

Universidad Nacional de La Plata  
Departamento de Física.

**Estudio de las Funciones de Estructura del Nucleón  
Polarizado**

Tesis Doctoral.

Daniel E. de Florian

Carlos Alberto García Canal  
Director

La Plata, 12 de Junio de 1995

## Agradecimientos

Mucha gente ha colaborado para que este trabajo fuera posible y quiero agradecerle a todos ellos por su cooperación. En primer lugar, a Carlos García Canal por haber sido gran director y mejor persona (aunque quiera verme lejos pronto). Junto a él, remarco la ayuda prestada por Luis Epele y Huner Fanchiotti y toda la gente del grupo de partículas.

Un párrafo especial merece Rodolfo Sassot, junto a quien realicé la mayoría de lo presentado en esta tesis y a quien agradezco todo lo que hizo por mí (especialmente las facturas de la mañana durante los cálculos de las correcciones radiativas).

Junto a la gente de La Plata quiero recordar a las personas de Buenos Aires que hicieron posible que trabajara allí. Entre ellos destaco a Diego Harari, Ricardo, Gabriela, Lucho, Fernando y a la Nutria, este último por corregirme las comillas mal puestas en el texto original.

Fuera del ámbito universitario es claro que todo fue posible gracias al amor de mis viejos que me apoyan desde hace 28 años, junto a mi hermana y a mis abuelos Raúl y Aurea. Obviamente, no puedo olvidar al Comandante Che Guevara que dió su vida por todos nosotros y lo menos que puedo hacer es honrar su memoria.

Siempre es bueno terminar con lo mejor y por ello es claro que este trabajo está dedicado a las mujeres que más amo en la vida, Mariel y mi hija Aylen, a quién ya tengo el gusto de conocer personalmente.

*a San Lorenzo de Almagro Campeón por siempre*

*a Mariel y Aylene*

## Indice:

<b>Introducción</b> .....	1
<b>I Funciones de estructura del nucleón polarizado</b>	
I.1 Funciones de estructura en dispersión inelástica profunda .....	5
I.2 Funciones de estructura en el modelo de partones .....	9
I.3 Asimetrías en dispersión polarizada .....	11
I.4 Correcciones de QCD .....	13
<b>II Reglas de suma y momentos polarizados</b>	
II.1 Reglas de suma en el desarrollo de operadores .....	21
II.2 Resultados experimentales : “Crisis del spin” .....	27
II.3 Contribución anómala de gluones .....	31
II.4 Nuevos experimentos .....	36
<b>III Distribuciones de quarks y gluones polarizados</b>	
III.1 Densidades de partones dependientes de spin .....	40
III.2 El modelo de Carlitz y Kaur .....	41
III.3 Extensiones del modelo de Carlitz y Kaur .....	43
III.4 Nuevos sets de densidades polarizadas LP1 y LP2 .....	47
III.5 Dependencia en $Q^2$ de las asimetrías .....	56
<b>IV Asimetrías de polarización en otros procesos</b>	
IV.1 Drell-Yan polarizado .....	61
IV.2 Producción de fotones con alto $p_T$ .....	66
IV.3 Producción de $J/\Psi$ .....	69

<b>V Correcciones <math>O(\alpha_s)</math> a las funciones de estructura electrodébiles</b>	
V.1 Funciones de estructura en dispersión electrodébil .....	73
V.2 Correcciones $O(\alpha_s)$ .....	76
V.3 Método de regularización .....	78
V.4 Esquema de factorización .....	82
V.5 Cálculo de las correcciones $O(\alpha_s)$ .....	84
V.6 Resultados numéricos .....	90
<b>VI Evolución en <math>Q^2</math> de la asimetría a NLO</b>	
VI.1 Contribuciones de dos loops a las funciones de estructura .....	95
VI.2 Corrección de los datos de asimetría .....	100
VI.3 Corrección al valor experimental de las reglas de suma .....	105
<b>VII Conclusiones</b> .....	108
<b>Referencias</b> .....	112

## Introducción

Desde principios de la década del 50, debido al gran éxito alcanzado por la Electrodinámica Cuántica (QED) en la interpretación de los procesos electromagnéticos por la Electrodinámica Cuántica (QED), se ha intentado realizar una teoría que permita describir la interacción fuerte de los hadrones. Sin embargo, muchos de los intentos fracasaron, siendo el más conocido el de la teoría de mesones, llevando a la creencia generalizada de que las interacciones fuertes no podían ser descritas mediante el método de la teoría cuántica de campos perturbativa. De acuerdo a ello, las teorías basadas en estos métodos fueron descartadas y una formulación independiente de la propuesta perturbativa fue generada. Gran variedad de estudios fueron realizados en ese sentido, destacándose entre otros, la técnica de reducción de los elementos de la matriz de dispersión  $S$ , relaciones de dispersión basadas en la analiticidad de las amplitudes hadrónicas y la teoría de polos de Regge. Aún cuando estas ideas tuvieron resultados exitosos al describir aspectos fenomenológicos de las reacciones hadrónicas, no fueron satisfactorios en el sentido en que no constituían verdaderas teorías.

A finales de los 60's, estudios en la clasificación de hadrones y espectros de masas surgieron fuertemente, al igual que sucedió con los elementos atómicos al observar la periodicidad en la tabla de Mendeleiev, que los hadrones estaban formados por componentes más fundamentales, llamados quarks. Resultaba entonces natural tratar de entender la dinámica que obedecían los sistemas de quarks, responsable de la composición de los hadrones así como de las interacciones entre ellos.

Para obtener información sobre la estructura de los nucleones se procedió a estudiar, de manera similar a lo realizado por Rutherford para clarificar la estructura de los átomos, los procesos de dispersión inelástica profunda de leptones puntuales de gran energía sobre blancos de hadrones. El estudio de la estructura del protón y el neutrón a través de experimentos de dispersión inelástica profunda (DIS), inicialmente con electrones pero luego con muones y neutrinos también, ha jugado un papel central para establecer la teoría de los hadrones. Los primeros experimentos realizados en SLAC a finales de los años 60 con haces de electrones de alrededor de 20 GeV proporcionaron la primer evidencia de secciones eficaces con un comportamiento de escala que ya había sido previsto por Bjorken en 1969. Una de las formas más sencillas de entender esta propiedad de escala era asumir que los electrones eran dispersados por constituyentes puntuales casi libres dentro del nucleón, llamados partones. Para dispersiones donde el momento transferido  $Q^2$  es muy grande, la resolución espacial para observar al blanco es alta y es posible entonces resolver la estructura del nucleón. Acep-

tar la idea del modelo de partones significaba asumir que la interacción entre éstos se hace más débil a distancias más pequeñas y por ello es que los experimentos los mostraban como casi libres. Estudios posteriores a mayores energías permitieron determinar el spin, la carga eléctrica y número bariónico de estos constituyentes, mostrando que eran asimilables a los quarks.

Un importante quiebre de la situación teórica se produjo en 1973 cuando la propiedad de libertad asintótica de teorías de Gauge no Abelianas fue descubierta, indicando que la constante de acoplamiento de estas teorías decrece con el aumento en la escala de energías involucradas. Esta propiedad permite el tratamiento perturbativo a pequeñas distancias y es capaz de explicar por qué los partones aparecen como libres en los experimentos de dispersión inelástica profunda. Por ese tiempo era frecuentemente sugerido que los quarks debían tener otro número cuántico llamado color y que exhibían la simetría de color, en orden de resolver varios problemas severos en el modelo de quarks. En 1973, Fritzsche y Gell-Mann propusieron que la simetría de color era la simetría de una teoría de campos de Gauge no Abeliana  $SU(3)$ . Con esta identificación la mayoría de los problemas existentes por ese tiempo en los modelos de quarks pudieron ser resueltos y la teoría de la dinámica de quarks, la cromodinámica cuántica (QCD) quedó establecida. En los modelos de quarks con simetría de color, es supuesto que los hadrones sólo se realizan físicamente en estados sin color y que por lo tanto los quarks no pueden ser observados como estados libres. Al igual que el fotón en el caso electromagnético, existe el campo de gauge no Abeliano que media las interacciones fuertes, llamado gluón, que a diferencia del primero que es neutro lleva carga de color. Esto último es fundamental ya que permite explicar la propiedad de confinamiento de los quarks en los hadrones debido al crecimiento de la constante de acoplamiento de la teoría  $\alpha_s$ , a distancias del orden del radio del nucleón, que es generado por la autointeracción de gluones propia de una teoría no Abeliana y que no se observa en QED.

Una de las propiedades fundamentales de la teoría es que permite separar en los procesos hadrónicos la parte dura, calculable perturbativamente, de la suave a la que sólo se puede acceder por cálculos no perturbativos o extraer de los experimentos. En QCD, el teorema de factorización muestra que las secciones eficaces de las interacciones leptón-hadrón en el régimen de  $Q^2$  grande pueden expresarse como la convolución de las densidades de partones con las secciones eficaces partón-leptón. Las densidades de partones miden la probabilidad de encontrar un quark o gluón con una fracción  $x$  del impulso del hadrón y son en principio independientes del proceso. Lamentablemente, éstas no pueden calcularse en el marco de QCD debido a que involucran escalas del orden del tamaño del nucleón, donde la teoría no puede desarrollarse en forma perturbativa, al contrario de lo que sucede para las secciones eficaces partónicas.

Sin embargo, es posible extraer distribuciones de quarks y gluones de experimentos de DIS y utilizarlas para realizar predicciones para otros procesos, debido a la mencionada universalidad. Estas predicciones muestran un acuerdo satisfactorio con los experimentos realizados y, junto al análisis de la dependencia en  $Q^2$  de las funciones de estructura, que puede ser estudiado con la teoría, y la comprobación de las reglas de suma, obtenidas inicialmente en el marco del álgebra de corrientes, son los resultados más importantes que ratifican la validez de la QCD.

Consecuentemente, es muy importante contar con densidades partónicas precisas para poder realizar predicciones cuantitativas en procesos que incluyan hadrones con alta transferencia de impulsos.

Experimentos de DIS polarizado, involucrando la colisión de un haz de leptones polarizados longitudinalmente sobre un blanco polarizado, proveen un análisis complementario de la estructura interna del nucleón. Mientras que DIS ordinario sólo prueba la densidad de partones con una fracción del impulso del hadrón, DIS polarizado indica la distribución de partones con una fracción  $x$  del momento total y una polarización del spin de los partones en un hadrón con polarización definida.

Por largo tiempo la teoría de las funciones de estructura polarizadas, que caracterizan las propiedades de la dispersión inelástica profunda polarizada, se mantuvo confortablemente al nivel de las predicciones del modelo de partones naive. Pero, en 1988, tuvo lugar una medición realizada por la European Muon Collaboration (EMC), cuyos resultados diferían significativamente de las predicciones teóricas previas. Una primera interpretación de estos resultados implicaba que la suma del spin llevado por los quarks en el protón era consistente con cero, el lugar de  $1/2$  como se esperaba en el modelo de partones, dando lugar a la llamada "crisis del spin".

A partir de ese momento, se ha desarrollado una importante cantidad de trabajo teórico para explicar esta diferencia entre experimento y teoría, llevando al descubrimiento de la contribución anómala de los gluones. En el cuadro teórico modificado, la contribución gluónica a la función de estructura polarizada, a través de la anomalía axial, es diferente de cero aún para valores de energías grandes, siendo posible explicar el problema del spin del nucleón e involucrando correcciones a las reglas de suma.

Para desentrañar este problema, esto es, para averiguar si los quarks y gluones contribuyen de manera importante al spin del nucleón, es fundamental poder realizar una medición directa de la distribución polarizada de gluones en otros experimentos y para ello es necesario contar con predicciones de orden  $\alpha_s$  para esos procesos, que es el menor orden al que aparece la contribución gluónica.

En este trabajo analizamos el problema del spin del nucleón, tanto en sus aspectos fenomenológicos: realizando la extracción de distribuciones polarizadas en total acuerdo con los experimentos, las reglas de suma teóricas y su utilización en predicciones para futuros experimentos; como en el plano teórico: mediante el cálculo de correcciones radiativas a las funciones de estructura de dispersión de neutrinos. Con los experimentos propuestos en esta tesis, mostramos que será posible desentrañar el problema del spin en el sentido de comprender cual es la distribución del spin del nucleón entre sus componentes, así como obtener distribuciones de partones polarizadas con mayor precisión que la actual.

En el primer capítulo resumimos las características principales de los procesos de dispersión inelástica profunda e introducimos las funciones de estructura en el modelo de quark-partones. También analizamos la dependencia en la escala de energías de las distribuciones de partones.

El segundo capítulo incluye las predicciones teóricas para las reglas de suma polarizadas de Bjorken y Ellis-Jaffe y resume los resultados experimentales obtenidos en los últimos años. Así mismo, se discute la corrección a las reglas de suma debido a la contribución anómala de los gluones que explica la diferencia entre el experimento y la teoría.

En el tercer capítulo introducimos el método utilizado para obtener las densidades de partones polarizadas y mostramos los resultados. También estudiamos la evolución en  $Q^2$  de la función de estructura polarizada, comparando la predicción de QCD con los resultados experimentales.

En el cuarto capítulo analizamos la posibilidad de nuevos experimentos diseñados para obtener distribuciones polarizadas en procesos de colisión de hadrones. Incluimos las predicciones para los procesos de Drell-Yau, producción de fotones con alto impulso transversal y de hadroproducción polarizada de  $J/\Psi$ .

Teniendo en cuenta la importancia de la contribución gluónica a las funciones de estructura, presentamos, en el quinto capítulo, el cálculo original de las correcciones a orden  $\alpha_s$ , para las funciones de estructura polarizadas en el caso de interacciones electrodébiles. Además, analizamos las consecuencias fenomenológicas y definimos un esquema de factorización para las densidades de partones polarizadas que incluye a los quarks masivos.

En el sexto capítulo, analizamos las correcciones a dos loops para la asimetría polarizada, corrigiendo los resultados experimentales debido a la evolución en  $Q^2$ .

El último capítulo está dedicado a las conclusiones y al análisis global del trabajo presentado.

# I Funciones de estructura del nucleón polarizado

## I.1 Funciones de estructura en dispersión inelástica profunda

La obtención de las funciones de estructura ha permitido no sólo conocer las características de los partones constituyentes del nucleón, sino también, en el caso de experimentos con blancos no polarizados, la distribución del impulso del nucleón entre sus componentes en el régimen de altos impulsos transferidos [1, 2, 3]. Además, debido a la utilización tanto de leptones cargados como de neutrinos, ha sido posible contar con un número suficiente de experimentos como para poder extraer información sobre la fracción de impulso llevada por cada sabor de quarks. Esta información se encuentra en las distribuciones de partones, las cuales se obtienen de las funciones de estructura [4].

Estas densidades de partones, extraídas fundamentalmente de procesos de dispersión inelástica profunda, son luego utilizadas para realizar predicciones en otros procesos que involucran hadrones a altas transferencias de impulsos, dado su carácter de universalidad [5].

Durante los últimos años, mediciones de las funciones de estructura polarizadas, han permitido extender el análisis al caso dependiente de spin [6, 7, 8, 9, 10]. En este caso es posible obtener densidades de partones polarizadas, por ahora con menor precisión que en el caso independiente de spin debido a la menor estadística, que en el modelo de partones son interpretadas como la fracción de spin del nucleón que llevan los quarks y gluones que lo componen.

Además del importante esfuerzo experimental realizado para medir las funciones de estructura, existe una gran cantidad de trabajos teóricos en el marco de QCD [11] que realizan predicciones y explican el comportamiento de las reglas de suma que involucran a las funciones de estructura y su evolución con la escala de energías.

De tal manera que, dada la importancia que tienen los procesos de dispersión inelástica profunda en esta tesis, dedicaremos este capítulo a analizar las funciones de estructura tanto polarizadas como las no dependientes de spin, fijando la convención de notación que utilizaremos a lo largo de este trabajo.

En un experimento típico de dispersión inelástica profunda, un haz incidente de leptones con energía  $E$  es dispersado por un blanco hadrónico fijo. La energía y la dirección del leptón dispersado son medidas en el detector, pero el estado hadrónico final (usualmente denotado por  $X$ ) no es medido en detalle experimentalmente, dando lugar a una sección eficaz inclusiva. El leptón interactúa con el blanco hadrónico a través del intercambio de un bosón intermediario virtual (aproximación válida debido al bajo valor de la constante de acoplamiento electromagnética  $\alpha$ ); el hadrón absorbe al bosón virtual para producir el estado final  $X$ . La región de dispersión inelástica profunda comprende el rango de energías e impulsos donde el blanco es destruido por el fotón y los fragmentos son dispersados en varias partículas.

El diagrama básico para estos procesos se muestra en Figura (I.1), donde se indican la energía, impulso y spin de cada partícula [12, 13],

$$l(k) + N(p) \rightarrow l(k') + X \quad (1)$$

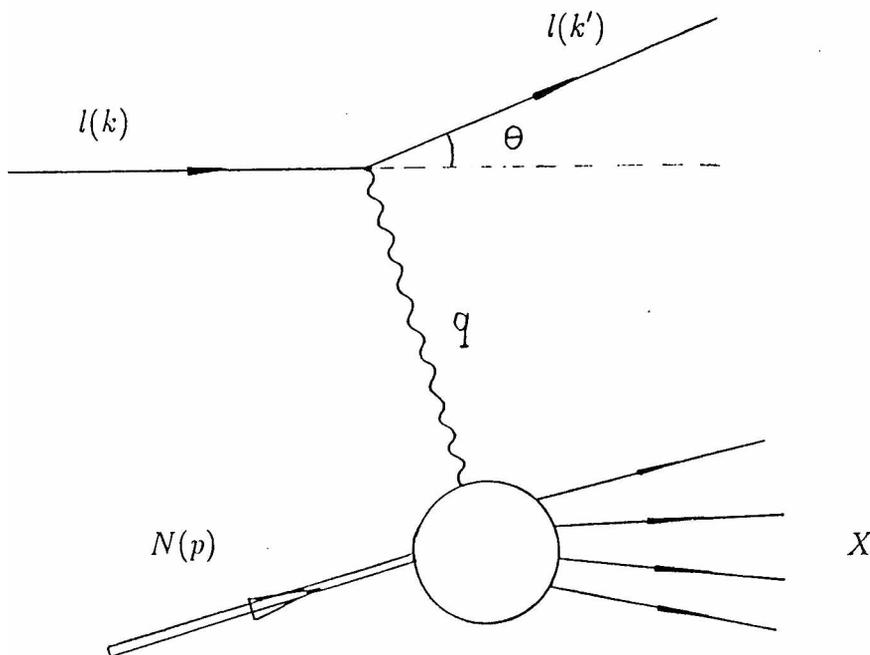


Figura I.1: Diagrama básico para un proceso de dispersión inelástica profunda

Aparte de la energía del lepton incidente, dos variables cinemáticas son necesarias para definir la interacción. Para ello son usualmente elegidas los invariantes de Lorentz  $Q^2$  y  $\nu$ , que se introducen a partir de

$$Q^2 \equiv -q^2 = -(k - k')^2, \quad \nu = p \cdot q / M, \quad (2)$$

En el sistema de laboratorio

$$p_\mu = (M, 0, 0, 0), \quad k_\mu = (E, \vec{k}), \quad k'_\mu = (E', \vec{k}') \quad (3)$$

entonces

$$\nu = E - E' \quad (4)$$

es la energía perdida por el leptón en límite en que las masas leptónicas son despreciables y

$$Q^2 = 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (5)$$

es el cuadrado del impulso transferido con  $\theta$  el ángulo de dispersión. La amplitud de dispersión  $M$  del proceso está dada por

$$iM = (-ie)^2 \left( \frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2} \right) \langle k' | J_l^\mu(0) | k, \sigma \rangle \langle X | J_h^\nu(0) | p, s \rangle \quad (6)$$

donde  $J_l^\mu$ ,  $J_h^\nu$  son las corrientes leptónicas y hadrónicas respectivamente.

La sección eficaz diferencial es obtenida integrando el módulo al cuadrado de  $M$  sobre el espacio de fases.

$$d\sigma = \sum_X \int \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2E'} (2\pi)^4 \delta^4(p + k - k' - p_X) \frac{1}{2E} \frac{1}{2M} |M|^2 \quad (7)$$

Sumando sobre todos los posibles estados hadrónicos, se obtiene la sección eficaz diferencial inclusiva que factoriza en el producto de un tensor leptónico  $L_{\mu\nu}$  y uno hadrónico  $W_{\mu\nu}$ ,

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{4\pi\alpha^2}{q^4 E^2} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \quad (8)$$

El tensor leptónico es calculado en QED simplemente tomando el cuadrado de los elementos de matriz de la corriente electromagnética entre los estados de leptón incidente y dispersado, siendo

$$l_{\mu\nu} = (k_\mu k'_\nu + k'_\mu k_\nu - k' \cdot k g_{\mu\nu}) + im\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \sigma^\alpha q^\beta \quad (9)$$

El tensor hadrónico contiene toda la información sobre la estructura del nucleón y no puede ser calculado perturbativamente. Utilizando invarianzia traslacional y sumando sobre los estados finales hadrónicos se obtiene,

$$W_{\mu\nu}(p, q) = \frac{1}{4\pi} \int d^4\xi e^{iq \cdot \xi} \langle p, s | [J_\mu(\xi), J_\nu(0)] | p, s \rangle \quad (10)$$

que tiene una parte simétrica y una antisimétrica de modo que se puede escribir  $W_{\mu\nu} = W_{\mu\nu}^S + i W_{\mu\nu}^A$ .

Utilizando la conservación de la corriente electromagnética, la invarianzia ante transformaciones de paridad y reversión temporal es posible descomponer al tensor hadrónico en la

forma más general en término de los cuadvectores que participan en el proceso,  $p, q, s$ , y de los tensores covariantes  $g_{\mu\nu}$  y  $\epsilon_{\mu\nu\gamma\lambda}$  como

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^S &= W_1(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}) + \frac{W_2}{M^2}(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu)(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu) \\ W_{\mu\nu}^A &= M \epsilon_{\mu\nu\gamma\lambda} q^\gamma s^\lambda G_1 - \frac{1}{M} \epsilon_{\mu\nu\gamma\lambda} q^\gamma [p \cdot q s^\lambda - s \cdot q p^\lambda] G_2 \end{aligned} \quad (11)$$

donde  $W_1, W_2, G_1$  y  $G_2$  son llamadas funciones de estructura del nucleón y dependen solamente de los escalares de Lorentz elegidos para definir el proceso.

Debido a que el spin ocurre en la parte antisimétrica de ambos tensores, en la combinación  $L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}$  no aparecerán términos que contengan sólo al spin del hadrón o del leptón. De tal manera que para medir  $W_1$  y  $W_2$  pueden utilizarse blancos y haces no polarizados, mientras que para medir  $G_1$  y  $G_2$  ambos deben estar polarizados, no habiendo ventaja en hacer el experimento con uno sólo de ellos polarizados para blancos de spin 1/2. En el caso de eventuales blancos de spin mayor, por ejemplo spin 1, esto no es cierto ya que aparece una dependencia en el spin del blanco en la parte simétrica de  $W_{\mu\nu}$ , siendo posible realizar mediciones dependientes de spin utilizando un blanco polarizado con un haz sin polarizar [14].

En el caso de spines polarizados en la dirección del leptón incidente, se definen las secciones eficaces  $d\sigma \uparrow\uparrow$  y  $d\sigma \uparrow\downarrow$  correspondientes al caso en que el haz y el blanco están polarizados paralelos o antiparalelos, respectivamente. Utilizando la descomposición anterior para el tensor hadrónico se obtiene [15]

$$\frac{d^2\sigma \uparrow\downarrow(\uparrow)}{dQ^2 d\nu} = \frac{4\pi\alpha^2 E'}{Q^4 E} \left[ 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \pm \frac{2\alpha^2}{Q^2 E^2} [MG_1(E + E' \cos \theta) - Q^2 G_2] \quad (12)$$

En el caso de dispersión no polarizada se mide

$$\frac{d^2\sigma \uparrow\downarrow}{dQ^2 d\nu} + \frac{d^2\sigma \uparrow\uparrow}{dQ^2 d\nu} = \frac{8\pi\alpha^2 E'}{Q^4 E} \left[ 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \quad (13)$$

donde sólo aparecen las funciones de estructura no polarizadas  $W_1$  y  $W_2$ .

Midiendo la diferencia entre las secciones eficaces para orientaciones de spin opuestas se puede obtener información sobre las funciones de estructura polarizadas  $G_1$  y  $G_2$ ,

$$\frac{d^2\sigma \uparrow\downarrow}{dQ^2 d\nu} - \frac{d^2\sigma \uparrow\uparrow}{dQ^2 d\nu} = \frac{4\alpha^2}{Q^2 E^2} [MG_1(E + E' \cos \theta) - Q^2 G_2] \quad (14)$$

indicando la forma de obtener estas funciones a partir de la medición de la sección eficaz polarizada.

## I.2 Funciones de estructura en el modelo de partones

Los primeros resultados experimentales para las funciones de estructura no polarizadas obtenidos en SLAC [16, 17] mostraron que en el límite  $Q^2, \nu \rightarrow \infty$  las combinaciones

$$F_1 = MW_1(Q^2, \nu) \quad F_2 = \nu W_2(Q^2, \nu) \quad (15)$$

eran sólo dependientes de la variable adimensional finita

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad (16)$$

y no en  $Q^2$  y  $\nu$  separadamente. Esta propiedad de escala había sido anticipada por Bjorken utilizando el álgebra de corrientes [18]. Estos experimentos indicaban, al igual que en el caso de Rutherford al estudiar la estructura del átomo, que la interacción fotón virtual-nucleón es, en realidad, la interacción del fotón con centros dispersores puntuales del hadrón.

Esta interacción se entiende claramente en el modelo de quarks-partones, el cual provee una interpretación simple para la dispersión inelástica profunda [19]. Allí, el blanco hadrónico es considerado como compuesto por un número de partones libres (quarks y gluones) en capa de masa, aproximación que es válida en el límite de alta transferencia de impulsos. El tensor hadrónico  $W_{\mu\nu}$  puede ser computado en término de la dispersión incoherente de quarks y gluones libres y de las distribuciones de partones en el nucleón.

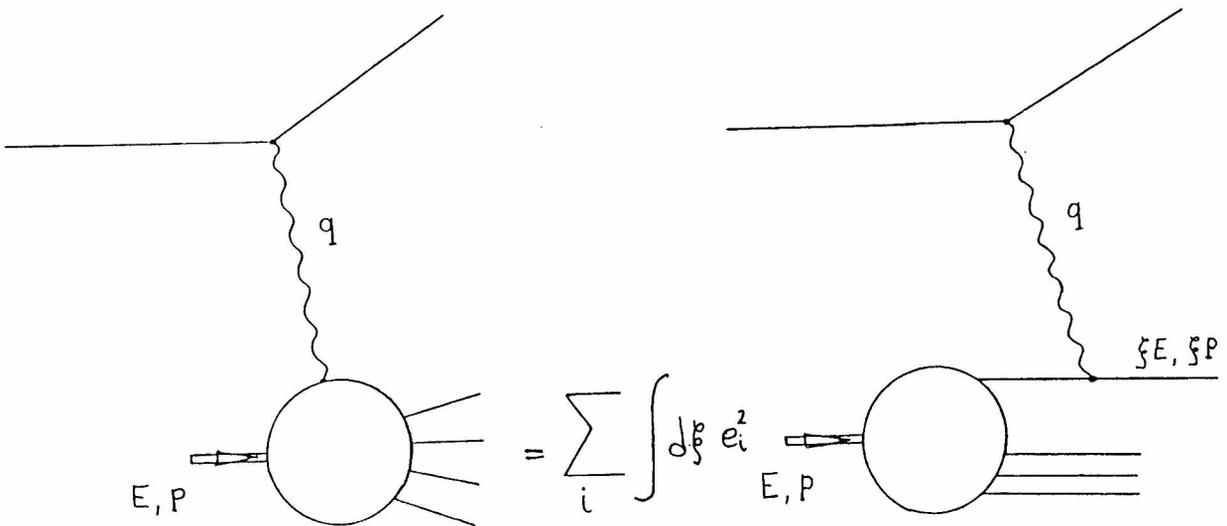


Figura I.2: Contribución a  $W_{\mu\nu}$  por un quark con fracción de momento  $\xi$

Al orden más bajo en las interacciones fuertes, sólo los quarks son dispersados por el fotón virtual, ya que los gluones no tienen carga. La contribución a  $W_{\mu\nu}$  por un quark polarizado puede ser computada del diagrama de Feynman en la Figura (I.2) convolucionado con la probabilidad de encontrar al partón con una fracción  $\xi$  del impulso del nucleón  $f_i(\xi)$ ,

$$W_{\mu\nu} = \sum_i \int d\xi f_i(\xi) w_{\mu\nu} \quad (17)$$

donde  $w_{\mu\nu}$  es el tensor partónico que corresponde al elemento de matriz de la interacción del fotón con el partón integrado en el espacio de fases, en este caso

$$w_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} e_q^2 \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E_{p'} \xi} (2\pi)^4 \delta^4(\xi p + q - p') \times 2 [\xi p_\mu p'_\nu + \xi p'_\mu p_\nu - p' \cdot p g_{\mu\nu} + i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} q^\alpha s^\beta] \quad (18)$$

En el límite de altas energías, donde puede despreciarse la masa de los quarks, la integral en el espacio de fases es

$$\frac{\pi}{p \cdot q} \delta(\xi - x)$$

Así, la variable de Bjorken  $x$  puede ser interpretada como la fracción del impulso del protón llevada por el quark que participa en la interacción, y la propiedad de escala aparece naturalmente por haber supuesto la naturaleza puntual de los partones. De esta manera, puede verse que las cuatro funciones de estructura que dependen solamente de la variable  $x$  son [20]

$$\begin{aligned} F_1(x) &= MW_1(Q^2, \nu) & F_2(x) &= \nu W_2(Q^2, \nu) \\ g_1(x) &= M^2 \nu G_1(Q^2, \nu) & g_2(x) &= M \nu^2 G_2(Q^2, \nu) \end{aligned} \quad (19)$$

Las expresiones para estas funciones en el modelo de partones se obtienen a través de Ec. (17), resultando [21]

$$\begin{aligned} F_1(x) &= \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 q_i(x) \\ F_2(x) &= x \sum_i e_i^2 q_i(x) \\ g_1(x) &= \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 (q_i^\uparrow(x) - q_i^\downarrow(x)) \equiv \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \Delta q_i(x) \\ g_1(x) + g_2(x) &= \frac{1}{2Mx} \sum_i e_i^2 m_i (q_i^{T\uparrow}(x) - q_i^{T\downarrow}(x)) \end{aligned} \quad (20)$$

En el modelo de partones estas distribuciones tienen una interpretación muy clara.  $q_i(x)$  es la probabilidad de encontrar un partón del tipo  $i$  llevando una fracción  $x$  del momento

total del nucleón;  $q_i^\uparrow(x)$  y  $q_i^\downarrow(x)$  corresponden a las probabilidades de hallar un quark en un nucleón polarizado longitudinalmente con una fracción  $x$  del impulso del nucleón y con helicidad paralela o antiparalela al spin del nucleón respectivamente. El índice  $T$  se refiere al caso en que partón y nucleón están polarizados transversalmente. Se observa entonces que  $g_2$  no tiene una interpretación clara en el modelo de partones.

De esta manera  $\Delta q_i(x)$  es la diferencia de densidades para quarks polarizados paralelos o antiparalelos al spin del nucleón, dando información sobre como se encuentra distribuído el spin del nucleón entre los quarks y gluones que lo componen. La integral de esta distribución en todo el rango posible de  $x$

$$\int_0^1 \Delta q_i(x) dx \equiv \delta q_i \quad (21)$$

corresponde justamente a la fracción del spin del protón llevada por los quarks de sabor  $i$ .

Los primeros modelos sobre la estructura de los nucleones, como el de la función de onda SU(6) [22], en el que el nucleón es visto como compuesto por tres quarks libres con una función de onda completamente simétrica en spin e isospin y antisimétrica en color, predecían que todo el spin del nucleón era aportado por los quarks de valencia. Modelos posteriores, teniendo en cuenta la existencia de quarks del mar, indicaban [23]

$$\sum_i \delta q_i = 1 \quad (22)$$

suponiendo que todo el spin del nucleón es llevado por los quarks e ignorando la posibilidad de polarización de los gluones y de impulso orbital de los propios quarks. Como veremos en los próximos capítulos, la situación es bastante más compleja, y se encuentra que estas contribuciones son tanto o más importantes que la del spin de los quarks.

### I.3 Asimetrías en dispersión polarizada

Los datos que se obtienen en los experimentos no se refieren directamente a la función de estructura polarizada  $g_1$ , sino al cociente entre las secciones eficaces polarizadas y no polarizadas, llamado asimetría [24]

$$A = \frac{d\sigma^{11} - d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{d\sigma^{11} + d\sigma^{\uparrow\uparrow}} \quad (23)$$

Es también útil definir las asimetrías de nucleón - fotón virtual,  $A_1$  y  $A_2$ , dadas por

$$\begin{aligned}
 A_1 &= \frac{d\sigma_{1/2} - d\sigma_{3/2}}{d\sigma_{1/2} + d\sigma_{3/2}} = \frac{g_1 - (4M^2x^2/Q^2)g_2}{F_1} \\
 A_2 &= \frac{\sigma_{TL}}{\sigma_T} = \frac{2Mx}{\sqrt{Q^2}} \frac{g_1 + g_2}{F_1}
 \end{aligned} \tag{24}$$

donde  $\sigma_{1/2}$  y  $\sigma_{3/2}$  son las secciones eficaces totales de fotoabsorción cuando la proyección del momento angular total del fotón virtual mas el del nucleón en la dirección del fotón es  $1/2$  y  $3/2$ , respectivamente. La sección eficaz  $\sigma_T$  es definida por la relación  $\sigma_T = 1/2(d\sigma_{1/2} + d\sigma_{3/2})$ , y  $\sigma_{TL}$ , es el término que viene de la interferencia entre las amplitudes correspondientes a polarizaciones transversales y longitudinales de fotón-nucleón.

La asimetría en la Ecuación (23) se relaciona con  $A_1$  y  $A_2$  a través de

$$A = D(A_1 + \eta A_2) \tag{25}$$

donde  $D$  y  $\eta$  son los factores cinemáticos

$$\begin{aligned}
 D &= \frac{E - \epsilon E'}{E(1 + \epsilon R)} \\
 \eta &= \frac{\epsilon \sqrt{Q^2}}{E - \epsilon E'}
 \end{aligned} \tag{26}$$

con

$$\frac{1}{\epsilon} = 1 + 2\left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) \text{tg}^2 \frac{\theta}{2} \tag{27}$$

Y  $R$  indicando la ruptura de la relación de Callan-Gross [25]

$$R = \frac{F_2}{2xF_1 - 1} \left(1 + \frac{4M^2x^2}{Q^2}\right) - 1 \tag{28}$$

El análisis para  $A$ , en el caso de polarización longitudinal, procede con las siguientes aproximaciones. Primero debe notarse que tanto el coeficiente  $\eta$  y  $A_2$ , que está limitada por  $|A_2| \leq \sqrt{R}$  [2], son pequeñas y por lo tanto es razonable escribir

$$A \approx DA_1 \tag{29}$$

La asimetría  $A_1$  es el término dominante en la dispersión inelástica profunda con polarización longitudinal, siendo

$$A_1 = \frac{2xg_1[1 + R]}{F_2} = \frac{g_1}{F_1} \tag{30}$$

que en el modelo de partones tiene una interpretación simple en el límite de escala,

$$A_1(x) = \frac{\sum_i e_i^2 \Delta q(x)}{\sum_i e_i^2 q(x)} \quad (31)$$

Numerosos modelos han sido propuestos para realizar predicciones sobre esta asimetría, siendo el más sencillo aquél en el que la función de onda SU(6) del protón con spin  $up$  es [22]

$$\begin{aligned} |\text{protón } \uparrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{18}} [2 |u^\uparrow d^\downarrow u^\uparrow\rangle + 2 |u^\uparrow u^\uparrow d^\downarrow\rangle + 2 |d^\downarrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle - |u^\uparrow u^\downarrow d^\uparrow\rangle \\ &- |u^\uparrow d^\uparrow u^\downarrow\rangle - |u^\downarrow d^\uparrow u^\uparrow\rangle - |d^\uparrow u^\downarrow u^\uparrow\rangle - |d^\uparrow u^\uparrow u^\downarrow\rangle - |d^\downarrow u^\uparrow u^\uparrow\rangle] \end{aligned} \quad (32)$$

en este modelo la asimetría se calcula simplemente contando; sólo los quarks con spin antiparalelo al spin del fotón virtual contribuyen y la sección eficaz es proporcional a la carga al cuadrado. Esto da para la asimetría del protón  $A_1^p = \frac{5}{9}$ , mientras que para el neutrón predice  $A_1^n = 0$ . Esta idea tiene que ser modificada en varios aspectos. En el límite  $x \rightarrow 0$  el electrón es dispersado por quarks en el mar  $q \bar{q}$  desacoplados del spin del protón. Así, es de esperar que la asimetría tienda a cero. En el otro extremo,  $x \rightarrow 1$ , un quark lleva el momento del protón con el spin paralelo al del nucleón y por lo tanto  $A_1 = 1$  en ese límite. En próximos capítulos introduciremos modelos que incorporan estas correcciones y dan descripciones más adecuadas para las asimetrías.

## I.4 Correcciones de QCD

De acuerdo al modelo de partones naive, las funciones de estructura dependen solamente de la variable adimensional  $x$ . Los primeros experimentos de dispersión inelástica profunda mostraban aproximadamente este comportamiento. Sin embargo, experimentos posteriores, con mayor precisión, indicaron una dependencia de las funciones con  $Q^2$ . Esta dependencia puede ser calculada teóricamente utilizando Cromodinámica Cuántica (QCD).

En QCD, el análisis de las funciones de estructura se hace a partir de técnicas perturbativas como el desarrollo del producto de operadores (OPE) [26, 27]. La Ecuación (10) define el tensor hadrónico en términos de elementos de matriz de corrientes electromagnéticas. En general los elementos de matriz de productos de operadores no están bien definidos cuando se los evalúa en el mismo punto del espacio-tiempo. El caso típico es el del propagador de campos libres,

$$\langle 0|T[\phi(x)\phi(y)]|0\rangle = -i\Delta(x-y) = -i \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip \cdot (x-y)}}{m^2 - p^2 - i\epsilon} \quad (33)$$

Haciendo  $y \rightarrow x$  en la ecuación anterior la integral sobre el cuadri-impulso diverge. En el caso de campos libres, se redefine el producto removiendo simplemente la divergencia, esto no es otra cosa que la definición de orden normal. En el caso general de dos operadores arbitrarios  $A(x)$  y  $B(y)$ , la redefinición del producto pasa por desarrollarlo en una serie de operadores locales  $O_i(x)$  con coeficientes singulares  $C_i(x)$

$$A(x)B(x) = \sum_{i=0}^{\infty} C_i(x-y) O_i\left(\frac{x+y}{2}\right) \quad (34)$$

Los operadores  $O_i(x)$  son regulares en el sentido de que toda la singularidad del producto, en el límite  $y \rightarrow x$ , está contenida en las funciones coeficiente.

En el caso en que los operadores son operadores de corrientes electromagnéticas, como en la definición del tensor hadrónico, el desarrollo permite separar los coeficientes del producto de corrientes que sólo dependen de pequeñas distancias  $\xi^2 \rightarrow 0$ , que equivale en energías a  $Q^2 \rightarrow \infty$ , de la parte dependiente de distancias más largas, del orden del radio del nucleón, y por lo tanto no calculable perturbativamente (los elementos de matriz de los operadores resultantes de la expansión). La dependencia con  $Q^2$  de estos coeficientes, llamados coeficientes de Wilson, está bajo control ya que es calculable a través del lagrangiano de QCD y del uso del grupo de renormalización.

En el límite de Bjorken,  $\nu$  y  $Q^2 \rightarrow \infty$  con  $x$  fijo, la dependencia en estas variables puede entonces ser separada de la dependencia en las variables hadrónicas a través del OPE

$$iT[J(\xi)J(0)] = \sum_{T=2}^{\infty} \sum_n \xi^{\mu_1} \dots \xi^{\mu_n} \left[\frac{1}{\xi^2}\right]^{d_{C_i}} C_{i,n}(\xi^2, \mu^2) O_{\mu_1 \dots \mu_n}^{i,n}(\mu^2). \quad (35)$$

siendo

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi} \text{Im } T_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi} \text{Im} \int d^4\xi e^{iq \cdot \xi} \langle p, s | iT[J_\mu(\xi) J_\nu(0)] | p, s \rangle \quad (36)$$

Los operadores  $O^{i,n}$  tienen twist  $T$  determinado, definido por

$$T \equiv d_{O_i} - n \quad (37)$$

donde  $d_{O_i}$  y  $n$  son la dimensión y el spin del operador, respectivamente. En términos del twist

$$d_{C_i} = -T + 2d_J \quad (38)$$

donde  $d_J$  es la dimensión de la corriente  $J$ .

En el límite de Bjorken se tiene que  $\xi^2 \sim 1/Q^2 \rightarrow 0$ , de manera que los operadores de twist inferior son los que dominan la Ec. (35) (notar que las funciones coeficiente  $C_{i,n}(\xi^2, \mu^2)$  no son singulares en este límite). La escala  $\mu^2$ , es una escala de renormalización necesaria

para definir los operadores  $O_{\mu_1 \dots \mu_n}^{i,n}(\mu^2)$ . Como esta escala no tiene interpretación física, la dependencia en  $\mu^2$  de estos operadores debe cancelarse con la de las funciones coeficientes dejando las cantidades físicas, determinadas por  $T[J(\xi)J(0)]$ , independientes de  $\mu^2$ .

