- [164] F. Leccia, Ph. Hubert, D. Dassie, P. Mennrath, MM. billrd, A. Morales,
and R. Nunez Lagos.
Nuovo Cimento, 1983.
- [165] B. W. Lee and J. Zinn-Justin.
Phys. Rev., D7:1049, 1973.
- [166] T. D. Lee and C. N. Yang.
Phys. Rev., 104:254, 1956.
- [167] T. D. Lee and C. N. Yang.
Phys. Rev., 105:1671, 1957.
- [168] “Liang Zhao and Alex Brown and W. A. Richter ”, TITLE = ”Shell
Model Calculation for two-neutrino Double Beta Deacy of ^{48}Ca ”.
Phys. Rev., C42,nro 3:1474, 1990.

- [169] L. D. Landau E. M. Lifshifz.
“*Quantum Mechanics*”.
Volume 1, Reverte, Barcelona, 1965.
- [170] M. H. MacFarlane.
“*Lectures in Theoretical Physics*”.
Volume 1, pag. 583, University Of Colorado Press, Colorado Boulder,
1966.
- [171] R. Machleidt, K. Holinde, and C. H. Elster.
Phys. Report, 149:1, 1987.
- [172] C. Mahaux and R. Sartor.
“Embedding of correlations in the nuclear mean field”.
Nu. Phys. A, A546:65–84, 1992.
- [173] E. Majorana.
Nuovo Cimento, 14:171, 1939.
- [174] H. J. Mang, J. O. Rasmussen, and Mannque Rho.
“Conservation of the Particle Number in the Nuclear Pairing Model
Part I”.
Phys. Rev., 135:B22, 1964.
- [175] R. Marshak and E. Sudarsham.
Phys. Rev., 109:1860, 1958.

- [176] E. Der Matheosian and M. Goldhaber.
Phys. Rev., 146:810, 1966.
- [177] M. Goeppert Mayer.
Nu. Phys., 78:22, 1950.
- [178] J. A. McCarthy.
Phys. Rev., 90:853, 1953.
- [179] J. D. McCullen, B. F Bayman, and L. Zamick.
 “Spectroscopy in The Nuclear $1/f_{7/2}$ Shell”.
Phys. Rev., 134(3B):515, Mayo 1964.
- [180] G. A. Miller and J. E. Spencer.
Ann. Phys ., 100:562, 1976.
- [181] H. Miyatake, K.Ogawa anda T Shinozuka, and M. Fujioka.
 “Shell Model Study of Gamow-Teller Elements in the $0f_{7/2}$ Shell Nu-
 clei”.
Nu. Phys., A470:328–338, 1987.
- [182] M. K. Moe and D. D. Lowenthal.
Phys. Rev., C22:2186, 1980.
- [183] R. M. Mohapatra and J.D. Vergados.
Phys. Rev. Lett., 47:1981, 1981.
- [184] A. Molina and P. Pascual.

- Nuovo Cimento*, 41B:756, 1977.
- [185] A. Morales.
“Recent Progress on Double Beta-decay searches”.
Nu. Phys. (Proc. Suppl.), 28A:182, 1992.
- [186] M. Morita.
“*Beta Decay and Muon Capture*”.
Volume 1, Benjamin Press, Massachuset, 1973.
- [187] K. Muto.
“Coulomb effect in operator expansion method for two neutrino double
beta decay”.
Physical Review C, 48:402, 1993.
- [188] K. Muto, E. Bender, and H. V. Klapdor.
“Nuclear Structure Effects on the Neutrinoless Double Beta Decay”.
Z. Phys. Atomic Nuclei, 334:187–194, 1989.
- [189] K. Muto, E. Bender, and H. V. Klapdor-Kleingrothaus.
“A comparative study of the double beta decay by shell model and
quasiparticle RPA”.
Z. Phys. Hadrons and Nuclei, 339:435–444, 1991.
- [190] K. Muto and H. Horie.
“Shell Model Study on M1 Strength Distribution in N=28 Isotones”.

