The background of the entire page is a dense, black and white speckle pattern, characteristic of a rough surface under light scattering. The speckles are irregular in shape and size, creating a complex, textured appearance.

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Exactas
Departamento de Física

ESTUDIO DE SUPERFICIES RUGOSAS,
MEDIANTE EL ANALISIS DEL VALOR MEDIO
DE LA INTENSIDAD DISPERSADA Y
LA CORRELACION DE SPECKLES

María Aurora Rebollo

Año 1995

Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Exactas
Departamento de Física

ESTUDIO DE SUPERFICIES RUGOSAS,
MEDIANTE EL ANALISIS DEL VALOR MEDIO
DE LA INTENSIDAD DISPERSADA Y
LA CORRELACION DE SPECKLES

María Aurora Rebollo

Año 1995

Trabajo de Tesis realizado en:

Departamento de Ensayos no Destructivos y Estructurales (ENDyE)
Centro Atómico Constituyentes.
Comisión Nacional de Energía Atómica.

Director:

Dr. Néstor G. Gaggioli

Asesor Científico:

Dr. Mario Garavaglia

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN.	I
CAPITULO I - RUGOSIDAD DE UNA SUPERFICIE - GENERALIDADES.	1
I.1 - Descripción de una superficie rugosa.	1
I.2 - Métodos para medir rugosidad.	5
CAPITULO II - DISPERSIÓN DE ONDAS POR UNA SUPERFICIE RUGOSA.	7
II.1 - Introducción.	7
II.2 - Dispersión de luz - reflexión.	13
II.3 - Dispersión de luz - transmisión.	21
CAPITULO III - INDICATRIZ DE DIFUSIÓN. RESULTADOS EXPERIMENTALES.	33
III.1 - Estudio experimental de la luz difundida por reflexión.	34
III.2 - Estudio experimental de la luz difundida por transmisión.	38
III.3 - Discusión de los resultados.	54
CAPITULO IV - PROPIEDADES GENERALES DEL SPECKLE.	55
IV.1 - Estadística de primer orden del speckle.	56
IV.2 - Estadística de primer orden de sumas de figuras de speckle.	62
IV.3 - Propiedades estadísticas de segundo orden.	64
IV.4 - Efecto de la estructura de la superficie sobre el speckle.	68

	ii
CAPITULO V - CORRELACIÓN ANGULAR DE SPECKLES.	70
V.1 - Estudio de la correlación angular de figuras de speckle.	70
V.1.a - Speckle generado por reflexión.	70
V.1.b - Speckle generado por transmisión .	76
V.2 - Correlación digital de figuras de speckle.	80
CAPITULO VI - MEDICIONES EXPERIMENTALES DE RUGOSIDAD.	83
VI.1 - Método de correlación angular - digital.	83
VI.1.a - Reflexión.	83
VI.1.b - Transmisión.	89
VI.1.c - Conclusiones.	91
VI.2 - Otras aplicaciones del método de correlación de speckles.	92
VI.2.a - Medición de porosidad de rocas.	92
VI.2.b - Medición de tamaño de partículas.	95
VI.3 - Determinación de rugosidad por observación visual directa de figuras de speckle.	96
CAPITULO VII - CORRELACIÓN DE SPECKLES POR CAMBIO DE ÍNDICES DE REFRACCIÓN.	99
VII.1 - Teoría.	99
VII.2 - Experimento.	101
VII.3 - Discusión de resultados.	105
CAPITULO VII - CONCLUSIONES.	.106
APÉNDICES.	108
REFERENCIAS.	122
AGRADECIMIENTOS.	130

INTRODUCCIÓN

La dispersión de luz coherente producida cuando es reflejada o transmitida por una superficie rugosa, tiene propiedades estrechamente vinculadas a las características de esta última. De esta forma, la coherencia de la luz incidente, transforma a la luz dispersada en portadora de información sobre aquello que originó dicha difusión.

Varios aspectos de esta dispersión proveen información sobre la superficie. Se ha demostrado en innumerables trabajos^[I-1; I-2; I-3; I-4; I-5; I-6] que comienzan prácticamente con el descubrimiento del láser y su utilización inmediata como fuente de iluminación, que existe una relación entre las características estadísticas de la superficie y las propiedades estadísticas del campo dispersado por ella.

Dos de estos aspectos son estudiados teórica y experimentalmente en el presente trabajo.

El primero, trata sobre el valor medio de la intensidad de la luz dispersada.

Nuestro trabajo, toma como punto de partida el formalismo desarrollado por Beckmann y Spizzichino^[I-7], para la reflexión de ondas electromagnéticas en superficies rugosas perfectamente reflectoras. Los resultados de Beckmann, fueron verificados experimentalmente con bastante detalle, recién en el año 1987 por O'Donnell y Méndez^[I-8]. Sin embargo, el presente trabajo, es el primer trabajo que extiende la aplicación de esta teoría para el caso de la transmisión, encontrando una expresión analítica para la distribución angular de la luz dispersada. Además, se verifica experimentalmente que ella predice uno de los hechos mas llamativos de la indicatriz de difusión: el corrimiento anómalo del máximo y su dependencia de los parámetros estadísticos de la superficie.

El segundo trata sobre la estadística de segundo orden de la intensidad del campo dispersado, es decir, las propiedades de la correlación de la figura de speckle. Goodman^[I-9] fue el primero que demostró que existe una relación entre el grado de correlación de figuras de speckle generadas por dos diferentes longitudes de onda. Más tarde Tribillon^[I-10] diseña un dispositivo que utiliza este principio. Archbold y Ennos^[I-11] primero, Leger y Mathieu^[I-12], Leger y Perrin^[I-13] más tarde estudiaron y aplicaron al estudio de superficies la correlación de figuras de speckle producidas al ser iluminadas con distintos ángulos de incidencia. En el presente trabajo, se desarrolla teórica y experimentalmente, la correlación digital de figuras de speckle^[I-14; I-15] aplicada no solo al estudio de superficies reflectoras sino también al caso de transparencias rugosas. Esta

nueva técnica, simplifica notablemente las mediciones de rugosidad. Se emplea la correlación angular y un novedoso método que une la idea de Gaggioli y Roblin^[I-16], con la correlación digital de figuras de speckle, utilizando variaciones de índice de refracción en lugar de variaciones de longitudes de onda para decorrelacionar el speckle.

En el capítulo I, se introducen los parámetros utilizados más frecuentemente para describir una superficie rugosa, y que utilizamos en el resto del trabajo.

En el capítulo II, se desarrolla la teoría de dispersión de luz por superficies rugosas reflectoras y translúcidas, especificando las aproximaciones dentro de las cuales trabajamos.

En el capítulo III, se muestran los resultados de las mediciones experimentales de la intensidad media dispersada y se comparan con las predicciones teóricas, halladas en el capítulo anterior.

En el capítulo IV, se resumen algunas de las propiedades estadísticas de las figuras de speckle, que luego son aplicadas en el capítulo V, VI y VII. En el capítulo V, se estudia la correlación angular de figuras de speckle, para el caso de reflexión y para el caso de transmisión y la correlación digital de intensidades en el campo lejano. En el capítulo VI, se presentan mediciones de rugosidad obtenidas a través de la implementación del método de correlación digital para ambos casos^[I-17; I-18]. Se muestran los resultados de otras aplicaciones del método a la medición de porosidad de rocas^[I-19] y a la medición de tamaño de partículas. La experiencia adquirida por el grupo, en el que se desarrolló el presente trabajo, en temas como: el reconocimiento de las figuras de speckle, su desplazamiento^[I-20; I-21] y su deformación, a lo largo de varios años, y los presentes estudios de correlación, nos condujo a la implementación de un sencillo pero efectivo método de medición visual de rugosidades, que puede ser utilizado en la industria^[I-22].

En el capítulo VII se desarrolla un nuevo método de correlación de intensidades entre diferentes figuras de speckle producidas cuando se varía el índice de refracción del medio en el que se encuentra sumergida una muestra rugosa^[I-23]. Este trabajo, permite simular superficies con rugosidades variables^[I-24].

En el capítulo VII, se presentan las conclusiones generales y propuestas de trabajo para el futuro.

CAPITULO 1 - RUGOSIDAD DE UNA SUPERFICIE - GENERALIDADES

En este capítulo presentaremos las características de una superficie rugosa, cuales son los parámetros que la describen y cuales son algunos de los métodos utilizados para medir estos parámetros.

I.1 - DESCRIPCIÓN DE UNA SUPERFICIE RUGOSA.

Una superficie se puede definir como la frontera entre dos medios. Cuando las superficies son sometidas a distintos procesos tales como maquinados, pulidos, tratamientos químicos, etc.; aparece sobre ellas, una textura con un relieve (picos y valles). El conocimiento de la topografía y las propiedades estadísticas de esta textura es el objetivo de la investigación sobre superficies.

Los defectos que apartan a una superficie de su geometría plana ideal pueden ser clasificados dentro de tres tipos aunque en una forma cualitativa (Fig.1):

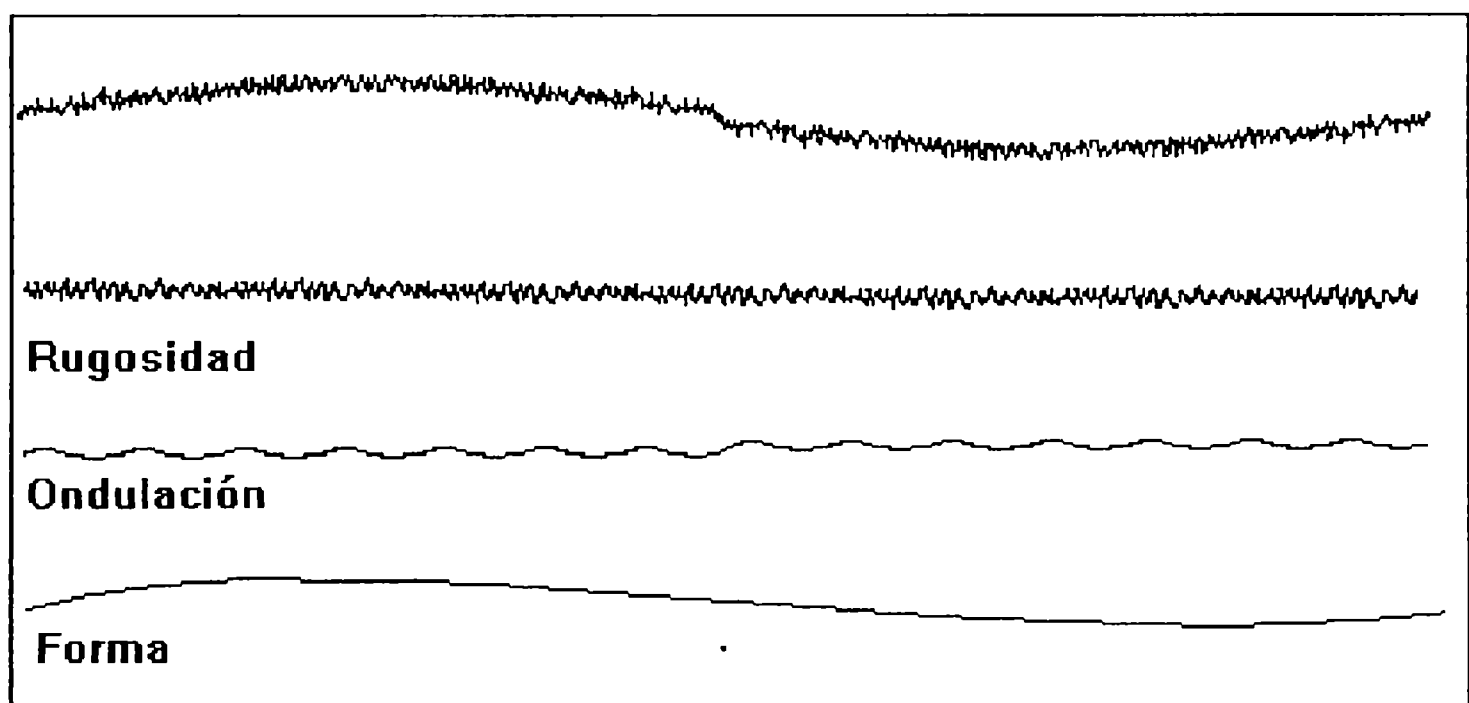


Figura 1-1

Rugosidad: son las irregularidades inherentes al proceso de producción, dejadas por el agente de maquinado (herramientas de corte, granos de abrasivos, spark, etc.). Son defectos de altas frecuencias.

Ondulación: Es el defecto al cual se superpone la rugosidad. Proviene de defectos en las máquinas, vibraciones, o tensiones en el material. son defectos de baja frecuencia.

Forma: No es realmente un defecto de la superficie. Está relacionado con el apartamiento de la medida, el paralelismo o la planitud requerida.

En general, en la mayoría de las superficies aparece una combinación de los tres efectos.

La presencia de estos “defectos” en una superficie, producen la dispersión de la luz.

En esta tesis estudiamos la relación entre la *rugosidad* de la superficie y la dispersión de luz. Dado que no es posible conocerla en forma precisa, deberá ser descrita en términos estadísticos utilizando promedios sobre la superficie. Para ello introducimos primero algunos parámetros estadísticos asociados con la rugosidad, que luego son usados en la teoría. Nos concentramos, entonces, en este tipo de “defecto”.

Parámetros para describir una superficie rugosa:

Hay una enorme cantidad de parámetros que se utilizan para describir una superficie rugosa. Introduciremos aquí los más utilizados.

Los parámetros se miden sobre la superficie, a lo largo de una línea recta de longitud L (Fig.1.2). Esta línea define un nivel medio de la superficie tal que, “áreas” entre la curva que representa un corte de la superficie y dicha línea, queden por encima y por debajo de él en igual cantidad. Esta línea está contenida en el plano medio de la superficie xy y se la define matemáticamente por :

$$\int_0^L h(x)dx = 0 \quad (1-1)$$

donde:

$h(x)$: es la altura de la superficie en el punto x , respecto del plano medio.

($h(x, y)$ en la descripción bidimensional.)

La rugosidad promedio R_a se define como la media aritmética de las alturas:

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |h(x)| dx \quad (1-2)$$

Lo que usualmente se conoce como “*rugosidad*” de la superficie es la dispersión cuadrática media de las alturas σ , o sea:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L h^2(x) dx} \quad (1-3)$$

Las magnitudes definidas en (1-2) y (1-3) son válidas para todo tipo de superficies.

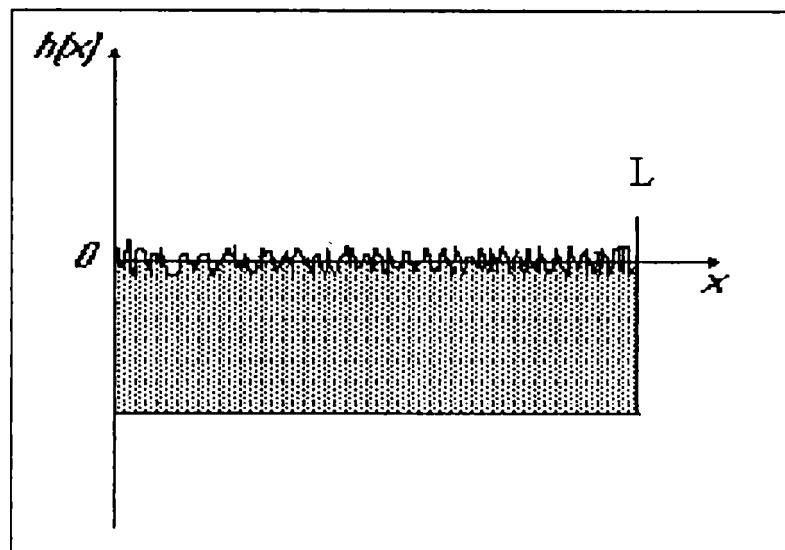


Figura 1.2

Si la superficie tiene una distribución de alturas $h(x)$ aleatoria, con una densidad de probabilidad $p(h)$, estas magnitudes se pueden escribir como:

$$R_a = \int_{-\infty}^{\infty} |h| p(h) dh \quad (1-4)$$

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} h^2 p(h) dh$$

Estas medidas nos dan una idea del apartamiento de las alturas respecto de su valor medio.

En el presente trabajo, trataremos con superficies isotrópicas, en las cuales, la función $h(x,y)$ proviene de un proceso estacionario, ergódico y gaussiano. Por lo tanto, tendrá las mismas propiedades independientemente de la dirección sobre el plano xy .

La hipótesis gaussiana sobre la superficie, permite decir que la probabilidad de tener la ordenada h , en un punto (x,y) será:

$$p(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{h^2}{2\sigma^2}} \quad (1-5)$$

En general, los procesos que utilizamos para obtener nuestras muestras, dan como resultado una distribución gaussiana de alturas.

En este caso la relación entre las magnitudes (1-4) es (ver Apéndice A):

$$\sigma = 1.25 R_a \quad (1-6)$$

La magnitud que provee información sobre el tamaño de las irregularidades en la dirección x , es la *longitud de correlación* T . Se define a partir de la autocorrelación de las alturas:

$$C(\tau) = \frac{\langle h(x)h(x-\tau) \rangle}{\sigma^2} \quad (1-7)$$

en forma general, T es la longitud para la cual $C(\tau)$ cae en $1/e$ de su valor en cero.

El significado de $C(\tau)$ es fácil de interpretar si tomamos por ejemplo una distribución de alturas con $\langle h(x) \rangle = 0$. Se ve que si τ es pequeña, $h(x)$ y $h(x-\tau)$ tendrán el mismo signo en todos lados, pero si τ es grande tomarán valores en algunos lados con signos opuestos. Entonces $C(\tau)$ será mayor cuando τ es pequeña. Cuando τ es mucho mayor que el tamaño de una irregularidad, los productos de $h(x)$ serán igualmente positivos o negativos y el valor medio tenderá a cero. En resumen, las propiedades de $C(\tau)$ son :

$$|C(\tau)| \leq C(0) = 1$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} C(\tau) = 0$$

$$C(\tau) = C(-\tau)$$

En nuestras superficies, supondremos que $C(\tau)$ es también gaussiana:

$$C(\tau) = e^{-\frac{\tau^2}{T^2}} \quad (1-8)$$

Para un difusor ideal (ruido blanco) $C(\tau) = \delta(\tau)$.

I.2 - MÉTODOS PARA MEDIR RUGOSIDAD

Podemos clasificar los métodos de medición en dos grandes grupos: los métodos mecánicos y los métodos ópticos.

I - 2.1 Métodos mecánicos

Los métodos mecánicos^[1-1] utilizan una punta sensora que se desplaza según una dirección, palpando la superficie en estudio. Las variaciones mecánicas producidas por la superficie son transformadas en variaciones de tensión eléctrica. Éstas son amplificadas y registradas. Un filtrado adecuado permite separar las imperfecciones de altas y bajas frecuencias, es decir, separa las ondulaciones de la rugosidad.

La precisión de estos métodos es del orden del 15%. Las limitaciones son:

- a) el radio de curvatura del extremo de la punta sensora, que provoca un filtrado mecánico pasabajos, recortando las variaciones de alta frecuencia.
- b) la zona de evaluación, dado que la medición se realiza según una línea de muy corta longitud.
- c) las características eléctricas del amplificador, del registrador, y del filtrado utilizado.

El inconveniente principal de este método es el contacto material entre la punta de palpar y la superficie, que deterioran la muestra. Además, la localización de la medida sobre una línea hace necesario realizar el palpado en diferentes direcciones para obtener, promediando los distintos resultados, un valor adecuado de la rugosidad.

I - 2.2 Métodos ópticos

Los métodos ópticos, en cambio, tienen la ventaja de que no existe contacto material entre la superficie a medir y el aparato de medida. Pueden proveer información sobre la forma del relieve :“optical profilings methods”; o sobre los parámetros estadísticos de la superficie como los métodos que estudian la luz dispersada.

Detallamos a continuación algunos de ellos.

a) Microscopio

Permite obtener imágenes de la superficie. Los microscopios utilizados van desde los microscopios ópticos hasta los microscopios de tuneo y permiten obtener mapas topográficos de

la superficie. El microscopio interferométrico de contraste o de Nomarski^[1-2] es una excelente herramienta para medir rugosidades suaves.

b) Métodos interferométricos

El principio de este método es la interferencia de dos ondas luminosas . Una de ellas se deforma sobre la superficie a estudiar; la otra es una onda de referencia. Se han desarrollado numerosos instrumentos interferométricos de dos o múltiples haces. Se evalúa el estado de la superficie por medio de las franjas de interferencia obtenidas. Estas franjas representan las curvas de nivel de la superficie. La separación entre curvas es $\lambda/2$ de la luz incidente. Este método da buenos resultados en aquellas superficies cuya rugosidad es inferior a la longitud de onda empleada. Tienen una resolución vertical entre $\lambda/10$ y $\lambda/500$ ^[1-3;1-4].

c) Métodos fotométricos

Están basados en el estudio de la luz difundida y reflejada especularmente por una superficie rugosa. Éstas dependen de la rugosidad σ y de la longitud de onda λ . Cuanto más rugosa es la superficie más difunde y menos refleja, y cuanto más plana es la superficie más refleja y menos difunde. Este método permite medir rugosidades hasta de $3\mu\text{m}$, con muy buena precisión. Un trabajo de F. Berny y C. Imbert^[1-5] describe una técnica para extender el método a rugosidades más grandes.

d) Métodos de speckles

Existen numerosos métodos para obtener información de la rugosidad a partir del estudio del speckle. Algunos están basados en el contraste del speckle^[1-6;1-7] y otros en la correlación entre dos figuras de speckle obtenidas a partir de la misma superficie cuando es iluminada por dos ondas ligeramente distintas^[1-8;1-9;1-10] . Los métodos que miden la correlación permiten medir rugosidades entre $1\mu\text{m}$ y $30\mu\text{m}$, y los que miden el contraste hasta 0.01μ .

En el Grupo de Óptica y Láser de la CNEA hemos estudiado diversas variantes de los métodos fotométricos y de speckles, algunos de los cuales son presentados en la presente tesis^[1-11;1-12;1-13;1-14] .

Los métodos mencionados son algunos de los más aplicados para la medición de rugosidades. Existen sin embargo una gran cantidad de trabajos teóricos y experimentales a nivel de laboratorio, que muestran la potencialidad del uso de los efectos que produce la interacción de la luz con una superficie o una transparencia rugosa. Los efectos estudiados y su relación con las características de las superficies son por ejemplo: la retroreflexión^[1-15] , la absorción de plasmones superficiales^[1-16], etc.

CAPITULO II - DISPERSIÓN DE ONDAS POR UNA SUPERFICIE RUGOSA

En este capítulo, desarrollaremos la teoría de dispersión de ondas luminosas por una superficie rugosa para dos situaciones: cuando la luz es reflejada por la superficie y cuando la luz es transmitida a través de ella.

En el primer caso, seguimos el tratamiento hecho por Beckmann^[2-1], que en el año 1963 publica su teoría de la dispersión de ondas electromagnéticas por una superficie rugosa. En el segundo caso, desarrollamos una teoría para transparencias, reformulando la teoría anterior. Ambas teorías son el fundamento de las experiencias que se presentan en este trabajo.

Para resolver ambos problemas, repasaremos brevemente el tratamiento de Kirchoff para la difracción^[2-2], por lo que, en primer lugar introduciremos un conjunto de teoremas sobre los cuales se basa su teoría.

II.1 - INTRODUCCIÓN

La ecuación de Helmholtz

Representaremos el campo eléctrico en un punto cualquiera P y en un tiempo t, por la función escalar $\epsilon(P,t)$. Para una onda monocromática, el campo se puede escribir explícitamente:

$$\epsilon(P,t) = \text{Re}[E(P) e^{-i\omega t}] \quad (2-1)$$

donde

$$E(P) = E(P) e^{i\phi(P)} \quad (2-2)$$

$\epsilon(P,t)$ representa la componente eléctrica de una onda electromagnética, luego debe satisfacer la ecuación de onda:

$$\nabla^2 \epsilon - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial t^2} = 0 \quad (2-3)$$

en cada punto libre de fuentes de un medio de índice de refracción n.

Como la dependencia temporal se conoce a priori, la función compleja E(P), sirve como una descripción adecuada del campo, de manera que a partir de ahora omitiremos la parte

temporal. Si sustituimos (2-1) en (2-3), obtenemos que $E(P)$ debe satisfacer la ecuación independiente del tiempo

$$(\nabla^2 + k^2)E(P) = 0 \quad (2-4)$$

donde k es el número de onda dado por:

$$\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \mathbf{n} = 2\pi \frac{v}{c} \mathbf{n} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{n}$$

La relación (2-4), se conoce como ecuación de Helmholtz.

Teorema de Green

El cálculo de $E(P)$ en un punto de observación cualquiera puede llevarse a cabo con la ayuda del teorema de Green, que se puede enunciar de la manera siguiente:

Sean $U(P)$ y $G(P)$ dos funciones complejas de la posición, y sea S la superficie cerrada que rodea un volumen V . Si U , G y sus derivadas parciales primera y segunda son monovaluadas y continuas sobre S , entonces

$$\iiint_V (G \nabla^2 U - U \nabla^2 G) dV = \iint_S \left(G \frac{\partial U}{\partial n} - U \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS \quad (2-5)$$

donde $\partial/\partial n$ significa la derivada parcial en la dirección normal (hacia afuera) de la superficie. Este teorema es, en muchos aspectos, el fundamento de la teoría de difracción escalar. Falta aún elegir adecuadamente la llamada función de Green G y la superficie cerrada S para aplicarla al problema que nos interesa.

Teorema integral de Helmholtz y Kirchoff

Sea P_0 un punto de observación y S una superficie que lo rodea y que incluye a la superficie rugosa de la manera que se muestra en la figura 2-1.

El problema consiste en expresar $E(P_0)$ en término de los valores que toma $E(P)$ en la superficie. Para hacerlo, elegimos como función de Green una onda esférica divergente de amplitud unitaria, centrada en el punto P_0 . El valor de G en un punto arbitrario Q es entonces,

$$G(Q) = \frac{e^{ikr_{pq}}}{r_{pq}} \quad (2-6)$$

donde r_{pq} es la longitud del vector r_{pq} que apunta de P_o a Q .

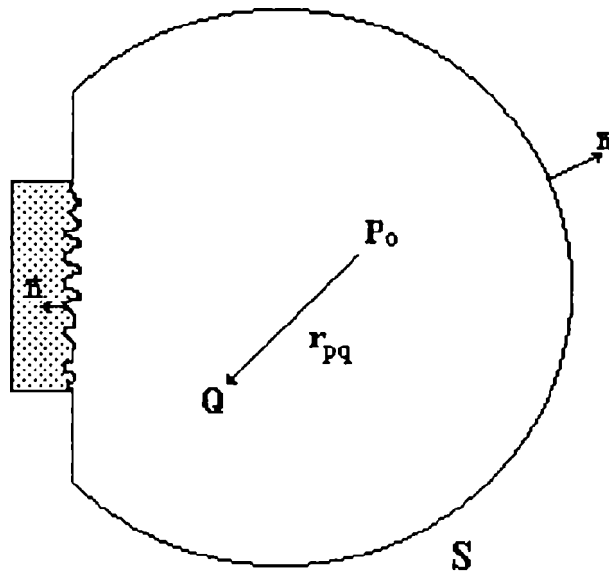


Figura 2-1

Para que sea legítima la aplicación del teorema de Green, debemos excluir la discontinuidad de la función G en el punto P_o . Una forma de hacerlo, es insertando una pequeña superficie esférica S_δ , de radio δ , alrededor del punto P_o . Ahora aplicamos el teorema de Green en el volumen V' que está encerrado por la superficie $S' = S + S_\delta$, como se ve en la figura 2-2.

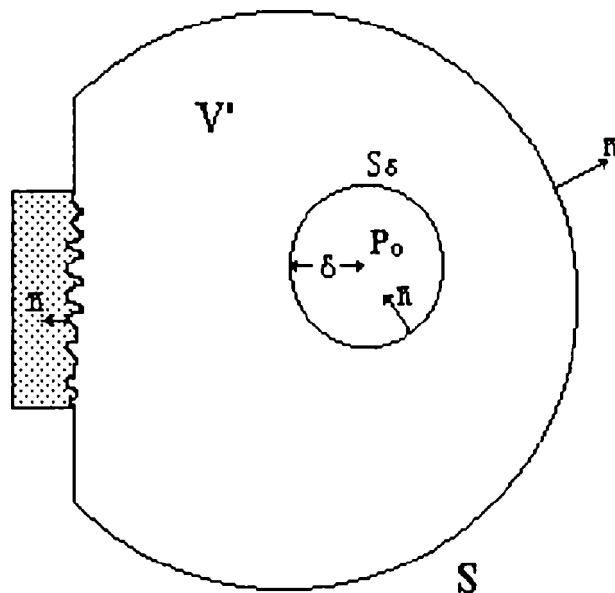


Figura 2-2

Dentro de V' , la función de Green satisface la ecuación de Helmholtz

$$(\nabla_q^2 + k^2)G = 0 \quad (2-7)$$

en donde el subíndice q en el operador ∇^2 se agregó para aclarar que actúa sobre las coordenadas de Q.

Si en el teorema de Green tomamos U como el campo E, y además sustituimos (2-4) y (2-7) en el lado izquierdo del teorema encontramos que

$$\iiint_{V'} (G\nabla^2 U - U\nabla^2 G)dV = -\iiint_{V'} (GUk^2 - UGk^2)dV = 0 \quad (2-8)$$

con lo que el teorema se reduce a

$$\oiint_{S'} (G \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial G}{\partial n})dS = 0$$

o usando que $S' = S + S_\delta$

$$\oiint_{S_\delta} (G \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial G}{\partial n})dS = \oiint_S (G \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial G}{\partial n})dS = 0 \quad (2-9)$$

Si evaluamos la derivada normal de G, queda

$$\frac{\partial G(Q)}{\partial n} = \vec{\nabla}_q G \cdot \vec{n} = G(ik - \frac{1}{r_{pq}}) \left(\frac{\vec{r}_{pq}}{r_{pq}} \cdot \vec{n} \right) \quad (2-10)$$

Para Q sobre la superficie S_δ , $\frac{\vec{r}_{pq}}{r_{pq}} \cdot \vec{n} = -1$ y obtenemos

$$G(Q) = \frac{e^{ik\delta}}{\delta} \quad \text{y} \quad \frac{\partial G(Q)}{\partial n} = \frac{e^{ik\delta}}{\delta} \left(\frac{1}{\delta} - ik \right)$$

Haciendo δ arbitrariamente chico y utilizando la continuidad de E y de sus derivadas en P_o , podemos escribir

$$-\oiint_S (G \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial G}{\partial n})dS = 4\pi\delta \left[\frac{e^{ik\delta}}{\delta} \frac{\partial E(P_o)}{\partial n} - U(P_o) \frac{e^{ik\delta}}{\delta} \left(\frac{1}{\delta} - ik \right) \right]_{\delta \rightarrow 0} = -4\pi E(P_o)$$

Sustituyendo esto en (2-9) tenemos

$$E(P_o) = \frac{1}{4\pi} \oiint_S \left[\frac{e^{ikr_{pq}}}{r_{pq}} \frac{\partial E}{\partial n} - E(P_o) \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr_{pq}}}{r_{pq}} \right) \right] dS \quad (2-11)$$

Este resultado se conoce como teorema integral de Helmholtz y Kirchoff o simplemente integral de Helmholtz.

La formulación de Kirchoff

Para encontrar el campo en un punto P_o aplicamos el teorema integral de Helmholtz y Kirchoff (2-11), siendo cuidadosos para elegir la superficie de integración.

Siguiendo a Kirchoff, la superficie que elegimos consiste en la suma de una superficie esférica S_E de radio R , centrada en el punto de observación P_o , más una superficie plana S_P , más la superficie del difusor S_D , como muestra la figura 2-3.

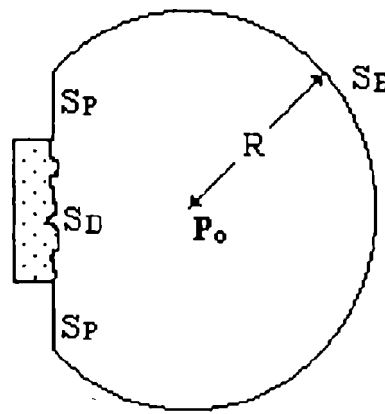


Figura 2-3

Aplicando (2-11)

$$E(P_o) = \frac{1}{4\pi} \iint (G \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial G}{\partial n}) dS \quad (2-12)$$

Sobre S_E tenemos

$$G = \frac{e^{ikR}}{R} \quad y \quad \frac{\partial G}{\partial n} = \frac{e^{ikR}}{R} \left(ik - \frac{1}{R} \right)$$

y si tomamos R muy grande

$$\frac{\partial G}{\partial n} \cong ikG$$

luego, la integral sobre S_E se reduce a

$$\iint_{S_E} \left(G \frac{\partial E}{\partial n} - E ikG \right) dS = \int_{\Omega} G \left(\frac{\partial E}{\partial n} - ikE \right) R^2 d\Omega \quad (2-13)$$

donde Ω es el ángulo sólido subtendido por S_E en P_o . Como $|RG|$ está acotado, la integral (2-13) se anulará si se cumple la condición

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R \left(\frac{\partial E}{\partial n} - ikE \right) = 0 \quad (2-14)$$

para todos los ángulos; esto se conoce como la condición de radiación de Sommerfeld y se satisface si E cae por lo menos tan rápido como una onda esférica divergente. Ya que la fuente que ilumina el difusor consiste en una onda esférica o en una combinación lineal de ondas esféricas, la condición de Sommerfeld se satisface siempre en la práctica y tenemos por lo tanto:

$$E(P_o) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_D} \left(G \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS \quad (2-15)$$

Si la superficie que llamamos S_P consiste en una pantalla opaca, es razonable pensar que la mayoría de las contribuciones de la integral (2-15) proviene de la superficie iluminada S_D del difusor. De acuerdo a esto vamos a usar las siguientes suposiciones (que son equivalentes a las adoptadas por Kirchoff en su teoría de la difracción):

1- Las distribuciones de E y $\frac{\partial E}{\partial n}$ sobre la superficie S_D son las mismas que las que habría si no hubiera ninguna pantalla sobre S_P .

2- Sobre S_P el campo E y su derivada $\frac{\partial E}{\partial n}$ son nulos.

Estas suposiciones se conocen como las condiciones de contorno de Kirchoff. La primera nos permite especificar el campo sobre el difusor despreciando la presencia de la pantalla. La segunda nos permite limitar la superficie de integración a S_D y nos queda

$$E(P_o) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_D} \left(G \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial G}{\partial n} \right) dS \quad (2-16)$$

En el caso de un difusor S_D , como vimos en el capítulo anterior, es una función aleatoria.

Es importante destacar que las condiciones de contorno de Kirchoff simplifican el problema considerablemente pero son inconsistentes; las dificultades provienen de imponer condiciones de contorno sobre el campo y su derivada. Es sabido de la teoría de potencial que si una función bidimensional y su derivada normal se anulan sobre algún elemento de curva, entonces la función debe ser nula en todo el plano. De la misma manera, si la ecuación de onda tridimensional se anula sobre algún elemento de superficie, debe anularse en todo el espacio. Otra forma de ver la inconsistencia es el hecho que la teoría falla al reproducir las condiciones de contorno a medida que el punto de observación se acerca a la abertura (en nuestro caso a S_D) o a la pantalla S_P .

A pesar de estas contradicciones, los resultados de Kirchoff en la mayoría de los casos concuerdan sorprendentemente bien con los experimentos. Las inconsistencias de la teoría de Kirchoff fueron removidas por Sommerfeld quien eliminó la imposición de condiciones de

contorno sobre el campo y su derivada normal simultáneamente. El hecho de que una teoría sea autoconsistente no implica que pueda predecir resultados más exactos que otra que no lo sea. La comparación de la exactitud de las teorías de Kirchoff y Sommerfeld es todavía un tema de investigación.

II.2 DISPERSIÓN DE LUZ - REFLEXIÓN

Supongamos una superficie descrita por $h(x,y)$, donde h es la desviación desde un plano medio xy (Cap.I). En nuestro caso, h es una función aleatoria de las coordenadas x,y , cuyas características estadísticas fueron introducidas en el Capítulo I.

Sobre esta superficie, incide una onda electromagnética plana. Su dirección de propagación está dada por el vector de onda \mathbf{k}_1 , cuyo módulo es $k_1=2\pi/\lambda$, con λ la longitud de onda de la luz incidente. \mathbf{k}_1 se encuentra en el plano xz del sistema de coordenadas (Fig.2-3). El ángulo entre \mathbf{k}_1 y el eje z es θ_1 .

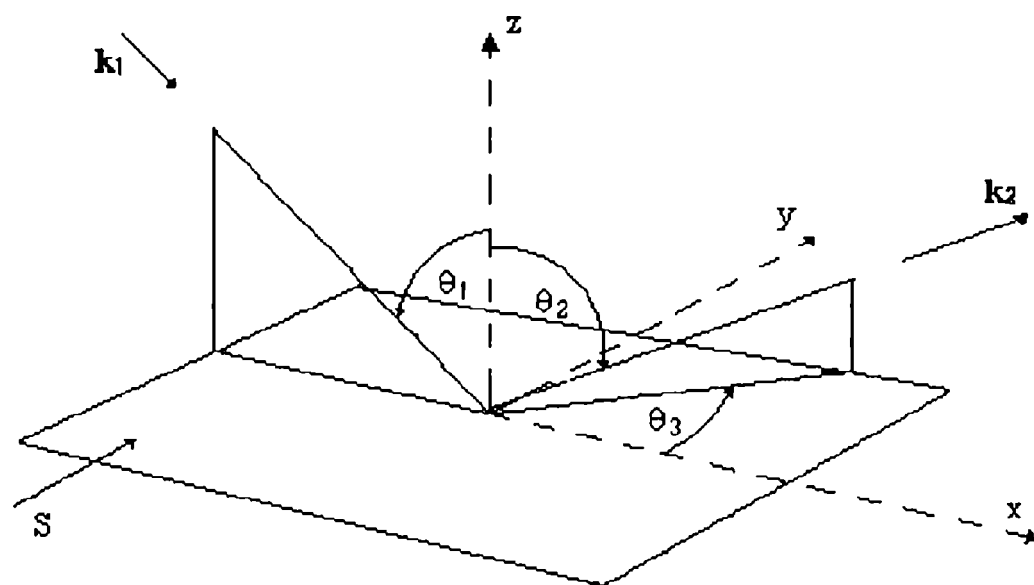


Figura 2-3

Suponemos la onda incidente linealmente polarizada y armónica plana, luego podemos expresar su amplitud como:

$$E_1 = E_0 e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r} - \omega t)}$$

ω es la frecuencia angular, pero de aquí en adelante no se considerará la dependencia temporal por las mismas razones que expresamos antes.

$$\mathbf{r} = x \mathbf{x}_0 + y \mathbf{y}_0 + z \mathbf{z}_0$$

y para un punto sobre la superficie:

$$\mathbf{r} = x \mathbf{x}_0 + y \mathbf{y}_0 + h(x,y) \mathbf{z}_0$$

El problema es encontrar el campo en una dirección arbitraria θ_2, θ_3 , lejos de la superficie dispersora, en la región de Fraunhofer.

Suponemos que la superficie es punto a punto, perfectamente reflectora y que el coeficiente de reflexión es constante e igual a la unidad sobre toda la superficie. Esto último es independiente del ángulo entre la dirección incidente y la normal a la superficie.

No tendremos en cuenta efectos de sombra ni dispersiones múltiples y supondremos que las irregularidades de la superficie son mucho mayores que la longitud de onda de la radiación incidente.

Estas condiciones nos permiten utilizar el método de Kirchhoff.

Sea \mathbf{k}_2 el vector de propagación en la dirección θ_2, θ_3 con $k_2 = k_1 = k$.

Resolvemos la ecuación (2-16), para un punto P lejos del difusor con la función de Green (2-6) en la cual: Q, es un punto sobre la superficie y r_{pq} es la longitud del vector que une P con Q. Entonces en la figura 2-4 se ve que;

$$\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_{pq} = k_2 R_0 - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r} \quad (2-17)$$

y considerando que P está muy alejado, la función de Green se puede aproximar como:

$$G \cong \frac{e^{ik_2 R_0 - ik_2 \cdot \mathbf{r}}}{R_0} \quad (2-18)$$

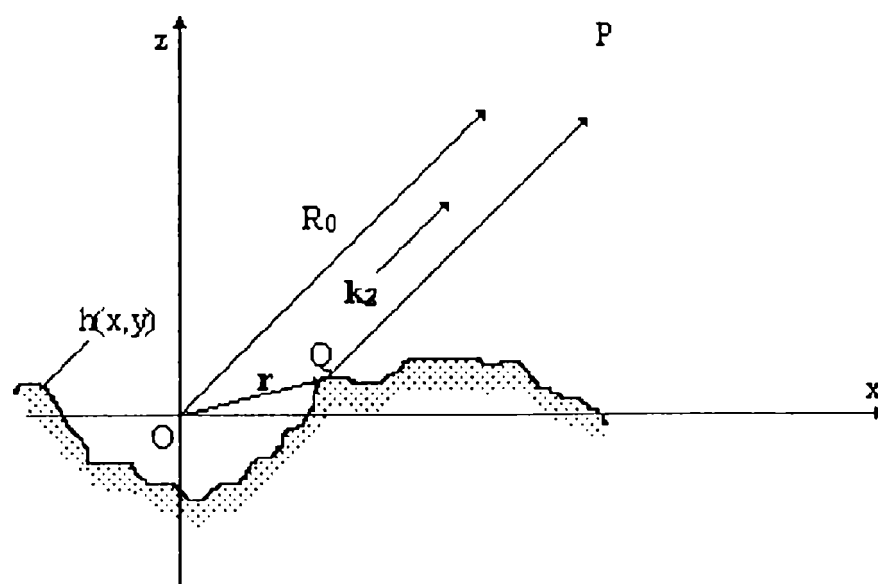


Figura 2-4

Para poder calcular la integral de Helmholtz (2-16), es necesario conocer el campo y su derivada normal sobre la superficie, lo cual es imposible. Consideraremos, que el campo en cada punto de la superficie corresponde al que estaría presente sobre el plano tangente en cada punto. Esto es una buena aproximación si el radio de curvatura de las irregularidades es grande comparado con la longitud de onda de la radiación incidente.

Dentro de esta aproximación:

$$(E)_s = (1 + \rho) E_1 \quad \text{y} \quad \left(\frac{\partial E}{\partial n} \right)_s = (1 - \rho) E_1 \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{n} \quad (2-19)$$

ρ es el coeficiente de reflexión

\mathbf{n} es el vector normal a la superficie en el punto (x,y) . Fig.2-5

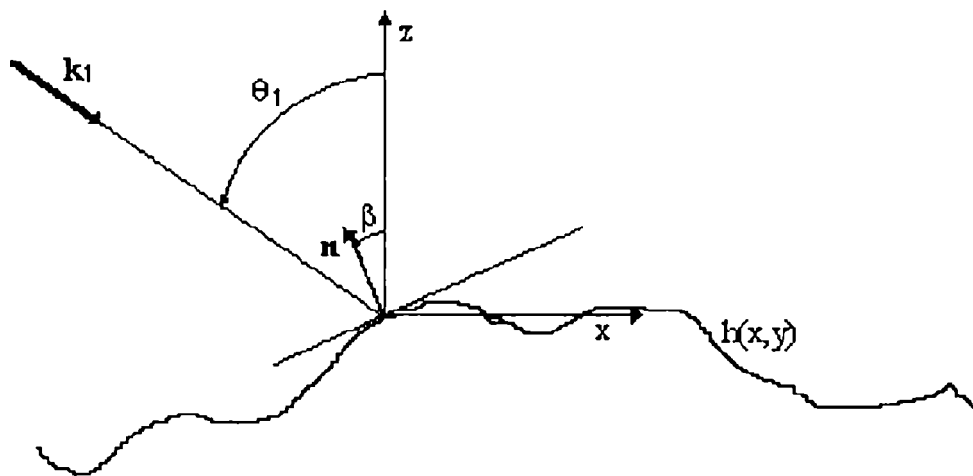


Figura 2-5

Para simplificar los cálculos suponemos primero una superficie unidimensional: $h(x,y) = h(x)$.

Reemplazando (2-18) y (2-19) en (2-16), se tiene que el campo en la dirección θ_2 es:

$$E_2 = \frac{i e^{ikR_0}}{4\pi R_0} \int (\rho \mathbf{v} - \mathbf{p}) \cdot \mathbf{n} e^{i \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dS \quad (2-20)$$

con

$$\mathbf{v} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2$$

$$\mathbf{p} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2$$

cuyas componentes son:

$$\mathbf{v} = (v_x, v_z) = [k(\sin\theta_1 - \sin\theta_2), -k(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)]$$

$$\mathbf{p} = (p_x, p_z) = [k(\sin\theta_1 + \sin\theta_2), k(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)]$$

$$\mathbf{n} = (n_x, n_z) = (-\sin\beta, \cos\beta)$$

$$\mathbf{r} = (x, h(x))$$

$$dS = \sec\beta dx$$

$$\tan\beta = h'(x)$$

si la extensión de la superficie es finita : $-L < x < L$ (Esto es equivalente a poner una función pupila $P(x)$) entonces:

$$E_2 = \frac{ik e^{ikR_0}}{4\pi R_0} \int_{-L}^L (a h' - b) e^{i v_x x + i v_z h} dx \quad (2-21)$$

donde:

$$a = (1 - \rho) \sin\theta_1 + (1 + \rho) \sin\theta_2$$

$$b = (1 + \rho) \cos\theta_2 - (1 - \rho) \cos\theta_1$$

$$\text{Llamamos: } A_0 = \frac{ik e^{ikR_0}}{4\pi R_0}$$

La integral en (2-21) puede resolverse fácilmente en el caso en que a y b sean independientes de x , como sucede en un medio perfectamente conductor. Suponiendo además que $L \gg \lambda$ la solución general unidimensional puede escribirse como:

$$E_2(\theta_1, \theta_2) = \pm K_{2R}(\theta_1, \theta_2) \int_{-L}^L e^{i \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dx$$

con

$$K_{2R}(\theta_1, \theta_2) = A_0 \frac{1 + \cos(\theta_1 + \theta_2)}{\cos\theta_1 + \cos\theta_2}$$

donde \pm corresponde a las direcciones de polarización paralela y perpendicular al plano de incidencia y:

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{r} = \frac{2\pi}{\lambda} [(\sin\theta_1 - \sin\theta_2)x - (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)h(x)]$$

Para el caso tridimensional esta expresión se transforma en:

$$E_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = K_{3R}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \iint_A e^{i \mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dx dy$$

con

$$K_{3R}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = A_0 \frac{1 + \cos\theta_1 \cos\theta_2 - \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos\theta_3}{(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)} \quad (2-22)$$

aquí:

$$\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z) = [k(\sin\theta_1 - \sin\theta_2 \cos\theta_3), -k \sin\theta_2 \sin\theta_3, -k(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)]$$

$$\mathbf{r} = (x, y, h(x, y))$$

Como estamos interesados en calcular la intensidad media dispersada tenemos que evaluar $\langle E_2 E_2^* \rangle$, donde * denota complejo conjugado.

Para el caso unidimensional:

$$\langle E_2 E_2^* \rangle = |K_{2R}|^2 \int_{-L}^L \int_{-L}^L e^{v_x(x_1 - x_2)} \langle e^{v_z[h(x_1) - h(x_2)]} \rangle dx_1 dx_2 \quad (2-23)$$

y para el caso bidimensional:

$$\begin{aligned} \langle E_2 E_2^* \rangle &= \\ &= |K_{3R}|^2 \int_{-X}^X \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y \int_{-Y}^Y e^{i v_x(x_1 - x_2) + i v_y(y_1 - y_2)} \langle e^{v_z[h(x_1, y_1) - h(x_2, y_2)]} \rangle dx_1 dx_2 dy_1 dy_2 \end{aligned} \quad (2-24)$$

Donde X e Y son los límites de la pupila de área $A = 2X \cdot 2Y$ y $\langle \rangle$ es el valor medio de "ensemble".

A partir de aquí tendremos en cuenta las características de la superficie que consideraremos estadísticamente rugosa siendo $h(x, y)$ una función aleatoria de la posición.