Transformado Fourier la Ec. (35) y usando la definición del tensor hadrónico, se obtiene la siguiente ecuación para los momentos ( $M_i^n(Q^2)$ ) de las funciones de estructura, denotadas en general como  $F_i(x, Q^2)$ ,

$$M_i^n(Q^2) = \int_0^1 dx x^{n-2} F_i(x, Q^2) = \bar{C}_{i,n}(Q^2, \mu^2) \langle H | \bar{O}^{i,n}(\mu^2) | H \rangle_{T=2} + O\left(\frac{1}{Q^2}\right) \quad (39)$$

donde  $\bar{C}_{i,n}(Q^2, \mu^2)$  es la transformada de Fourier del término dominante de twist 2,  $[\frac{1}{\xi^2}]^{d_{C_i}} C_{i,n}(\xi^2, \mu^2)$  y hemos definido elementos de matriz reducidos

$$\langle H | O_{\mu_1 \dots \mu_n}^{i,n}(\mu^2) | H \rangle = \langle H | \bar{O}^{i,n}(\mu^2) | H \rangle p_{\mu_1} \dots p_{\mu_n}. \quad (40)$$

El desarrollo de la Ec. (39) factoriza los momentos de las funciones de estructura en dos partes, la primera  $\bar{C}_{i,n}(Q^2, \mu^2)$  que depende sólo en las escalas de impulso entre  $\mu^2$  y  $Q^2$  y la segunda  $\langle H | \bar{O}^{i,n}(\mu^2) | H \rangle$  que depende de la escala  $\mu^2$  y escalas relevantes al blanco hadrónico, pero no de el impulso  $Q^2$ . La dependencia en  $Q^2$  de  $\bar{C}_{i,n}(Q^2, \mu^2)$  puede ser calculada en forma de serie perturbativa alrededor de la constante de acoplamiento dependiente de  $Q^2$ , que al orden dominante de QCD es

$$\alpha_s(Q^2) \equiv \frac{\bar{g}^2}{4\pi} = \frac{4\pi}{\beta_0 \log(Q^2/\Lambda_{QCD}^2)} \quad (41)$$

donde  $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}N_f$  y  $\Lambda_{QCD}$  la escala de QCD, que se obtiene experimentalmente. En términos de  $\bar{g}^2(Q^2)$

$$\bar{C}_{i,n}\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, g^2\right) = \bar{C}_{i,n}(1, \bar{g}^2(Q^2)) \exp\left[-\int_1^{Q^2/\mu^2} \gamma_{O^{i,n}}(\bar{g}^2(\tau)) d\tau/\tau\right] \quad (42)$$

donde  $\gamma_{O^{i,n}}(\bar{g}^2)$  es la dimensión anómala asociada al operador  $O^{i,n}$ . Integrando a orden dominante en la ecuación anterior resulta

$$\bar{C}^{i,n}\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, g^2\right) = \bar{C}^{i,n}(1, \bar{g}^2(Q^2)) \left[\frac{\alpha_s(Q^2)}{\alpha_s(\mu^2)}\right]^{\gamma_{O^{i,n}}/2\beta_0} \quad (43)$$

de donde  $\bar{C}^{i,n}$  es sólo función de  $Q^2/\mu^2$  y  $\alpha_s(Q^2)$ .

De esta manera, para la parte no singlete de la función de estructura, la dependencia de los momentos en  $Q^2$  viene dada por

$$M_{NS}^n(Q^2) = \left[\frac{\alpha_s(Q_0^2)}{\alpha_s(Q^2)}\right]^{\gamma_{ONS,n}/2\beta_0} \quad (44)$$

Entonces, conociendo los momentos a un determinado valor  $Q_0^2$ , QCD permite calcular su valor para cualquier otro  $Q^2$ . En el caso del componente singletes la computación del efecto es más compleja debido a la mezcla de operadores de gluones con los de quarks y el resultado que se obtiene es similar al de la ecuación anterior pero con estructura matricial (hay 4  $\gamma_0$ s para cada  $n$ ).

La única diferencia entre las distintas funciones de estructura en este análisis consiste en los operadores que se utilizan en la expansión del OPE en Ec. (35), vectoriales en el caso no polarizado y axiales para  $g_1$ , dando lugar a distintos coeficientes  $\overline{C}_{i,n}(Q^2, \mu^2)$ .

Esta dependencia en  $Q^2$  (en este análisis se ha elegido  $Q^2$  como escala pero podría utilizarse otra) que se manifiesta en las funciones de estructura puede ser absorbida dentro de las distribuciones de partones  $f_i(x, Q^2)$ . El comportamiento en  $Q^2$  de estas densidades se obtiene invirtiendo la Ecuación (39) para los momentos, y se halla que las distribuciones verifican las ecuaciones de Altarelli-Parisi [28, 29],

$$\frac{dq(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ q(y, t) P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) + g(y, t) P_{gq} \left( \frac{x}{y} \right) \right] \quad (45)$$

$$\frac{dg(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ q(y, t) P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) + g(y, t) P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) \right] \quad (46)$$

Aquí  $t = \log(Q^2/\mu^2)$  y las funciones de separación  $P_{ij}$  están relacionadas con las dimensiones anómalas. Por ejemplo

$$\int_0^1 dz z^{n-1} P_{qq}(z) = -\frac{1}{4} \gamma_0^n \quad (47)$$

$\gamma_0^n$  es la dimensión anómala del operador de dos quarks.

Estas ecuaciones tienen una interpretación física muy intuitiva. La densidad de número de quarks vista por el fotón puede cambiar debido a dos mecanismos: un quark que tenía originalmente impulso mayor puede perder impulso debido a la radiación de un gluón, o un gluón dentro del protón puede producir un par quark-antiquark. Estos mecanismos están expresados matemáticamente por medio de los núcleos de separación  $P_{ij}(\frac{x}{y})$  que indican la probabilidad de que un partón del tipo  $i$  (quark o gluón) con una fracción de momento  $x$  sea contenido dentro de un partón del tipo  $j$  que lleva una fracción  $y$  del impulso del nucleón.

En el caso polarizado, las densidades de partones dependientes de spin verifican

$$\frac{\Delta dq(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \Delta q(y, t) \Delta P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) + \Delta g(y, t) \Delta P_{gq} \left( \frac{x}{y} \right) \right] \quad (48)$$

$$\frac{\Delta dg(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \Delta q(y, t) \Delta P_{qg} \left( \frac{x}{y} \right) + \Delta g(y, t) \Delta P_{gg} \left( \frac{x}{y} \right) \right] \quad (49)$$

A partir de ellas es posible escribir las ecuaciones de Altarelli-Parisi para el primer momento de las distribuciones polarizadas (que indican el spin que llevan los quarks) en una forma sencilla

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Sigma(Q^2) \\ \delta G(Q^2) \end{pmatrix} &= \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \begin{pmatrix} \delta\Delta P_{qq} & \delta\Delta P_{qG} \\ \delta\Delta P_{Gq} & \delta\Delta P_{GG} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma(Q^2) \\ \delta G(Q^2) \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\alpha_s^2(Q^2)) \\ &= \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & \beta_0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (50)$$

donde utilizamos  $\delta$  para indicar la integral en  $x$  y  $\Sigma(Q^2) = \sum_i \delta q_i(Q^2)$  es el momento de la densidad singlete polarizada. Un resultado muy importante es que, debido a los valores para los momentos de los núcleos de Altarelli-Parisi, puede observarse que  $\Sigma(Q^2)$  es una magnitud que no depende de  $Q^2$  al orden más bajo en  $\alpha_s$  y por lo tanto conservada en el sentido que no evoluciona en  $Q^2$ . Más importante aún es que, debido al valor  $\beta_0$  que aparece en el último elemento de la matriz, se verifica que  $\alpha_s \delta G$  es también constante, de tal manera que  $\delta G$  aumenta con  $Q^2$  como  $\log Q^2$  [30]. Esto es fundamental ya que significa que si hubiera una contribución gluónica al primer momento de  $g_1$ , aunque recién entraría a orden  $\alpha_s$  que es al primer orden en que aparecen los gluones en las funciones de estructura, sería en realidad una contribución orden  $\alpha_s^0$  en el sentido en que aunque en el límite de alto  $Q^2$ ,  $\alpha_s$  tiende a cero como  $1/\log Q^2$  la contribución no se haría nula debido al crecimiento de  $\delta G$ , manteniéndose constante en  $Q^2$ . En el próximo capítulo veremos la importancia fundamental de este hecho en la interpretación de la diferencia entre las predicciones teóricas y los resultados experimentales de dispersión inelástica profunda polarizada

Para finalizar esta introducción teórica remarcaremos algunos conceptos importantes acerca de la factorización en QCD que utilizaremos a lo largo de esta tesis. Debido a que la definición de las densidades de partones es motivo de convención, cuando se trabaja a órdenes superiores es conveniente introducir las ideas principales sobre los distintos esquemas de factorización. El teorema de factorización [5] asegura que las funciones de estructura a orden  $\alpha_s^N$  pueden escribirse como la convolución de las densidades de partones  $f_i^{(N)}$ , donde  $i$  indica quarks o gluones, con los elementos de matriz partónicos  $w_i^{(N)}$ , calculables perturbativamente

$$F(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dy}{y} w_i^{(N)}(y, \frac{Q^2}{M^2}) f_i^{(N)}(\frac{x}{y}, \frac{M^2}{\mu^2}) + \mathcal{O}(\alpha_s^{N+1}) \equiv w_i^{(N)} \otimes f_i^{(N)} \quad (51)$$

donde  $M$  es la escala de factorización que separa procesos suaves de los duros, usualmente elegida como  $Q^2$  en DIS. Puede verse que ya que  $w_i^{(N)}$  depende del orden al que sea calculado y que  $F$  es una magnitud física que se obtiene experimentalmente, entonces  $f_i^{(N)}$  dependerá del orden al que se realice el cálculo y del esquema de factorización utilizado para separar la parte suave de los coeficientes  $w$ .

Una forma de obtener estos coeficientes perturbativamente es realizando un cálculo de las correcciones a orden fijo, esto es calculándolos en la siguiente secuencia

$$w^{(N)} = w^0(\alpha_s^0 + \alpha_s^1 w^1 + \alpha_s^2 w^2 + \dots + \alpha_s^N w^N) \quad (52)$$

El primero es el llamado término de Born, mientras que los otros coeficientes son funciones de  $Q^2$ , siendo sus términos más importantes de la forma  $\log(\frac{Q^2}{M^2})$ .

Esta forma de realizar el cálculo es útil para valores de  $Q^2$  cercanos a  $M^2$  (donde los logaritmos son chicos) pero tiene el inconveniente de que deja afuera correcciones del tipo  $(\alpha_s \log(Q^2))^n$ , con  $n > N$ , las cuales son dominantes para procesos de alta transferencia de impulso. Debido a esto es conveniente realizar la serie perturbativa en términos de  $(\alpha_s \log(Q^2))^n$  en lugar de simplemente de la constante de acoplamiento  $\alpha_s$ .

En la aproximación de logaritmos dominantes (LO), sólo se tienen en cuenta términos de la forma  $\alpha_s^n \log^n Q^2$ , es decir

$$w^{LO} = C^0(\alpha_s^0 + \alpha_s^1 \log Q^2 C^1 + \alpha_s^2 \log^2 Q^2 C^2 + \alpha_s^3 \log^3 Q^2 C^3 + \dots) \quad (53)$$

La forma usual de resumar todos los términos de la serie es utilizando el grupo de renormalización a 1 loop como fue presentado anteriormente. Efectivamente, puede mostrarse que las ecuaciones de Altarelli-Parisi absorben y resumen todas las contribuciones LO en las distribuciones de partones [31]. En esta aproximación las funciones de estructura tienen la misma expresión que en el caso naive con la salvedad de que las densidades de partones dependen de  $Q^2$  y verifican las ecuaciones de evolución a un loop. Por ejemplo, para  $g_1$  será

$$g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \Delta q_i^{LO}(x, Q^2) \quad (54)$$

En la aproximación siguiente al orden dominante (NLO) se tienen en cuenta también las contribuciones de la forma  $\alpha_s^n \log^{n-1} Q^2$ , que son importantes a más altos impulsos transferidos

$$w^{NLO} = C^0(\alpha_s^0 + \alpha_s^1(\log Q^2 C^1 + C'^1) + \alpha_s^2(\log^2 Q^2 C^2 + \log Q^2 C'^2) + \alpha_s^3(\log^3 Q^2 C^3 + \log^2 Q^2 C'^3) + \dots) \quad (55)$$

A NLO los gluones contribuyen explícitamente a la función de estructura y además los coeficientes adquieren dependencia en el esquema de sustracción. Siendo las funciones de estructura observables físicos, las funciones de distribución deben cancelar esa dependencia y por lo tanto no son iguales en distintos esquemas. Explicitamente, en el esquema  $\overline{MS}$  por ejemplo

$$F(x, Q^2) = [C_q^0 + \alpha_s(Q^2)C_q^{1\overline{MS}}] \otimes f_{\overline{MS} NLO}^q(x, Q^2) + \alpha_s(Q^2)C_G^{1\overline{MS}} \otimes f_{\overline{MS} NLO}^G(x, Q^2) \quad (56)$$

En este caso, tanto coeficientes como distribuciones corresponden al esquema de sustracción  $\overline{MS}$  donde no se absorbe ningún término NLO en las distribuciones [32, 33], mientras que los términos LO son resumados a través de las ecuaciones de Altarelli-Parisi a dos loops. El índice  $G$  denota coeficientes y distribuciones de gluones.

Existe un esquema de sustracción, llamado esquema DIS, que simplifica la forma de algunas de las funciones de estructura en el orden siguiente al dominante y que se define de modo que

$$F(x, Q^2) \equiv C_q^0 \otimes f_{DIS}^q(x, Q^2) + O(\alpha_s^2(Q^2)) \quad (57)$$

En las funciones de estructura resultantes, los efectos NLO son completamente absorbidos en las distribuciones para que alguna de las funciones de estructura ( $F_2$  en el caso no polarizado [34] y  $g_1$  [35] en el dependiente de spin) tengan la misma expresión funcional que en LO.

Desde el punto de vista de los resultados numéricos, no hay inconvenientes ya que se puede pasar de uno a otro esquema con transformaciones perfectamente definidas. Sin embargo, es importante tener en cuenta que a orden NLO o mayor, los núcleos de las ecuaciones de Altarelli-Parisi dependen del esquema de factorización.

Al pasar del orden dominante a los subsiguientes se toman en cuenta contribuciones de los términos menos dominantes, como NLO, NNLO, etc. La estructura de estas correcciones de ordenes superiores se presentan graficamente en la Figura (I.3)

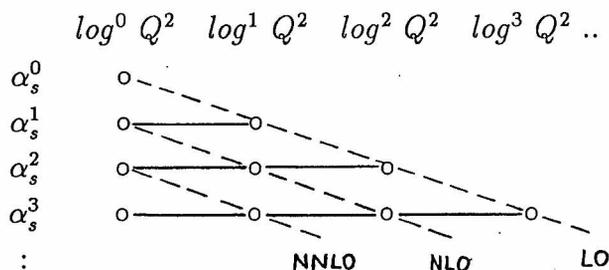


Figura I.3: Estructura de las correcciones perturbativas

Allí, las líneas horizontales corresponden a un cálculo a orden fijo, mientras que las inclinadas indican la resumación de los términos correspondientes.

Para concluir este capítulo, simplemente indicamos que esta dependencia de las funciones de estructura en  $Q^2$  se traslada también a la asimetría polarizada, siendo esta

$$A_1(x, Q^2) = \frac{g_1(x, Q^2)}{F_1(x, Q^2)} \quad (58)$$

dependiendo, en principio, del esquema de factorización utilizado su expresión en función de las distribuciones de partones.

## II Reglas de suma y momentos polarizados

Como indicamos anteriormente, no es posible obtener el comportamiento de las funciones de estructura polarizadas en la variable de Bjorken  $x$  mediante técnicas perturbativas. Sin embargo, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el marco del OPE y utilizando resultados de otros experimentos, como los decaimientos beta de los hiperones, es factible realizar predicciones teóricas (suponiendo ciertas simetrías de sabor) para los momentos de las funciones de estructura  $g_1$  y  $g_2$ .

Fueron ciertamente estas predicciones para las reglas de suma de Ellis-Jaffe [36] las que mostraron una discrepancia con los resultados experimentales de EMC.

Debido a nuevos experimentos, tanto para asimetrías polarizadas como para los decaimientos hiperónicos, y a análisis teóricos más precisos, como el cálculo de los coeficientes perturbativos a 3 loops, los resultados han ido cambiando en forma cuantitativa respecto de los existentes a 1988, cuando se conocieron los primeros datos experimentales.

Para entender claramente el problema de la “crisis del spin”, en este capítulo presentaremos las predicciones teóricas y los resultados experimentales obtenidos en los últimos años en forma histórica y comparándolos con los resultados actuales. En los casos que se preste a confusión incluiremos entre paréntesis el año en que se realizó la predicción o se obtuvo el resultado experimental.

### II.1 Reglas de suma en el desarrollo de operadores

En el OPE, el comportamiento del tensor hadrónico está dominado por el producto de corrientes electromagnéticas de quarks

$$J_\mu = \sum_f e_f \bar{\psi}_f \gamma_\mu \psi_f \quad (59)$$

donde la suma sobre colores está implícita y para tres sabores es  $f = u, d, s$ .

Para la funciones de estructura polarizadas sólo interesa la parte antisimétrica de la transformada de Fourier del producto de corrientes. Para explicitar el desarrollo en término de operadores locales  $O$  y de los coeficientes singulares  $\bar{C}$ , puede escribirse, teniendo en cuenta los operadores de twist más bajos [38]

$$\begin{aligned}
 i \int d^4x e^{iq \cdot x} T(J_\mu(x)J_\nu(0)) &= -i \sum_{n=1} \frac{[1 - (-1)^n]}{2} \left(\frac{2}{Q^2}\right)^n q_{\mu_1} \dots q_{\mu_{n-2}} \sum_i \delta_i \\
 &\left[ \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} q^\lambda q_{\mu_{n-1}} \bar{C}_{1,i}^n \left(\frac{Q^2}{\nu^2}, g^2\right) O_{1,i}^{\sigma, \mu_1 \dots \mu_{n-1}} \right. \\
 &+ (\epsilon_{\mu\rho\lambda\sigma} q_\nu q^\rho - \epsilon_{\nu\rho\lambda\sigma} q_\mu q^\rho - q^2 \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}) \frac{n-1}{n} \\
 &\left. \times \bar{C}_{2,i}^n \left(\frac{Q^2}{\nu^2}, g^2\right) O_{2,i}^{\lambda\sigma, \mu_1 \dots \mu_{n-1}} \right] \quad (60)
 \end{aligned}$$

donde  $i$  toma los valores  $1, 2, \dots, 8, \psi, G$ . Los operadores con  $i = 1, \dots, 8$  se transforman como el octete de sabor de SU(3), mientras que los marcados con  $\psi$  o  $G$  son singletes de sabor.

Las constantes  $\delta_i$  vienen del desarrollo de la matriz de cargas de quarks  $q_e^2$  en los generadores del grupo, de la forma

$$q_e^2 = \frac{1}{6}\lambda_3 + \frac{1}{6\sqrt{3}}\lambda_8 + \frac{2}{9}\lambda_0 \quad (61)$$

siendo entonces

$$\delta_1 = \frac{1}{6} \quad \delta_8 = \frac{1}{6\sqrt{3}} \quad \delta_\psi = \delta_G \equiv \delta_0 = \frac{2}{9} \quad (62)$$

y cero en todos los otros casos.

Los operadores de twist dominantes son de dos tipos

1) El set de operadores  $O_{1,i}^{\sigma, \mu_1 \dots \mu_{n-1}}$  de twist 2.

Para  $i = 1, \dots, 8$  estos son los operadores no singletes de sabor.

$$O_{1,i}^{\sigma, \mu_1 \dots \mu_{n-1}} = (i)^{n-1} \left\{ \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\sigma D^{\mu_1} \dots D^{\mu_{n-1}} \left(\frac{\lambda_i}{2}\right) \psi \right\}_S \quad (n \geq 1) \quad (63)$$

donde  $S$  indica la simetrización completa sobre los índices  $\sigma, \mu_1 \dots \mu_{n-1}$ ;  $\lambda_i$  son las matrices de Gell-Mann de SU(3) y  $D^\mu$  es la derivada covariante de QCD. Para  $\psi$  o  $G$  se tienen los siguientes operadores singletes de sabor.

$$\begin{aligned}
 O_{1,\psi}^{\sigma, \mu_1 \dots \mu_{n-1}} &= (i)^{n-1} \left\{ \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\sigma D^{\mu_1} \dots D^{\mu_{n-1}} \psi \right\}_S \quad (n \geq 1) \\
 O_{1,G}^{\sigma, \mu_1 \dots \mu_{n-1}} &= (i)^{n-1} \text{Tr} \left\{ \epsilon^{\sigma\alpha\beta\gamma} G_{\beta\gamma} D^{\mu_1} \dots D^{\mu_{n-2}} G_\alpha^{\mu_{n-1}} \right\}_S \quad (n \geq 2) \quad (64)
 \end{aligned}$$

donde  $G_{\mu\nu}$  es la matriz en el espacio de color del tensor de campo de gluones.

2) El set  $O_{2,i}^{\lambda\sigma,\mu_1\dots\mu_{n-2}}$  de twist 3.

Para  $i = 1, \dots, 8$  estos son los operadores no singletes de sabor.

$$O_{2,i}^{\lambda\sigma,\mu_1\dots\mu_{n-2}} = (i)^{n-1} \left\{ \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\lambda D^\sigma D^{\mu_1} \dots D^{\mu_{n-2}} \left( \frac{\lambda_i}{2} \right) \psi \right\}_{S'} \quad (n \geq 2) \quad (65)$$

donde  $S'$  implica antisimetrización en  $\lambda, \sigma$  y simetrización en los índices  $\mu_1 \dots \mu_{n-2}$ .

Para  $\psi$  o  $G$  tenemos los siguientes operadores singletes de sabor.

$$\begin{aligned} O_{2,\psi}^{\lambda\sigma,\mu_1\dots\mu_{n-2}} &= (i)^{n-1} \left\{ \bar{\psi} \gamma_5 \gamma^\delta D^\sigma D^{\mu_1} \dots D^{\mu_{n-2}} \psi \right\}_{S'} \quad (n \geq 2) \\ O_{2,G}^{\lambda\sigma,\mu_1\dots\mu_{n-2}} &= (i)^{n-1} \text{Tr} \left\{ \epsilon^{\sigma\alpha\beta\gamma} G_{\beta\gamma} D^{\mu_1} \dots D^{\mu_{n-2}} G_\alpha^\lambda \right\}_{S'} \quad (n \geq 2) \end{aligned} \quad (66)$$

Los coeficientes perturbativos son calculados en serie de la constante de acoplamiento. en el caso de campos libres ( $g = 0$ ), se obtienen resultados simples como

$$\begin{aligned} \bar{C}_{1,i}^n \left( \frac{Q^2}{\nu^2}, g^2 = 0 \right) &= 1 & \bar{C}_{2,i}^n \left( \frac{Q^2}{\nu^2}, g^2 = 0 \right) &= 1 & i = 1, \dots, 8 \\ \bar{C}_{1,\psi}^n \left( \frac{Q^2}{\nu^2}, g^2 = 0 \right) &= 1 & \bar{C}_{2,\psi}^n \left( \frac{Q^2}{\nu^2}, g^2 = 0 \right) &= 1 \\ \bar{C}_{1,G}^n \left( \frac{Q^2}{\nu^2}, g^2 = 0 \right) &= 0 & \bar{C}_{2,G}^n \left( \frac{Q^2}{\nu^2}, g^2 = 0 \right) &= 0 \end{aligned} \quad (67)$$

donde se observa, como era de esperar, que no hay contribución gluónica al orden dominante, debido a que los gluones no tienen carga. Por supuesto que al avanzar en el orden del cálculo aparecen correcciones debido a interacciones que mostraremos más adelante.

Los elementos de matriz de los operadores entre estados de protón tienen la forma:

$$\begin{aligned} \langle p, s | O_{1,i}^{\sigma,\mu_1\dots\mu_{n-1}} | p, s \rangle &= \frac{-2M a_n^i}{n} \{ S^\sigma p^{\mu_1} \dots p^{\mu_{n-1}} \}_S \\ \langle p, s | O_{2,i}^{\lambda\sigma,\mu_1\dots\mu_{n-2}} | p, s \rangle &= M d_n^i (S^\sigma p^\lambda - S^\lambda p^\sigma) S^\sigma p^{\mu_1} \dots p^{\mu_{n-2}} \end{aligned} \quad (68)$$

donde los factores  $a_n^i, d_n^i, n$  reflejan nuestro desconocimiento sobre los aspectos no perturbativos de la dinámica de quarks y gluones en el hadrón. En función de éstos y de los coeficientes perturbativos, utilizando Ec. (34), se obtienen las siguientes expresiones para los momentos *impares* de las funciones de estructura polarizadas

$$\int_0^1 dx x^{n-1} g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_i \delta_i a_n^i \bar{C}_{1,i}^n \left( \frac{Q^2}{\mu^2}, g^2 \right) \quad n = 1, 3.. \quad (69)$$

y

$$\int_0^1 dx x^{n-1} g_2(x, Q^2) = \left( \frac{1-n}{2n} \right) \sum_i \delta_i \left[ a_n^i \bar{C}_{1,i}^n \left( \frac{Q^2}{\mu^2}, g^2 \right) - d_n^i \bar{C}_{2,i}^n \left( \frac{Q^2}{\mu^2}, g^2 \right) \right] \quad n = 3, 5.. \quad (70)$$

Un hecho importante en la Ecuación (70) es que no hay regla de suma para el primer momento de la función de estructura  $g_2$  [37], y que cualquier predicción sobre esta involucra suposiciones ad hoc acerca de comportamientos analíticos de la función de estructura polarizada, como los provenientes del análisis de los polos de Regge, que pueden no ser válidos [39].

La situación es más interesante en el caso del primer momento de  $g_1$ . Para  $n = 1$  los operadores en Ec. (63, 64) están simplemente relacionados con el octete de corrientes axiales de SU(3) de sabor

$$J_{\mu 5}^i = \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \left( \frac{\lambda_i}{2} \right) \psi = -(R_{1,i})_\mu \quad i = 1, \dots, 8 \quad (71)$$

y la corriente singlete de sabor

$$J_{\mu 5}^0 = \bar{\psi} \gamma_5 \gamma_\mu \psi = -(R_{1,\psi})_\mu \quad (72)$$

siendo  $\psi$  el vector columna en el espacio de sabor

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_d \\ \psi_s \end{pmatrix}$$

De esta manera los elementos de matriz de las corrientes axiales corresponden a

$$\begin{aligned} \langle p, s | J_{\mu 5}^i | p, s \rangle &= M a_{i s \mu} \\ \langle p, s | J_{\mu 5}^0 | p, s \rangle &= 2M a_{0 s \mu} \end{aligned} \quad (73)$$

En el modelo de partones, donde los quarks son considerados libres, los elementos de matriz anteriores son simplemente la convolución sobre las densidades polarizadas de los elementos de matriz partónicos (reemplazando  $\psi$  por espinores de quarks libres), obteniendo

$$\begin{aligned} a_3 &= \delta u - \delta d \\ a_8 &= (\delta u + \delta d - 2\delta s) / \sqrt{3} \\ a_0 &= \delta u + \delta d + \delta s = \Sigma \end{aligned} \quad (74)$$

En particular la magnitud singlete  $a_0$  es dos veces el spin de los quarks en el protón, mientras que  $a_3, a_8$  son magnitudes no singlete y por lo tanto, como veremos, conservadas. Más adelante mostraremos como cambia la situación para  $a_0$  cuando se tienen en cuenta interacciones.

Es posible entonces escribir para el momento de  $g_1$  del protón

$$\int_0^1 g_1^p dx = \frac{1}{12} \left[ a_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} a_8 + \frac{4}{3} a_0 \right] \quad (75)$$

Una expresión similar para la función de estructura polarizada del neutrón puede obtenerse tomando los elementos de matriz de las corrientes axiales entre estados de neutrón. Considerando la validez de la simetría SU(2) de sabor, que tiene muy buen acuerdo al nivel de los espectros de masas, estos elementos entre estados de neutrón pueden relacionarse con los de protón mediante el uso del teorema de Wigner-Eckart:

$$\begin{aligned} - \langle p, s | J_{\mu 5}^3 | p, s \rangle &= \langle n, s | J_{\mu 5}^3 | n, s \rangle \\ \langle p, s | J_{\mu 5}^8 | p, s \rangle &= \langle n, s | J_{\mu 5}^8 | n, s \rangle \\ \langle p, s | J_{\mu 5}^0 | p, s \rangle &= \langle n, s | J_{\mu 5}^0 | n, s \rangle \end{aligned} \quad (76)$$

dando como resultado para el neutrón

$$\int_0^1 g_1^n dx = \frac{1}{12} \left[ -a_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} a_8 + \frac{4}{3} a_0 \right]$$

Tomando la diferencia entre protón y neutrón resulta

$$\int_0^1 (g_1^p - g_1^n) dx = \frac{1}{6} a_3 \quad (77)$$

El teorema de Wigner-Eckart puede ser utilizado nuevamente para relacionar la corriente isovector axial  $J_{\mu 5}^3$  con el operador de incremento de isospín  $J_{\mu 5}^+$ . Tenemos entonces,  $\langle p, s | J_{\mu 5}^3 | p, s \rangle = \frac{1}{2} \langle p, s | J_{\mu 5}^+ | p, s \rangle$ , que es precisamente la componente axial de los elementos de matriz hadrónicos que describen el decaimiento beta del nucleón. Relacionando  $a_3$  con las constantes de acoplamiento  $g_a, g_v$  axial y vectorial respectivamente, se obtiene la regla de suma de Bjorken [40]

$$\Gamma_1^{Bj} = \int_0^1 (g_1^p - g_1^n) dx = \frac{1}{6} \frac{g_a}{g_v} \quad (78)$$

Esta regla de suma está basada en argumentos físicos muy fuertes como la validez de la simetría SU(2) y ha sido obtenida por otros métodos como el álgebra de corrientes, de tal forma que su corroboración se transforma en un test fundamental del modelo de partones.

Incluyendo correcciones radiativas hasta 3 loops en el coeficiente  $\bar{C}_{1,3}^1(\frac{Q^2}{\mu^2}, g^2)$ , la predicción para la regla de suma de Bjorken se corrige (para 3 sabores) [41] a:

$$\Gamma_1^{Bj}(Q^2) = (0.2096 \pm 0.0005) \left[ 1 - \frac{\alpha_s}{\pi} - 3.58 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^2 - 20.22 \left( \frac{\alpha_s}{\pi} \right)^3 \right] \quad (79)$$

donde la dependencia en  $Q^2$  se encuentra en la constante de acoplamiento.

Para  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  la predicción actual es

$$\Gamma_1^{Bj}(Q^2 = 10) = 0.1860 \pm 0.0005 \quad (3 \text{ loops}) \quad (80)$$

comparado con el valor predicho en 1988, que contaba sólo con las correcciones a 1 loop

$$\Gamma_1^{Bj}(Q^2 = 10) = 0.1930 \pm 0.0005 \quad (1 \text{ loop } 1988) \quad (81)$$

También es posible obtener un resultado para  $a_8$  utilizando las constantes de decaimiento hiperónicas, bajo las siguiente suposiciones:

- i) Los 8 hiperones de spin 1/2 forman un octete de SU(3) de sabor.
- ii) Las corrientes  $J_{5\mu}^i$  son conservadas y se transforman como un octete ante transformaciones de SU(3) de sabor.
- iii) El momento transferido y las diferencias de masas en las transiciones hadrónicas son despreciables.

De esta manera, el teorema de Wigner-Eckart asegura que los elementos de matriz del octete de corrientes axiales entre estados de hiperones es una combinación lineal de dos constantes de proporcionalidad  $F$  y  $D$ , que son los coeficientes de Clebsh-Gordan de SU(3). Los elementos de matriz entre estados de nucleón y de  $\Xi$  son

$$\begin{aligned} \langle p, s | J_{\mu 5}^3 | p, s \rangle &= (F + D) M s_\mu \\ \langle \Xi, s | J_{\mu 5}^3 | \Xi, s \rangle &= (F - D) M s_\mu = \langle p, s | J'_{\mu 5} | p, s \rangle \end{aligned} \quad (82)$$

con  $(F + D) = g_a/g_v$ . La última relación viene de una transformación de SU(3) ( $uds \leftrightarrow sud$ ) y  $J'_{\mu 5} = \frac{1}{2}(\sqrt{3} J_{\mu 5}^8 - J_{\mu 5}^3)$ . De tal manera podemos escribir para  $a_8$

$$a_8 = \frac{3F/D - 1}{F/D + 1} g_a/g_v \quad (83)$$

Debe remarcarse que la corriente singlete  $J_{\mu 5}^0$  no juega ningún papel en las interacciones débiles y por lo tanto no aparece ninguna relación entre las constantes de decaimiento hiperónicas y el elemento de matriz  $a_0$ .

Sin embargo, utilizando las relaciones con los momentos de las densidades de quarks en el modelo de partones en Ec. (74), puede escribirse

$$a_0 = \sqrt{3} a_8 + 3\delta s \quad (84)$$

Reemplazando en la expresión del OPE para el protón y el neutrón se obtienen las reglas de suma de Ellis-Jaffe [36]

$$\Gamma_1^{EJ(p)} = \int_0^1 g_1^p dx = \frac{g_a/g_v}{12} \left[ 1 + \frac{5}{3} \frac{3F/D - 1}{F/D + 1} \right] + \frac{1}{3} \delta s \quad (85)$$

$$\Gamma_1^{EJ(n)} = \int_0^1 g_1^n dx = \frac{g_a/g_v}{12} \left[ -1 + \frac{5}{3} \frac{3F/D - 1}{F/D + 1} \right] + \frac{1}{3} \delta s \quad (86)$$

Teniendo en cuenta que a priori los quarks del mar extraño llevarían sólo un pequeño porcentaje del impulso del nucleón, Ellis y Jaffe hicieron la suposición  $\delta s \approx 0$ . Esto es, que los quarks  $s$  no comparten el spin del nucleón. Utilizando los valores obtenidos del análisis experimental para los decaimientos hiperónicos en el año 1988,  $F/D = 0.631 \pm 0.024$ ,  $g_a/g_v = 1.254 \pm 0.009$  [42], tenemos

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{EJ(p)} &= 0.196 \pm 0.005 \quad (\text{naive}) & \Gamma_1^{EJ(p)}(Q^2 = 10) &= 0.189 \pm 0.005 \quad (1 \text{ loop}) \\ \Gamma_1^{EJ(n)} &= -0.013 \pm 0.005 \quad (\text{naive}) & \Gamma_1^{EJ(n)}(Q^2 = 10) &= -0.004 \pm 0.005 \quad (1 \text{ loop}) \end{aligned} \quad (87)$$

donde indicamos la predicción naive comparada con la corregida a 1 loop para  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ . La predicción para la porción del spin llevado por los quarks utilizando estas reglas de suma es  $a_0 = \Sigma \approx 0.65$ , algo menor que la predicción de  $SU(6)$ :  $\Sigma^{SU(6)} = 1$ .

Actualmente se han calculado las correcciones de QCD para los coeficientes perturbativos  $\bar{C}_{1,3}^1\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, g^2\right)$  y  $\bar{C}_{1,8}^1\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, g^2\right)$  hasta 3 loops mientras que para el caso de  $\bar{C}_{1,0}^1\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, g^2\right)$  sólo hasta dos loops. Para 3 sabores el resultado es [43]

$$\begin{aligned} \bar{C}_{1,3}^1\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, g^2\right) &= \bar{C}_{1,8}^1\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, g^2\right) = \left[1 - \frac{\alpha_s}{\pi} - 3.58 \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2 - 20.22 \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^3\right] \\ \bar{C}_{1,0}^1\left(\frac{Q^2}{\mu^2}, g^2\right) &= \left[1 - 0.333 \frac{\alpha_s}{\pi} - 1.10 \left(\frac{\alpha_s}{\pi}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (88)$$

Si bien la simetría  $SU(3)$  no se verifica al mismo nivel que  $SU(2)$ , correcciones a las reglas de suma de Ellis-Jaffe por rupturas de esa simetría son estimadas en menos del 10% [44].

## II.2 Resultados experimentales : “Crisis del spin”

El primer experimento de dispersión inelástica profunda polarizada diseñado para medir la función de estructura del protón polarizado fue realizado en 1976 en SLAC [6] y continuado por la colaboración SLAC-Yale en 1983. Usando un haz de electrones de energía mayor a  $20 \text{ GeV}$  y un blanco polarizado de butanol, midieron la asimetría del protón  $A_1^p$  en el rango cinemático  $0.1 \leq x \leq 0.7$ ,  $1 \leq Q^2 \leq 10 \text{ GeV}^2$ . El principal resultado obtenido en estos experimentos es el comportamiento de la asimetría en la zona cinemática dominada por los quarks de valencia indicando, como era esperado teóricamente, que ésta tiende a 1 cuando  $x \rightarrow 1$ . Combinando los valores de la asimetría con los datos de  $F_2$  y  $R$  obtuvieron la función de estructura polarizada  $g_1$  en el rango de  $x$  medido. Utilizando extrapolaciones, en verdad poco confiables, para  $g_1$  en la zona  $x < 0.1$  presentaron para la regla de suma de Ellis-Jaffe el valor  $\Gamma_1^{SLAC(p)} = 0.165 \pm 0.050$ , que, dentro del importante error experimental, que proviene

basicamente de la incerteza en la extrapolación a  $x$  pequeño, es compatible con la predicción teórica. Sin embargo, el primer resultado confiable para esta regla de suma fue obtenido recién por la colaboración EMC, dando un valor considerablemente menor al anterior [45].

El experimento EMC fue realizado en 1988 en el haz de muones polarizados M2 en el CERN SPS usando un espectrómetro especialmente diseñado para detectar los muones dispersados y los hadrones producidos por dispersión inelástica profunda sobre un blanco polarizado longitudinalmente. Los muones del haz se obtienen del decaimiento en vuelo de piones y kaones con energía de  $100 - 200 \text{ GeV}$ . Para un cociente de energía pión-muón fijo el haz de muones está longitudinalmente polarizado en forma natural, ya que los muones son producidos en el sistema en reposo del pión que tiene helicidad fija vía interacción débil.

El blanco consistía en dos celdas separadas llenas de amoníaco (elegido por su gran contenido de protones libres), con los protones libres en cada celda polarizados en direcciones opuestas, paralela y antiparalela a la dirección de la polarización del muón incidente. La asimetría de los protones libres fue obtenida tomando la diferencia en el número de eventos reconstruidos en cada celda. El rango cinemático del experimento fue  $0.01 \leq x \leq 0.7$ ,  $3 \leq Q^2 \leq 30 \text{ GeV}^2$ .

Los resultados obtenidos para las asimetrías se muestran en Fig. (II.1), que comparan bien con los de SLAC en el rango de  $x$  común a los distintos experimentos, llegando EMC a valores mucho más pequeños de  $x$ .

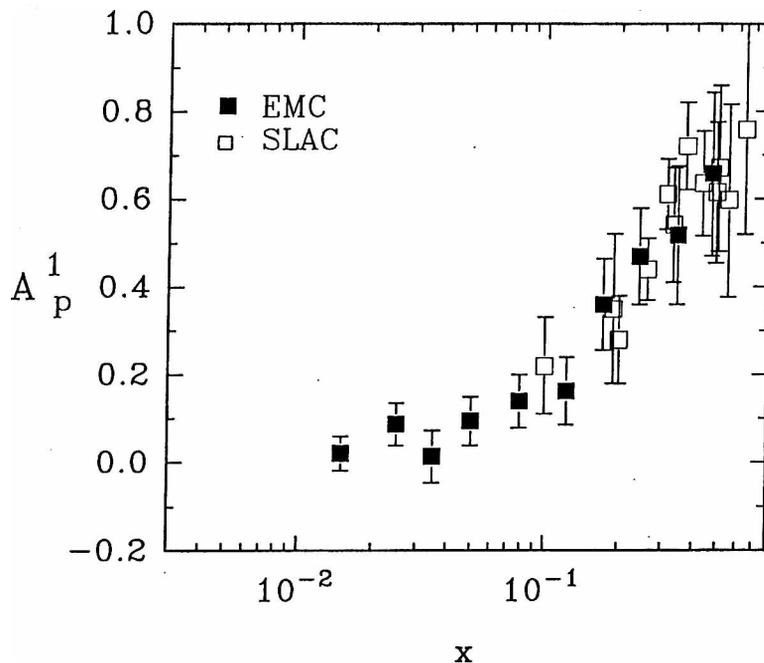


Figura II.1: Resultados experimentales para la asimetría

Un hecho importante es que, ya que los experimentos son a energía del centro de masa constante, para los distintos  $x_i$ , los valores obtenidos para la asimetría corresponden a distintos  $Q_i^2$ . Sin embargo, los resultados experimentales muestran que la dependencia en  $Q^2$  resulta menor que los errores experimentales, siendo entonces factible considerar a la asimetría, en una primera aproximación, como independiente de  $Q^2$ . Para la extracción de la función de estructura polarizada se utilizaron valores para  $F_2$  y  $R$  a un valor de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ , que es el valor medio de  $Q^2$  del experimento

$$2x_i g_1(x_i, Q^2 = 10) = \frac{A_1(x_i, Q_i^2) F_2(x_i, Q^2 = 10)}{1 + R(x_i, Q^2 = 10)} \quad (89)$$

La integral de la función de estructura polarizada del protón, en el rango medido por el experimento es

$$\int_{0.01}^{0.7} g_1^p dx = 0.111 \pm 0.012 \quad (90)$$

Para comparar con la predicción teórica es necesario realizar ciertas suposiciones sobre el comportamiento de  $g_1$  en la zona de  $x$  no medido. Para  $x > 0.7$  la contribución puede estimarse suponiendo la asimetría constante e igual al valor para  $x = 0.7$ . Para el momento la contribución es

$$\int_{0.7}^1 g_1^p dx = 0.0016 \pm 0.0008 \quad (91)$$

donde el error corresponde a la mitad del valor estimado para la integral.