- Phys. Lett.*, B138:9, 1984.
- [191] K. Muto and H. V. Klapdor.
“ Calculation of 2ν double beta decay of ^{76}Ge , ^{82}Se , $^{128,130}\text{Te}$ ”.
Phys. Lett., 201B:420, 1988.
- [192] J. A. Nelder and R. Mead.
“Downhill Simplex Methods”.
Computer Journal, 7:308, 1965.
- [193] J. F. Nieves.
Phys. Lett., 147B:375, 1984.
- [194] S. G. Nilsson and O. Prior.
Danske Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd., 32:16, 1960.
- [195] H. Nishiura.
PhD thesis, Universidad de Osaka, Japon, 1981.
preprint.
- [196] H. Nishiura.
Report of the Institute for Fundamental Physics, Kyoto University,
RIFP-453, 1981.
- [197] S. Nishizaki, S. Drozd, J. Wambach, and J. Speth.
“ Ground State Correlations Effects on The Gamow-Teller Strength
distribution in ^{48}Ca ”.

- Phys. Rev.*, B215:231, 1988.
- [198] K. Okada, H. Ejiri, T. Shibata, N. Takahashi, N. Kamikubuta, T. Watanabe, T. Shima, J. Tanaka, T. Taniguchi, T. Kamada, T. Taniguchi, T. Kamada, and M. Kobiki.
 “Double Beta Decay Measurements for ^{76}Ge and ^{100}Mo ”.
Nu. Phys., A478:447, 1988.
- [199] P. L. Ottaviani and M. Savoia.
 Conservation of the number of particles in the tamm-dancoff approximation for spherical superconductor nuclei.
Phys. Rev., 178(4):1594, Febrero 1969.
- [200] P. L. Ottaviani and M. Savoia.
 “One and Three Quasi-Particle Projected States for Odd-Mass Nuclei with a Major Closed Shell”.
Nov. Cim, 67(4):630, junio 1970.
- [201] M. K. Pal, Y. K. Gambhir, and Ram Raj.
 “Two and Four Quasiparticle States in Spherical Vibrational Nuclei”.
Phys. Rev., 155:1144, 1967.
- [202] S.P. Pandya.
Phys. Rev., 103:956, 1956.
- [203] W. Pauli.

- Nuovo Cimento*, 6:204, 1957.
- [204] W. Pauli.
“Noyaux Atomiques”.
Proc of Solvay Congress, Brussels, 1:324, 1933.
- [205] R. M. Pearce and E. K. Darby.
Phys. Rev., 86:1049, 1952.
- [206] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolky, and W. T. Vetterling.
“*Numerical Recipes*”.
Volume 1, Cambridge University Press, Estados Unidos de America,
1987.
- [207] H. Primakoff and S. P. Rosen.
Rep. Prog. Phys. Rev., 22:121, 1959.
- [208] H. Primakoff and S. P. Rosen.
Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 31:145, 1981.
- [209] H. Primakoff and D. M. Sharp.
Phys. Rev., 23:501, 1969.
- [210] G. Racah.
Phys. Rev., 61:186, 1942.
- [211] G. Racah.
Phys. Rev., 62:438, 1942.

- [212] G. Racah.
“*Lectures on Group Theory*”.
Volume 1, Inst.for Advanced Study, Princenton, 1951.
- [213] W. D. Rae, a. Etchegoyen, and B. A. Brown.
“Oxford-Buenos Aires MSU Shell Model Code”.
Mich State University Cyclotron Lab. Report No 524, 1988.
- [214] R. Raj and M. L. Rutgi.
“Modified Tamm-Dancoff Aproximation for Nuclei with Unfilled Neutron and Proton Shells”.
Phys. Rev., 178(4):1556, 1969.
- [215] Ram Raj and M. L. Rustgi.
“Modified Tamm-Dancoff approximation for nuclei with unfilled neutron and proton shells”.
Phys. Rev., 178:1556, 1969.
- [216] G. Rayna.
“*REDUCE Software for Algebraic Computation*”.
Symbolic Computation-Artificial Intelligence, 1987.
- [217] G. Rayna.
“*REDUCE Software for Algebraic Computation*”.
Symbolic Computation-Artificial Intelligence, 1987.