Como vimos en el Capítulo I, h es una variable aleatoria que toma valores z con una densidad de probabilidad $p(z)$. Para resolver el problema, debemos conocer la densidad de probabilidad adjunta $p_2(z_1, z_2)$ donde z_1 y z_2 son los valores que toma h en los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) . Podemos suponer que el proceso aleatorio $h(x, y)$ es estacionario, o sea que su densidad de probabilidad adjunta depende sólo de la distancia entre los puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2)

$$\tau = \sqrt{\{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2\}}$$

La función característica bidimensional asociada con la distribución $p_2(z_1, z_2)$ es:

$$\chi_2(t_1, t_2) = \left\langle e^{it_1 z_1 + it_2 z_2} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_2(z_1, z_2) e^{it_1 z_1 + it_2 z_2} dz_1 dz_2 \quad (2-25)$$

Escribiendo τ en coordenadas polares:

$$x_1 - x_2 = \tau \cos\varphi; \quad y_1 - y_2 = \tau \operatorname{sen}\varphi$$

$$\langle E_2 E_2^* \rangle = |K_{3R}|^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} e^{iv_x \tau \cos\varphi + iv_y \tau \operatorname{sen}\varphi} \chi_2(v_z, -v_z) \tau d\tau d\varphi$$

y suponiendo $X, Y \gg$ que la distancia de correlación de $h(x, y)$ obtenemos;

$$\langle E_2 E_2^* \rangle = 2\pi |K_{3R}|^2 \int_0^{\infty} J_0(v_{xy} \tau) \chi_2(v_z, -v_z; \tau) \tau d\tau$$

donde

$$(2-26)$$

$$v_{xy} = \sqrt{(v_x^2 + v_y^2)}$$

La función característica, asociada con una distribución normal bidimensional de dos variables aleatorias h_1 y h_2 con valor medio 0 y varianza σ^2 es

$$\chi_2(v_z, -v_z) = e^{-\frac{v_z^2 \sigma^2}{2} (1 - C(\tau))} \quad (2-27)$$

Si como hemos supuesto $C(\tau)$ es Gaussiana entonces:

$$C(\tau) = e^{-\tau^2 / T^2}$$

donde T es la distancia de correlación. Desarrollando esta expresión en serie alrededor de $\tau = 0$, (2-27) queda:

$$\chi_2(v_z, -v_z) = e^{-\frac{v_z^2 \sigma^2}{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{v_z^{2m} \sigma^{2m}}{m!} e^{-\frac{m \tau^2}{T^2}} \quad (2-28)$$

Reemplazando en la integral de (2-26) se llega a la expresión:

$$\langle E_2 E_2^* \rangle = e^{-g} \left\{ \rho_0^2 + \pi |K_{3R}|^2 T^2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{g^m}{m! m} e^{-\frac{v_{xy}^2 T^2}{4m}} \right\} \quad (2-29)$$

con

$$v_{xy} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$\sqrt{g} = v_z \sigma = \frac{2\pi\sigma}{\lambda} (\cos\theta_1 + \cos\theta_2)$$

y

$\rho_0 \approx \text{sinc}(v_x X) \text{sinc}(v_y Y)$ es la transformada de Fourier de la función autocorrelación de la pupila para un diafragma rectangular.

La serie infinita de la expresión (2-28) representa la parte difundida de la luz. El primer término que desaparece en todo el espacio salvo en las vecindades de la dirección especular es la componente especular (coherente) de la dispersión.

En general, el campo dispersado está compuesto por ambas partes. Cuando $g \rightarrow 0$, la componente especular es la dominante, cuando $g \gg 1$, domina la componente difusiva.

En las aplicaciones que nosotros veremos en este trabajo, la rugosidad de la superficie (σ/λ) es grande con lo que $g \gg 1$, entonces la expresión (2-26), se puede integrar directamente y se obtiene:

$$\langle E_2 E_2^* \rangle = \frac{\pi |K_{3R}|^2 T^2}{v_z^2 \sigma^2} \exp\left(-\frac{v_{xy}^2 T^2}{4v_z^2 \sigma^2}\right) \quad g \gg 1 \quad (2-30)$$

En el caso unidimensional esta expresión es:

$$\langle E_2 E_2^* \rangle = \frac{|K_{2R}|^2 2LT\sqrt{\pi}}{v_z \sigma} \exp\left(-\frac{v_x^2 T^2}{4v_z^2 \sigma^2}\right) \quad g \gg 1 \quad (2-31)$$

La distribución angular de la intensidad media dispersada para distintos valores de la relación T/σ se pueden ver en la figura 2-6.

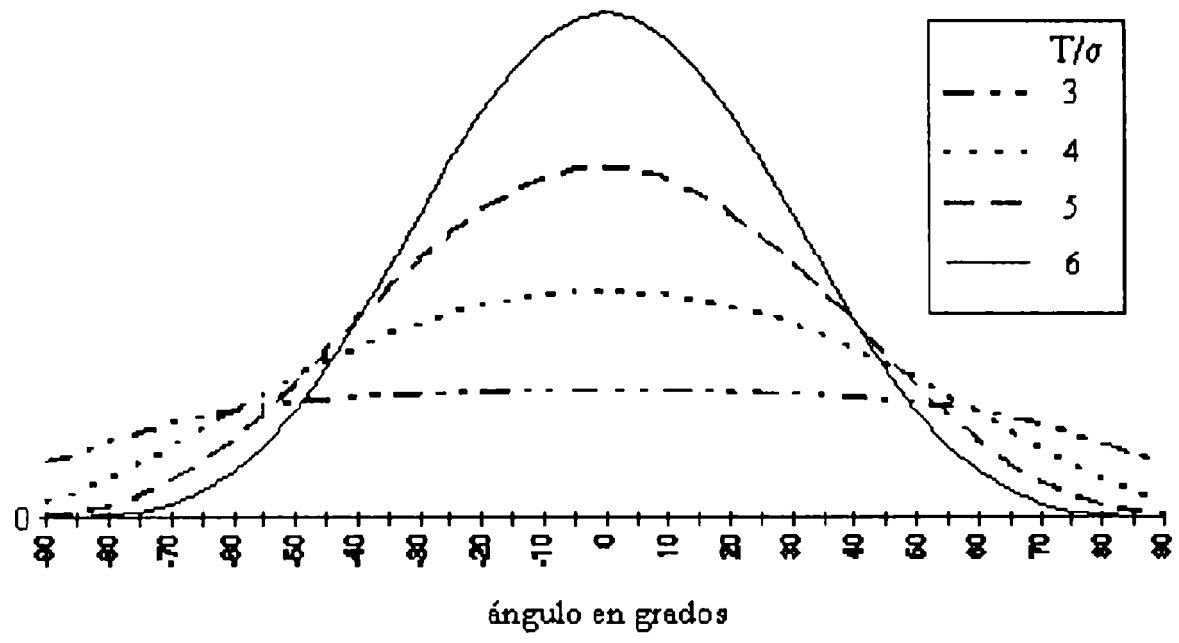


Figura 2-6

II -3 DISPERSIÓN DE LUZ. TRANSMISIÓN

Estudiamos ahora el problema de la dispersión de luz pero, para el caso en que la superficie rugosa corresponde a una transparencia.

Reformulamos algunos de los resultados del capítulo anterior, con hipótesis similares pero para la geometría de transmisión.

Otros autores, han aplicado la teoría de Beckmann al problema de la difusión por transmisión, pero sus trabajos tienen características diferentes al nuestro. Por ejemplo P.J. Chandley y W. Welford^[2-3], hacen suposiciones acerca del frente de onda inmediatamente después de atravesar la superficie difusora, pero sin hacer hipótesis acerca de la superficie; N.G. Gaggioli^[2-4], lo hace para el caso particular de incidencia normal; M.G.Lefrançois, normaliza los resultados con el campo transmitido por una superficie plana y los trabajos más recientes de M.Nieto-Vesperinas^[2-5;2-6;2-7] que utiliza métodos numéricos para casos particulares.

Sobre la cara plana de un difusor traslúcido (Fig.2-7), de índice de refracción n_1 , incide desde el medio de la izquierda, de índice de refracción n_0 , un haz coherente con vector de onda k_0 .

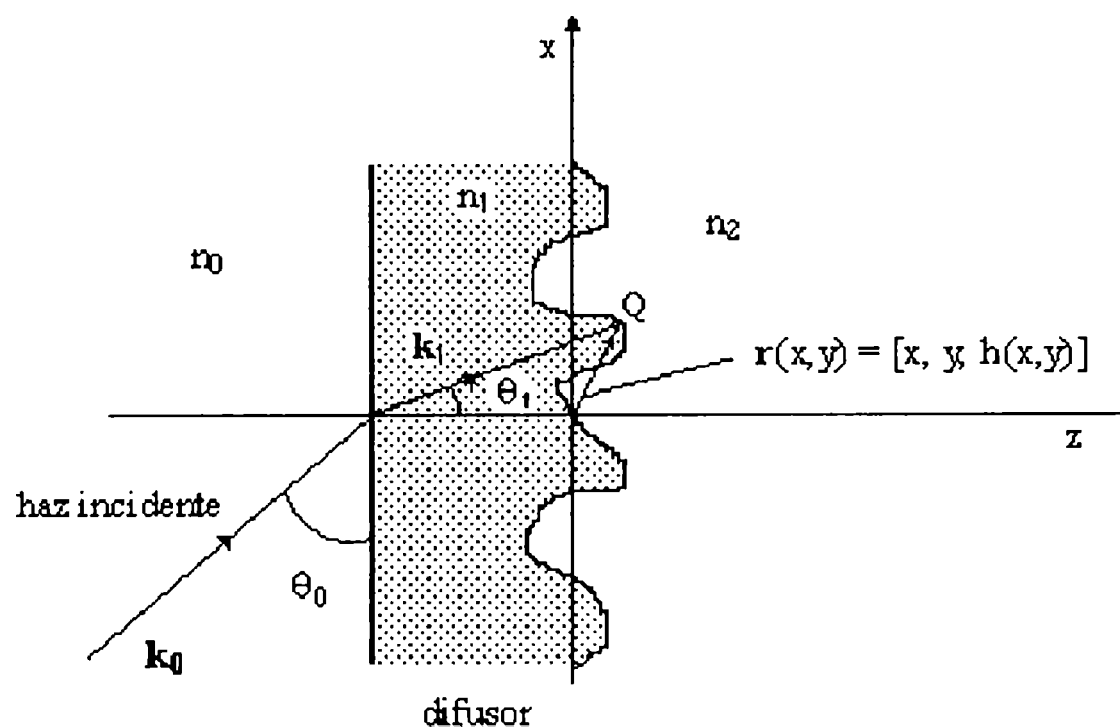


Figura 2-7

El ángulo de incidencia, medido con respecto a la normal a la cara plana, es θ_0 . Dentro del difusor, el haz se refracta según la ley de Snell, dando lugar a una onda plana dentro del difusor definida por el vector de onda k_1 , que forma un ángulo θ_1 con el eje z . La superficie rugosa está descrita

por la ecuación $z = h(x,y)$, es decir la altura en un punto (x,y) es $h(x,y)$, medida desde el plano medio de la superficie difusora al que definimos como $z = 0$ ($\langle h(x,y) \rangle = 0$).

Resolvemos la integral (2-16) para este caso suponiendo siempre P_2 (el subíndice 2 se utiliza para indicar que el punto de observación se encuentra en el medio de índice n_2), un punto lejano a la superficie del difusor. Tomamos el sistema de referencia como se indica en la figura (2-8).

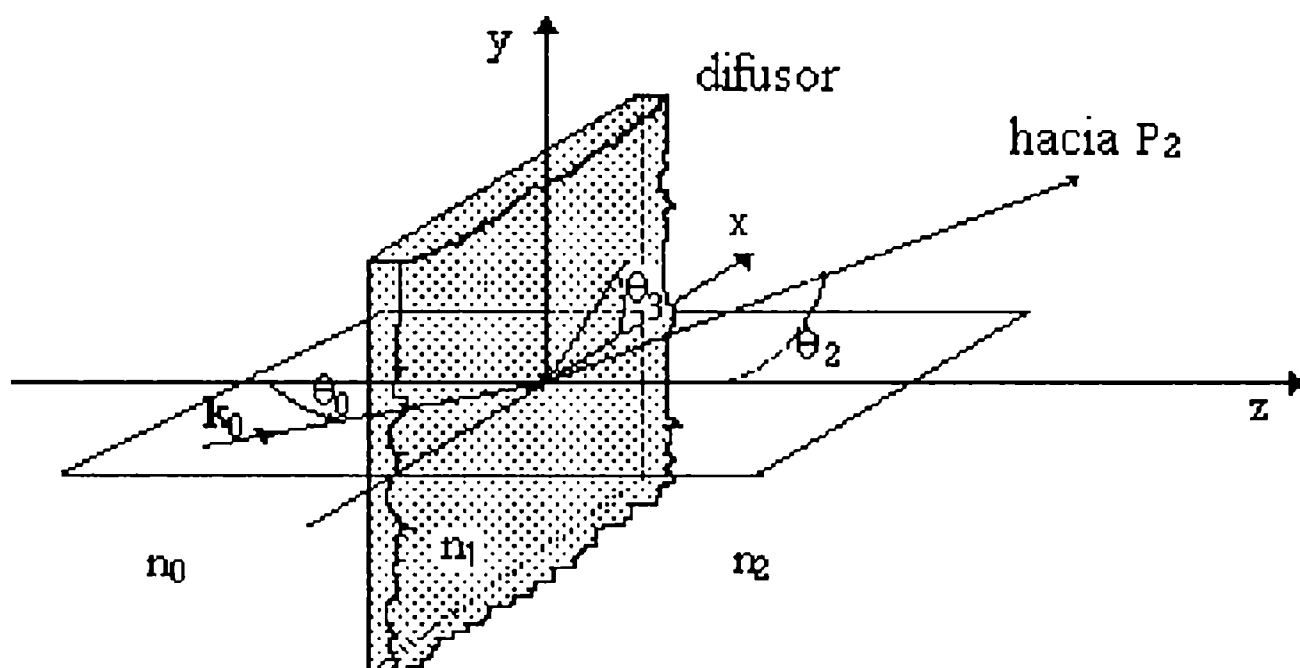


Figura 2-8

Adoptamos la siguiente convención: sobre la cara plana del difusor translúcido de índice n_1 , incide desde el medio de índice n_0 , (vacío), un haz coherente con vector de onda k_0 , contenido en el plano zx , que forma un ángulo θ_0 con respecto a la normal. El plano medio de la superficie difusora es el plano $z = 0$ y finalmente el punto de observación P_2 , tiene coordenadas angulares esféricas (θ_2, θ_3) .

Reescribimos la función de Green:

$$G(Q) = \frac{e^{ik_2 \cdot r_{pq}}}{r_{pq}}$$

donde Q es un punto sobre la superficie del difusor, k_2 , el número de onda en el medio de índice n_2 y r_{pq} , es la longitud del vector que conecta P_2 con Q .

Ahora, las relaciones (2-17) y (2-18), corresponden a la geometría de la figura 2.3- .

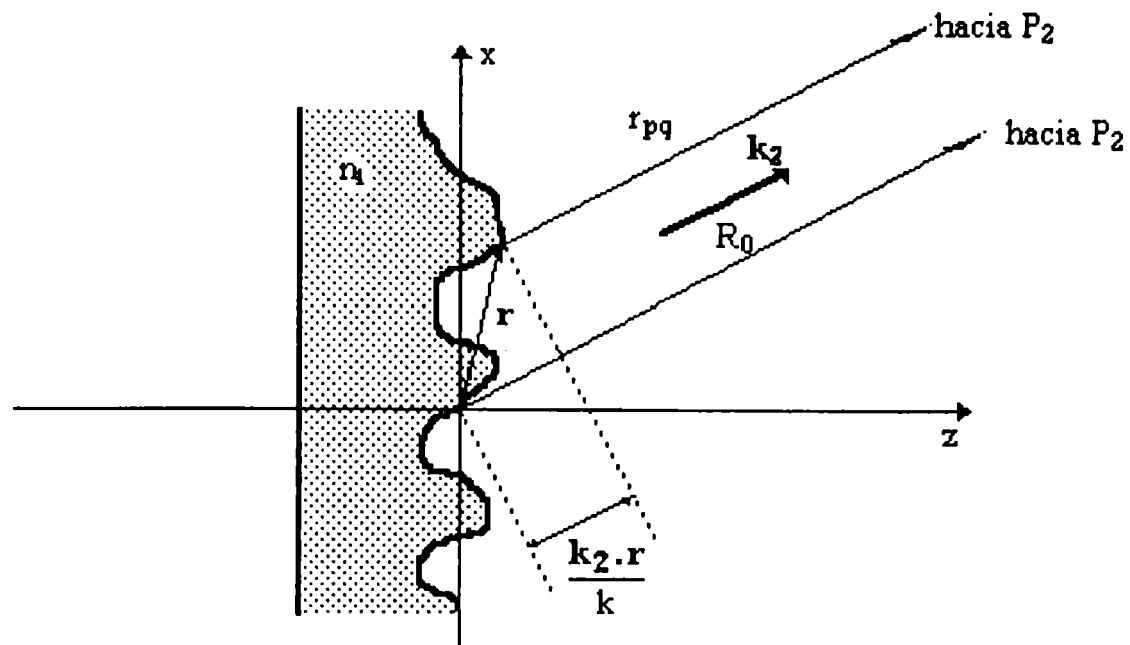


Figura 2-9

Aquí nuevamente aproximamos el campo y su derivada, al que estaría presente sobre el plano tangente en cada punto, figura 2-10.

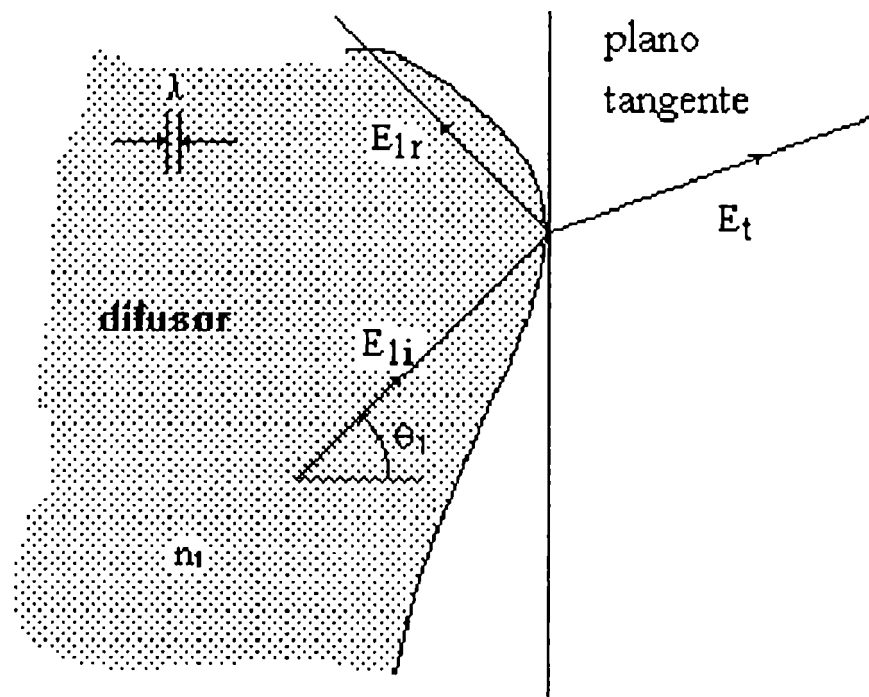


Figura 2-10

Teniendo en cuenta esta aproximación, tendremos que el campo transmitido a través de la interfase rugosa en un punto cualquiera r sobre la superficie estará dado por:

$$E(\mathbf{r}) = E_{1i}(\mathbf{r}) + E_{1r}(\mathbf{r}) = E_t(\mathbf{r}) = tE_{1i}(\mathbf{r}) \tag{2-31}$$

Donde hemos utilizado la notación que se indica en la figura 2.3- , E_{1i} es el campo incidente sobre la superficie difusora, E_{1r} es el campo reflejado dentro del difusor y t , es el coeficiente de

transmisión local y depende de la constante dieléctrica del material, del ángulo de incidencia local y de la polarización del campo incidente.

Para escribir el campo E_{li} consideramos el campo E_0 que incide sobre la superficie plana del difusor como una onda plana (figura 2-11) y por lo tanto

$$E_{li} = E_{10} e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} \quad \text{con} \quad \mathbf{k}_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (\sin \theta_1, 0, \cos \theta_1) \quad (2-32)$$

donde E_{10} es una constante; $\lambda_1 = \lambda_0/n_1$ y, de acuerdo a la ley de Snell, $\sin \theta_0 = n_1 \sin \theta_1$.

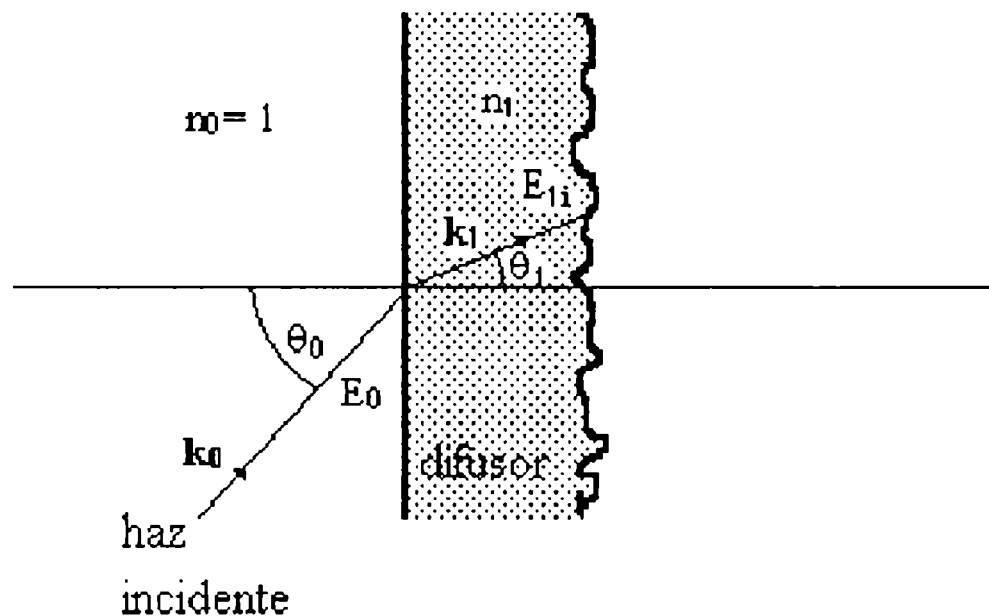


Figura 2-11

Evaluamos las derivadas parciales con respecto a la normal de E y G sobre la superficie.

Derivando (2-18) obtenemos:

$$\frac{\partial G}{\partial n} = \vec{\nabla} G \cdot \mathbf{n} = -i \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{n} G \quad (2-33)$$

y la derivada del campo sobre la superficie se puede escribir:

$$\frac{\partial E(\mathbf{r})}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} [E_{li}(\mathbf{r}) + E_{lr}(\mathbf{r})] = \frac{\partial E_t(\mathbf{r})}{\partial n} \quad (2-34)$$

en donde $E_t(\mathbf{r}) = E_{0t} e^{i\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{r}}$. Hemos llamado \mathbf{k}_t al vector de onda transmitido localmente en el punto \mathbf{r} , habiendo hecho la aproximación anterior de reemplazar la superficie difusora en ese punto por el plano tangente, así que:

$$\frac{\partial E(\mathbf{r})}{\partial n} = \frac{\partial E_t(\mathbf{r})}{\partial n} = \vec{\nabla} E_t \cdot \mathbf{n} = i\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{n} E_t = i\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{n} tE_{ii} \quad (2-35)$$

Ahora podemos reemplazar las derivadas en la ecuación de Helmholtz y queda,

$$E(P_2) = \frac{1}{4\pi} \iint_{s_D} [G i\mathbf{k}_t \cdot \mathbf{n} tE_{ii} - tE_{ii} (-i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{n}) G] dS \quad (2-36)$$

y reemplazando los valores de G y E_{ii} dados por (2-18) y (2-32) respectivamente

$$E_2(P_2) = \frac{ie^{ik_2 R_0} E_{10}}{4\pi R_0} \iint_{s_D} t(\mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_t) \cdot \mathbf{n} e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}} dS \quad (2-37)$$

y como

$$ndS = \frac{\left(\frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}, -1 \right)}{\left| \left(\frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}, -1 \right) \right|} = \left(\frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}, -1 \right) dx dy \quad (2-38)$$

nos queda

$$E_2(\theta_2, \phi_2) = \frac{ie^{ik_2 R_0} E_{10}}{4\pi R_0} \iint_{xy} t P(x, y) (\mathbf{k}_2 + \langle \mathbf{k}_t \rangle) \cdot \left(\frac{\partial h}{\partial x}, \frac{\partial h}{\partial y}, -1 \right) e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}} dx dy \quad (2-39)$$

donde hemos reemplazado el punto P_2 por la dirección (θ_2, θ_3) , ya que existe una relación biunívoca entre ambos. Además, a fin de poder continuar los cálculos, hemos reemplazado \mathbf{k}_t por

su valor medio $\langle k_t \rangle$. La función $P(x,y)$, es la función pupila, que vale 1 en la región iluminada y cero en el resto.

Escribiendo explícitamente los vectores de onda:

$$\mathbf{k}_0 = k (\text{sen}\theta_0, 0, \text{cos}\theta_0)$$

$$\mathbf{k}_1 = k(\text{sen}\theta_1, 0, \text{cos}\theta_1)$$

$$\mathbf{k}_2 = k(\text{sen}\theta_2\text{cos}\theta_3, \text{sen}\theta_2\text{sen}\theta_3, \text{cos}\theta_2)$$

$$\langle \mathbf{k}_t \rangle = k n_2 (\text{sen}\varphi, \text{cos}\varphi)$$

En donde hemos considerado del mismo modo que Lefrançois (ref. 2-4, p.12), que $\langle \mathbf{k}_t \rangle$ es el que surge de la refracción, reemplazando la interfase rugosa por su plano medio, como se ve en la figura 2.12, con lo cual el ángulo φ cumple la relación de Snell: $\text{sen}\theta_0 = n_1 \text{sen}\theta_1 = n_2 \text{sen}\varphi$.

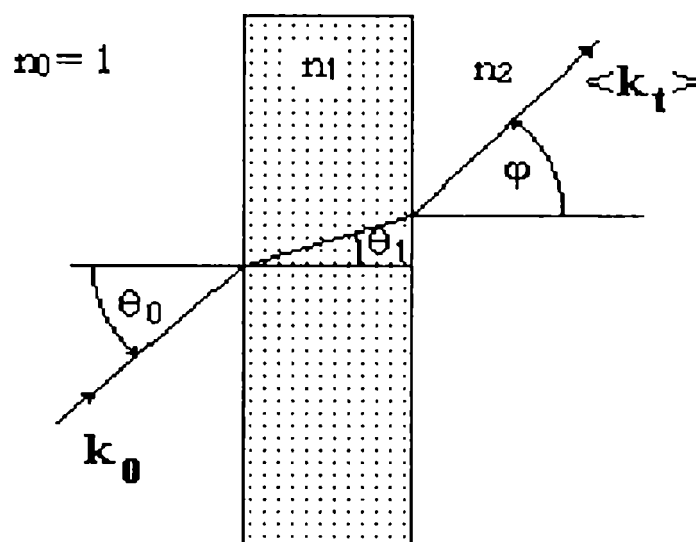


Figura 2-12

Esta suposición acerca de la dirección de $\langle \mathbf{k}_t \rangle$ es inconsistente como se verá cuando llegemos a la expresión final del valor medio de la intensidad dispersada. De hecho, el efecto que estudiamos en este capítulo es que en promedio, la luz que pasa a través del difusor se dispersa, apartándose de lo que predice la ley de Snell si la interfase fuera plana. Una expresión más real de $\langle \mathbf{k}_t \rangle$ se podría calcular geoméricamente, evaluando k_t en función de la pendiente y promediando en la distribución de pendientes (Apéndice G). Sin embargo, esto lleva a una función muy complicada

que depende del ángulo de incidencia θ_0 , la rugosidad σ del difusor, de la longitud de correlación T , de los índices de refracción de los distintos medios, etc., que solo es posible integrar en forma numérica.

Podemos reescribir la ecuación (2-39) llamando

$$\mathbf{p} = \langle \mathbf{k}_t \rangle + \mathbf{k}_2 = k n_2 (\text{sen}\varphi + \text{sen}\theta_2 \cos\theta_3, \text{sen}\theta_2 \text{sen}\theta_3, \cos\varphi + \cos\theta_2)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 = k(n_1 \text{sen}\theta_1 - n_2 \text{sen}\theta_2 \cos\theta_3, -n_2 \text{sen}\theta_2 \text{sen}\theta_3, n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2) \quad (2-41)$$

y obtenemos

$$E_2(\theta_2, \theta_3) = \frac{ie^{ik_2 R_0} E_{10}}{4\pi R_0} \iint_{xy} t P(x, y) \mathbf{p} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x}, \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial y}, -1 \right) e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dx dy \quad (2-42)$$

realizando el producto escalar que está adentro de la integral, queda

$$E_2(\theta_2, \theta_3) = \frac{ie^{ik_2 R_0} E_{10} k}{4\pi R_0} \iint_{xy} t P(x, y) \left(a \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} + b \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial y} + c \right) e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dx dy \quad (2-43)$$

con

$$a = n_2(\text{sen}\varphi + \text{sen}\theta_2 \cos\theta_3)$$

$$b = n_2(\text{sen}\theta_2 \text{sen}\theta_3)$$

$$c = -n_2(\cos\varphi + \cos\theta_2)$$

Haremos ahora otra aproximación, reemplazando t por su valor medio.

$$E_2(\theta_2, \theta_3) = \frac{ie^{ik_2 R_0} E_{10} k}{4\pi R_0} \langle t \rangle \iint_{xy} P(x, y) \left(a \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial x} + b \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial y} + c \right) e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dx dy \quad (2-44)$$

Podemos descomponer la integral (2-44) en tres integrales de la siguiente manera:

$$E_2(\theta_2, \theta_3) = \frac{ie^{ik_2 R_0} E_{10} k}{4\pi R_0} \langle t \rangle \iint_{xy} [P(x, y) a \frac{\partial h}{\partial x} e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} + (2-45) \\ + P(x, y) b \frac{\partial h}{\partial y} e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} + P(x, y) e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}}] dx dy$$

Las dos primeras integrales se pueden resolver por partes y para simplificar, supondremos que la pupila es rectangular de lados $2X$ y $2Y$. Si tomamos por ejemplo la primera,

$$\iint p(x, y) a \frac{\partial h}{\partial x} e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dx dy = \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y a \frac{\partial h}{\partial x} e^{i v_z h(x, y)} e^{i(v_x x + v_y y)} dx dy = \\ = \int_{-Y}^Y \frac{a}{i v_z} e^{i v_z h(x, y)} e^{i(v_x x + v_y y)} \Big|_{-X}^X dy - \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y a \frac{v_x}{v_z} e^{i v_z h(x, y)} e^{i(v_x x + v_y y)} dx dy = (2-46) \\ = \frac{-ia}{v_z} \int_{-Y}^Y e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} \Big|_{-X}^X dy - \frac{av_x}{v_z} \int_{-X}^X \int_{-Y}^Y e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dx dy$$

resolvemos la segunda integral de la misma manera de manera que 2-46 queda

$$E_2(\theta_2, \theta_3) = \frac{ie^{ik_2 R_0} E_{10} k}{4\pi R_0} \langle t \rangle \left[\left(-\frac{av_x}{v_z} - \frac{bv_y}{v_z} + c \right) \int_{-Y}^Y \int_{-X}^X e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dx dy - \right. \\ \left. - \frac{ia}{v_z} \int_{-Y}^Y e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} \Big|_{-X}^X dy - \frac{ib}{v_z} \int_{-X}^X e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} \Big|_{-Y}^Y dx \right]$$

Las dos últimas integrales representan un efecto de borde que podemos despreciar comparándolas con la primera, si el área $4XY$ es mucho mayor que λ^2 . En lugar de realizar una demostración matemática, que involucraría una solución rigurosa de la integral, lo mostraremos desde un punto de vista físico. Supongamos que S_D sea de dimensiones grandes ($2X \gg \lambda$; $2Y \gg \lambda$). Elijamos como S'_D una superficie idéntica a S_D , salvo en los bordes $x = \pm X$, $y = \pm Y$; en donde se aproxima continuamente al valor $h(x, y) = 0$. Nos queda para S'_D

$$\begin{aligned}
& -\frac{ia}{v_z} \int_{-Y}^Y e^{iv \cdot r} \Big|_{-X}^X dy - \frac{ib}{v_z} \int_{-X}^X e^{iv \cdot r} \Big|_{-Y}^Y dx = \\
& = -\frac{ia}{v_z} \int_{-Y}^Y e^{iv_y y} \left[e^{iv_x X} - e^{-iv_x X} \right] dy - \frac{ib}{v_z} \int_{-X}^X e^{v_x x} \left[e^{iv_y Y} - e^{-iv_y Y} \right] dx = \\
& = \left[\frac{4}{v_z} \left(\frac{a}{v_y} - \frac{b}{v_x} \right) \right] [\text{sen}(v_x X) \text{sen}(v_y Y)]
\end{aligned}$$

(2-47)

Si $v_x = v_y = 0$ (que sería la dirección de transmisión si el difusor fuera plano), (2-47) se anula y es siempre despreciable cuando el área de la pupila es mucho mayor que λ^2 . Con esta consideración, la integral (2.46) queda:

$$E_2(\theta_2, \theta_3) = \frac{ie^{ik_2 R_0} E_{10} k}{4\pi R_0} \langle t \rangle \left(-a \frac{v_x}{v_z} - b \frac{v_y}{v_z} + c \right) \iint_{xy} P(x, y) e^{iv \cdot r} dx dy$$

reemplazando los valores de los parámetros definidos en el paréntesis que está adelante de la integral y operando, se llega a

$$\begin{aligned}
E_2(\theta_2, \theta_3) &= \frac{ie^{ik_2 R_0} E_{10} k}{4\pi R_0} \langle t \rangle \frac{(n_2 \cos \varphi - n_1 \cos \theta_1)(n_2 \cos \varphi + n_2 \cos \theta_2)}{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2} \cdot \\
&\cdot \iint_{xy} p(x, y) e^{iv \cdot r} dx dy
\end{aligned}$$

(2-48)

Como ya habíamos adelantado, para poder evaluar exactamente esta integral es necesario conocer exactamente r , lo que es imposible. Sin embargo podemos encontrar $\langle E_2(\theta_2, \theta_3) \rangle$ haciendo ciertas suposiciones sobre la estadística de las alturas, como lo hemos hecho en el capítulo anterior.

En realidad estamos interesados en $\langle |E_2(\theta_2, \theta_3)|^2 \rangle = \langle I(\theta_2, \theta_3) \rangle$

$$\langle I(\theta_2, \theta_3) \rangle = |K_T(\theta_2)|^2 \iint_{x_1 y_1} \iint_{x_2 y_2} p(x_1, y_1) p(x_2, y_2) \langle e^{iv \cdot (r_1 - r_2)} \rangle dx_1 dy_1 dx_2 dy_2$$

(2-49)

donde hemos llamado

$$|K_T(\theta_2)|^2 = \left| \frac{ie^{ik_2 R_0} E_{10k}}{4\pi R_0} \langle t \rangle \frac{(n_2 \cos\varphi - n_1 \cos\theta_1)(n_2 \cos\varphi + n_2 \cos\theta_2)}{n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2} \right|^2 \quad (2-50)$$

y

$$\mathbf{r}_1 = (x_1, y_1, h(x_1, y_1)) \quad \mathbf{r}_2 = (x_2, y_2, h(x_2, y_2))$$

(2-49) es equivalente a (2-23) y podemos seguir los mismos pasos que en II.2.

El símbolo g , es ahora:

$$g = v_z^2 \sigma^2 = \sigma^2 k^2 (n_1 \cos\theta_1 - n_2 \cos\theta_2)^2$$

Como en el caso de la reflexión, g nos permite establecer relaciones de magnitud entre σ , λ y los ángulos de incidencia y dispersión. Podemos distinguir las siguientes soluciones para los distintos casos:

A. $g \gg 1$

$$\langle I(\theta_2, \theta_3) \rangle = |K_T(\theta_2)|^2 A \frac{\pi T^2}{g} e^{-\frac{v_x^2 + v_y^2}{4g} T^2} \quad (2-51)$$

Que es formalmente similar a la solución de Beckmann para la reflexión pero que muestra un comportamiento totalmente diferente como se puede ver en la figura 2-13 y 2-14.

B. $g \ll 1$

$$\langle I(\theta_2, \theta_3) \rangle = |K_T(\theta_2)|^2 e^{-g} \left\{ A g \pi T^2 e^{-\frac{v_x^2 + v_y^2}{4g} T^2} + F[A(\tau_x, \tau_y)] \right\} \quad (2-52)$$

$A(\tau_x, \tau_y)$ es la autocorrelación de la pupila y $F[A]$ no es otra cosa que la figura de difracción de la pupila. Entonces, el valor medio de la intensidad, queda formado por dos términos, uno de ellos representa la componente difusa y el otro la parte que se transmite directamente.

C. $g \approx 1$

En este caso el valor medio de la intensidad solo puede acotarse entre dos valores:

$$|K_T|^2 e^{-g} \left[A g \pi T^2 e^{-\frac{v_x^2 + v_y^2}{4g} T^2} \right] + F[A] \ll I \gg \leq A \pi T^2 |K_T|^2 + |K_T|^2 e^{-g} F[A] \quad (2-53)$$

La figura 2-13 muestra las curvas correspondientes al caso $g \gg 1$ que es el caso que nos interesa, para distintos valores de la relación T/σ .

Estas curvas muestran claramente el efecto que luego estudiamos experimentalmente: el desplazamiento del máximo de la curva de dispersión. En ciertas condiciones, también se observa este fenómeno en la reflexión. En los gráficos, la línea vertical continua, indica la dirección de transmisión para el caso en que no hubiera superficie rugosa, que es consistente con el límite $T/\sigma \rightarrow \infty$; la línea punteada marca la dirección θ_1 , que es la dirección de transmisión si no hubiera cambio de índice. Es notable que para algunos valores de T/σ , el máximo se desvía aún más que esta dirección. En estas curvas hemos considerado $n_0 = n_2 = 1$, $\theta_0 = \pi/6$ y $n_1 = 1.510$.

En la figura 2-14 las curvas representan la misma ecuación pero para un parámetro T/σ fijo y para varios ángulos de incidencia θ_0 . En este caso, las curvas están representadas en función de $\theta_2 - \theta_0$ para notar como aumenta el desplazamiento.

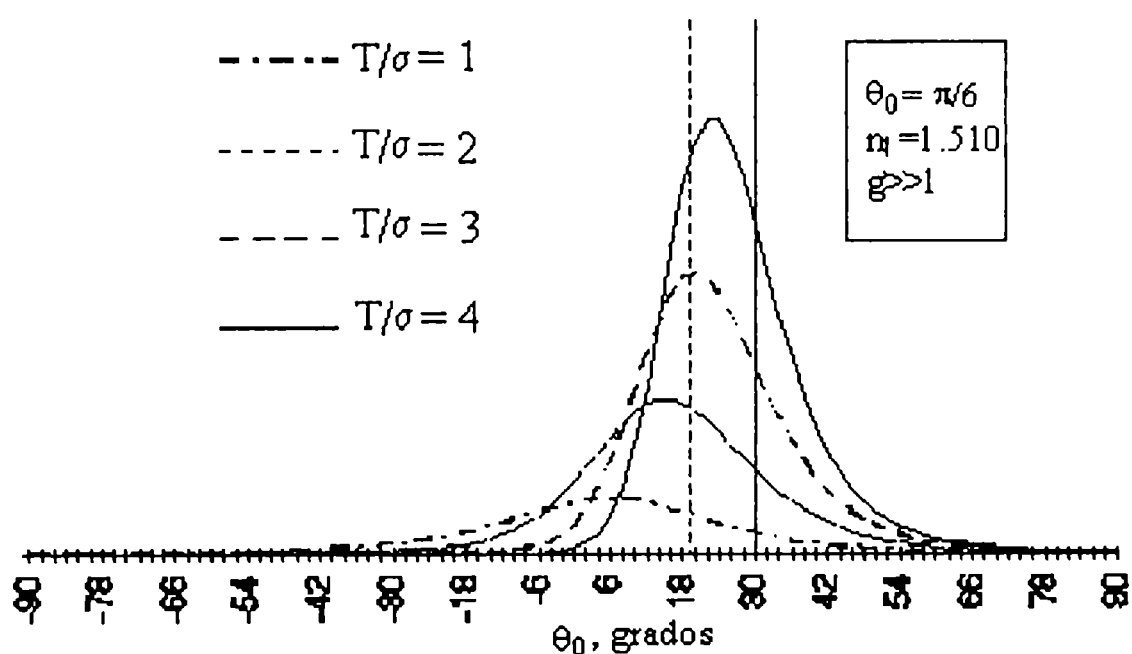


Figura 2-13

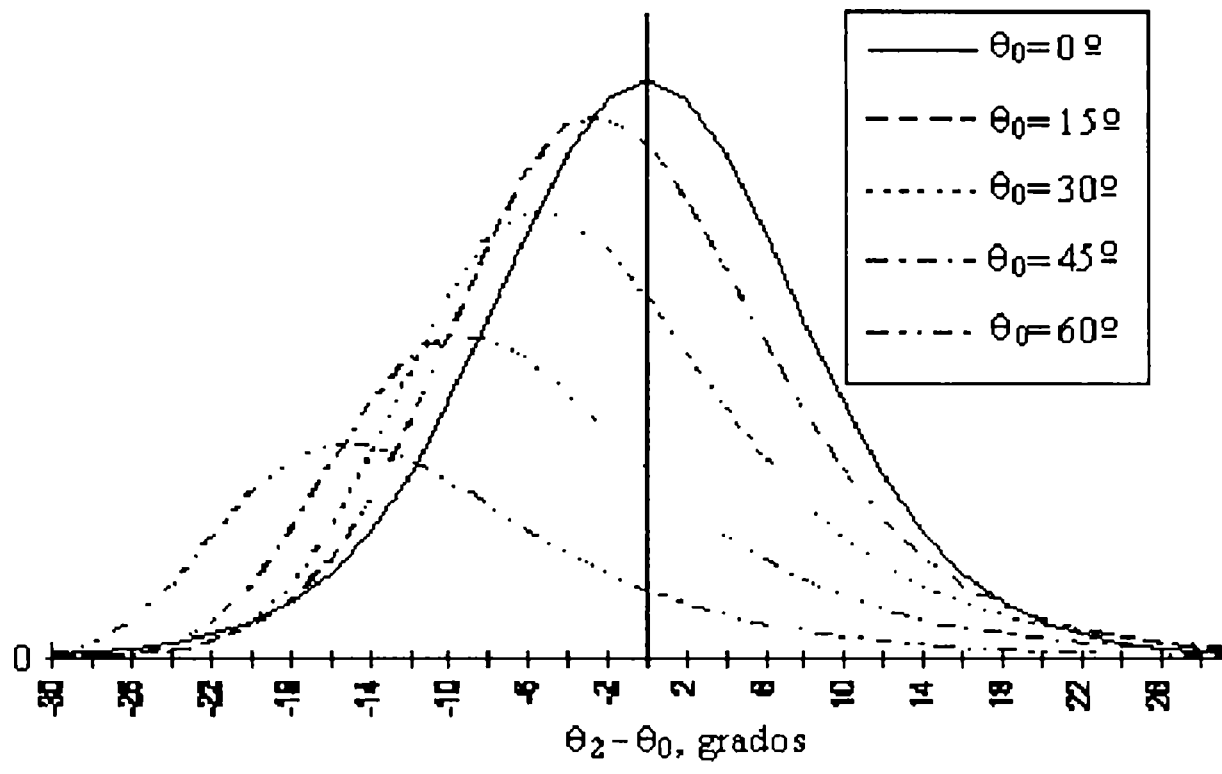


Figura 2-14

CAPITULO III - INDICATRIZ DE DIFUSIÓN - RESULTADOS EXPERIMENTALES

En este capítulo, presentamos los resultados experimentales obtenidos en la medición del valor medio de la intensidad de la luz dispersada. Para la reflexión nos referiremos a los trabajos hechos por K.A. O'Donnell y E.R. Méndez ^[3-1].

Para el caso de la transmisión, mostramos nuestros resultados experimentales y los analizamos en función de los resultados teóricos obtenidos en el capítulo anterior. Nieto-Vesperinas, Sanchez-Gil et al ^[3-2; 3-3; 3-4] observaron por primera vez la desviación con respecto a la dirección de refracción del máximo de la intensidad media dispersada de la luz transmitida dentro de un dieléctrico. Los autores reportan la predicción numérica y algunos resultados experimentales de este efecto, para el caso de un material dieléctrico semi-infinito cuando la luz incide desde el vacío semi-infinito sobre la superficie rugosa que separa ambos medios. Ellos observan este notable efecto y consecuentemente hacen una importante contribución, pero no tienen muy buena coincidencia entre los resultados numéricos y experimentales. Por otro lado, ellos solo han estudiado superficies con rugosidades no muy grandes, a lo sumo dos veces la longitud de onda. La longitud de correlación también fue pequeña y los modelos matemáticos unidimensionales. También hicieron otros cálculos numéricos para superficies rugosas separando dieléctrico-vacío, con similares resultados.

Pensamos que es necesario estudiar más profundamente este fenómeno y particularmente para otras situaciones que involucren rugosidades, longitud de correlación y la relación T/σ grandes.

En este trabajo presentamos una contribución al conocimiento de éste fenómeno. Estudiamos el caso particular de difusores iluminados desde la cara plana y consecuentemente tenemos el problema dieléctrico-aire.

III.1- ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA LUZ DIFUNDIDA POR REFLEXIÓN EN UNA SUPERFICIE RUGOSA.

Un conjunto importante de experiencias realizadas para medir el valor medio de la intensidad dispersada cuando la luz incide sobre una superficie rugosa, como por ejemplo las realizadas por Houchens y Herrings^[3-5], por Hensler^[3-6] y en particular por O'Donnell y Méndez, confirman la validez de la teoría desarrollada por Bekmann y Spizzichino^[2-1] dentro de las aproximaciones consideradas por ellos.

Entonces aunque no es demasiado claro que las condiciones de contorno de Kirchhoff sean apropiadas para el tratamiento de superficies tales como las de un vidrio esmerilado en la región óptica, las teorías basadas en esta aproximación, parecen predecir resultados razonables.

Dado que uno de los problemas para este tipo de estudios experimentales es la obtención de superficies con una distribución estadística de alturas de tipo gaussiana, O'D y M utilizan la técnica de Gray^[3-7]. Sobre una placa con photoresist de alta resolución, se registran un gran número de figuras de speckle estadísticamente independientes, de manera que la exposición total, es aproximadamente un proceso Gaussiano. Las placas entonces, son procesadas con un revelador de manera que exista una relación lineal entre la exposición y la altura de la superficie. Luego las placas son recubiertas con una película de oro o de aluminio.