En el caso de pequeño  $x$ , parece razonable suponer un comportamiento del tipo de Regge  $g_1(x) \sim x^{-\alpha}$  con  $\alpha$  entre  $-0.5$  y  $0$ , aunque un comportamiento más singular es posible. Utilizando esta extrapolación y variando  $\alpha$  entre esos límites para estimar el error, se obtiene

$$\int_0^{0.01} g_1^p dx = 0.0010 \pm 0.0005 \quad (92)$$

Combinando los valores anteriores en el rango total de  $x$ , el resultado experimental es entonces

$$\Gamma_1^{EMC(p)}(Q^2 = 10) = \int_0^1 g_1^p dx = 0.114 \pm 0.012(\text{est.}) \pm 0.026(\text{sist.}) \quad (93)$$

Un análisis realizado utilizando también los datos de SLAC posibilita reducir el error experimental a

$$\Gamma_1^{EMC+SLAC(p)}(Q^2 = 10) = \int_0^1 g_1^p dx = 0.116 \pm 0.013 \quad (94)$$

que es considerablemente menor que la predicción teórica de 1988

$$\Gamma_1^{EJ(p)}(Q^2 = 10) = 0.189 \pm 0.005 \quad (95)$$

siendo la diferencia  $\Delta\Gamma_1^p(Q^2 = 10) \equiv \Gamma_1^{EJ(p)} - \Gamma_1^{Exp(p)} = 0.073$ . Desde la publicación de este resultado, una gran cantidad de trabajo teórico se desarrollo con el objetivo de explicar esta discrepancia entre el experimento y las reglas de suma.

Una forma inmediata de entender esta diferencia entre la teoría y el experimento es admitiendo la posibilidad de la existencia de una importante cantidad de polarización del mar extraño en Ec. (85), en contra de la suposición de Ellis y Jaffe,

$$\delta s = -0.226 \pm 0.087 \quad (96)$$

La helicidad neta del mar extraño sería entonces opuesta a la del protón. Es imposible explicar este resultado en el marco de QCD perturbativa, como veremos en el próximo capítulo, donde la generación del mar es vista como debida a la radiación de gluones seguida de la creación de pares quark-antiquark. Obviamente, esto puede ser posible si el mecanismo de generación del mar es predominantemente no perturbativo.

Utilizando este valor para  $\delta s$  y los datos de decaimientos hiperónicos para  $a_3$  y  $a_8$ , junto a Ec. (74), puede obtenerse la porción del spin llevado por cada sabor de quarks  $S_z^q = \frac{1}{2}\delta q$ , en la suposición de mar extraño altamente polarizado

$$\begin{aligned} S_z^u &= 0.373 \pm 0.019 \pm 0.039 \\ S_z^d &= -0.254 \pm 0.019 \pm 0.039 \\ S_z^s &= -0.113 \pm 0.019 \pm 0.039 \\ S_z^{u+d+s} &= 0.006 \pm 0.058 \pm 0.117 \end{aligned} \quad (97)$$

donde observamos que la polarización del mar extraño debe ser del mismo orden que la de los quarks de valencia, lo cual es poco aceptable, e indicando que la porción del spin del protón llevado por todos los quarks es compatible con cero!. Esta es la cuestión fundamental de la "crisis del spin", llevando a la necesidad de formular la pregunta: ¿quién es responsable entonces del spin del nucleón?

Debe tenerse en cuenta que la predicción  $S_z^{quarks} = \frac{1}{2}$  parte de cálculos utilizando la función de onda SU(6) donde los bariones están compuestos por quarks con función de onda s. En esos modelos se trabaja con quarks constituyentes, mientras que en el modelo de partones se piensa en quarks corrientes, sin que haya una conexión precisa conocida entre ambas aproximaciones.

Considerando la posibilidad de que los partones tengan momento transversal, y por lo tanto impulso angular orbital y que los gluones pueden estar polarizados, puede formularse

la siguiente regla de suma para el momento angular

$$J_z = S_z^{quarks} + S_z^{gluones} + L_z^{partones} = \frac{1}{2} \quad (98)$$

de tal manera que ella queda a salvo admitiendo la posibilidad de polarización de gluones e impulso orbital partónico, aún cuando  $S_z^{quarks}$  sea igual a cero. Teniendo en cuenta este hecho y que además, como indicamos en el capítulo anterior,  $\alpha_s \delta G$  no tiende a cero en el límite de Bjorken, es necesario conocer si hay alguna contribución gluónica a la función de estructura a orden  $\alpha_s$ . En la próxima sección veremos cómo, al tener en cuenta la corrección anómala de los gluones, el resultado experimental se acerca a la predicción SU(6) en coincidencia con el análisis moderno de las reglas de suma, sin la necesidad de suponer una polarización exótica del mar extraño.

Otro intento por explicar la discrepancia fue el de incluir correcciones de twist más altos a las reglas de suma. Si bien estas contribuciones no pueden calcularse perturbativamente existen numeros métodos para estimar su valor, siendo el más conocido el de la reglas de suma de QCD. Este método consiste en el cálculo de los elementos de matriz de operadores de twist mayor que dos para condensados de gluones y quarks suponiendo la dominancia de mesones pseudoescalares e incluyendo las correcciones de masa del blanco. Para los operadores de twist 4 se obtiene [46]

$$\begin{aligned} \Delta\Gamma_{1,\tau_4}^p &= \frac{-0.02 \pm 0.013 \text{ GeV}^2}{Q^2} \\ \Delta\Gamma_{1,\tau_4}^n &= \frac{-0.005 \pm 0.003 \text{ GeV}^2}{Q^2} \end{aligned} \quad (99)$$

contribuciones que son ciertamente despreciables para el valor de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  de EMC, indicando la imposibilidad de compatibilizar teoría con experimento sobre la base de estas correcciones.

### II.3 Contribución anómala de gluones

La interpretación naive del experimento de EMC se basa en considerar la fracción del spin llevado por los quarks como  $a_0$ , el elemento de matriz de la corriente singlete  $J_{\mu_5}^0$ , en la aproximación de quarks libres. Sin embargo veremos que al incluir interacciones la situación cambia drásticamente.

En el caso de las corrientes con sabor definido,  $J_{\mu_5}^f$ , la ecuación de movimiento resulta

$$\partial^\mu J_{\mu_5}^f = 2im_q \bar{\psi}_f \gamma_5 \psi_f \quad (100)$$

siendo  $m_q$  la masa del quark de sabor  $f$ . En el límite quiral,  $m_q \rightarrow 0$ , resulta que  $J_{\mu_5}^f$  es conservada. Como es conocido, si la corriente es conservada, entonces la dimensión anómala correspondiente es nula y por lo tanto los elementos de matriz  $a_f$  son independientes de  $Q^2$ .

La situación es claramente diferente para  $J_{\mu_5}^0$  ya que debido a la anomalía de Adler, Bell y Jackiw [47] la ecuación anterior para campos libres no es válida para la corriente singlete de sabor, obteniendo en el límite quiral

$$\partial^\mu J_{\mu_5}^0 = \frac{\alpha_s}{4\pi} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_a^{\mu\nu} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \text{Tr}[G_{\mu\nu} \tilde{G}^{\mu\nu}] \quad (101)$$

con  $\tilde{G}_a^{\mu\nu}$  el tensor de campo dual y  $G_{\mu\nu} = (\frac{\lambda_a}{2}) G_{\mu\nu}^a$ . Se observa, entonces, que  $J_{\mu_5}^0$  no es conservada y por lo tanto tiene dimensión anómala distinta de cero. Sin embargo, es posible descomponer la corriente en una parte conservada más una que es proporcional a los campos gluónicos  $A_\mu^a$  [50] como

$$J_{\mu_5}^0 \equiv \tilde{J}_{\mu_5}^0 + N_f \frac{\alpha_s}{2\pi} K_\mu \quad (102)$$

con

$$\begin{aligned} K_\mu &= \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} A_\nu^a \left( G_{\rho\sigma}^a - \frac{g}{3} f_{abc} A_\rho^b A_\sigma^c \right) \\ \partial^\mu K_\mu &= \frac{1}{2} G_{\mu\nu}^a \tilde{G}_a^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (103)$$

Por lo tanto  $a_0$ , al ser el elemento de matriz de  $J_{\mu_5}^0$ , depende de  $Q^2$  y no puede corresponder al spin del nucleón llevado por los quarks ya que incluye una contribución de gluones.

El operador  $K_\mu$  es dependiente de gauge y por ello no aparece en el desarrollo del OPE del producto de corrientes. Sin embargo, sus elementos de matriz diagonales son independientes de gauge ya que la parte dependiente de gauge de la corriente puede expresarse como una cuadridivergencia cuyo elemento de matriz es nulo. Como el modelo de partones está formulado en términos de los elementos de matriz diagonales entre quarks y gluones, el operador  $K_\mu$  es útil para entender la relación entre el formalismo del OPE y el lenguaje partónico [48].

Para la corriente axial modificada  $\tilde{J}_{\mu_5}^0$ , que es conservada y no recibe contribución de gluones se obtiene

$$\langle p, s | \tilde{J}_{\mu_5}^0 | p, s \rangle = 2M \tilde{a}_0 s_\mu \quad (104)$$

siendo posible interpretar  $\tilde{a}_0$  con  $\Sigma$  del modelo de partones, el que con esta definición es independiente de  $Q^2$ , como es de esperar para la magnitud que indica el spin llevado por los quarks. Para el elemento de matriz de  $K_\mu$  se obtiene

$$\langle p, s | K_\mu | p, s \rangle = -2M s_\mu \delta g(Q^2) \quad (105)$$

De esta manera la magnitud  $a_0(Q^2)$  (donde indicamos explícitamente su dependencia en  $Q^2$ ) medida por EMC no corresponde al spin del nucleón llevado por los quarks, sino que se relaciona con éste en la forma

$$a_0(Q^2) = \Sigma - 3 \frac{\alpha_s}{2\pi} \delta g(Q^2) \quad (106)$$

Utilizando esta última relación es posible explicar la diferencia entre teoría y experimento sin suponer una polarización importante de los quarks sino, simplemente, considerando la polarización de los gluones. Como indicamos en el capítulo anterior esta contribución gluónica no se cancela en el límite de  $\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0$  debido al comportamiento logarítmico de  $\delta g$ .

Para lograr el acuerdo entre teoría y experimento era necesario, con los resultados presentados hasta ahora, que datan de 1988, aceptar que la contribución al spin debida a los gluones es  $\delta g(Q^2 = 10) \approx 5$ , indicando que debe haber una considerable contribución de impulso angular orbital que cancele esta cantidad en la regla de suma del momento angular. Sin embargo, veremos que con los nuevos datos experimentales y correcciones teóricas este valor disminuye considerablemente.

Es interesante notar que es posible reobtener este resultado por métodos absolutamente partónicos. En este marco, la contribución gluónica a la función de estructura polarizada se obtiene del cómputo de los diagramas de Feynman de la Fig. (II.2).

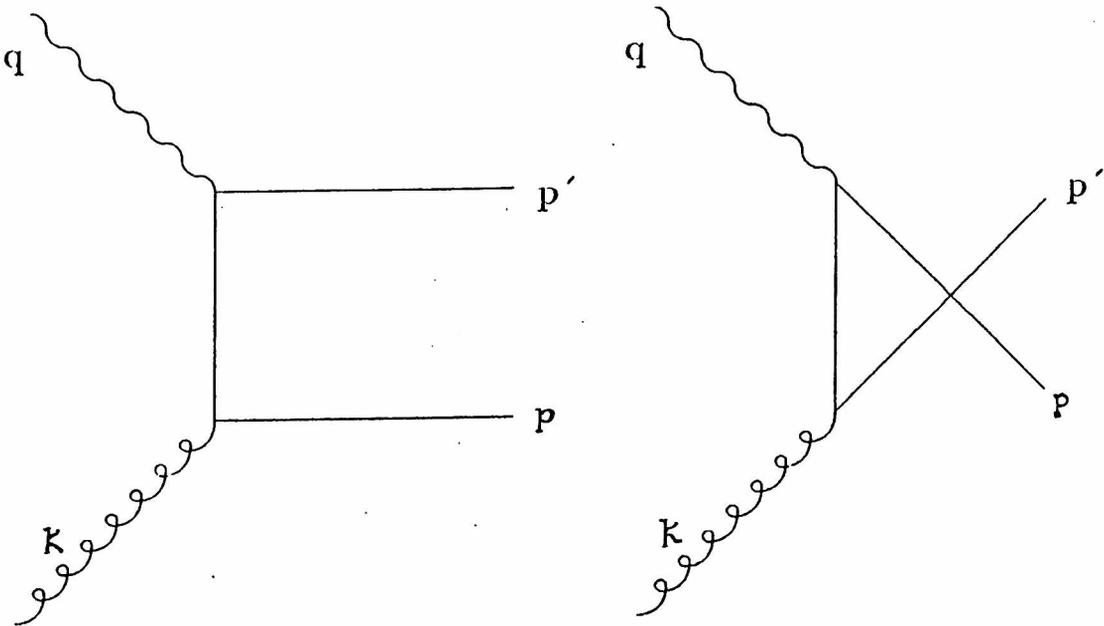


Figura II.2: Diagramas de Feynman para el subprocesso de fusión fotón-gluón

La parte gluónica de  $g_1$  consiste en la convolución de la densidad de gluones polarizada con la función de estructura partónica  $g_1^{gluón}$ , siendo esta última la integral en el espacio de fases,  $dPS$ , del elemento de matriz de Fig. (II.2), proyectado para quedarse sólo con la contribución a  $g_1$ .

$$g_1^{gluón} = \frac{1}{4\pi} \int \Delta |M|_{P_{\mu\nu}}^2 dPS \quad (107)$$

En el Capítulo V realizaremos el cálculo en el caso más general de procesos electrodébiles, explicándolo con mayor detalle. Sin embargo, a los efectos de esta sección alcanza con señalar que justamente el momento de  $g_1^{gluón}$  es, salvo un factor, el coeficiente que multiplica a  $\delta g$  en Ec. (106).

Debido a que al realizar la integral en el espacio de fases aparecen divergencias colineales, es necesario introducir un método de regularización. Ya que distintos esquemas determinan diferentes resultados, mostraremos el caso general en el que se introducen masas  $m$  a los partones y se considera a los gluones levemente fuera de la capa de masa  $k^2 < 0$  [49]. La expresión para  $g_1^{gluón}$  es

$$g_1^{gluón}(z, Q^2, m^2, k^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{2\tilde{v}^4} \left[ (2z-1) \left( 1 + 2z \frac{k^2}{Q^2} \right) \left( -v\tilde{v} \frac{1-\tilde{v}^2}{1-v^2\tilde{v}^2} \right. \right. \quad (108)$$

$$\left. \left. + \log \frac{1+v\tilde{v}}{1-v\tilde{v}} - v\tilde{v} \right) + 2 \left( 1-z+z \frac{k^2}{Q^2} \right) v\tilde{v}^3 \frac{1-v^2}{1-v^2\tilde{v}^2} \right]$$

con  $v = \sqrt{1-4m^2/s}$  y  $s = Q^2(1-z)/z + k^2$  la energía en el centro de masa del proceso.

Considerando masas nulas para los quarks, la singularidad está aún regularizada por  $k^2$ , obteniendo en el límite de Bjorken

$$g_1^{gluón}(z, Q^2, m^2 = 0, k^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta P_{qg}(z) \left[ \log \frac{Q^2}{-k^2} + \log \frac{1}{z^2} - 2 \right] \quad (109)$$

cuyo momento coincide con el valor hallado para la contribución gluónica anómala en el marco del OPE.

Sin embargo, es posible tomar el otro límite para la regularización, esto es, considerar  $k^2 = 0$  y controlar la singularidad por medio de masas de los partones, obteniendo

$$g_1^{gluón}(z, Q^2, m^2, k^2 = 0) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[ \Delta P_{qg}(z) \left( \log \frac{Q^2}{m^2} + \log \frac{1-z}{z} - 1 \right) + (1-z) \right] \quad (110)$$

cuyo momento es cero, en contra del valor obtenido en la otra aproximación. La diferencia proviene del término  $(1-z)$ , en la última ecuación, que desaparece cuando  $m^2 = 0$ . Ya que los quarks tiene masas distintas de cero, uno podría en principio pensar que este último es el resultado físicamente correcto, entrando en conflicto con la anomalía. La solución a

este problema se obtiene al analizar la dependencia de  $g_1^{gluón}$  en el cociente  $r = -k^2/m^2$ . Suponiendo que los gluones en el hadrón están fuera de la capa de masa por una cantidad proporcional a la escala de confinamiento  $-k^2 \sim O(\Lambda_{QCD}^2)$  [51], entonces los quarks livianos pueden considerarse sin masa ( $r \rightarrow \infty$ ), dando lugar a la contribución anómala, mientras que para los quarks pesados ( $r \rightarrow 0$ ) la corrección gluónica al momento de  $g_1$  es nula, en acuerdo con los cálculos existentes para la fotoproducción de quarks pesados [52]. Realizando un análisis más preciso puede demostrarse que el término  $(1 - z)$  tiene origen suave y, por lo tanto, no debe considerarse como parte de la sección eficaz dura sino absorberse en la definición de las distribuciones de quarks polarizadas a NLO.

Con los argumentos esgrimidos anteriormente queda claro que existe una contribución gluónica distinta de cero al primer momento de  $g_1$  y que ésta es la misma en cualquier método de regularización. Sin embargo, como puede observarse en las ecuaciones anteriores, la forma funcional de este coeficiente *es dependiente del método de regularización*.

Teniendo en cuenta que sólo el primer momento de  $g_1$  está bien definido, Altarelli y Stirling [50] introdujeron el esquema de factorización AS en el cual las distribuciones a NLO están relacionadas con la función de estructura simplemente a través de

$$g_1^p(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \Delta q_i(x, Q^2) - \frac{\langle e_i^2 \rangle}{2} \frac{\alpha_s}{2\pi} n_f \Delta G(x, Q^2) \quad (111)$$

De este modo, se agrega a la expresión NLO del esquema DIS la contribución de gluones de tal manera que los momentos de las distribuciones de quarks representen el spin llevado por los quarks.

En el Capítulo V definiremos otro esquema de factorización del tipo  $\overline{MS}$  utilizando regularización dimensional para NLO, que tiene en cuenta la existencia de quarks masivos y separa correctamente contribuciones suaves de duras.

En resumen, existen dos correcciones teóricas a las reglas de suma de Ellis-Jaffe (respecto a la propuesta realizada inicialmente por ellos sin gluones ni mar  $s$  polarizado) que pueden explicar la discrepancia entre la predicción y el experimento, siendo a 1 loop

$$\Delta \Gamma_1^{p,n} = - \left( \left(1 - \frac{\alpha_s}{3\pi}\right) \delta s - \frac{\alpha_s}{6\pi} \delta g \right) \quad (112)$$

tanto para el protón como para el neutrón, donde  $\delta s$  es ahora sí, luego de haber separado la contribución anómala, la porción del spin llevada por los quarks  $s$ .

Hay, entonces, dos marcos extremos para entender la diferencia con el experimento de EMC:

- i) Los gluones están polarizados positivamente, ó
- ii) el mar extraño esta polarizado negativamente y su polarización es comparable a los quarks de valencia

En el próximo capítulo explotaremos estas ideas al construir sets de distribuciones de partones polarizados.

## II.4 Nuevos experimentos

Luego del resultado experimental de EMC, se han realizado varios experimentos sobre la función de estructura polarizada dando lugar a valores de  $\Gamma_1^{Exp(p)}$  más altos que el presentado hasta aquí, e incluso, nuevos análisis de los datos de EMC confirman este crecimiento.

En 1989, el reanálisis de los datos sobre las asimetrías, sumado al uso de parametrizaciones más modernas para  $F_2$  y  $R$  dieron lugar al siguiente valor para el primer momento de  $g_1$  [7]

$$\Gamma_1^{EMC(p)}(Q^2 = 10) = \int_0^1 g_1^p dx = 0.126 \pm 0.010(\text{est.}) \pm 0.015(\text{sist.}) \quad (1989) \quad (113)$$

En 1993 la Spin Muon Collaboration (SMC) [54] presentó los resultados de la primera medición de dispersión inelástica profunda polarizada sobre un blanco de deuterio en el rango cinemático  $0.006 < x < 0.6$ ,  $1 < Q^2 < 30 \text{ GeV}^2$ . Utilizando extrapolaciones convenientes para el rango de  $x$  no medido, obtuvieron para el momento de la función de estructura polarizada de deuterón

$$\Gamma_1^{SMC(d)}(Q^2 = 4.6) = \int_0^1 g_1^p dx = 0.023 \pm 0.020(\text{est.}) \pm 0.015(\text{sist.}) \quad (1993) \quad (114)$$

de donde puede extraerse el valor para el neutrón, considerando que los efectos nucleares en el deuterón son despreciables [55] a diferencia de lo que sucede en el caso no polarizado [56],

$$\Gamma_1^p + \Gamma_1^n \simeq \frac{2\Gamma_1^d}{1 - 1.5w_d} \quad (115)$$

donde  $w_d = 0.058$  es la probabilidad de que el deuterón esté en un estado de onda  $D$  [53], obteniendo

$$\Gamma_1^{SMC(d)-EMC(n)}(Q^2 = 4.6) = -0.08 \pm 0.04(\text{est.}) \pm 0.04(\text{sist.}) \quad (116)$$

que nuevamente muestra una violación a la regla de suma de Ellis-Jaffe en una magnitud compatible con el  $\Delta\Gamma_1$  obtenido para el protón, como era de esperar a partir de consideraciones basadas en la simetría  $SU(2)$ . Combinando las mediciones de protón y deuterio es posible dar el valor para la regla de suma de Bjorken

$$\Gamma_1^{SMC-EMC Bj} = 0.20 \pm 0.05(\text{est.}) \pm 0.04(\text{sist.}) \quad (1993) \quad (117)$$

en muy buen acuerdo con el valor teórico.

En el mismo año, otro grupo experimental (E142) en SLAC [9], dió a conocer resultados sobre la asimetría del neutrón, en un experimento con un haz de electrones y un blanco polarizado de  $He^3$  en un rango cinemático más restringido,  $0.03 < x < 0.6$ ,  $1 < Q^2 < 5 GeV^2$ . Este experimento no llega a valores de  $x$  lo suficientemente pequeños como para pensar válida una extrapolación del tipo de Regge y debido al bajo valor de  $Q^2$  ( $\langle Q^2 \rangle = 2 GeV^2$ ) correcciones de higher twist pueden ser importantes.

Con las extrapolaciones utilizadas brindan la estimación

$$\Gamma_1^{E142(n)}(Q^2 = 2) = -0.022 \pm 0.007(\text{est.}) \pm 0.007(\text{sist.}) \quad (1993) \quad (118)$$

cuyo valor central es considerablemente más bajo, en módulo, que el de SMC y que por ello parecería que está en acuerdo con la regla de suma de Ellis-Jaffe. En el próximo capítulo mostraremos que esta discrepancia entre los experimentos se debe básicamente a la inconsistente extrapolación utilizada por E142 para pequeño  $x$ .

Para concluir esta reseña de datos experimentales indicamos a continuación los resultados más recientes obtenidos para distintos blancos por los grupos SMC [8] y E143 [10] (preliminares)

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{SMC(p)}(Q^2 = 10) &= 0.136 \pm 0.011(\text{est.}) \pm 0.011(\text{sist.}) \quad (1994) \\ \Gamma_1^{E143(p)}(Q^2 = 3) &= 0.129 \pm 0.004(\text{est.}) \pm 0.009(\text{sist.}) \quad (1994) \\ \Gamma_1^{E143(n)}(Q^2 = 3) &= -0.033 \pm 0.008(\text{est.}) \pm 0.011(\text{sist.}) \quad (1994) \\ \Gamma_1^{E143(d)}(Q^2 = 3) &= -0.044 \pm 0.003(\text{est.}) \pm 0.004(\text{sist.}) \quad (1994) \end{aligned} \quad (119)$$

En el caso del protón el acuerdo entre los distintos experimentos es muy bueno, mientras que subsiste una diferencia para el primer momento de la función de estructura polarizada del neutrón, nuevamente debido a diferencias en las extrapolaciones utilizadas por la colaboración de SLAC E143 para pequeño  $x$ .

Para analizar la validez de la regla de suma de Bjorken mostramos en la Fig. (II.3) los resultados logrados combinando los datos experimentales de los últimos dos años, teniendo en cuenta los distintos valores de  $Q^2$  a los que fueron extraídos y comparándolos con la predicción para la regla de suma de Bjorken a 3 loops. En este último caso incluimos también el error en la predicción teórica que proviene básicamente de la incertidumbre en la constante de acoplamiento fuerte  $\alpha_s$ , a la escala de impulsos  $Q^2$ .

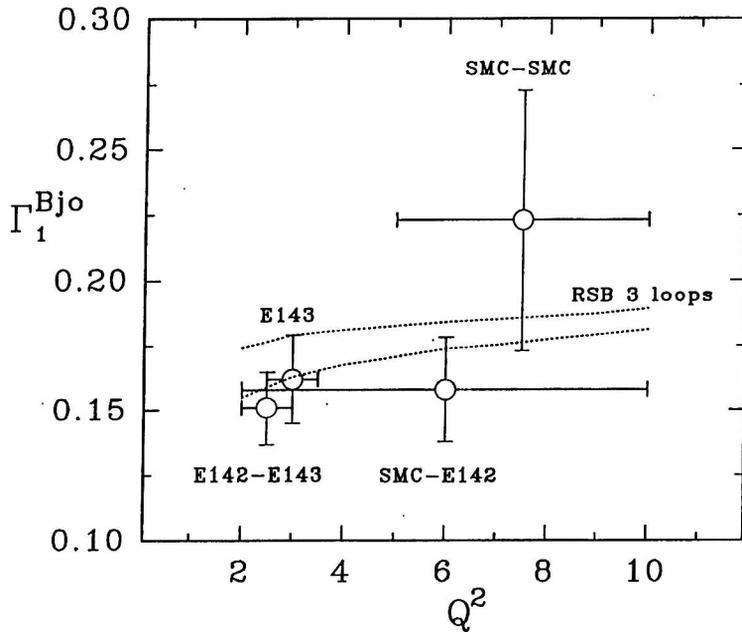


Figura II.3: Resultados para la regla de suma de Bjorken

Como puede verse hay acuerdo, dentro de los errores experimentales y el error en la regla de suma teórica. Los datos en los que utilizamos la medición de neutrones de E142 resultan sistemáticamente más bajos que el que incluye el resultado de SMC, debido a los problemas de la extrapolación. Debe indicarse que de confirmarse los resultados preliminares de E143 para las reglas de Ellis-Jaffe, que presentáramos anteriormente, el valor experimental para la regla de suma de Bjorken es más cercano al teórico, sin que sea necesario utilizar las correcciones de hasta 3 loops en la predicción teórica para lograr el acuerdo con los experimentos.

Al mismo tiempo en que se desarrollaban las mediciones, debido a nuevos datos para las constantes de decaimiento hiperónicas  $F$  y  $D$  [57], y a correcciones radiativas, la predicción teórica para las reglas de suma de Ellis-Jaffe también varió su valor respecto al esperado en 1988, bajando en alrededor del 10%. Por ejemplo, para el protón, la predicción moderna es

$$\Gamma_1^{EJ(p)}(Q^2 = 10) = 0.176 \pm 0.006 \quad (1994) \quad (120)$$

Para ilustrar los cambios producidos en los últimos años tanto en el aspecto teórico como en el experimental, en Fig. (II.4) mostramos los resultados para el primer momento de la función de estructura polarizada del protón.

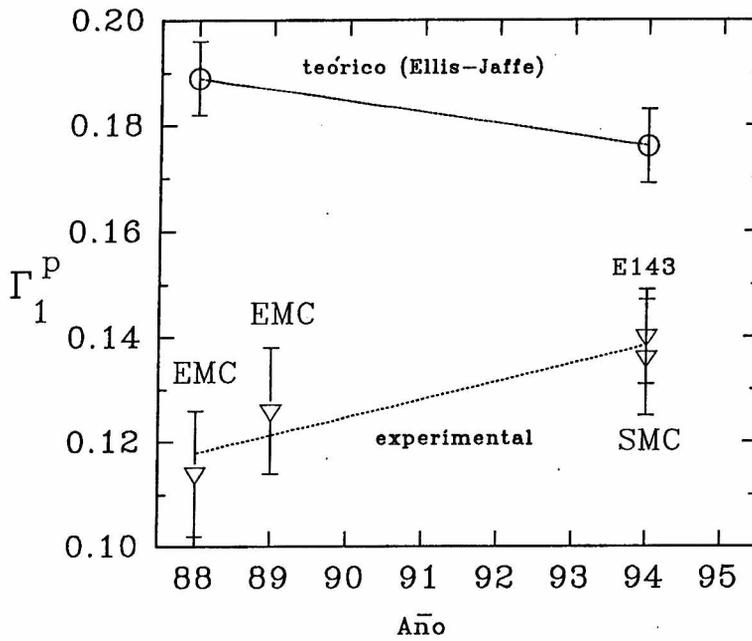


Figura II.4: Evolución temporal de los resultados experimentales y las predicciones teóricas

Los últimos datos nos indica una diferencia  $\Delta\Gamma_1^p(Q^2 = 10) \equiv 0.040 \pm 0.005$  (1994), cerca de la mitad de la estimada en 1988, indicando que la polarización de los gluones debería ser  $\delta g \approx 2$  o la del mar extraño  $\delta s \approx -0.13$ .

## III Distribuciones de quarks y gluones polarizados

### III.1 Densidades de partones dependientes de spin

En este capítulo introduciremos el método utilizado para obtener densidades de partones polarizadas para las asimetrías y presentaremos los resultados obtenidos a partir de los datos experimentales.

Como resultado de más de 20 años de experimentos, las funciones de estructura no polarizadas y por consiguiente las distribuciones de partones no polarizadas, son conocidas con mucha precisión dando lugar a una información muy detallada acerca de la estructura interna del nucleón. Además, una gran cantidad de trabajos teóricos han sido realizados para relacionar los resultados experimentales con los obtenidos mediante análisis de QCD, lattice QCD o el modelo de la bolsa. De esta manera, con alrededor de 20 parámetros independientes, es posible especificar las distribuciones de quarks y gluones a un cierto valor inicial  $Q_0^2$  [4, 58, 59].

Comparativamente, las mediciones de funciones de estructura polarizadas son realmente pocas y aún bastante imprecisas. Es entonces necesario, para construir las parametrizaciones, utilizar una importante cantidad de ideas teóricas que podrán ser chequeadas y refinadas cuando las mediciones sean mejoradas en el futuro.

Por el momento, existen sólo dos límites establecidos para las densidades polarizadas : (a) la especificación del primer momento de las distribuciones, como ha sido descrito en los capítulos anteriores y (b) el requerimiento de positividad para las distribuciones individuales de partones con polarización paralela o antiparalela a la del nucleón, esto es

$$f_{\pm} = 1/2(f \pm \Delta f) > 0 \rightarrow |\Delta f| \leq f, (f = q, G) \quad (121)$$

así, el valor absoluto de la distribución polarizada debe ser siempre menor a la correspondiente distribución no polarizada.

Hay, básicamente, tres formas de obtener las densidades polarizadas : (i) Parametrizando su dependencia en  $x$  con funciones del tipo eulerianas, que permiten tener en cuenta los comportamientos asintóticos en forma correcta y funcionan muy bien para el caso no polarizado,

y fijando los coeficientes y exponentes como los que realizan el mejor ajuste a los experimentos [60, 61]; (ii) utilizando un modelo para el nucleón y obteniendo de éste tanto las densidades polarizadas como las no polarizadas [62] o; (iii) usar los resultados experimentales para las no polarizadas y algún modelo para la estructura de spin de los nucleones [63, 64, 65, 66, 67, 68].

En el primer caso pueden obtenerse buenos ajustes pero a costa de perder información sobre la física contenida en las funciones de estructura, además de tener problemas para satisfacer el requerimiento (b), mientras que en el segundo, los resultados obtenidos son bastante desalentadores debido a la imposibilidad de contar con una función de onda del nucleón satisfactoria. Es en el último caso donde se han obtenido los mejores resultados debido al uso combinado de la gran cantidad de datos sobre la estructura no polarizada y al conocimiento teórico de la estructura de spin del nucleón.

### III.2 El modelo de Carlitz y Kaur

El primer modelo satisfactorio y simple dentro de la última línea de investigación mencionada fue el realizado por Carlitz y Kaur en 1977 [69]. Este modelo, que tiene en cuenta sólo a los quarks de valencia, tiene como punto de partida una función de onda SU(6) para el nucleón, extendida para incluir la dependencia en la variable  $x$  de Bjorken. Ella es de la forma

$$\begin{aligned}
 |p \uparrow \rangle &= u \uparrow |I = 0, S = 0 \rangle \sqrt{\frac{A_0(x)}{x}} \\
 &+ \left( \sqrt{\frac{2}{3}} d |I = 1, I_3 = 1 \rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} u |I = 1, I_3 = 0 \rangle \right) \\
 &\times \left( \sqrt{\frac{2}{3}} \downarrow |S = 1, S_3 = 1 \rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} \uparrow |S = 1, S_3 = 0 \rangle \right) \sqrt{\frac{A_1(x)}{x}}
 \end{aligned} \tag{122}$$

donde  $I$  y  $S$  son el spin e isospin de los dos quarks de valencia no interactuantes, siendo  $A_0(x), A_1(x)$  las probabilidades de hallar un quark con fracción de momento  $x$  mientras los otros dos quarks de valencia están en estado de isospin 0 o 1, respectivamente. Así, las funciones de estructura no polarizadas resultan

$$\begin{aligned}
 F_2^p(x) &= \frac{4}{9} A_0 + \frac{1}{9} A_1 \\
 F_2^n(x) &= \frac{1}{9} A_0 + \frac{1}{3} A_1
 \end{aligned} \tag{123}$$

Conociendo la expresión para  $F_2$  en función de las densidades de quarks de valencia  $u_v$  y  $d_v$ , es posible realizar la traducción

$$\begin{aligned}\frac{A_0}{x} &= u_v - \frac{1}{2}d_v \\ \frac{A_1}{x} &= \frac{3}{2}d_v\end{aligned}\tag{124}$$

que permite conocer  $A_0(x)$  y  $A_1(x)$  de los datos experimentales no polarizados.

Para entender el modelo de estructura de spin utilizado, consideremos un quark de valencia sumergido en un mar de pares quark-antiquark y gluones. En ausencia de interacciones entre el quark de valencia y el mar o los gluones, el quark de valencia tendría el spin definido por la función de onda en la Ecuación (122). Así, las correspondientes distribuciones de spin tendrían la misma dependencia en  $x$  que las distribuciones no polarizadas. Sin embargo, interacciones entre el quark de valencia y el mar causan una dilución de su spin debido a una transferencia de spin hacia los quarks y gluones del mar. Llamando  $N(x)$  y  $M(x)$  a las densidades de gluones y pares de quark-antiquark relativas a la de quarks de valencia y  $H_N(x)$  y  $H_M(x)$  a la probabilidad de interacción entre el quark de valencia y los gluones y pares de quark-antiquark respectivamente, la probabilidad de transferencia de spin es (suponiendo una distribución puramente estadística del spin entre los quarks interactuantes)

$$\text{sen}^2\theta = \frac{\frac{1}{2}(H_N(x)N(x) + H_M(x)M(x))}{H_N(x)N(x) + H_M(x)M(x) + 1}\tag{125}$$

mientras la probabilidad de que no haya transferencia es

$$\text{cos}^2\theta = \frac{\frac{1}{2}(H_N(x)N(x) + H_M(x)M(x)) + 1}{H_N(x)N(x) + H_M(x)M(x) + 1}\tag{126}$$

Teniendo en cuenta que los gluones llevan cerca del 50% del momento del nucleón, es de esperar que  $H_N(x) \gg H_M(x)$ , siendo entonces el factor

$$\text{cos}^2\theta - \text{sen}^2\theta = \text{cos } 2\theta = \frac{1}{H_N(x)N(x) + 1}\tag{127}$$

una medida de la dilución de spin inducida por la transferencia de spin a los gluones.

Considerando argumentos de Regge para el comportamiento de las densidades a pequeño  $x$  [70], que indican que la densidad de quarks de valencia es de la forma  $\sim_{x \rightarrow 0} x^{-\alpha_f}$ , con  $\alpha_f$  la intersección con cero para la trayectoria de Regge del  $A_2$ , mientras la de gluones debe tener un comportamiento  $x^{-1}$  para  $x$  pequeño, tenemos para  $N(x)$  un comportamiento asintótico del tipo  $x^{-1+\alpha_f} \approx x^{-1/2}$ . Por otro lado, el análisis de las reglas de suma dimensionales para  $x \sim 1$  [71] indican que la densidad polarizada de quarks de valencia tiene un comportamiento asintótico de la forma  $\sim_{x \rightarrow 1} (1-x)^2$ , mostrando la retención de la helicidad del nucleón por

parte de los quarks con alta porción del impulso total. Utilizando estos comportamientos, es posible parametrizar el factor de dilución de spin como

$$\cos 2\theta = \frac{1}{H_0 x^{-1/2}(1-x)^2 + 1} \quad (128)$$

que difiere de la unidad sólo en la zona de pequeño  $x$ , donde la densidad de gluones es apreciable y tiene un único parámetro indeterminado.

La función de estructura  $g_1$ , simplemente mide, en el modelo de partones naive, la diferencia en el número de quarks con helicidad paralela u opuesta a la helicidad del nucleón, pesada por la carga del quark. Entonces vendrá dada por el producto de la función que describe las asimetrías de spin de los quarks de valencia en ausencia de interacciones (función de onda) con el factor de dilución de spin  $\cos 2\theta$ . Las funciones  $g_1^p(x)$  y  $g_1^n(x)$  tienen la forma

$$\begin{aligned} 2xg_1^p &= \cos 2\theta \left[ \frac{4}{9}A_0 - \frac{2}{27}A_1 \right] \\ 2xg_1^n &= \cos 2\theta \left[ \frac{1}{9}A_0 - \frac{1}{9}A_1 \right] \end{aligned} \quad (129)$$

El valor del parámetro  $H_0$  se fija exigiendo la validez de la regla de suma de Bjorken. Este modelo fue, a pesar de su simplicidad y de contar con sólo un parámetro libre, el único que consiguió ajustar los datos experimentales presentados por EMC, 10 años después de haber sido propuesto.

### III.3 Extensiones del modelo de Carlitz y Kaur

Posteriormente al trabajo de Carlitz y Kaur se realizaron versiones mas completas del modelo, utilizando un factor de dilución para cada sabor [65] e introduciendo densidades polarizadas para los quarks del mar [66] y los gluones [67].

En primer lugar, se pueden separar las contribuciones de cada sabor a  $g_1^p$ , siendo la del quark  $u$

$$\begin{aligned} 2xg_1^p|_u &= \frac{4}{9} [P(u \uparrow; I = 0, S = 0) - P(u \downarrow; I = 0, S = 0, gluón \uparrow)] \\ &= \frac{4}{9} P(u \uparrow; I = 0, S = 0) f_u(00, 00; x) \end{aligned} \quad (130)$$

con la correspondiente función de dilución de spin

$$f_u(00, 00; x) = 1 - \frac{P(u \downarrow; I = 0, S = 0, gluón \uparrow)}{P(u \uparrow; I = 0, S = 0)} \quad (131)$$

El primer término del segundo miembro en Ec. (130) corresponde a la contribución debida a la interacción del fotón con un quark de valencia en el estado que indica la función de onda, mientras que el segundo término corresponde a la posibilidad de que ese quark emita un gluón con polarización +1 y el fotón interactúe entonces con un quark con la polarización contraria al de la función de onda SU(6). Los rótulos de la función de dilución de spin son  $I, I_3, S$  y  $S_3$  respectivamente. Una vez especificadas todas las funciones de dilución para los distintos estados posibles de spin e isospin, el cálculo de las funciones de estructura polarizadas es directo. Para calcular las funciones de dilución procederemos según los siguientes pasos:

(1) Los espectros de masas de las resonancias del nucleón muestran que diferentes estructuras de spin dan lugar a diferentes masas, mientras que isospin es todavía una excelente simetría. Entonces, es razonable suponer que las funciones de dilución dependen solamente de  $S$  y  $S_3$ . Hay seis de estas funciones :  $f_u(00; x), f_u(10; x), f_u(11; x), f_d(00; x), f_d(10; x)$  y  $f_d(11; x)$ . Para los dos estados de spin  $S = 0, S_3 = 0$  y  $S = 1, S_3 = 0$  la absorción o emisión de gluones (con cambio de spin para el quark de valencia) da lugar a la estructura de spin usual del estado fundamental (spin  $\frac{1}{2}$ ), mientras que para el estado  $S = 1, S_3 = 1$  todos los quarks de valencia terminan con spines paralelos dando lugar a un estado excitado del nucleón (spin  $\frac{3}{2}$ ). Entonces es posible escribir

$$f_{u,d}(00; x) \approx f_{u,d}(10; x) \neq f_{u,d}(11; x) \quad (132)$$

de modo que la dependencia en  $S$  puede ser descartada.

(2) A muy pequeño  $x$ , el acoplamiento con los gluones se vuelve muy importante. Así, ambas direcciones de spin están igualmente pobladas y  $f$  tiende a cero. Más precisamente, se debería esperar que el spin esté uniformemente distribuido entre los gluones y quarks de tal manera que la polarización de los quarks es reducida en un factor proporcional al cociente entre las distribuciones de quarks y gluones,

$$1 - \frac{P(u \downarrow; S_3 = 0, \text{gluón} \uparrow)}{P(u \uparrow; S_3 = 0)} \sim \frac{u_v(x)}{G(x)} \sim x^{\alpha_v} \quad (133)$$

para  $x \rightarrow 0$ .