- [218] D. B. Reix.
Phys. Lett., 115B:217, 1982.
- [219] P. Ring and P. Schuck.
“Nuclear Many Body Problem”.
Springer, Berlin, Heidelberg, 3 edition, 1980.
- [220] D. J. Rowe.
“Nuclear Collective Motion”.
Volume 1, Methuen, New York, 1970.
- [221] A. Salam.
“Elementary Particle Theory: Relativistic Groups and Analyticity ”.
N. Svartholm and Almqvist and Wiksell, Stockholm, 1 edition, 1968.
- [222] J. Schechter and J. W. L. Valle.
Phys. Rev. D, D25:774, 1982.
- [223] K. W. Schmid, F. Grümmer, and A. Faessler.
Phys. Rev., C29:291, 1984.
- [224] G. Senjanovic and R. M. Mohapatra.
Phys. Rev. Lett., 44:912, 1980.
- [225] M. H. Shapiro, S. Frankel, S. Koicki, W. D. Wales, and G.T. Wodods.
Phys. Rev., 154:1050, 1967.
- [226] K. S. Sharma, G. Mukherjee, and P. K. Rath.

- “Double Gamow-Teller Matrix Elements in the germanium region”.
Phys. Rev, C41:1315, 1990.
- [227] J. J. Simpson and et.al.
Phys. Lett, 53:141, 1984.
- [228] J. Sinatkas, L. D. Skouras, and J. D. Vergados.
“Shell Model nuclear matrix elements for the double beta decay”.
Phys Rev C, C37:1229, 1988.
- [229] L. D. Skouras and J. D. Vergados.
“Nuclear matrix elements for the double beta decay”.
Phys Rev C, C28:2122, 1983.
- [230] D. Smith, C. E. Picciotto, and D. Bryman.
Phys. Lett, B46:157, 1973.
- [231] G. R. Smith.
Phys. Rev., C4:1344, 1971.
- [232] V. G. Soloviev.
Nu. Phys., 9:655, 1958/9.
- [233] V. G. Soloviev.
Nu.Phys., 9:655, 1958.
- [234] V. G. Soloviev.
“*Theory of Complex Nuclei*”.

Volume 81 of *International Series In Natural Philosophy*, Pergamon Press, Oxford - New York - Toronto, 1976 edition, 1976.

Traducido por P. Voguel.

- [235] V. G. Soloviev and V. G. Sushkov.
“Gamow Teller β^+ of neutron deficient deformed Nuclei ”.
Phys. Rev. Lett, B216:259, 1989.
- [236] B. Srinivasan, E. C. Alexander, Jr., and O. K. Manuel.
J. Inorg. Nucl. Chem., 34:2381, 1972.
- [237] B. Srinivasan, E. C. Alexander Jr., R. D. Beaty, S. D. Sinclair, and
O. K. Manuel.
Econ. Geology, 68:252, 1973.
- [238] B. Srinivasan, E. C. Alexander Jr., and O. K. Manuel.
Econ. Geology, 67:592, 1972.
- [239] A. Staudt, T. T. S. Kuo, and H. V. Klapdor-Kleingrothaus.
“ $\beta\beta$ of ${}^76\text{Ge}$ with renormalization effective interaction derived from
Paris, Bonn and Reid Potentials”.
Phys. Lett., B242:17, 1990.
- [240] S. Stoica and W. A. Kaminski.
“Gamow-Teller matrix elements for two neutrino double β decay within
a second quasi-random-phase-approximation”.

- Phys. Rev.*, C47:867, 1993.
- [241] D. B. Stout and T. T. S. Kuo.
“ 2ν Double Beta Decay and Self-Consistent Self-Energies”.
Phys. Rev. Lett., 69:1900, 1992.
- [242] J. Suhonen.
“Calculation of β and $\beta\beta$ decay observables of ^{48}Ca QRPA with and without particle number projection.”.
J. Phys. G, 19:139, 1993.
- [243] J. Suhonen, O. Civitarese, and A. Faessler.
“Description of the $0^+ \rightarrow 0^+$ double beta decay transition in ^{76}Ge : Particle number projected quasiparticle random phase approximation”.
Nu. Phys., A543:645, 1992.
- [244] F. Tabaquin.
Ann. Phys., 30:51, 1964.
- [245] N. Takaoda and K. Ogata.
Z. Naturforschg, 21a:84, 1966.
- [246] E. Takasugi.
Phys. Lett., 149B:372, 1984.
- [247] I. Talmi.