El dispositivo experimental utilizado se muestra en la figura 3-1(Ref.3-1)

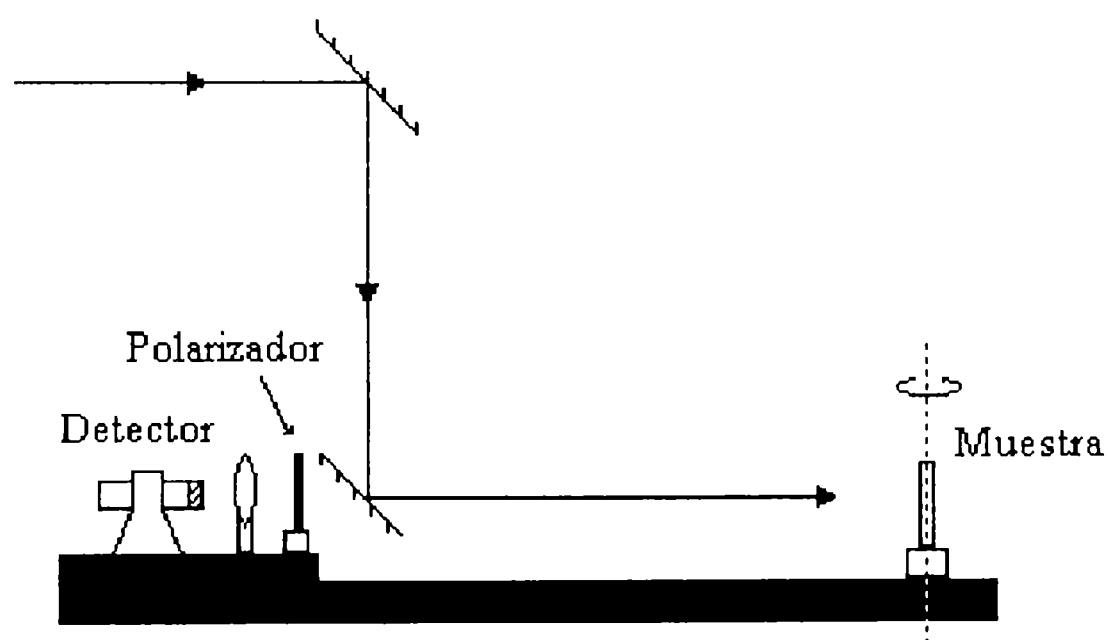


Figura 3-1

Se usan tres diferentes fuentes de luz: un láser de He-Ne ($\lambda=0.633\mu\text{m}$), un láser de argón ($\lambda = 0.514 \mu\text{m}$) y un láser de dióxido de carbono ($\lambda = 10.6\mu\text{m}$).

El difusor, está montado en una plataforma, que le permite rotar alrededor de un eje vertical. El láser incide horizontalmente sobre la muestra a través de un sistema de espejos. El detector, está montado sobre un brazo horizontal que le permite rotar alrededor de la muestra; de esta manera se puede registrar la dependencia angular de la intensidad dispersada. Las mediciones realizadas corresponden entonces, a la difusión en el plano de incidencia. La lente, anterior al detector, permite obtener promedio de la intensidad del speckle en cada punto. El polarizador es utilizado para medir las componentes de polarización paralela y ortogonal. los detectores utilizados fueron un fotomultiplicador en el visible y un detector piroeléctrico en el infrarrojo.

Solo examinaremos los resultados obtenidos para difusores de gran longitud de correlación.

En la figura 3-2(Ref. 3-1), se observa un histograma de las alturas de la muestra tomado con un perfilómetro. Se puede ver que la curva que lo ajusta es Gaussiana. La rugosidad es $\sigma = 2.27 \mu\text{m}$.

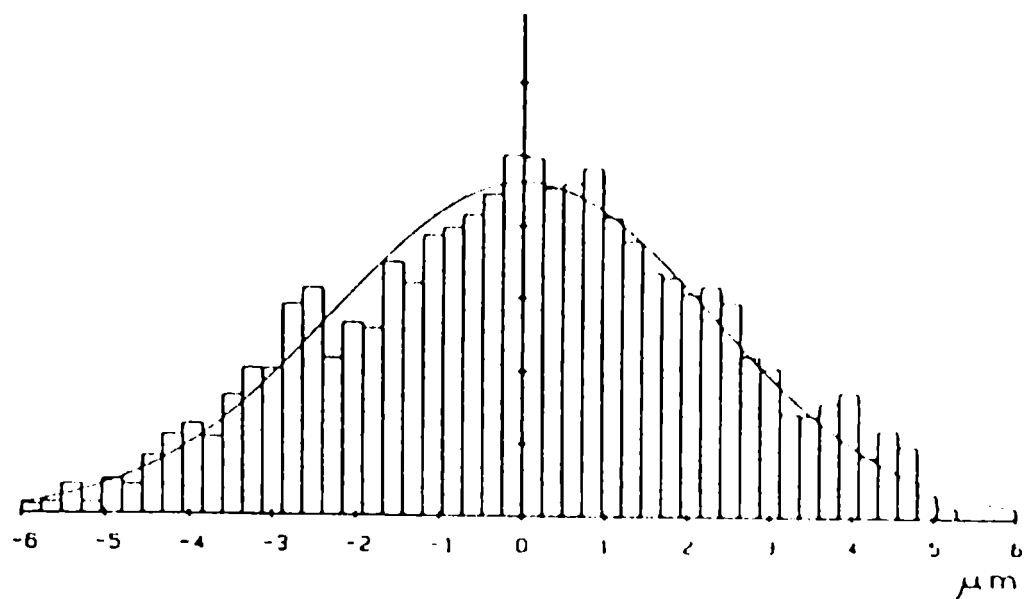


Figura 3-2

La figura 3.3 (Ref. 3-1) muestra la función correlación de las alturas, que también es aproximadamente Gaussiana, con una longitud de correlación $T = 20.9 \mu\text{m}$.

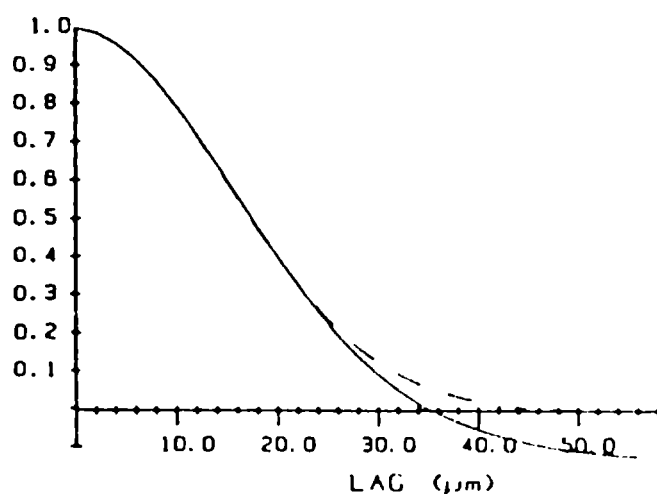


Figura 3-3

La relación $T/\sigma \cong 9$ indica que las pendientes son bastantes suaves. Esto significa que a pequeños ángulos no habrá scattering múltiple o efectos de sombra.

Los datos son comparados con la teoría de Beckmann para la intensidad media dispersada como se desarrolló en II.2.

La figura 3-4 (Ref. 3-1), muestra la dispersión para un ángulo de incidencia de 20° . Se ve que las mediciones son Gaussianas, con simetría alrededor de la dirección especular. No se observó despolarización y el difusor es bastante rugoso como para que aparezca reflexión especular.

La línea sólida es la solución de Beckmann y los puntos son los datos experimentales. Es notable la concordancia de los datos con la teoría.

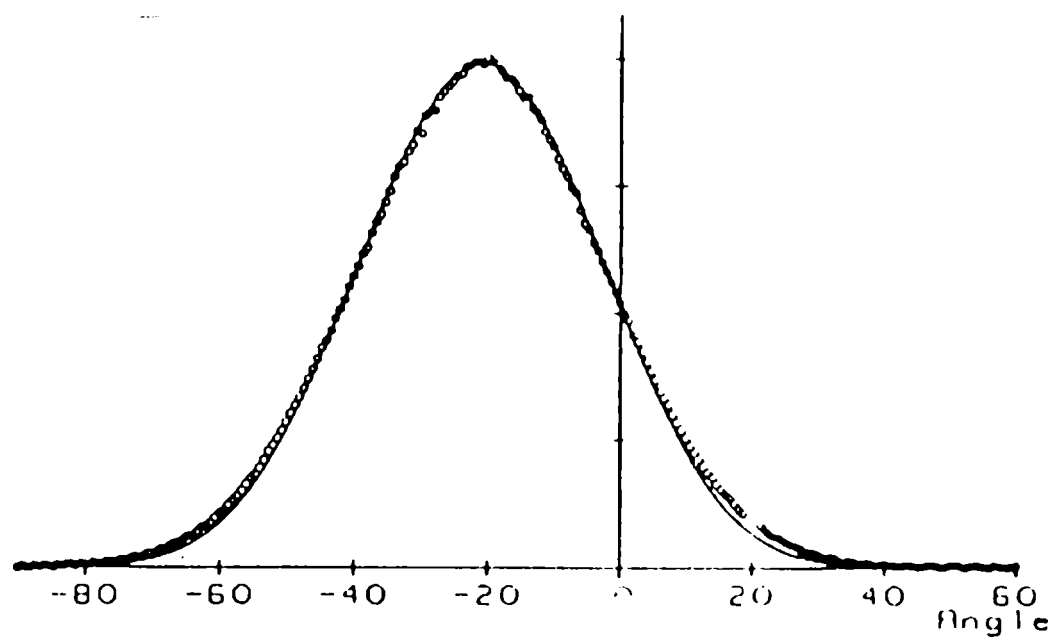


Figura 3-4

Esta curva representa la primera verificación experimental de la teoría de Beckmann con una superficie de estadística bien definida y podría ser inversamente tomada como una verificación de que esa superficie tiene una distribución de pendientes que es Gaussiana.

Los autores de este trabajo aseguran que la coincidencia de las mediciones experimentales con la teoría de Beckmann, continúa hasta ángulos de incidencia $< 50^\circ$

La figura 3-5 (Ref. 3-1) muestra los resultados para un ángulo de incidencia de 70° . La línea vertical indica la dirección de reflexión. Las mediciones se presentan en este caso bastante asimétricas alrededor de la dirección de reflexión especular. La teoría de Beckmann es todavía simétrica para este caso.

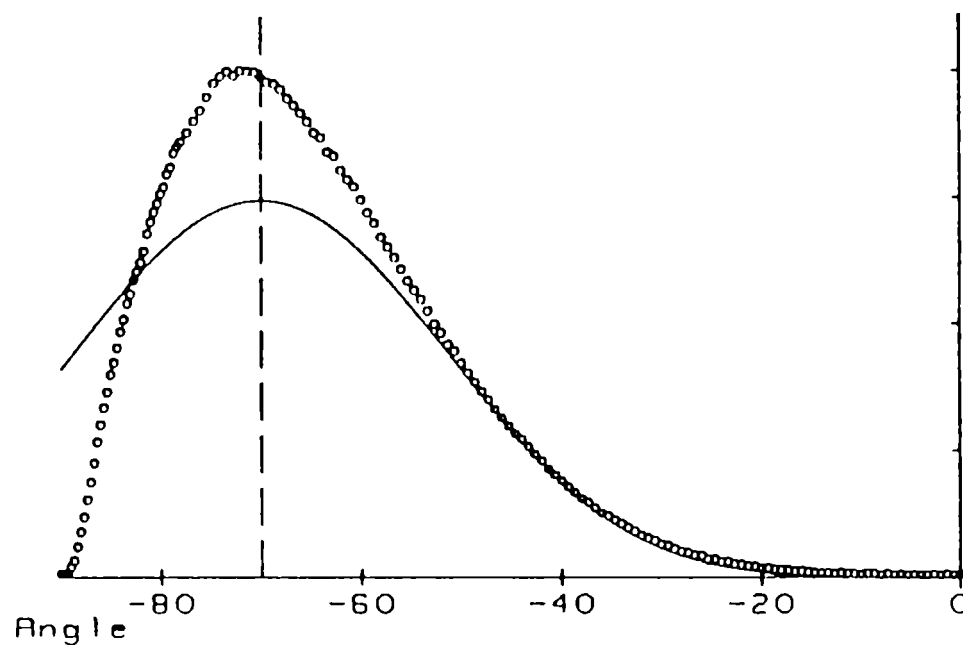


Figura 3-5

La figura 3-6 (Ref. 3-1), muestra un efecto inusual, cuando en las mismas condiciones que en el caso anterior, se utiliza como fuente de iluminación, un láser de $10.6 \mu\text{m}$. En el se puede ver que el pico de la componente difusa, no coincide con la dirección especular sino que se corre hacia adentro. La teoría de Beckmann predice este corrimiento.

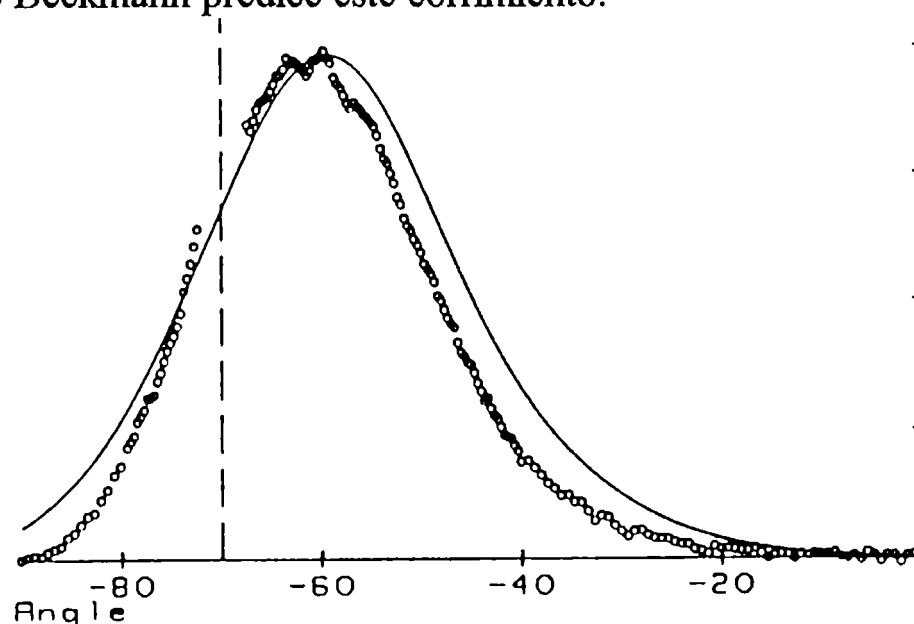


Figura 3-6

III.2- ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA LUZ DIFUNDIDA POR TRANSMISIÓN A TRAVÉS DE UNA SUPERFICIE RUGOSA.^[3-8; 3-9; 3-10]

El objetivo de nuestro trabajo, es analizar en profundidad la luz difundida por una superficie rugosa traslúcida. En particular, el corrimiento del máximo de la indicatriz de difusión. Para ello necesitamos un dispositivo experimental para medir la intensidad media de la luz dispersada en las distintas direcciones. El dispositivo que ideamos es el que se ilustra esquemáticamente en la figura 3-7.

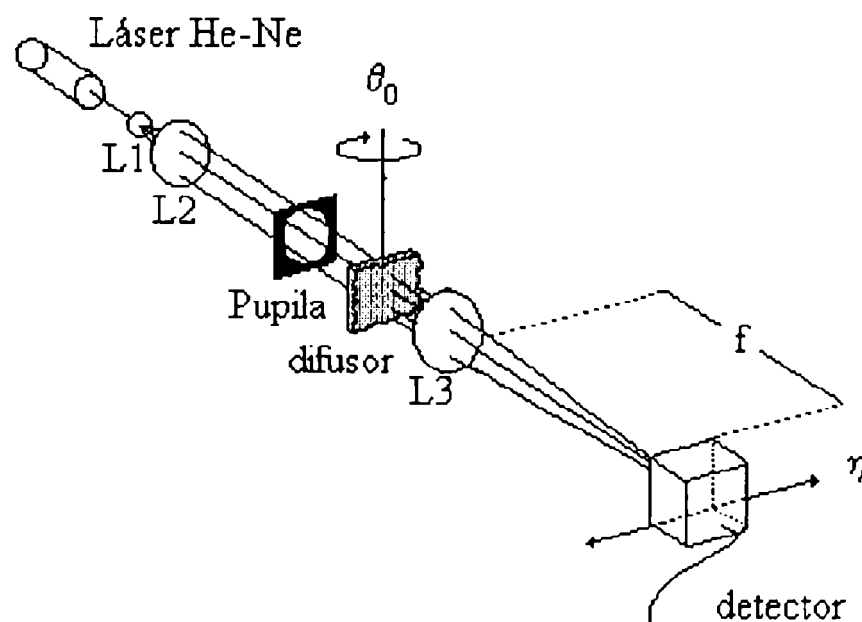


figura 3-7

Desde la izquierda, un haz de láser He-Ne colimado y filtrado por el sistema de lentes L1 y L2, atraviesa una pupila que deja pasar solamente una sección de intensidad casi uniforme del haz. Este, incide sobre la cara plana de un difusor transparente que lo dispersa en distintas direcciones. Sobre el eje η marcado en la figura, contenido en el plano focal de una tercera lente L3, se mide la intensidad de la luz. El difusor está montado sobre un goniómetro que permite girarlo, midiendo el ángulo de incidencia.

Todo el dispositivo se encuentra montado sobre un bloque de granito que a la vez descansa sobre un sistema de cuatro amortiguadores para absorber posibles vibraciones.

Preparación de los difusores

Las muestras rugosas deben cumplir con las hipótesis de la teoría de Beckmann^[3-11], es decir, la distribución de alturas alrededor de su valor medio y su función de autocorrelación debe ser gaussiana.

Construimos los difusores con placas holográficas a los que despulimos con carborundum (carburo de silicio, SiC). Utilizamos para ello dos técnicas: la primera, manual, es la conocida técnica del constructor de lentes que consiste en frotar la superficie contra otra plana cubierta con polvo de carborundum^[3-12;3-13].

La segunda técnica fue simplemente el uso de una arenadora que podríamos describirla esquemáticamente como un aerógrafo, por supuesto de mucho mayor tamaño, y en lugar de arrojar pintura arrojaba una solución de granos de carborundum en agua.

De las dos técnicas resultó mucho más efectiva (efectiva en el sentido de que cumplía con nuestras intenciones, i.e. que conseguíamos una distribución de alturas aproximadamente gaussiana y también una función de autocorrelación casi gaussiana) la técnica manual. A continuación, en la figura 3-8, mostramos los histogramas de las alturas y las funciones de autocorrelación de las distintas muestras despulidas con estas dos técnicas. Se ve que las funciones de autocorrelación, por lo menos a distancias cortas, se pueden aproximar por funciones gaussianas, sin embargo se distingue a simple vista que no siempre la distribución de alturas se puede aproximar mediante una distribución gaussiana.

Las mediciones fueron hechas con un rugosímetro mecánico Talysurf.

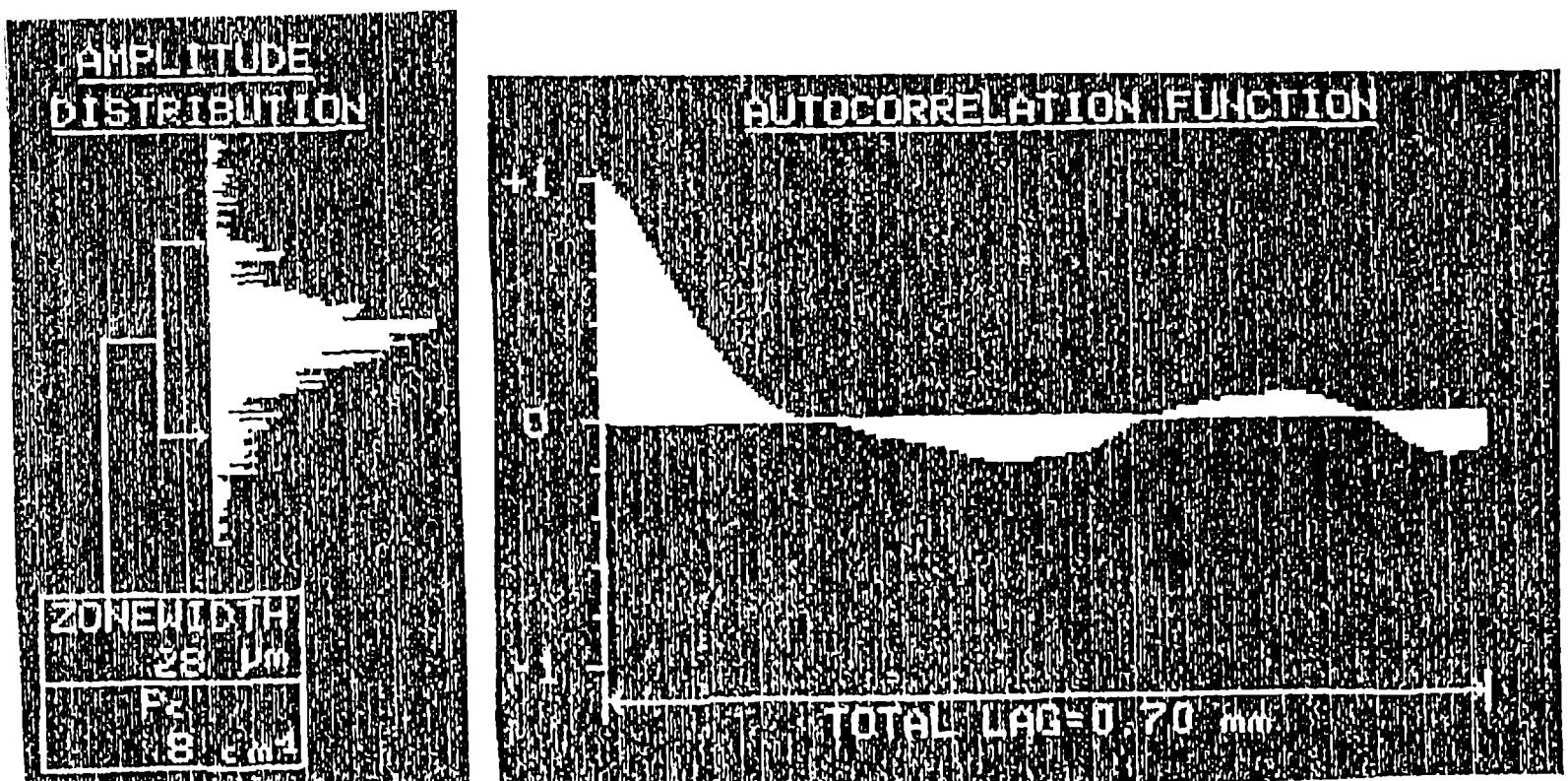
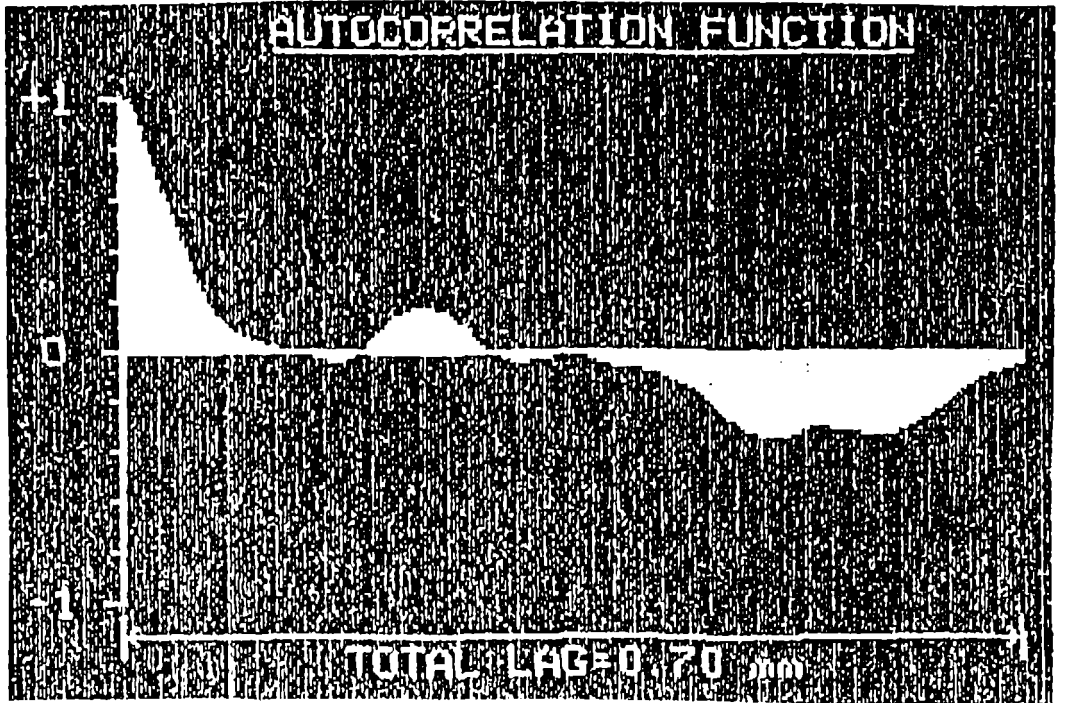
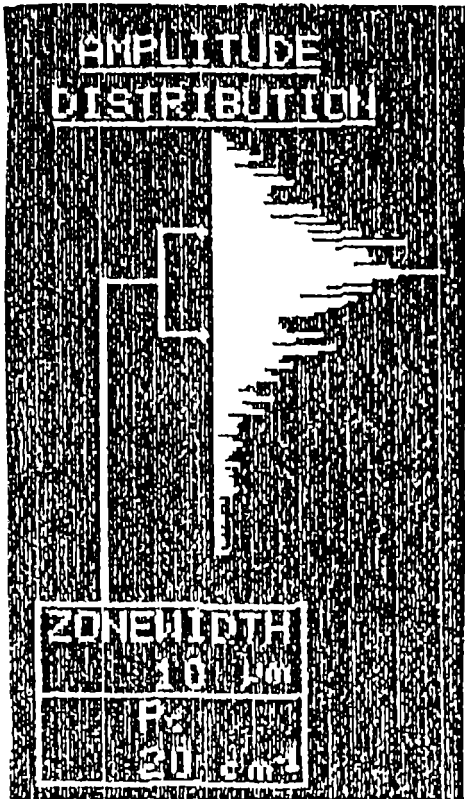
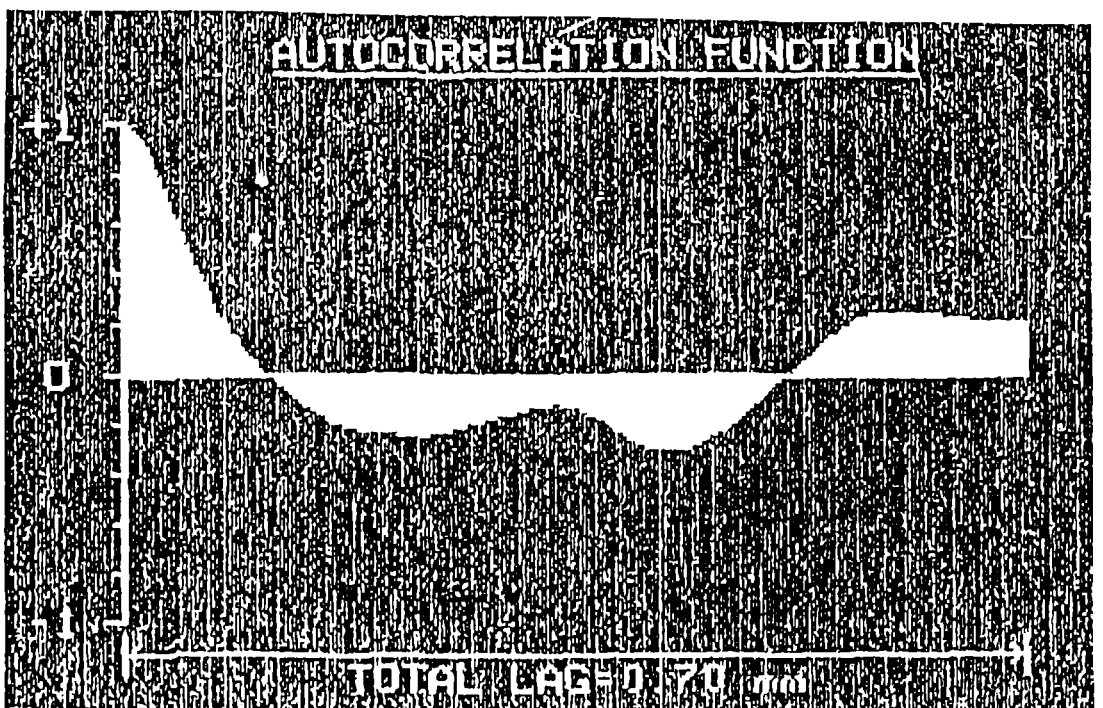
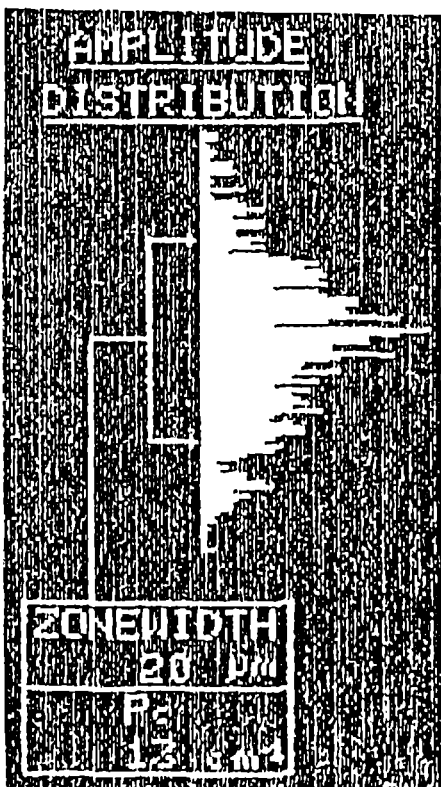


Figura 3-8. Muestra n°1

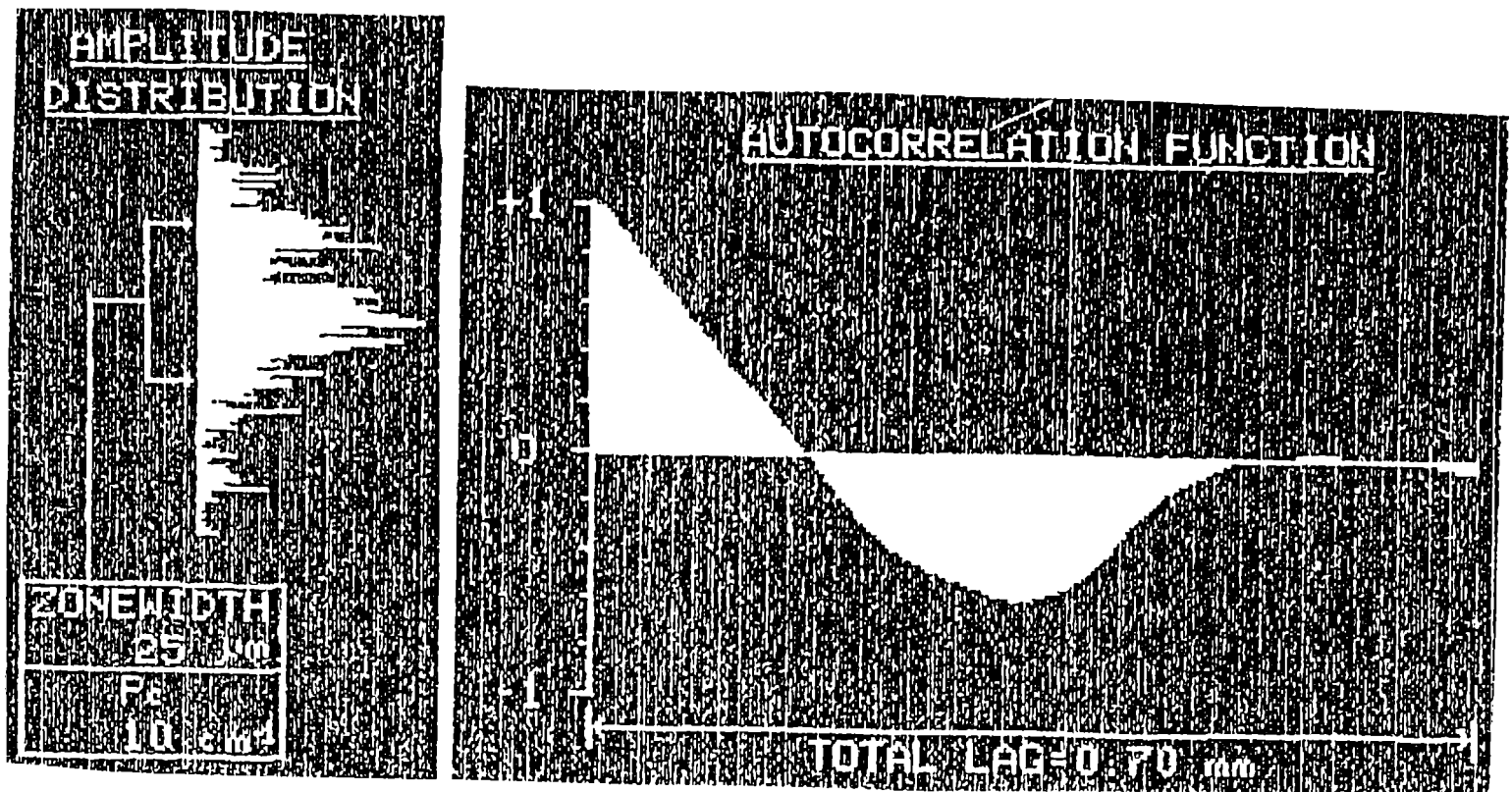


Muestra n°2



Muestra n°3

Figura 3-8



Muestra n°4

Figura 3-8

Relevamos la curva de intensidad para estas y otras muestras. En el presente trabajo, mostramos los resultados obtenidos utilizando la muestra n° 3 que tiene una rugosidad $\sigma = 8 \mu\text{m}$, $T/\sigma = 5.2$, índice de refracción $n_1 = 1.510$ y que a partir de ahora llamaremos difusor A y una muestra ya existente en el laboratorio con rugosidad $\sigma = 3\mu$, $T/\sigma = 6.2$ e índice de refracción $n_1 = 1.523$ que llamaremos difusor B.

Construcción de las celdas

Luego de relevar la curva de difusión para los dos difusores anteriormente descritos (ver en los gráficos 3-15 y 3-16 las mediciones de intensidad sin líquidos), construimos dos celdas (A y B) de la manera que muestra la figura 3-9

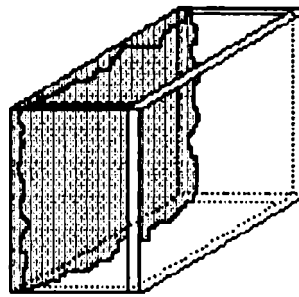


Figura 3-9

Cada celda tiene forma de paralelepípedo. Una de las caras de las celdas son los difusores A y B respectivamente con su superficie rugosa dirigida hacia el interior de la celda.

El objetivo es utilizar estas celdas como difusores, llenándolas con líquidos de distintos índices de refracción, y de esta manera obtener artificialmente un cambio en el valor de la rugosidad del difusor teniendo la seguridad de que no cambia la forma de la distribución estadística de las alturas.

Elección de los líquidos

Debemos obtener una variación de índice de refracción que vaya entre 1 y el índice del vidrio del difusor (1.510 para el difusor A y 1.523 para el B).

Para obtener esto, mezclamos dos líquidos de manera de obtener valores de índice de refracción intermedios entre los valores de cada líquido. Una ventaja de esta técnica es que no es necesaria una cuidadosa limpieza de la celda ya que una pequeña cantidad residual de la mezcla reemplazada no cambia (por lo menos de manera detectable por el refractómetro) el índice de la nueva mezcla introducida. Esto lo comprobamos experimentalmente midiendo el índice de cada mezcla de líquidos utilizada y comparándolo con el valor esperado que calculamos mediante la fórmula^[3-14]

$$n_{\text{mezcla}} = \sqrt{n_{\text{liq.1}}^2 + \frac{3 \phi_0 n_{\text{liq.1}}^2 [n_{\text{liq.2}}^2 - n_{\text{liq.1}}^2]}{3 n_{\text{liq.1}}^2 + (1-\phi_0)[n_{\text{liq.2}}^2 - n_{\text{liq.1}}^2]}} \quad (3-1)$$

en donde

$$\phi_0 = \frac{\text{Volumen de liquido 2}}{\text{Volumen total}} \quad (3-2)$$

Los dos líquidos que elegimos, por haberlos encontrado tabulados^[3-15] como una combinación habitual, por tener los dos índices de refracción prácticamente constantes a cambios de temperatura y porque nos permitían conseguir mezclas con índices de refracción iguales al del vidrio de los difusores, fueron acetona ($\text{C}_3\text{H}_6\text{O}$, $n_2 = 1.3567$) y disulfuro de carbono (CS_2 , $n_2 = 1.6185$).

Ubicación de la lente L_3

Teniendo en cuenta los diferentes problemas inherentes a los sistemas de lentes para observar el plano de Fourier, se utilizó el dispositivo que se muestra en la figura 3-10.

La lente delante del difusor, nos introduce una nueva dificultad, que puede ser tenida en cuenta en los cálculos. Existe un pequeño desplazamiento del foco de la lente, que es despreciable en el caso del difusor solo. Sin embargo cuando trabajamos con las celdas llenas con líquidos, es importante tenerlo en cuenta.

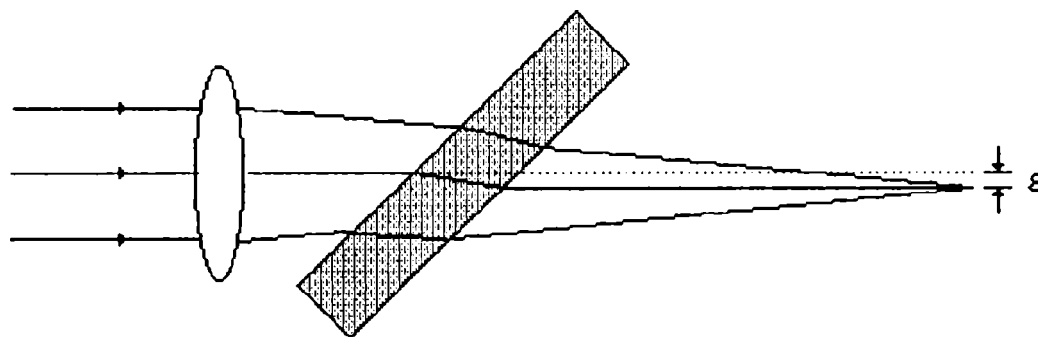


figura 3-10

Cálculo del corrimiento del foco

Para calcular el corrimiento mencionado sólo basta hacer una cuenta bastante sencilla, aplicando la ley de Snell en el esquema representado en la figura 3-12.

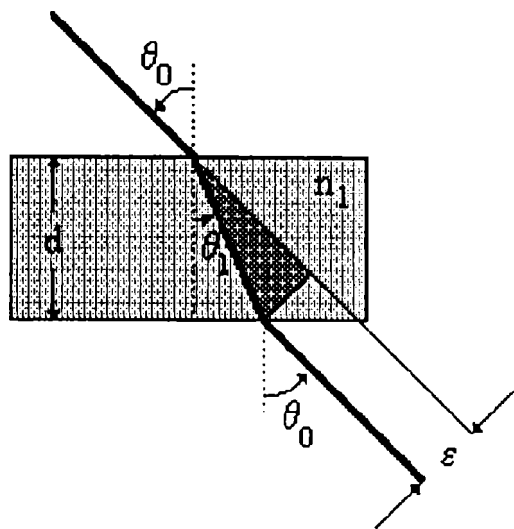


figura 3-11

Aplicando una sencilla relación trigonométrica sobre el triángulo en gris oscuro obtenemos

$$\varepsilon = \text{hip} \operatorname{sen}(\theta_0 - \theta_1) \quad (3-3)$$

donde hip representa la hipotenusa del triángulo considerado. Escribiendo hip en función de d queda

$$\varepsilon = \frac{d}{\cos \theta_1} \operatorname{sen}(\theta_0 - \theta_1) = \frac{d}{\cos \theta_1} [\operatorname{sen} \theta_0 \cos \theta_1 - \cos \theta_0 \operatorname{sen} \theta_1] \quad (3-4)$$

reemplazando $\operatorname{sen} \theta_1$ por $\frac{\operatorname{sen} \theta_0}{n_1}$; $\cos \theta_1$ por $\sqrt{1 - \left(\frac{\operatorname{sen} \theta_0}{n_1}\right)^2}$ y operando, obtenemos una expresión

para ε sólo en función de θ_0 y d:

$$\varepsilon = d \operatorname{sen} \theta_0 \left[1 - \frac{\cos \theta_0}{\sqrt{n_1^2 - (\operatorname{sen} \theta_0)^2}} \right] \quad (3-5)$$

En el caso de varias capas de distinto índice, como sucede en las celdas, el corrimiento total es simplemente la suma de los corrimientos de cada capa.

Detector

Se utilizó un detector de tipo CCD, con un arreglo lineal de 512 fotodiodos de $7\mu\text{m}$ de ancho, separados entre si una distancia de $13\mu\text{m}$ entre centros. La adquisición y el procesamiento de los datos se describen en el Apéndice B.

Valor medio de la intensidad

Sobre el plano focal de la lente L_3 de la figura 3-10, donde realizamos la medición, se tiene una figura de speckle de estructura muy fina, modulada por una función bastante más ancha que también está relacionada con la estructura de la superficie, como se verá en el capítulo de speckle.

Para verificar nuestra reformulación de la teoría de Beckmann, se debe calcular el valor medio de "ensemble" en cada punto. Esto, por supuesto, es impracticable y la manera que elegimos para resolver este inconveniente, es hacer uso de la hipótesis de ergodicidad para la distribución de intensidades. Teniendo por válida esta suposición, promediar sobre una región del espacio (siempre en una región en donde la función que modula el speckle se pueda considerar constante) arroja el mismo resultado que promediar en un punto sobre el ensemble de superficies.

Las características del detector nos hicieron posible medir de manera muy simple el valor medio de la intensidad mediante un único registro. Con una única serie de datos obtenemos 512 valores de intensidad en una región de poco menos de 7 mm de longitud.

Si además el tamaño de los granos de speckle es lo suficientemente chico (eso se consigue a voluntad agrandando la pupila, ver sección IV.3) podemos considerar que la intensidad sobre cada fotodiodo es independiente de la intensidad en los fotodiodos vecinos. Esto nos pone dentro de las hipótesis de la sección IV.2, donde mostramos que la suma de M figuras de speckle con la misma distribución tiende a un valor constante de intensidad igual a M veces el valor medio de cada figura, garantizando un buen promediado, en donde el error es del orden de $1/\sqrt{M} \langle I \rangle$ (ecuación (4-28)).

Utilizamos un software diseñado para procesar los datos obtenidos por el detector. El software se divide en dos programas (Apéndice B), uno de captura y el otro de procesamiento. Debido a la sencillez del promediado de la intensidad nos bastó con utilizar el programa de captura, que dispone de una opción para realizar el promedio de los 512 datos. A modo de

ilustración mostramos en la figura 3-12 un registro de intensidades tal como el programa de computación lo muestra en el monitor de la PC.

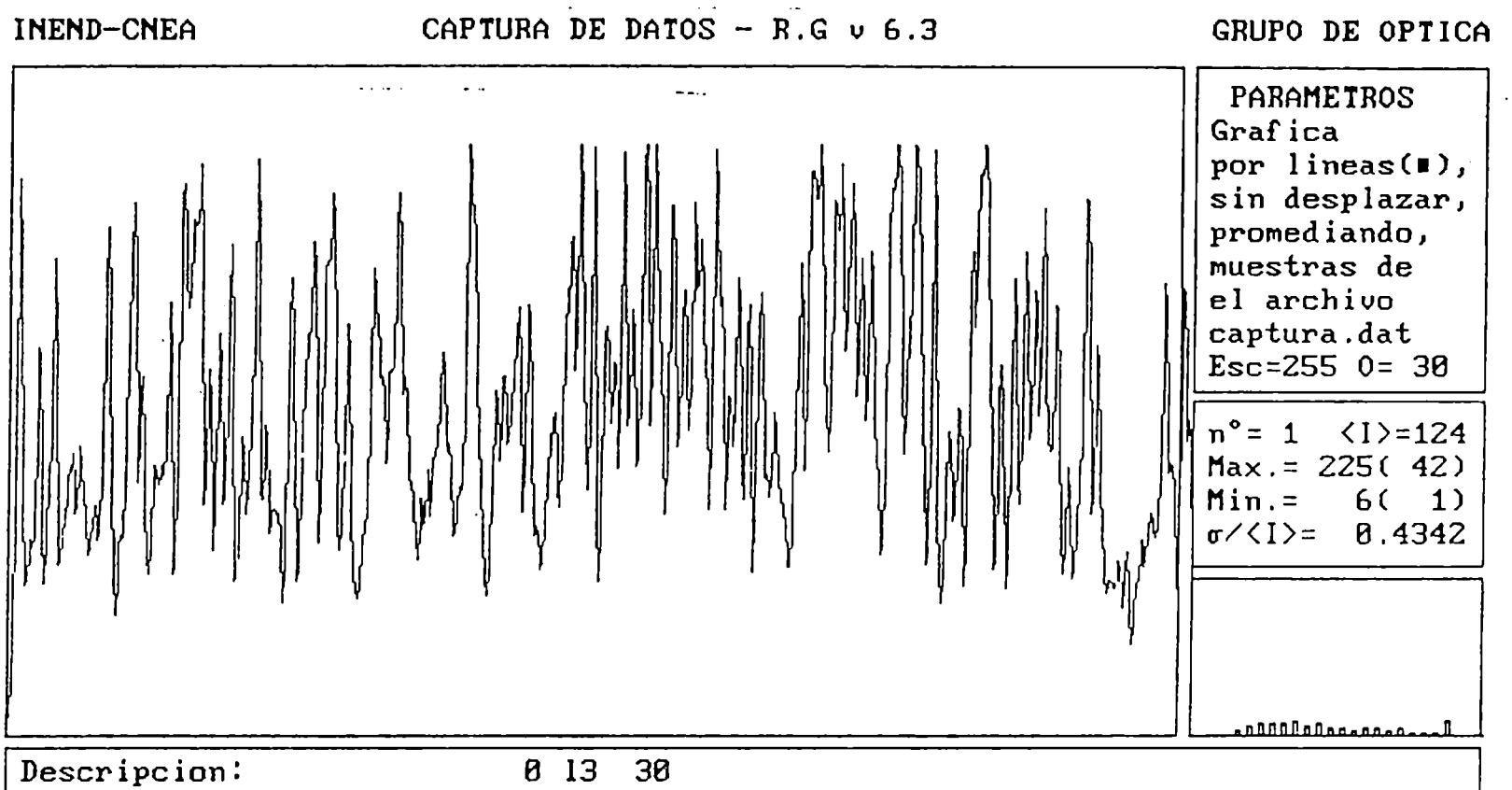


Figura 3-12

Medición

Montamos el detector sobre una plataforma con un tornillo micrométrico que nos permitía recorrer distintas posiciones sobre el eje η , representado en la figura 3-13. El arreglo lineal de diodos de aproximadamente 7 mm de longitud que conforma el detector estaba dispuesto perpendicularmente al eje η .

Se determinaron las curvas de dispersión de luz difusores A y B, bajo distintos ángulos de incidencia y también las curvas de difusión para las celdas A y B, conteniendo diferentes mezclas de líquidos y bajo distintos ángulos de incidencia.

El montaje experimental que finalmente utilizamos fue el que se muestra en la figura 3-13.