Para  $x$  grande la masa en reposo de los quarks es despreciable respecto al momento de los quarks y por lo tanto, debido a la conservación de la helicidad, el cambio de spin está suprimido, esto es,  $f$  tiende a 1. Al igual que en el modelo de Carlitz y Kaur [69], argumentos de reglas de suma dimensionales sugieren que el factor de supresión de cambio de spin en el límite  $x \rightarrow 0$  es  $(1 - x)^2$ , debido a la conservación de la helicidad, siendo posible escribir

$$\frac{P(q; S_3 = 0, \text{gluón})}{P(q; S_3 = 0)} = a(q, 0) (1 - x)^2 \quad \text{para } x \rightarrow 1. \quad (134)$$

Es posible interpolar entre estos dos límites usando la forma funcional

$$1 - \frac{P(q; S_3 = 0, \text{gluón})}{P(q; S_3 = 0)} = \frac{1}{1 + a(q, 0) x^{-\alpha_q} (1-x)^2} \quad (135)$$

Quedan, entonces, sólo 4 parámetros para los quarks de valencia  $a(u, 0)$ ,  $a(u, 1)$ ,  $a(d, 0)$  y  $a(d, 1)$ .

(3) Los elementos de matriz de cambio de spin son proporcionales a las masas de los quarks. Entonces, es razonable suponer que

$$\frac{a(d, S_3)}{a(u, S_3)} = \frac{m_d^2}{m_u^2} \approx 7 \pm 3 \quad (136)$$

(4) El cociente entre  $a(u, 0)$  y  $a(u, 1)$ , esto es, el cociente entre las correspondientes probabilidades de cambio de spin, deben estar determinadas por la inversa del cociente de las energías correspondientes a los estados representados,

$$\frac{a(u, 1)}{a(u, 0)} \approx \left( \frac{E(\text{spin } 1/2 \text{ nucleón} + \text{gluón}) - M_N}{E(\text{spin } 3/2 \text{ nucleón} + \text{gluón}) - M_N} \right)^2 \quad (137)$$

La diferencia de energía entre el estado base del nucleón y la delta es de 300 MeV. Para producir un gluón real es probable que la energía necesaria sea del orden de 200 – 600 MeV (200 MeV es el inverso del radio de la bolsa para las bolsas propuestas de mayor tamaño y 600 MeV es aproximadamente la mitad de la masa del glueball mas liviano). Es sugerido entonces, que

$$\frac{a(u, 1)}{a(u, 0)} = 0.16 - 0.44 \quad (138)$$

(5) Por último queda un único parámetro libre a fijar con la regla de suma de Bjorken.

(6) Hasta aquí sólo se han tenido en cuenta las contribuciones de la polarización de los quarks de valencia. Sin embargo, como ha sido remarcado en Ref. [72], es posible que los quarks del mar estén también polarizados. Un quark o antiquark del mar con una fracción de momento importante, esto es, en la cola de las distribuciones de mar, debe haber sido producido por un gluón, el cual, a su vez, debe haber sido emitido por un quark de valencia con alto impulso. El punto esencial es que la helicidad es conservada en los procesos que involucran altos impulsos, donde las masas de los quarks son despreciables, y como los quarks de valencia están polarizados es de esperar que los quarks del mar en la cola de la distribución tiendan a estar polarizados.

Es posible incorporar en el modelo la polarización de los quarks del mar en el modelo introduciendo nuevas distribuciones dependientes de spin [66]

$$\Delta \bar{q}(x) = \bar{q}(x) f_{\bar{q}}(x) \quad (139)$$

para  $\bar{q} = \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$ , donde  $f_q(x)$  es el factor de dilución de spin para los quarks del mar. Siguiendo el razonamiento realizado en los puntos anteriores, este factor puede parametrizarse como

$$f_{\bar{q}}(x) = \frac{1}{1 + a_{\bar{q}} x^{-\frac{3}{2}} (1-x)^4} \quad (140)$$

Las distribuciones polarizadas del mar son entonces positivas para todos los sabores (ya que provienen de la emisión a partir de quarks de valencia que tienen, en promedio, polarización positiva) mientras que la del mar extraño está suprimida, en línea con el análisis en Ref. [73]. Los parámetros  $a_{\bar{q}}$  se fijan en relación con los correspondientes a los quarks de valencia

$$a_{\bar{u}} = a(u, 0), \quad a_{\bar{d}} = a(d, 0) \quad a_{\bar{s}} = 10a(u, 0) \quad (141)$$

(7) Finalmente, teniendo en cuenta la importancia, a través de la anomalía, de la contribución de gluones a  $g_1$ , es necesario introducir la densidad polarizada de gluones  $\Delta G(x)$  [67]. Esta, en el espíritu del modelo de dilución, estará relacionada con la densidad no polarizada  $G(x)$  a través de

$$\Delta G(x) = f_g(x) G(x) \quad (142)$$

donde  $f_g(x)$  es la función de dilución de spin para los gluones. Aún cuando el análisis de la distribución intrínseca de gluones es esencialmente no perturbativo, varias restricciones teóricas limitan su forma.

Ha sido probado [74] que en el dominio de pequeño  $x$ , los quarks irradian gluones en forma coherente y que la computación de la emisión de gluones desde líneas de quarks, utilizando funciones de onda hadrónicas para estados ligados, desarrolladas en términos de estados de Fock en el cono de luz y, teniendo en cuenta la interferencia entre amplitudes, muestra que la función de dilución de spin tiende a cero linealmente con  $x$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f_g(x) \sim x \quad (143)$$

En el límite de alto  $x$ , el acoplamiento de quarks y gluones tiende a igualar el signo de la helicidad de quarks a la de gluones, implicando

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - f_g(x)}{1 + f_g(x)} \sim (1-x)^2 \quad (144)$$

Una posible interpolación entre estos dos límites es provista por la función

$$f_g(x) \equiv \frac{1}{1 + a_g(1-x)^2/x} \quad (145)$$

donde  $a_g$  es el parámetro a ser ajustado (una forma de hacerlo es a través de la corrección de la anomalía a las reglas de suma de Ellis-Jaffe).

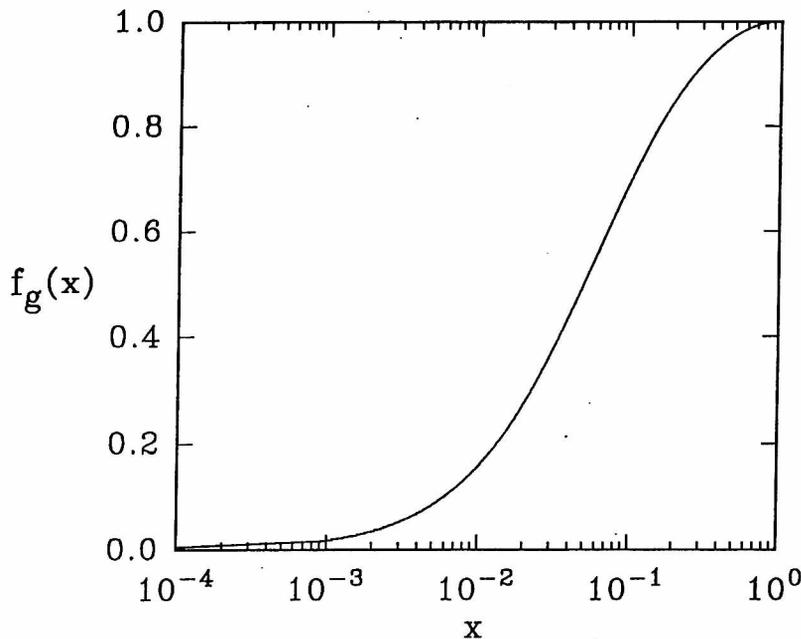


Figura III.1: Función de dilución de spin de gluones  $f_g(x)$

En Fig. (III.1) mostramos la función de dilución de gluones para un valor de  $a_g = 0.055$  (fijado para cumplir la regla de suma de Ellis-Jaffe) cuyo comportamiento en  $x$  implica una fuerte correlación entre los factores de polarización de gluones y quarks de valencia .

### III.4 Nuevos sets de densidades polarizadas LP1 y LP2

Como fue comentado en los capítulos anteriores, la única fuente experimental para obtener densidades de partones polarizadas,  $\Delta q_i(x, Q^2)$  y  $\Delta G(x, Q^2)$  proviene de las medición de las funciones de estructura polarizadas  $g_1(x, Q^2)$ , las cuales son actualmente conocidas para el protón, neutrón y deuterón. La relación entre distribuciones de partones y las funciones de estructura depende del esquema de factorización en el que estén definidas las primeras. En lo que sigue de este capítulo adoptaremos el esquema AS definido en Ref. [50], en el cual, como dijimos, las distribuciones están relacionadas con la función de estructura a través de

$$g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \Delta q_i(x, Q^2) - \frac{\langle e_i^2 \rangle \alpha_s}{2} \frac{n_f}{2\pi} \Delta G(x, Q^2) \quad (146)$$

y no en un esquema del tipo DIS [35], rotulados por  $\hat{\phantom{x}}$ , donde

$$g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 \Delta \hat{q}_i(x, Q^2) \quad (147)$$

La relación entre ellos viene dada simplemente por

$$\Delta q(x, Q^2) = \Delta \hat{q}(x, Q^2) + \frac{\alpha_s}{4\pi} \Delta G(x, Q^2) \quad (148)$$

donde  $\Delta q$  está ligada a la parte conservada de la corriente axial. En el Capítulo V, un nuevo esquema de factorización será introducido al calcular las correcciones completas a orden  $\alpha_s$  a la función de estructura. Mientras tanto, para realizar el análisis fenomenológico, utilizaremos el definido en Ecuación (146). Esto es perfectamente válido mientras se utilice el mismo esquema para todos los cálculos en los que sea necesario utilizar las distribuciones polarizadas. En el próximo Capítulo mostraremos algunas consecuencias indeseables de mezclar esquemas de factorización en procesos del tipo Drell-Yan.

Para obtener los sets de densidades de quarks y gluones polarizadas, compatibles con los datos de dispersión inelástica profunda para las asimetrías polarizadas, utilizaremos el modelo de dilución de spin introducido anteriormente que, en el esquema de factorización elegido, provee las siguientes expresiones para  $g_1$  :

$$2xg_1^p(x) = \frac{4}{9}xu_v(x)f_u(x;0) - \frac{1}{27}xd_v(x)[4f_u(x;0) + 4f_u(x;1) - f_d(x;0) + 2f_d(x;1)] \\ - \frac{\langle e_i^2 \rangle \alpha_s}{2} \frac{n_f}{\pi} N_f x \Delta G(x) + \frac{8}{9}x\bar{u}(x)f_{\bar{u}}(x) + \frac{2}{9}x\bar{d}(x)f_{\bar{d}}(x) + \frac{2}{9}x\bar{s}(x)f_{\bar{s}}(x) \quad (149)$$

$$2xg_1^n(x) = \frac{1}{9}xu_v(x)f_d(x;0) - \frac{1}{27}xd_v(x)[-4f_u(x;0) + 8f_u(x;1) + f_d(x;0) + f_d(x;1)] \\ - \frac{\langle e_i^2 \rangle \alpha_s}{2} \frac{n_f}{\pi} N_f x \Delta G(x) + \frac{8}{9}x\bar{d}(x)f_{\bar{d}}(x) + \frac{2}{9}x\bar{u}(x)f_{\bar{u}}(x) + \frac{2}{9}x\bar{s}(x)f_{\bar{s}}(x) \quad (150)$$

Si bien los datos experimentales son tomados a diferentes valores de  $Q^2$  las asimetrías muestran una dependencia pequeña en la escala de energías, a diferencia de la función de estructura  $g_1(x, Q^2)$ . Es por ello que decidimos, para obtener las distribuciones polarizadas, realizar fits directamente sobre los datos experimentales de las asimetrías a un valor promedio de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ , valor para el cual se fijan los parámetros del modelo de dilución. En la proxima sección mostraremos la dependencia en  $Q^2$  de los datos experimentales comparados con la predicción de QCD a través de las ecuaciones de Altarelli-Parisi.

Para las distribuciones no polarizadas utilizamos el set de densidades MRSD- de Ref. [75], el cual está en perfecto acuerdo con los datos más recientes obtenidos por HERA en dispersión de electrones por protones, los cuales indican un comportamiento asintótico de la densidad de gluones a pequeño  $x$  más singular que el que se encuentra en otros sets de distribuciones.

Debido a las dos posibles explicaciones teóricas existentes para la diferencia entre los resultados experimentales y las predicciones de las reglas de suma de Ellis-Jaffe, dos sets de distribuciones son obtenidos, fijando los parámetros libres del modelo de dilución de spin de las siguientes maneras:

i) En el primer set (LP1), el desacuerdo entre la predicción de la regla de suma de Ellis-Jaffe para  $\Gamma_1^p$  (incluyendo las correcciones de QCD a un loop)

$$\Gamma_1^p |_{\text{Ellis-Jaffe}} = \frac{F+D}{12} \left[ \left(1 - \frac{\alpha_s}{\pi}\right) + \frac{1}{3} \frac{3F/D - 1}{F/D + 1} \left(5 - \frac{\alpha_s}{\pi} (1 - 4C_F)\right) \right] = 0.1766 \pm 0.006 \quad (151)$$

y el valor experimental presentado por SMC es atribuido, tal como es comunmente aceptado, a la contribución gluónica a  $g_1^p$

$$\Delta\Gamma_1^{\text{gluón}} = \int_0^1 dx \frac{\langle e_i^2 \rangle}{2} \frac{\alpha_s}{2\pi} n_f \Delta G(x) \quad (152)$$

que significa

$$\Gamma_1^p |_{\text{Ellis-Jaffe}} - \Delta\Gamma_1^{\text{gluón}} = \Gamma_1^p |_{\text{SMC}} \quad (153)$$

e implica

$$\Delta\Gamma_1^{\text{gluón}} = 0.040 \quad (154)$$

Este resultado es considerablemente menor al que presentamos en Ref. [67] ( $\Delta\Gamma_1^{\text{gluón}} = 0.063$ ) debido a los nuevos valores para  $\Gamma_1^p$  hallados por SMC y los más recientes datos para el decaimiento  $\beta$  [57] parametrizados en términos de F y D.

Una vez que el parámetro de la función de dilución de gluones es fijado para satisfacer el valor en Ec. (154), los otros parámetros libres del modelo se fijan para realizar el mejor fit a los datos en las asimetrías y las reglas de suma.

ii) La otra situación extrema es contemplada en el segundo set (LP2) donde  $\Delta\Gamma_1^{\text{gluón}}$  es forzada a ser cero. En este set, la diferencia en las reglas de suma es atribuida a una polarización negativa importante del mar extraño, o sea

$$\Delta\Gamma_1^s = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\alpha_s}{\pi} C_F\right) \int_0^1 dx \Delta s \quad (155)$$

fijada por

$$\Gamma_1^p |_{\text{Ellis-Jaffe}} + \Delta\Gamma_1^s = \Gamma_1^p |_{\text{SMC}} \quad (156)$$

Esta ecuación obliga a que la contribución del mar extraño sea negativa, a diferencia de la predicción "radiativa" del modelo de dilución. Este hecho implica que sea necesario forzar al modelo (cambiando el parámetro y el signo de la distribución polarizada) para poder realizar el set.

En Tabla (III.1) mostramos los parámetros del modelo de dilución resultantes del fit global

Parámetro	Set LP1	Set LP2
$a_{u_v,0} = a_{\bar{u}}$	0.150	0.170
$a_{u_v,1}$	0.013	0.003
$a_{d_v,0} = a_{\bar{d}}$	0.600	0.600
$a_{d_v,1}$	0.100	0.100
$a_{\bar{s}}$	$10a_{\bar{u}}$	0.050
$a_g$	0.055	—

Tabla III.1 : Parámetros del modelo de dilución de spin

En las Figuras (III.2 -III.4) mostramos los resultados obtenidos para las asimetrías de protón, neutrón y deuterón (en el set LP1) comparados con los datos experimentales existentes a Junio de 1994 y con las densidades definidas en Ref. [66] en el marco del modelo de dilución pero sin incorporar la polarización de los gluones. Como puede verse en las figuras, este último set da una buena descripción para la asimetría del protón pero falla al reproducir las de neutrón y deuterón. Los resultados en el set LP2 son coincidentes con los del set LP1 y por lo tanto no se muestran en las figuras. Indicamos, además, que los sets están en perfecto acuerdo con los datos preliminares obtenidos en SLAC por la colaboración E143 tanto para protón, neutrón como deuterón. En el caso del protón, el resultado obtenido por E143 para el primer momento de la función de estructura polarizada (a un valor de la escala de energías considerablemente menor) muestra un muy buen acuerdo con el presentado por SMC, al llevarlos a un valor común de  $Q^2$ . En el caso del neutrón hay diferencias considerables entre los resultados de ambas colaboraciones, como veremos, debido a problemas en la extrapolación utilizada por E143 (al igual que para E142).

En el Capítulo V mostraremos los resultados del ajuste al utilizar un esquema de factorización diferente al usado hasta aquí y los compararemos con los datos más recientes.

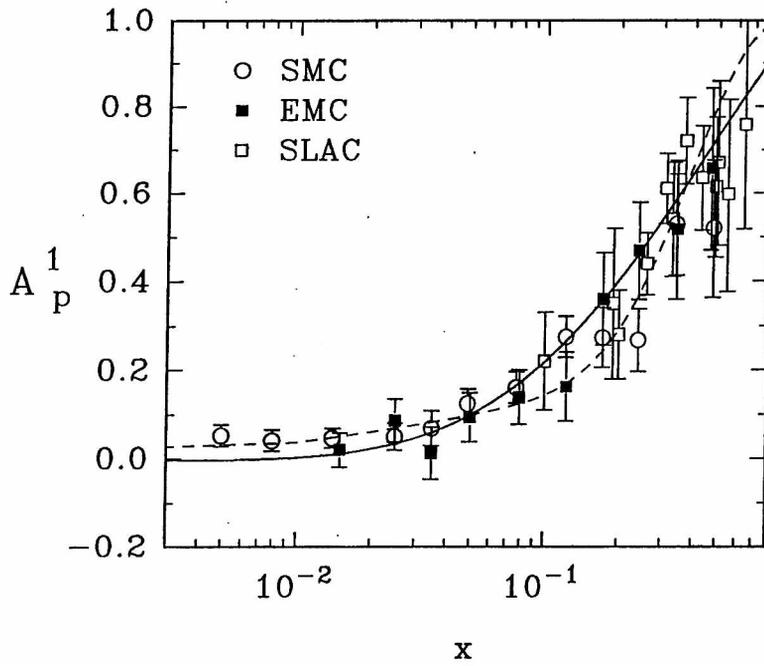


Figura III.2: Asimetría del protón en el set LP1 (sólido) y Ref. [66] (rayas)

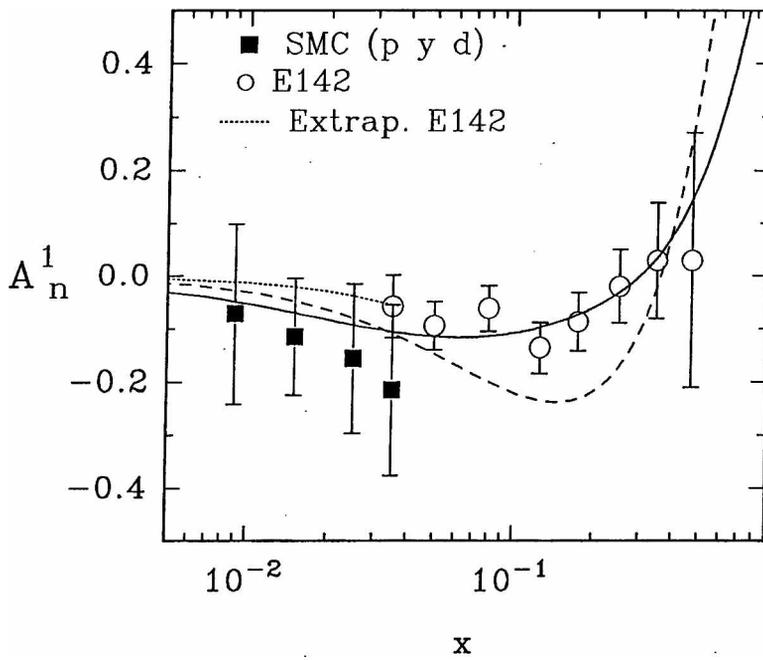


Figura III.3: Asimetría del neutrón en el set LP1 (sólido), Ref. [66] (rayas) y extrapolación utilizada por E142 (puntos)

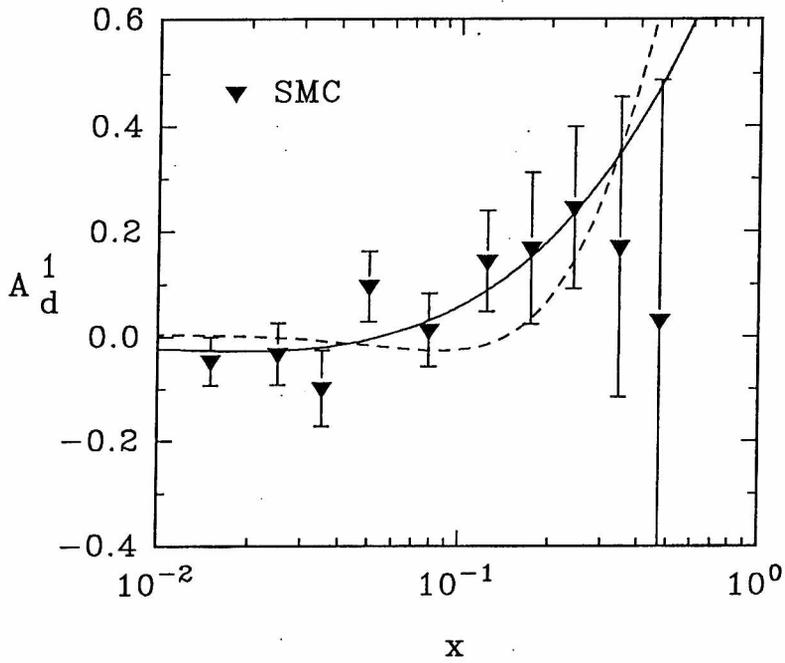


Figura III.4: Asimetría del deuterón en el set LP1 (sólido) y Ref. [66] (rayas)

En la Fig. (III.5) pueden observarse las densidades polarizadas para los quarks de valencia y los gluones en el set LP1 mientras que en Fig. (III.6) se muestran las densidades polarizadas para el mar en el mismo set.

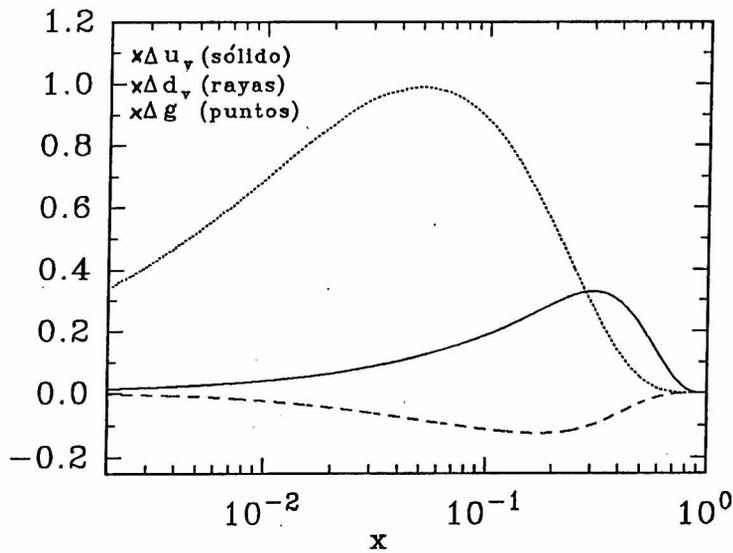


Figura III.5: Distribuciones polarizadas de valencia y gluones

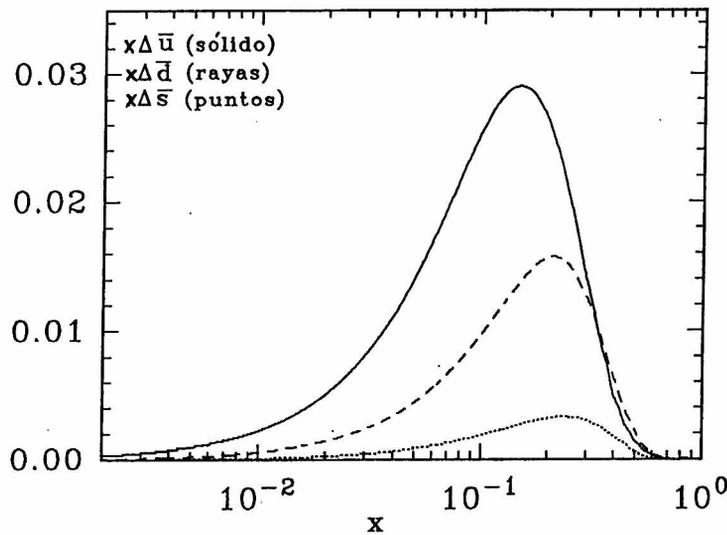


Figura III.6: Distribuciones polarizadas del mar

En esta última figura puede verse una de las características principales de los sets (en general del modelo de dilución de spin): a diferencia de las otras distribuciones existentes, éstos no mantienen la simetría SU(3) del mar polarizado. Esta diferencia, no apreciable en dispersión inelástica profunda, tendrá consecuencias muy importantes en futuros experimentos de Drell-Yan, como mostraremos en el próximo capítulo.

En Tabla (III.2) comparamos diferentes sets a través del cómputo del correspondiente  $\chi^2$ . Las parametrizaciones tomadas de Ref. [76, 61] contienen densidades de gluones polarizados dando valores de  $\chi^2$  del orden de 50% mas que en nuestros sets. Es conveniente notar que cerca de la mitad de la contribución al  $\chi^2$  proviene de la comparación con los datos de SMC a  $x$  medio, donde nuestros sets dan buena cuenta de los datos de los otros experimentos.

Experimento	Nº de datos	$\chi^2$			
		LP1	LP2	Ref. [61]	Ref. [76]
E80 $A_1^p$	4	1.43	1.53	3.56	2.78
E130 $A_1^p$	8	3.43	3.41	13.12	4.45
EMC $A_1^p$	10	3.94	3.89	8.64	9.50
SMC $A_1^d$	11	5.65	5.60	4.63	5.41
E142 $A_1^n$	8	3.27	3.38	5.86	5.42
SMC $A_1^p$	12	22.98	20.89	22.33	32.52
Total	53	40.07	38.07	58.14	60.08

Tabla III.2 Comparación de  $\chi^2$  para distintos sets

En Tabla (III.3) se muestran los valores para los momentos  $\Gamma_1^N$  obtenidos integrando las distribuciones, junto a los reportados por las colaboraciones experimentales (donde se suponen extrapolaciones para los dominios de  $x$  pequeño y grande). Para las reglas de suma mostramos las predicciones corregidas por la anomalía, incluyendo, para ser consistente, las correcciones perturbativas a 1 loop, que es al orden al que se realiza el set.

	Resultados Experimentales	Regla de suma	Parametrizaciones			
			LP1	LP2	Ref. [61]	Ref. [76]
$\Gamma_1^p - \Gamma_1^n$	SMC+EMC $0.204 \pm 0.029$	0.193	0.194	0.194	0.205	0.210
$\Gamma_1^d$	SMC $0.023 \pm 0.020$	0.035	0.034	0.037	0.033	0.030
$\Gamma_1^p$	SMC $0.136 \pm 0.011$	0.136	0.135	0.137	0.139	0.139
$\Gamma_1^p$	E143 $0.139 \pm 0.010$	0.136	0.135	0.137	0.139	0.139
$\Gamma_1^n$	E142 $-0.031 \pm 0.011$	-0.056	-0.059	-0.057	-0.066	-0.071
$F/D$	$0.573 \pm 0.01$	-	0.577	0.576	0.578	0.549
$F + D$	$1.257 \pm 0.003$	-	1.265	1.265	1.357	1.375

**Tabla III.3** Momentos de las distribuciones

Como es conocido, los datos experimentales de las asimetrías están medidos a diferentes valores de  $Q^2$  e incluso los valores medios de  $Q^2$  de los distintos experimentos (al valor al cual se presentan los resultados para  $\Gamma_1^N$ ) difieren entre sí. Sin embargo, utilizando el hecho experimental de que las asimetrías dependen poco de  $Q^2$ , es posible referir todos los resultados a un valor medio haciendo un reanálisis de los datos en la forma

$$\Gamma_1^N(Q^2 = 10) = \int_0^1 g_1^N(x, Q^2 = 10) dx = \int_0^1 F_1^N(x, Q^2 = 10) A_1^N(x, Q^2 |_{exp}) dx \quad (157)$$

donde  $F_1^N(x, Q^2 = 10)$  es conocida de datos no polarizados. Así, los valores presentados en Tabla (III.2) corresponden al mismo valor de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ .

En  $\Gamma_1^n$  es el único caso donde encontramos una discrepancia entre nuestros sets y los resultados presentados por los experimentos. Ya que ambos sets muestran un muy buen acuerdo con los datos de E142 (y también con los datos preliminares de E143) para la asimetría, la discrepancia se debe al comportamiento supuesto en la zona de pequeño  $x$  (correcciones de higher twists deben ser despreciables a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  donde el análisis es realizado).

En E142 (y E143), la extrapolación comienza a un valor de  $x$  relativamente alto ( $x = 0.03$ ) comparado con el caso de SMC ( $x = 0.003$ ), de tal manera que la diferencia puede ser

sustancial. Este es el caso, como puede verse en Tabla III.4 donde las contribuciones en la zona de  $x$  no medida están tabuladas, comparando los resultados obtenidos por nuestras parametrizaciones con los presentados por los experimentos.

	Valor de la extrapolación	Parametrizaciones	
		LP1	LP2
$\Gamma_1^p - \Gamma_1^n  _{x < 0.006}$	SMC+EMC $0.007 \pm 0.007$	0.008	0.010
$\Gamma_1^d  _{x < 0.006}$	SMC $-0.003 \pm 0.003$	-0.006	-0.003
$\Gamma_1^n  _{x < 0.03}$	E142 $-0.009 \pm 0.006$	-0.031	-0.030
$\Gamma_1^p  _{x < 0.003}$	SMC $0.004 \pm 0.002$	-0.002	0.002

**Tabla III.4** Extrapolaciones para el momento de  $g_1$

Como se observa, hay una diferencia significativa entre el valor supuesto por la extrapolación de E142 (el caso de E143 es similar) y aquellos producidos por el comportamiento de las distribuciones en nuestros sets. Debemos recordar que este comportamiento, en el modelo de dilución de spin, depende de tres factores: el comportamiento de las distribuciones de partones no polarizados, los límites en las distribuciones dependientes de spin, y los parámetros fijados por los datos existentes, lo cual incluye los datos de otros experimentos a pequeño  $x$ . Entre los dos sets hay una diferencia de comportamiento que proviene de la importancia relativa que tienen los gluones y quarks del mar en cada set, ilustrada por la contribución al momento de la función de estructura del protón en Tabla (III.4). Esta contribución es negativa en el set LP1 (dominado por gluones) mientras que es positiva para el set LP2, debido a una conspiración entre los quarks del mar.

En el caso del neutrón, puede realizarse el análisis a pequeño  $x$  utilizando los datos combinados de protón y deuterón de SMC como se muestra en Fig.(III.3), donde se los comparan con el comportamiento a bajo  $x$  del set LP1 y la extrapolación utilizada por E142. Esta extrapolación, a pesar de estar dentro de los errores experimentales, muestra una subestimación respecto del valor central, y por lo tanto, da como resultado un valor menor, en módulo, al que corresponde a la regla de suma corregida por la anomalía. Incidentalmente, el valor presentado por E142 está en acuerdo con el resultado de Ellis-Jaffe sin correcciones dando como resultado una discrepancia muy importante entre los resultados obtenidos por la colaboración SMC y el grupo de SLAC. En este trabajo atribuimos entonces esta discrepancia a la extrapolación utilizada, confiando en el valor presentado por SMC para el neutrón, obtenido combinando los datos existentes de protón y deuterón (que llegan a valores de  $x \approx 0.006$ ), que es [8]

$$\Gamma_1^n |_{SMC} = -0.069 \pm 0.025 \tag{158}$$

en acuerdo con las predicciones de nuestros sets (actualmente, datos preliminares de SMC de 1995 con mayor precisión sobre deuterón confirman la extrapolación de nuestros sets).

De esta manera, los resultados obtenidos por los distintos grupos experimentales se vuelven compatibles entre sí al cambiar la extrapolación utilizada por E142. Por último indicamos que en el caso del set LP1, el spin llevado por los quarks es  $\Sigma = 0.63$ , en acuerdo con las predicciones teóricas, mientras que ambos sets se muestran en acuerdo con la regla de suma de Bjorken.

### III.5 Dependencia en $Q^2$ de las asimetrías

Como indicamos anteriormente, los sets de distribuciones polarizadas están definidos para un valor fijo de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ . Sin embargo, es necesario obtener las densidades para distintos valores del impulso transferido, ya que los datos experimentales son a distintos  $Q^2$  y también para poder realizar predicciones para otros procesos. Para ello utilizamos las ecuaciones de Altarelli-Parisi a un loop (como veremos esto trae aparejado ciertas inconsistencias que serán resueltas en el Capítulo VI, pero resultan útiles para realizar una primera aproximación al problema), evolucionando desde el valor inicial al que se definieron los sets. Para resolver estas ecuaciones integro-diferenciales acopladas realizamos un programa que utiliza el método de Adams, definiendo las densidades en una red bidimensional para los valores de  $x$  y de  $Q^2$ , e integrando a través del método de Simpson. La división mínima a la que es posible acceder con el programa, en la variable de Bjorken  $x$ , es  $x_{min} = 0.0002$  alcanzando a cubrir, de esta manera, todo el rango en el cual hay datos experimentales. En cuanto al intervalo en  $Q^2$  utilizado para realizar la evolución, por ejemplo de  $10 \text{ GeV}^2$  a  $100 \text{ GeV}^2$ , encontramos que es suficiente una división de  $\Delta Q^2 = 1 \text{ GeV}^2$  para lograr resultados con una precisión del orden del 3%.

Teniendo en cuenta que el rango de  $Q^2$  en el que se encuentran la mayoría de los datos de EMC es entre  $4$  y  $30 \text{ GeV}^2$ , en Figuras (III.7) y (III.8) mostramos las curvas obtenidas para las asimetrías del protón evolucionadas con las ecuaciones de Altarelli-Parisi para distintos valores de energías.

Como puede observarse en las figuras, encontramos que la dependencia en  $Q^2$  es mayor en el set LP1. Esto es debido a la importancia de los gluones, que son los que dominan la evolución en ese set, mientras que en el set LP2 la evolución es muy suave ya que sólo hay densidades de quarks al valor inicial.

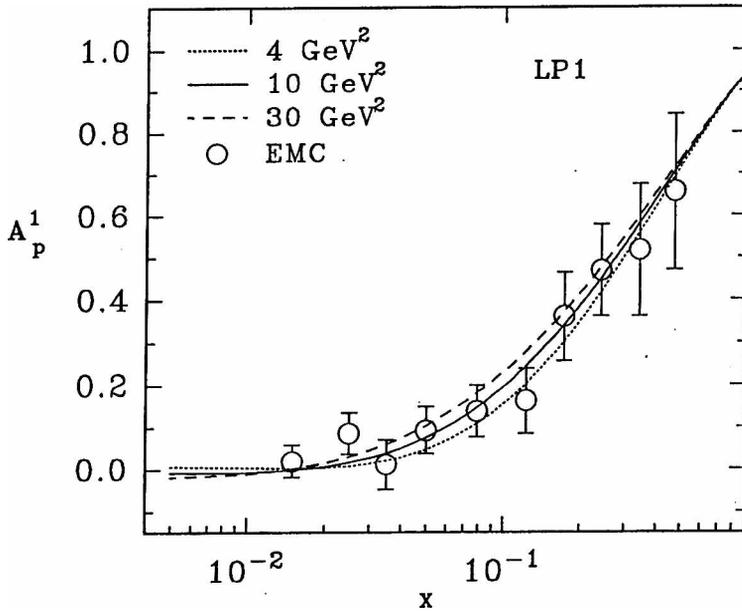


Figura III.7: Asimetría del protón en el set LP1

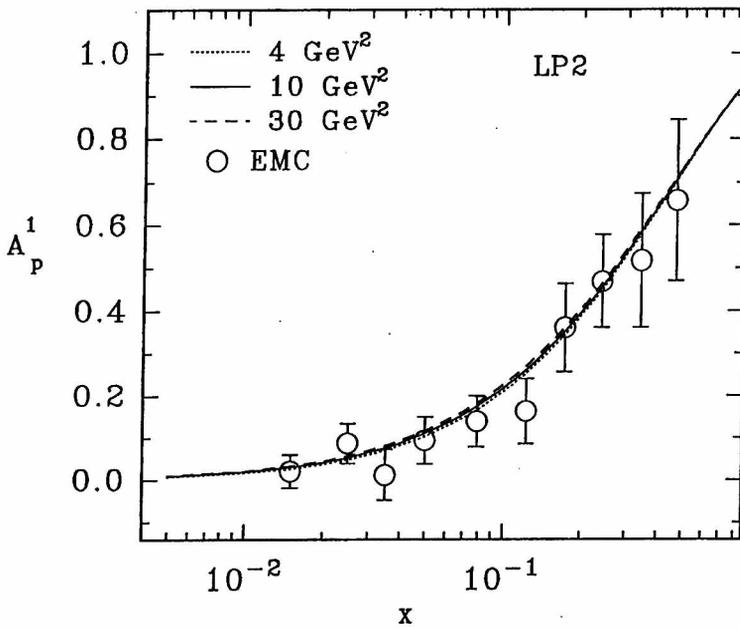


Figura III.8: Asimetría del protón en el set LP2

Para confirmar la independencia de las asimetrías en  $Q^2$ , dentro de los errores experimentales, mostramos en Figuras (III.9) y (III.10) el comportamiento obtenido por EMC, junto

con la predicciones teóricas utilizando nuestros sets para dos valores medios de  $x$  [77].

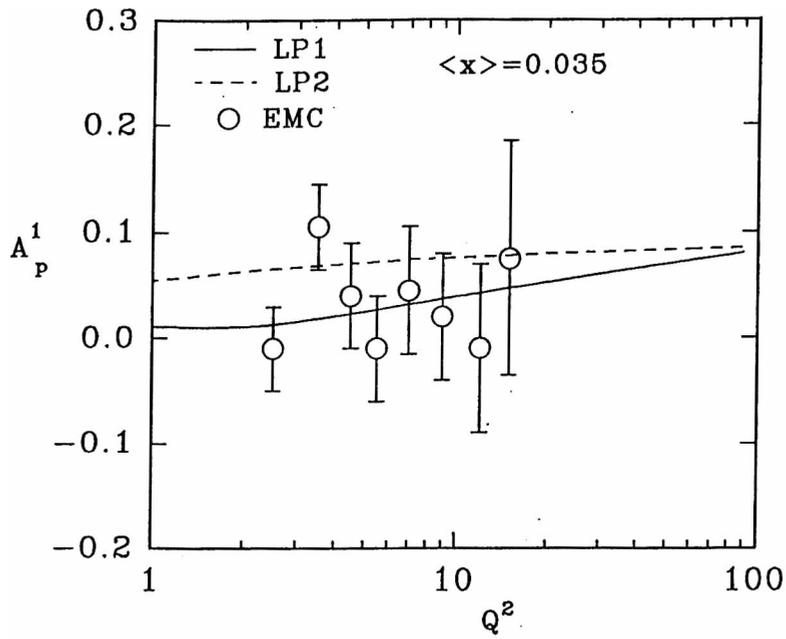


Figura III.9: Asimetría del protón en  $Q^2$  para  $\langle x \rangle = 0.035$

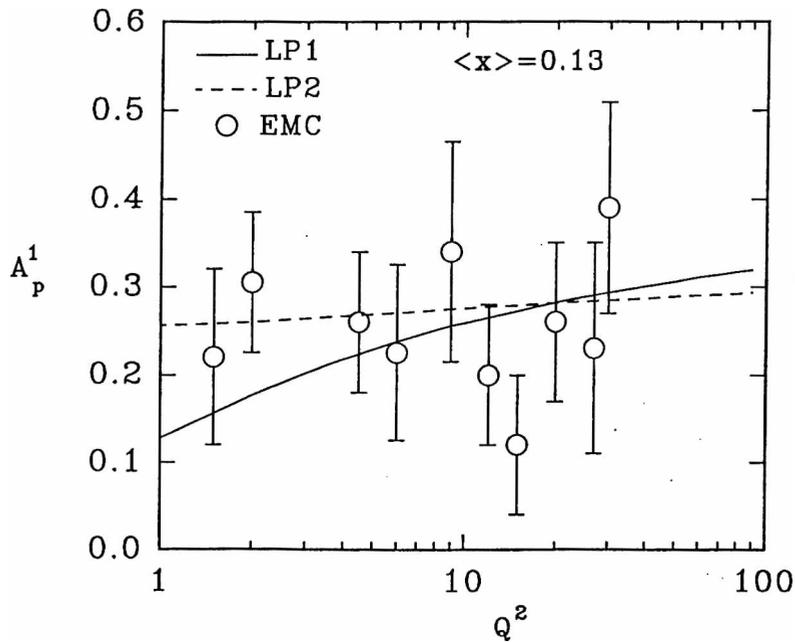


Figura III.10: Asimetría del protón en  $Q^2$  para  $\langle x \rangle = 0.13$

Los resultados teóricos son compatibles con los experimentales, constituyéndose en otra

prueba de la validez de QCD (al menos dentro de la aproximación que significa utilizar para la evolución los núcleos de Altarelli-Parisi a 1 loop). Por otra parte se observa, que los últimos son también compatibles, dentro de los errores, con un comportamiento constante en  $Q^2$ , aunque es de esperar que una medición más precisa permita, en el futuro, discriminar entre los dos cuadros extremos.