- Nu. Phys.*, A423:189, 1984.
- [248] G. t'Hooft.
Nu. Phys., B33:173, 1971.
- [249] G. t'Hooft and M. Veltman.
Nu. Phys., B50:318, 1972.
- [250] T. Tomoda and A. Faessler.
Phys. Lett., 199B:475, 1987.
- [251] J. W. Del Valle.
Phys. Rev., D27:1672, 1983.
- [252] J. W. Del Valle.
Phys. Rev., D27:1672, 1983.
- [253] J. W. L. Valle.
“Theory and Implication of Neutrino Mass”.
Nu. Phys. (Proc. Suppl.), 11:118, 1989.
- [254] S. I. Vasilev, A. A. Klimenko, S. E. Osetrov, A. A. Pomanskii, and
A. A. Smolnikov.
“Observation of the excess of Events in the Experiment on the search
for a Two-Neutrino Double Beta Decay of ^{100}Mo ”.
JETP, 51:623, 1990.
- [255] J. D. Vergados.

- “The neutrino Mass an Family, Lepton and Baryon Number Non-Conservation in Gauge Theories”.
- Phys. Rep.*, 133:1–216, 1985.
- [256] P. Vogel and P. Fisher.
- “Nuclear structure and double beta decay: Two neutrino mode”.
- Phys. Rev.*, C32:1362, 1985.
- [257] P. Vogel and M.R. Zirnbauer.
- “Supression of two neutrino double beta decay by nuclear-structure effects”.
- Phys. Rev. Lett.*, 57:3148, 1986.
- [258] S. Wahlborn.
- Nu. Phys.*, 37:534, 1962.
- [259] S. Weinberg.
- Phys. Rev. Lett.*, 19:1264, 1967.
- [260] J. Wess and J.Zumino.
- Nu. Phys. B*, B89:535, 1975.
- [261] G. C. Wick.
- Ann. Rev. Nucl. Sci*, 8:1, 1958.
- [262] F. Wilczek.
- Phys. Rev. Lett.*, 49:1549, 1982.

- [263] R. G. Winter.
Phys. Rev., 85:687, 1952.
- [264] R. G. Winter.
Phys. Rev., 99:88, 1955.
- [265] E. Witten.
Nu. Phys., B258:75, 1985.
- [266] L. Wolfenstein.
Nu. Phys., b185:147, 1981.
- [267] H. T. Wong, F. Boehm, P. Fisher, K. Gabathuler, , H. E. Henrikson, D. A. Imel, M. Z. Iqbal, V. Jörgwms, L. W. Mitchell, B. M. O'Callaghan-Hay, J. Thomas, M. Triechel, J. C. Vuilleumier, and J. L. Vuilleumier.
“New Limit on Neutrinoless Double β Decay in ^{136}Xe with a time Projection Chamber”.
Phys. Rev. Lett., 67(10):1218–1221, 1991.
- [268] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hoppes, and R. F. Hudson.
Phys. Rev., 107:1413, 1957.
- [269] H. F. Wu.
Phys. Lett., B162:227, 1985.
- [270] X. R. Wu, A. Staudt, T. T. S. Kuo, and H. V. Klapdor-Kleingrothaus.

- “Tensor Force and Operator Expansion Method for Nuclear Double Beta Decay”.
- Phys. Lett.*, B276:274–278, 1992.
- [271] T. Yanagida.
- “Proc. Workshop on Unified Theory and Baryon Number in The Universe”.
- 1979.
- [272] C. N. Yang and R. L. Mills.
- Phys. Rev.*, 96:191, 1954.
- [273] Kee You and Et. al.
- “Gamow Teller β^+ of neutron deficient deformed Nuclei ”.
- Phys. Lett.*, B265:53, 1991.
- [274] H. Yukawa.
- Proc Phys. Math. Soc. Jap.*, 17:48, 1935.
- [275] L. Zamick and N. Auerbach.
- “Nilsson-Pairing Model for Double Beta Decay”.
- Phys. Rev*, C26(5):2185, 1982.
- [276] L. Zamick and E. M. de Guerra.
- “Operator $[\sigma(1) \times \sigma(2)]^\lambda t_+(1)t_+(2)$: Signature selection rules”.
- Phys. Rev. C*, 34(1):291–296, 1986.

[277] YU. G. Zdesenko.

JETP Lett., 32:50, 1980.

[278] YA. B. Zel'dovich and M. YU. Khlopov.

JETP Lett., 34:141, 1981.

[279] D. C. Zheng, L. Zamick, and N. Auerbach.

“Generalization of the sum rule for double Gamow-Teller operators”.

Phys. Rev. C, 40(2):936–939, 1989.