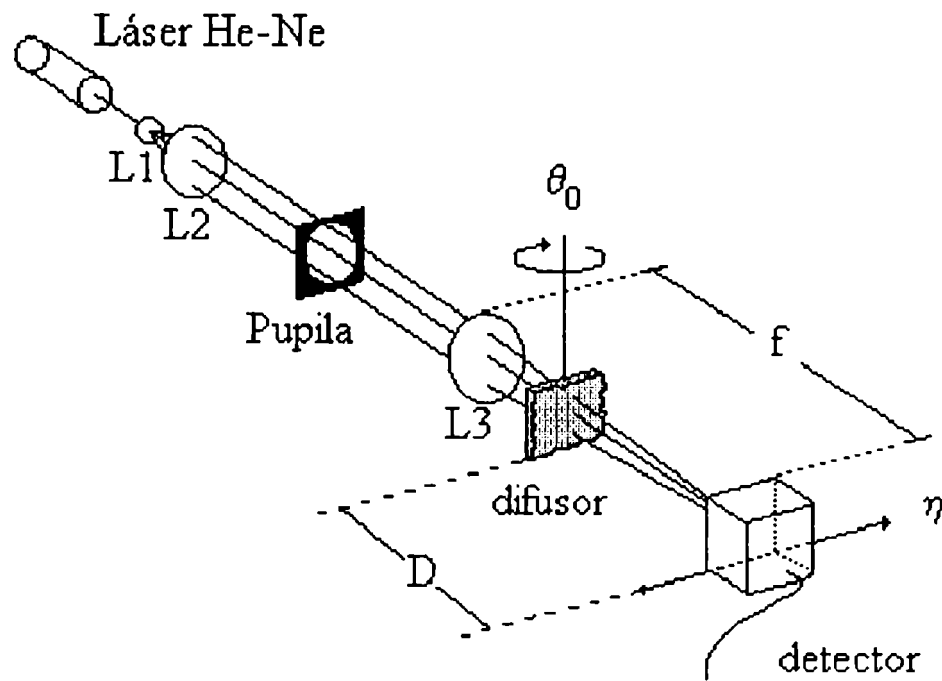


Figura 3-13

Mediciones con difusor solo

En la tabla 3-1, se muestran las características de dos de los difusores utilizados tienen las características que se detallan

	$\sigma(\mu\text{m})$	T/σ	índice del vidrio	espesor (mm)
Difusor A	8 ± 1	5.25 ± 0.10	1.5100 ± 0.0005	1.67 ± 0.03
Difusor B	3 ± 0.5	6.20 ± 0.10	1.5230 ± 0.0005	5.2 ± 0.1

Tabla 3-1

Para cada uno de ellos, medimos la intensidad en función de la coordenada η que está definida en la figura 3-14 y que está relacionada con el ángulo θ_2 (Apéndice C), por la expresión:

$$n_2 \sin \theta_2 = \cos \theta_0 \frac{\eta}{\sqrt{D^2 + \eta^2}} + \sin \theta_0 \frac{D}{\sqrt{D^2 + \eta^2}} \quad (3-6)$$

En las figuras 3-14 y 3-15 se muestran los resultados teóricos y experimentales que obtuvimos para los siguientes ángulos de incidencia: 0° , 30° y 45°

La curva experimental para 0° , se utilizó para medir el cociente T/σ como se muestra en el apéndice D. En el apéndice E se discuten los errores.

Los gráficos han sido normalizados para facilitar la comparación entre los resultados experimentales y las curvas teóricas.

Difusor A ($g \gg 1$), sin líquido.

Para $\theta_0 = 0^\circ, 30^\circ$ y 45° . Figura 3-14.

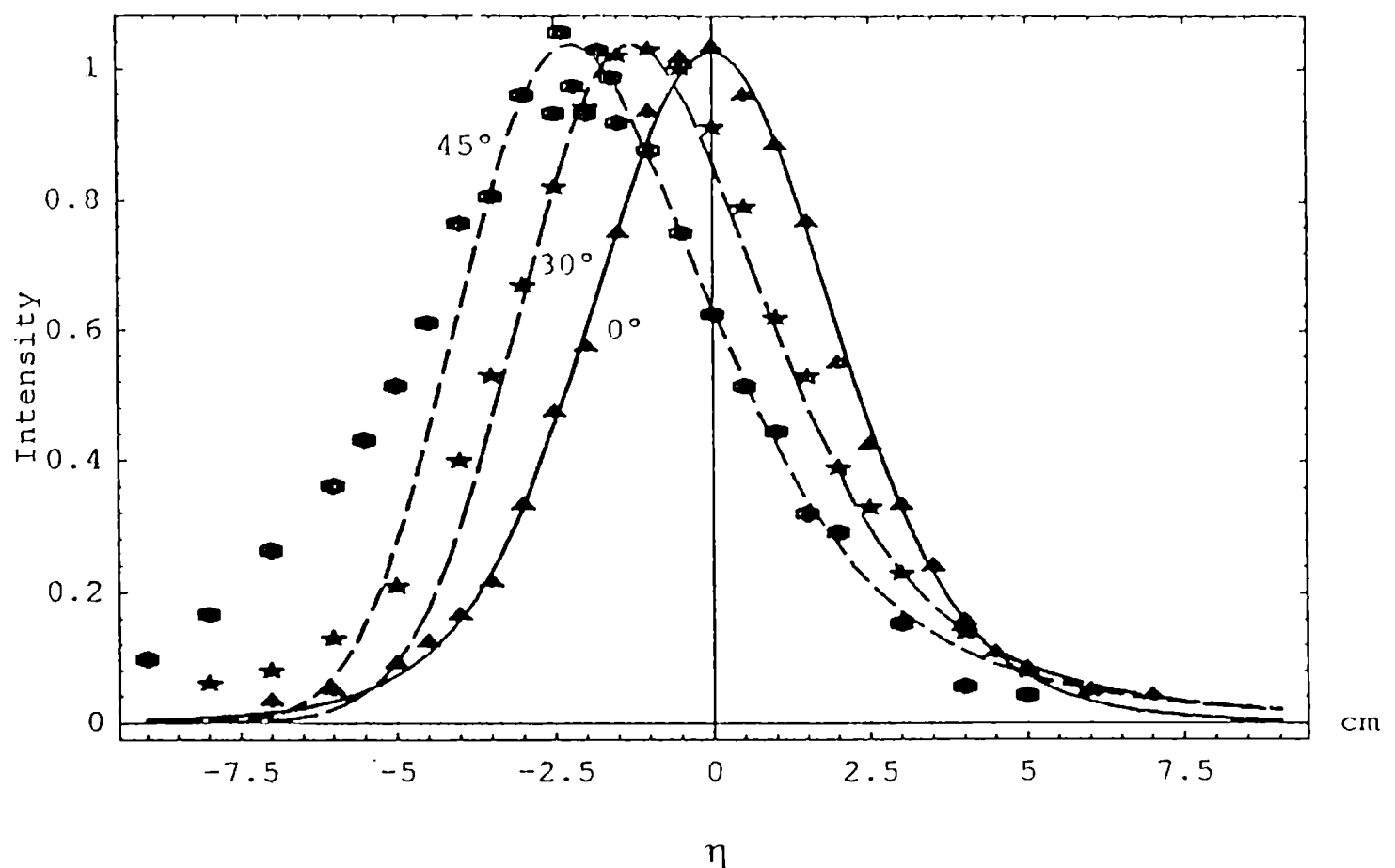
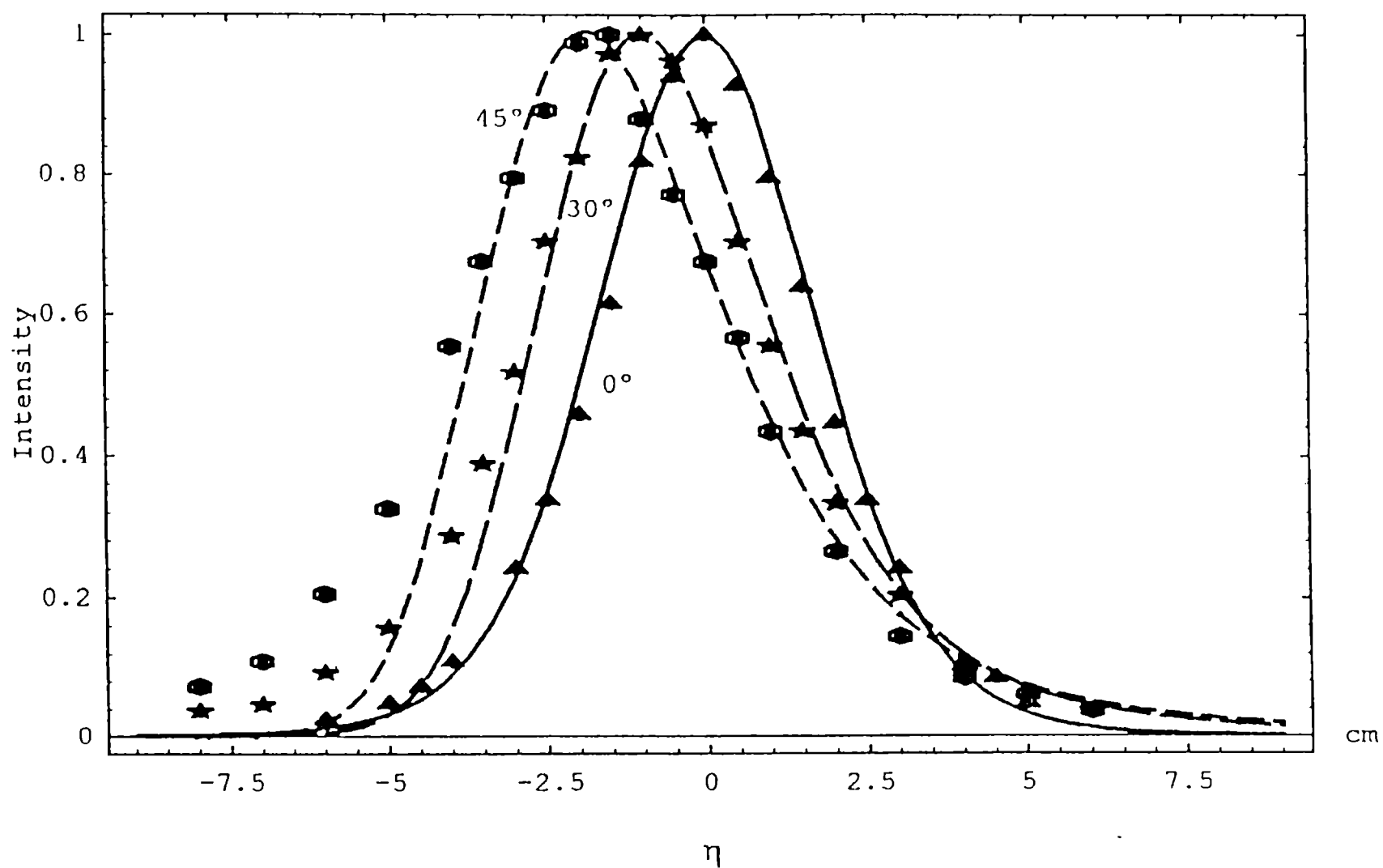


Figura 3-14

Difusor B ($g \gg 1$), sin líquido

Para $\theta_0 = 0^\circ, 30^\circ$ y 45° . Figura 3-15.



Mediciones de celdas con líquidos

Las figuras 3-16 a 3-19 muestran los resultados teóricos y experimentales obtenidos utilizando las celdas construidas con los difusores A y B y llenas con los líquidos 1 a 5 (ver tabla 3-2)

	Acetona	Disulfuro de carbono	Índice n_2
Líquido 1	4 ± 0.1 ml		$1.3567 \pm .0001$
Líquido 2	3.5 ± 0.1 ml	0.5 ± 0.02 ml	$1.388 \pm .005$
Líquido 3	3 ± 0.1 ml	1 ± 0.02 ml	$1.424 \pm .005$
Líquido 4	2.5 ± 0.1 ml	1.5 ± 0.1 ml	$1.452 \pm .009$
Líquido 5	2 ± 0.1 ml	2 ± 0.1 ml	$1.485 \pm .009$

Tabla 3-2

Difusor A - Para $\theta_0 = 0^\circ, 30^\circ$ y 45° . ($g \gg 1$)

Líquido 1, figura 3-16. a). Líquido 2 figura 3-16. b). Líquido 3, figura 3-16. c)

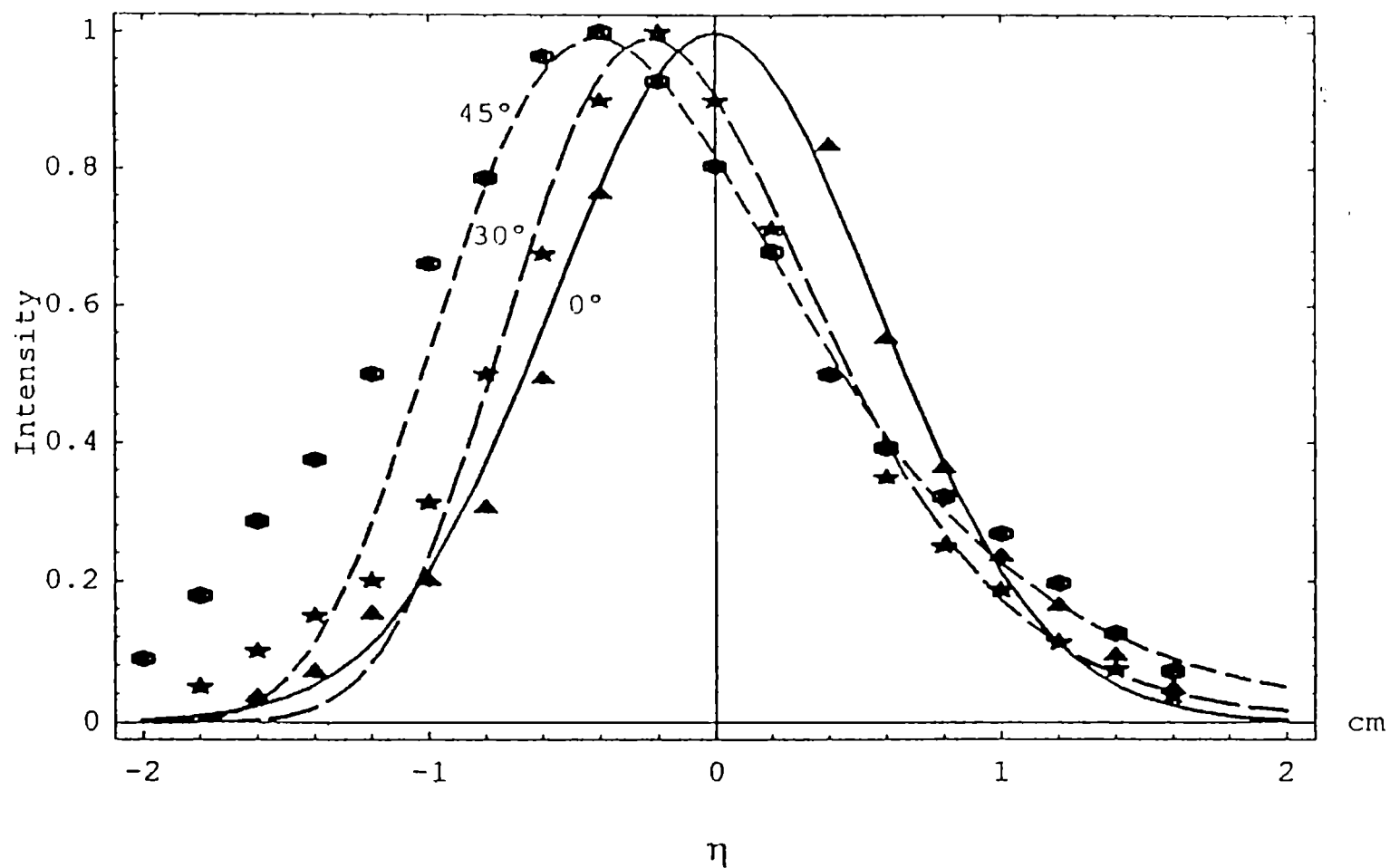
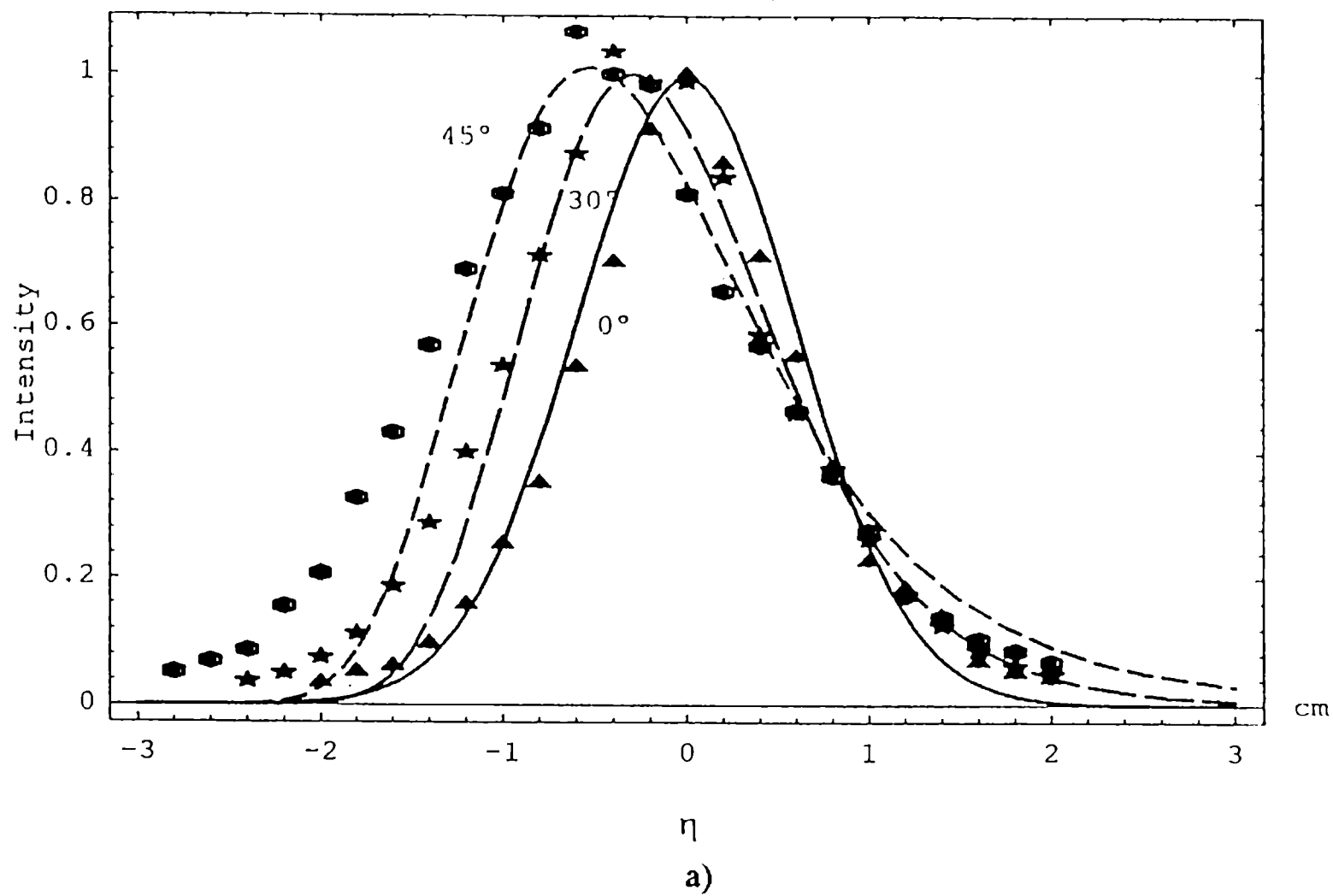


Figura 3-16

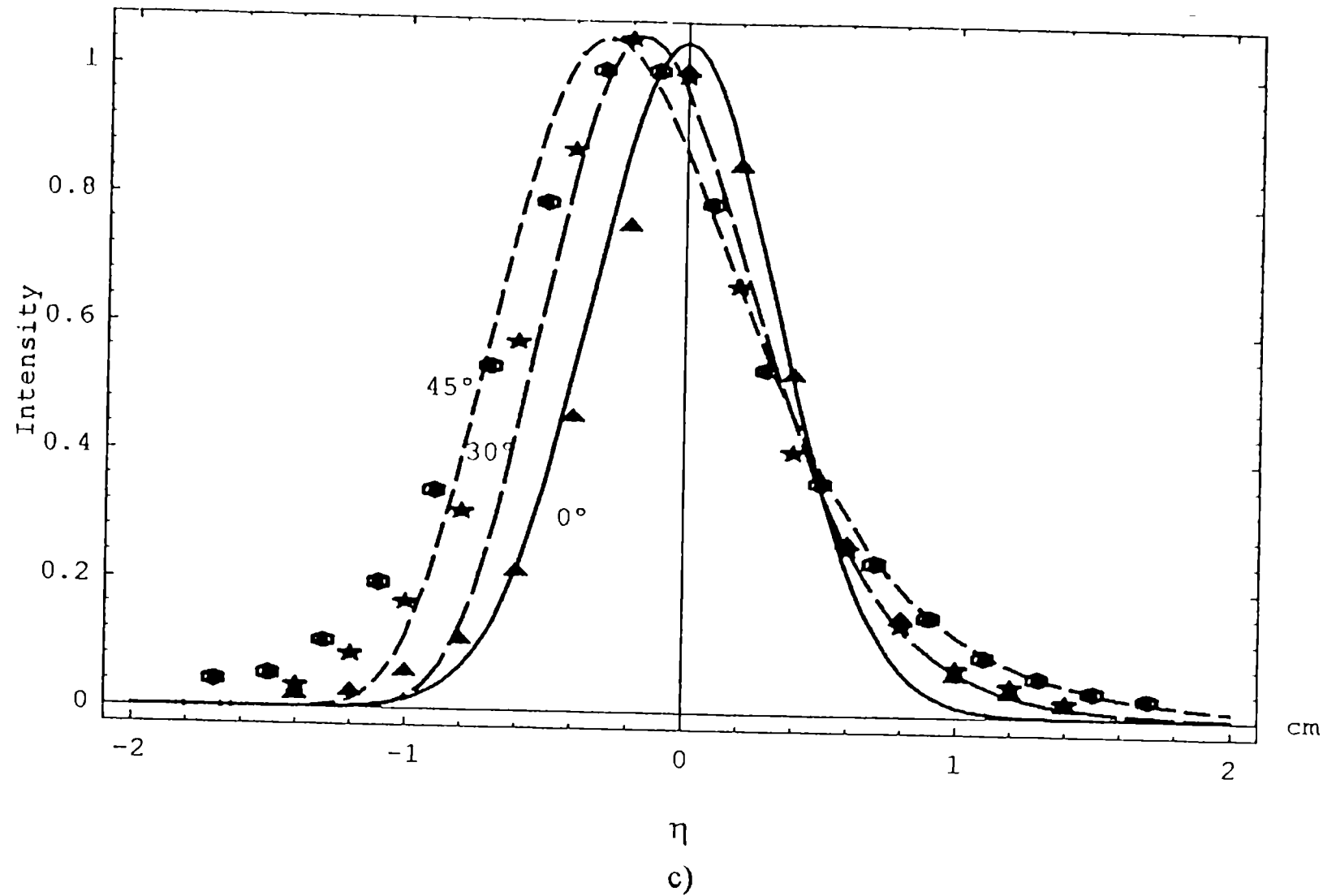


Figura 3-16

Difusor B - Para $\theta_0 = 0^\circ, 30^\circ$ y 45° . ($g \gg 1$)

Líquido 1, figura 3-17.

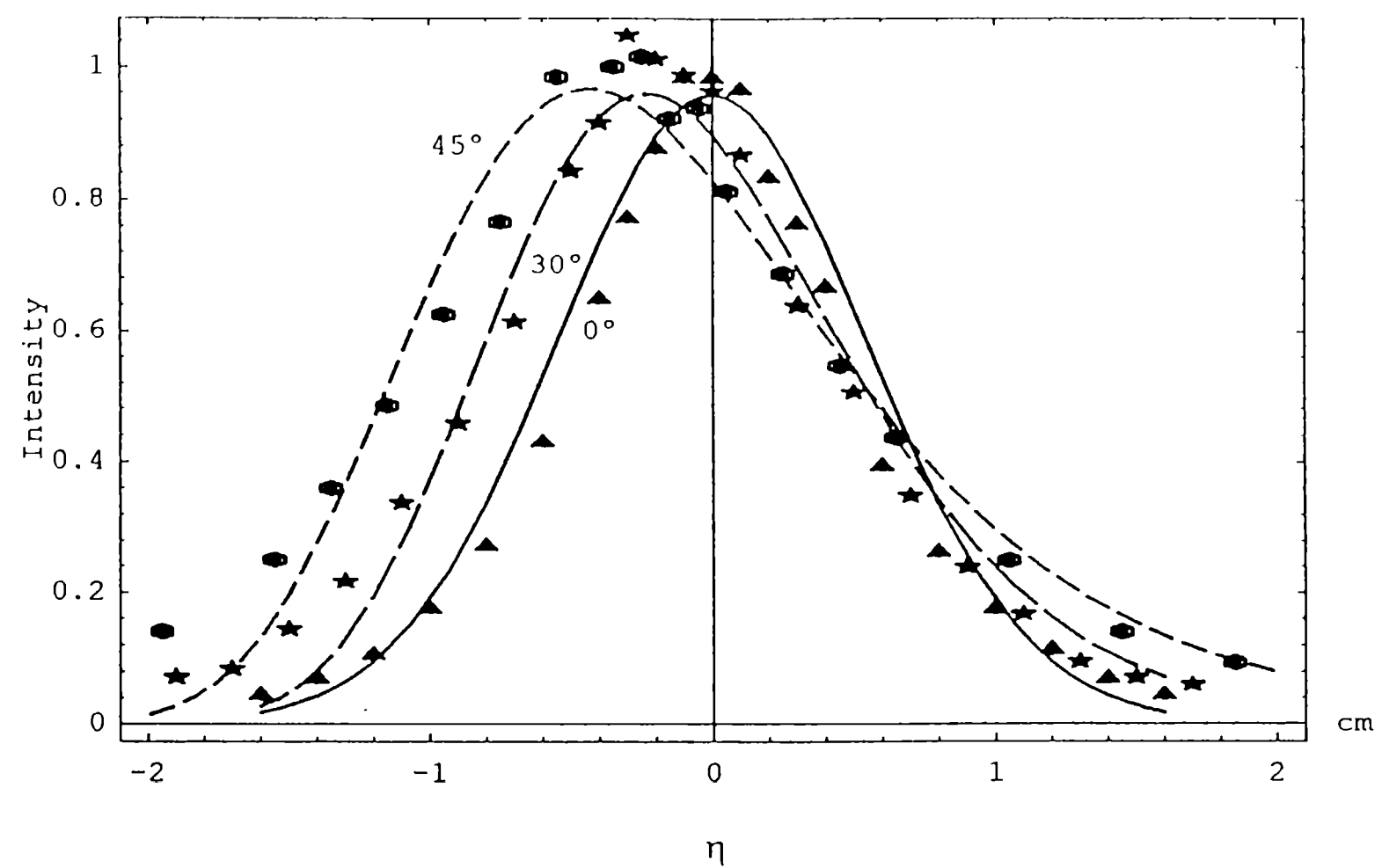


Figura 3-17

Con los líquidos 4 y 5 la componente de difracción se hace muy importante por lo que solo se representan las colas.

Difusor A -, Para $\theta_0 = 0^\circ, 30^\circ$ y 45°

Líquido 4 ($g > 1$), Figura 3-18. Líquido 5 ($g \sim 1$), Figura 3-19.

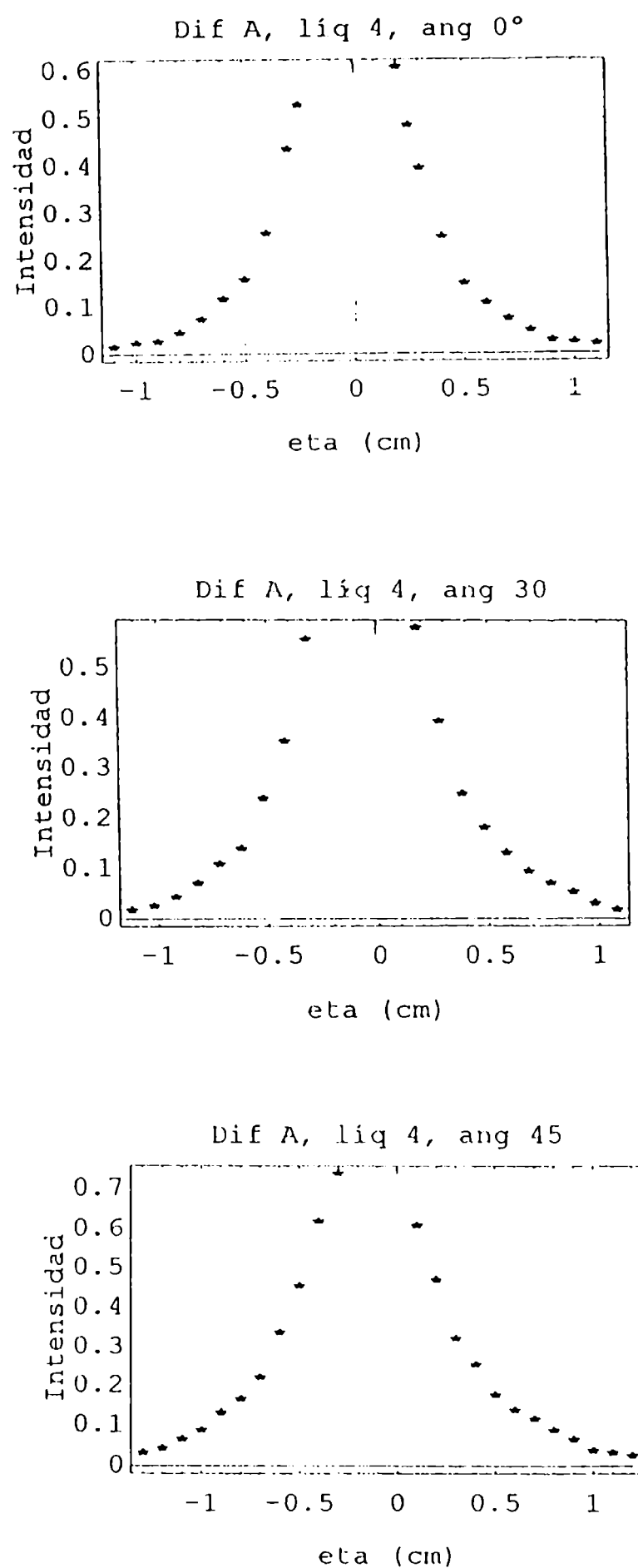


Figura 3-18

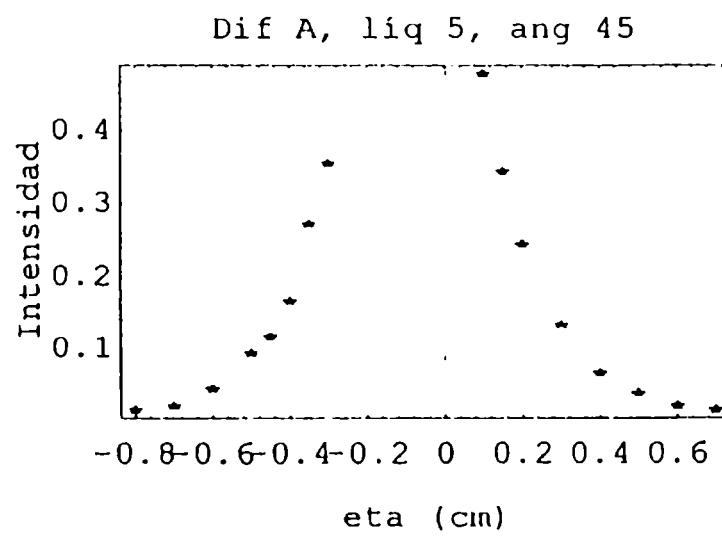
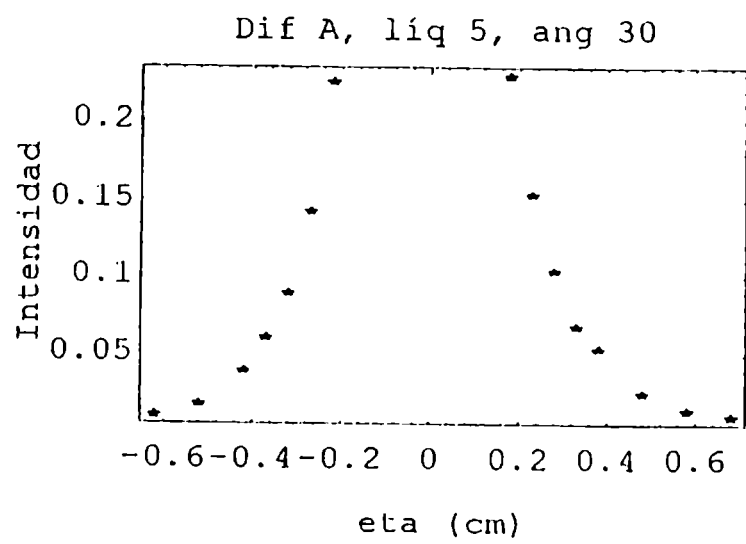
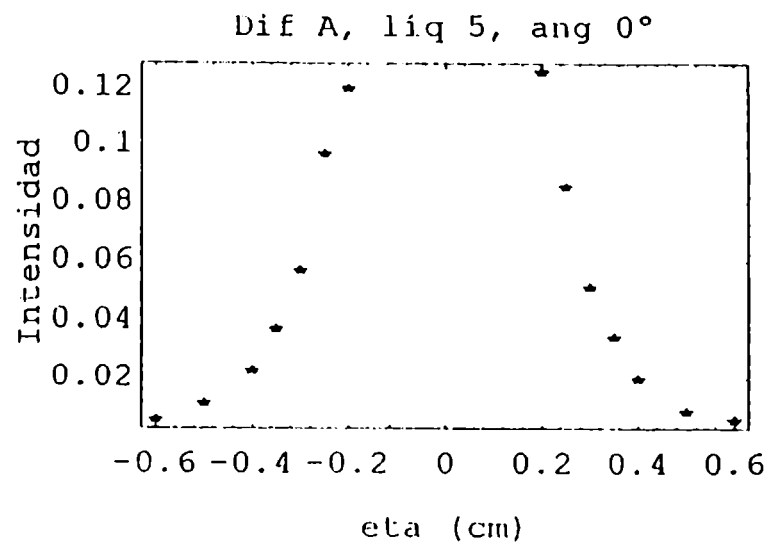


Figura 3-19

En la figura 3-20, se observan las curvas de difusión para el difusor A y un mismo ángulo para distintos líquidos de inmersión. Se puede observar el desplazamiento del máximo, a medida que aumenta la relación T/σ (o sea, a medida que el índice del líquido aumenta).

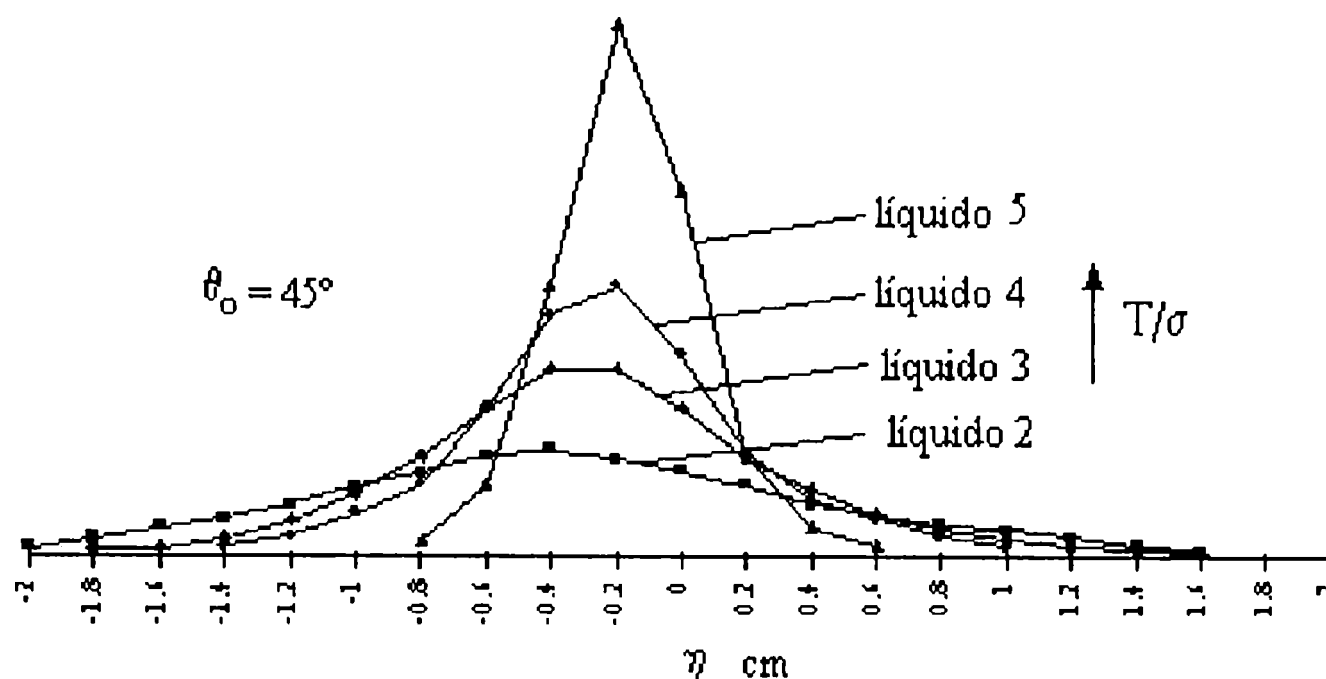


Figura 3-20

III.3-DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS

Las determinaciones experimentales realizadas concuerdan con el efecto de desplazamiento del máximo, predicho por la teoría de Beckmann reformulada por nosotros. Dicha coincidencia en el corrimiento se ve claramente en las figuras 3-14 a 3-20.

Sin embargo, la forma de la curva predicha por la teoría, solo coincide para valores de η situados hacia el lado opuesto a la rotación del difusor pero, es una característica general que hacia el otro lado del máximo la intensidad media observada es mayor que la que se predice. Este fenómeno significa que alguna o algunas hipótesis realizadas no se cumplen.

Un análisis detallado de este fenómeno nos condujo a afirmar que la hipótesis que no se cumple en nuestra experiencia, es la de scattering simple, ya que si hubiera scattering múltiple la luz se dispersaría hacia la región donde la teoría predice oscuridad. Esto se corresponde con el hecho de que el apartamiento crece con el ángulo de incidencia (comparar todas las curvas con $g \gg 1$ para 30° y 45°), que es lo que sucedería si hubiera scattering múltiple. Además, se ve que para un mismo ángulo, el apartamiento de los datos experimentales con respecto a la curva teórica es menor cuando T/σ es mayor, o sea cuando el efecto de scattering múltiple disminuye.

CAPÍTULO IV - PROPIEDADES GENERALES DEL SPECKLE

En el capítulo II, hemos calculado el valor medio de la intensidad de la luz dispersada por una superficie rugosa, basándonos en el electromagnetismo y la teoría de la difracción. En este capítulo, estudiaremos la microestructura de la distribución de intensidad que aparece, debido al hecho que el haz incidente, proviene de una fuente altamente coherente : el láser. Esta estructura es de aspecto granular como se ve en la figura 4-1.

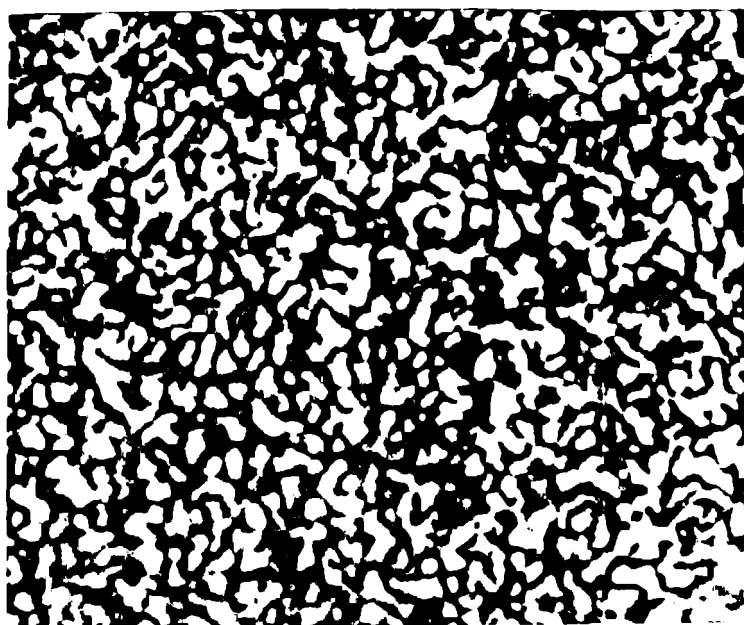


Figura 4-1

El origen de esta granularidad, es conocido desde las primeras investigaciones en el tema láser^[4-1,4-2]. La mayoría de las superficies son extremadamente rugosas en la escala de las longitudes de onda ópticas. Bajo la iluminación de luz monocromática, la onda reflejada por la superficie (o transmitida en el caso de materiales translúcidos) en cualquier punto distante, consiste en una superposición de onditas provenientes de diferentes elementos microscópicos de la superficie. Las distancias recorridas por estas onditas pueden diferir en varias longitudes de ondas. La interferencia de estas onditas desfasadas pero coherentes da como resultado la figura de intensidad granular que conocemos como "speckle". Notemos que si movemos el punto de observación, las distancias recorridas por las distintas componentes dispersadas cambia, y observamos un nuevo valor de intensidad independiente del anterior. Por lo tanto la figura de speckle consiste en una multitud de pequeñas manchas brillantes y oscuras donde la interferencia constructiva y destructiva varía muy rápidamente de un punto a otro cercano.

Numerosos investigadores^[4-3;4-4;4-5;4-6;4-7;4-8;4-9;4-10] se han abocado al estudio de las propiedades estadísticas del speckle. Aunque inicialmente se lo enfrentó como un adversario de la holografía tratando de reducir sus problemáticos efectos (semejantes al ruido en una señal), a lo largo del tiempo se le han encontrado innumerables aplicaciones a tal punto que se ha convertido en una nueva rama de la óptica.

El speckle tiene una categoría especial entre los fenómenos de ruido, porque no es en realidad un ruido, sino información no siempre deseada. Hay distintas maneras de hacer algún uso de esta información para obtener conocimiento de muchas propiedades de la superficie iluminada, como por ejemplo la rugosidad, longitud de correlación, deformaciones, desplazamientos, rotaciones, tensiones, vibraciones, etc. El propósito de este capítulo es introducir las propiedades estadísticas básicas de las figuras de speckle que utilizaremos en los capítulos siguientes.

Inicialmente, en las dos primeras secciones trataremos las propiedades estadísticas del speckle de primer orden, es decir, las propiedades estadísticas en un punto del espacio. De alguna manera, estas ya las hemos utilizado en la primera parte de este trabajo. Posteriormente en la sección IV.3 veremos algunas propiedades estadísticas conjuntas en dos puntos (segundo orden). Finalmente veremos el efecto de la estructura de la superficie en el speckle en la sección IV.4. A lo largo de todo el capítulo supondremos que todas las ondas involucradas son perfectamente monocromáticas y además sólo consideraremos el caso de figuras de speckle perfectamente polarizado.

IV.1 - ESTADÍSTICA DE PRIMER ORDEN DEL SPECKLE

Llamemos $\epsilon(x,y,z,t)$ a la componente en la dirección de polarización del campo eléctrico en el punto de observación (x,y,z) y en el instante t . Si se trata de una onda monocromática, podemos escribir:

$$\epsilon(x,y,z,t) = E(x,y,z) e^{-i\omega t} \quad (4-1)$$

donde $\omega/2\pi$ es la frecuencia óptica y $E(x,y,z)$ es una función compleja del espacio también llamada fasor

$$E(x,y,z) = |E(x,y,z)| e^{i\phi(P)}. \quad (4-2)$$

La intensidad de la onda está dada por

$$I(x,y,z) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |\epsilon(x,y,z,t)|^2 dt = |E(x,y,z)|^2. \quad (4-3)$$

Ya sea que la figura de speckle provenga de una propagación a través del espacio libre o de un sistema formador de imágenes (siempre que el sistema no resuelva la estructura de la superficie), la amplitud del campo eléctrico en un punto de observación dado (x,y,z) consistirá en una multitud de contribuciones desfasadas provenientes de distintas regiones de la superficie rugosa (para un análisis que trata a la superficie como un continuo en vez de regiones dispersoras aisladas ver sección IV.3 o directamente el capítulo II). Luego, la amplitud $E(x,y,z)$ se puede representar como una suma de contribuciones elementales

$$E(x,y,z) = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{N}} a_k(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| e^{i\phi_k} \quad (4-4)$$

como también se ilustra en la figura 4.2-2

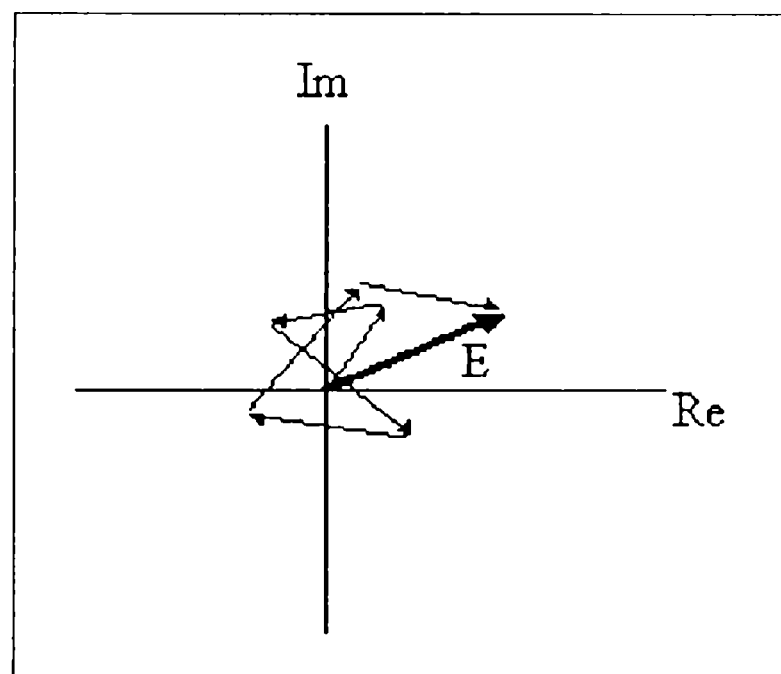


Figura 4-2

Deseamos conocer la estadística (en general las funciones densidad de probabilidad) del campo, de la intensidad y de la fase de la figura de speckle en un punto cualquiera (x,y,z) . La figura 4-2 muestra la suma de varias contribuciones complejas que dan como resultado el número complejo E . El problema que enfrentamos es idéntico al problema estadístico clásico del paseo al azar en el plano y que ha sido estudiado por más de 100 años^[4-11]. Derivaremos aquí solamente los

resultados necesarios, para ello delinearemos las suposiciones que están implícitas y sus significados físicos que son los siguientes:

1- Las amplitudes a_k/\sqrt{N} y las fases ϕ_k de las contribuciones elementales son estadísticamente independientes entre sí y de las amplitudes y fases de todas las otras contribuciones (i.e. las regiones difusoras elementales no están relacionadas y la intensidad de cada componente no guarda ninguna relación con su fase).

2- Las fases ϕ_k están uniformemente distribuidas en un intervalo de longitud 2π , digamos $(-\pi, \pi)$ (i.e. la superficie es rugosa comparada con la longitud de onda, de modo que las excursiones de fase de varias veces 2π producen una distribución uniforme en el intervalo primario $(-\pi, \pi)$).

Con estas suposiciones investigaremos las propiedades estadísticas del campo complejo resultante.

Estadística de la amplitud compleja

Consideremos ahora las partes real e imaginaria del campo resultante:

$$\begin{aligned} E^r &\equiv \text{Re}\{E\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \cos\phi_k \\ E^i &\equiv \text{Im}\{E\} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \sin\phi_k \end{aligned} \quad (4-5)$$

Los valores promedios de E^r y E^i realizados sobre el ensemble de superficies rugosas son

$$\begin{aligned} \langle E^r \rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \cos\phi_k \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \rangle \langle \cos\phi_k \rangle = 0 \\ \langle E^i \rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \sin\phi_k \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \rangle \langle \sin\phi_k \rangle = 0 \end{aligned} \quad (4-6)$$

donde hemos utilizado la primera suposición, descrita anteriormente, para promediar separadamente $|a_k|$ y ϕ_k ; y la segunda suposición para poder decir que $\langle \sin\phi_k \rangle = \langle \cos\phi_k \rangle = 0$.

Procediendo de una manera similar, podemos calcular

$$\begin{aligned}
\langle [E^r]^2 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \cos \phi_k \cos \phi_m \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \\
\langle [E^i]^2 \rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \sin \phi_k \sin \phi_m \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \\
\langle E^r E^i \rangle &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \cos \phi_k \sin \phi_m \rangle = 0
\end{aligned} \tag{4-7}$$

donde hemos utilizado el hecho de que para fases independientes y uniformemente distribuidas en $(-\pi, \pi)$ vale

$$\begin{aligned}
\langle \cos \phi_k \cos \phi_m \rangle &= \langle \sin \phi_k \sin \phi_m \rangle = \begin{cases} \frac{1}{2} & k = m \\ 0 & k \neq m \end{cases} \\
\langle \cos \phi_k \sin \phi_m \rangle &= 0.
\end{aligned} \tag{4-8}$$

Vemos entonces que las partes real e imaginaria del campo complejo tienen media cero, varianzas idénticas y están decorrelacionadas.