Aparte de la simplificación en el trabajo que significa considerar que no hay dependencia con  $Q^2$  en las asimetrías, hay otro hecho que hace compleja la corrección de los datos por dependencia en  $Q^2$  y es la falta de los núcleos de Altarelli-Parisi a dos loops. Para que un cálculo de QCD esté bien definido a un loop (donde está definido el esquema de factorización), es necesario contar con las ecuaciones de evolución a dos loops.

Puede verse la importancia de esto último en  $g_1$ . Si a un cierto valor  $Q_0^2$  no hay polarización de gluones, entonces, para ese  $Q_0^2$ , ambos esquemas de factorización definidos anteriormente (DIS y AS) son idénticos (ya que no habría corrección por la anomalía y las expresiones para  $g_1$  coincidirían). Sin embargo, si utilizáramos, para obtener las densidades a otro  $Q^2$ , las ecuaciones de Altarelli-Parisi a un loop, que son las mismas en ambos esquemas, obtendríamos las mismas distribuciones para ambos esquemas, con densidad de gluones polarizados distinta de cero a ese  $Q^2$ . De tal manera que ahora el resultado de  $g_1$  en el esquema DIS será distinto del obtenido en el esquema AS, que incluirá la corrección anómala de los gluones, dando lugar a una dependencia en el esquema de factorización de la función de estructura polarizada que se mide en los experimentos. Es sabido que al cortar la serie perturbativa a  $n$ -loops puede aparecer una dependencia en el esquema de factorización, pero ésta debe ser de orden  $n+1$ . En el caso aquí citado, la diferencia es del mismo orden al que está definido el esquema. El problema se soluciona claramente utilizando las ecuaciones de Altarelli-Parisi a dos loops, que son distintas para ambos esquemas compensando la diferencia en la definición de las densidades.

Lamentablemente, los núcleos de las ecuaciones de evolución son conocidos solamente a un loop en el caso de los gluones y a dos loops en el de los quarks [78]. A pesar de ello, en el Capítulo VI mostraremos una forma alternativa para realizar la evolución, teniendo en cuenta las correcciones completas para  $g_1$  a dos loops, y analizando su influencia sobre los datos experimentales.

Para terminar, analizamos la dependencia en  $Q^2$  de la función de estructura polarizada en el rango de pequeño  $x$ . Para el set LP2 la dependencia es muy suave, a diferencia del set LP1 donde es bastante más pronunciada. La dependencia en este último caso es predecible teniendo en cuenta que, al aumentar  $Q^2$ , aumenta la distribución de gluones a  $x$  pequeño (que tiene una contribución negativa a  $g_1$ ), mientras que disminuye la contribución de valencia en ese rango de la variable de Bjorken. De tal manera es de esperar que  $g_1$  disminuya al

aumentar  $Q^2$  en el límite de  $x$  tendiendo a cero.

Este comportamiento es el que se encuentra en Figura (III.11) donde mostramos los resultados para  $xg_1$  para distintos valores de  $Q^2$ . Las intersecciones de las distintas curvas para valores de  $x$  del orden de 0.01 y 0.25 están en completo acuerdo con los que se presentan en Ref. [60, 79] y son prácticamente independientes de  $Q^2$  y de los sets utilizados, mostrándose como una propiedad intrínseca de las ecuaciones de Altarelli-Parisi.

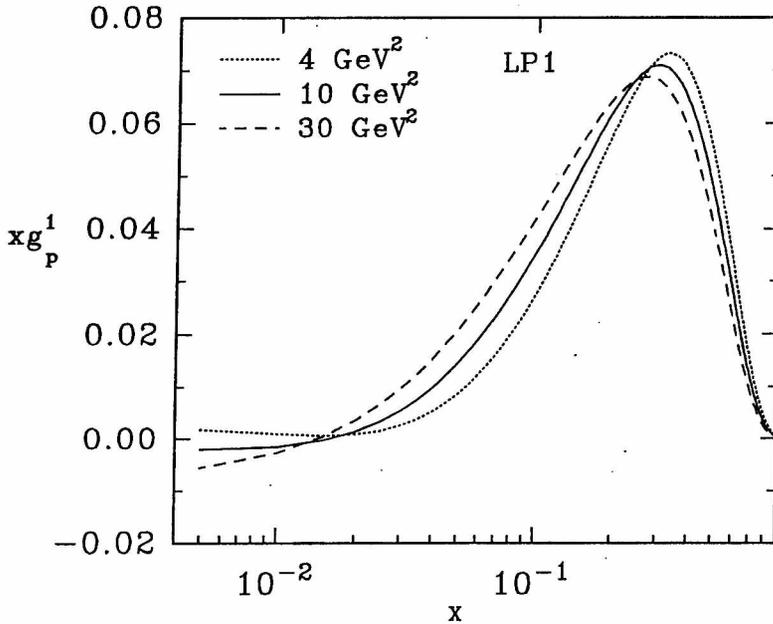


Figura III.11: Dependencia de  $xg_1$  en  $Q^2$

Como veremos en el Capítulo VI, si bien las características cualitativas de la evolución en  $Q^2$  presentadas en esta sección son las mismas que se observan al utilizar el método alternativo que presentaremos y que tiene en cuenta en forma efectiva la evolución a orden NLO, algunas modificaciones cuantitativas aparecen, sobre todo en el rango cinemático de pequeño  $x$  donde los efectos de la evolución se tornan más importantes.

## IV Asimetrías de polarización en otros procesos

Como vimos en el capítulo anterior, no es posible, utilizando solamente los resultados de dispersión inelástica profunda, discriminar entre los escenarios extremos propuestos para entender la no verificación de las reglas de suma de Ellis-Jaffe. Por ello, es absolutamente necesario encontrar otros procesos donde la diferencia entre las predicciones con gluones y mar extraño polarizado sea suficientemente grande como para permitir realizar una medición.

Debido a que la contribución de gluones aparece recién en el cálculo de las correcciones a orden  $\alpha_s$ , es necesario realizar predicciones NLO para determinar la importancia del término gluónico. Como a este orden las expresiones dependen del esquema de factorización elegido para definir las densidades de partones, es imprescindible utilizar el esquema en forma coherente.

Una gran cantidad de procesos han sido propuestos para obtener información sobre la estructura polarizada del nucleón con mayor precisión, siendo los más eficientes aquellos que consisten en la colisión de hadrones a altas energías.

En esta sección presentaremos las predicciones para procesos polarizados de Drell-Yan, para producción de fotones con alto impulso transversal y para la excitación de  $J/\psi$  en colisiones  $pp$ , utilizando ambos sets de distribuciones de partones polarizadas, concluyendo que son adecuados para desentrañar el problema del spin del nucleón. Además mostraremos como un mal uso del esquema de factorización llevó a conclusiones erróneas.

### IV.1 Drell-Yan polarizado

Los procesos de Drell-Yan [80] consisten en la colisión de haces (o un haz contra un blanco) de hadrones que forman en el estado final un par leptón-antileptón más fragmentos hadrónicos. El diagrama a orden más bajo que contribuye a este proceso se muestra en la Fig. (IV.1), donde puede observarse que la sección eficaz es proporcional al producto de la densidad de quarks total por la densidad de quarks del mar.

El estudio de estos procesos a jugado un papel muy importante en la determinación de

funciones de estructura no polarizadas y correcciones de QCD, especialmente en el caso en que es necesario conocer las densidades de quarks del mar. Por ejemplo, es el experimento indicado para analizar la “ruptura de simetría SU(2)” del mar [55] o la importancia de efectos nucleares en el caso en que los hadrones involucrados no son simplemente nucleones [56].

Es interesante entonces conocer cuál es el comportamiento de las secciones eficaces de Drell-Yan en el caso en que ambos hadrones están polarizados longitudinalmente.

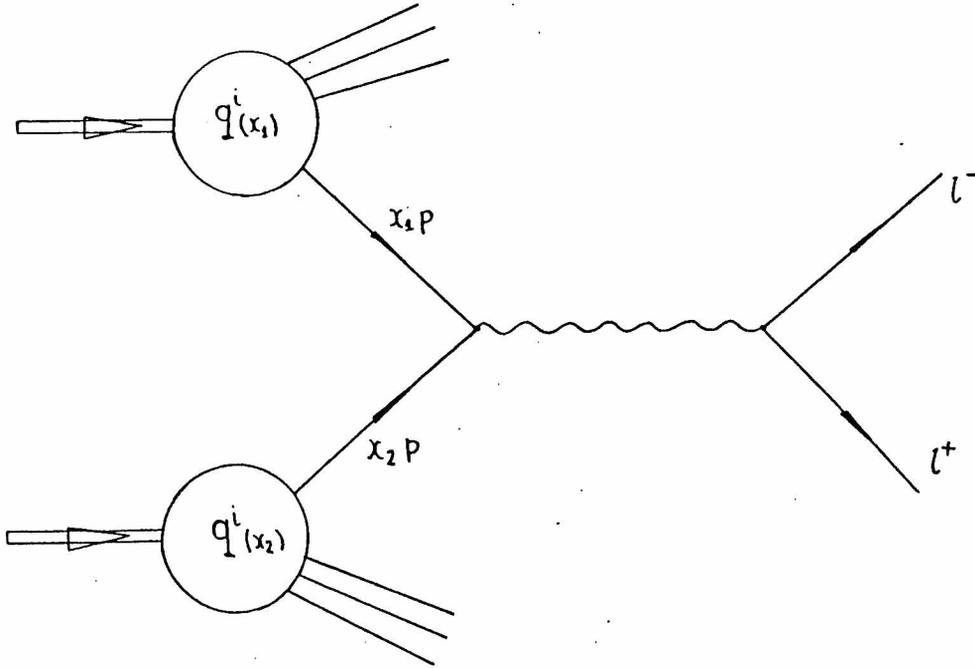


Figura IV.1: Proceso de Drell-Yan al orden más bajo

En este caso se puede definir la asimetría longitudinal de spin-spin mediante

$$A_{LL}^{DY} = \frac{d\sigma \uparrow\uparrow / dQ^2 - d\sigma \uparrow\downarrow / dQ^2}{d\sigma \uparrow\uparrow / dQ^2 + d\sigma \uparrow\downarrow / dQ^2} \quad (159)$$

donde  $d\sigma \uparrow\uparrow$  ( $d\sigma \uparrow\downarrow$ ) denota la sección eficaz para la configuración donde el spin de los protones están paralelos (antiparalelos), y  $Q^2$  es la masa invariante al cuadrado del par de leptones salientes.

La sección eficaz no polarizada a NLO [34] en el esquema DIS es

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{DY}}{dQ^2} = & \frac{4\pi\alpha^2}{9sQ^2} \int_0^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_0^1 \frac{dx_2}{x_2} \sum_i \{ [e_i^2 q^i(x_1, t) \bar{q}^i(x_2, t) + (1 \leftrightarrow 2)] \\ & \times [\delta(1-z) + \theta(1-z)\alpha_s w_q(z)] + (e_i^2 [q^i(x_1, t) + \bar{q}^i(x_1, t)] \\ & \times G(x_2, t) + (1 \leftrightarrow 2))\theta(1-z)\alpha_s w_G(z) \} \end{aligned} \quad (160)$$

donde

$$\begin{aligned} w_q(z) &= \frac{4}{6\pi} \left[ \left(1 + \frac{4}{3}\pi^2\right)\delta(1-z) + \frac{3}{(1-z)_+} + 2(1+z^2) \left[ \frac{\log(1-z)}{1-z} \right]_+ - 6 - 4z \right] \\ w_G(z) &= \frac{1}{4\pi} \left[ (2z^2 - 2z + 1) \log(1-z) - \frac{9}{2}z^2 - 5z + \frac{3}{2} \right] \end{aligned} \quad (161)$$

y

$$z = \frac{\tau}{x_1 x_2} = \frac{Q^2}{s x_1 x_2} \quad (162)$$

Ya que la expresión corresponde al esquema de factorización DIS, los coeficientes  $w$  no son otros que las diferencias entre los calculados en procesos de Drell-Yan y los que corresponden a la función de estructura  $F_2$ , para que en ese esquema esta última mantenga su expresión partónica.

Debido a el coeficiente del término proporcional a  $\delta(1-z)$ , se sabe que las correcciones de primer orden en el caso no polarizado son importantes, alcanzando al 60% de la expresión partónica [34].

En el mismo esquema de factorización, la expresión para el caso polarizado se obtiene de la Ec. (160) cambiando el signo para  $d\Delta\sigma/dQ^2$  (debido a la conservación de la helicidad) y con los reemplazos [35]

$$\begin{aligned} q &\rightarrow \Delta q, & \bar{q} &\rightarrow \Delta \bar{q}, & G &\rightarrow \Delta G \\ w_{q\bar{q}} &\rightarrow \Delta w_{q\bar{q}} = w_{q\bar{q}} + \frac{8}{6\pi}(1+z) \\ w_{qG} &\rightarrow \Delta w_{qG} = \frac{1}{4\pi} \left[ (2z-1) \log(1-z) - \frac{3}{2}z^2 + 3z - \frac{1}{2} \right] \end{aligned} \quad (163)$$

Utilizando estos resultados, en Ref. [76] los autores señalan las siguientes características para la asimetría: debido a que  $\Delta w_{qG}$  es pequeña respecto a los términos proporcionales a  $\delta(1-z)$  de la parte de quarks, es de esperar que la contribución gluónica sea despreciable comparada con la de los quarks del mar. De esta forma, este parecería ser el experimento ideal para obtener la polarización del mar extraño si uno supone simetría SU(3) del mar. Bajo esta suposición y utilizando los sets de Ref. [76], se obtienen las predicciones en Fig. (IV.2) para la asimetría correspondiente a una energía en el centro de masa  $\sqrt{s} = 27 \text{ GeV}$ .

De esta manera, la asimetría es negativa en la ausencia de mar polarizado al valor de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ , debido a que el mar generado dinámicamente por la evolución de Altarelli-Parisi es positivo. Por el contrario, la asimetría es positiva en el caso de que los gluones no están polarizados y los quarks del mar si lo están, al menos en el rango experimentalmente accesible  $\tau < 0.5$ . Así, aún la medición del signo de la asimetría sería útil y permitiría discernir entre gluones o mar polarizado.

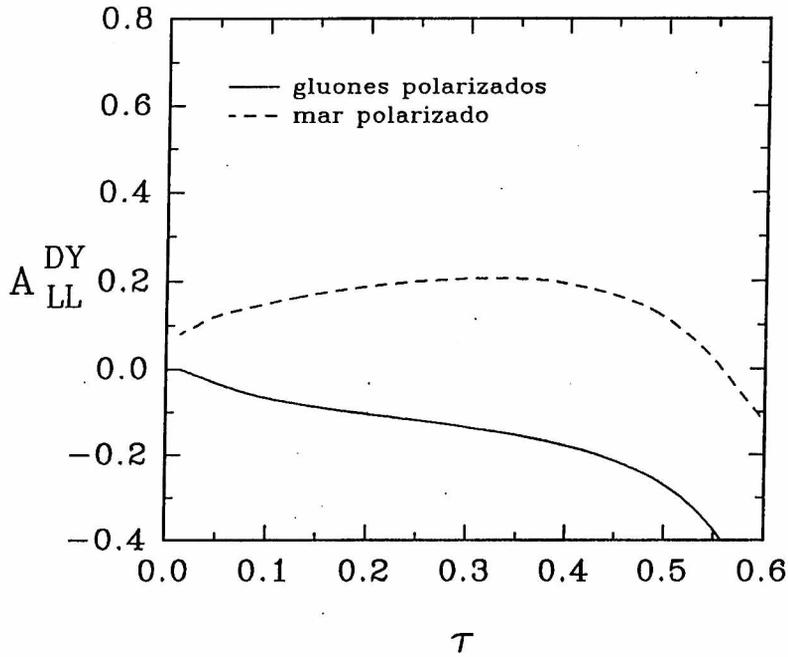


Figura IV.2: Predicciones para la asimetría de Drell-Yan en Ref. [76]

En base a esta predicción se han realizado algunas propuestas experimentales destinadas a medir la asimetría de Drell-Yan polarizada [81]. La mayor dificultad de este experimento es conseguir polarizar un haz de protones para realizar la colisión sobre un blanco polarizado.

Realizando el análisis con mayor cuidado encontramos discrepancias con el resultado anterior [82]. En primer lugar hay un problema en la utilización del esquema de factorización: la expresión en ecuación (160) corresponde a un cálculo realizado en el esquema DIS, mientras que las densidades utilizadas en Ref. [76] son extraídas de los datos de dispersión inelástica profunda pero en el esquema AS (sólo en este esquema es justificable un set donde los gluones están polarizados mientras que el mar no). La expresión correcta para la asimetría en el esquema AS se obtiene simplemente reemplazando [82]

$$\Delta w_{qG} \rightarrow \Delta w_{qG} - \frac{1}{4\pi} \delta(1-z) \quad (164)$$

como surge de la relación entre las densidades definidas en cada esquema.

De esta manera, el coeficiente gluónico se vuelve importante y su contribución es comparable con la de los quarks del mar. En Fig. (IV.3) mostramos la predicción corregida utilizando los mismos sets con simetría SU(3) en el mar. La corrección cambia el signo de la asimetría en el escenario gluónico mientras que es pequeña en el caso del mar polarizado, al menos para valores de  $Q^2$  no muy altos. A medida que  $Q^2$  aumenta, se genera radiativamente una densidad de gluones polarizada que provoca una diferencia entre ambos esquemas, que

podría resolverse si se utilizaran las ecuaciones de Altarelli-Parisi a NLO completas. Así, no es posible discriminar entre gluones o mar polarizado simplemente midiendo el signo de la asimetría (ya que es siempre positiva) y la utilidad del experimento para este fin se ve considerablemente disminuída.

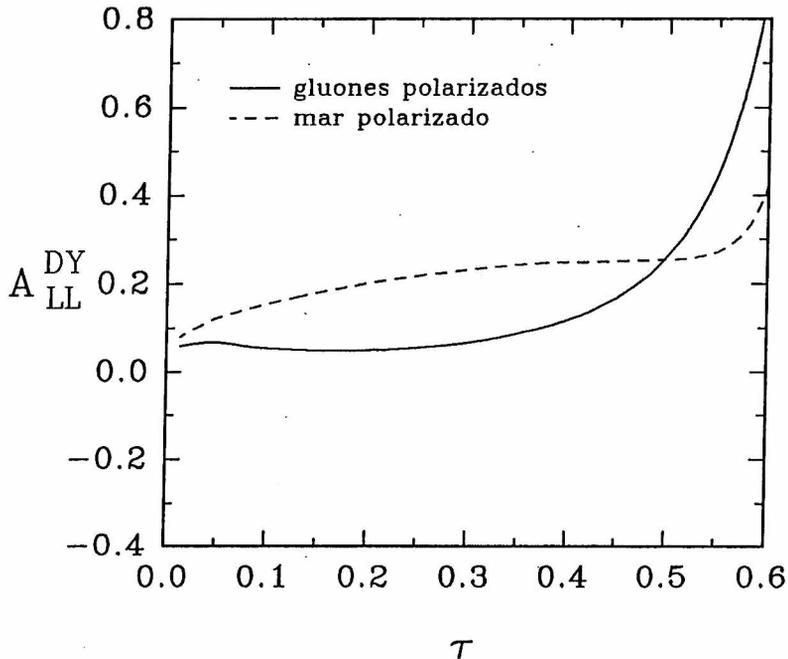


Figura IV.3: Predicciones para la asimetría de Drell-Yan en Ref. [76] corregidas

Existe además otra ambigüedad relacionada con la forma en que el spin está distribuido entre los quarks del mar, que reduce también el poder discriminativo del experimento acerca de las alternativas gluon-quark extraño polarizados, pero permite otra aplicación. Esta consiste en que sería posible obtener información acerca de la polarización de los distintos sabores del mar en procesos de Drell-Yan. En los sets propuestos en referencia [76] se supone una polarización del mar invariante SU(3) ( $\Delta u = \Delta d = \Delta s$ ). Otra posibilidad, implementada en nuestros sets, es que los quarks del mar no extraños estén polarizados paralelos a la polarización neta de los quarks de valencia y solamente los quarks extraños tengan polarización negativa. Las predicciones obtenidas utilizando los sets LP1 y LP2 se muestran en Fig. (IV.4). La diferencia entre ambas predicciones es despreciable debido a dos factores:

1. En nuestros sets, la polarización de gluones y mar extraño es considerablemente menor que la existente en los sets de Ref. [76] (ya que estas últimas son más antiguas),
2. la asimetría de Drell-Yan, al igual que en el caso no polarizado, mide básicamente la

contribución de los quarks  $u$  y  $d$  debido a que son los que tienen densidades de valencia importantes.

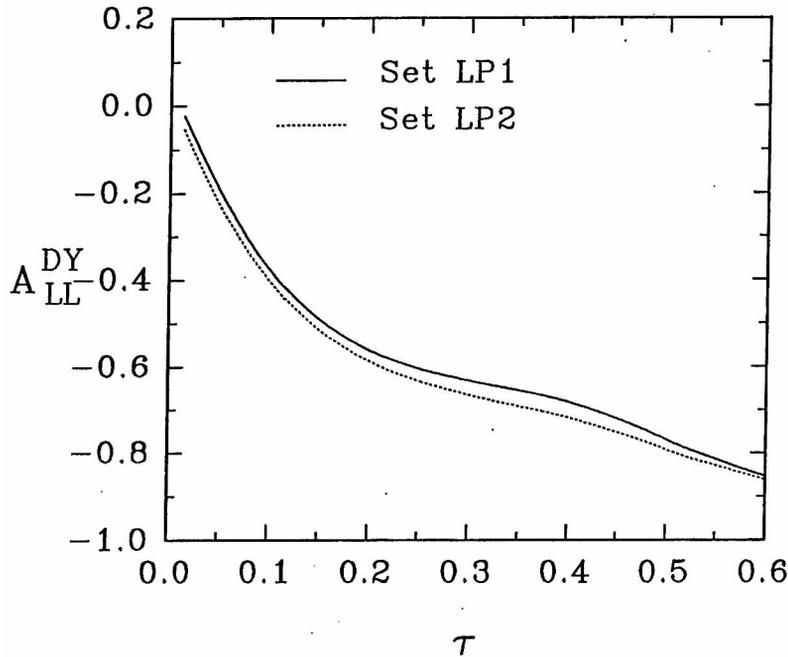


Figura IV.4: Predicciones para la asimetría de Drell-Yan utilizando los sets LP1 y LP2

Como se observa, en ambos casos la asimetría es negativa, a diferencia del caso en que se utilizan sets con simetría  $SU(3)$  en el mar. De esta manera, si bien el experimento no posibilita discriminar entre los escenarios gluón-mar extraño polarizado, es claramente muy útil para discernir si la polarización de los quarks del mar verifica invariancia  $SU(3)$  ( $A_{LL}^{DY} > 0$ ) ó no ( $A_{LL}^{DY} < 0$ ).

## IV.2 Producción de fotones con alto $p_T$

La medición de la producción directa de fotones con alto impulso transversal ( $p_T$ ) en reacciones  $pp$  no polarizadas es la prueba más clara para la densidad no polarizada de gluones en el protón, donde los cálculos teóricos muestran un buen acuerdo con los datos experimentales. En teoría de perturbaciones de QCD a LO, los fotones con alto impulso transversal son producidos como resultado de la colisión dura de un partón del protón del haz con uno proveniente del protón del blanco. En la dispersión partónica al orden más bajo, el fotón puede ser producido en dos canales diferentes : Compton  $qG \rightarrow \gamma q$  y aniquilación

$q\bar{q} \rightarrow \gamma G$ , donde los partones salientes sufren procesos de fragmentación convirtiéndose en jets de hadrones. Debido a que los subprocesos Compton dominan sobre los de aniquilación (básicamente por factores cinmáticos, aún siendo ambos orden  $\alpha_s$ ) la contribución gluónica se vuelve fundamental, siendo de esperar que lo mismo suceda en procesos polarizados.

Contribuciones de orden más alto han sido calculadas en el caso no polarizado, mostrando que la elección de la escala de energías que minimiza estas correcciones es  $Q^2 = p_T^2/2$  [83], la que usaremos también en el caso polarizado.

A LO [84], la sección eficaz invariante no polarizada para la reacción  $p + p \rightarrow \gamma + X$  tiene la forma,

$$E_\gamma d\sigma/dp_\gamma^3 = \frac{\alpha_{em}\alpha_s}{s} \int_{x_{min}}^1 dx_1 \frac{1}{x_1 x_2 (x_1 s + u)} \left[ \sum_i^{n_f} e_i^2 [q_i(x_1, Q^2) \bar{q}_i(x_2, Q^2) + (1 \leftrightarrow 2)] \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow \gamma G) + 2F_1(x_1, Q^2) G(x_2, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(qG \rightarrow \gamma q) + 2G(x_1, Q^2) F_1(x_2, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(qG \rightarrow \gamma q) \right] \quad (165)$$

donde  $F_1$  es la función de estructura no polarizada y

$$x_2 = -\frac{x_1 t}{x_1 s + u}, \quad x_{min} = -\frac{u}{s + t} \quad (166)$$

mientras que las secciones eficaces partónicas  $d\hat{\sigma}/d\hat{t}$  están dadas por

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow \gamma G) &= \frac{8}{9} \left[ \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right] \\ \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(qG \rightarrow \gamma q) &= -\frac{1}{3} \left[ \frac{\hat{t}}{\hat{s}} + \frac{\hat{s}}{\hat{t}} \right] \\ \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(Gq \rightarrow \gamma q) &= -\frac{1}{3} \left[ \frac{\hat{u}}{\hat{s}} + \frac{\hat{s}}{\hat{u}} \right] \end{aligned} \quad (167)$$

con las variables de Mandelstam que corresponden a los subprocesos partónicos

$$\hat{s} = x_1 x_2 s, \quad \hat{t} = x_1 t, \quad \hat{u} = x_2 u \quad (168)$$

Para interacciones polarizadas  $pp$  puede computarse la diferencia de secciones eficaces polarizadas  $\Delta\sigma_{pp} = \frac{1}{2} [\sigma_{pp}(\uparrow\uparrow) - \sigma_{pp}(\uparrow\downarrow)]$ , donde  $\sigma_{pp}(\uparrow\uparrow)$  denota la sección eficaz cuando los dos protones incidentes tienen su spin orientados en la dirección de movimiento de los protones en el sistema centro de masa  $pp$ .

La diferencia de las secciones eficaces inclusivas  $E_\gamma d^3\Delta\sigma/dp_\gamma^3$  se obtiene de la no polarizada a través de los reemplazos [85]

$$q \rightarrow \Delta q, \quad \bar{q} \rightarrow \Delta\bar{q}, \quad G \rightarrow \Delta G, \quad F_1 \rightarrow g_1 \quad (169)$$

en forma similar al caso de Drell-Yan.

Las secciones eficaces partónicas polarizadas han sido calculadas en QCD al orden más bajo y están dadas por

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Delta\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(q\bar{q} \rightarrow \gamma G) &= -\frac{8}{9} \left[ \frac{\hat{t}}{\hat{u}} + \frac{\hat{u}}{\hat{t}} \right] \\
 \frac{d\Delta\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(qG \rightarrow \gamma q) &= -\frac{1}{3} \left[ -\frac{\hat{t}}{\hat{s}} + \frac{\hat{s}}{\hat{t}} \right] \\
 \frac{d\Delta\hat{\sigma}}{d\hat{t}}(Gq \rightarrow \gamma q) &= -\frac{1}{3} \left[ -\frac{\hat{u}}{\hat{s}} + \frac{\hat{s}}{\hat{u}} \right]
 \end{aligned} \tag{170}$$

Debido a que  $\frac{\alpha_s}{4\pi}\Delta G$  es del mismo orden de magnitud que  $\Delta s$ , para poder tener en cuenta la contribución gluónica correctamente uno debería, en principio, incluir correcciones de orden más alto a  $E_\gamma d^3\Delta\sigma/dp_\gamma^3$ . Sin embargo, al momento de realizar este cálculo, las correcciones NLO para el caso polarizado no habían sido aún obtenidas (estos procesos involucran cálculos de dos loops). Una forma de simular las correcciones de orden superior consiste en reemplazar en las ecuaciones anteriores  $\Delta q$  por  $\Delta q - \frac{\alpha_s}{4\pi}\Delta G$ , como en el caso de dispersión inelástica profunda [85]. Esta aproximación tiene en cuenta las contribuciones NLO mas importantes para procesos de Drell-Yan y, como ha sido mostrado a través del reciente cálculo de correcciones NLO para la producción de fotones con alto  $p_T$  [86], difiere en menos del 10% del cálculo exacto.

Utilizando esta aproximación, definimos la asimetría polarizada para la producción de fotones  $A_{LL}^\gamma$  en forma similar a la de Drell-Yan,

$$A_{LL}^\gamma = \frac{[d\sigma(p_\uparrow p_\uparrow \rightarrow \gamma X) - d\sigma(p_\uparrow p_\downarrow \rightarrow \gamma X)]}{[d\sigma(p_\uparrow p_\uparrow \rightarrow \gamma X) + d\sigma(p_\uparrow p_\downarrow \rightarrow \gamma X)]} = \frac{E_\gamma d\Delta\sigma/dp_\gamma^3}{E_\gamma d\sigma/dp_\gamma^3} \tag{171}$$

obteniendo para ella las predicciones que se muestran en Fig. (IV.5), que corresponden a una energía en el centro de masa  $\sqrt{s} = 100 \text{ GeV}$  y un impulso transversal de  $p_T = 5 \text{ GeV}$ , en función de la variable de Feynman  $x_F = 2p_{\parallel}/\sqrt{s}$ .

La ventaja de este proceso respecto del de Drell-Yan consiste en que en este último caso la contribución de quarks es de un orden menor en  $\alpha_s$  que la de los gluones, a diferencia del caso de producción con alto impulso transversal donde ambas contribuciones son del mismo orden en perturbaciones, predominando la contribución gluónica cuando los gluones están altamente polarizados.

Otra ventaja del experimento es que es practicamente independiente de la forma en la que está distribuido el spin entre los quarks del mar, debido a que la contribución del subproceso tipo Compton predomina sobre el de aniquilación.

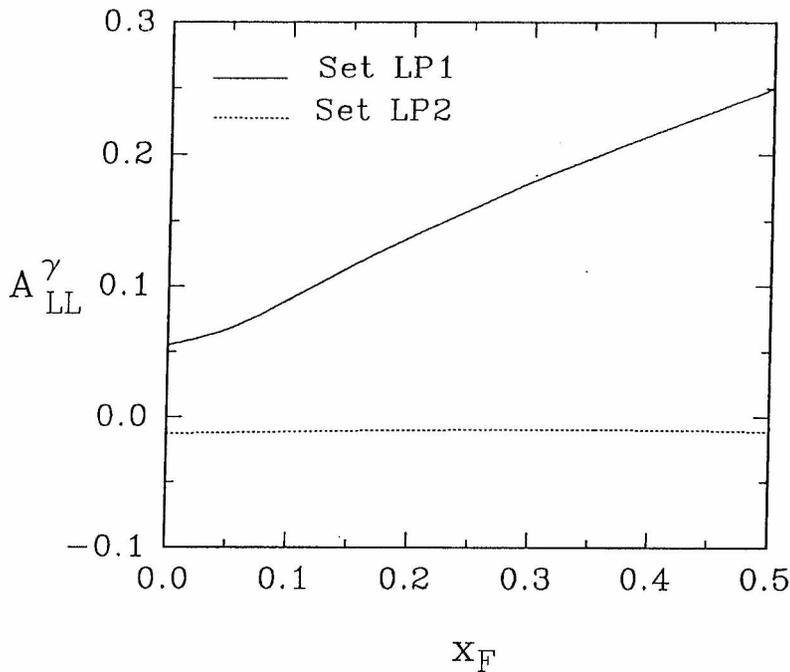


Figura IV.5: Predicciones para la asimetría de producción de fotones utilizando los sets LP1 y LP2

Como se observa, hallamos una clara diferencia entre las predicciones de ambos sets, siendo factible la realización de un experimento para discernir entre la polarización de los gluones y del mar.

### IV.3 Producción de $J/\Psi$

La producción de quarks pesados en colisiones protón-protón polarizadas es otro experimento interesante para obtener la polarización de los gluones. Debido a que la producción de  $J/\Psi$  se realiza al orden más bajo en QCD solamente vía procesos de fusión gluón-gluón, este experimento es sensible a la distribución de gluones en el protón. Al igual que en los casos anteriores definimos la asimetría de producción de  $J/\Psi$  como

$$A_{LL}^{J/\Psi} = \frac{[d\sigma(p_1 p_1 \rightarrow J/\Psi X) - d\sigma(p_1 p_1 \rightarrow J/\Psi X)]}{[d\sigma(p_1 p_1 \rightarrow J/\Psi X) + d\sigma(p_1 p_1 \rightarrow J/\Psi X)]} = \frac{Ed\Delta\sigma/dp^3}{Ed\sigma/dp^3} \quad (172)$$

En la ecuación (172), el numerador (denominador) representa la sección eficaz diferencial dependiente de spin (independiente de spin) para la dispersión dura en el modelo de partones

y viene dada por

$$\begin{aligned} E \frac{d\Delta\sigma}{d^3p} &= \frac{1}{\pi} \int_{x_1^{\min}}^1 dx_1 \Delta G(x_1, Q^2) \Delta G(x_2, Q^2) \left( \frac{x_1 x_2}{x_1 - x_a} \right) \frac{d\Delta\hat{\sigma}}{d\hat{t}} \\ E \frac{d\sigma}{d^3p} &= \frac{1}{\pi} \int_{x_1^{\min}}^1 dx_1 G(x_1, Q^2) G(x_2, Q^2) \left( \frac{x_1 x_2}{x_1 - x_a} \right) \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} \end{aligned} \quad (173)$$

Aquí,  $y(p_T)$  es la rapidez (momento transversal) de la partícula producida y

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{x_1 x_b s - m_{J/\Psi}^2}{s(x_1 - x_a)}, \quad x_a = \frac{e^y}{\sqrt{s}} \sqrt{m_{J/\Psi}^2 + p_T^2}, \\ x_b &= \frac{e^{-y}}{\sqrt{s}} \sqrt{m_{J/\Psi}^2 + p_T^2}, \quad x_1^{\min} = \frac{x_a - m_{J/\Psi}^2/s}{1 - x_b} \end{aligned} \quad (174)$$

Como las partículas  $J/\Psi$  son producidas vía  $GG \rightarrow J/\Psi G$ , las secciones eficaces diferenciales de los subprocesos son, en el modelo de singlete de color [87]

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\hat{\sigma}}{d\hat{t}} &= \frac{5\pi\alpha_s^3(Q^2)|R(0)|^2 m_{J/\Psi}}{9\hat{s}^2} \\ &\times \left[ \frac{\hat{s}^2}{(\hat{t} - m_{J/\Psi}^2)^2 (\hat{u} - m_{J/\Psi}^2)^2} - \frac{\hat{t}^2}{(\hat{u} - m_{J/\Psi}^2)^2 (\hat{s} - m_{J/\Psi}^2)^2} - \frac{\hat{u}^2}{(\hat{s} - m_{J/\Psi}^2)^2 (\hat{t} - m_{J/\Psi}^2)^2} \right] \end{aligned} \quad (175)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}}{d\hat{t}} &= \frac{5\pi\alpha_s^3(Q^2)|R(0)|^2 m_{J/\Psi}}{9\hat{s}^2} \\ &\times \left[ \frac{\hat{s}^2}{(\hat{t} - m_{J/\Psi}^2)^2 (\hat{u} - m_{J/\Psi}^2)^2} + \frac{\hat{t}^2}{(\hat{u} - m_{J/\Psi}^2)^2 (\hat{s} - m_{J/\Psi}^2)^2} + \frac{\hat{u}^2}{(\hat{s} - m_{J/\Psi}^2)^2 (\hat{t} - m_{J/\Psi}^2)^2} \right] \end{aligned} \quad (176)$$

con

$$\hat{s} = x_1 x_2 s, \quad \hat{t} = -x_1 x_b s + m_{J/\Psi}^2, \quad \hat{u} = -x_2 x_a s + m_{J/\Psi}^2 \quad (177)$$

En las ecuaciones anteriores,  $R(0)$  se refiere al valor de la función de onda radial  $S$  en el origen y es la componente no perturbativa del cálculo, relacionada con los efectos de hadronización de los partones participantes al formar el  $J/\Psi$ . Evidentemente este factor se cancela al analizar las predicciones para la asimetría, quedando solamente la incerteza en el valor de la escala  $Q^2$  siendo la mejor elección para  $Q^2$  aquella que minimice las correcciones de orden superior. Como en estos procesos los cálculos de orden superior no están disponibles utilizaremos  $Q^2 = m_{J/\Psi}^2 + p_T^2$ , aproximación razonable al menos para valores de  $p_T^2$  comparables o menores que el cuadrado de la masa del  $J/\Psi$ .

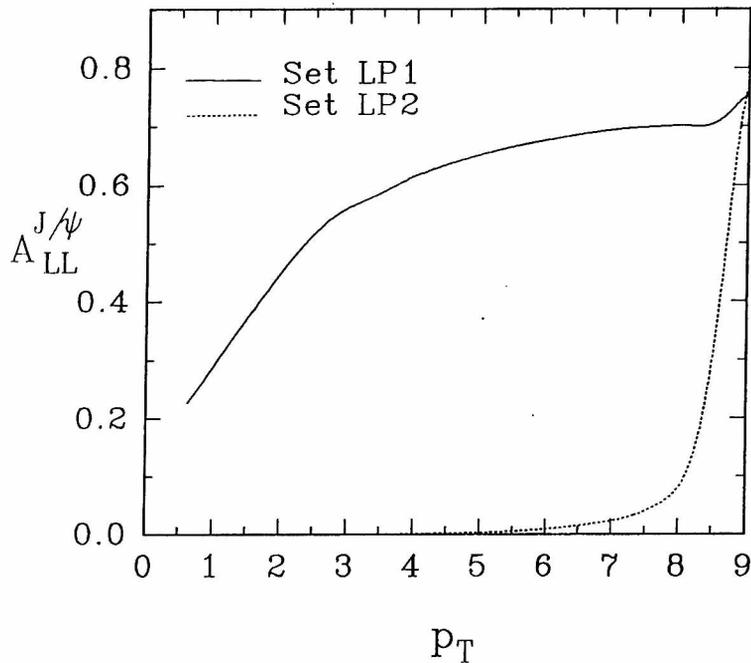


Figura IV.6: Predicciones para la asimetría de producción de  $J/\psi$  utilizando los sets LP1 y LP2

En la Figura (IV.6) mostramos la predicción calculada para una energía en el centro de masa  $\sqrt{s} = 20 \text{ GeV}$  y rapidez  $y = 0$  en función del impulso transversal.

En el rango cinemático  $1 < p_T < 6 \text{ GeV}$  las predicciones difieren sustancialmente y podrían ser eventualmente discriminadas en un experimento. Para valores de  $p_T$  más altos, ambos sets indican predicciones similares debido a que la sección eficaz está dominada por los gluones generados radiativamente a alto  $Q^2$ , donde la dependencia en la elección de la escala es importante [88].

Concluimos este capítulo resumiendo las características principales de los experimentos propuestos. Como se observa, todos los procesos corresponden a colisiones del tipo protón-protón y pueden servir para testear las ideas puestas en juego al construir los sets polarizados y para proveer importante información acerca de la polarización de los partones.

La asimetría de producción de  $J/\psi$  es proporcional a la función de dilución de spin de los gluones al cuadrado, de tal manera que no sólo mide la polarización neta de los gluones sino también la dependencia explícita en  $x$ . La asimetría de Drell-Yan informa si la simetría  $SU(3)$  en el mar es una buena aproximación o no, poniendo límites en la dependencia en  $x$  de las distribuciones polarizadas del mar. Finalmente, la producción directa de fotones con alto impulso transversal, siendo proporcional al producto de las funciones de dilución de spin de los quarks de valencia y gluones (en el caso de importante polarización gluónica) y

de los quarks de valencia y quarks del mar (si los gluones no están polarizados), nos permite realizar un comprobación de la información obtenida en todos los experimentos polarizados.

Remarcamos, para concluir, que estos procesos serán medidos en un futuro experimento a realizarse próximamente por la colaboración POLEX en Protvino (Rusia) [81], donde será posible verificar la validez de nuestras predicciones.

## V Correcciones $O(\alpha_s)$ a las funciones de estructura electro débiles

### V.1 Funciones de estructura en dispersión electro débil

Otra forma posible de obtener información sobre la estructura polarizada del nucleón, consiste en realizar experimentos de dispersión inelástica profunda similares a los indicados en capítulos anteriores, pero analizando procesos en los que el bosón que intermedia la interacción es un  $W^\pm$  o un  $Z^0$  y no un fotón. La diferencia fundamental consiste en que en los procesos débiles aparecen tres funciones de estructura polarizadas para el caso de polarización longitudinal a diferencia del caso electromagnético donde sólo existe  $g_1$ .

Los procesos más útiles son aquellos con corrientes cargadas en que se realiza la dispersión de electrones (antielectrones) por nucleones siendo el leptón emergente un neutrino (antineutrino), de manera que el bosón que participa en la interacción es un  $W^-$  ( $W^+$ ). Por completitud incluiremos los cálculos para dispersión de neutrinos mediados por un  $Z^0$ , aunque la posibilidad de realizar un experimento de ese tipo es aún remota debido a la dificultades para contar con un haz de neutrinos lo suficientemente intenso como en el caso de leptones cargados.

Repetiendo los pasos realizados en el Capítulo I, es posible obtener una expresión para el tensor hadrónico en términos de los cuadvectores involucrados en el proceso. Ya que en el caso de interacciones débiles no puede aplicarse la condición de conservación de la corriente, aparecen nuevas funciones de estructura. Consistentemente, la parte antisimétrica del tensor hadrónico (que es la única que juega un papel en dispersión polarizada) se escribe como

$$\begin{aligned}
 W_{AS}^{\mu\nu} \equiv & -i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \frac{q_\rho P_\sigma}{P \cdot q} g_1 + \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right) g_3 \\
 & + \frac{1}{P \cdot q} \left(P^\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\mu\right) \left(P^\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q^\nu\right) g_4
 \end{aligned} \tag{178}$$

donde hemos utilizado que para polarización longitudinal del hadrón vale  $P = S$ .

Al orden más bajo, las funciones de estructura son, por ejemplo para el caso de intercambio de un  $W^+$

$$g_1^{W^+}(x) = \Delta\bar{u}(x) + \Delta\bar{c}(x) + \Delta d(x) + \Delta s(x)$$

$$\begin{aligned}
 g_3^{W^+}(x) &= \Delta\bar{u}(x) + \Delta\bar{c}(x) - \Delta d(x) - \Delta s(x) \\
 g_4^{W^+}(x) &= 2xg_3^{W^+}
 \end{aligned}
 \tag{179}$$

Es posible escribir el caso más general para la expresión de las funciones de estructura polarizadas en términos de las densidades de partones dependientes de spin como [89]

$$g_j^B(x) = \sum_i C_{ij}^B(x) \Delta q_i(x)
 \tag{180}$$

donde  $B$  se refiere al bosón interactuante y la suma  $i$  es sobre los sabores de quarks que pueden participar en cada proceso. Los coeficientes  $C_{ij}^B$  se encuentran en Tabla (V.1) para cualquier tipo de interacción, mientras que las constantes de acoplamiento axial y vectorial, necesarias para el caso de intercambio de  $Z^0$  se muestran en Tabla (V.2)

	$B = \gamma$	$B = W^+$	$B = Z^0$
$j = 1$	$e_i^2/2$	1	$(C_{Vi}^2 + C_{Ai}^2)/2$
$j = 3$	$\begin{cases} i = q \\ i = \bar{q} \end{cases}$	0	-1
		0	1
$j = 4$	$\begin{cases} i = q \\ i = \bar{q} \end{cases}$	0	-2z
		0	2z

Tabla V.1: Valores para los coeficientes  $C_{ij}^B$  definidos en ecuación (180).

	$i = u, c, t$	$i = d, s, b$
$C_{Vi}$	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\sin^2\theta_W$	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\theta_W$
$C_{Ai}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

Tabla V.2: Constantes de acoplamiento axial y vectorial para el intercambio de  $Z^0$ .

La sección eficaz diferencial para cualquiera de estos procesos se escribe como

$$\frac{d^2\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4 E^2} L_{\mu\nu}^B W_B^{\mu\nu} \eta^B
 \tag{181}$$

donde  $\eta$  es la variable que incluye varios factores cinemáticos, constantes de acoplamiento y pesos relativos de los distintos propagadores de bosones. Ella vale 1 para el fotón y para

el  $W^+$  es  $\eta^{W^+} = \frac{1}{2} \left( \frac{GM_W^2}{4\pi\alpha} \frac{Q^2}{Q^2 + M_W^2} \right)^2$ . El tensor leptónico para este tipo de interacciones se obtiene simplemente a partir del correspondiente a la corriente electromagnética

$$L_{\mu\nu}^{W^\pm} = L_{\mu\nu}^\gamma (1 \pm \lambda)^2 \quad (182)$$

con  $\lambda$  la polarización de los leptones incidentes.

Al igual que para el caso de fotones, la forma de medir estas funciones de estructura es tomando la diferencia de las secciones eficaces polarizadas, que se obtienen realizando la dispersión de leptones con polarización paralela y antiparalela a la del nucleón. La expresión final de la seccion eficaz en función de  $g_1, g_3, g_4$  y las variables cinemáticas no la incluiremos por ser relativamente complicada [90, 91].

Una de las características fundamentales que distinguen a estas funciones de estructura es que tanto  $g_3$  como  $g_4$  son, a nivel naive, no singletes de sabor, como se observa en la expresión partónica en Ec. (179), a diferencia de  $g_1$  que es una combinación de singlete y no singlete. A primera vista esta diferencia podría tener importantes consecuencias sobre la corrección de gluones al momento de las funciones de estructura. Por ejemplo, en el caso de  $W^+$ , si la corrección gluónica se obtiene simplemente mediante el cambio  $\Delta q \rightarrow \Delta q - \frac{\alpha_s}{4\pi} \Delta G$ , como en el caso de DIS electromagnético, tendríamos

$$\begin{aligned} g_1^{W^+}(x) &= \Delta\bar{u}(x) + \Delta\bar{c}(x) + \Delta d(x) + \Delta s(x) - \frac{\alpha_s}{\pi} \Delta G(x) \\ g_3^{W^+}(x) &= \Delta\bar{u}(x) + \Delta\bar{c}(x) - \Delta d(x) - \Delta s(x) \end{aligned} \quad (183)$$

de tal manera que sólo habría contribución gluónica a  $g_1$  pero no a  $g_3$ . De esta forma, midiendo ambas funciones de estructura sería posible discriminar entre mar extraño polarizado y gluones ya que los dos aparecen en las funciones de estructura con distintos coeficientes. Lamentablemente la situación es menos auspiciosa debido a la diferencia en la escala de masas de los quarks livianos ( $u, d, s$ ) y los pesados ( $c, ..$ ), lo cual hace que las contribuciones gluónicas sean distintas en cada caso (más específicamente, cero para el caso de quarks pesados). Este problema puede manejarse fácilmente en el caso de corrientes neutras despreciando la contribución de los quarks pesados debido a la baja probabilidad de hallarlos en el nucleón. Sin embargo, para el caso de corrientes cargadas, éstos deben ser necesariamente incluidos ya que existe la posibilidad de crearlos por medio de la excitación de quarks livianos por los bosones cargados. Un problema similar sucede para las correcciones de orden superior al orden árbol para las contribuciones quarkónicas, que veremos no son despreciables y por lo tanto deben ser tenidas en cuenta.

En este capítulo presentamos el cálculo original de las correcciones a orden  $\alpha_s$ , tanto de gluones como de quarks, no sólo para los momentos sino también para la dependencia en  $x$

de las contribuciones NLO. Para ello definimos un esquema de factorización que distingue entre quarks livianos y pesados y puede ser aplicado consistentemente a cualquier proceso.

## V.2 Correcciones $O(\alpha_s)$

Las contribuciones a las funciones de estructura se obtienen utilizando el método de proyección, restringido en nuestro caso a hadrones con polarización longitudinal. Para ello, además del tensor hadrónico en Ec. (178), se define el tensor partónico  $w^{\mu\nu}$  que tiene una estructura similar al hadrónico pero escrito en términos de las funciones de estructura partónicas como

$$w_{AS}^{\mu\nu} \equiv -i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \frac{q_\rho p_\sigma}{p \cdot q} g_1^{partónica} + \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right) g_3^{partónica} + \frac{1}{p \cdot q} \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu\right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu\right) g_4^{partónica} \quad (184)$$

donde  $p$  corresponde ahora al impulso del partón que participa en la interacción y  $q$  al impulso del bosón, siendo posible definir la variable  $z = \frac{Q^2}{2p \cdot q}$ , en similitud con la variable de Bjorken  $x$ . La relación entre ambos tensores viene dada por la convolución del tensor partónico con las densidades polarizadas de partones en Ec. (17). Es posible entonces definir elementos tensoriales  $P_i^{\mu\nu}$  que proyectan las funciones de estructura partónicas al contraerlos con el tensor hadrónico,

$$g_i^{partónica} = w_{\mu\nu} P_i^{\mu\nu} \quad (185)$$

y cuyas expresiones indicaremos más adelante.

Para obtener la contribución a orden  $\alpha_s$  en las funciones de estructura polarizadas partónicas, es necesario en primer lugar realizar el cálculo de los elementos de matriz polarizados para los diagramas en Fig. (V.1, V.2, V.3) en la forma

$$\Delta |M|_{\mu\nu}^2 = \frac{1}{2} \left[ |M_+|_{\mu\nu}^2 - |M_-|_{\mu\nu}^2 \right] \quad (186)$$

donde  $|M|_{\pm}^{\mu\nu}$  denota la amplitud del proceso cuando el partón entrante tiene helicidad positiva (negativa) y los subíndices  $\mu\nu$  indican que en estos diagramas se han dejado libres los índices que corresponden al vértice de interacción del bosón. Luego  $\Delta |M|_{\mu\nu}^2$  debe ser integrado sobre el espacio de fases  $d\Gamma$  de las dos partículas salientes y proyectado para obtener la función de estructura correspondiente.

Así, tenemos

$$g_i^{partónica}(z, Q^2) = \frac{1}{4\pi} \int d\Gamma \Delta |M|_{\mu\nu}^2 P_i^{\mu\nu} \quad (187)$$

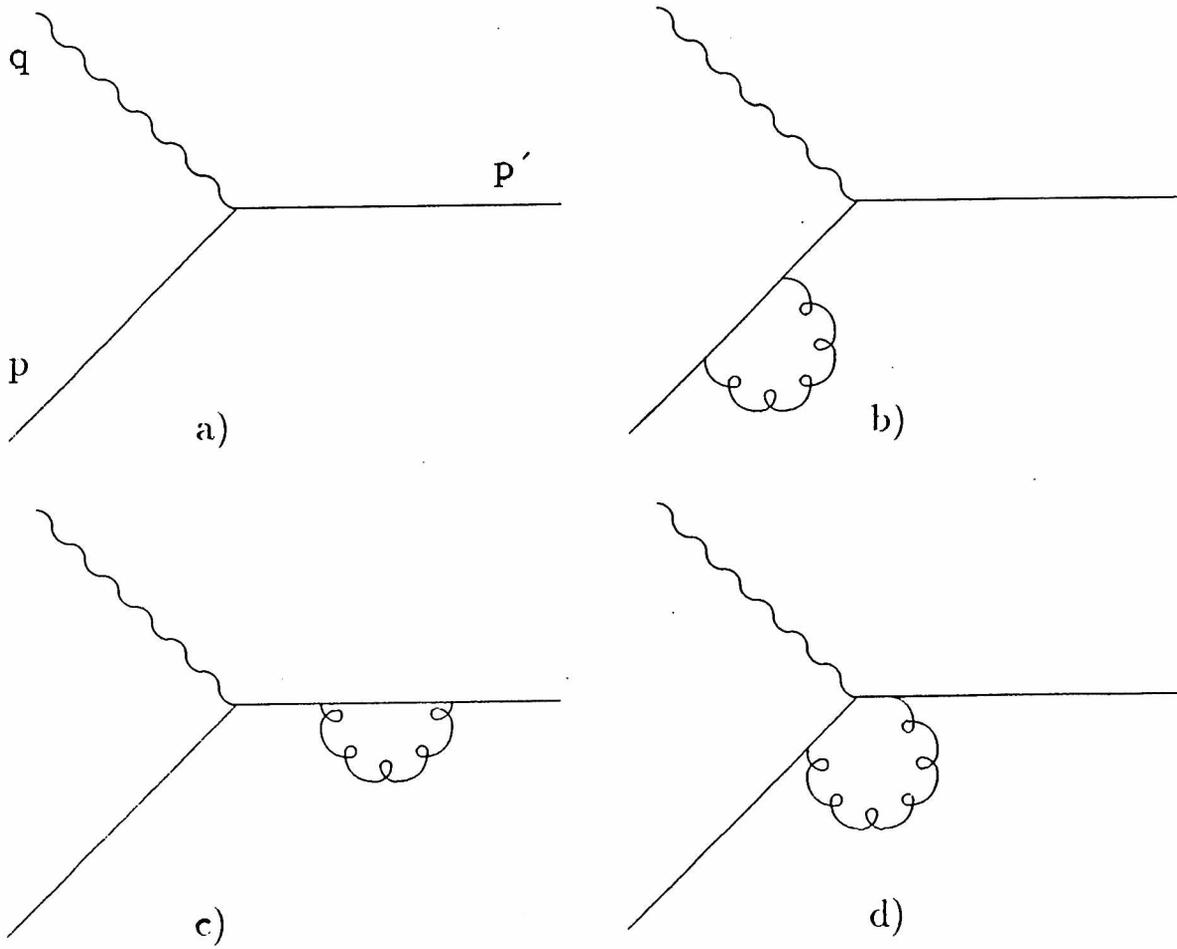


Figura V.1: a) Gráfico de orden más bajo para DIS;  
b), c) y d) gráficos de correcciones virtuales de gluones a a)

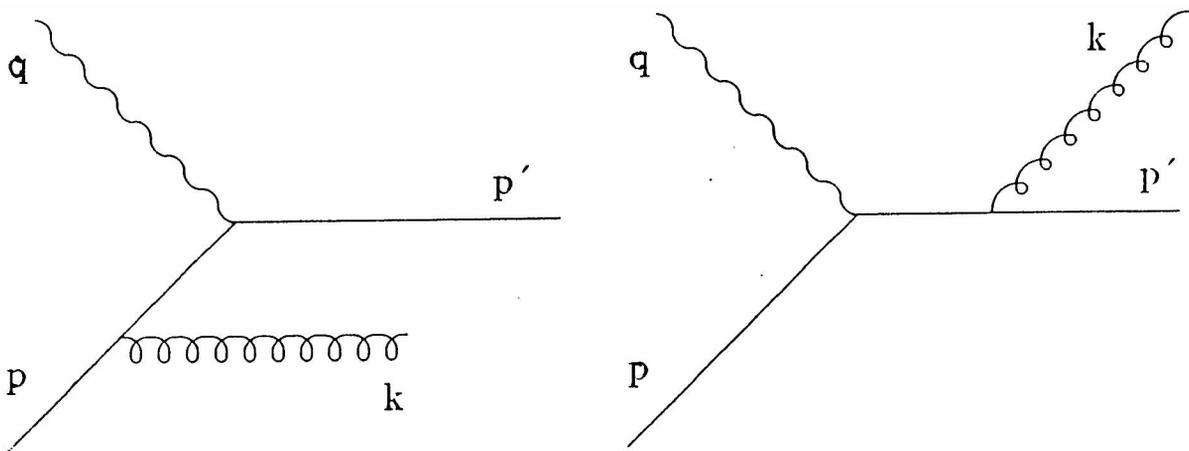


Figura V.2: Correcciones reales de gluones a 1a)

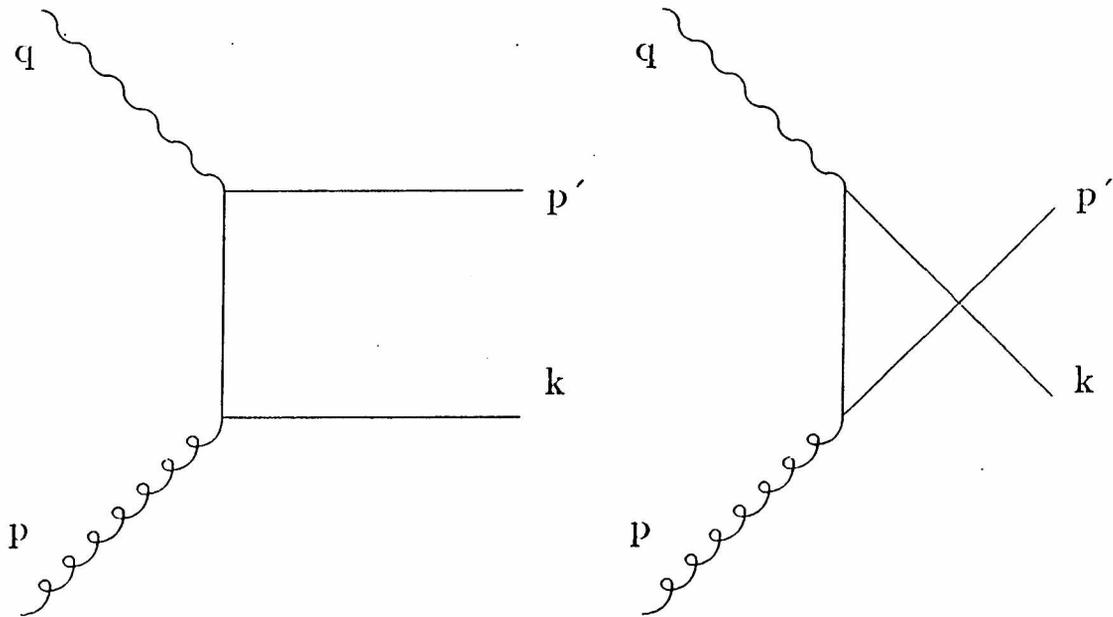


Figura V.3: Contribuciones de gluones a DIS a orden  $\alpha_s$

Finalmente, las funciones de estructura hadrónicas  $g_i$  que aparecen en el tensor partónico y se miden en los experimentos, son obtenidas a través de la convolución de las funciones de estructura partónicas con las distribuciones de partones dependientes de spin definidas en el modelo de partones naive (y por lo tanto independientes de la escala de energías)

$$g_i(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \sum_{\text{partón}} g_i^{\text{partón}}(z, Q^2) \Delta f^{\text{partón}}(x/z) \quad (188)$$

donde la suma es sobre las densidades de quarks y gluones. Es importante notar que, hasta ahora, la dependencia en  $Q^2$  se encuentra solamente en las funciones de estructura partónicas. En el momento que apliquemos el teorema de factorización esta dependencia pasará a las densidades de partones definidas a NLO y las funciones de estructura partónicas regularizadas se transformarán en los coeficientes de Wilson que aparecen en el desarrollo del producto de operadores introducido en el Capítulo I.

### V.3 Método de regularización

Si bien los elementos de matriz pueden calcularse en forma más o menos sencilla, al realizar la integración sobre el espacio de fases en la Ec. (187), aparecen divergencias tanto

infrarrojas como colineales, relacionadas con la emisión de partones sin masa en la dirección del partón entrante al proceso. Es sencillo ver que estas divergencias provienen del rango cinemático en el que el impulso transversal de los partones es muy pequeño, correspondiendo a dispersión suave y que por lo tanto debe ser separado de la contribución dura que QCD perturbativa permite calcular. Otra forma de entender por qué estas contribuciones suaves deben excluirse proviene de notar que el mismo rango cinemático corresponde a que los quarks virtuales que aparecen en los diagramas de Feynman estén cerca de la capa de masa y por lo tanto se realiza prácticamente la dispersión del bosón con un quark casi-real. Estas contribuciones deben absorberse para evitar el doble conteo con las contribuciones naive de Fig. (V.1.a) donde la dispersión es efectivamente bosón-quark real. Es entonces necesario regularizar estas divergencias para poder luego absorberlas en la densidad de partones que contiene la información suave del proceso. Una forma efectiva de regularizar es utilizar una masa ficticia  $m$  para los partones tal que la parte divergente de la integración en el espacio de fases provenga de la contribución del propagador del quark virtual

$$\int_0^{p_{T,max}^2} \frac{dp_T^2}{p_T^2 + m^2} = \log \frac{p_{T,max}^2}{m^2} \quad (189)$$

siendo esta última expresión divergente al tomar el límite físico  $m \rightarrow 0$ . Ya que  $p_{T,max}^2$  es una función de  $Q^2$ , esto resulta en una dependencia logarítmica en  $Q^2$  para las funciones de estructura partónicas.

Otra forma de regularizar es forzando a los partones, que salen de la interacción, a estar levemente fuera de la capa de masa, siendo similar a lo realizado para los quarks con masa  $m$  o también realizando un corte en las integrales sobre el impulso transversal. Sin embargo, estos métodos tienen ciertas desventajas como no ser explícitamente covariantes en cada paso del cálculo y no ser invariantes de gauge. El método que cumple con estas propiedades y que es más simple, ya que permite trabajar con quarks sin masa, donde las integrales son más sencillas, es el de regularización dimensional [93].

Es este método las contribuciones de los elementos de matriz se calculan en un espacio-tiempo con un número de dimensiones diferentes de 4, en general llamado  $n = 4 - 2\epsilon$  (con  $\epsilon < 0$ ). Al realizar la integración en el espacio de fases, las divergencias se transforman en términos del tipo  $1/\epsilon$ , que son polos en el límite físico de 4 dimensiones, mientras que los términos logarítmicos, como veremos, no son más divergentes ya que son de la forma  $\log \frac{Q^2}{\mu^2}$ , donde  $\mu$  es un parámetro arbitrario con unidades de masa introducido para que la constante de acoplamiento de la teoría fuerte  $g$  permanezca adimensional en  $n$  dimensiones a través del reemplazo  $g \rightarrow g(\mu)^\epsilon$ .

La única dificultad que aparece al utilizar este método de regularización consiste en el tratamiento que se le debe dar a objetos que son típicamente cuatridimensionales como

$\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ , que aparece en el tensor partónico y la matriz  $\gamma^5$  que aparece en los vértices de interacción débil y en los proyectores de helicidad necesarios para obtener los elementos de matriz polarizados.

Han habido varias sugerencias en la literatura [92] acerca de como trabajar con estas cantidades en  $n$  dimensiones. El método original desarrollado por C. Bollini y J. Giambiagi [93] ha sido sistematizado por t'Hooft y Veltman [94] y por Breitenlohner y Maison [95] mostrando ser el único realmente consistente para trabajar con estas cantidades [96]. La característica del esquema propuesto, que llamaremos HVBM, consiste en realizar una separación explícita entre las componentes usuales 4 dimensionales de un cuadvivector de las otras  $n - 4 = -2\epsilon$  dimensiones. Esto es que, en adición al tensor métrico  $n$ -dimensional  $g_{\mu\nu}$ , otro tensor cuadridimensional  $\hat{g}_{\mu\nu}$  y la métrica  $(n - 4)$ -dimensional  $\hat{g}_{\mu\nu}$  son introducidos donde

$$g_{\mu\nu} = \hat{g}_{\mu\nu} + \hat{g}_{\mu\nu} \quad (190)$$

con las siguientes propiedades para los tensores en  $n$  dimensiones

$$\hat{g}_{\mu\nu} = \hat{g}_{\nu\mu} = \hat{g}_{\mu\rho}\hat{g}_{\nu}^{\rho} \quad (191)$$

y analogamente para  $\hat{g}_{\mu\nu}$ . Además, debido a la ortogonalidad entre las 4-dimensiones y las restantes, se tienen las siguientes contracciones entre los tensores métricos

$$\begin{aligned} \hat{g}_{\mu\rho}\hat{g}_{\nu}^{\rho} &= 0, \\ \hat{g}_{\mu}^{\mu} &= 4, \\ \hat{g}_{\mu}^{\mu} &= n - 4 = -2\epsilon \end{aligned} \quad (192)$$

El producto de dos tensores antisimétricos, que es necesario para nuestros cálculos, se define en analogía con el caso cuadridimensional a través del determinante

$$\begin{aligned} \epsilon_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} \epsilon_{\nu_1\nu_2\nu_3\nu_4} &= -\det(\hat{g}_{\alpha\alpha'}) \\ (\alpha &= \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4; \alpha' = \nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4) \end{aligned} \quad (193)$$

Debido a que el cómputo de los elementos de matriz de los diagramas de Fig. (V.1, V.2 y V.3) involucra el cálculo de trazas de los productos de matrices  $\gamma_{\mu}$ , a continuación resumimos las reglas básicas para calcular estos elementos en regularización dimensional

$$\begin{aligned} \{\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}\} &= 2g_{\mu\nu}I, \quad \mu, \nu = 0, 1, 2, \dots, n - 1 \\ \text{Tr}(I) &= 4, \quad \text{Tr}(\gamma_{\alpha}\gamma_{\beta}) = g_{\alpha\beta}, \quad \text{Tr}(\text{num. impar de } \gamma\text{'s}) = 0 \\ \text{Tr}(\gamma_{\alpha}\gamma_{\beta}\gamma_{\lambda}\gamma_{\rho}) &= 4(g_{\alpha\beta}g_{\lambda\rho} - g_{\alpha\lambda}g_{\beta\rho} + g_{\alpha\rho}g_{\beta\lambda}) \end{aligned} \quad (194)$$

mientras que para  $\gamma_5$  se tiene

$$\begin{aligned} \{\gamma_\mu, \gamma_5\} &= 2\hat{\gamma}_\mu \gamma_5 \\ \text{Tr}(\gamma_\alpha \gamma_\beta \gamma_\lambda \gamma_\rho) &= 4i\epsilon_{\alpha\beta\lambda\rho} \end{aligned} \quad (195)$$

a diferencia de la prescripción  $\{\gamma_\mu, \gamma_5\} = 0$  utilizada en otros esquemas de regularización dimensional [97], los cuales tienen serios problemas de consistencia. Es justamente esta propiedad para las trazas de productos de matrices que contengan  $\gamma_5$  la que hace que los cálculos en regularización dimensional sean más complicados tanto para interacciones electrodébiles como para procesos polarizados, duplicándose entonces la complicación en el caso analizado en este capítulo.

También es necesario hallar una expresión para el espacio de fases y las variables de Mandelstam en  $n$  dimensiones, para realizar el cálculo en forma consistente. Para el cálculo de los elementos de matriz trabajaremos en el sistema centro de masa bosón-partón incidente, tomando como eje  $z$  el eje bosón-partón. De esta manera los cuadvectores de las partículas incidentes  $q$  (del bosón) y del partón que entra al proceso  $p$  tienen sus componentes en las  $n - 4$  dimensiones “no físicas” iguales a cero. Para las partículas salientes basta con indicar el impulso de una de ellas que se puede escribir, para partones no masivos y en capa de masa, como

$$k = \left( \frac{\sqrt{s}}{2}, k_1, k_2, \frac{\sqrt{s}}{2} \cos \theta, \hat{k} \right) \quad (196)$$

donde la energía en el centro de masa al cuadrado es

$$s = (p + q)^2 = \frac{Q^2(1 - z)z}{z} \quad (197)$$

y  $\theta$  denota el ángulo de dispersión en el centro de masa mientras  $\hat{k}$  representa las  $n - 4$  componentes restantes del impulso del partón. Las restantes variables de Mandelstam son

$$t = (p - k)^2 = \frac{-Q^2}{z}(1 - y), \quad u = (p - p')^2 = \frac{-Q^2}{z}y \quad (198)$$

con  $2y = 1 + \cos \theta$

El espacio de fases en  $n$  dimensiones se escribe en forma general como

$$\int d\Gamma = \int \frac{d^n p'}{(2\pi)^{n-1}} \int \frac{d^n k}{(2\pi)^{n-1}} (2\pi)^n \delta^{(n)}(p + q - p' - k) \delta^+(p'^2) \delta^+(k^2) \quad (199)$$

que en el sistema de referencias del centro de masa elegido, se transforma en

$$\int d\Gamma = \frac{1}{8\pi} \frac{(4\pi)^\epsilon}{\Gamma(-\epsilon)} \int_0^1 dy \int_0^{sy(1-y)} d\hat{k}^2 \hat{k}^{-2(1+\epsilon)} \quad (200)$$

con el cual deben ser integrados los elementos de matriz cuyo cálculo presentaremos luego.

## V.4 Esquema de factorización

Como indicamos, para obtener las funciones de estructura partónicas es necesario utilizar proyectores sobre los elementos de matriz, que con la definición del tensor hadrónico en (184) son, en  $n$  dimensiones

$$\begin{aligned} P_1^{\mu\nu} &= i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \frac{q_\rho p_\sigma}{2p \cdot q} \\ P_3^{\mu\nu} &= \frac{1}{2(1-\epsilon)} \left[ -g^{\mu\nu} + \frac{4z^2}{Q^2} p^\mu p^\nu \right] \\ P_4^{\mu\nu} &= \frac{z}{(1-\epsilon)} \left[ -g^{\mu\nu} + \frac{4z^2(3-2\epsilon)}{Q^2} p^\mu p^\nu \right] \end{aligned} \quad (201)$$

Antes de realizar el cálculo explícito adelantaremos algunos resultados que nos permitan definir el esquema de factorización que se utilizará para las densidades polarizadas a NLO. Las correcciones de las funciones de estructura partónicas a orden  $\alpha_s$ , tendrán típicamente tres términos: una componente proporcional a  $\alpha_s \log Q^2$  (LO), otro término que es sólo de la forma  $\alpha_s$  sin logaritmos (NLO) y la divergencia regularizada que aparece como proporcional a  $\frac{1}{\epsilon} = \frac{1}{\hat{\epsilon}} + \log 4\pi - \gamma_E$ . Utilizando esta descomposición para las contribuciones partónicas es posible escribir para las funciones de estructura hadrónicas, realizando la convolución con las densidades polarizadas de quarks  $\Delta q_i^0$  y de gluones  $\Delta G^0$  “desnudas” (esto es, sin redefinir las distribuciones naive del modelo de partones)

$$\begin{aligned} g_j^B(x, Q^2) &= \sum_i \int_x^1 \frac{dz}{z} C_{ij}^B(z) \left\{ \left[ \delta(1-z) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta P_{qq}(z) \left( \log \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1}{\hat{\epsilon}} \right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta f_j^q(z) \right] \Delta q_i^0 \left( \frac{x}{z} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left[ \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta P_{qg}(z) \left( \log \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1}{\hat{\epsilon}} \right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta f_j^g(z) \right] \Delta G^0 \left( \frac{x}{z} \right) \right\} \end{aligned} \quad (202)$$

En la ecuación anterior  $\Delta P_{qq}$  and  $\Delta P_{qg}$  son los núcleos polarizados usuales de Altarelli-Parisi, mientras que  $\Delta f_q$  y  $\Delta f_g$  son las correcciones no logarítmicas finitas de quarks y gluones respectivamente. El término proporcional a  $\delta(1-z)$  corresponde a la contribución de orden más bajo proveniente del diagrama en Fig. (V.1.a).

Como indicamos anteriormente, hay varios términos en la última expresión que tienen un origen suave y por lo tanto es necesario sustraerlos de las contribuciones duras incorporándolos a las densidades de partones definidas al orden NLO. Para ello realizamos la

factorización de estas contribuciones de origen colineal redefiniendo las densidades de partones polarizadas como

$$\begin{aligned} \Delta q_i(x, M^2) &= \Delta q_i^0(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[ \Delta P_{qq}(z) \left( \log \frac{M^2}{\mu^2} - \frac{1}{\hat{\epsilon}} \right) + \widetilde{\Delta f_i^q}(z) \right] \Delta q_i^0\left(\frac{x}{z}\right) \\ &+ \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[ \Delta P_{qg}(z) \left( \log \frac{M^2}{\mu^2} - \frac{1}{\hat{\epsilon}} \right) + \widetilde{\Delta f_i^g}(z) \right] \Delta G^0\left(\frac{x}{z}\right) \end{aligned} \quad (203)$$

donde son absorbidos los términos divergentes en 4 dimensiones y hemos definido la escala de factorización de energías  $M^2$  para separar la contribución suave de la dura en los términos logarítmicos. Justamente, de esta forma, las densidades de partones así definidas verifican las ecuaciones de Altarelli-Parisi respecto de la escala  $M^2$ . En general esta escala es elegida igual a  $Q^2$ , al igual que lo hecho en el Capítulo I utilizando el grupo de renormalización. Los términos  $\widetilde{\Delta f_i^q}$  y  $\widetilde{\Delta f_i^g}$  han sido diseñados para absorber eventuales contribuciones suaves que vengan de los términos no logarítmicos, que suelen aparecer al utilizar regularización dimensional en el esquema HVBM. Obviamente, siempre hay libertad en la elección de estos términos, que en el esquema  $\overline{MS}$  son cero, mientras que en el esquema DIS se eligen igual a las contribuciones  $\Delta f_i^q$  y  $\Delta f_i^g$  para la función de estructura  $g_1$ , para que ésta mantenga su expresión naive. Sin embargo, hay algunos esquemas que son “más físicos” que otros ya que permiten una interpretación más clara de las correcciones de orden  $\alpha_s$ . Al calcular explícitamente las contribuciones, indicaremos el esquema de factorización elegido definiendo exactamente estos términos simplemente como las contribuciones no logarítmicas de origen suave. Una vez aplicada la redefinición de las densidades de partones de la Ec. (203), se obtiene la siguiente expresión para las funciones de estructura

$$\begin{aligned} g_j^B(x, Q^2) &= \sum_i C_{ij}^B(x) \Delta q_i(x, Q^2) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_i \int_x^1 \frac{dz}{z} C_{ij}^B(z) \left[ \Delta f_j^q(z) - \widetilde{\Delta f_i^q}(z) \right] \Delta q_i\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \\ &+ \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_i \int_x^1 \frac{dz}{z} C_{ij}^B(z) \left[ \Delta f_j^g(z) - \widetilde{\Delta f_i^g}(z) \right] \Delta G\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \end{aligned} \quad (204)$$

donde hemos asumido  $M^2 = Q^2$  directamente. Como puede observarse, se cumplen las condiciones del teorema de factorización, siendo las funciones de estructura la convolución de las densidades de partones de origen no perturbativo (donde se encuentran los términos colineales) con los coeficientes duros calculables perturbativamente que se encuentran entre corchetes en la ecuación anterior. Es importante notar que en el caso de elegir la escala  $M^2$  distinta de  $Q^2$  aparecen en la expresión anterior términos adicionales proporcionales a los núcleos de Altarelli-Parisi multiplicados por  $\log \frac{Q^2}{M^2}$ . En el próximo capítulo veremos una importante aplicación que resulta de una elección distinta de la escala de energías.

Las distribuciones de partones modernas son usualmente definidas en el llamado esquema de número de sabores variables [98]. En este tipo de esquemas los quarks con masas menores

a la escala de energía típica del proceso (en este caso del orden de  $Q^2$ ) son considerados no masivos en la evolución. Para aquellos quarks con masas mayores a la escala no hay densidades de partones asociadas. En este trabajo nosotros adoptamos un esquema de este tipo (que para valores típicos de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  y mayores significa tener en cuenta sólo las contribuciones de los quarks de sabor  $u, d, s, c$ ), pero teniendo en mente la jerarquía absoluta de masas para propósitos de la factorización. Esto último significa que hay una diferencia sustancial entre las masas de los quarks livianos que verifican  $m_{u,d,s} \ll \mu_{masa} \approx \mathcal{O}(\lambda_{QCD})$  mientras que para el charm o más pesados  $m_{c,b,t} \gg \mu_{masa}$ . Este hecho tiene una gran importancia al proceder a la identificación de los términos suaves en los coeficientes, como veremos en la próxima sección.

## V.5 Cálculo de las correcciones

En esta sección mostraremos los pasos más importantes para obtener las contribuciones correspondientes a los diferentes diagramas de Feynman, así como los resultados hallados. Los elementos de matriz y las contracciones entre tensores fueron calculados utilizando el programa Tracer [99], diseñado especialmente para el uso de regularización dimensional. Para realizar el cálculo, comenzamos con la contribución gluónica que proviene de los diagramas en Fig. (V.3), utilizando para el vértice bosón-quark una expresión más general de la forma  $\gamma^\mu(a - b \gamma_5)$ , que para distintos valores de  $a$  y  $b$  nos permite obtener las contribuciones correspondientes a cualquiera de los 4 posibles bosones. Los elementos de matriz al cuadrado se escriben, utilizando los teoremas usuales de trazas [100] como

$$|M_a|^2{}^{\mu\nu} = \frac{g^2 \mu^{2\epsilon} T_f}{(p' - q)^4} \text{Tr} [\not{p}' \gamma^\mu (a - b \gamma_5) (\not{p}' - \not{q}) \gamma^\rho \not{k} \gamma^\sigma (\not{p}' - \not{q}) \gamma^\nu (a - b \gamma_5)] \epsilon_\rho \epsilon_\sigma^* \quad (205)$$

que corresponde al diagrama en Fig. (V.3.a)

$$|M_b|^2{}^{\mu\nu} = \frac{g^2 \mu^{2\epsilon} T_f}{(p' - p)^4} \text{Tr} [\not{p}' \gamma^\rho (\not{p}' - \not{p}) \gamma^\mu (a - b \gamma_5) \not{k} \gamma^\nu (a - b \gamma_5) (\not{p}' - \not{p}) \gamma^\sigma] \epsilon_\rho \epsilon_\sigma^* \quad (206)$$

que corresponde al diagrama en Fig. (V.3.b), mientras que la contribución debido a la interferencia de ambos es

$$2|M_a M_b|^{\mu\nu} = \frac{2g^2 \mu^{2\epsilon} T_f}{(p' - q)^2 (p' - p)^2} \times \text{Tr} [\not{p}' \gamma^\mu (a - b \gamma_5) (\not{p}' - \not{q}) \gamma^\rho \not{k} \gamma^\nu (a - b \gamma_5) (\not{p}' - \not{p}) \gamma^\sigma] \epsilon_\rho \epsilon_\sigma^* \quad (207)$$

En todas las ecuaciones anteriores  $\epsilon_\rho \epsilon_\sigma^*$  representa al producto de los vectores de polarización de los gluones. Para obtener los elementos de matriz polarizados es necesario tomar

la diferencia del caso en que el gluón tiene polarización paralela al bosón con el caso en que está antiparalelo al mismo. De tal manera,  $\Delta|M|^2{}^{\mu\nu}$  se obtiene reemplazando los vectores polarización de los gluones por la diferencia

$$\frac{1}{2}(\epsilon_{\rho+}\epsilon_{\sigma+}^* - \epsilon_{\rho-}\epsilon_{\sigma-}^*) = \frac{i}{2} \frac{\epsilon^{\rho\sigma\alpha\beta} p_\alpha q_\beta}{p \cdot q} \quad (208)$$

Sumando los tres elementos de matriz, podemos hallar la contribución a  $g_1$  proyectando con  $P_1^{\mu\nu}$

$$\Delta|M|_{\mu\nu}^2 P_1^{\mu\nu} = C_{i1}^B g^2 \mu^{2\epsilon} \left( 2z - 1 + 2z \frac{\hat{k}^2}{Q^2} \frac{1}{y(1-y)} \right) \left[ \frac{1}{y} + \frac{1}{1-y} - 2 \right] \quad (209)$$

Realizando la integral sobre el espacio de fases de Ec. (200) sobre  $\hat{k}^2$  explícitamente queda

$$g_1^{gluón}(z, Q^2) = C_{i1}^B \frac{\alpha_s}{8\pi} \frac{1}{\Gamma(-\epsilon)} \left( \frac{4\pi\mu^2}{s} \right)^\epsilon \frac{1}{1-\epsilon} [2z - 1 - \epsilon] \int_0^1 dy (y(1-y))^{-\epsilon} \left[ \frac{1}{y} + \frac{1}{1-y} - 2 \right] \quad (210)$$

Finalizando con la integral en  $y$  y expandiendo en series de Laurent la expresión anterior se obtiene

$$g_1^{gluón}(z, Q^2) = C_{i1}^B \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta P_{gg}(z) \left[ -\frac{1}{\epsilon} + \log \frac{Q^2}{\mu^2} \right] + C_{i1}^B \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{2} \left[ (2z-1) \left( \log \frac{1-z}{z} - 1 \right) + 2(1-z) \right] \quad (211)$$

donde se observa, como anticipamos en la sección anterior, la aparición del polo en 4 dimensiones y del término logarítmico. Utilizando el proceso de factorización descripto anteriormente, hallamos la contribución no logarítmica (NLO) de gluones a  $g_1$  (con cualquier bosón) como

$$\Delta f_1^g(z) = \frac{1}{2} \left[ (2z-1) \left( \log \frac{1-z}{z} - 1 \right) + 2(1-z) \right] \quad (212)$$

Al igual que en el caso en que la regularización se realiza utilizando masas ficticias para los quarks, la integral de la ecuación anterior es cero (para quarks sin masa) en contraposición con el resultado proveniente del análisis de la anomalía. Sin embargo, es sencillo ver que esto es nuevamente debido a la aparición de contribuciones suaves que provienen del método de regularización adoptado. Para mostrarlo comenzamos por la Ec. (210), cambiando la variable de integración a  $\lambda = 4y(1-y)(1-z)/z$ , tal que la región suave es aquella donde  $\lambda \rightarrow 0$ , y llevando a cabo la integración en  $z$ , obteniendo para el primer momento [49]

$$\int_0^1 g_1^{gluón}(z, Q^2) dz = C_{i1}^B \frac{\alpha_s}{8\pi} \left( \frac{4\pi\mu^2}{Q^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(2-\epsilon)} \int_0^\infty \left( \frac{4}{\lambda} \right)^\epsilon \left[ F(1, \lambda) + \frac{\epsilon}{1+\lambda} \left( \frac{\lambda}{2\sqrt{1+\lambda}} \log \frac{\sqrt{1+\lambda}+1}{\sqrt{1+\lambda}-1} - \frac{2}{\lambda} - 1 \right) \right] \quad (213)$$

donde la función

$$F(1, \lambda) = -\frac{1}{(1 + \lambda)^2} \left[ 1 - \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda(1 + \lambda/4)}{\sqrt{1 + \lambda}} \log \frac{\sqrt{1 + \lambda} + 1}{\sqrt{1 + \lambda} - 1} \right] \quad (214)$$

tiene integral en acuerdo con el valor anómalo. En la ecuación (213) se encuentra un interesante resultado : para cualquier  $\epsilon < 0$  hay un polo de la forma  $-\epsilon/\lambda^{1+\epsilon}$  en la distribución de  $\lambda$  para el primer momento de  $g_1^{gluón}$ . Al realizar la integral en  $\lambda$  la contribución de este polo cancela la contribución negativa proveniente del término de  $F(1, \lambda)$ , dando lugar a un resultado nulo al primer momento. Así, hallamos que una contribución no deseada proveniente de la región suave  $\lambda \rightarrow 0$  distorsiona el resultado al realizar el análisis para quarks sin masa. Puede verse que la razón física de este problema surge de haber trabajado en  $n \neq 4$  dimensiones, rompiendo la simetría quiral al igual que al introducir masas ficticias a los quarks, de tal manera que el término que genera el conflicto es el  $(1 - z)$  en  $\Delta f_1^g(z)$  y que justamente proviene del término proporcional a  $\hat{k}^2$  en Ec. (209). Un hecho fundamental es que este último razonamiento es solamente válido para quarks livianos, mientras que es sencillo ver que el mismo término es puramente duro en el caso en que la masa de los quarks es grande, ya que la contribución al primer momento proveniente de la región de  $\lambda$  pequeño es despreciable en el caso  $m \gg \Lambda_{QCD}$ . Esto último significa que si bien en el límite de alto impulso transferido pueden despreciarse los términos en la función de estructura proporcionales a  $m^2/Q^2$ , aún para quarks pesados como el charm, como hacemos en este trabajo al realizar el cálculo de las contribuciones sin masas, es necesario tener en mente la jerarquía de masas al realizar la factorización, para poder absorber los términos suaves en las distribuciones de partones.