Supongamos además, como es generalmente el caso en la práctica, que el número de contribuciones elementales N es extremadamente grande. Por lo tanto las partes real e imaginaria del campo quedan expresadas por (4-5) como una suma de un número muy grande de variables aleatorias. Utilizando entonces el teorema central del límite^[4-12] podemos decir que E^r y E^i son asintóticamente gaussianas cuando $N \rightarrow \infty$. Juntando esto con (4-6) y (4-7), la función densidad de probabilidad conjunta de las partes real e imaginaria del campo se aproxima asintóticamente a

$$p_{r,i}(E^r, E^i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\left[\frac{[E^r]^2 + [E^i]^2}{2\sigma^2} \right]} \tag{4-9}$$

donde

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{\langle |a_k|^2 \rangle}{2} \tag{4-10}$$

Las funciones densidad como ésta, se conocen como gaussianas circulares, ya que los contornos de densidad de probabilidad constante son círculos en el plano complejo. De acuerdo a esto, el fasor E se conoce como variable aleatoria compleja gaussiana circular.

Estadística de la intensidad y la fase

En la mayoría de los experimentos en la región óptica del espectro electromagnético, es la intensidad de la onda lo que se mide. Debido a esto, deseamos encontrar las propiedades estadísticas de la intensidad en una figura de speckle a partir de la estadística del campo. Como resultado de este análisis, obtendremos también las propiedades estadísticas de la fase.

La intensidad I y la fase ϕ del campo resultante están relacionadas con las partes real e imaginaria del campo por la transformación

$$\begin{aligned} E^r &= \sqrt{I} \cos\phi \\ E^i &= \sqrt{I} \sin\phi \end{aligned} \quad (4-11)$$

o equivalentemente

$$\begin{aligned} I &= [E^r]^2 + [E^i]^2 \\ \phi &= \tan^{-1} \left[\frac{E^i}{E^r} \right] \end{aligned} \quad (4-12)$$

Para obtener la función densidad de probabilidad conjunta de I y ϕ , aplicamos las técnicas habituales de transformaciones de variables aleatorias, es decir

$$p_{I,\phi}(I,\phi) = p_{r,i}(\sqrt{I} \cos\phi, \sqrt{I} \sin\phi) \|J\| \quad (4-13)$$

donde $\|J\|$ es el Jacobiano de la transformación

$$\|J\| = \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial E^r}{\partial I} & \frac{\partial E^r}{\partial \phi} \\ \frac{\partial E^i}{\partial I} & \frac{\partial E^i}{\partial \phi} \end{array} \right\| = \frac{1}{2} \quad (4-14)$$

donde $\| \cdot \|$ simboliza el módulo del determinante. Por lo tanto tenemos

$$p_{I,\phi}(I,\phi) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\sigma^2} e^{\left[-\frac{I}{2\sigma^2}\right]} & \text{si } I \geq 0, -\pi \leq \phi \leq \pi \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4-15)$$

las funciones densidad de probabilidad marginal se obtienen haciendo

$$p_I(I) = \int_{-\pi}^{\pi} p_{I,\phi}(I,\phi) d\phi = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma^2} e^{\left[-\frac{I}{2\sigma^2}\right]} & \text{si } I \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4-16)$$

De la misma manera, la función densidad marginal de la fase es

$$p_{\phi}(\phi) = \int_0^{\infty} p_{I,\phi}(I,\phi) dI = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & \text{si } -\pi \leq \phi \leq \pi \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4-17)$$

Concluimos que la intensidad en un punto cualquiera (x,y,z) en una figura de speckle polarizado, obedece una estadística exponencial negativa, mientras que la fase tiene una distribución uniforme. Además, notamos que se cumple

$$p_{I,\phi}(I,\phi) = p_I(I)p_{\phi}(\phi) \quad (4-18)$$

y entonces la intensidad y la fase son estadísticamente independientes en todo punto.

Podemos calcular, ahora que tenemos la función de distribución, la varianza de la intensidad.

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &= 2\sigma^2 \equiv \Omega \\ \langle I^2 \rangle &= 2\langle I \rangle^2 \\ \sigma_I^2 &= \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2 = \langle I \rangle^2 = \Omega^2 \end{aligned} \quad (4-19)$$

en donde hemos llamado Ω al valor medio de la intensidad.

Una medida razonable del contraste del speckle es el cociente $C = \sigma_I / \langle I \rangle$. Utilizando esta definición, vemos que el contraste de una figura de speckle polarizado es siempre igual a uno.

Finalmente encontraremos la función característica, un resultado que utilizaremos en la sección siguiente.

$$\chi_I(\omega) = \langle e^{i\omega I} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega I} p_I(I) dI \quad (4-20)$$

Para el caso de la función densidad de probabilidad exponencial negativa, la integración es muy sencilla, y obtenemos

$$\chi_I(\omega) = \frac{1}{1 - i\omega \langle I \rangle} \quad (4-21)$$

IV.2 - ESTADÍSTICA DE PRIMER ORDEN DE SUMAS DE FIGURAS DE SPECKLE

Consideraremos ahora la función densidad de probabilidad de una suma de figuras de speckle en intensidad.

Llamemos I a la intensidad total compuesta por una suma de M figuras de speckle,

$$I = \sum_{k=1}^M I_k \quad (4-22)$$

donde $I = |E|^2$ e $I_k = |E_k|^2$. En el caso que nos interesa, las intensidades I_k son estadísticamente independientes y todas tienen la misma distribución exponencial negativa

$$p_{I_k}(I_k) = \begin{cases} \frac{1}{\Omega} e^{-\frac{I_k}{\Omega}} & I_k \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4-23)$$

donde, como en (4-19), hemos llamado Ω a $\langle I_k \rangle$.

Para encontrar la función densidad de probabilidad de la intensidad total I , utilizamos que la función característica debe ser igual al producto de las funciones características $\chi_k(\omega)$ de las variables aleatorias independientes I_k .

$$\chi_I(\omega) = (1 - i\omega\Omega)^{-M} \quad (4-24)$$

y por lo tanto la densidad de probabilidad queda

$$p_I(I) = \begin{cases} \frac{I^{(M-1)}}{(M-1)! \Omega^M} e^{-\frac{I}{\Omega}} & I \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (4-25)$$

A continuación, en la figura 4-3, mostramos los gráficos de esta función densidad de probabilidad para distintos valores de M .

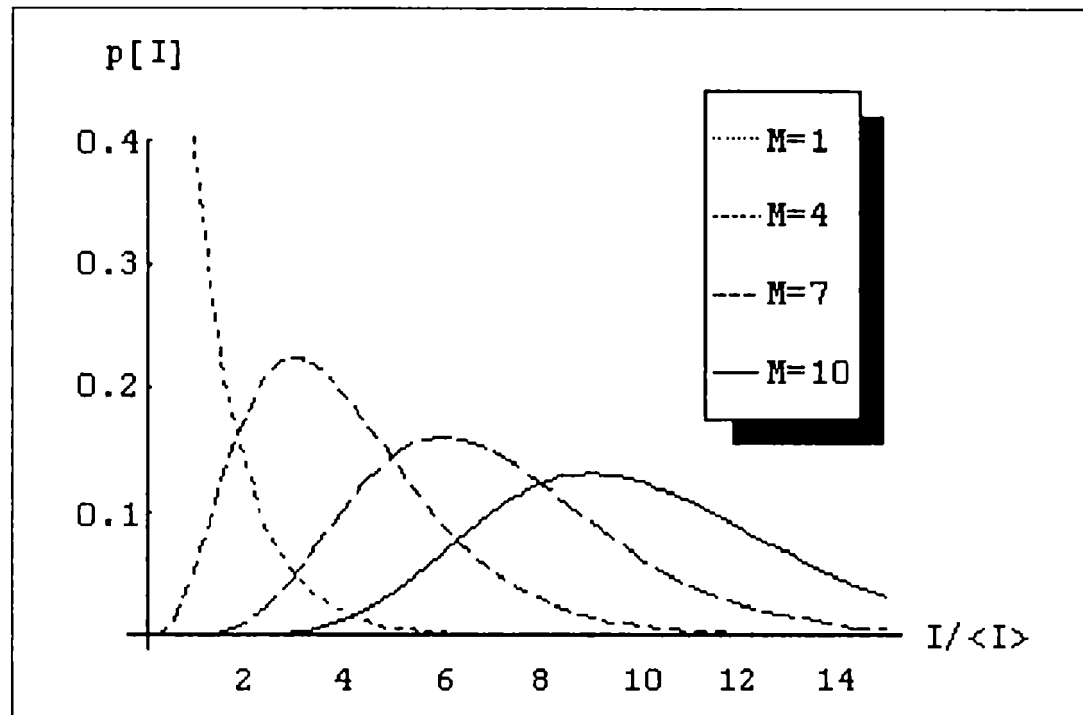


Figura 4-3

Podemos ver como evoluciona el contraste, que habíamos definido como $\sigma_I / \langle I \rangle$. Para ello calculamos σ_I y $\langle I \rangle$ mediante la integración directa

$$\langle I \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} I p_I(I) dI = \int_0^{\infty} I \frac{I^{(M-1)}}{(M-1)! \Omega^M} e^{-\frac{I}{\Omega}} dI = M\Omega \quad (4-26)$$

$$\langle I^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} I^2 p_I(I) dI = \int_0^{\infty} I^2 \frac{I^{(M-1)}}{(M-1)! \Omega^M} e^{-\frac{I}{\Omega}} dI = M(M+1)\Omega^2$$

por lo tanto

$$\sigma_I = \sqrt{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2} = \sqrt{M(M+1)\Omega^2 - M^2\Omega^2} = \sqrt{M} \Omega \quad (4-27)$$

de donde el contraste queda

$$C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle} = \frac{M\Omega}{\sqrt{M}\Omega} = \frac{1}{\sqrt{M}} \quad (4-28)$$

Es decir que la distribución de una suma de figuras de speckle tiende a ser una delta, o dicho de otra manera, la suma de figuras de speckle da como resultado una iluminación constante con intensidad igual a M veces el valor de $\langle I_k \rangle$. Este resultado más la suposición de ergodicidad ya lo hemos utilizado en el capítulo II para calcular $\langle I_k \rangle$.

IV.3 - PROPIEDADES ESTADÍSTICAS DE SEGUNDO ORDEN

En las secciones anteriores consideramos solamente las propiedades estadísticas del speckle en un punto del espacio. Eso alcanza para describir las fluctuaciones de intensidad, pero no es suficiente para describir la estructura espacial de las figuras de speckle. Consecuentemente, en esta sección estudiaremos algo de estadística de segundo orden del speckle.

Función de autocorrelación

Consideremos la geometría de propagación en el espacio libre que se muestra en la figura 4-4.

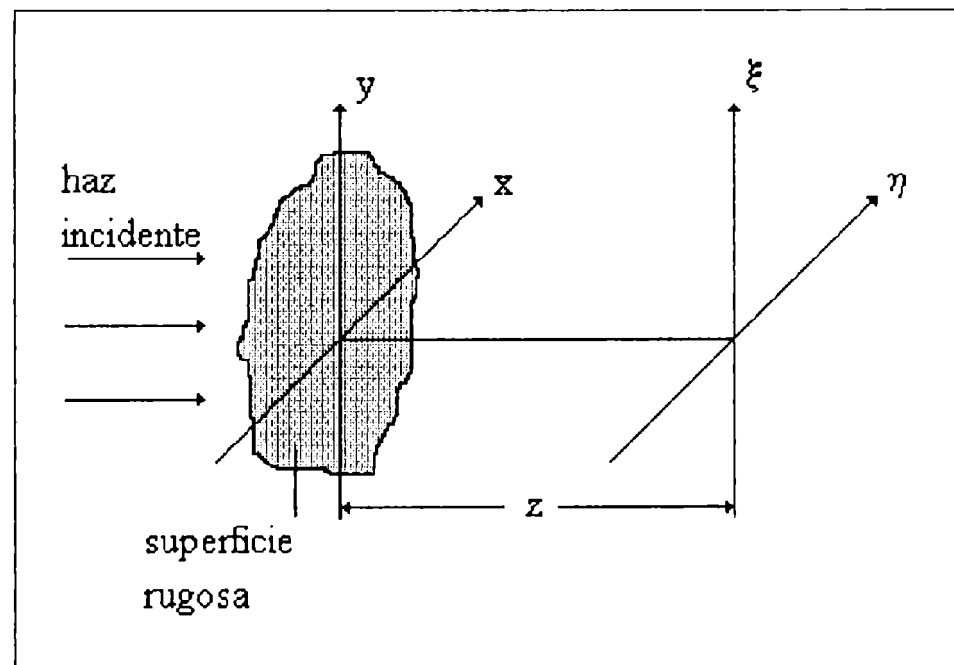


figura 4-4

Sobre una superficie rugosa incide un haz monocromático, y la luz dispersada es observada a cierta distancia sin intervención de elementos ópticos. Describimos el campo transmitido por la superficie mediante la función $\alpha(x,y)$, que representa una componente del campo eléctrico linealmente polarizado. La otra componente puede ser tratada, como primera aproximación, independientemente de forma idéntica, pero por simplicidad consideramos una única componente.

El campo $E(\eta, \xi)$ observado en un plano paralelo al plano xy y a una distancia z de él, es el campo de speckle de interés. Deseamos calcular la función de autocorrelación de la distribución de intensidades $I(\eta, \xi) = |E(\eta, \xi)|^2$ en el plano $\eta\xi$, esto es

$$R_I(\eta_1, \xi_1; \eta_2, \xi_2) = \langle I(\eta_1, \xi_1) I(\eta_2, \xi_2) \rangle \quad (4-29)$$

donde el promedio se realiza sobre el ensemble de superficies rugosas. El ancho de esta función de autocorrelación provee una medida razonable del ancho promedio del speckle.

Para calcular la función de autocorrelación anterior, supondremos que la superficie es rugosa comparada con la longitud de onda. Como vimos en la primera sección, esto da como resultado que el campo $E(\eta, \xi)$ es una variable aleatoria compleja circular gaussiana en cada punto (η, ξ) . Para tales campos, la función de autocorrelación de la intensidad puede ser representada en términos de la autocorrelación de los campos, que representamos por

$$J_E(\eta_1, \xi_1; \eta_2, \xi_2) = \langle E(\eta_1, \xi_1) E^*(\eta_2, \xi_2) \rangle \quad (4-30)$$

y la llamamos intensidad mutua del campo. Para campos circulares gaussianos, la relación entre R_I y J_E es

$$R_I(\eta_1, \xi_1; \eta_2, \xi_2) = \langle I(\eta_1, \xi_1) \rangle \langle I(\eta_2, \xi_2) \rangle + |J_E(\eta_1, \xi_1; \eta_2, \xi_2)|^2 \quad (4-31)$$

Por lo tanto, el problema de calcular R_I se reduce a calcular J_E .

Siguiendo a Goodman^[4-13], el cálculo de la intensidad mutua en el plano de observación, comienza con una relación fundamental entre los campos $\alpha(x, y)$ en la superficie difusora y $E(\eta, \xi)$ en el plano de observación. La relación es el principio de Huygens-Fresnel, expresado en la aproximación de Fresnel^[4-14] como

$$E(\eta, \xi) = \frac{1}{\lambda z} e^{-i \frac{\pi}{\lambda z} (x^2 + y^2)} \iint \alpha(x, y) e^{-i \frac{\pi}{\lambda z} (\eta^2 + \xi^2)} e^{i \frac{2\pi}{\lambda z} (x\eta + y\xi)} dx dy \quad (4-32)$$

Si expresamos $E(\eta_1, \xi_1)$ en función de las variables de integración (x_1, y_1) y $E(\eta_2, \xi_2)$ en función de las variables de integración (x_2, y_2) , obtenemos una relación entre la intensidad mutua J_E en el plano de observación y la intensidad mutua en el plano de dispersión J_α

$$\begin{aligned}
J_E(\eta_1, \xi_1; \eta_2, \xi_2) &= \langle E(\eta_1, \xi_1) E^*(\eta_2, \xi_2) \rangle = \\
&= \frac{1}{\lambda^2 z^2} e^{[-i \frac{\pi}{\lambda z} (\eta_1^2 - \eta_2^2 + \xi_1^2 - \xi_2^2)]} \iiint \iiint J_\alpha(x_1, y_1; x_2, y_2) e^{[-i \frac{\pi}{\lambda z} (x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2)]} \\
&\quad \cdot e^{[i \frac{2\pi}{\lambda z} (x_1 \eta_1 + y_1 \xi_1 - x_2 \eta_2 - y_2 \xi_2)]} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \quad (4-33)
\end{aligned}$$

Ya que nos interesa solo el módulo de J_E , no tendremos en cuenta el factor exponencial que aparece delante de la integral. Supondremos además que la estructura de la superficie es tan fina que no se puede resolver desde la región de observación en el plano xy , en cuyo caso

$$J_\alpha(x_1, y_1; x_2, y_2) \cong \kappa P(x_1, y_1) P^*(x_2, y_2) \delta(x_1 - x_2, y_1 - y_2) \quad (4-34)$$

donde κ es una constante de proporcionalidad, la función $P(x, y)$ representa la amplitud del campo incidente sobre la superficie dispersora y $\delta(x, y)$ es la función delta bidimensional. La expresión anterior es nula siempre que $(x_1, y_1) \neq (x_2, y_2)$, lo cual representa la suposición de que no se puede resolver la estructura de la superficie; es decir, dos puntos distintos no están correlacionados dando consecuentemente un valor medio nulo de correlación de los campos. Cuando $(x_1, y_1) = (x_2, y_2)$, J_α coincide con la intensidad y suponemos que es proporcional a la intensidad incidente. (En la sección siguiente hacemos un análisis donde tenemos en cuenta la estructura de la superficie).

Reemplazando (4-34) en (4-33) y eliminando como dijimos el factor exponencial inicial obtenemos

$$J_E(\eta_1, \xi_1; \eta_2, \xi_2) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \iint |P(x_1, y_1)|^2 e^{i \frac{2\pi}{\lambda z} [x_1(\eta_1 - \eta_2) + y_1(\xi_1 - \xi_2)]} dx_1 dy_1 \quad (4-35)$$

Vemos que la intensidad mutua de los campos observados depende sólo de la diferencia de coordenadas en el plano $\eta\xi$, y está dada, a menos de constantes multiplicativas, por la transformada de Fourier de la distribución de intensidades $|P(x_1, y_1)|^2$ incidentes sobre la superficie difusora.

Reemplazando (4-35) en (4-31) y utilizando el resultado de la sección IV.1, que $\langle I \rangle$ es independiente del punto de observación, tenemos:

$$R_I(\Delta\eta, \Delta\xi) = \langle I \rangle^2 + C \left| F \left[|P(x_1, y_1)|^2 \right] \right|^2 \quad (4-36)$$

en donde hemos definido $C = |\kappa / \lambda^2 z^2|^2$.

De acuerdo a esto podemos tomar, de manera razonable, como tamaño promedio del speckle al tamaño de la transformada de Fourier de $|P(x_1, y_1)|^2$.

Una manera de regular el tamaño de los granos de la figura de speckle es entonces variando el tamaño de la región difusora iluminada. Otra forma es cambiar la distancia z al plano de observación, lo que da un cambio de escala en las frecuencias de transformación.

Para el caso especial de iluminación uniforme sobre una pupila cuadrada de dimensiones $L \times L$, tenemos

$$|P(x, y)|^2 = \text{rect}\left(\frac{x}{L}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{L}\right) \quad (4-37)$$

La función de autocorrelación de intensidad está dada entonces por

$$R_I(\Delta\eta, \Delta\xi) = \langle I \rangle^2 \left[1 + \text{sinc}^2\left(\frac{L \Delta\eta}{\lambda z}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{L \Delta\xi}{\lambda z}\right) \right] \quad (4-38)$$

como se muestra en la figura 4-5.

Tomamos entonces el ancho promedio del speckle como el valor de $\Delta\eta$ en donde se anula por primera vez $\text{sinc}^2(L \Delta\eta / \lambda z)$. Llamando δ a esta distancia, nos queda

$$\delta = \frac{\lambda z}{L} \quad (4-39)$$

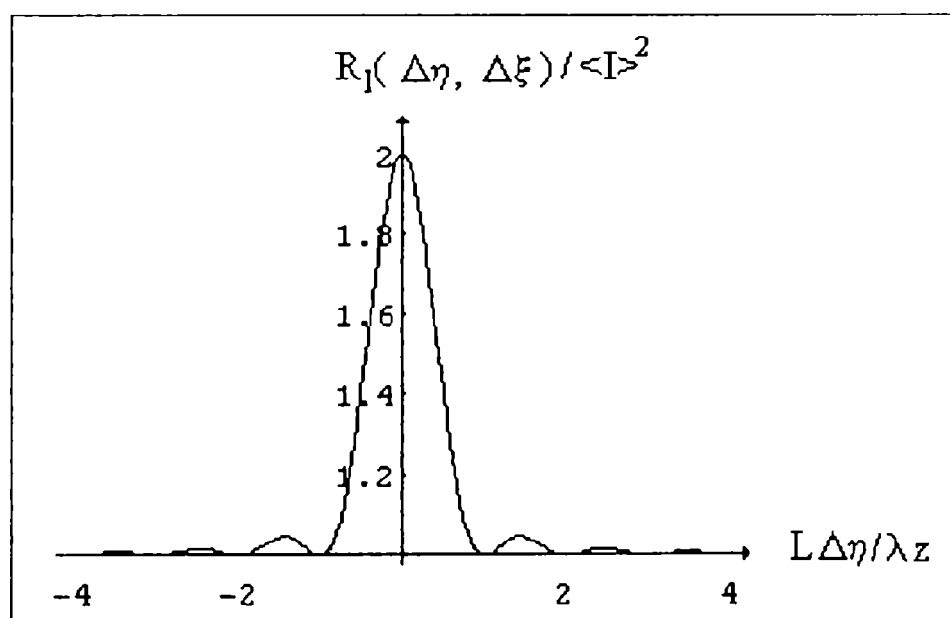


Figura 4-5

IV.4 - EFECTO DE LA ESTRUCTURA DE LA SUPERFICIE SOBRE EL SPECKLE

Podemos reescribir la relación general (4-33) entre las intensidades mutuas J_α en el plano xy y J_E en el plano $\eta\xi$ que fue derivada en la sección anterior, sin el factor exponencial inicial,

$$J_E(\eta_1, \xi_1; \eta_2, \xi_2) = \frac{1}{\lambda^2 z^2} \iiint J_\alpha(x_1, y_1; x_2, y_2) e^{-i \frac{\pi}{\lambda z} (x_1^2 - x_2^2 + y_1^2 - y_2^2)} \cdot e^{i \frac{2\pi}{\lambda z} (x_1 \eta_1 + y_1 \xi_1 - x_2 \eta_2 - y_2 \xi_2)} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \quad (4-40)$$

La geometría que consideraremos aquí es la misma que en la figura 4-4 pero con la modificación que movemos el plano de observación al infinito, de modo de estar en la aproximación de Fraunhofer. Los factores cuadráticos de fase, en esta aproximación, se pueden despreciar, quedando

$$J_E(\eta_1, \xi_1; \eta_2, \xi_2) = \frac{1}{\lambda^2 z^2} \iiint J_\alpha(x_1, y_1; x_2, y_2) \cdot e^{i \frac{2\pi}{\lambda z} (x_1 \eta_1 + y_1 \xi_1 - x_2 \eta_2 - y_2 \xi_2)} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \quad (4-41)$$

Para empezar definimos

$$\begin{aligned} \Delta x &\equiv x_1 - x_2 & \Delta \xi &\equiv \xi_1 - \xi_2 \\ \Delta y &\equiv y_1 - y_2 & \Delta \eta &\equiv \eta_1 - \eta_2 \end{aligned} \quad (4-42)$$

y notamos que

$$x_1 \eta_1 + y_1 \xi_1 - x_2 \eta_2 - y_2 \xi_2 = x_2 \Delta \eta + y_2 \Delta \xi + \eta_1 \Delta x + \xi_1 \Delta y. \quad (4-43)$$

Además suponemos que la intensidad mutua J_α es de la forma

$$J_\alpha(x_1, y_1; x_2, y_2) = \kappa P(x_1, y_1) P^*(x_2, y_2) \mu_\alpha(\Delta x, \Delta y) \quad (4-44)$$

donde μ_α es el factor de coherencia complejo, definido como

$$\mu_{\alpha}(x_1, y_1; x_2, y_2) \equiv \frac{J_{\alpha}(x_1, y_1; x_2, y_2)}{[J_{\alpha}(x_1, y_1; x_1, y_1) J_{\alpha}(x_2, y_2; x_2, y_2)]^2} = \frac{J_{\alpha}(x_1, y_1; x_2, y_2)}{\langle I \rangle} \quad (4-45)$$

y que depende sólo de las diferencias Δx y Δy . En general la estructura de los campos incidentes es mucho más extensa que la estructura del factor de coherencia complejo, que es del orden de la estructura de la superficie; podemos por lo tanto tomar como una muy buena aproximación

$$J_{\alpha}(x_1, y_1; x_2, y_2) \cong \kappa |P(x_1, y_1)|^2 \mu_{\alpha}(\Delta x, \Delta y) \quad (4-46)$$

Sustituyendo esta expresión y (4-43) en (4-41), obtenemos

$$J_E(\eta_1, \xi_1; \eta_2, \xi_2) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \iint |P(x_1, y_1)|^2 e^{[i \frac{2\pi}{\lambda z} (\Delta \eta x_1 + \Delta \xi y_1)]} dx_1 dy_1 \quad (4-47)$$

$$\cdot \iint \mu_{\alpha}(\Delta x, \Delta y) e^{[i \frac{2\pi}{\lambda z} (\eta_2 \Delta x + \xi_2 \Delta y)]} d\Delta x d\Delta y$$

El resultado anterior es de considerable importancia, ya que separa los efectos de la abertura finita del difusor (el factor que contiene $|P(x_1, y_1)|^2$), y las propiedades de correlación del campo transmitido en el plano xy (el término que contiene $\mu_{\alpha}(\Delta x, \Delta y)$).

Como la zona iluminada de la superficie difusora es mucho más grande que el área de coherencia del campo transmitido, vemos que la primera transformada de Fourier da una función angosta de $(\Delta \eta, \Delta \xi)$ que puede verse como el tamaño promedio del speckle (un resultado que no modificó al de la sección anterior), mientras que el segundo factor, da una función ancha en η_2 y ξ_2 , que representa la variación de intensidad media en el plano $\eta\xi$. Concluimos entonces que la función de correlación del campo sobre la superficie difusora influye solamente en la distribución de la intensidad promedio sobre el plano de observación, pero no tiene influencia sobre el tamaño de los granos de la figura de speckle.

CAPITULO V - CORRELACION ANGULAR DE SPECKLES

En este capítulo, estudiamos la correlación angular de speckles. En particular, la correlación de intensidades en el plano de observación y su relación con la rugosidad de la superficie difusora..

Para el caso de superficies perfectamente reflectoras nos basamos en la teoría de Beckmann^[2-1], en los trabajos de Leger^[5-1;5-2], y en la teoría unificada para correlación espectral y angular desarrollada por B. Ruffing^[5-3;5-4]. Como nuestro dispositivo experimental contempla una geometría diferente, estudiamos la correlación en las nuevas condiciones.

Desarrollamos la teoría particular de correlación angular para el caso de transparencias rugosas a partir de los resultados obtenidos en los capítulos II y III y describimos la correlación digital de intensidades de figuras de speckles.

V.1 - ESTUDIO DE LA CORRELACION ANGULAR DE FIGURAS DE SPECKLE.

V.1.a. Speckle generado por reflexión

En el capítulo anterior vimos que, cuando una superficie rugosa es iluminada por un haz de luz coherente, la luz reflejada genera una figura de speckle. Cuando la superficie es bastante rugosa y está formada por una gran cantidad de dispersores independientes, la amplitud del campo complejo, obedece a una estadística circular gaussiana (Cap. IV, eq. 4-9). En este caso, tendremos una componente especular despreciable y la figura de speckle se dice “completamente desarrollada”. Cuando el ángulo de iluminación varía ligeramente, esta figura, no solo se desplaza angularmente, sino que los granos de speckle, sufren una deformación. Obtenemos una medida de esa deformación, comparando ambas figuras, mediante una operación de correlación.

Nuestro objetivo, es calcular esta correlación de intensidades y determinar su relación con la rugosidad de la superficie.

Como vimos en 4-29, 4-30 y 4-31, es posible obtener la correlación de intensidades, a partir de la correlación de amplitudes del campo dispersado. Por lo tanto, partimos de la expresión (2-21)' para el campo difundido en la dirección θ_2 , cuando la superficie es iluminada bajo un ángulo de incidencia θ_1 :

$$E(\theta_2, \theta_1) = K_{2R} \int_{-L}^L \exp\{i[v_x x + v_z h(x)]\} dx \quad (5-1)$$

Al variar el ángulo de incidencia en $\delta\theta_1$, la nueva amplitud difundida $E(\theta_2 + \delta\theta_2)$, se obtiene reemplazando en (5-1), los ángulos de incidencia y difusión por $\theta_1 + \delta\theta_1$ y $\theta_2 + \delta\theta_2$ respectivamente (Figura 5-1).

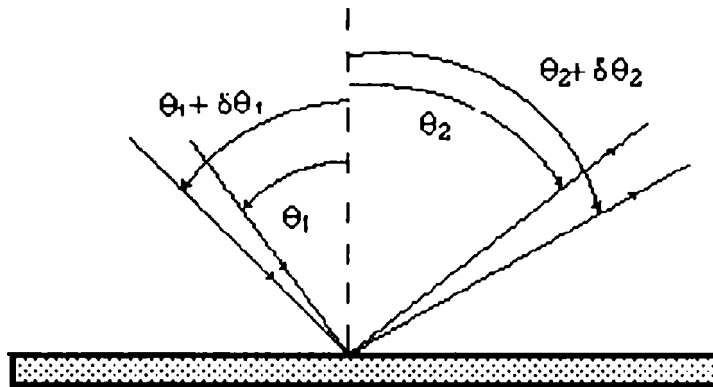


Figura 5-1

Entonces:

$$E(\theta_2)E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) = |K_{2R}|^2 \int_{-L}^L e^{iv_z h(x_1) + iv_x x_1} dx_1 \int_{-L}^L e^{-iv'_z h(x_2) - iv'_x x_2} dx_2 \quad (5-2)$$

Donde hemos usado x_1 como variable de integración para $E(\theta_2)$ y x_2 como variable de integración para $E(\theta_2 + \delta\theta_2)$.

Aquí, hemos considerado $K_{2R}(\theta_1, \theta_2) \approx K_{2R}(\theta_1 + \delta\theta_1, \theta_2 + \delta\theta_2)$

Con la notación de los capítulos anteriores:

$$\begin{aligned} v_x &= k(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) & v_z &= k(\cos\theta_1 + \cos\theta_2) \\ v'_x &= k[\sin(\theta_1 + \delta\theta_1) - \sin(\theta_2 + \delta\theta_2)] & v'_z &= k[\cos(\theta_1 + \delta\theta_1) + \cos(\theta_2 + \delta\theta_2)] \end{aligned}$$

reagrupando en la ecuación (5-2)

$$\begin{aligned} E(\theta_2)E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) &= \\ &= |K_{2R}|^2 \int_{-L}^L \int_{-L}^L e^{i[v_z h(x_1) - v'_z h(x_2)]} e^{i[v_x x_1 - v'_x x_2]} dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (5-3)$$

y considerando que la abertura es suficientemente grande, la hipótesis de ergodicidad permite decir que la media espacial es la misma que la media de "ensemble", luego:

$$\begin{aligned} \langle E(\theta_2)E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle &= \\ &= |K_{2R}|^2 \int_{-L}^L \int_{-L}^L \left\langle e^{i[v_z h(x_1) - v'_z h(x_2)]} \right\rangle e^{i[v_x x_1 - v'_x x_2]} dx_1 dx_2 \end{aligned} \quad (5-4)$$

De (2-25) se tiene que $\left\langle e^{i[v_z h(x_1) - v'_z h(x_2)]} \right\rangle = \chi(v_z, -v'_z)$ es la función característica de la distribución de alturas $p[h(x_1), h(x_2)]$.

Entonces podemos escribir:

$$\langle E(\theta_2)E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle = |K_{2R}|^2 \int_{-L}^L \int_{-L}^L \chi(v_z, -v'_z) e^{i[v_x x_1 - v'_x x_2]} dx_1 dx_2 \quad (5-5)$$

Reemplazando $v'_x = v_x + \Delta x$ y realizando el cambio de variable $x_1 - x_2 = \tau$ $x_2 = x$, se tiene

$$\langle E(\theta_2)E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle = |K_{2R}|^2 \int_{-L}^L \int_{-L}^L \chi(v_z, -v'_z) e^{iv_x \tau} e^{-i\Delta v_x x} dx d\tau \quad (5-6)$$

e integrando en x

$$\langle E(\theta_2)E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle = |K_{2R}|^2 2L \text{sinc}(\Delta v_x L) \int_{-L}^L \chi(v_z, -v'_z) e^{iv_x \tau} d\tau \quad (5-7)$$

Suponemos como en los capítulos anteriores, una distribución gaussiana de alturas, entonces :

$$\chi(v_z, -v'_z) = e^{\left[-\frac{\sigma^2}{2} [v_z^2 + v'_z{}^2 - 2C(\tau)v_z v'_z] \right]} \quad (5-8)$$

donde σ y $C(\tau)$ son la varianza y la función correlación de las alturas respectivamente.

Entonces:

$$\begin{aligned}
 \int_{-L}^L \chi(v_z, -v'_z) e^{iv_x \tau} d\tau &= \int_{-L}^L e^{\left[-\frac{\sigma^2}{2} [v_z^2 + v'_z{}^2 - 2C(\tau)v_z v'_z] \right]} e^{iv_x \tau} d\tau = \\
 &= e^{-\frac{\sigma^2}{2} (v_z - v'_z)^2} \int_{-L}^L e^{\left[-\frac{\sigma^2}{2} [2v_z v'_z - 2C(\tau)v_z v'_z] \right]} e^{iv_x \tau} d\tau = \\
 &= e^{-\frac{\sigma^2}{2} (v_z - v'_z)^2} \int_{-L}^L e^{\left[-\sigma^2 v_z v'_z [1 - C(\tau)] \right]} e^{iv_x \tau} d\tau =
 \end{aligned}$$

Suponemos también que las superficies en consideración, tienen una función de correlación gaussiana (Cap. I):

$$C(\tau) = e^{-\left(\frac{\tau}{T}\right)^2} \text{ que podemos desarrollar alrededor de } \tau = 0 : C(\tau) \cong 1 - \left(\frac{\tau}{T}\right)^2. \text{ Reemplazamos}$$

entonces los límites de integración por $\pm\infty$ y llamando $\Delta v_z = v_z - v'_z$ tenemos:

$$\int_{-L}^L \chi(v_z, -v'_z) e^{iv_x \tau} d\tau = e^{-\frac{\sigma^2}{2} (\Delta v_z)^2} \int_{-L}^L e^{\left[-\sigma^2 v_z v'_z \frac{\tau^2}{T^2} \right]} e^{iv_x \tau} d\tau \quad (5-9)$$

Esta última integral está en tablas de modo que obtenemos:

$$\int_{-L}^L \chi(v_z, -v'_z) e^{iv_x \tau} d\tau = e^{-\frac{\sigma^2}{2} (\Delta v_z)^2} \cdot \sqrt{\frac{\pi T^2}{\sigma^2 v_z v'_z}} e^{\left[-\frac{v_x^2 T^2}{4\sigma^2 v_z v'_z} \right]} \quad (5-10)$$

reemplazando (5-10) en (5-7), la correlación de amplitudes queda:

$$\langle E(\theta_2) E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle = |K_{2R}|^2 2L \text{sinc}(\Delta v_x L) e^{-\frac{\sigma^2}{2} (\Delta v_z)^2} \cdot \sqrt{\frac{\pi T^2}{\sigma^2 v_z v'_z}} e^{\left[-\frac{v_x^2 T^2}{4\sigma^2 v_z v'_z} \right]}$$

Si normalizamos dividiendo por $\langle I(\theta_2) \rangle$:

$$\langle I(\theta_2) \rangle = \langle E(\theta_2) E^*(\theta_2) \rangle = |K_{2R}|^2 2L \frac{T\sqrt{\pi}}{\sigma v_z} e^{\left[-\frac{v_x^2 T^2}{4\sigma^2 v_z^2} \right]}$$

como $\Delta v_z \ll v_z$ queda:

$$C_E(\theta_2, \theta_2 + \delta\theta_2) = \text{sinc}(\Delta v_x L) e^{\left(-\frac{\sigma^2}{2} \Delta v_z^2 \right)} \quad (5-11)$$

En esta expresión, sólo la exponencial depende de la rugosidad. Para eliminar la dependencia del tamaño del diafragma nos colocamos en una geometría tal que:

$$\text{sinc}(\Delta v_x L) = 1 \Rightarrow \Delta v_x = 0 \Rightarrow$$

$$\delta\theta_2 = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \delta\theta_1 \quad (5-12)$$

$\delta\theta_2$ es el desplazamiento del speckle debido al cambio $\delta\theta_1$ en la dirección de incidencia.

Entonces la correlación de amplitudes queda:

$$C_A(\theta_2, \theta_2 + \delta\theta_2) = e^{\left(-\frac{\sigma^2}{2} \Delta v_z^2 \right)} = e^{-\frac{\sigma^2}{2} \left[k \frac{\text{sen}(\theta_1 + \theta_2)}{\cos\theta_2} \delta\theta_2 \right]^2}$$

De (4-30) y (4-31)

$$C_I(\theta_2, \theta_2 + \delta\theta_2) = \langle I(\theta_2) I(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle = \langle I(\theta_2) \rangle \langle I(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle + \left| \langle E(\theta_2) E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle \right|^2$$

y recordando que ^[5-5] para la covarianza de dos variables aleatorias se tiene:

$$C_{UV} = \langle (u - \bar{u})(v - \bar{v}) \rangle = C_{UV} - \bar{u}\bar{v}$$

escribimos:

$$\begin{aligned} & \langle (I(\theta_2) - \langle I(\theta_2) \rangle)(I(\theta_2 + \delta\theta_2) - \langle I(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle) \rangle = \\ & = \langle \Delta I(\theta_2) \Delta I(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle = \left| \langle E(\theta_2) E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle \right|^2 \end{aligned}$$

y el coeficiente de correlación

$$\rho_I = \frac{\langle \Delta I(\theta_2) \Delta I(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle}{\sigma_{I(\theta_2)} \sigma_{I(\theta_2 + \delta\theta_2)}}$$

donde σ_I es la varianza de las intensidades:

$$\sigma_I^2 = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2$$

Si tratamos con speckle completamente desarrollado $\sigma_I = \langle I \rangle$

entonces:

$$\rho_I = \frac{\langle E(\theta_2) E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle^2}{\langle I(\theta_2) \rangle \langle I(\theta_2 + \delta\theta_2) \rangle} = \left(e^{-\frac{\sigma^2}{2} \Delta v^2} \right)^2 \quad (5-13)$$

o

$$\rho_I = e^{-\sigma^2 \left(k \frac{\sin(\theta_1 + \theta_2)}{\cos\theta_2} \delta\theta_2 \right)^2} \quad (5-14)$$

Supongamos ahora que la superficie es iluminada inicialmente en una dirección θ_1 , y luego para variar el ángulo de incidencia, en lugar de rotar el haz del láser, se rota la superficie un ángulo $\delta\theta_1$. La figura de speckle, se habrá desplazado un ángulo $\delta\theta_2$ como indica la figura 5-1 y un ángulo adicional $\delta\theta_1$ debido a la rotación de la superficie como indica la figura 5-2.

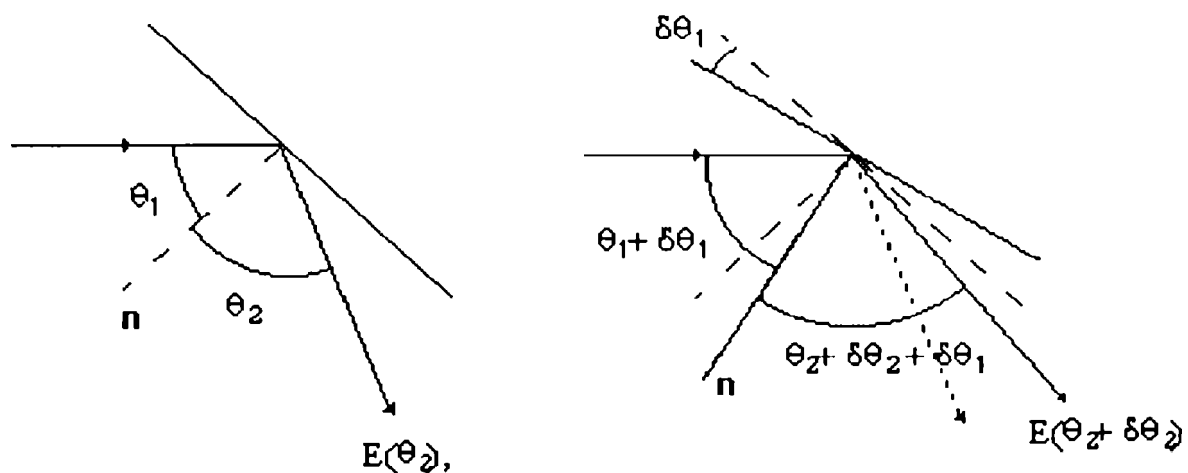


Figura 5-2

Entonces de (5-12) tenemos

$$\delta\theta_2 = \frac{\cos\theta_1}{\cos\theta_2} \delta\theta_1 + \delta\theta_1$$

En nuestra experiencia, registramos la figura de intensidades del speckle en la dirección de reflexión, luego $\theta_2 = \theta_1$ y

$$\delta\theta_2 = 2\delta\theta_1. \quad (5-15)$$

Si ahora escribimos el coeficiente de correlación en función de la variación del ángulo de incidencia $\delta\theta_1 = \delta\theta$, tenemos:

$$\rho_I = e^{-\sigma^2 k^2 (4 \text{sen } \theta \delta\theta)^2} \quad (5-16)$$

Un cálculo detallado en el plano de observación, se puede ver en el apéndice F.

V.1.b-Speckle generado por transmisión.

Como vimos en el capítulo II y IV, al atravesar un haz de luz coherente una transparencia rugosa, se difunde y se genera una figura de speckle. En esta sección desarrollamos la teoría para evaluar rugosidades de transparencias rugosas que utilizamos para realizar determinaciones experimentales.

Consideremos que el haz de luz, forma inicialmente un ángulo θ_0 con la normal al difusor. Dentro del difusor el ángulo de incidencia, con respecto a la normal al plano medio de la superficie rugosa será θ_1 tal que, $n_0 \text{sen } \theta_0 = n_1 \text{sen } \theta_1$ y observamos la figura de speckle en una dirección θ_2 como indica la figura 5-3.

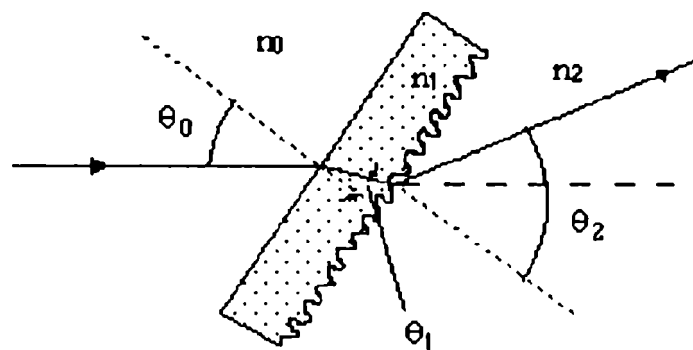


Figura 5-3

Consideramos aquí $n_0 = n_2 = 1$. La amplitud dispersada en la dirección θ_2 (Eq.2-5), para el caso unidimensional es:

$$E(\theta_2) = K_{2T} \int_{-L}^L e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dx$$

Donde ahora $\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}$ es (2-40):

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{r} = k[x(\sin \theta_0 - \sin \theta_2) + h(x)(n_1 \cos \theta_1 - \cos \theta_2)]$$

$$v_x = k(\sin \theta_0 - \sin \theta_2)$$

$$v_z = k(n_1 \cos \theta_1 - \cos \theta_2)$$

Si cambiamos ligeramente el ángulo θ_1 un $\delta\theta_1$ tendremos

$$E(\theta_2 + \delta\theta_2) = K'_{2T} \int_{-L}^L e^{i\mathbf{v}' \cdot \mathbf{r}} dx$$

con:

$$\mathbf{v}' \cdot \mathbf{r} = k\{x[\sin(\theta_0 + \delta\theta_0) - \sin(\theta_2 + \delta\theta_2)] + h(x)[n_1 \cos(\theta_1 + \delta\theta_1) - \cos(\theta_2 + \delta\theta_2)]\}$$

$$v'_x = k[\sin(\theta_0 + \delta\theta_0) - \sin(\theta_2 + \delta\theta_2)]$$

$$v'_z = k[n_1 \cos(\theta_1 + \delta\theta_1) - \cos(\theta_2 + \delta\theta_2)]$$

(5-17)

Consideramos $K_{2T} \cong K'_{2T}$ y escribimos el producto de las amplitudes:

$$\begin{aligned} E(\theta_2)E^*(\theta_2 + \delta\theta_2) &= |K_{2T}|^2 \int_{-L}^L e^{iv_x x_1 + iv_z h(x_1)} dx_1 \int_{-L}^L e^{-iv'_x x_2 - iv'_z h(x_2)} dx_2 = \\ &= |K_{2T}|^2 \int_{-L}^L \int_{-L}^L e^{i[v_z h(x_1) - v'_z h(x_2)]} e^{i[v_x x_1 - v'_x x_2]} dx_1 dx_2 \end{aligned}$$

Los pasos siguientes son similares al caso anterior o sea calculamos el valor medio y luego normalizamos con las mismas suposiciones sobre las características de la superficie y las regiones sobre las que se toman los promedios. Tenemos como en 5-11:

$$C_E(\theta_2, \theta_2 + \delta\theta_2) = \text{sinc}(\Delta v_x L) e^{-\frac{\sigma^2}{2} \Delta v_z^2}$$

Donde aquí:

$$\Delta v_x = v'_x - v_x = k(\cos\theta_0 \delta\theta_0 - \cos\theta_2 \delta\theta_2)$$

Si hacemos $\Delta v_x = 0$ entonces:

$$\delta\theta_2 = \frac{\cos\theta_0}{\cos\theta_2} \delta\theta_0 \quad (5-18)$$

$\delta\theta_2$ es el desplazamiento del speckle con respecto a la dirección θ_2 medida desde la normal al plano medio de la superficie difusora.

y

$$\Delta v_z = v'_z - v_z = k(\text{sen}\theta_0 \delta\theta_1 - \text{sen}\theta_2 \delta\theta_2)$$

pero como $n_1 \text{sen}(\theta_1 + \delta\theta_1) = \text{sen}(\theta_0 + \delta\theta_0)$ entonces:

$$\delta\theta_1 = \delta\theta_0 \frac{\cos\theta_0}{\sqrt{n_1^2 - \text{sen}^2 \theta_0}}$$

El coeficiente de correlación de intensidades queda:

$$\rho_I = e^{-\sigma^2 k^2 \cos^2 \theta_0 \left[\frac{\text{sen } \theta_0}{\sqrt{n_1^2 - \text{sen}^2 \theta_0}} - \frac{\text{sen } \theta_2}{\cos \theta_2} \right]^2 \delta \theta_0^2} \quad (5-19)$$

En nuestro montaje experimental, para producir una variación en el ángulo de incidencia, rotamos la superficie difusora como se ve en la figura 5-4

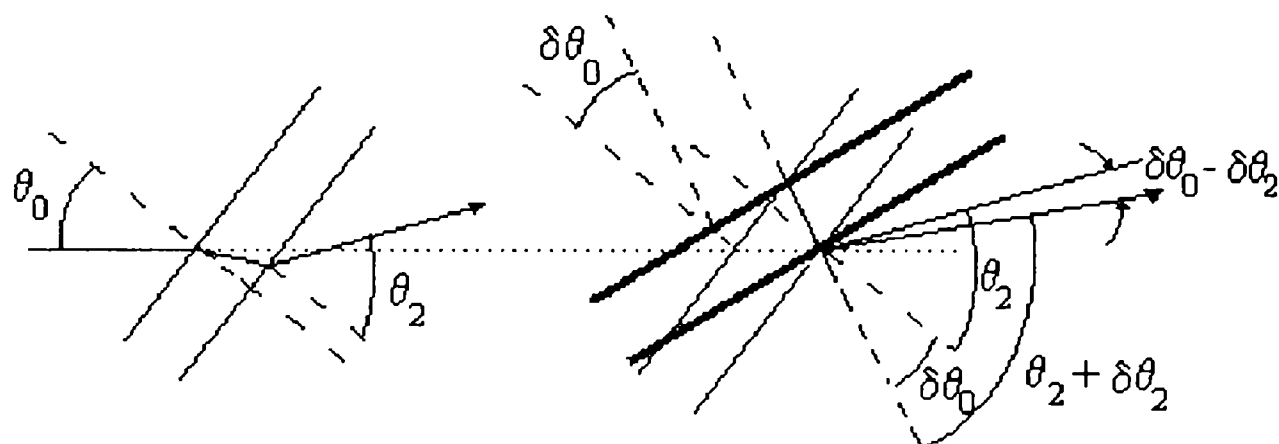


Figura 5-4

en este caso el desplazamiento total del speckle en la dirección θ_2 será:

$$\delta \theta_2 = \frac{\cos \theta_0}{\cos \theta_2} \delta \theta_0 - \delta \theta_0 \quad (5-20)$$

Para el caso en que el punto de observación es la dirección del haz incidente o sea $\theta_2 = \theta_0$, $\delta \theta_2 = 0$, el speckle no sufre ningún desplazamiento ^[5-6,5-7]. Entonces, la correlación de intensidades solo depende de θ_0 y $\delta \theta_0$:

$$\Delta v_z = k \text{ sen } \theta_0 \delta \theta_1 \quad \text{con} \quad \delta \theta_1 = \delta \theta_0 \frac{\cos \theta_0}{\sqrt{n_1^2 - \text{sen}^2 \theta_0}}$$

y

$$\rho_I = e^{-\sigma^2 k^2 \left(\frac{\text{sen } \theta_0 \cos \theta_0}{\sqrt{n_1^2 - \text{sen}^2 \theta_0}} \right)^2 \delta \theta_0^2} \quad (5-21)$$

V.2- CORRELACION DIGITAL DE FIGURAS DE SPECKLE

Como vimos en los dos puntos anteriores, la correlación de intensidades de speckle en el plano de observación está relacionada con la rugosidad de la superficie.