De acuerdo a esto, definimos  $\widetilde{\Delta f^g}$  para los quarks livianos de tal manera que absorban las contribuciones suaves como

$$\widetilde{\Delta f^g}_{m < \mu_{masa}} = 1 - z \quad (215)$$

Mientras que para los quarks pesados (como el  $c$ ) no hace falta absorber ningún término, siendo

$$\widetilde{\Delta f^g}_{m > \mu_{masa}} = 0 \quad (216)$$

Esto obviamente implica que hay una contribución gluónica no nula al primer momento de  $g_1$  proveniente sólo de los quarks livianos ( $m < \mu_{masa}$ ), independientemente de cuantos están activos ( $m < Q^2$ ), siendo nula para los quarks masivos, en acuerdo con cálculos existentes para la producción de quarks pesados [101].

La discusión precedente define la parte gluónica de nuestra prescripción de factorización, mientras que  $\widetilde{\Delta f^g}$  será fijado al evaluar las contribuciones de los procesos iniciados por quarks. Como indicamos, las contribuciones no logarítmicas son idénticas, en el caso de  $g_1$ , para interacciones electromagnéticas y débiles. El efecto del vértice débil es completamente

absorbido en los coeficientes  $C_{i,1}^B$ . Si el bosón intercambiado no produce cambio de sabor de quarks, la prescripción de factorización funciona en analogía con el caso electromagnético. Si hay cambio de sabor y uno de los quarks tiene masa mayor que la escala de factorización de masas, mientras que el otro no, hay una contribución suave proveniente del liviano pero no del pesado, y la prescripción de factorización lo tiene en cuenta correctamente.

El cálculo de la contribución gluónica para  $g_3$  y  $g_4$ , utilizando los proyectores correspondientes con los mismos elementos de matriz, muestra que

$$\Delta f_3^g = \Delta f_4^g = 0 \quad (217)$$

De acuerdo a la Ec. (216), la contribución asociada con los quarks pesados también es nula. Cuando el bosón intercambiado es un  $Z^0$ , la contribución proveniente de los quarks livianos se cancela con la de los antiquarks (que tiene signo contrario), dando lugar a una contribución gluónica igual a cero para estas funciones de estructura. Sin embargo, para bosones que generan cambio de sabor no existe ese tipo de cancelaciones, ya que aparecen quarks pesados. Por ejemplo, si se trata de un bosón  $W^+$ , solamente participan los quarks  $\bar{u}, d, s, \bar{c}$ , tal que las contribuciones de los dos primeros se cancelan entre sí pero queda una contribución que proviene de la definición de  $\widetilde{\Delta f^g}$  para el quark liviano  $s$  que no se cancela con la del quark pesado  $c$  que es nula. Usando el esquema definido tenemos

$$\begin{aligned} g_3^{W^+}(x, Q^2) |_{gluónico} &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \sum_{i=d, \bar{u}, s} C_{i3}^{W^+} \left[ -\widetilde{\Delta f_i^g}(z) \right] \Delta G\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \\ &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 dz \frac{1-z}{z} \Delta G\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \end{aligned} \quad (218)$$

de modo que la función de estructura que parecía no singlete tiene en realidad una contribución gluónica, a diferencia de lo hallado en referencias anteriores [102, 103] donde no se tiene en cuenta la escala de masas correctamente.

Este resultado está en acuerdo con el de referencia [104], donde la contribución gluónica al primer momento de las funciones de estructura fue evaluado utilizando las masas de los quarks y un corte en el momento transversal como regularizador. Otro hecho importante, remarcado en la misma referencia, es que, si se supone simetría SU(3) en el mar polarizado, la contribución de quarks del mar y la de los gluones aparece en la combinación

$$\Delta X = \Delta \bar{q} - \frac{\alpha_s}{4\pi} \Delta G \quad (219)$$

en todas las funciones de estructura de dispersión inelástica profunda, siendo imposible discriminar entre ambas contribuciones si la simetría anterior está bien realizada. De cualquier forma, utilizando combinaciones de estas funciones de estructura, es posible separar las contribuciones de los distintos sabores del mar, siendo factible la comprobación de la validez o no

de la simetría, y por lo tanto de las predicciones que presentaremos más adelante obtenidas con nuestros sets, que implican la ruptura de la simetría.

Continuamos esta sección con el cálculo de las correcciones provenientes de los diagramas en Fig. (V.1) y (V.2), iniciados por quarks. La evaluación del diagrama en Fig. (V.1.a) corresponde a la contribución naive a las funciones de estructura. Los diagramas en Fig. (V.1.b) y (V.1.c) dan contribución nula para quarks sin masa, si se trabaja en el gauge de Landau, que elegimos para realizar el cálculo ya que evita la aparición de divergencias ultravioletas a un loop. La interferencia entre los diagramas en Fig. (V.1.a) y (V.1.d) así como los de Fig. (V.2), producen tanto divergencias infrarrojas como colineales. Mientras que las colineales son absorbidas utilizando el esquema de factorización, las infrarrojas se cancelan entre sí.

Para los diagramas reales de emisión de gluones en Fig. (V.2), los elementos de matriz al cuadrado se escriben como

$$|M_a|^2{}^{\mu\nu} = \frac{g^2 \mu^{2\epsilon} C_f}{(p-k)^4} \text{Tr} \left[ \not{p}' \gamma^\mu (a - b\gamma_5) (\not{p} - \not{k}) \gamma^\rho \frac{1 + \lambda\gamma^5}{2} \not{p} \gamma^\sigma (\not{p} - \not{k}) \gamma^\nu (a - b\gamma_5) \right] \epsilon_\rho^* \epsilon_\sigma \quad (220)$$

que corresponde al diagrama en Fig. (V.2.a)

$$|M_b|^2{}^{\mu\nu} = \frac{g^2 \mu^{2\epsilon} C_f}{(p+q)^4} \text{Tr} \left[ \not{p}' \gamma^\rho (\not{p} + \not{q}) \gamma^\mu (a - b\gamma_5) \frac{1 + \lambda\gamma^5}{2} \not{p} \gamma^\nu (a - b\gamma_5) (\not{p} + \not{q}) \gamma^\sigma \right] \epsilon_\rho^* \epsilon_\sigma \quad (221)$$

que corresponde al diagrama en Fig. (V.2.b), mientras que la contribución debido a la interferencia de ambos es

$$2|M_a M_b|^{\mu\nu} = \frac{2g^2 \mu^{2\epsilon} C_f}{(p-k)^2 (p+q)^2} \times \text{Tr} \left[ \not{p}' \gamma^\mu (a - b\gamma_5) (\not{p} - \not{k}) \gamma^\rho \frac{1 + \lambda\gamma^5}{2} \not{p} \gamma^\nu (a - b\gamma_5) (\not{p} + \not{q}) \gamma^\sigma \right] \epsilon_\rho^* \epsilon_\sigma \quad (222)$$

donde  $\lambda$  corresponde a la helicidad de quark entrante. Es este caso hay que sumar sobre la polarización de los gluones salientes, lo cual corresponde a

$$(\epsilon_{\rho+} \epsilon_{\sigma+}^* + \epsilon_{\rho-} \epsilon_{\sigma-}^*) = -g_{\rho\sigma} \quad (223)$$

mientras que los elementos de matriz polarizados se obtienen por medio de

$$\Delta|M|^2{}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (|M|_{\lambda=1}^2{}^{\mu\nu} - |M|_{\lambda=-1}^2{}^{\mu\nu}) \quad (224)$$

Luego de contraer la suma de los elementos anteriores con los correspondientes proyectores e integrándolos en el espacio de fases se obtiene

$$g_1^{quark}|_{real} = C_{i,1}^B \frac{\alpha_s}{2\pi} \left(\frac{4}{3}\right)^\epsilon \frac{\Gamma^2(1-\epsilon)}{\Gamma(1-2\epsilon)} \left\{ \frac{2}{\epsilon^2} \delta(1-z) - \frac{1}{\epsilon} \frac{(1+z^2)}{(1-z)_+} + \frac{3}{2\epsilon} \delta(1-z) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & + (1+z^2) \left( \frac{\log(1-z)}{1-z} \right)_+ - \frac{3}{2} \frac{1}{(1-z)_+} - \left( \frac{1+z^2}{1-z} \right) \log z \\
 & + 2 + z + \frac{7}{2} \delta(1-z) - 4(1-z) \} \quad (225)
 \end{aligned}$$

donde escribimos el resultado sólo para  $g_1$ .

Por último, el cómputo de la interferencia entre los diagramas de Fig. (V.1.a) y (V.1.d) es bastante más dificultosa, ya que incluye integrales de 1 loop que se tornan más complicadas debido a las propiedades de conmutación de  $\gamma^5$ . El elemento de matriz que corresponde en el gauge de Landau es

$$\begin{aligned}
 2|M_a M_d|^{\mu\nu} &= 2g^2 \mu^{2\epsilon} C_f \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p') \gamma^\rho \frac{(p' - k)}{(p' - k)^2} \gamma^\mu (a - b\gamma_5) \frac{(p - k)}{(p - k)^2} \gamma^\sigma \\
 & \left[ \frac{1}{k^2} \left( g_{\rho\sigma} - \frac{k_\rho k_\sigma}{k^2} \right) \right] \left( \frac{1 + \lambda\gamma_5}{2} \right) u(p) \bar{u}(p) \gamma^\nu (a - b\gamma_5) u(p') \quad (226)
 \end{aligned}$$

donde  $u$  y  $\bar{u}$  son los espinores de quarks.

Luego de realizar el cálculo explícito de esta contribución encontramos que la corrección correspondiente es equivalente a reemplazar el vértice  $\gamma_\mu(1 - a\gamma_5)$  según

$$\gamma_\mu(1 - a\gamma_5) \leftrightarrow \gamma_\mu(1 - a\gamma_5) \left\{ 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \left( \frac{4\pi\mu^2}{Q^2} \right)^\epsilon \frac{\Gamma(1+\epsilon)\Gamma^2(1-\epsilon)}{\Gamma(1-2\epsilon)} \left[ \frac{-2}{\epsilon^2} - \frac{2}{\epsilon} - 8 \right] \right\} \quad (227)$$

en el diagrama naive de Fig. (V.1.a). Esto significa que la contribución virtual de quarks es

$$g_1^{quark}|_{virtual} = C_{i,1}^B \delta(1-z) \left\{ \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \left( \frac{4\pi\mu^2}{Q^2} \right)^\epsilon \frac{\Gamma(1+\epsilon)\Gamma^2(1-\epsilon)}{\Gamma(1-2\epsilon)} \left[ \frac{-2}{\epsilon^2} - \frac{2}{\epsilon} - 8 \right] \right\} \quad (228)$$

Como se observa, los polos dobles, que corresponden a divergencias infrarrojas, se cancelan al sumar las contribuciones reales y virtuales.

La contribución total a  $g_1$  debida a los quarks es

$$\begin{aligned}
 g_1^{quark}(z, Q^2) &= C_{i,1}^B \frac{\alpha_s}{2\pi} \Delta P_{qq}(z) \left[ -\frac{1}{\epsilon} + \log \frac{Q^2}{\mu^2} \right] + C_{i,1}^B \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \left\{ (1+z^2) \left( \frac{\log(1-z)}{1-z} \right)_+ \right. \\
 & \left. - \frac{3}{2} \frac{1}{(1-z)_+} - \left( \frac{1+z^2}{1-z} \right) \log z + 2 + z - \left( \frac{7}{2} + \frac{1}{3}\pi^2 \right) \delta(1-z) - 4(1-z) \right\} \quad (229)
 \end{aligned}$$

donde aparecen los términos suaves característicos, que son absorbidos al factorizar. El último término proporcional a  $(1-z)$  puede ser analizado para mostrar que, en el caso de quarks sin masa, tiene origen colineal [105] y por lo tanto lo absorbemos en la definición de la densidad de partones polarizados a través de

$$\widetilde{\Delta f}_{m < \mu_{masa}}^q = -\frac{16}{3}(1-z) \quad (230)$$

Análogamente al caso de gluones, fijamos para los quarks pesados

$$\widetilde{\Delta f}_{m > \mu_{masa}}^q = 0 \quad (231)$$

Las ecuaciones anteriores junto a Ec. (215) y (216) definen el esquema de factorización adoptado. Nuestra prescripción está en acuerdo con la definida en referencia [105] para quarks livianos pero difiere significativamente en la de los quarks masivos.

Finalmente indicamos los resultados hallados para las otras funciones de estructura, cuyas correcciones están dadas por

$$\Delta f_4^q(z) = \Delta f_1^q(z) + \frac{4}{3}(1+z) \quad (232)$$

y

$$\Delta f_3^q(z) = \Delta f_1^q(z) + \frac{4}{3}(1-z) \quad (233)$$

Las correcciones NLO de quarks a las funciones de estructura  $g_3$  y  $g_4$  ( $\Delta f_{3,4}^q - \widetilde{\Delta f}_i^q$ ) son idénticas a las obtenidas para las funciones de estructura no polarizadas  $F_1$  y  $F_2$ , debido a que tienen la misma estructura tensorial a nivel partónico [34].

En un esquema donde la regularización es realizada manteniendo explícitamente las masas de los quarks e introduciendo un corte en el impulso transversal, las contribuciones duras son obtenidas tomando en cuenta la jerarquía de masas en cada proceso. Sin embargo, con la prescripción de factorización aquí propuesta, los términos no logarítmicos  $\Delta f^q$  y  $\Delta f^g$  no son dependientes del bosón intercambiado o de la relación entre las masas de los quarks y la escala de factorización. Esta dependencia es absorbida en los términos independientes del proceso  $\widetilde{\Delta f}$ , mostrando claramente el carácter de universalidad de la factorización.

## V.6 Resultados numéricos

En esta sección analizamos la relevancia de las correcciones que hemos calculado. Todos los análisis acerca de las correcciones a 1 loop para las funciones de estructura polarizadas que se pueden encontrar en la literatura tratan sólo de las correcciones gluónicas. Aún más, la mayoría de los estudios en la función de estructura electromagnética dependiente de spin y en las densidades de partones, desestiman la importancia de las contribuciones de quarks, ya sea no incluyéndolas en Ec. (204) ( $\Delta f_1^q = 0$ ) o aproximándolas por su efecto al primer momento de la función de estructura ( $\Delta f_1^q = \frac{-\alpha_s}{\pi} \delta(1-z)$ ). Como la contribución al momento es del orden de  $\frac{\alpha_s}{\pi}$ , es usualmente supuesto que estas correcciones son pequeñas. Sin embargo, como

las  $\Delta f^q$  son funciones no triviales, nada garantiza que estas correcciones no sean comparables o aún mayores que las gluónicas en algún intervalo de  $x$ . Por supuesto, uno puede siempre definir el esquema de factorización de tal manera que las correcciones sean absorbidas en las distribuciones de partones, siempre y cuando la prescripción sea implementada en forma consistente en otros procesos. Esto, sin embargo, cambia radicalmente la interpretación de las distribuciones de partones. Es importante entonces, tener una estimación del peso relativo de las correcciones dentro del esquema empleado y particularmente de este que factoriza las contribuciones suaves en cada proceso.

Comenzamos comparando numéricamente las correcciones de quark y gluones a las funciones de estructura (segundo y tercer término en Ec. (204), respectivamente), entre ellas y con la contribución naive (primer término de la misma ecuación). Para realizar las estimaciones, es necesario contar con un set de distribuciones de partones definidas a orden  $\alpha_s$  y dentro del esquema de factorización propuesto. Para ello, construimos un set LPR1 tomando para las densidades la forma sugerida por el modelo de dilución de spin y fijamos los parámetros de tal forma que todos los datos disponibles sobre la asimetría correspondiente a la función de estructura electromagnética polarizada sean reproducidos, contando con una densidad de gluones polarizada que está en acuerdo con la diferencia entre las reglas de suma de Ellis-Jaffe y los experimentos (también contamos con otro set LPR2 donde la diferencia es atribuida a la polarización del mar extraño, pero que no se muestra en este capítulo).

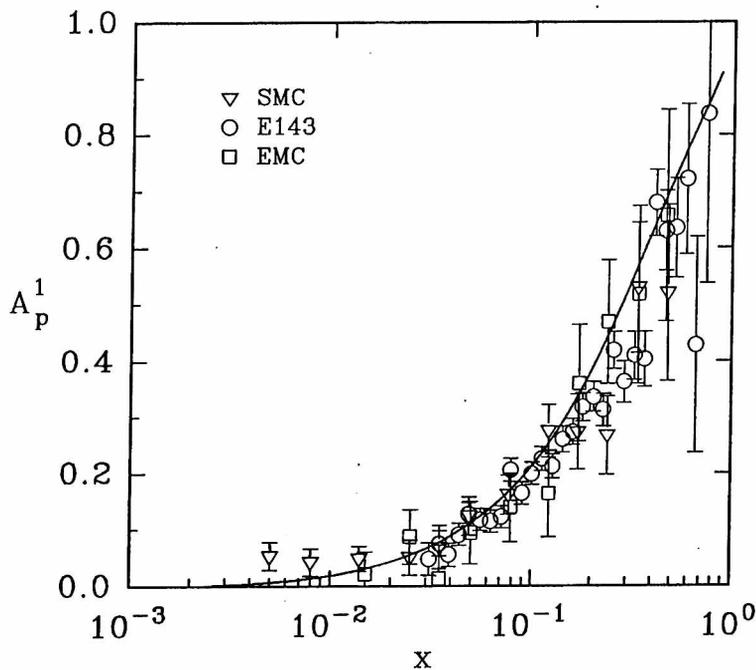


Figura V.4: Asimetría del protón a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$

Para las densidades no polarizadas utilizamos el más reciente set MRSG, de Martin, Roberts y Stirling [106], que muestran un comportamiento para la densidad de gluones a valores de  $x$  medios que difiere levemente de los usuales. Al igual que en Capítulo III, las densidades están definidas a un valor medio de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  y realizan un excelente ajuste a las asimetrías [89] como se observa en el caso del protón en Figura (V.4) al compararlo con datos experimentales más recientes.

En Figuras (V.5), (V.6) y (V.7) mostramos las contribuciones a 3 funciones de estructura diferentes  $xg_1^\gamma(x)$ ,  $xg_1^{W^+}(x)$  y  $xg_3^{W^+}(x)$ , discriminando sus diferentes orígenes (naive, correcciones de quarks y correcciones de gluones).

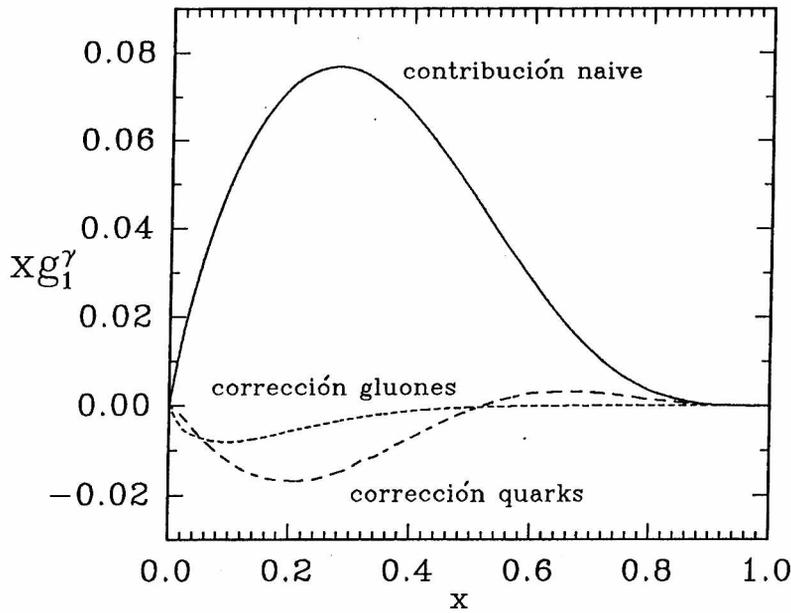


Figura V.5: Contribuciones a  $xg_1^\gamma(x)$  a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$

Las figuras muestran claramente que aún cuando las correcciones de quarks al primer momento son pequeñas (7% a  $g_1^\gamma$ ) respecto de la de gluones (del orden del 20% para la misma función) que tiene su contribución principal en la zona de pequeño  $x$ , las contribuciones de quarks son mayores para  $xg_1^\gamma(x)$  y  $xg_3^{W^+}(x)$  y comparables en  $xg_1^{W^+}(x)$  a las de gluones en casi todo el rango de  $x$ . Comparadas con las contribuciones naive, las correcciones debidas a los quarks llegan a ser del orden del 20% de las primeras, mientras que la aproximación de  $\frac{\alpha_s}{\pi}$  solamente llega al 7%. Es importante notar también que aparece la contribución de gluones no nula a la función de estructura  $xg_3^{W^+}(x)$  supuestamente no singlete, que no era esperada en un análisis que no tenga en cuenta la jerarquía de masas de los quarks participantes.

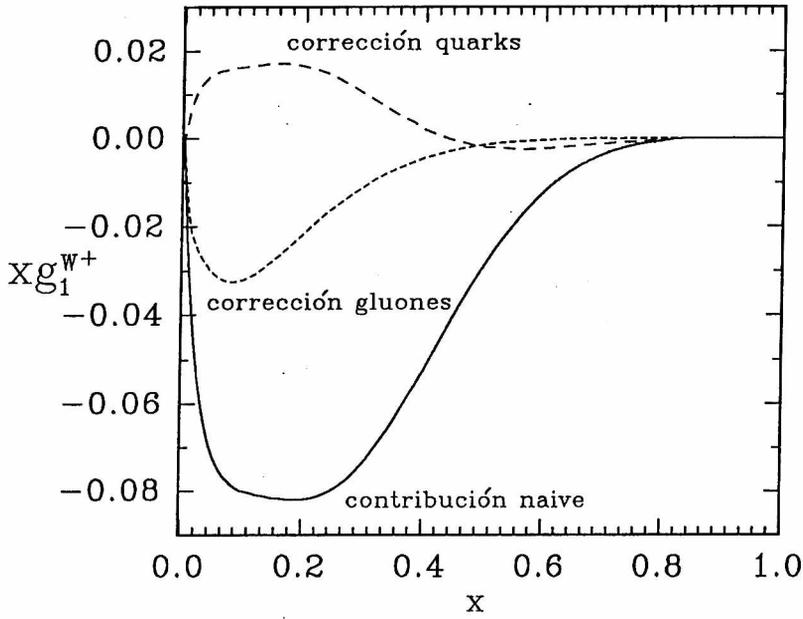


Figura V.6: Contribuciones a  $xg_1^{W^+}(x)$  a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$

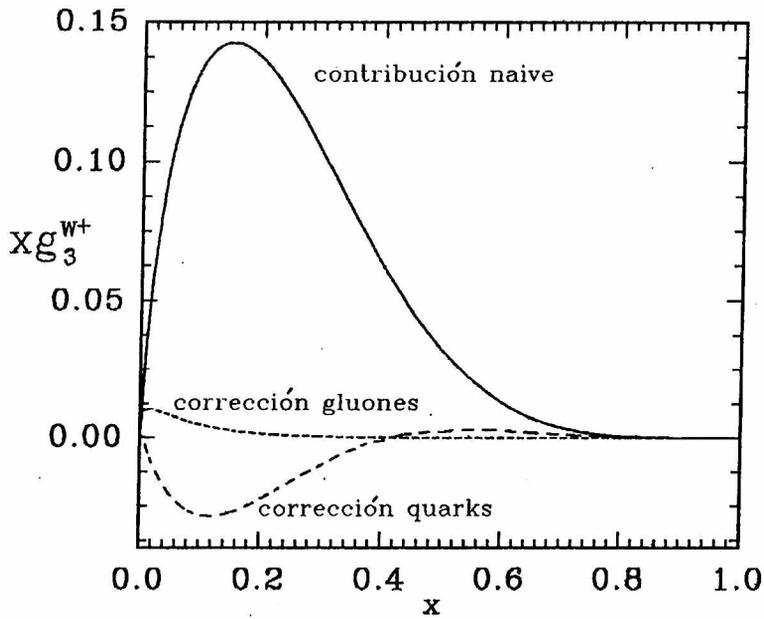


Figura V.7: Contribuciones a  $xg_3^{W^+}(x)$  a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$

Para concluir, indicamos que si bien hay libertad en definir el esquema de factorización, la prescripción hecha en este capítulo tiene un sentido más físico, en el sentido que separa claramente las componentes duras de las suaves, siendo estas absorbidas en las densidades

de partones polarizadas que son la parte no perturbativa de las funciones de estructura. Otra importante ventaja es que utilizamos, para regularizar las divergencias, el método de regularización dimensional, que es con el que se han calculado las correcciones radiativas para otros procesos polarizados [86], siendo por lo tanto compatibles con las definiciones de densidades de quarks polarizadas a orden NLO definidas aquí. Es conveniente recordar que la gran mayoría de los sets de distribuciones no polarizadas modernos, están definidos en esquemas de número de sabores variable y utilizando las correcciones que se obtienen mediante regularización dimensional.

Finalmente indicamos que, algunas de las funciones de estructura polarizadas presentadas en este capítulo podrán ser medidas por la colaboración HERMES [107] si se logra aumentar la luminosidad en el acelerador de HERA, que por el momento sólo permite realizar una medición precisa de las funciones de estructura no polarizadas en procesos mediados por un bosón  $W$ .

Con una medición adecuada para las funciones de estructura polarizada sería posible obtener distribuciones de quarks de valencia más precisas y discriminar entre los distintos sabores en la polarización del mar.

## VI Evolución en $Q^2$ de la asimetría a NLO

En el Capítulo III mostramos que la asimetría polarizada  $A_1$ , en dispersión inelástica profunda electromagnética, evoluciona en  $Q^2$ , pero que, dentro de los errores experimentales, era posible considerarla como independiente de la escala. Así mismo, indicamos los problemas para obtener la predicción de QCD para esta evolución: ya que no se dispone de los núcleos de Altarelli-Parisi calculados a NLO, que es al orden donde es importante la contribución de gluones. Vimos además que puede realizarse la evolución aproximadamente con los núcleos a primer orden, pero ésto acarrea incoherencias en la elección del esquema de factorización para las densidades polarizadas (ya que al orden más bajo los núcleos no dependen del esquema de factorización). Si bien la evolución teórica, o al menos la aproximación realizada en el Capítulo III, provee correcciones menores a los errores experimentales, es interesante contar con una predicción confiable para la evolución, que permita llevar los datos experimentales de la asimetría a un valor de  $Q^2$  común y, por lo tanto, permita realizar un análisis más preciso de las reglas de suma.

Luego de haber definido en el capítulo anterior el nuevo esquema de factorización y de haber mostrado los resultados de las correcciones a un loop, estamos en condiciones de introducir un método alternativo para realizar la evolución de la asimetría polarizada.

### VI.1 Contribuciones de dos loops a las funciones de estructura

Para comenzar, recordamos que para realizar la evolución de una función de estructura incluyendo correcciones de orden  $\alpha_s^n$ , es necesario contar con ecuaciones de Altarelli-Parisi calculadas  $n + 1$  loops. Por ejemplo, para el caso que nos interesa, contamos con las correcciones NLO para la función de estructura polarizada  $g_1$ , presentadas en el capítulo anterior, y sería necesario tener los núcleos polarizados a orden  $\alpha_s^2$ .

En el caso no polarizado, los núcleos de Altarelli-Parisi a dos loops son conocidos desde hace varios años [27], mientras que el cálculo completo de las correcciones correspondientes a las funciones de estructura no polarizadas (a dos loops)  $F_1$  y  $F_2$  fue concluído recientemente,

utilizando regularización dimensional [108]. Estos cálculos involucran el cómputo de más de 50 diagramas de Feynman y la realización de integrales sumamente complicadas, aún para los programas disponibles para computadoras, provenientes del espacio de fases y de los loops. En este capítulo obviaremos el cálculo de las correcciones, que resulta muy tedioso y utilizaremos su resultado para realizar predicciones sobre las funciones de estructura.

Una característica importante es que, a dos loops, los coeficientes de quarks son distintos para el caso de densidades singletes y no singletes de sabor, debido a que las contribuciones provienen en algunos casos de distintos diagramas de Feynman (algunos diagramas están prohibidos para cada densidad). Estas densidades se definen como

$$q^S = \sum_{i=1}^{n_f} (q_i + \bar{q}_i) \quad (234)$$

para el singlete, donde  $i$  indica la suma sobre los sabores de quarks participantes, mientras que la densidad no singlete es

$$q^{NS} = \sum_{i=1}^{n_f} \left( e_i^2 - \frac{1}{n_f} \sum_{k=1}^{n_f} e_k^2 \right) (q_i + \bar{q}_i) \quad (235)$$

En la ecuación anterior  $e_i$  denota la carga del quark de sabor  $i$ . Al igual que las densidades, los coeficientes de dispersión inelástica profunda se distinguen en gluónicos  $C_g$ , singletes de quarks  $C_q^S$  y no singletes de quarks  $C_q^{NS}$ . Por razones que se harán claras más adelante, es conveniente realizar la factorización a una escala  $M^2$  distinta de  $Q^2$  (eligiendo también  $M^2$  como la escala de renormalización para  $\alpha_s$ ), obteniendo, luego de realizar la factorización, la siguiente expresión para la función de estructura no polarizada

$$F_2(x, Q^2) = x \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[ \frac{1}{n_f} \sum_{k=1}^{n_f} e_k^2 \left\{ q^S \left( \frac{x}{z}, M^2 \right) C_q^S \left( z, \frac{Q^2}{M^2} \right) + G \left( \frac{x}{z}, M^2 \right) C_g \left( z, \frac{Q^2}{M^2} \right) \right\} + q^{NS} \left( \frac{x}{z}, M^2 \right) C_q^{NS} \left( z, \frac{Q^2}{M^2} \right) \right] \quad (236)$$

y una expresión similar para  $F_1$ . Los coeficientes pueden encontrarse en Referencias [109, 110, 111].

Con la elección de la escala  $M^2 \neq Q^2$ , la dependencia en  $Q^2$  se encuentra en los coeficientes, en los cuales hay términos (a dos loops) de la forma  $\alpha_s \log \frac{Q^2}{M^2}$ ,  $\alpha_s^2 \log^2 \frac{Q^2}{M^2}$  y  $\alpha_s^2 \log \frac{Q^2}{M^2}$ . Los coeficientes de estos términos logarítmicos son justamente los núcleos de Altarelli-Parisi que realizan la evolución.

A diferencia de esta aproximación de cálculo a orden fijo, al utilizar las ecuaciones de Altarelli-Parisi a NLO se elige la escala  $M^2 = Q^2$ , introduciendo la dependencia en la escala de energías en las densidades de partones, y, mediante el uso del grupo de renormalización, resumiendo todos los términos de la forma  $\alpha_s^n \log^n Q^2$  y  $\alpha_s^n \log^{n-1} Q^2$ .

Así, el cálculo a orden fijo (en este caso a dos loops) sólo tiene en cuenta algunas de las contribuciones resumadas en las ecuaciones de Altarelli-Parisi, que las incluye a todo orden, correspondiendo las proporcionales a  $\alpha_s$ ,  $\log \frac{Q^2}{M^2}$  y  $\alpha_s^2 \log^2 \frac{Q^2}{M^2}$  a términos LO, mientras que el de la forma  $\alpha_s^2 \log \frac{Q^2}{M^2}$  es típicamente NLO.

Sin embargo, para valores de  $Q^2$  cercanos a  $M^2$ , los logaritmos dan valores pequeños y es una buena aproximación quedarse con los términos cuadráticos que aparecen en Ec. (236). De esta manera, es posible mantener  $M^2$  fijo, siendo necesario sólo contar con densidades a ese valor de la escala, y realizar la evolución en  $Q^2$  a través de los coeficientes. Teniendo en cuenta la estructura de los coeficientes, es de esperar que el cálculo de 1 loop a orden fijo sea equivalente a la evolución en  $Q^2$  que se obtiene utilizando las ecuaciones de Altarelli-Parisi a LO, mientras que el de dos loops debe ser similar a la evolución NLO (ya que el coeficiente incluye el primer término NLO que se resume en las ecuaciones de Altarelli-Parisi).

Para valores de  $\frac{Q^2}{M^2}$  muy grandes o muy pequeños, los logaritmos se vuelven importantes y sería necesario resumarlos a través del grupo de renormalización. En principio, si se realizara el cálculo a todo orden, lo cual es obviamente imposible, la dependencia en la escala  $M^2$  desaparecería, por ser una escala no física, y por ello existe la posibilidad de elegirla a gusto. Como conservamos los coeficientes sólo hasta orden 2, subsistirá ciertamente una pequeña dependencia en  $M^2$ , cuyos efectos despreciaremos. Hemos decidido elegir el valor  $M^2 = 10 \text{ GeV}^2$  ya que, con esta elección, es posible ver que el método funciona adecuadamente (esto es que los logaritmos son pequeños) para valores de  $Q^2$  entre  $1 \text{ GeV}^2$  y  $100 \text{ GeV}^2$ , que es el rango en el que se encuentran los datos experimentales para las asimetrías polarizadas.

La ventaja de testear el método en el caso no polarizado consiste en que, ya que las ecuaciones de Altarelli-Parisi están disponibles tanto a orden LO como NLO, es posible comparar las evoluciones entre sí. Para ello utilizamos el método de perturbaciones a orden fijo con la expresión de la función de estructura a un loop, que llamamos  $F_2^{(1)}(x, Q^2, M^2)$  junto a densidades de partones LO al valor de la escala  $M^2$ . Esta debe ser comparada con la obtenida al hacer  $Q^2 = M^2$  (esto es sin términos logarítmicos) en la ecuación de la función de estructura a LO (que es igual a la expresión naive) pero con las densidades evolucionadas en  $Q^2$  a través de las ecuaciones de Altarelli-Parisi al orden más bajo (LO).

En Figura (VI.1) se muestra la evolución hasta  $Q^2 = 50 \text{ GeV}^2$  y  $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ , comparando ambos métodos, y utilizando las densidades LO no polarizadas en Ref. [112]. Como se observa, las diferencias son muy pequeñas ( $< 1.5 \%$ ), y por lo tanto no pueden ser discriminadas dentro de la precisión alcanzada por los experimentos, mostrando que el método de orden fijo es efectivamente útil dentro de este rango de energías.

De la misma forma puede compararse el método con las ecuaciones de evolución a orden NLO. Para ello utilizamos la expresión para la función de estructura a dos loops, que llamamos  $F_2^{(2)}(x, Q^2, M^2)$ , junto a densidades de partones NLO, al valor de  $M^2$  fijo, del set MTB1 en Ref. [112]. En Figura (VI.2) comparamos esta predicción con la obtenida utilizando las ecuaciones de Altarelli-Parisi para las densidades NLO y la expresión NLO para la función de estructura. Como se observa, el método funciona con gran precisión también a este orden. También es importante notar, comparando ambas figuras, que las correcciones NLO en la evolución son realmente importantes, al menos para pequeño  $x$  ( $x < 0.05$ ).

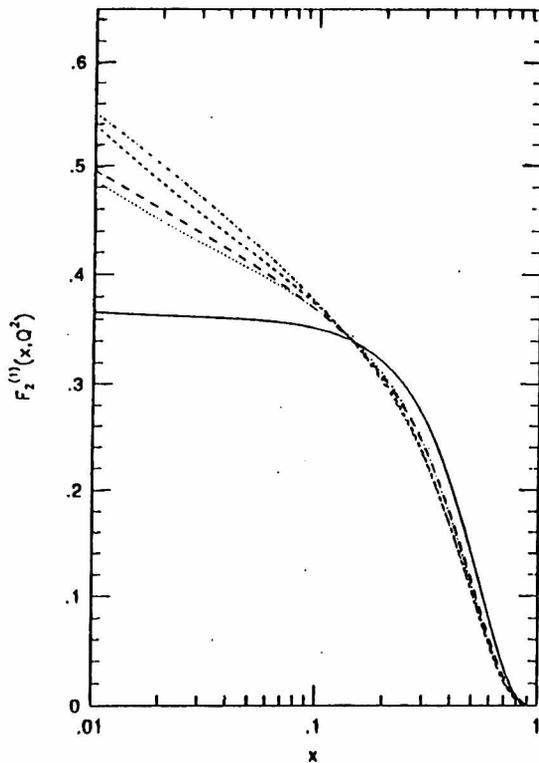


Figura VI.1: Función de estructura no polarizada  $F_2^{(1)}(x, Q^2, M^2)$ .

La línea sólida corresponde a Altarelli-Parisi LO ( $M^2 = Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ ),

la de puntos a ( $M^2 = Q^2 = 50 \text{ GeV}^2$ ) y la de rayas cortas a ( $M^2 = Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ ).

La línea de rayas largas corresponde al método de orden fijo ( $M^2 = 10 \text{ GeV}^2$ ,  $Q^2 = 50 \text{ GeV}^2$ ), y la de puntos y rayas a ( $M^2 = 10 \text{ GeV}^2$ ,  $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ ).

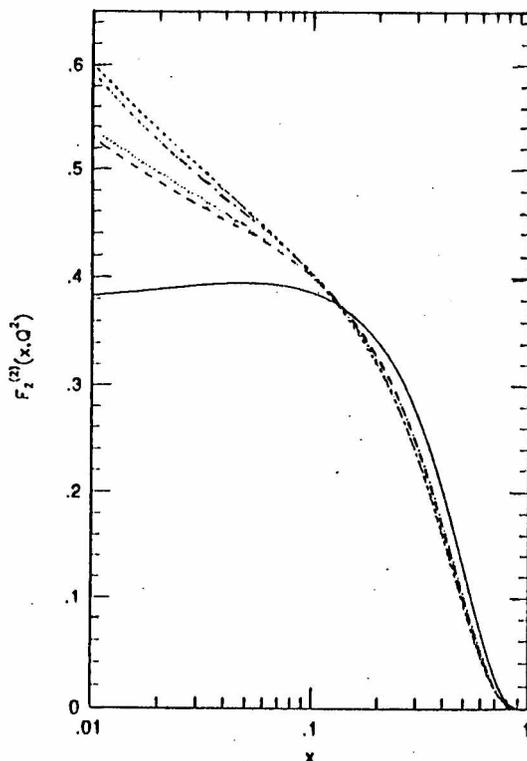


Figura VI.2: Función de estructura no polarizada  $F_2^{(2)}(x, Q^2, M^2)$ .  
Las líneas corresponden a las indicadas en Fig.(VI.1).

Como indicamos en los capítulos anteriores, las ecuaciones de Altarelli-Parisi a orden NLO no están disponibles en el caso polarizado y la utilización de las ecuaciones a orden LO junto a la expresión NLO para  $g_1$  provoca problemas de inconsistencia. Por ello, es interesante utilizar el método de evolución para el cálculo a orden fijo en la función de estructura polarizada, teniendo en cuenta la precisión demostrada por el método en el caso no polarizado.

En forma similar a este último caso, se definen las densidades polarizadas singlete mediante

$$\Delta q^S = \sum_{i=1}^{n_f} (\Delta q_i + \Delta \bar{q}_i) \quad (237)$$

y no singlete como,

$$\Delta q^{NS} = \sum_{i=1}^{n_f} \left( e_i^2 - \frac{1}{n_f} \sum_{k=1}^{n_f} e_k^2 \right) (\Delta q_i + \Delta \bar{q}_i) \quad (238)$$

La expresión para la función de estructura polarizada es,

$$g_1(x, Q^2) = \frac{1}{2} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[ \frac{1}{n_f} \sum_{k=1}^{n_f} e_k^2 \left\{ \Delta q^S \left( \frac{x}{z}, M^2 \right) \Delta C_q^S \left( z, \frac{Q^2}{M^2} \right) + \Delta G \left( \frac{x}{z}, M^2 \right) \Delta C_g \left( z, \frac{Q^2}{M^2} \right) \right\} + \Delta q^{NS} \left( \frac{x}{z}, M^2 \right) \Delta C_q^{NS} \left( z, \frac{Q^2}{M^2} \right) \right] \quad (239)$$

donde los coeficientes se encuentran en Referencia [78]. Las contribuciones a dos loops han sido calculadas utilizando regularización dimensional, siendo posible distinguir en ellas las contribuciones suaves, que hemos absorbido en la definición de las densidades, de tal forma que los coeficientes que aparecen en Ec. (239) contienen solamente la parte dura de la contribución, al igual que lo realizado en el capítulo anterior para las contribuciones NLO.

## VI.2 Corrección de los datos en la asimetría

Para analizar la evolución de la función de estructura polarizada con el método de perturbaciones a orden fijo, se procede de manera similar al caso no polarizado pero, ya que los datos experimentales no proceden directamente de  $g_1$  sino de las asimetrías, presentaremos los resultados referidos a la magnitud obtenida experimentalmente  $A_1 = g_1/F_1$ . Por completitud, y para comparar los resultados obtenidos, realizamos la evolución de tres formas distintas [113]:

- a) Utilizando el método de perturbaciones a orden fijo a dos loops (que aproxima al resultado esperado si se pudieran utilizar los núcleos de Altarelli-Parisi a NLO),
- b) utilizando el método de perturbaciones a orden fijo a un loop (que aproxima el resultado utilizando los núcleos de Altarelli-Parisi a LO),
- c) resolviendo en forma aproximada (con el programa presentado en el Capítulo III) las ecuaciones de Altarelli-Parisi LO pero con una expresión NLO para la función de estructura.

En los tres casos utilizamos las densidades polarizadas NLO presentadas en el capítulo anterior, tanto para el set con importante polarización de gluones (LPR1), como para el obtenido bajo la suposición de una gran polarización del mar extraño (LPR2). Como se observa en Fig. (VI.3) para la asimetría del protón, no hay diferencias visibles entre los tres mecanismos al valor de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  del set (los definidos en los puntos b) y c) son idénticos al valor inicial ya que utilizan la misma expresión a 1 loop para  $g_1$ ), indicando que no hay ningún inconveniente en utilizar el mismo set de densidades polarizadas para los distintos métodos.