Diferentes métodos fueron utilizados para extraer esta información^[5-1;5-2;5-8], por ejemplo mediante el estudio del contraste de las franjas que aparecen cuando se hacen interferir las amplitudes de las ondas difundidas para las dos direcciones angulares de incidencia.

En nuestro caso, optamos por calcular la correlación de intensidades directamente en el plano de observación (Fraunhofer). Para ello, recurrimos al procesamiento digital de las figuras de speckle.

Realizamos un muestreo de la distribución de intensidad de las figuras de speckle, sobre la base de que, como se vió en el capítulo VI, estas constituyen procesos aleatorios ergódicos y espacialmente estacionarios. La primera condición se satisface tomando un número suficiente de granos de speckle con el compromiso de la frecuencia de muestreo (Nyquist). La segunda, tomando la muestra en una región del plano de dimensiones tales que, dentro de ella, la intensidad media sea constante.

El valor medio de la intensidad muestreada será simplemente:

$$\langle I_j \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} I_{ji} \quad (5-22)$$

La varianza será:

$$\sigma_{I_j}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left(I_{ji} - \langle I_j \rangle \right)^2 \quad (5-23)$$

La función autocorrelación muestreada será (Fig. 5-5):

$$\Gamma_I(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-|k|-1} I_i I_{i+|k|} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm N-1 \quad (5-24)$$

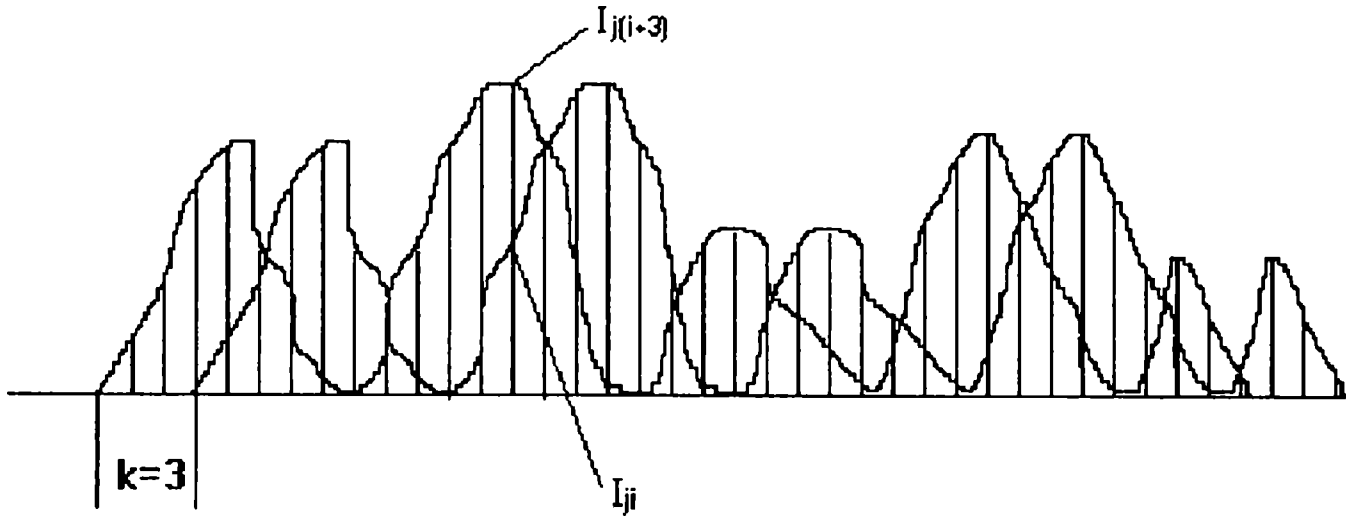


Figura 5-5

y la correlación cruzada:

$$\Gamma_{I_j I_s}(k) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-k-1} I_{ji} I_{s(i+k)} & k = 0, 1, \dots, N-1 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=|k|}^{N-1} I_{ji} I_{s(i+k)} & k = -1, -2, \dots, -N+1 \\ 0 & |k| \geq N \end{cases} \quad (5-25)$$

Se puede demostrar que cuando $N \gg k$, el valor de $\Gamma(k)$ es muy parecido al verdadero valor de la correlación^[5-10].

En nuestro caso, calculamos el valor del coeficiente de correlación definido en función de las fluctuaciones de intensidad $\Delta I = I_i - \langle Y \rangle$

$$\Gamma_{\Delta I_j \Delta I_s}(k) = \begin{cases} \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-k-1} (I_{ji} - \langle I_j \rangle)(I_{s(i+k)} - \langle I_s \rangle) & k = 0, 1, \dots, N-1 \\ \frac{1}{N} \sum_{i=|k|}^{N-1} (I_{ji} - \langle I_j \rangle)(I_{s(i+k)} - \langle I_s \rangle) & k = -1, -2, \dots, -N+1 \\ 0 & |k| \geq N \end{cases} \quad (5-26)$$

y

$$\rho_I(k) = \frac{\Gamma_{\Delta I_j \Delta I_s}}{\sigma_{I_j} \sigma_{I_s}} \quad (5-27)$$

En nuestro caso, la medida de la decorrelación que estamos buscando, corresponde a la deformación de la misma figura de speckle luego $k = 0$. (Superposición de la misma figura de speckle). Sin embargo el cálculo del coeficiente de correlación para valores de $k \neq 0$ nos permite el correcto reposicionamiento del detector, como describiremos en la parte experimental (Apéndice E).

CAPITULO VI - MEDICIONES EXPERIMENTALES DE RUGOSIDAD.

En este capítulo se presentan las mediciones experimentales de rugosidad realizadas aplicando el método de correlación digital de figuras de speckles, desarrollado en el capítulo anterior. Se han efectuado determinaciones mediante reflexión de luz por una superficie rugosa y transmisión por una transparencia difusora.

Se muestran otras aplicaciones de este método a la medición de porosidad de rocas y a la determinación del tamaño de partículas.

Finalmente se propone un método visual para la medición de rugosidades.

VI.1- MÉTODO DE CORRELACIÓN ANGULAR - DIGITAL

VI.1.a. Reflexión^[6-1; 6-2]

Las muestras medidas consistieron en discos de bronce, pulidos mediante el método del constructor de lentes ^[3-5;3-6] para garantizar una distribución Gaussiana de alturas. Se utilizaron diferentes tamaños de grano para obtener diferentes valores de rugosidad, pero siempre dentro de la condición $\sigma > \lambda$.

Descripción del método

Se ilumina con un haz coherente, una superficie rugosa como se vio en la figura 5-2. Un arreglo lineal de detectores del tipo CCD ubicado en la dirección de reflexión especular, registra la distribución de intensidades del speckle. Luego se rota la superficie un pequeño ángulo $\delta\theta$. Para observar la deformación de los mismos granos de speckle, se desplaza el detector un ángulo $2\delta\theta$ (5-14). En esta posición, el detector registra el nuevo patrón de intensidad. Se repiten estos registros para otros valores de $\delta\theta$. Se calcula la correlación de cada una de estas intensidades con la primera y de la relación ρ_I vs. $\delta\theta$ se obtiene el valor de la rugosidad, ajustando los valores experimentales por regresión numérica a la curva teórica (Ec. 5-16).

Dispositivo experimental

Un láser de He-Ne ($\lambda = .633 \mu\text{m}$) incide sobre la superficie rugosa a través de un sistema compuesto por tres lentes (Figura 6-1): O_1 es un objetivo de microscopio que ensancha el haz; O_2 es una lente esférica que determina el plano de Fourier sobre el detector; O_3 es una lente cilíndrica que en combinación con la lente O_2 determina un foco sobre la muestra como se ve en la figura 6-2 y hace que los granos de speckle sobre el detector sean alargados en el sentido transversal a la línea de detectores de manera de hacer casi insensible la medición a posibles desplazamientos transversales que podrían introducir una decorrelación adicional.

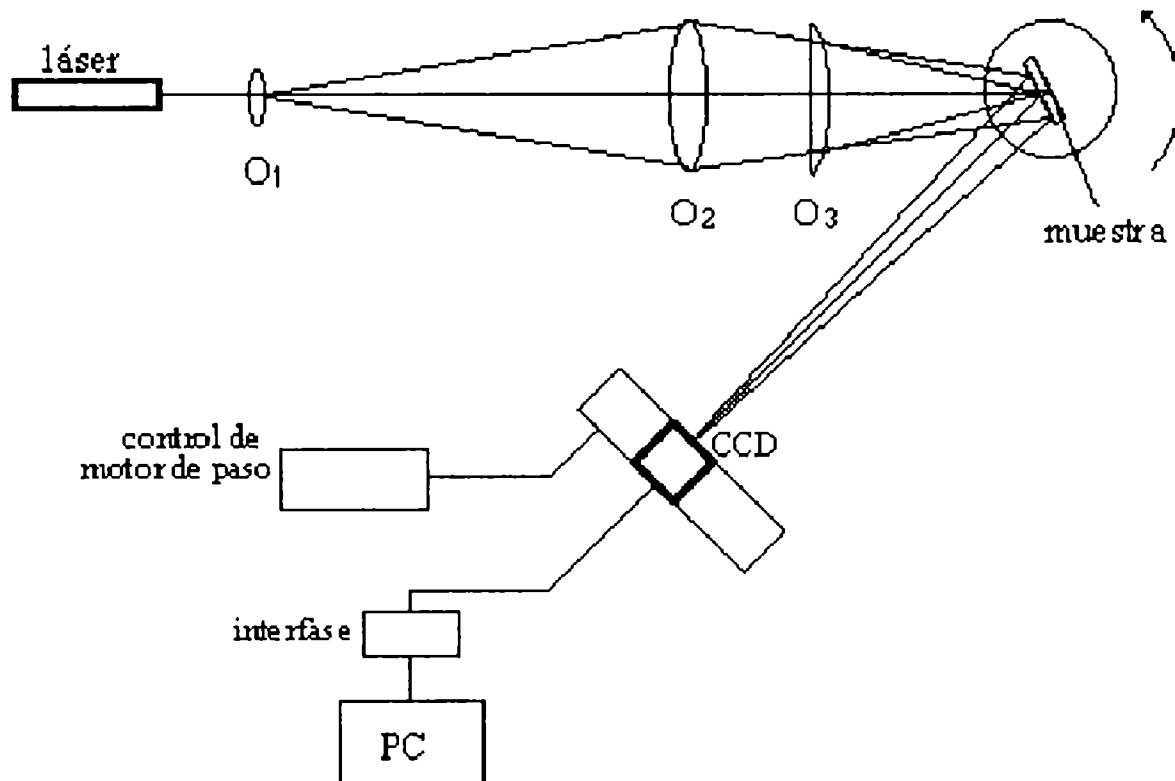


Figura 6-1

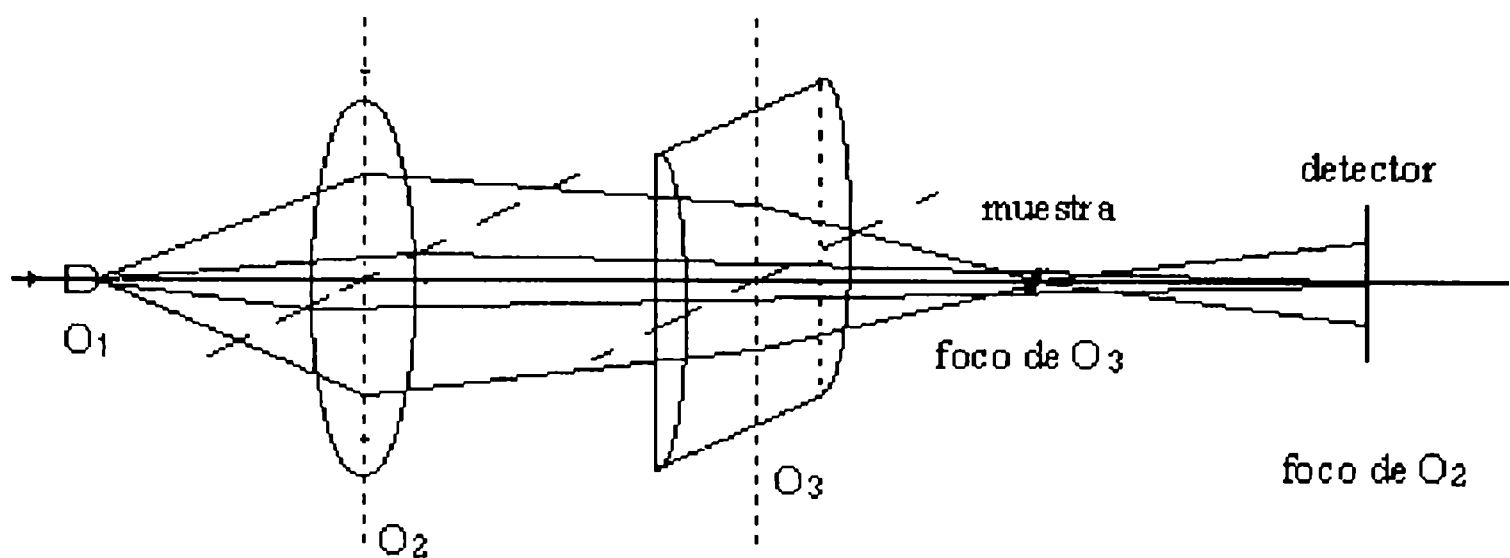


Figura 6-2

La muestra rugosa se encuentra montada sobre un goniómetro que le permite girar alrededor de un eje contenido en el plano medio de la superficie rugosa y perpendicular al haz incidente. Un conjunto de movimientos micrométricos permite ajustar esta posición.

El detector es del tipo CCD (“charge coupled device”) y consiste en un arreglo de 512 sensores alineados de $7\ \mu\text{m}$ de ancho separados entre sí por una distancia de $13\ \mu\text{m}$.

Cada rotación es acompañada por una traslación del detector. Esta, se realiza mediante un motor de pasos manejado por un controlador digital con un desplazamiento mínimo igual a $2.5\ \mu\text{m}$.

La cámara CCD, está conectada mediante una interfase a una computadora. El monitor de dicha computadora, muestra la distribución de intensidad de los sucesivos registros de speckles (figura 6-3.a superpuestos y 6-3.b desplazados).

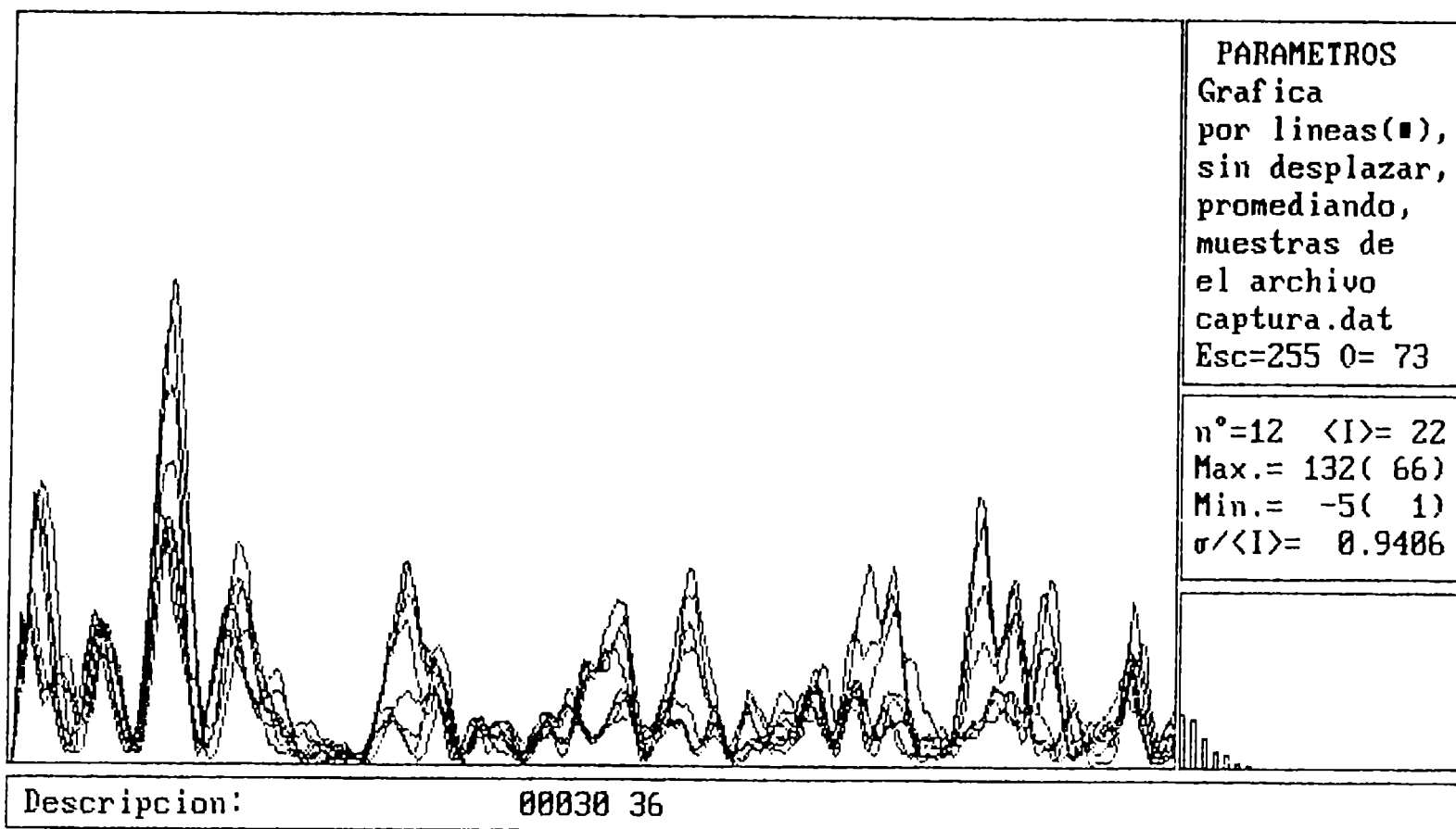
En la figura 6-3.b se aprecia claramente, la variación de cada grano de speckle cuando se varía el ángulo de incidencia.

La comparación visual de las figuras de speckle sobre la pantalla, permite un primer ajuste de la superposición de las mismas, que se efectúa con el goniómetro.

INEND-CNEA

CAPTURA DE DATOS - R.G v 6.7

GRUPO DE OPTICA



>

Figura 6-3.a

INEND-CNEA

CAPTURA DE DATOS - R.G v 6.7

GRUPO DE OPTICA

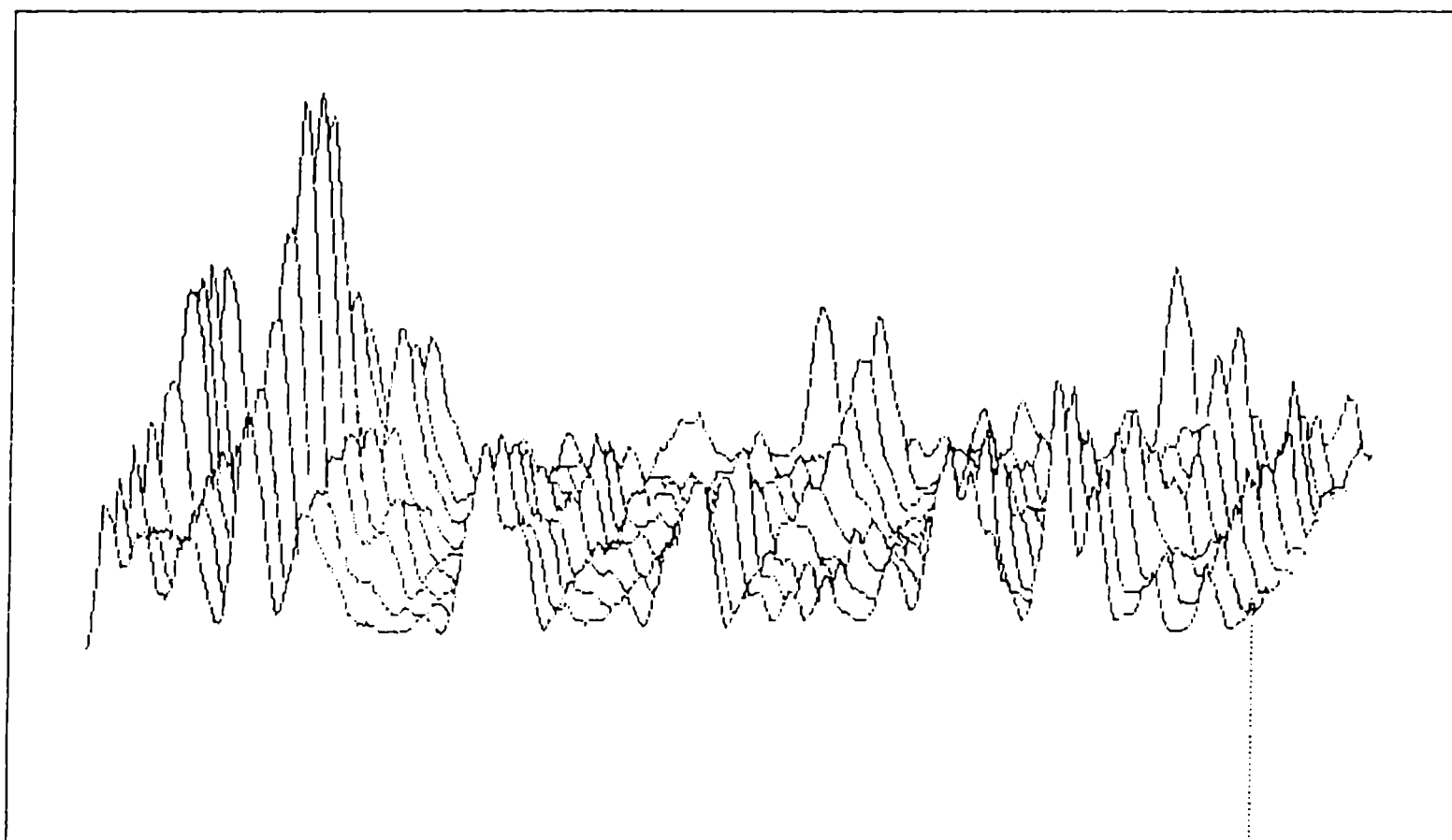


Figura 6-3.b

Los registros de intensidad, son almacenados para cada posición de la muestra.

Posteriormente se procesan las muestras almacenadas: mediante el algoritmo correspondiente (5-26), se efectúa la correlación de las sucesivas figuras de speckle con la primera. El programa devuelve los valores máximos de las distintas correlaciones y el correspondiente corrimiento Δk con el cual, por software se realiza un ajuste fino de la posición. El mismo programa ajusta los datos experimentales de correlación con la curva teórica dando el valor de la rugosidad σ correspondiente (Apéndice E).

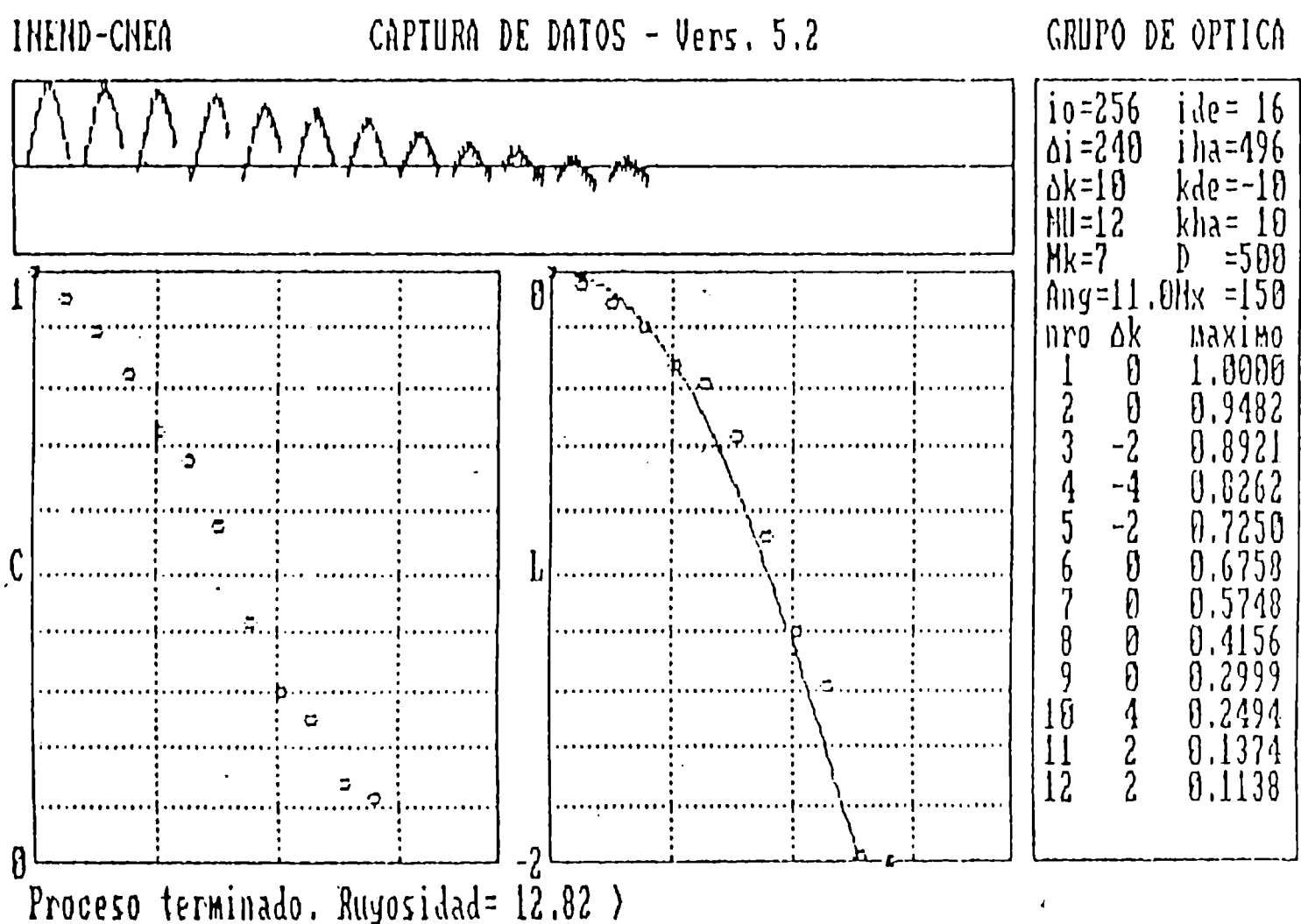


figura 6-4

La figura 6-4, muestra estos resultados. En la parte superior, se muestran las sucesivas correlaciones, en el centro, los valores de la correlación y del logaritmo de la correlación en función de $\delta\theta$ y en la parte inferior, el valor de la rugosidad calculada.

Los errores en el cálculo de σ provienen principalmente de la medición del ángulo $\delta\theta$, pero son mucho menores que los errores estadísticos, salvo los provenientes de lo acertado o no del modelo usado.

Los valores del cuadro de la derecha corresponden a la elección del tamaño y posición de la ventana que selecciona un subconjunto de muestras dentro de las 512 detectadas en cada serie. En el mismo cuadro se ingresan para el cálculo, la cantidad de series, el ángulo de incidencia inicial y la distancia del detector a la superficie rugosa. A continuación, aparecen para cada serie el valor máximo de su correlación con la primera.

Resultados

La figura 6-5 muestra los datos experimentales y las curvas teóricas (5-16) con el valor de rugosidad calculado a partir de ellos, para tres de las distintas muestras medidas.

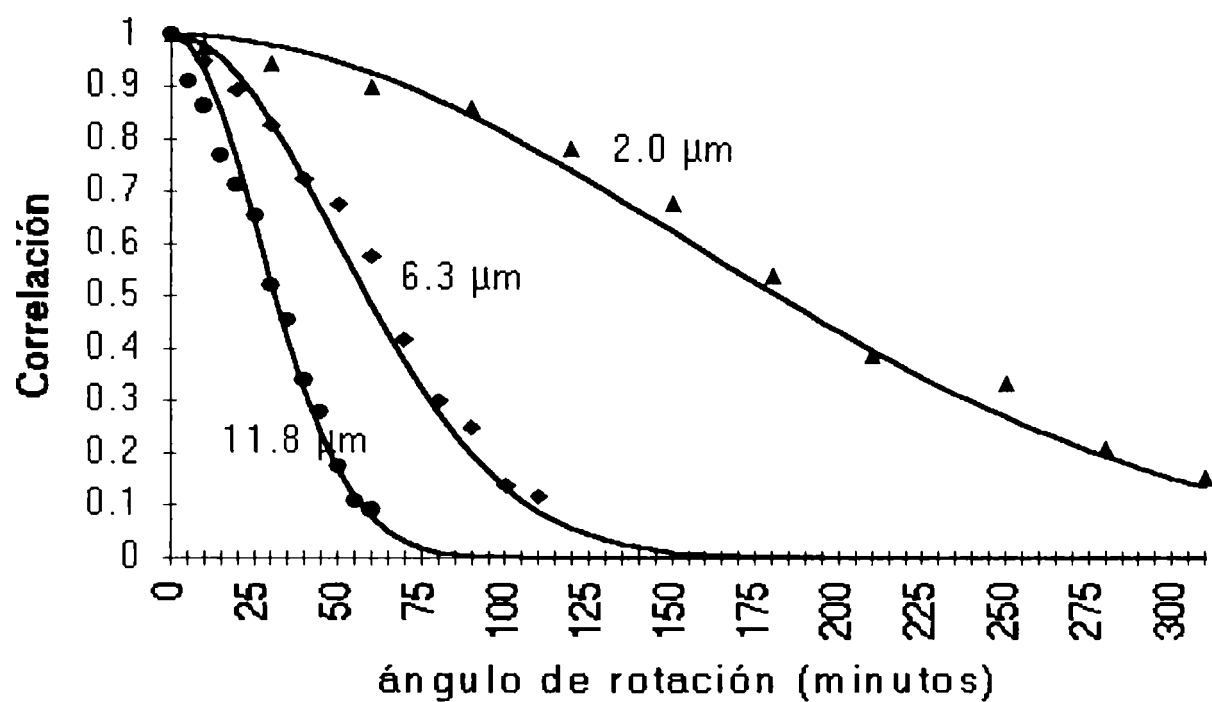


Figura 6-5

En la Tabla 6-1 se ven los resultados de las mediciones realizadas con el presente método y las obtenidas con un rugosímetro electromecánico Hommel-Werke.

muestra	n° 1	n° 2	n° 3
σ (correlación)	$(11.8 \pm 1.5) \mu\text{m}$	$(6.3 \pm 0.7) \mu\text{m}$	$(2.0 \pm 0.2) \mu\text{m}$
σ (rugosímetro)	$(11 \pm 2) \mu\text{m}$	$(6 \pm 1) \mu\text{m}$	$(1.9 \pm 0.5) \mu\text{m}$

Tabla 6-1

Se han considerado, como en todos los casos de medición de rugosidades, los errores estadísticos sobre un conjunto de mediciones sobre la misma muestra (no menor que cinco), con los dos métodos.

Los resultados experimentales obtenidos por nuestro método muestran una buena concordancia con las mediciones hechas con el rugosímetro electromecánico ($\sigma = 1.25 R_a$, Cap. I)

VI.1.b. Transmisión^[6-3]

A nuestro conocimiento, no se han realizado mediciones de rugosidad de materiales dieléctricos transparentes por el método de correlación angular de speckles. Como se mostró en el capítulo anterior, existe también para este caso, una sencilla relación entre la variación del ángulo de incidencia $\delta\theta_0$ y la rugosidad σ de la superficie (5-19). Por este motivo encontramos razonable, aplicar este método al estudio de estos materiales.

Descripción del método.

El dispositivo experimental, es similar al que utilizamos para estudiar la distribución angular de la intensidad media dispersada (Capítulo III), y que se puede ver en la figura 5-11.

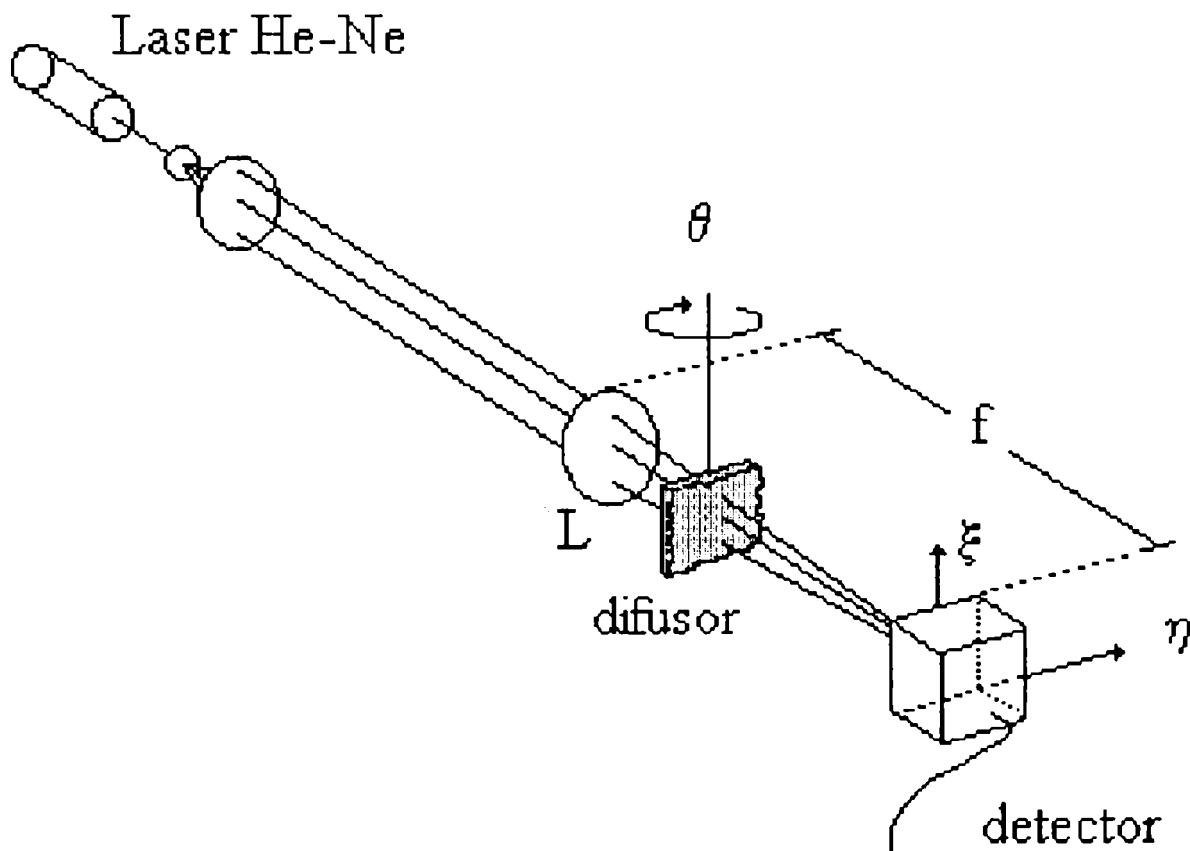


Figura 6-5

Un haz de láser incide sobre el difusor a través de un sistema de lentes y se observa la figura de speckle en el plano focal de la lente L, en la dirección de incidencia del haz.

La normal al plano medio del difusor, forma en la posición inicial, un ángulo $\theta_0 \neq 0$ con la dirección del haz incidente.

Un detector lineal tipo CCD (el mismo que utilizamos en las experiencias anteriores) se coloca en la dirección del haz incidente ($\theta_2 = \theta_0$). (El corrimiento por refracción es despreciable pues usamos difusores delgados)

Se registra y almacena la distribución de speckle inicial y luego se rota la superficie un pequeño ángulo $\delta\theta_0$ registrando y almacenando la nueva distribución de speckles.

Se continua rotando la muestra y almacenando los registros para sucesivos valores de $\delta\theta_0$ hasta que, comparando visualmente los registros de speckle (iguales que en la figura 6-3) se aprecie una sensible diferencia con la distribución inicial.

Se procesan luego los datos como en el caso anterior, ajustándose ahora los valores de correlación con la curva teórica (5-21) para encontrar el valor de la rugosidad σ .

Resultados

La figura 6-6, muestra los resultados experimentales y la curva teórica con el parámetro σ obtenido mediante esta experiencia.

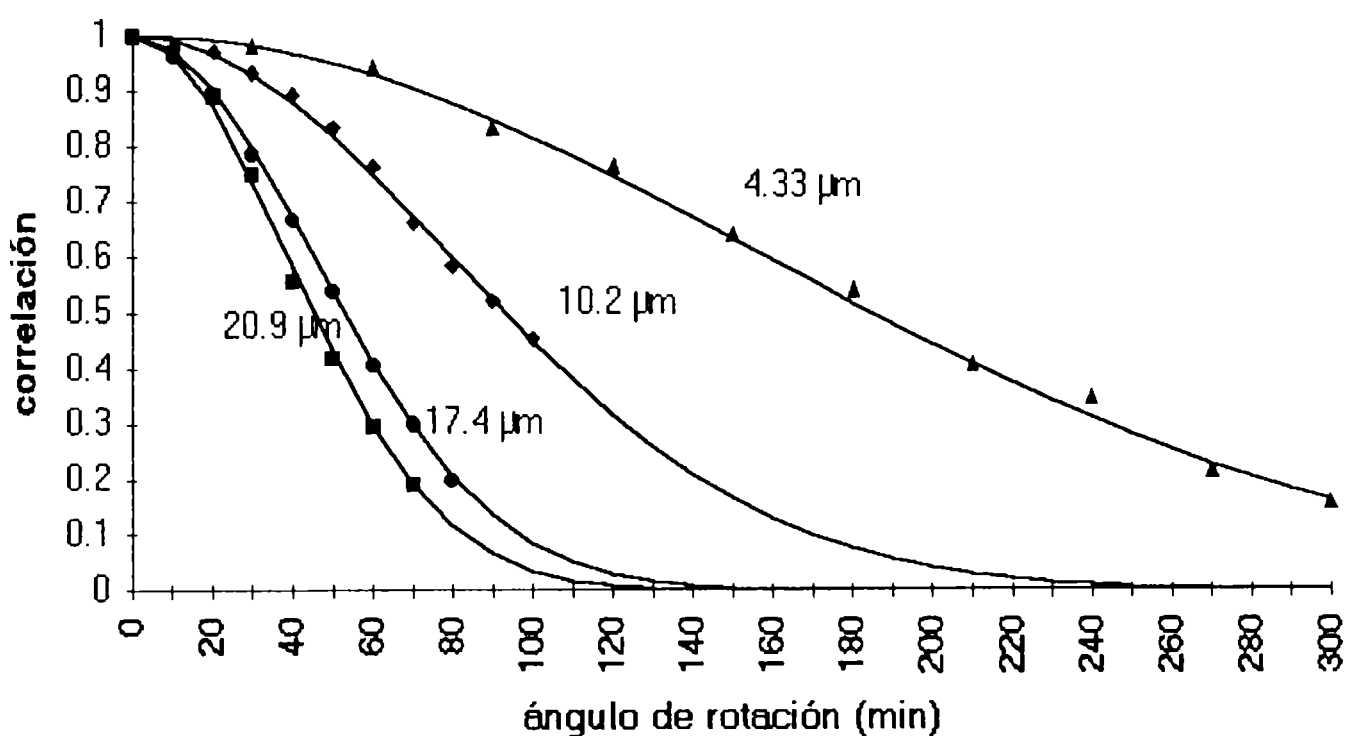


Figura 6-6

La Tabla 6-2 muestra los resultados obtenidos por este método y las mediciones hechas con un rugosímetro electromecánico.

muestra	n°1	n°2	n°3	n°4
$\sigma(\text{correlación})$	$(4.3 \pm 0.5) \mu\text{m}$	$(10.2 \pm 0.5) \mu\text{m}$	$(17.4 \pm 1.5) \mu\text{m}$	$(20.9 \pm 1.5) \mu\text{m}$
$\sigma(\text{rugosímetro})$	$(4.2 \pm 0.5) \mu\text{m}$	$(10.0 \pm 1.0) \mu\text{m}$	$(16.5 \pm 2.0) \mu\text{m}$	$(19.0 \pm 2.0) \mu\text{m}$

Tabla 6-2

La escasa dispersión entre los datos experimentales y las curvas teóricas nos permite pensar que es posible determinar la rugosidad con dos o tres puntos lo que simplificaría enormemente el proceso de medición.

VI.1.c. Conclusiones

En las mediciones de rugosidad por reflexión, hemos hecho una simplificación del método de Leger. Las experiencias de este último, se deducen de la teoría de Beckmann y esta se desarrolla suponiendo que la superficie rugosa es metálica con coeficiente de reflexión $R = 1$.

La extensión que realizamos para materiales dieléctricos transparentes, tomando el valor medio del coeficiente de transmisión t constante, nos permitió llegar no solo a una expresión que relaciona las variaciones del ángulo de incidencia con la correlación de intensidades y la rugosidad, sino que la verificación experimental es excelente como se ve de la figura 6-6 y la tabla 6-2.

VI.2 - OTRAS APLICACIONES DEL MÉTODO DE CORRELACIÓN DE SPECKLES.

La utilización del método de correlación de speckles para el estudio de superficies rugosas y los resultados razonablemente nuevos obtenidos, nos condujo a pensar en extender su aplicación a otros medios con características aleatorias aún cuando desconociéramos la relación teórica entre el medio y la rugosidad medida. Realizamos entonces experiencias para caracterizar rocas porosas y para medir tamaño de partículas de polvos.

VI.2.a. Medición de porosidad de rocas^[6-1;6-2]

Una de las magnitudes que caracterizan las rocas de un reservorio petrolífero es la porosidad p , debido a que ella determina la capacidad de almacenamiento de la roca.

Dado que la porosidad de las rocas es un parámetro muy importante para determinar el comportamiento del reservorio, las compañías petroleras están interesadas en nuevos métodos para medir porosidad "in situ". Los métodos ópticos son una nueva e interesante posibilidad.

Ha sido estadísticamente demostrado^[6-3], que la porosidad superficial es igual a la porosidad volumétrica. La porosidad superficial puede ser considerada como la sección transversal de todos los poros intersectados por un plano, y luego expresados como una fracción de la sección transversal total de la roca.

Como la porosidad superficial de las rocas presenta características aleatorias análogas a la rugosidad de una superficie, decidimos utilizar el método de correlación de speckles para muestras obtenidas de pozos petrolíferos.

La porosidad, se define como la fracción del volumen total que no está lleno por la materia sólida^[5-11], y generalmente se expresa como un porcentaje:

$$p\% = 100 \cdot \frac{\text{volumen poroso}}{\text{volumen total}}$$

o

$$p\% = 100 \cdot \frac{\text{volumen total} - \text{volumen de granos}}{\text{volumen total}}$$

Aunque no se puede decir que, en general, la porosidad posea una distribución aleatoria gaussiana, nosotros aplicamos el método de correlación digital de speckles usado para medición de

rugosidades y comparamos los valores de σ obtenidos, con los valores de porosidad medidos por métodos convencionales.

Las muestras fueron cortadas de testigos de corona provistos por la empresa ASTRA S.A. y corresponden a pozos petrolíferos de la Argentina.

Se construyó un dispositivo, en el que se colocan las muestras, que permitió su montaje en la misma configuración geométrica que muestra la figura 5-6.

Debido a la escasa reflectividad de las superficies rocosas, se requirió mayor potencia de láser para optimizar la relación señal/ruido del conjunto detector- conversor.

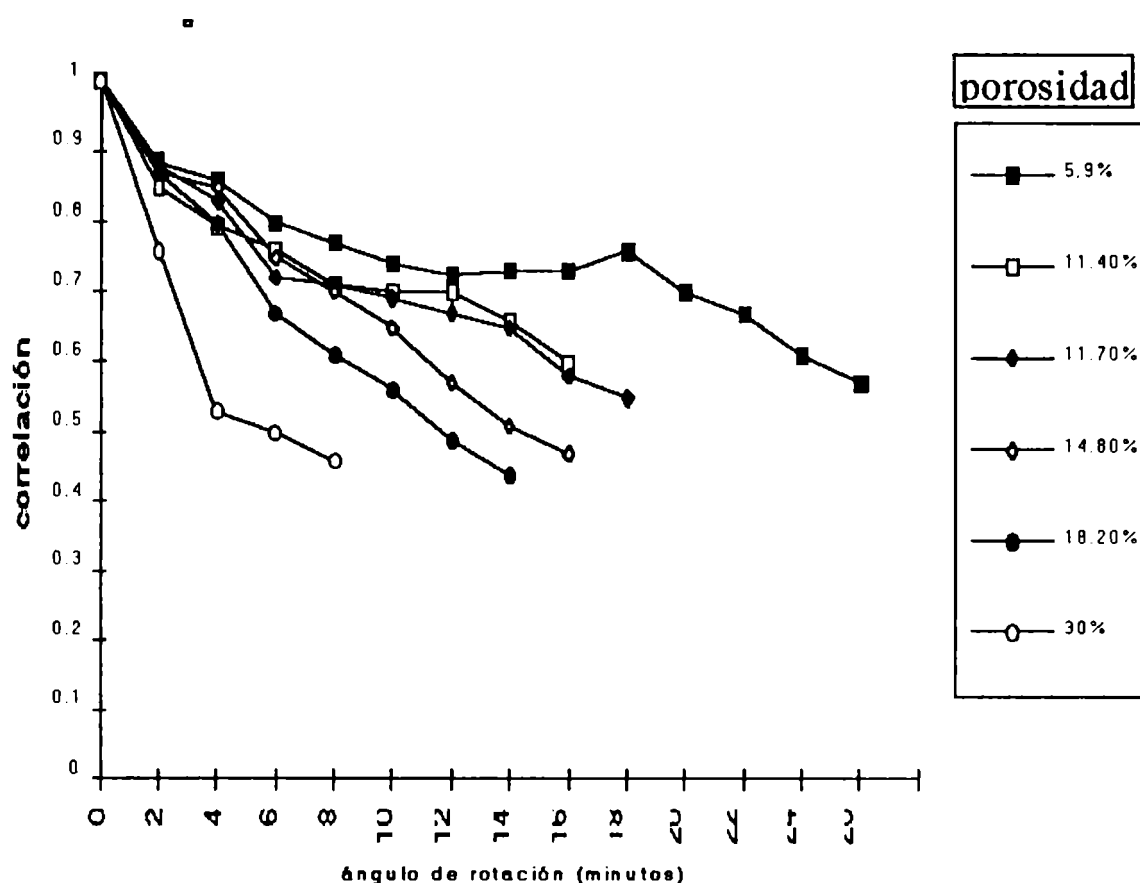


Figura 6-8

La figura 6-8, muestra la variación de la correlación del speckle en función del ángulo de rotación de las muestras para distintos valores de porosidad.

Para calcular la rugosidad asociada a estas curvas utilizamos la expresión (5-16). Las características que presentan estas curvas, no son similares a las obtenidas por superficies rugosas gaussianas, entonces, para disminuir el error, tomamos en cada una de ellas, aquellos puntos para los cuales a una pequeña variación en $\delta\theta$ le corresponde la máxima decorrelación.

La figura 6-9 muestra que existe una relación lineal entre la porosidad y los valores de la rugosidad obtenidos por este método, con un coeficiente de correlación de 0.997.

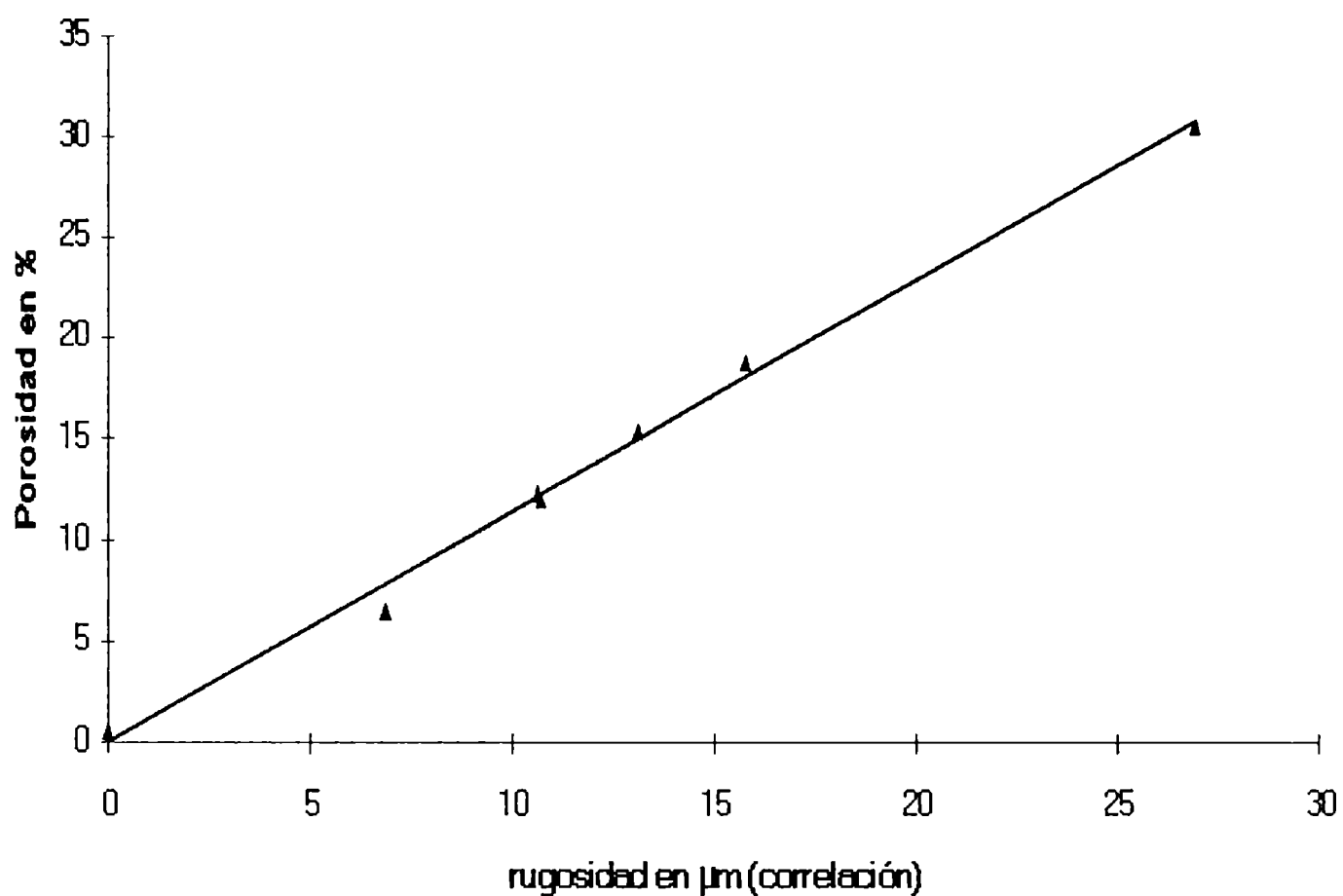


Figura 6-9

De las curvas de correlación de intensidades de speckle vs. $\delta\theta$, se deduce que la superficie de la roca no se ajusta a un modelo gaussiano. sin embargo, existe un alto grado de correlación entre la correlación y el parámetro de rugosidad medido.

Podemos pensar entonces que este método se puede extender al análisis de otros parámetros superficiales aleatorios.

Los resultados obtenidos nos permiten imaginar este método como apto para medir la porosidad de rocas, sin embargo, es necesario encontrar una teoría que relacione la porosidad con la correlación del speckle. Esto escapa al alcance del presente trabajo, pero deja abierta la posibilidad de continuar los estudios en esta dirección.

VI.2.b. Medición del tamaño de partículas

También se pensó que una aplicación interesante podría ser la medición del tamaño de partículas.

Sobre la base del mismo experimento, se dispusieron muestras constituidas por partículas de carborundum de tamaño conocido.

Se utilizaron lijas comunes de carburo de silicio usadas para metalografía, por estar estas construidas en base a granos de esmeril de un dado tamaño o menor.

Si bien en estas mediciones se observó una decorrelación de las figuras de speckle, la dispersión de las medidas es muy grande cuando se pretende asignarle un valor de rugosidad. A pesar de ello, existe una relación interesante entre ella, y el valor del tamaño de partículas que provee el fabricante, como se ve en la figura 6-10

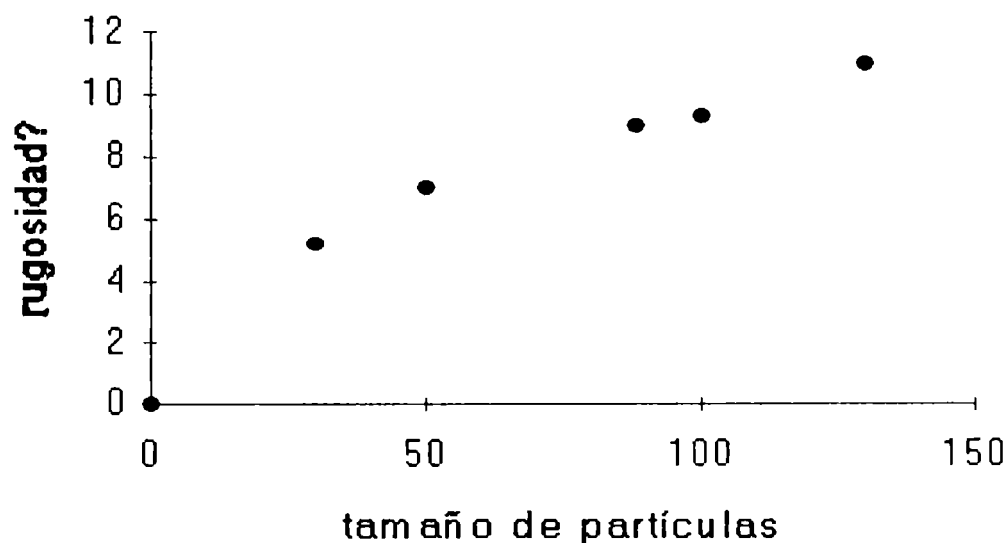


Figura 6-10

A pesar de la dispersión de las mediciones, los resultados obtenidos, nos permiten suponer que esta sería otra aplicación del método. Sin duda, este uso debe ser estudiado más profundamente. En primer lugar, habría que mejorar el diseño de las muestras y tener más certeza sobre el tamaño de partículas.

Ambas aplicaciones muestran que, algunas magnitudes que puedan ser relacionadas con una característica superficial, pueden ser estudiadas observando la figura de speckles producidas por ellas cuando son iluminadas por luz coherente. Además, si existe algún grado de correlación entre figuras de speckle cuando se varían ligeramente las condiciones de iluminación, es posible que una medida de esta correlación, esté relacionada con algún parámetro característico de dicha superficie.

VI.3-DETERMINACIONES DE RUGOSIDAD POR OBSERVACIÓN VISUAL DIRECTA DE FIGURAS DE SPECKLE^[6-4]

Hemos desarrollado dos tipos de métodos ópticos que pueden ser aplicados al la caracterización de superficies rugosas; uno basado en las propiedades de primer orden de la luz dispersada, y otro basado en la información obtenida a partir de las propiedades de segundo orden.

A partir de la experiencia adquirida a través de este trabajo, desarrollamos un simple pero preciso método para determinar la rugosidad de superficies en el rango de 1-30 μm . Está basado en el método de correlación angular de speckles, modificado para adaptarlo a un particular sistema de detección: el ojo desnudo.

Experimento

Un láser de He-Ne, ilumina directamente una superficie rugosa. Esta, se encuentra montada sobre una plataforma que le permite rotar alrededor de un eje contenido en su plano medio.

Una pantalla de observación semicircular, se encuentra ubicada a 1,80 m, de manera que la distancia entre la superficie rugosa y la pantalla, permanece constante $\pm 0.01\text{m}$ (Figura 6-11).

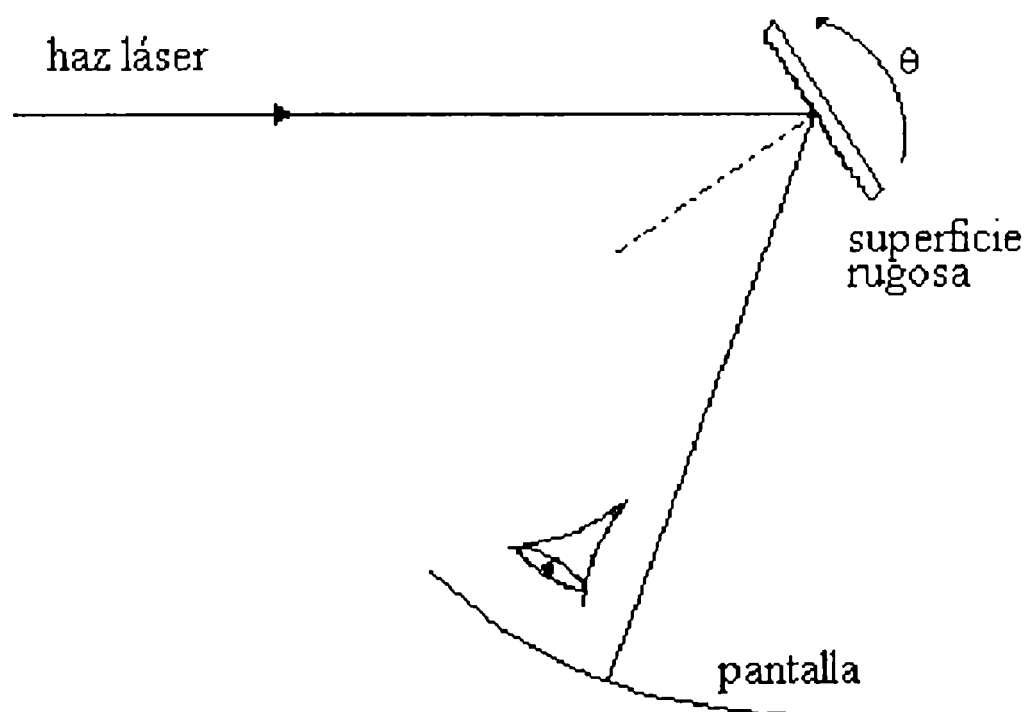


Figura 6-11

Se procede entonces de la siguiente manera:

- (1) El observador se ubica frente a la pantalla.
- (2) El observador selecciona visualmente, cerca de la dirección especular, un grupo de aproximadamente 5 granos.
- (3) Se rota la superficie y el observador sigue el movimiento de un grano del grupo hasta su extinción total, registrando el ángulo al cual esto ocurre.
- (4) Esta operación se repite para todos los granos del grupo.
- (5) Estos pasos se repiten para diferentes grupos de granos y observadores.
- (6) Finalmente, se hace un promedio de los diferentes valores de ángulos de extinción obtenidos por cada observador.
- (7) Se asigna un valor de correlación $\rho_I(\delta\theta) = .01$ al ángulo de extinción^[6-5].

De la ecuación (5-16) puede ser determinado el valor σ de la rugosidad.

Se utilizaron un conjunto de muestras de rugosidad conocida.

La tabla 6-3, muestra los resultados obtenidos por nuestro método visual y las mediciones hechas con un rugosímetro Hommel-Werke. Puede verse que hay una muy buena coincidencia entre ambas mediciones.

muestra	$\bar{\sigma}$ (μm)	$\sigma_{\text{rugosímetro}}$ (μm)	$\Delta\bar{\sigma}$ (μm)	$\Delta\sigma_{\text{rugosímetro}}$ (μm)
1	5.1	5.4	0.5	1.0
2	4.6	4.0	0.5	0.8
3	2.6	2.9	0.5	0.5

Tabla 6-3

Los resultados obtenidos, muestran que el método visual es válido y tiene una buena precisión para algunas necesidades industriales.

En este método se consideró que el punto de extinción del grano de speckle corresponde a su total decorrelación, lo cual está en coincidencia con el mínimo contraste perceptible por el ojo. Para mediciones visuales de valores de correlación intermedios, la percepción visual no es suficientemente precisa.

Esto es debido a la dificultad humana en distinguir entre contraste y cambio de forma (decorrelación).

Existen algunos problemas relacionados con la correlación visual. Al principio, se pensó en una determinación sicofísica del grado de correlación entre la primera y la última posición del grano considerado, pero después de muchos experimentos, se concluyó que la retención de la forma geométrica percibida, es otro sujeto de investigación. Consecuentemente, la necesidad de evaluar la decorrelación por medio del ojo desnudo, es un problema que debe ser estudiado.

Como conclusión digamos que el haber reemplazado la gaussiana por un triángulo continúa dando resultados muy razonables y nos refuerza en la idea, como dijimos más arriba, de pensar en su uso industrial mediante operadores con sólo un razonable entrenamiento.

CAPITULO VII - CORRELACIÓN DE SPECKLES POR CAMBIO DE ÍNDICES DE REFRACCIÓN^[7-1]

Pensar en nuevas y mas sencillas técnicas para medición de rugosidad de superficies, parece ser uno de los desafíos actuales, en función de la creciente demanda de técnicas de control de calidad rápidas y confiables. Los métodos ópticos no-destructivos, algunos de los cuales hemos desarrollado en el presente trabajo, pueden ocupar un papel preponderante en este sentido.

Los trabajos de Gaggioli y Roblin ^[7-2;7-3], los de Pedersen y Giglio^[7-4;7-5] y, el estudio desarrollado por nosotros en III-2, nos permitió concebir una nueva técnica basada en los cambios que experimenta la dispersión de luz, cuando esta atraviesa medios de distinto índice de refracción.

V.1. Teoría

Como en el capítulo III, consideremos un esquema geométrico simplificado, en el cual un difusor translúcido de índice de refracción n_1 , es iluminado por una onda plana linealmente polarizada (Figura 7-1).

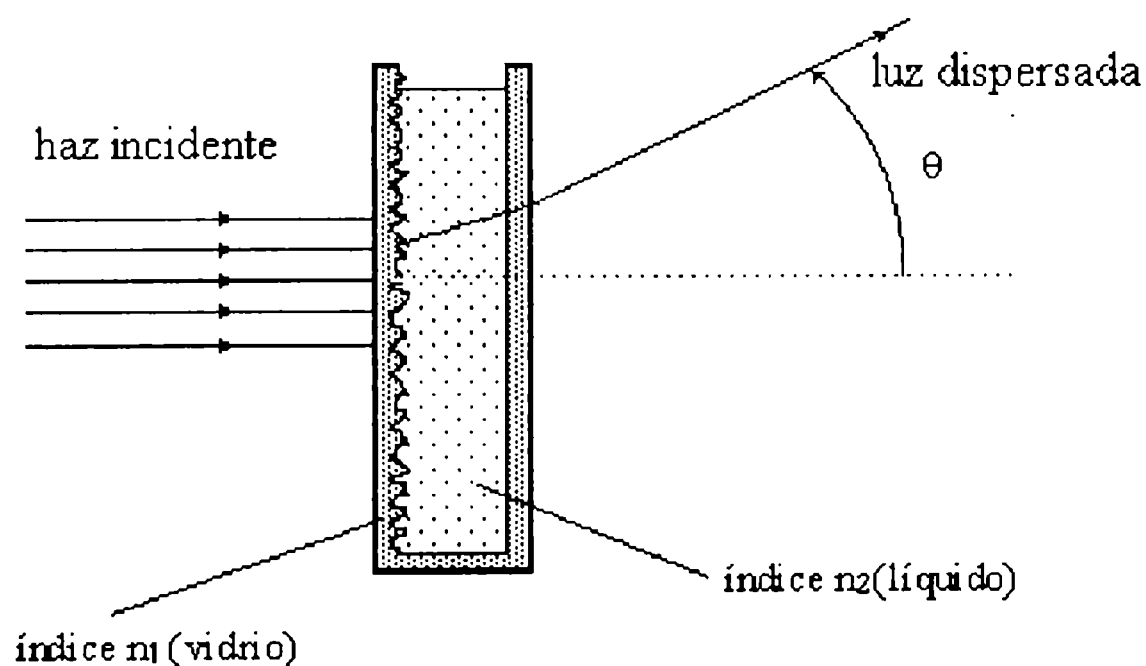


Figura 7-1

La luz es dispersada en un medio con índice de refracción n_2 ($n_0=1$).

En el plano de observación tenemos una figura de speckle.

Como vimos en el capítulo III, la luz dispersada en una dirección (θ_2, θ_3) será:

$$E(\theta_2, \theta_3) = K_{2T}(\theta_2) \iint_{xy} p(x, y) e^{i\mathbf{v} \cdot \mathbf{r}} dx dy \quad (7-1)$$

En este caso consideramos incidencia normal $\theta_1 = \varphi = 0$, y tenemos:

$$\mathbf{v} = k(-n_2 \text{sen}\theta_2 \cos\phi_2, -n_2 \text{sen}\theta_2 \text{sen}\phi_2, n_1 - n_2 \cos\theta_2)$$

$$\mathbf{r} = (x, y, h(x, y))$$

$$K_{2T}(\theta_2) = \frac{iA_0 k \langle t \rangle e^{ikn_2 D}}{4\pi D} \frac{(n_1 - n_2)n_2(1 + \cos\theta_2)}{n_1 - n_2 \cos\theta_2}$$

Cuando el índice de refracción n_2 cambia en δn_2 , la figura de speckle sufre una decorrelación que depende, como en los casos anteriores del cambio de \mathbf{v} :

$$\mathbf{v}' = \{-(n_2 + \delta n_2) \text{sen}\theta_2 \cos\phi_2, -(n_2 + \delta n_2) \text{sen}\theta_2 \text{sen}\phi_2, [n_1 - (n_2 + \delta n_2) \cos\theta_2]\}$$

Elegimos el punto de observación en la dirección del haz incidente, luego:

$$\theta_2 = \theta_3 = 0 \Rightarrow v_x = v'_x = 0 \Rightarrow \Delta v_x = 0 \quad y$$

$$\Delta v_z = v_z - v'_z = k \delta n_2 \cos\theta_2 = k \delta n_2$$

Entonces la correlación de amplitudes será en este caso:

$$C_A(n_2, \delta n_2) = e^{-\frac{\sigma^2}{2} \Delta v_z^2} = e^{-\frac{\sigma^2}{2} k^2 \delta n_2^2} \quad (7-2)$$

y la correlación de intensidades será:

$$\rho_I = e^{-\sigma^2 k^2 \delta n_2^2} \quad (7-3)$$

Para arribar a esta expresión hemos seguido los mismos pasos y hemos hecho las mismas consideraciones que en los capítulos anteriores.

Sobre el plano de observación, calculamos entonces:

$$\rho_I = \frac{\langle I_{n_2} I_{(n_2 + \delta n_2)} \rangle - \langle I_{n_2} \rangle \langle I_{(n_2 + \delta n_2)} \rangle}{[(\langle I_{n_2}^2 \rangle - \langle I_{n_2} \rangle^2)(\langle I_{(n_2 + \delta n_2)}^2 \rangle - \langle I_{(n_2 + \delta n_2)} \rangle^2)]^{1/2}}$$

VII.2. Experimento

El dispositivo experimental, se muestra en la figura 7-2.

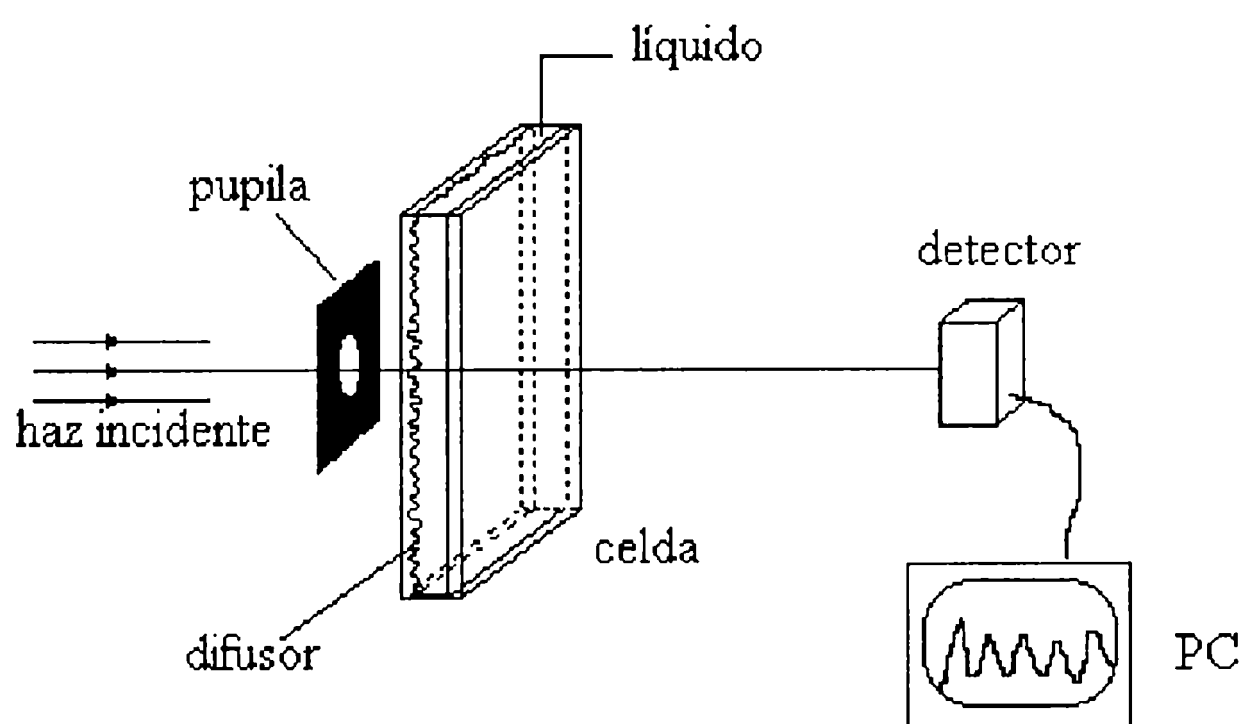


Figura 7-2

El haz colimado de un láser de He-Ne, incide perpendicularmente sobre la cara exterior de una celda. El lado interno de esta cara es la superficie rugosa. La celda se llena con líquidos que tienen diferentes índices de refracción. Los líquidos son obtenidos, mezclando diferentes proporciones de acetona y CS_2 .

Una cámara CCD lineal, colocada en el plano de observación en la dirección $\theta_2 = 0$, registra la distribución de intensidades del speckle.

Como vimos en las experiencias anteriores, el área iluminada debe cumplir los siguientes requerimientos: cada grano de speckle debe ser muestreado por varios pixels de la cámara; y tanto el área iluminada como el número de granos registrados, debe satisfacer el teorema ergódico.

La superposición de la sucesivas figuras de speckles producidas para distintos valores del índice de refracción n_2 , se muestra en la pantalla de un monitor de PC como en los experimentos presentados en los capítulos anteriores. Luego, también en este caso, mediante un algoritmo matemático, se calcula la correlación entre la primera distribución de intensidad y cada una de las siguientes.

Después de obtener un conjunto de valores para la correlación correspondiente a cada uno de los valores δn_2 , usamos la ecuación (7-3) para calcular el valor de la rugosidad σ usando el método de cuadrados mínimos.

Las figuras 7-3-a, b y c muestran una comparación, para tres superficies distintas, entre los resultados experimentales y las curvas ajustadas por cuadrados mínimos al modelo teórico.

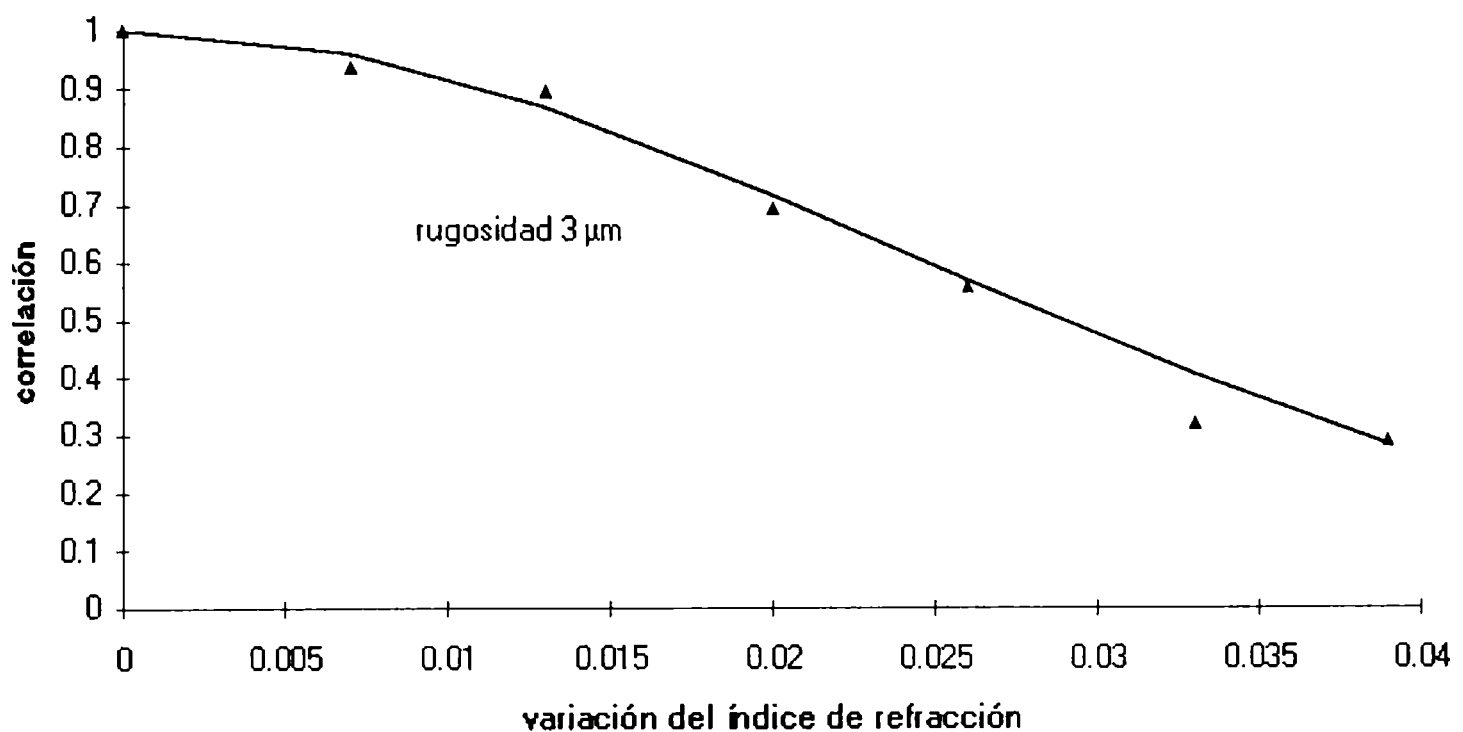


Figura 7-3.a

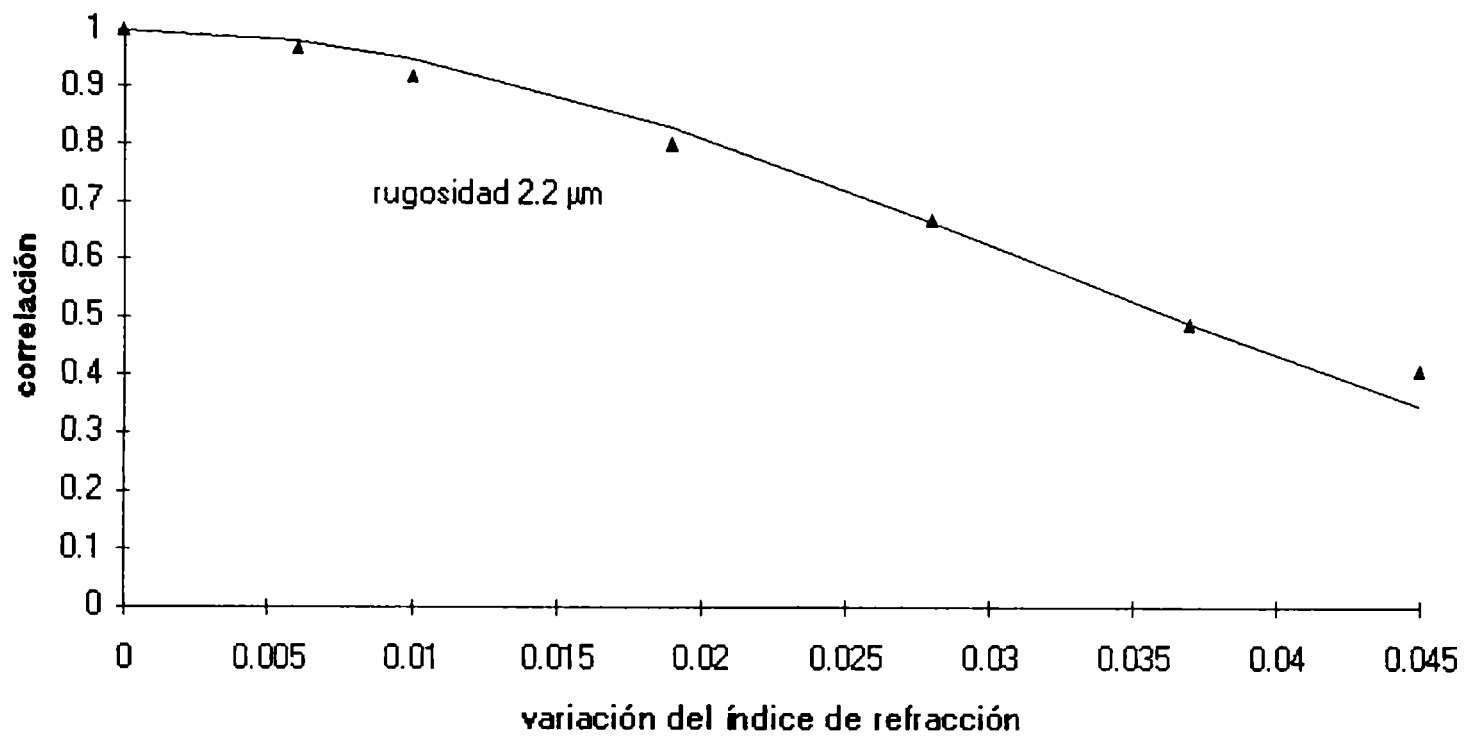


Figura 7-3.b

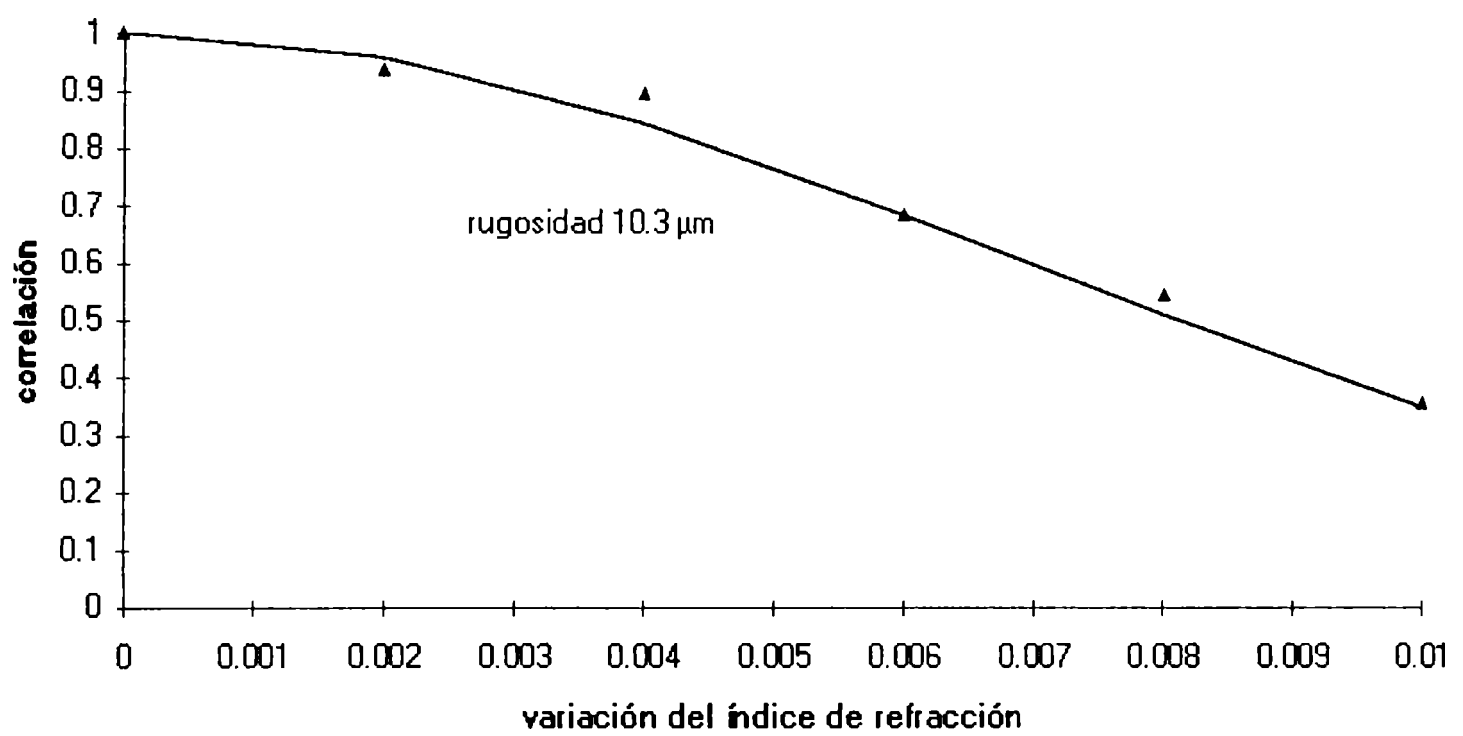


Figura 7-3.c

Los valores experimentales de σ , son comparados en la Tabla 7-1 con los valores medidos usando un rugosímetro electromecánico.

	rugosidad medida con un rugosímetro electromecánico (μm)	rugosidad medida por correlación por cambio de índice (μm)
Difusor a	3.1 ± 0.2	3 ± 0.3
Difusor b	2.7 ± 0.2	2.2 ± 0.3
Difusor c	10 ± 1	10 ± 1

Tabla 7-1

En todas las mediciones la rugosidad aparente:

$$\sigma_a = \sigma \frac{n_1 - n_2}{n_1 - 1}$$

fue siempre $> \lambda$.

Cuando $\sigma_a \leq \lambda$ las aproximaciones hechas en nuestro modelo teórico no son válidas y los valores de la correlación se apartan de la curva teórica como muestra la figura 7-4.

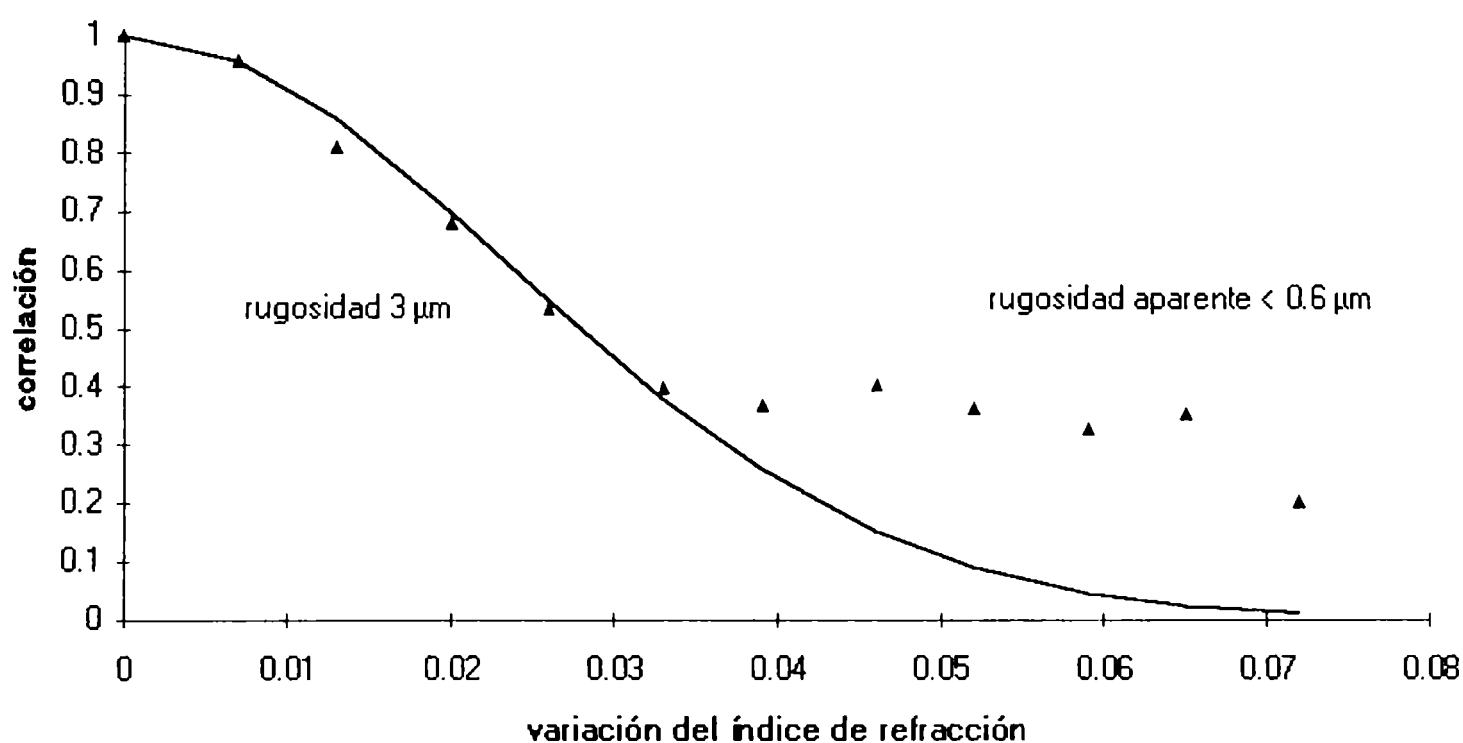


Figura 7-4

VII.3. Discusión de los resultados

Se desarrolló otro método para medir rugosidad de superficies, que opera sobre la base de correlación de speckles, utilizando líquidos de distinto índice de refracción.

Por otro lado puede concebirse un dispositivo más simple en el cual algunas gotas del líquido de medición pueden colocarse sobre la superficie rugosa de manera de humedecerla homogéneamente y luego colocarse vidrio cubre objeto sobre ella. Esto último puede sustituir la celda empleada en nuestras mediciones.

El impacto de este método, es que nos provee de una herramienta que nos permite estudiar superficies de rugosidad variable con un parámetro externo. De este modo podemos asociar este resultado con los que se obtienen con procesos tales como la oxidación o la corrosión.

CAPITULO VIII - CONCLUSIONES

Los objetivos del grupo que integro incluían el desarrollo de diferentes técnicas ópticas que permitieran evaluar el estado de una superficie. Por lo tanto, el propósito de este trabajo fue analizar el valor medio de la luz dispersada y el speckle generado por superficies difusoras,

Tomando como punto de partida, la teoría de Beckmann^[2-1] para la dispersión de ondas electromagnéticas, se desarrolló una interesante contribución (Cap. II.3), reformulando esta teoría para dieléctricos transparentes (en particular vidrios). Así se realizó un aporte original a este tema, ya bastante estudiado. A nuestro conocimiento, sólo Lefrançois^[2-4] hizo un trabajo importante en este área.

Los resultados de nuestro estudio, sometidos a experimentación (Cap. III.1 y Cap. III.3). muestran que la teoría reformulada predice correctamente varios de los aspectos fenomenológicos. En particular, el efecto “no refractivo” del corrimiento del máximo de la indicatriz de difusión. En cuanto a la zona de la curva de difusión que no concuerda con los resultados teóricos, coincide con un efecto no considerado aquí, las reflexiones múltiples. Este tema deberá ser incluido en un tratamiento posterior. Existen otros modelos mas complejos desarrollados por otros investigadores^[2-5; 2-6; 2-7], pero la concordancia con los resultados experimentales, es inferior a la que logramos nosotros con un formalismo analítico más simple.

Como los resultados teóricos dependen de σ y de T/σ , consideramos importante estudiar esta dependencia y para ello, construimos una cubeta cuya cara interior es una superficie rugosa que puede ser llenada con líquidos de diferente índice de refracción.

En lo que respecta al estudio teórico del speckle nuestra contribución es más modesta, pues hemos aplicado la teoría desarrollada en el capítulo II.3, al estudio de la correlación (V.I.b y VI.1.b.).

Indudablemente, nuestro mayor aporte ha sido el desarrollo de varios métodos nuevos para evaluar la rugosidad de superficies metálicas y dieléctricas.

La digitalización del método de correlación de speckles ha sido un trabajo interesante y nos ha permitido realizar mediciones con gran facilidad y rapidez.

El prototipo de rugosímetro desarrollado, ha sido probado con numerosas muestras conocidas con muy buenos resultados, mostrando además su versatilidad. (Cap. VI.1 - VI.1.a y VI.1.b). Esto último nos permitió medir las características de difusores conocidos “a priori” como

no gaussianos, teniéndose así una idea de los límites del método de correlación de speckles. Este tema será motivo de un estudio más profundo.

Una de las aplicaciones, para superficies no gaussianas, que ha suscitado gran interés, es el estudio de la relación entre la decorrelación de speckles y la porosidad de rocas (Cap. VI.2.a).

Otra aplicación interesante es la evaluación del tamaño de partículas. Los resultados obtenidos nos alientan en el sentido de desarrollar un granulómetro óptico, basado en la correlación de speckles.

La implementación del método visual para medir rugosidades (Cap. VI.3), que deriva de los estudios antes señalados, tiene grandes posibilidades de aplicaciones industriales. Como una persona, relativamente entrenada, puede evaluar la rugosidad de una superficie con un error no mayor al 25%, ésta es una contribución metrológica que ya ha tenido repercusión en la industria.

El estudio experimental de transparencias rugosas inmersas en líquidos de diferentes índices de refracción, no sólo nos dio interesantes resultados en lo referente al comportamiento de la indicatriz de difusión, sino también en lo que concierne a la correlación de speckles.

En particular estos resultados nos llevaron a implementar un nuevo método para evaluar rugosidades utilizando líquidos de inmersión (Cap. VII), el cual ha dado excelentes resultados para rugosidades mayores a 1μ y pone en evidencia la restricción $\sigma \geq \lambda$. Ésto nos induce a continuar los estudios con esta técnica para analizar las propiedades del speckle en el caso de pequeñas rugosidades ($\sigma \leq \lambda$).

El trabajo realizado cumple con lo que nos habíamos propuesto como plan de investigación original. Además hemos logrado implementar diferentes aplicaciones que a nuestro criterio son interesantes, pero el tiempo será el juez de estas opiniones.

APÉNDICE A

Consideremos una superficie cuya distribución de alturas es gaussiana:

$$p(h) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{h^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{A-1})$$

donde σ está definido por (1-3).

Calculamos R_a reemplazando en (1-4) la expresión (A-1)

$$R_a = \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} h e^{-\frac{h^2}{2\sigma^2}} dh$$

y haciendo el cambio de variable $u = \frac{h}{\sigma\sqrt{2}}$

$$R_a = \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} 2\sigma^2 \int_0^{\infty} u e^{-u^2} du$$

y como $\int_0^{\infty} u e^{-u^2} du = \frac{1}{2}$

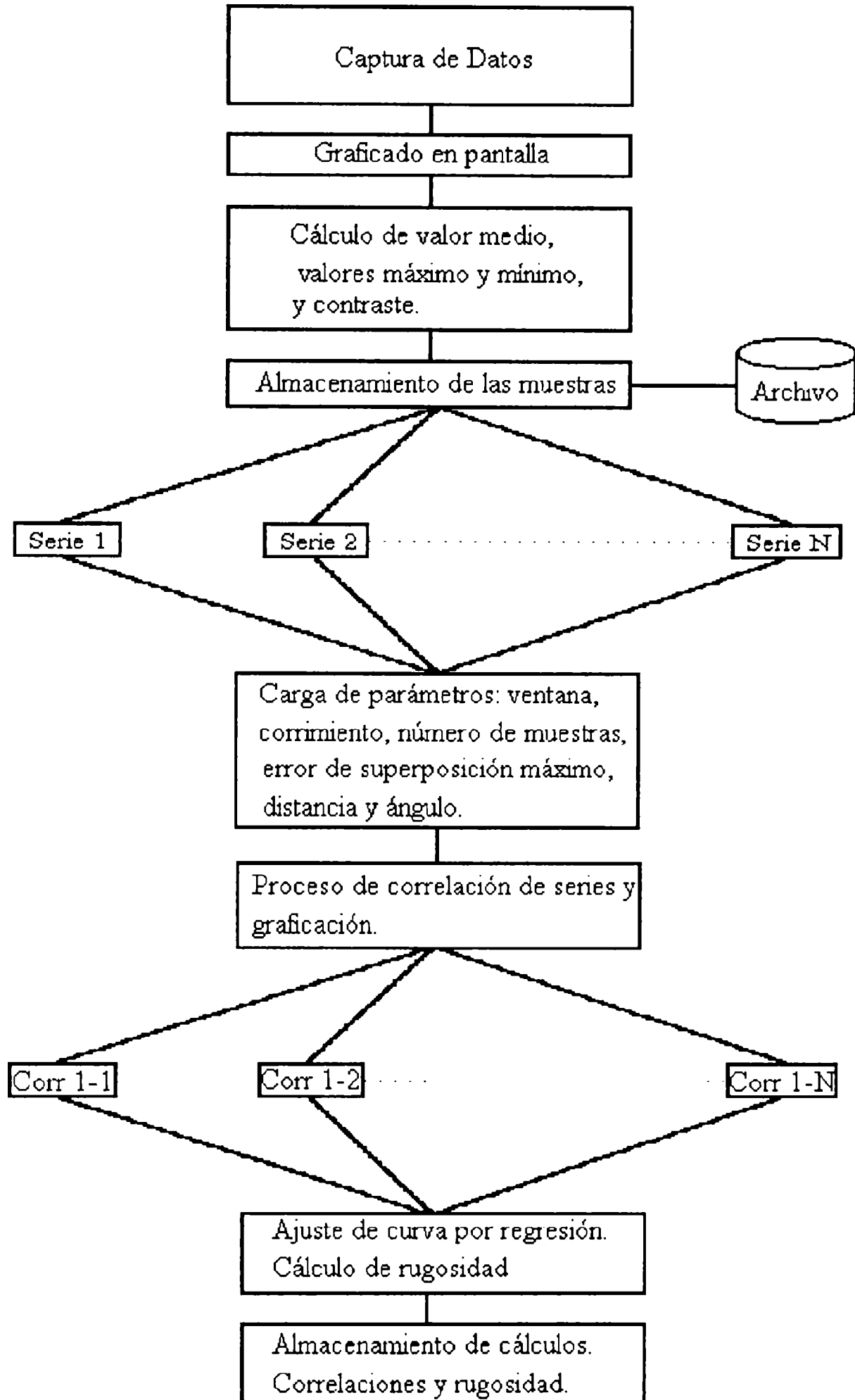
$$R_a = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \sigma$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot R_a \quad (\text{A-2})$$

$$\sigma \cong 1.25 R_a$$

APÉNDICE B

Diagrama en bloques de la adquisición y procesamiento de datos en la PC.