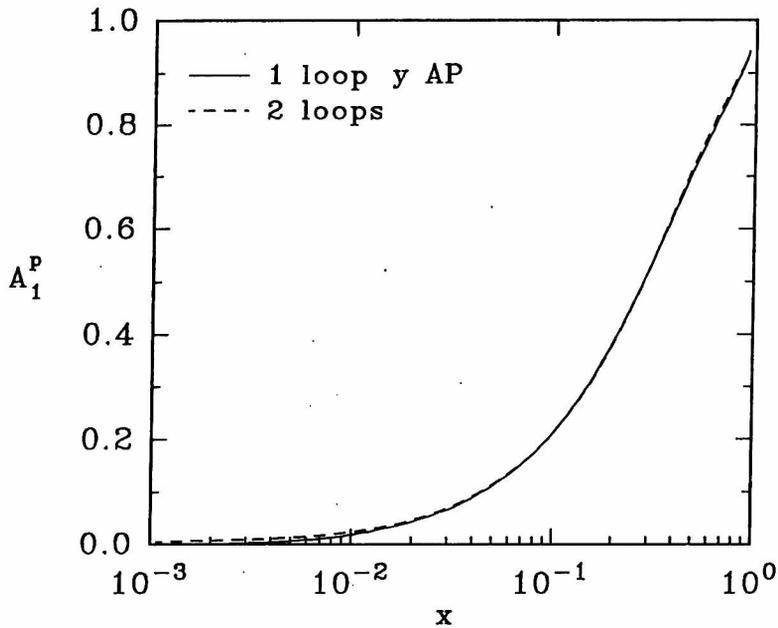


Figura VI.3: Asimetría del protón a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  calculada con los métodos de a), b) y c).

En los gráficos de Figura (VI.4) mostramos los resultados obtenidos realizando la evolución con los tres métodos propuestos y utilizando los dos sets de densidades polarizadas, a valores de  $Q^2$  de  $3 \text{ GeV}^2$ ,  $10 \text{ GeV}^2$  y  $30 \text{ GeV}^2$ . Como se observa, las evoluciones obtenidas utilizando los métodos a) y b) son prácticamente indistinguibles (al igual que lo hallado en el caso no polarizado), mientras que se encuentran diferencias entre estos y los resultados hallados al usar el método a), especialmente para valores pequeños de  $x$  y  $Q^2$  (el efecto es más notable en el set LPR1, donde predomina la densidad de gluones polarizada). Este último resultado es muy importante, ya que indica una diferencia entre las evoluciones a 1 y 2 loops, especialmente para valores de  $x$  pequeño, donde justamente, los datos experimentales son obtenidos a valores de  $Q^2$  del orden de  $1.5 \text{ GeV}^2$ , de tal forma que la corrección por evolución de estos datos debe ser realizada utilizando el método de dos loops para obtener resultados con mayor precisión.

Contando con esta herramienta para realizar la evolución de manera mas precisa que lo hecho en el Capítulo III, es posible entonces, modificar los datos experimentales, llevandolos a un valor medio de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ . Para ello utilizamos nuestros sets de densidades polarizadas, que tienen muy buen acuerdo con los datos sin corregir, y calculamos la asimetría para cada valor de  $x$  al valor de  $Q^2$  al cual fue medido y le restamos el valor que se obtiene con nuestros sets a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ . Luego, tomamos esa diferencia y se la restamos al valor experimental, obteniendo el valor "corregido" del experimento a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ .

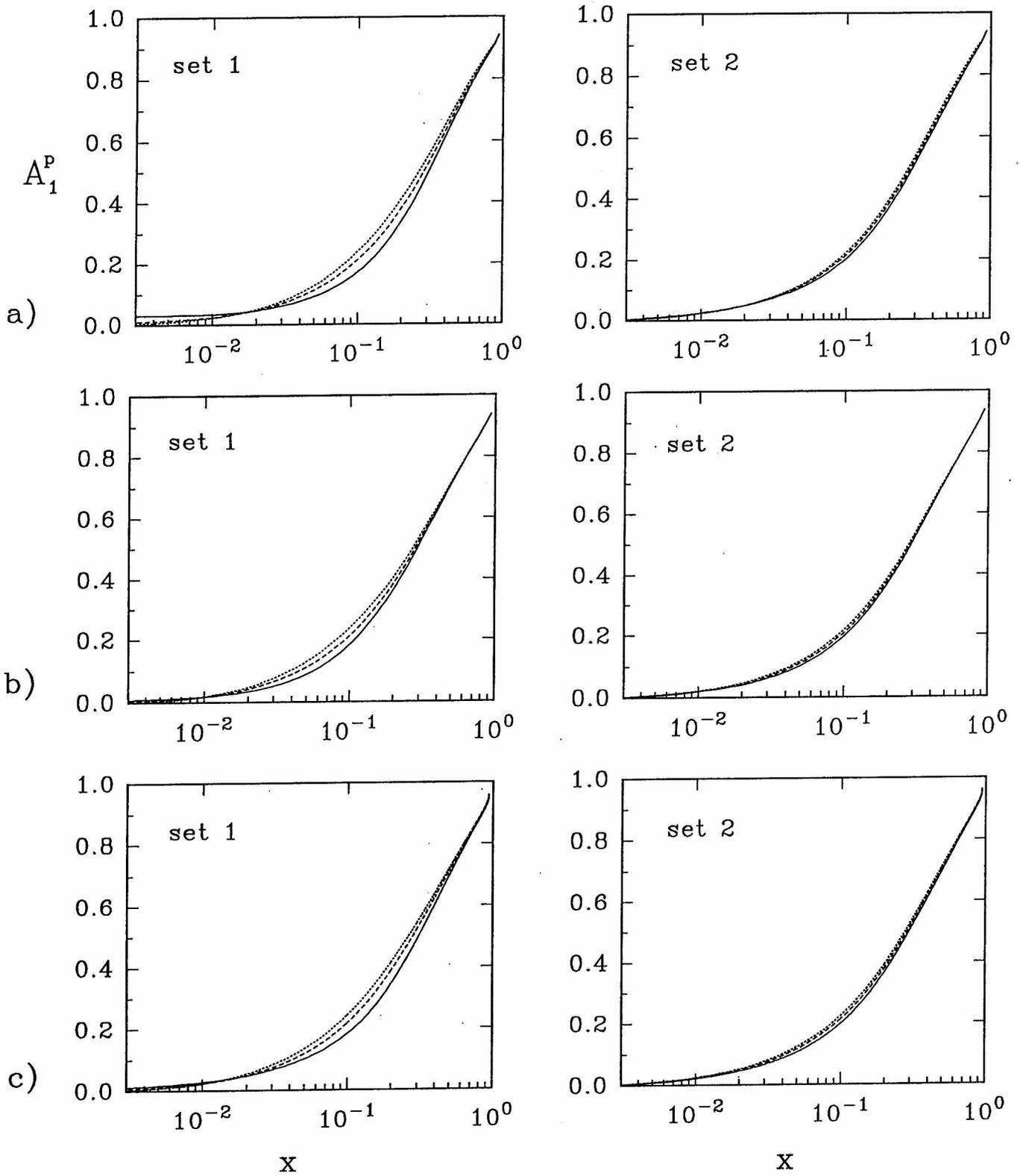


Figura VI.4: Asimetrías evolucionadas con los métodos de a), b) y c).  
 Línea sólida :  $Q^2 = 3 \text{ GeV}^2$ , de puntos :  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  y de rayas :  $Q^2 = 30 \text{ GeV}^2$

Si bien el mecanismo ideal consiste en realizar un análisis global de los datos de una manera iterativa (mejorando los sets con los datos corregidos y volviendo a calcular), consideramos que la aproximación utilizada es suficiente para realizar un análisis fenomenológico de las correcciones por la dependencia en  $Q^2$ . Además, como mostraremos, los mismos sets realizan un mejor ajuste a los datos corregidos, sin necesidad de cambiar los parámetros que los definen.

En la Figura (VI.5) mostramos los resultados obtenidos al corregir los datos experimentales mas recientes para la asimetría del protón con el procedimiento descrito anteriormente. Así mismo, los comparamos con la predicción de nuestros sets para la asimetría. Algunos puntos para remarcar son los siguientes:

1. Al igual que en el análisis realizado en el Capítulo III, encontramos que para casi todos los datos, las correcciones son menores a los errores experimentales.
2. En el caso de SMC, el dato para  $x = 0.006$  sufre una corrección importante, mayor aún que el error experimental, al utilizar el set LPR1, debido a que para pequeños valores de  $x$  predominan los gluones. El resultado experimental, que indicaba un crecimiento de la asimetría a pequeño  $x$  y que no podía ser explicado teóricamente ya que se espera que la asimetría tienda a cero en ese rango, disminuye considerablemente al corregirlo. De esta manera, es posible explicar el crecimiento observado sobre la base de la dependencia en  $Q^2$  de la asimetría provocado por la densidad polarizada de gluones, sobre todo a valores de  $Q^2$  muy pequeños. Se observa también, que la corrección es mucho menor en el caso del set LPR2 (donde la densidad de gluones es nula).
3. Los datos corregidos de E143 (cuyo valor de  $Q^2$  medio es considerablemente menor al de SMC) muestran correcciones también menores que los errores experimentales. Sin embargo, se observa que al pasar a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ , en el caso del set LPR1, existe un crecimiento de la asimetría en el rango de  $x$  medio, mientras que en el set LPR2 la variación es mucho menor. De esta forma, es también posible, explicar por qué los datos experimentales de E143 están sistemáticamente por debajo de las predicciones de nuestros sets, que están en perfecto acuerdo con los datos de otros experimentos en el mismo rango de  $x$ . Así, los datos corregidos muestran un mejor acuerdo con nuestro set, en el caso de gluones con importante polarización, debiéndose el desacuerdo inicial al diferente valor de  $Q^2$  correspondiente al set y a los datos.

De esta manera, observamos que al corregir los datos utilizando el set LPR1, encontramos un mejor acuerdo entre la asimetría corregida y la predicción de nuestro set. En el caso del set LPR2 no se encuentran diferencias tan importantes.

Si bien no pueden sacarse conclusiones definitivas de estos hechos, básicamente debido a los importantes errores experimentales actuales, el análisis indica una tendencia que fa-

vorece la expectativa teórica de la existencia de una importante polarización de gluones en el nucleón.

Para poder realizar la afirmación en forma categórica sería necesario disponer de datos experimentales con mucho menor error (actualmente se están realizando nuevas determinaciones que mejorarán la estadística de los experimentos). A partir de estos nuevos datos se podrá realizar un análisis global, proyecto en el que trabajaremos en el futuro próximo.

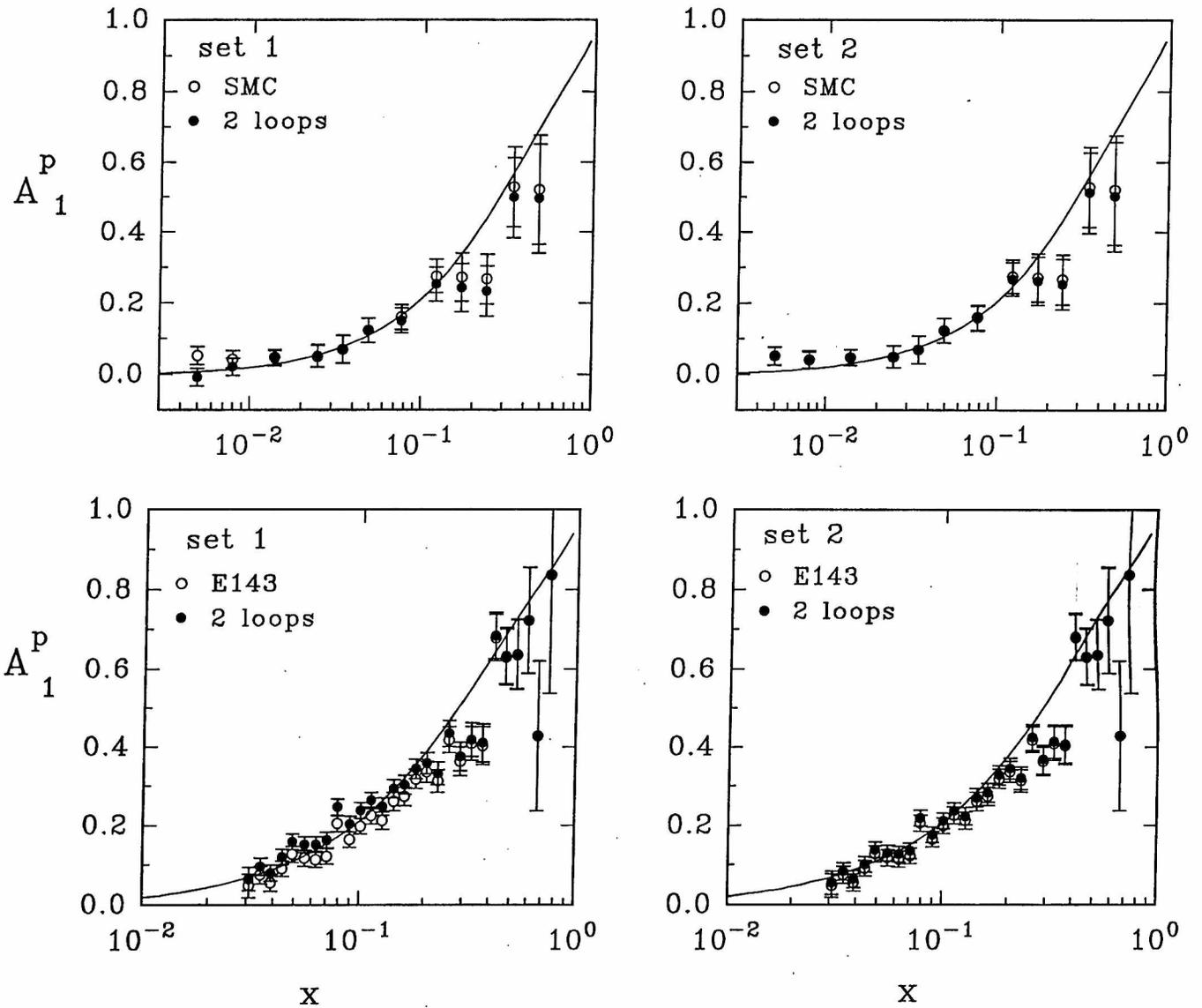


Figura VI.5: Datos experimentales corregidos con ambos sets

### VI.3 Corrección al valor experimental de las reglas de suma

Con los datos experimentales “corregidos” al valor común de  $Q^2$ , es posible obtener la predicción experimental para las reglas de suma de Ellis-Jaffe a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ , donde correcciones por higher twist y efectos no perturbativos son despreciables. Para realizar el cálculo, utilizamos los datos experimentales corregidos para cada valor de  $x$  en cada experimento por separado, suponiendo la asimetría constante dentro de cada bin de  $x$  e integrando la función de estructura no polarizada  $F_1$ , obtenida utilizando las parametrizaciones más recientes de Ref. [106], sobre el rango del bin, hallando de esta forma la integral de  $g_1$  sobre el rango de  $x$  cubierto por cada experimento. Para extrapolar en el rango de pequeño y alto  $x$ , utilizamos el comportamiento sugerido por nuestros sets para la asimetría. Los resultados obtenidos se muestran en Fig. (VI.6) para los experimentos de E143, SMC y EMC, donde los puntos representan la integral de la función de estructura polarizada entre 1 y el valor mínimo de  $x$  de cada bin. En los gráficos también comparamos los resultados que se obtienen realizando la evolución a 1 loop.

Como se observa, hay una diferencia importante entre los resultados para los momentos de  $g_1$  cuando la corrección se realiza utilizando el método a 1 y 2 loops, especialmente para pequeño  $x$ , aún para el set LPR2. En el caso de SMC encontramos que el valor corregido es inferior al presentado por la colaboración experimental, al contrario del caso de E143, debido al diferente valor de  $Q^2$  medio de cada experimento. Como los resultados son cuantitativamente distintos para los dos sets utilizados y además no es posible aún distinguir la calidad de ellos, para el valor experimental del primer momento de la función de estructura polarizada debe considerarse un error experimental considerablemente mayor que el presentado por las colaboraciones, de tal manera de poner tener en cuenta esta diferencia en la corrección por evolución. En Tabla (VI.1) mostramos los valores obtenidos para estos momentos al realizar la corrección utilizando ambos sets y sin corregir (valor experimental).

Experimento	Valor no corregido	Corregido Set LPR1	Corregido Set LPR2
SMC	0.134	0.113	0.130
E143	0.126	0.139	0.129
EMC	0.128	0.120	0.126

Tabla VI.1 Resultados para el primer momento de  $g_1$

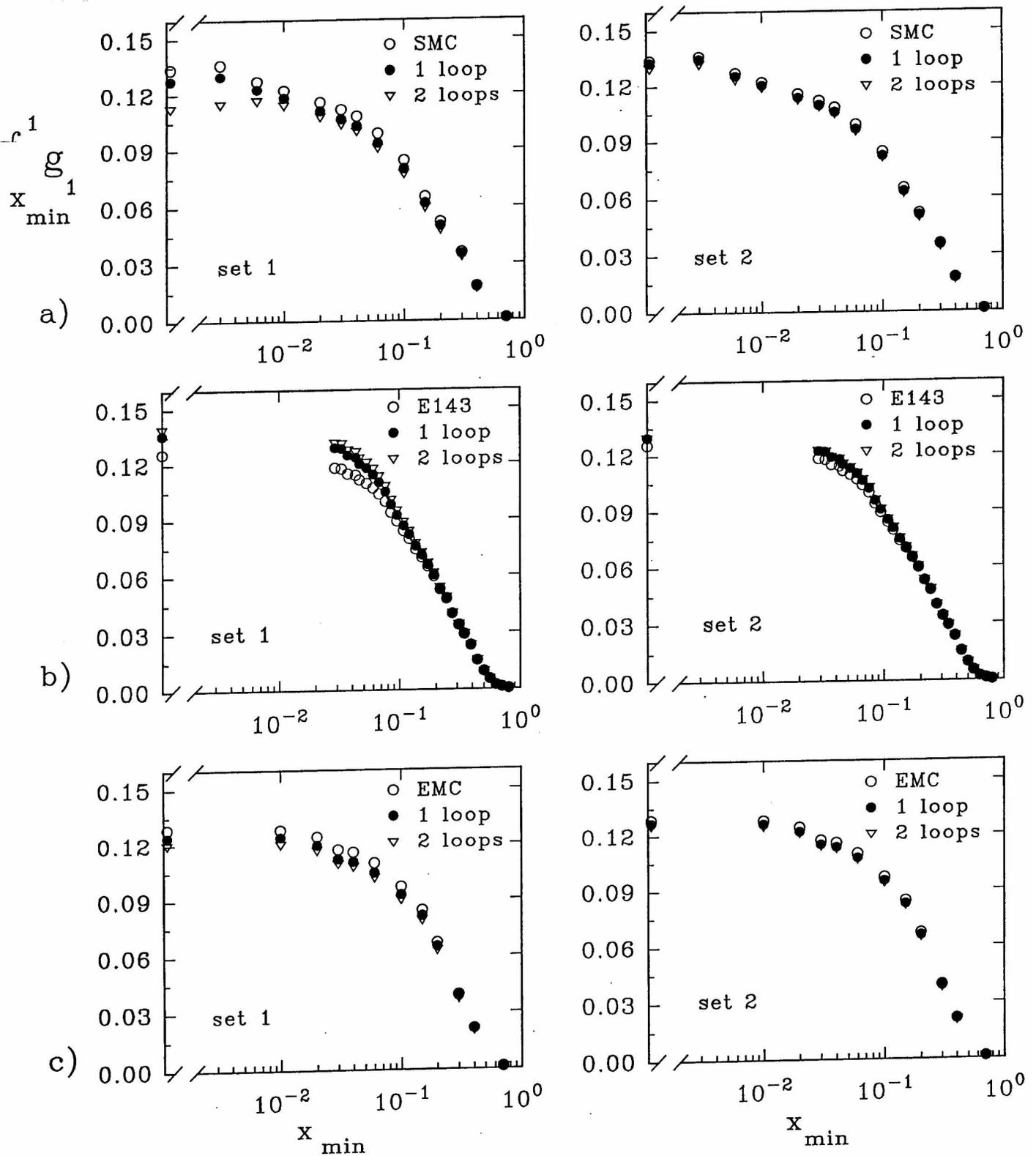


Figura VI.6: Resultado experimental para las reglas de suma a  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ .

a) SMC, b) E143, c) EMC

Con estos resultados es posible calcular el valor medio de todos los experimentos de dispersión inelástica profunda polarizada sobre protones que, para  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  estimamos

$$\Gamma_1^p \text{ total} = 0.126 \pm 0.008 \pm 0.011 \pm 0.009 \quad (240)$$

donde los errores corresponden a los estadísticos, sistemáticos [8] y el estimado proveniente de la incertidumbre en las correcciones por la evolución en  $Q^2$  con los diferentes sets (que no ha sido incluido en los anteriores para remarcar su importancia), respectivamente.

Experimentos como los propuestos en el Capítulo IV, de donde es posible obtener la distribución polarizada de gluones, permitirán disminuir el error experimental proveniente del desconocimiento de esta distribución y realizar comparaciones mas precisas entre la evolución medida de la función de estructura polarizada y las predicciones de QCD.

## VII Conclusiones

En este trabajo hemos analizado el problema del spin del protón tanto del punto de vista fenomenológico: la extracción de distribuciones polarizadas y realización de predicciones para distintos procesos; como del puramente teórico: el cálculo de correcciones perturbativas y la definición de un nuevo esquema de factorización. En este último capítulo resumimos las características fundamentales de los conceptos analizados en esta tesis.

Durante las dos últimas décadas, los experimentos de dispersión inelástica profunda han sido muy útiles para extraer información sobre la estructura del nucleón, de tal manera que se conoce con bastante precisión cuál es la distribución del impulso de los hadrones entre sus componentes. En el caso polarizado la situación es menos clara, debido a la poca cantidad de datos experimentales existentes, ya que los primeros experimentos con resultados concluyentes datan de 1988.

Desde el primer resultado experimental de EMC, interpretado inicialmente como la demostración de que el spin del nucleón no es llevado por los quarks que lo componen, una gran discusión se suscitó en el ámbito de la física de altas energías. La importante polarización negativa de los quarks extraños, necesaria para explicar en forma elemental la diferencia entre los experimentos y las predicciones de la regla de suma de Ellis-Jaffe, no podía ser entendida en el marco de la QCD perturbativa.

La primera explicación alternativa al problema, y probablemente la correcta, surge de la comprensión de la contribución anómala de los gluones al primer momento de la función de estructura polarizada. Durante cierto tiempo, distintos cálculos realizados para obtener esta contribución estuvieron en contradicción, básicamente debido a la utilización de métodos de regularización que introducían contribuciones suaves en el proceso de cálculo.

En el capítulo II, mostramos una deducción de las reglas de suma y los resultados experimentales obtenidos hasta el momento. Además, introdujimos las diferentes explicaciones teóricas para la discrepancia entre el resultado experimental y la predicción teórica.

Lamentablemente, con la precisión alcanzada actualmente por los experimentos no es posible distinguir entre los dos cuadros extremos para explicar la eventual violación de las reglas de suma naives. Por ello es que, al realizar la extracción de las distribuciones polarizadas de partones a partir directamente de los datos de la asimetría, fue necesario suponer

algún comportamiento para estas densidades. Dentro de este marco, utilizamos las ideas del modelo de dilución de spin, perfeccionándolo para poder incluir la polarización del mar y los gluones. Esto nos permitió relacionar las distribuciones polarizadas con las no polarizadas, a través de los coeficientes de dilución de spin, cuyo comportamiento asintótico es predecible a partir de QCD perturbativa.

En una primera aproximación, basada en que la asimetría es independiente de  $Q^2$ , al menos dentro de los errores experimentales, pudimos obtener dos sets de distribuciones polarizadas, presentados en el capítulo III, que realizan un muy buen ajuste a los datos experimentales. Estos sets, a diferencia de los demás existentes en la literatura, y de acuerdo a predicciones del modelo de dilución, proponen una diferencia en la polarización del mar para los distintos sabores. Esta "ruptura de la simetría SU(3) del mar" es difícil de ser observada en procesos de DIS electromagnéticos pero puede ser medida en otros procesos. Además, debido a que el ajuste se realizó sobre los datos experimentales de la asimetría directamente, nuestro análisis no está contaminado por suposiciones acerca de las funciones de estructura no polarizadas, especialmente para  $x > 0.6$ , donde  $F_1$  no está medida con gran precisión.

A partir de estos sets fue posible realizar predicciones para otros procesos duros diferentes de DIS, de forma tal de buscar cuál es el más adecuado para obtener tanto la polarización de los gluones como la del mar, necesaria para desentrañar el problema del spin del protón.

Debido a que los experimentos de dispersión de leptones por hadrones con la precisión actual se muestran incapaces de resolver la cuestión de la polarización, decidimos analizar procesos de colisión de hadrones polarizados, particularmente en el caso de un haz de protones polarizados contra un blanco polarizado de protones, como en la propuesta realizada por la colaboración POLEX en Protvino (Rusia).

El primero de los procesos estudiados en el capítulo IV es el de Drell-Yan, donde se analizan los eventos en que se producen pares de leptón-antileptón (básicamente muones), aparte de los fragmentos hadrónicos. Las primeras predicciones para este proceso indicaban que en un experimento de este tipo sería posible discriminar, simplemente midiendo el signo de la asimetría de polarización, entre la contribución de los gluones y del mar a las reglas de suma. Sin embargo, como mostramos, el análisis previo implicaba la mezcla de esquemas de factorización y por ello conducía a conclusiones falsas. Al realizar el cálculo correctamente encontramos que el poder discriminatorio está claramente disminuído pero que es posible distinguir si el mar verifica la simetría SU(3) (como es supuesto en la mayoría de los sets existentes) o no (como proponemos en nuestros sets).

Encontramos además, que el experimento ideal para analizar la polarización de los gluones consiste en estudiar los procesos en los que se producen  $J/\Psi$  en el estado final. En este caso, la

asimetría definida es prácticamente nula en el caso en que los gluones no están polarizados y difiere sustancialmente de ésta si los gluones tienen importante polarización, al menos dentro de un amplio rango de impulso transversal. Por último, analizamos la producción de fotones con alto impulso transversal, donde es posible también obtener la polarización de los gluones y de los quarks.

De esta manera, con los experimentos propuestos mas los resultados existentes en DIS, sería posible discriminar entre la polarización de gluones y la del mar extraño.

Continuando con la formulación de predicciones en experimentos polarizados pasamos, en el capítulo V, a estudiar los procesos de DIS polarizado pero en el caso de interacciones débiles, que podrían ser medidas por la colaboración HERMES si se incrementa la luminosidad de HERA. Para poder realizar el análisis fue necesario primero obtener las correcciones NLO para estos procesos, tanto en el caso de gluones como en el de quarks. Durante el cálculo explícito introdujimos un nuevo esquema de factorización basado en ideas más físicas, en el sentido que separa claramente las contribuciones duras de las suaves, teniendo en cuenta correctamente la jerarquía de masas de los quarks participantes. Este punto es fundamental ya que las interacciones débiles no conservan sabor, produciéndose la creación y aniquilación de quarks de distintas masas. En cuanto al análisis fenomenológico, mostramos las predicciones para las funciones de estructura polarizadas electrodébiles y realizamos un nuevo conjunto de sets en el nuevo esquema de factorización.

En el último capítulo, realizamos un análisis más fino de los resultados experimentales para la asimetría, estudiando la dependencia en la escala  $Q^2$ . El problema fundamental, desde el punto de vista teórico, proviene de la combinación de dos factores: mientras la contribución de gluones a la función de estructura participa a orden NLO, las ecuaciones de evolución correspondientes no han sido calculadas aún, siendo conocida sólo la contribución a LO. Como mostramos en el final del capítulo III, al realizar una primera aproximación a la dependencia en  $Q^2$ , la utilización de la expresión NLO para la función de estructura junto a núcleos de Altarelli-Parisi a LO trae problemas de inconsistencia. Para evitar estos problemas, utilizando los conceptos discutidos en el capítulo V al realizar el cálculo de correcciones a 1 loop, introdujimos un método alternativo para realizar la evolución, que consiste en un análisis de perturbaciones a orden fijo. Este método, cuando se utilizan las correcciones a dos loops, simula correctamente la evolución a NLO.

Con esta herramienta disponible, corregimos los datos experimentales llevándolos a un valor medio de  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ , hallando que las correcciones son importantes al utilizar el set de partones que tiene una sustancial distribución polarizada de gluones. Una conclusión importante es que, si bien no puede hablarse en forma definitiva debido a los errores experimentales, la predicción de nuestro set para la asimetría realiza un mejor ajuste a los datos

corregidos suponiendo una importante polarización de gluones. Este hecho indica una tendencia que favorece la idea de la polarización de los gluones sobre la del mar extraño para entender la discrepancia en la regla de suma de Ellis-Jaffe.

Finalmente, con los datos corregidos realizamos un reanálisis para el primer momento de la función de estructura polarizada, hallando un valor medio para esta magnitud para  $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$  que es menor al que se obtiene sin corregir por evolución en  $Q^2$  y posee un error experimental considerablemente mayor que el propuesto por las colaboraciones experimentales, debido a la incertidumbre generada por la diferencia obtenida entre los resultados corregidos con los dos sets.

La realización del presente trabajo ha permitido introducirme en los conceptos fundamentales de la fenomenología de altas energías así como en la comprensión de los aspectos formales más importantes de la cromodinámica cuántica, como son la realización de cálculos de correcciones perturbativas y la utilización de distintos esquemas de factorización. Además, fue posible adquirir un conocimiento general sobre los distintos experimentos que se realizan actualmente en el área de la física de altas energías, ya sea que involucren o no a hadrones. Para ello fue ciertamente necesario una importante tarea de investigación y comprensión de una gran variedad de publicaciones científicas en muy diversos temas.

Además, a partir del trabajo que hemos realizado durante los últimos tres años, surgen numerosos caminos para continuarlo en el futuro cercano.

Por un lado, hay otra gran cantidad de procesos diferentes que deben ser estudiados para determinar su utilidad en la obtención de distribuciones polarizadas más precisas. Entre ellos remarcamos los que corresponden a procesos de DIS semi-inclusivos, como la producción de piones en el estado final que ha sido medida por SMC y las asimetrías polarizadas simples en colisiones protón-protón, donde es necesario polarizar solamente el blanco de protones y no el haz, permitiendo aumentar la estadística del experimento.

Por otro lado, teniendo en cuenta que los resultados presentados en el capítulo VI son un primer paso, se prevee la realización de un fit global a los datos experimentales que permitan obtener distribuciones de partones polarizadas en forma absolutamente consistente. En estas tareas, realmente de gran envergadura, comenzaremos a trabajar en el futuro próximo.

## Referencias

- [1] F.Close, *An Introduction to Quarks and Partons*, Academic Press, New York (1979).
- [2] E.Leader y E.Predazzi, *An Introduction to Gauge Theories and the New Physics*, Cambridge University Press, Cambridge (1982).
- [3] F.Halzen y A.D.Martin, *Quarks and Leptons*, J.Wiley & Sons, New York (1983).
- [4] A.D.Martin, W.J.Stirling y R.G.Roberts, *Phys.Rev.D*47 (1993) 867.
- [5] J.C.Collins y D.E.Soper, *Nucl.Phys.B*194 (1982) 445.
- [6] G.Baum et al., SLAC-YALE, *Phys.Rev.Lett*51 (1983) 1135.
- [7] J.Ashman et al., EMC, *Phys.Lett.B*206 (1988) 364.
- [8] D.Adams et al., SMC, *Phys.Lett.B*329 (1994) 399.
- [9] D.L.Anthony et al., SLAC-E142, *Phys.Rev.Lett.*71 (1993) 959.
- [10] K.Abe et al., *Phys.Rev.Lett.*74 (1995) 346.
- [11] A.J.Buras, *Rev.Mod.Phys.*52 (1980) 200.
- [12] A.V.Manohar, UCSD/PTH 92-10 (1992).
- [13] T.P.Cheng y L.F.Li, *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*, Oxford University Press, Oxford (1984).
- [14] R.L.Jaffe y A.Manohar, *Nucl.Phys.B*321 (1989) 343.
- [15] A.J.G.Hey y J.E.Mandula, *Phys.Rev.D*5 (1972) 2610.
- [16] E.D.Bloom et al., *Phys.Rev.Lett.*23 (1969) 930.
- [17] M.Breidenbach et al., *Phys.Rev.Lett* 23 (1969) 935.
- [18] J.D.Bjorken, *Phys.Rev.*148 (1966) 1467.
- [19] R.P.Feynman, *Phys.Rev.Lett.*23 (1969) 1415.
- [20] J.D.Bjorken y E.A.Paschos, *Phys.Rev.*185 (1969) 1975.
- [21] R.P.Feynman, *Photon-Hadron Interactions*, Benjamin, New York (1972).
- [22] J.J.Kokkedee, *The Quark Model*, Benjamin, New York (1969).

- [23] J.Kuti y V.F.Weisskopf, Phys.Rev.D4 (1971) 3418.
- [24] V.W.Hughes y J.Kuti, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.33 (1983) 611.
- [25] C.G.Callan y D.J.Gross, Phys.Rev.Lett.21 (1969) 930.
- [26] T.Muta, *Foundations of Quantum Chromodynamics*, World Scientific Publishing, Singapore (1987).
- [27] F.J.Ynduráin, *Quantum Chromodynamics*, Springer-Verlag, New York (1983).
- [28] G.Altarelli y G.Parisi, Nucl.Phys.B126 (1977) 298.
- [29] G. Altarelli, Phys.Rep.81 (1982) 1.
- [30] P.G.Ratcliffe, Phys.Lett.192B (1987) 180.
- [31] A.D.Martin, *XXI International Meeting on Fundamental Physics*, World Scientific, Singapore, (1994) 250.
- [32] W.Furmanski y R.Petronzio, Z.Phys.C11 (1982) 293.
- [33] J.G.Morfin y W.K.Tung, Z.Phys.C48 (1990) 471.
- [34] G.Altarelli, R.K.Ellis y G.Martinelli, Nucl.Phys.B157 (1979) 461.
- [35] P.G.Ratcliffe, Nucl.Phys.B223 (1983) 45.
- [36] J.Ellis y R.L.Jaffe, Phys.Rev.D9 (1974) 1444.
- [37] H.Burkhardt y W.Cottingham, Ann.Phys.56 (1970) 453.
- [38] J.Kodaira et al., Nucl.Phys.B159 (1979) 99.
- [39] R.Jaffe, Comm.in Nucl.Part.Phys.14 (1990) 239.
- [40] J.D.Bjorken, Phys.Rev.148 (1966) 1467.
- [41] S.Larin y J. Vermaseren, Phys.Lett.B259 (1991) 345.
- [42] M.Bourkin et al., Z.Phys.C21 (1983) 27.
- [43] S.Larin, Phys.Lett.B334 (1994) 192.
- [44] P.Ratcliffe, Phys.Lett.B242 (1990) 271.
- [45] R.Piegaia, tesis de doctorado, Yale University (1988).

- [46] I.Balitsky, V.Braun y A. Kolesnichenko, *Phys.Lett.B*242 (1990) 245.
- [47] S.Adler, *Phys.Rev.*177 (1969) 2426; J.Bell y R.Jackiw, *N.C.*51A (1969) 47.
- [48] G.Altarelli y G.Ross, *Phys.Lett.B*212 (1988) 391.
- [49] W.Vogelsang, *Z.Phys.C*50 (1991) 275.
- [50] G.Altarelli y W.J.Stirling, *Particle World* 1 (1989) 40.
- [51] R.Carlitz, J.Collins y A.Mueller, *Phys.Lett.B*214 (1988) 229.
- [52] A.Watson, *Z.Phys.C*12 (1982) 123.
- [53] M.Lacombe et al., *Phys.Lett.B*101 (1981) 139.
- [54] B.Adeva et al., *Phys.Lett.B*302 (1993) 533.
- [55] L.Epele, H.Fanchiotti, C.García Canal, E.Leader y R.Sassot, *Z.Phys.C* (1994).
- [56] D.de Florian, L.Epele, H.Fanchiotti, C.García Canal y R.Sassot, *Z.Phys.A*350 (1994) 55.
- [57] Z.Dziembowski y J.Franklin, *Nucl.Part.Phys.*17 (1991) 213.
- [58] J.Botts et al., *FERMILAB-PUB-92-371* (1993).
- [59] M.Gluck, E.Reya y A.Vogt, *ZPhys.C*53 (1991) 127.
- [60] T.Gehrmann y W.J.Stirling, *DPT/94/38* (1994).
- [61] K.Sridhar y E.Leader, *Phys.Lett.B*295 (1992) 283.
- [62] M.Stratmann, *DO-TH 93/06* (1993).
- [63] F.E.Close, *Nucl.Phys.B*80 (1974) 269.
- [64] J.Kaur, *Nucl.Phys.B*128 (1977) 219.
- [65] A. Schäfer, *Phys.Lett.B*208 (1988) 175.
- [66] R.M.Woloshyn, *Nucl.Phys.A*496 (1989) 749.
- [67] D.de Florian, L.Epele, H.Fanchiotti, C.García Canal y R.Sassot, *Phys.Lett.B*319 (1993) 285.
- [68] H.Cheng y C.Wai, *Phys.Rev.D*46 (1992) 125.

- [69] R.Carlitz y J.Kaur, Phys.Rev.Lett.37 (1976) 673.
- [70] R.L.Heimann, Nucl.Phys.B64 (1973) 429.
- [71] V.Matveev, R.Muradyan y A.Tavkhelidze, Nuovo Cimento Letters 7 (1973) 719.
- [72] F.E.Close y D.Sivers, Phys.Rev.Lett.39 (1977) 1116.
- [73] G.Preparata y J.Soffer, Phys.Rev.Lett.61 (1988) 1187.
- [74] S.J.Brodsky y I.A.Schmidt, Phys.Lett.B234 (1990) 144.
- [75] A.D.Martin, R.G.Roberts y W.J.Stirling, Phys.Lett.B306 (1993) 145.
- [76] H.Cheng y S.Lai, Phys.Rev.D41 (1990) 91.
- [77] D.de Florian y R.Sassot, contribución al Workshop HADRONS PHYSICS (1994) Gramado, Brasil.
- [78] W.L.van Neerven y E.B.Zijlstra, Nucl.Phys. B417 (1994) 61.
- [79] G.Altarelli, P.Nason y G.Ridolfi, Phys.Lett.B320 (1994) 152; Erratum B325 (1994) 136.
- [80] S.Drell y T.Yan, Phys.Rev.Lett.25 (1970) 316.
- [81] S.Akimenko et al., POLEX Collaboration, IHEP 92-111 (1992).
- [82] D.de Florian, L.Epele, H.Fanchiotti, C.García Canal y R.Sassot, Phys.Rev.D51 (1995) 37.
- [83] P.Aurenche, R.Bair, M.Fontannaz y D.Schiff, Nucl.Phys.B297 (1988) 661.
- [84] N.Craigie, K.Hidaka, M.Jacob y F.Renard, Phys.Rep.99 (1983) 69.
- [85] E.Berger y J.Qiu, Phys.Rev.D40 (1989) 778.
- [86] L.Gordon y W.Vogelsang, Phys.Rev.D49 (1994) 170.
- [87] R.Gastmans, W.troost y T.Wu, Nucl.Phys.B291 (1987) 731.
- [88] T.Morii, S.Tanaka y T.Yamanishi, Phys.Lett.B322 (1994) 253.
- [89] D.de Florian y R.Sassot, aceptado para su publicación en Phys.Rev.D51 (1995)**6052**
- [90] M.Anselmino, A.Efremov y E.Leader, CERN-TH/7216/94 (1994).

- [91] D.de Florian, L.Epelc, H.Fanchiotti, C.García Canal y R.Sassot, La Plata Preprint 93-03 (1993).
- [92] G.Bonneau, Nucl.Phys.B167 (1980) 261.
- [93] C.Bollini y J.Giambiagi, Nuovo Cimento 12B (1972) 20.
- [94] G.t'Hooft y M.Veltman, Nucl.Phys.B44 (1972) 189.
- [95] P.Breitenlohner y D.Maison, Commun.Math.Phys.52 (1977) 11.
- [96] G.Bonneau, Phys.Lett.B96 (1980) 147.
- [97] M.Chanowitz, M.Furman y I.Hinchliffe, Nucl.Phys.B159 (1979) 225.
- [98] M.Aivazis, HEP-PH/9312319 (1993)
- [99] M.Jamin y M.Lautenbacher, TU München Report TUM-T31-20/91 (1991).
- [100] J.Bjorken y S.Drell, *Relativistic Quantum Fields*, McGraw-Hill (1965).
- [101] M.Glück, E.Reya y W.Vogelsang, Nucl.Phys.B329 (1990) 347.
- [102] B.Lampe, Phys.Lett.B227 (1992), 469.
- [103] P.Mathews y V.Ravindran, Phys.Lett.B278 (1992) 175.
- [104] W.Vogelsang y A.Weber, Nucl.Phys.B362 (1991) 3.
- [105] A.Weber, Nucl.Phys.B382 (1992) 63.
- [106] A.Martin, R.Roberts y W.Stirling, University of Durham Preprint DPT/94/34 (1994).
- [107] Propuesta de la Colaboración HERMES 1-90 (1990).
- [108] W.van Neerven y E.Zijlstra, Nucl.Phys.B383 (1992) 525.
- [109] W.van Neerven y E.Zijlstra, Phys.Lett.B272 (1991) 127.
- [110] W.van Neerven y E.Zijlstra, Phys.Lett.B273 (1991) 476.
- [111] J.Sanchez Guillén et al., Nucl.Phys.B353 (1991) 337.
- [112] J.Morfin y W.Tung, Z.Phys.C52 (1991) 13.
- [113] D.de Florian, C.García Canal, S.Joffily y R.Sassot, enviado para su publicación a Phys.Rev.D (1995).