Cada registro de intensidad se almacena con el correspondiente ángulo en el que se lo mide.

Para el procesamiento, el programa permite seleccionar una ventana sobre las 512 muestras de cada registro de intensidad. Esto permite cambiar el corrimiento k (ver sección V.2), de manera que la correlación pueda hacerse entre dos valores que contengan a su valor máximo. El valor máximo de correlación, corresponde a la correcta superposición de las figuras de speckle comparadas. Si existe un desplazamiento (Δk) del máximo, el programa corrige la medición del ángulo.

Para el cálculo de la rugosidad σ , se ingresan el ángulo de incidencia inicial y la distancia desde la muestra al detector para la corrección del ángulo.

En la pantalla se observa: la variación de la correlación y del logaritmo de la correlación con el ángulo $\delta\theta$, la curva teórica ajustada por regresión y el valor de la rugosidad .

APÉNDICE C

Los resultados del capítulo II, dan la distribución angular de la $\langle I \rangle$. Las mediciones se realizan sobre un plano η, ξ perpendicular a la dirección de incidencia. Por este motivo encontraremos la expresión del $\langle I \rangle$ en función de estas coordenadas.

La figura C-1, muestra las posiciones relativas de la lente, el difusor y la pantalla (detector), tal como se utilizaron en la experiencia.

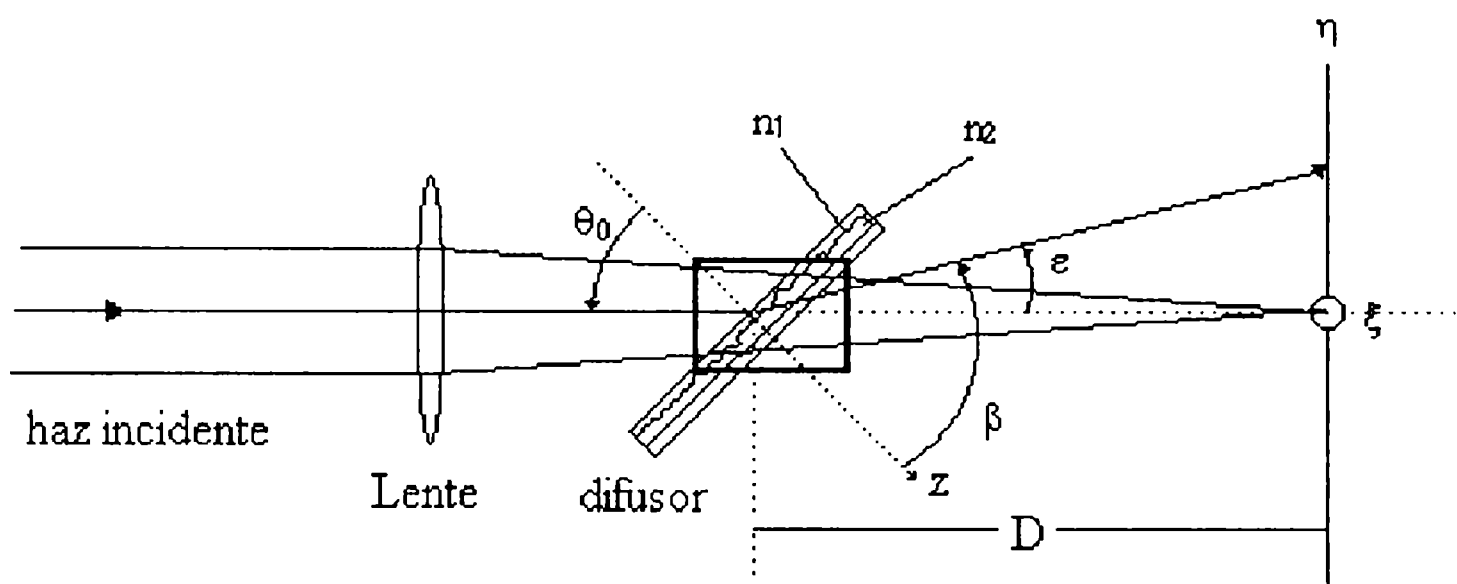


Figura C-1

Desde la izquierda incide un haz coherente formando un ángulo de incidencia θ_0 con la superficie plana del difusor. El haz es transformado en una onda convergente mediante una lente colocada delante del difusor. El difusor forma parte de una celda que tiene forma de paralelepípedo, con su cara rugosa dirigida hacia el interior de la celda. El índice de refracción del difusor es igual a n_1 , y la celda contiene un líquido de índice n_2 . El ángulo de dispersión θ_2 no está dibujado en la figura C-1, por motivos de claridad, pero se muestra en la figura C-2, que es una ampliación de la zona recuadrada en la figura C-1. El plano de observación $\eta\xi$ es el plano focal de la lente, de manera tal de simular las condiciones al infinito, en donde cada dirección de dispersión (θ_2, θ_3) está asociada biunívocamente con los puntos del plano de observación.

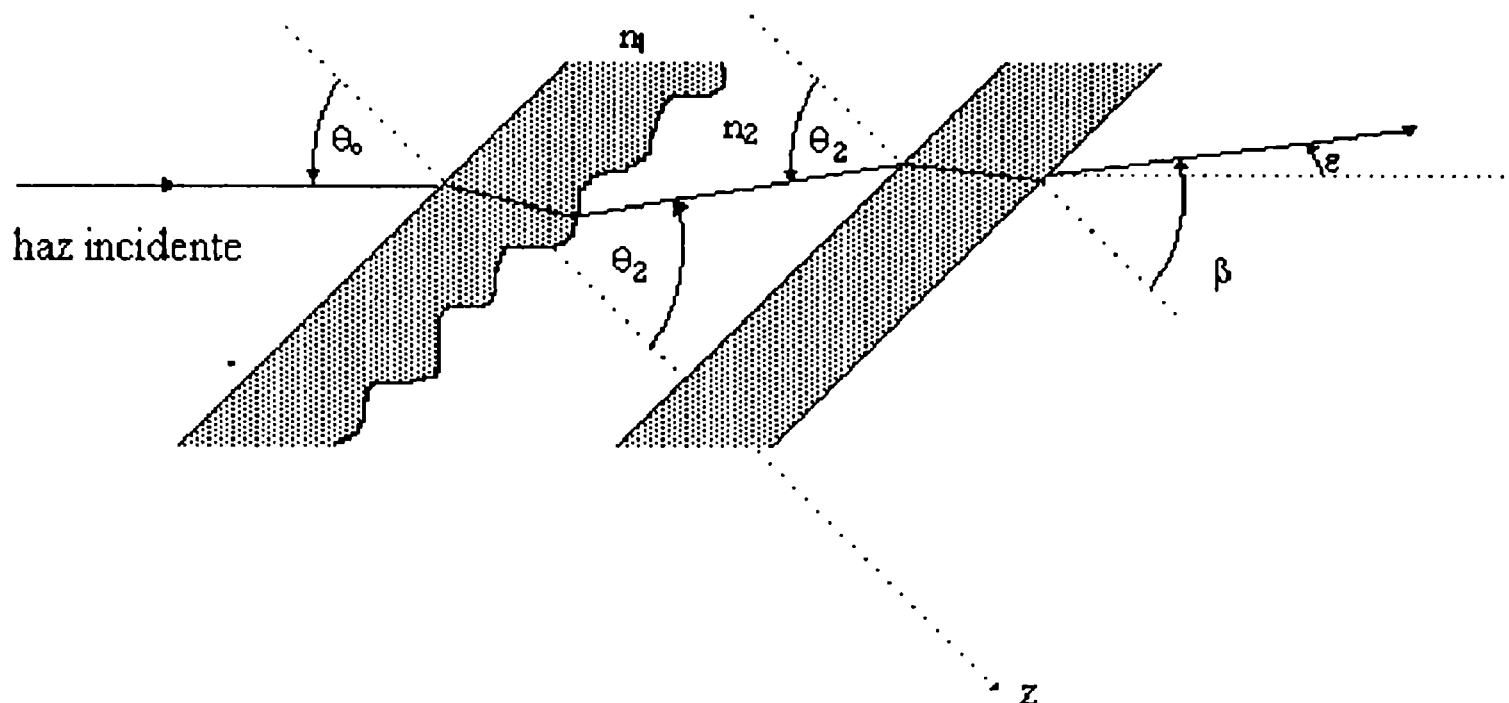


Figura C-2

Estamos interesados únicamente en la región del plano de observación sobre el eje η , es decir $\xi = 0$, que corresponde a tomar $\theta_3 = 0$ en la notación del capítulo II. Por lo tanto la intensidad media dispersada es sólo una función de θ_2 . Más aún, siempre son funciones de $n_2 \sin\theta_2$ ó $n_2 \cos\theta_2$, de manera tal que sólo basta escribir $n_2 \sin\theta_2$ y $n_2 \cos\theta_2$ en función de η para tener resuelto el problema del cambio de notación.

Para ello utilizamos la ley de Snell:

$$n_2 \sin\theta_2 = \sin\beta = \sin(\varepsilon + \theta_0) \quad (\text{C-1})$$

donde los ángulos ε y β están definidos en la figuras C-1 y C-2.

Si desarrollamos el último miembro de la igualdad (C-1), tenemos:

$$\sin(\varepsilon + \theta_0) = \sin\varepsilon \cos\theta_0 + \sin\theta_0 \cos\varepsilon \quad (\text{C-2})$$

Como se ve en la figura C-1, podemos escribir los valores de $\sin\varepsilon$ y $\cos\varepsilon$ en función de la coordenada η y de la distancia D .

$$\sin\varepsilon = \frac{\eta}{\sqrt{D^2 + \eta^2}} \quad ; \quad \cos\varepsilon = \frac{D}{\sqrt{D^2 + \eta^2}} \quad (\text{C-3})$$

con lo cual, reemplazándolo en (C-2) y juntándolo con (C-1), obtenemos

$$n_2 \sin\theta_2 = \sin(\varepsilon + \theta_0) = \frac{\eta}{\sqrt{D^2 + \eta^2}} \cos\theta_0 + \sin\theta_0 \frac{D}{\sqrt{D^2 + \eta^2}} \quad (\text{C-4})$$

Para obtener la expresión de $n_2 \cos\theta_2$ usamos la identidad trigonométrica

$$\begin{aligned}
n_2 \cos\theta_2 &= n_2 \sqrt{1 - \sin^2\theta_2} = \sqrt{n_2^2 - (n_2 \sin\theta_2)^2} = \\
&= \sqrt{n_2^2 - \left(\frac{\eta}{\sqrt{D^2 + \eta^2}} \cos\theta_0 + \frac{D}{\sqrt{D^2 + \eta^2}} \sin\theta_0 \right)^2}
\end{aligned} \tag{C-5}$$

Reemplazando estas expresiones para $n_2 \sin\theta_2$ y $n_2 \cos\theta_2$ en las expresiones finales de $\langle I(\theta_2, 0) \rangle$ en los tres casos considerados en el capítulo II ($g \gg 1$, $g \ll 1$ y $g \sim 1$), obtendremos las expresiones en función de la coordenada η del detector y la distancia D entre la celda y el detector.

Haciendo esto nos queda

$$K_T(\eta) = \frac{\sqrt{n_2^2 - \sin^2\theta_0} + \sqrt{n_2^2 - \frac{(D \sin\theta_0 + \eta \sin\theta_0)^2}{D^2 + \eta^2}}}{\sqrt{n_1^2 - \sin^2\theta_0} - \sqrt{n_2^2 - \frac{(D \sin\theta_0 + \eta \sin\theta_0)^2}{D^2 + \eta^2}}} \tag{C-6}$$

$$g(\eta) = \sigma^2 k^2 \left[\sqrt{n_1^2 - \sin^2\theta_0} - \sqrt{n_2^2 - \frac{(D \sin\theta_0 + \eta \sin\theta_0)^2}{D^2 + \eta^2}} \right]^2$$

$$v_x^2(\eta) = k^2 \left[\sin\theta_0 - \frac{D \sin\theta_0 + \eta \sin\theta_0}{\sqrt{D^2 + \eta^2}} \right]^2 \tag{C-7}$$

y por lo tanto las ecuaciones (2-51), (2-52) y (2-53) quedan, en los distintos casos, de la siguiente manera:

A. $g \gg 1$

$$\langle EE^*(\eta) \rangle = |K_T(\eta)|^2 A \frac{\pi T^2}{g(\eta)} e^{-\frac{v_x^2(\eta)}{4g(\eta)} T^2} \tag{C-8}$$

B. $g \ll 1$

$$\langle EE^*(\eta) \rangle = |K_T(\eta)|^2 e^{-g(\eta)} [A g(\eta) \pi T^2 e^{-\frac{v_x^2(\eta)}{4} T^2} + F[A(\tau_x)]] \tag{C-9}$$

en donde la transformada de Fourier es ahora unidimensional con frecuencia

$$v_x(\eta) = k \sin\theta_0 - \frac{D \sin\theta_0 + \eta \sin\theta_0}{\sqrt{D^2 + \eta^2}} \text{ pues sobre el eje } \eta, v_y(\eta) = 0.$$

C.g~1

$$\begin{aligned}
& |K_T(\eta)|^2 e^{-g(\eta)} [Ag(\eta)\pi\Gamma^2 e^{-\frac{v_x^2(\eta)}{4}\Gamma^2} + [F[A(\tau_x)]] \leq \quad (C-10) \\
& \leq \langle EE^*(\eta) \rangle < A|K_T(\eta)|^2 \pi\Gamma^2 + |K_T(\eta)|^2 e^{-g(\eta)} F[A(\tau_x)]
\end{aligned}$$

APÉNDICE D

Cálculo de T/σ

Para evaluar el cociente T/σ de los difusores que utilizamos en el trabajo, utilizamos el método óptico que describimos a continuación.

El primer paso fue relevar la curva de difusión para un ángulo de incidencia $\theta_0 = 0$, de la forma descrita en el capítulo III., con $n_2 = 1$. Luego ajustamos la curva a la expresión (2-51)

$$\langle EE^* \rangle = |K_T|^2 A \frac{\pi T^2}{g} e^{-\frac{v_x^2 + v_y^2}{4g} T^2} \quad (D-1)$$

Con $\theta_0 = 0$; $n_2 = 1$ y $\theta_3 = 0$ tenemos:

$$v_x = -k \operatorname{sen}\theta_2$$

$$v_y = 0$$

$$K_T = \operatorname{cte} \frac{1 + \cos\theta_2}{n_1 - \cos\theta_2}$$

$$g = \sigma^2 k^2 (n_1 - \cos\theta_2)$$

Entonces (D-1) queda:

$$\langle EE^* \rangle = b \cdot e^{-\left[\frac{1}{2} \frac{T \operatorname{sen}\theta_2}{\sigma (n_1 - \cos\theta_2)} \right]^2} \frac{1 + \cos\theta_2}{(n_1 - \cos\theta_2)^4} \quad (D-2)$$

Donde b es función de T/σ .

Calculamos los parámetros T/σ y b en forma numérica, de manera que la curva teórica, ajuste con los datos experimentales utilizando dos métodos: Utilizando el programa Mathematica 2.2 y uno más directo en que ajustábamos el parámetro b y T/σ de modo que la suma de las distancias de la curva teórica a los datos experimentales sean mínima.

Para los dos difusores la diferencia entre los valores obtenidos por estos dos métodos, fue menor que el 1%.

APENDICE E

Errores en las mediciones de la curva de difusión

Al relevar la indicatriz de difusión, medimos la posición del detector y la intensidad media.

El error en la determinación de la posición del detector fue de 0.2 mm.

Para evaluar el error en la medición de la intensidad media, nos remitimos a la fórmula 4-27 del capítulo IV, que da la varianza de la suma de M figuras independientes de speckle:

$$\sigma_I = \sqrt{M\Omega} \quad (\text{E-1})$$

Tomando $M = 512$, esto es, el número de fotodiodos, una buena medida del error relativo en el promedio es (utilizando (4-26)).

$$\frac{\Delta \langle I \rangle}{\langle I \rangle} = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle} = \frac{\sqrt{M\Omega}}{M\Omega} = 0.044 \quad (\text{E-2})$$

En cuanto al trazado de las curvas teóricas, también hay errores, ya que la expresión de la intensidad media (2-51) o equivalentemente (C-8), involucran parámetros experimentales:

T/σ , n_2 , n_1 , θ_0 . Entonces :

$$\Delta \langle I \rangle = \frac{\partial \langle I \rangle}{\partial (T/\sigma)} \cdot \Delta(T/\sigma) + \frac{\partial \langle I \rangle}{\partial n_1} \cdot \Delta n_1 + \frac{\partial \langle I \rangle}{\partial n_2} \cdot \Delta n_2 + \frac{\partial \langle I \rangle}{\partial \theta_0} \cdot \Delta \theta_0 \quad (\text{E-3})$$

Estas variaciones en la determinación de la curva teórica son \ll que el error experimental en la medición de la $\langle I \rangle$ y por lo tanto basta con tener en cuenta el error dado por (E-2).

APENDICE F

Correlación de intensidades en el plano de observación.

Supongamos un haz que incide sobre sobre la superficie rugosa formando un ángulo θ_1 , con la normal al plano medio de la superficie.

La distribución de amplitudes a la salida de la superficie está dada por:

$$E_1(x_1, y_1) = Ae^{ik[x_1(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) - h(x_1)(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)]} \quad (F-1)$$

Nos interesa conocer la distribución de amplitudes y la correlación de intensidades, en un plano $\pi(\eta, \xi)$, que es un plano perpendicular a la dirección de reflexión (Posición del detector), a una distancia D .

Si consideramos una superficie con una rugosidad suave ($T/\sigma \gg 1$) entonces la distribución de amplitudes sobre el plano de observación será:

$$E_2(\eta, \zeta) = \iint_A E_1(x_1, y_1) e^{ik \cdot r} dx_1 dx_2 \quad (F-2)$$

Donde r es un vector que une un punto cualquiera de la superficie $(x_1, y_1, h(x_1, y_1))$ con un punto del plano de observación η, ξ ; y \iint_A indica la integración sobre la pupila.

Entonces:

$$r^2 = (\eta \cos\theta_2 + D \sin\theta_2 - x_1)^2 + (\zeta - y_1)^2 + (D \cos\theta_2 - \eta \sin\theta_2 - h(x_1, y_1))^2$$

y en la aproximación de Fraunhofer:

$$r \cong D \left\{ 1 + \frac{\eta^2 + \zeta^2}{2D^2} - \frac{\zeta y_1}{D^2} - \frac{x_1}{D^2} (\eta \cos\theta_2 + D \sin\theta_2) - \frac{h(x_1, y_1)}{D^2} (D \cos\theta_2 - \eta \sin\theta_2) \right\}$$

Entonces reemplazando en (F-2) y dejando fuera de la integral los términos de fase que no dependen de x_1, y_1 , incluyéndolos en C' tenemos en el plano de observación:

$$E_2(\eta, \zeta) = C' \iint_A e^{ik[x_1(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) - h(x_1, y_1)(\cos\theta_1 + \cos\theta_2)]} \cdot e^{-i \frac{k}{D} [\zeta y_1 + x_1(\eta \cos\theta_2 + D \sin\theta_2) + h(x_1, y_1)(D \cos\theta_2 - \eta \sin\theta_2)]} dx_1 dy_1$$

y reagrupando

$$E_2(\eta, \zeta) = C' \iint_A e^{-i\frac{k}{D}\zeta y_1} e^{ikx_1[\text{sen}\theta_1 - 2\text{sen}\theta_2 - \frac{\eta}{D}\text{cos}\theta_2]} e^{-ikh(x_1, y_1)[\text{cos}\theta_1 + 2\text{cos}\theta_2 - \frac{\eta}{D}\text{sen}\theta_2]} dx_1 dy_1 \quad (\text{F-3})$$

y llamamos como lo hicimos en el resto de este trabajo

$$v_x = k(\text{sen}\theta_1 - 2\text{sen}\theta_2 - \frac{\eta}{D}\text{cos}\theta_2)$$

$$v_z = -k(\text{cos}\theta_1 + 2\text{cos}\theta_2 - \frac{\eta}{D}\text{sen}\theta_2)$$

Para no complicar los calculos, resolvemos el caso particular de nuestra experiencia osea que observamos en la dirección especular por lo que $\theta_1 = \theta_2 = \theta$, y consideremos que observamos en $\xi = 0$; entonces

$$v_x = -k(\text{sen}\theta + \frac{\eta}{D}\text{cos}\theta)$$

$$v_z = -k(3\text{cos}\theta - \frac{\eta}{D}\text{sen}\theta)$$

Cuando rotamos la superficie un ángulo $\delta\theta$; la dirección de incidencia forma un ángulo $\theta + \delta\theta$ con la perpendicular al plano x_2, y_2 que también está rotado con respecto a x_1, y_1 un ángulo $\delta\theta$.

Ahora el nuevo plano de observación será $\pi'(\eta', \xi')$

Entonces (F-3) en las coordenadas de los dos nuevos planos, y simplificando para un caso unidimensional.

$$E_2(\eta', \zeta') = C' \int_{\Delta'} e^{ikx_2[\text{sen}(\theta + \delta\theta) + \frac{\eta'}{D}\text{cos}(\theta + \delta\theta)]} e^{-ikh(x_2)[3\text{cos}(\theta + \delta\theta) - \frac{\eta'}{D}\text{sen}(\theta + \delta\theta)]} dx_2 \quad (\text{F-4})$$

Supongamos que comparamos las distribuciones de amplitud superponiendo los planos de observación $\eta, \xi \equiv \eta', \xi'$ entonces, el $\langle E_2(\theta)E_2^*(\theta + \delta\theta) \rangle(\eta)$ se obtendrá, calculando el valor medio de la distribución de alturas sobre la superficie.

Pero como las coordenadas x_1 y x_2 , están relacionadas por una rotación del sistema de referencia entonces:

$$x_2 = x_1 \cos \delta\theta - h(x_1) \sin \delta\theta \cong x_1 - h(x_1) \delta\theta$$

$$h(x_2) = x_1 \sin \delta\theta + h(x_1) \cos \delta\theta \cong x_1 \delta\theta + h(x_1)$$

entonces la exponencial en (F-4) queda:

$$e^{-ik[x_1 - h(x_1)\delta\theta][\sin(\theta + \delta\theta) + \frac{\eta}{D} \cos(\theta + \delta\theta)]} e^{-ik[x_1 \delta\theta + h(x_1)][3\cos(\theta + \delta\theta) - \frac{\eta'}{D} \sin(\theta + \delta\theta)]}$$

y reagrupando

$$e^{-ikx_1 [\sin(\theta + \delta\theta) + \frac{\eta}{D} \cos(\theta + \delta\theta) - 3\cos(\theta + \delta\theta) - \frac{\eta'}{D} \sin(\theta + \delta\theta)]}$$

$$e^{ikh(x_1)[\delta\theta \sin(\theta + \delta\theta) + \delta\theta \frac{\eta}{D} \cos(\theta + \delta\theta) - 3\cos(\theta + \delta\theta) - \frac{\eta}{D} \sin(\theta + \delta\theta)]}$$

entonces ahora tenemos:

$$v'_x = -k[\sin(\theta + \delta\theta) + \frac{\eta}{D} \cos(\theta + \delta\theta) - 3\cos(\theta + \delta\theta) - \frac{\eta'}{D} \sin(\theta + \delta\theta)]$$

$$v'_z = k[\delta\theta \sin(\theta + \delta\theta) + \delta\theta \frac{\eta}{D} \cos(\theta + \delta\theta) - 3\cos(\theta + \delta\theta) - \frac{\eta}{D} \sin(\theta + \delta\theta)]$$

A partir de aquí, siguiendo los pasos desde (5-3) en adelante se tiene otra vez

$$\rho_I = e^{-\sigma^2 \Delta v_z^2}$$

Pero ahora debemos calcular $\Delta v_z = v'_z - v_z$

$$v'_z = k[\delta\theta \sin \theta + \delta\theta^2 \cos \theta + \delta\theta \frac{\eta}{D} \cos \theta - \delta\theta^2 \frac{\eta}{D} \sin \theta - 3\cos \theta + 3\sin \theta \delta\theta + \frac{\eta}{D} \sin \theta + \delta\theta \frac{\eta}{D} \cos \theta]$$

$$v_z = k[-3\cos \theta + \frac{\eta}{D} \sin \theta]$$

Despreciando términos de segundo orden: $\delta\theta^2$ y $\frac{\eta}{D} \delta\theta$, $\Delta v_z = v'_z - v_z = 4 \sin \theta \delta\theta$ y

$$\rho_I = e^{-\sigma^2 (4 \sin \theta \delta\theta)^2}$$

APÉNDICE G

El coeficiente de transmisión y el vector de onda transmitido, dependen del ángulo de incidencia local, por lo tanto su valor medio debería ser evaluado a partir de la distribución de pendientes de la superficie rugosa $w(h')$ y entonces:

$$\langle t \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} t(h') w(h') dh'$$

y

$$\langle k_t \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} k_t(h') w(h') dh'$$

Dado que la dependencia angular de $t^{(*)}$ y $k_t^{(**)}$ es conocida, es necesario evaluar $w(h')$.

Consideramos el caso de una superficie con distribución de alturas y función autocorrelación gaussiana.

La función correlación normalizada será:

$$C(\tau) = e^{-\frac{\tau^2}{T^2}} \quad (G-1)$$

y la función correlación:

$$B(\tau) = \sigma^2 e^{-\frac{\tau^2}{T^2}} \quad (G-2)$$

Definimos las pendientes como

$$\tan \psi = h'(x) \quad (G-3)$$

y de acuerdo a la teoría de procesos estocásticos, la distribución de las derivadas de un proceso gaussiano es también gaussiana con valor medio cero y varianza:

$$D(h') = -B''(0)$$

De G-2 tenemos:

$$-B''(0) = \frac{2\sigma^2}{T^2} \quad (G-4)$$

entonces

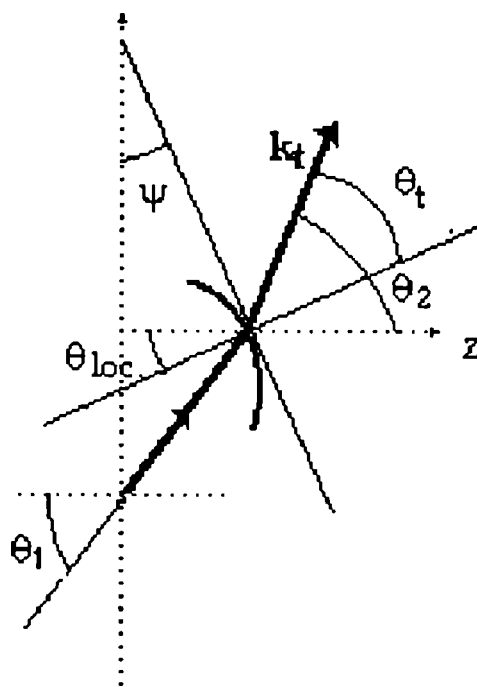
$$w(h') = \frac{T}{2\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{h'^2 T^2}{4\sigma^2}} \quad (G-5)$$

Si reemplazamos la variable aleatoria por G-3 obtenemos

$$p(\psi) = \frac{T}{2\sigma\sqrt{\pi}\cos^2\psi} e^{-\frac{T^2 \tan^2\psi}{4\sigma^2}} \quad (\text{G-6})$$

(*) Ecuaciones de Fresnel

(**)



$$n_1 \text{sen}\theta_{\text{loc.}} = n_2 \text{sen}\theta_t \quad ; \quad n_1 \text{sen}(\theta_1 - \psi) = n_2 \text{sen}(\theta_2 - \psi)$$

REFERENCIAS

INTRODUCCION

I-1.J.D. Ridgen and E.I. Gordon, "The granularity of scattered optical maser light".
Proc. IRE, vol.50, 11, p.2367(1962).

I-2.R.V. Langmuir, "Sparkling spots and random diffraction".
Proc. IEEE, vol.51, 1, p.220(1963).

I-3.J.W. Goodman, "Statistical properties of laser sparkle patterns".
Tech. Report N°2303-1, Stanford Electronics Laboratories.(1963).

I-4.L.I. Goldfisher, "Autocorrelation function and power spectral density of laser-produced speckle pattern".
J. Opt. Soc. Am., vol.55, p.247(1965).

I-5.L.H. Enloe, "Noise-like structure in the image of diffusely reflecting objects in coherent illumination".
Bell Syst. Tech. J., vol. 46, p.1479(1967).

I-6.G. Mas et coll.: CRAS Paris, 269B, p. 55 y 633(1969).

I-7.P. Beckmann and A. Spizzichino, "The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces", Pergamon, London.(1963).

I-8.K.A. O'Donnell and E.R. Méndez, "Experimental study of scattering from characterised random surfaces".
J. Opt. Soc. Am. A 4, 1194-1205 (1987).

I-9.J.W. Goodman, "Statistical properties of laser sparkle patterns".
Tech. Report N°2303-1, p.28. Stanford Electronics Laboratories.(1963).

I-10.G. Tribillon, "Correlation entre deux speckle obtenus avec deux longueurs d'onde - Application a la mesure de la rugosite moyenne".
Opt. Comm., vol.11, n°6, p.172(1974).

I-13.E.Archbold and A.E. Ennos, "Displacement measurements from double-exposure laser photographs".
Opt. Acta, vol.19, p.253(1972).

I-12.D. Léger, E. Mathieu, and J. C. Perrin, "Optical surface roughness determination using speckle correlation technique".
Appl. Opt. 14, 872-877(1975).

I-13.D. Léger and J.C. Perrin, "Real-time measurement of surface roughness by correlation of speckle patterns".

J.Opt. Soc. Amer. vol.66, p.210(1976).

I-14.M.A.Rebollo, E.N.Hogert, M.R.Landau and N.G.Gaggioli "Medición de Rugosidad de superficies por medio de la Correlación Digital de Speckles".

76ava. Reunión Nacional de Física. Tucumán. 1991.Com. No. 5.42.

I-15.M.A. Rebollo, E.N. Hogert, M.R. Landau and N.G. Gaggioli. "Medición de Rugosidad de superficies por medio de la Correlación Digital de Speckles".

Anales AFA 1991. Vol 3, p. 181.

I-16.N.G. Gaggioli et M.L. Roblin, "Détermination de la longueur de covariance d'une surface rugueuse par l'étude de la diffusion résiduelle à l'infini",

Opt.Comm.,54,p.201(1985).

I-17.M.A.Rebollo, E.N.Hogert, M.R.Landau y N.G.Gaggioli "Determinaciones no destructivas por el método de correlación de speckles".

IIIava. Reunión Nacional de Óptica. Ia. Reunión Iberoamericana de Óptica.

Barcelona.21, 22 y 23 de Setiembre de 1992.

I-18.F. Pérez Quintián, M.A.Rebollo, E.N.Hogert, M.R.Landau y N.G.Gaggioli, "Determinación de la rugosidad de una transparencia mediante técnicas de correlación digital de speckles",

80ava. Reunión Nacional de Física. S.C. de Bariloche, Com. No. 42.19(1995).

I-19.M.A. Rebollo, E.N. Hogert, Albano, C.A. Raffo and N.G. Gaggioli "Correlation between Speckle Decorrelation and Surface Porosity in Rocks".

Aceptado para su publicación en Optics and Laser Technology .

I-20.E.N. Hogert, M.A. Rebollo and N.G. Gaggioli."Speckle Displacement by a Surface Rotation and Conical Diffraction Phenomena".

Journal of Modern Optics., vol.38 nº7, 1285-1291(1991).

I-21.M. Landau, E.N. Hogert, M.A. Rebollo and N.G. Gaggioli.."Composite Displacement Measurement by speckle Technique".

Journal of Modern Optics., vol.39, nº.10, 2161-2168(1992).

I-22. M.A. Rebollo, F. Perez Quintián, E.N. Hogert, M.R. Landau, N.G. Gaggioli "Relationship between speckle correlation and refractions index variations"

Aprobado para su publicación en Optical Engineering(1995)

I-23.M. Muramatsu, G.H. Guedes, N.G. Gaggioli, "Speckle correlation used to study the oxidation process in real time".

Opt. and Laser Tech. vol. 26, nº 3, p.167(1994).

CAPÍTULO I

1-1.Dagnall H. "Exploring Surface Texture"
Ed. Rank Taylor Hobson. England (1980).

1-2.Bristow and K. Arackellian, "Surface roughness measurements using a Nomarski type scanning instrument", in Metrology: Figure and Finish, B. Truax, ed., Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. 749, 114-118 (1987).

1-3.E. Lorincz, P. Richter, and F. Engard, "Interferometric statistical measurement of surface roughness," Appl. Opt. vol. 25, p. 2778-2784 (1986).

1-4.W. B. Ribbens, "Interferometric surface roughness measurement," Appl. Opt. vol.8, 2173-2176 (1969).

1-5.Mme.F.Berny et C.Imbert, "Détermination Optique des états de surface"
Bulletin du Bureau National de Métrologie, vol.4, N°11, p.14(1973).

1-6.H. Fujii and T. Asakura, "A contrast variation of image speckle intensity under illumination of partially coherent light," Opt. Commun. vol. 12, 32-38 (1974).

1-7.J.W. Goodman, "Dependence of image speckle and contrast on surface",
Opt.Comm. vol.14. p.324,(1975).

1-8.D. Leger, E. Mathieu, and J. C. Perrin, "Optical surface roughness determination using speckle correlation technique".
Appl. Opt. vol. 4, 872-877(1975).

1-9.D. Leger and J. C. Perrin, "Real-time measurements of surface roughness by correlations of speckle patterns".
J.Opt.Soc.Am.66,p.210(1976).

1-10.G.Tribillon, "Correlacion entre deux speckles obtenus avec deux longueur d'onde".
Opt.Cmmun.11,p.172(1974).

1-11.N.G. Gaggioli et M.L. Roblin, "Etude des états de surface par les propriétés de diffusion à l'infini en lumière transmise".
Opt.Comm., vol.32,p.209(1980).

1-12.N.G. Gaggioli et M.L. Roblin, "Détermination de la longueur de covariance d'une surface rugueuse par l'étude de la diffusion résiduelle à l'infini".
Opt.Comm., vol.54,p.201(1985).

1-13.E.N. Hogert, "Caracterización de superficies rugosas mediante interferometría de speckles".
Tesis de Licenciatura, FCEyN-UBA(1982).

1-14.M.A.Rebollo et al., "Determinaciones no destructivas por el método de correlación de speckles".
I Reunión Iberoamericana de Optica, Com.1C25, Barcelona, España(1992).

1-15.W.G. Egan and T. Hilgeman,"Retroreflectance measurements of photometric standards and coatings" Part Y.

Appl.Opt vol.. 15, n°7,p.1845(1976). Part II, Appl.Opt. 16, n°11,p.2861(1977).

1-16.D. Y. Song, F. S. Zhang, H. A. Macleod, and M. R. Jacobson, "Study of surface contamination by surface plasmons," in Optical Thin Films II. New Developments, R. I. Seddon, ed., Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. 678,211-218 (1986).

CAPITULO II

2-1.P. Beckmann and A. Spizzichino, "The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces".

Pergamon, London.(1963).

2-2.J.W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics".

McGraw-Hill,(1968).

2-3.N.G.Gaggioli, "Reformulación de algunos resultados de P. Beckmann referentes a la dispersión de ondas electromagnéticas por una transparencia rugosa"

Informe Técnico IIBM 03/1980, FIUBA(1980).

2-4.M.G. Lefrançois, Propriétés statistiques de la lumière diffusée en optique cohérente"

Note technique interne n° EST/DEF/1533, Centre National d'études des telecommunications (1968).

2-5.M.Nieto-Vesperinas et al., "Monte Carlo simulations for scattering of electromagnetic waves from perfectly conductive random rough surfaces"

Opt. Letters, vol.12, n°12, p.979(1987).

2-6. M.Nieto-Vesperinas et al., "Light transmission from a randomly rough dielectric diffuser: theoretical and experimental results".

Opt. Letters, vol.15, n°22, p.1261(1990).

2-7.J.A. Sánchez Gil and M.Nieto-Vesperinas, "Light scattering from random rough dielectric surfaces".

J.Opt.Soc.Am.A, vol.8, n°8, p.1270(1991).

CAPITULO III

3-1.K. A. O'Donnell and E. R. Méndez, "Experimental study of scattering from characterized random surfaces,"

J. Opt. Soc. Am. A. vol. 4, 1194-1205 (1987).

3-2. M.Nieto-Vesperinas et al., "Light transmission from a randomly rough dielectric diffuser: theoretical and experimental results".

Opt. Letters, vol.15, n°22, p.1261(1990).

- 3-3.J.A. Sánchez Gil and M.Nieto-Vesperinas, "Light scattering from random rough dielectric surfaces".
J.Opt.Soc.Am.A, vol.8, n°8, p.1270(1991).
- 3-4.M.Nieto-Vesperinas and J.A. Sánchez Gil, "Light scattering from a random rough interface with total internal reflection".
J.Opt.Soc.Am.A, vol.9, n°3, p.424(1992).
- 3-5.A.F.Houchens and R.G.Herring, "Bidirectional reflectance of rough metal surfaces"
Prog. Astronaut. Aeronaut. vol. 20, p.65-69(1967).
- 3-6.D. H. Hensler, "Light scattering from fused polycrystalline aluminum oxide surfaces,"
Appl. Opt. vol.11, 2522-2528 (1972).
- 3-7.P. F. Gray, "A method of forming optical diffusers of simple known statistical properties,"
Opt. Acta vol.25, 765-775 (1978).
- 3-8. M.A. Rebollo, F. Perez Quintián, E.N. Hogert, M.R. Landau, N.G. Gaggioli. "Anomalous behaviour of the coherent light diffusion by a tilted translucent rough surface- Part I"
Proceedings of the 2a. Reunión Iberoamericana de Optica.
Guanajuato- México. 18-22 set. 1995.
- 3-9.M.A. Rebollo, F. Perez Quintián, E.N. Hogert, M.R. Landau, N.G. Gaggioli "Relation between the diffusion and the roughness of a tilting diffuser- Part II"
Proceedings of the 2a. Reunión Iberoamericana de Optica.
Guanajuato- México. 18-22 set. 1995.
- 3-10.F. Pérez Quintián, M.A.Rebollo and N.G.Gaggioli. "Diffusion of light transmitted from rough surfaces"
Enviado para su publicación en Journal of Modern Optics.
- 3-11. .P. Beckmann and A. Spizzichino, "The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces"
Pergamon, London.(1963).
- 3-12.Jean Texereau, "El telescopio del aficionado".
EUDEBA, p.44(1961).
- 3-13.John Strong, "Técnicas de física experimental".
EUDEBA, p.39(1965).
- 3-14.A.R. Stokes, "The theory of optical properties of inhomogeneous materials".
E.& F.N. SPON- Ltd., London, p.35(1963).
- 3-15."International Critical Tables of Numerical Data, Physics, Chemistry and Technology".
vol. VII, p.78(1930).

CAPITULO IV

4-1.J.D.Ridgen, E.I.Gordon, "The granularity of scattered optical maser light"
Proc. I.R.E. vol.50, p.2367(1962).

4-2.B.M.Oliver, "Sparkling spots and random diffraction".
Proc. IEEE, vol.51, p.220(1963).

4-3.L.I.Goldfisher, "Autocorrelation function and power spectral density of a laser- produced speckle pattern".
J.O.S.A. vol.55, p.247(1965).

4-4.L.H.Enloe, "Noise like structure in the image of diffusely reflecting objects in coherent illumination".
Bell System Tech. J., vol. 46, p. 1479(1967).

4-5.H.Fujii and T. Asakura, "Effect of surface roughness on the statistical distribution of image speckle intensity".
Opt. Comm., vol.11, n°1, p.35(1974).

4-6."Laser speckle and Related Phenomena". Ed.by J.C. Dainty, Springer -Verlag, Berlin Heideberg New York(1975).

4-7.M.G. Miller, A.M. Schneiderman and P.F. Kellen, "Second-order statistics of laser-speckle patterns"
J.O.S.A., vol.65, n°7, p. 779(1975).

4-8.N.G.Gaggioli, "Fenómeno de Granularidad producido con luz coherente y parcialmente coherente". Tesis de Doctorado, FCEyN - UBA.(1976).

4-9.E. Jakeman and W.T. Welford, "Speckle Statistics in imaging systems".
Opt. Comm., vol.21, n°1, p.72(1977).

4-10.N.G. Gaggioli, "Propiedades estadísticas del speckle producido con luz parcialmente coherente"
Optica Pura y Aplicada, vol.n°13, p.1(1980).

4-11.J.W. Strutt, (Lord Rayleigh), Phil Mag. vol. 10, p.73(1880).

4-12.A.Papoulis, "Probability, Random Variables and Stochastic Processes".
International Student Edition, McGraw Hill Kogakucha, p.266(1965).

4-13.J.W.Goodman, Proc. IEEE, vol. 53, p.1688(1965).

4-14.J.W.Goodman, "Introduction to Fourier Optics".
McGraw Hill, New York(1968).

CAPITULO V

5-1.D. Leger, E. Mathieu, and J. C. Perrin, "Optical surface roughness determination using speckle correlation technique".
Appl. Opt.vol. 14, 872-877(1975).

5-2.D. Leger and J. C. Perrin, "Real-Time measurements of surface roughness by correlation of speckle patterns".
J.O.S.A. vol.66, 1210-1217(1976).

5-3.B. Ruffing and J. Fleischer, "Spectral Correlation of partially or fully developed speckle patterns generated by rough surfaces".
J.O.S.A. A, vol.2, n°10, p.1637-1643(1985).

5-4.B. Ruffing, "Application of speckle-correlation methods to surface-roughness measurements: a theoretical study".
J.O.S.A. A, vol.3, n°8, p.1297-1304(1986).

5-5.J.W.Goodman, "Statistical Optics".
Ed. John Wiley & Sons,(1985).p.17.

5-6.M.L. Landau, E.N. Hogert, M.A. Rebollo and N.G. Gaggioli, "Speckle movement due to a transversal displacement and a rotation of a rough surface"
J. Mod. Optics, vol. 41, p.2229-2232(1994).

5-7.E.N. Hogert, "Estudio de la relación entre el desplazamiento del speckle y el movimiento de la superficie dispersora".Tesis de doctorado, FCyN-UBA(1994).

5-8. "Caracterización de superficies rugosas mediante interferometría de speckles".
Tesis de Licenciatura, FCEyN-UBA(1983)

5-9.E.N. Hogert, O.J. Nejamis, "Determinación de la rugosidad de una superficie mediante la evaluación de la correlación de speckles".
Carta metrológica 6/1984.

5-10.M.Schwartz and L.Shaw, "Signal Processing".
Ed. McGraw-Hill(1975).

CAPITULO VI

6-1.M.A. Rebollo, E.N. Hogert, M.R. Landau and N.G. Gaggioli."Medición de rugosidad de superficies por medio de la correlación digital de speckles".
Anales AFA 1991. Vol 3, p. 181.

6-2.M.A.Rebollo, E.N.Hogert, M.R.Landau y N.G.Gaggioli "Determinaciones no destructivas por el método de de correlación de speckles".
IIIava. Reunión Nacional de Optica. Ia. Reunión Iberoamericana de Optica. Barcelona.21, 22 y 23 de Setiembre de 1992.

6-3.F. Perez Quintián, M.A.Rebollo, E.N.Hogert, M.R.Landau y N.G.Gaggioli. "Determinación de la rugosidad de una transparencia mediante técnicas de correlción digital de speckles"

80^a Reunión Nacional de Física. AFA. San Carlos de Bariloche. Comm.42.19. (1995).

6-4.Rebollo, M.A.; Hogert, E.N., Landau, M.R.;Albano, J. y Gaggioli, N.G."Resultados preliminares sobre el estudio de la relación entre la rugosidad y la porosidad en rocas".

2º Workshop sobre Aplicaciones de la Ciencia en Ingeniería del Petróleo.

2º Simposio de Producción de Hidrocarburos.

13-15 de junio de 1995. Mendoza -Argentina.

6-5.M.A. Rebollo, E.N. Hogert, Albano, C.A. Raffo and N.G. Gaggioli. "Correlation between speckle decorrelation and surface porosity in rocks".

Optics and Laser Technology (en prensa).

6-6.S.J.Pirson, "Oil Reservoir Engineering"

Ed. McGraw Hill, N.Y., Toronto, London(1958).

6-7.M.A.Rebollo, E.N.Hogert, M.R.Landau, M.Muramatsu and N.G.Gaggioli "Roughness determination by direct visual observation of speckle pattern".

Optics and Laser Technology (en prensa).

6-8.M. Françon, "Diffraction, cohèrence en optique".

Ed. Gauthier-Villars.(Paris), p.88(1964).

CAPITULO VII

7-1.M.A. Rebollo, F. Perez Quintián, E.N. Hogert, M.R. Landau, N.G. Gaggioli. "Relationship between speckle correlation and refractions index variations"

Aprobado para su publicación en Optical Engineering(1995).

7-2.N.G. Gaggioli et M.L.Roblin, "Etude des étates de surface par les propietés de diffusion a l'infini en lumiere transmise".

Opt.Comm. vol.32, 209-213(1980).

7-3.N.G. Gaggioli et M.L.Roblin, "Determination de la longueur de covariance d'une surface rugueuse par l'étude de la diffusion residuelle l'infini".

Opt.Comm. vol.54, 201-206(1985).

7-4. H.M.Pedersen, "On the contrast of polychromatic speckle patterns and its dependence on surface roughness".

Optica Acta, vol.22, n° 1, p.15-24(1975).

7-5.M.Giglio, S.Musazzi and U.Perini, "Surface roughness measurements by means of speckle wave lenght decorrelation".

Opt.Comm., vol. 28, n°2, p.166-170(1979).

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar deseo agradecer al Dr. Néstor Gaggioli, que aceptó dirigir este trabajo en un momento difícil de su carrera. Porque en su lucha por seguir el camino de ésta, nuestra vocación, me enseñó a no claudicar y a valorizar mi trabajo. Por haber transmitido y compartido su conocimiento y por haber aprendido junto a mí con humildad.

A Elsa Noemí Hogert, por estar conmigo ayudándome a superar cada dificultad, en el trabajo cotidiano y en la discusión fructífera. Por la presencia de su afecto todos los días.

A Mónica Roxana Landau, por su invalorable ayuda en los últimos tramos de esta Tesis. Por ser mi compañera y amiga.

A Fernando Pérez Quintián, con quien realicé una parte importante de este trabajo.

A Carlos Raúl García, por su asesoramiento en todo lo relacionado al uso de computadoras para el control de las experiencias y el desarrollo del software que utilicé en ellas.

Al Ing. Carlos A. Raffo, que me brindó la posibilidad de seguir trabajando cuando todas las puertas se habían cerrado. Porque en este último tramo apoyó mi esfuerzo sin reservas.

A Martín, Mariana y Carolina, mis hijos, por la felicidad de todos los días.

Le dedico este trabajo a Raúl, que tuvo que abandonar por la fuerza, el camino de la ciencia que habíamos comenzado juntos. Porque estuvo siempre a mi lado. Por nuestra familia que es toda mi vida.