

Universidad Nacional de La Plata

Facultad de Ciencias Exactas

Departamento de Física

**Registros en Cristales Fotorrefractivos BSO
Aplicaciones al Procesamiento de Imágenes**

Tesis para optar el título de:

Doctora en Física

Presentada por:

María del Carmen Lasprilla Alvarez



1996

María del Carmen Lasprilla Alvarez

Profesora Asistente de la Universidad Industrial de Santander

Bucaramanga COLOMBIA

**Registros en Cristales Fotorrefractivos BSO
Aplicaciones al Procesamiento de Imágenes**

Tesis dirigida por:

Dr. Néstor Bolognini Dr. Mario Garavaglia

y realizada en el:

CIOp, Centro de Investigaciones Ópticas

A mi madre y a mi hermano.

Índice General

	Pág.
Índice General	i
Índice de Figuras	vii
Índice de Tablas	xiii
Agradecimientos	xv
 CAPÍTULO 1	
1. Introducción General	1
1.1 Motivaciones y objetivos	3
1.2 Esquema General	6
1.3 Bibliografía	8
 CAPÍTULO 2	
2. El Efecto Fotorrefractivo. Propiedades de los Cristales BSO/BGO	11
2.1 Introducción.....	14
2.2 El efecto fotorrefractivo. Breve historia y generalidades	15
2.3 El modelo de transporte de banda.....	17
2.3.1 Ecuaciones del material.....	18
2.3.1.1 Ecuación de generación de centros ionizados.....	18
2.3.1.2 Ecuación de conductividad	20
2.3.1.3 Ecuación de continuidad.....	21
2.3.1.4 Ecuación de Poisson.....	21
2.3.2 Ecuaciones del material en forma unidimensional	21
2.3.3 Campo de carga espacial en estado estacionario	23
2.3.4 Registro de distribuciones luminosas	24
2.3.4.1 Iluminación uniforme.....	25
2.3.4.2 Registro no holográfico	26
2.3.4.3 Registro holográfico.....	27
2.4 Propiedades Físicas de los cristales BSO/BGO	31
2.4.1 Crecimiento de monocristales	31
2.4.2 Estructura cristalina	32

2.4.3 Defectos puntuales y macroscópicos	33
2.4.4 Fotoconductividad	34
2.4.5 Propiedades ópticas y dieléctricas	34
2.4.5.1 Absorción óptica	35
2.4.5.2 Índice de refracción	36
2.4.5.3 Actividad óptica	37
2.4.5.4 Propiedades Electro-ópticas	37
2.4.5.5 Efecto Faraday	38
2.4.5.6 Propiedades Elasto-ópticas	38
2.5. Interés práctico del efecto fotorrefractivo. BSO/BGO: Aplicaciones ópticas	39
2.6 Bibliografía.....	40

CAPÍTULO 3

3. Ondas Electromagnéticas en Cristales BSO/BGO	45
3.1 Introducción.....	47
3.2 Ecuaciones de Maxwell	48
3.3 Ecuación de onda y onda plana monocromática	49
3.4 Propagación de la onda en un medio anisótropo	50
3.4.1 Clasificación de cristales anisótropos.....	51
3.4.2 El elipsoide de índices	51
3.5 El método del cálculo de Jones.....	55
3.5.1 Estados de polarización de una onda plana.....	55
3.5.2 Representación matricial de dispositivos de polarización	57
3.6 Efecto electro-óptico en BSO/BGO.....	58
3.6.1 Birrefringencia inducida por el registro de una distribución luminosa	66
3.7 Actividad Óptica	68
3.7.1 Actividad óptica en medios isótropos	68
3.7.2 Actividad óptica en cristales electro-ópticos BSO/BGO	70
3.8 Bibliografía.....	73

CAPÍTULO 4

4. Técnicas y Componentes Experimentales.....	75
4.1 Introducción.....	77
4.2 Técnica de la birrefringencia.....	78
4.2.1 Principio de la técnica.....	78
4.2.2 Dispositivo experimental: polarizador-cristal-analizador. Proceso de lectura.....	79
4.2.2.1 Descodificación de distribuciones luminosas registradas.....	81
4.3. Técnica holográfica.....	83
4.3.1 Condiciones geométricas para el registro y lectura.....	83
4.3.1.1 Lectura de la red holográfica registrada.....	84
4.3.2 Eficiencia de difracción.....	86
4.4 Componentes experimentales.....	91
4.4.1 Cristales fotorrefractivos.....	91
4.4.1.1 Portamuestras.....	91
4.4.2 Fuentes de tensión.....	92
4.4.3 Fuentes de luz.....	92
4.4.3.1 Fuente incoherente.....	92
4.4.3.2 Fuente coherente de Argón.....	93
4.4.3.3 Fuente coherente de He-Ne.....	94
4.4.4 Sistema expensor-colimador.....	94
4.4.5 Polarizadores.....	94
4.4.5.1 Polarizadores dicroicos de lámina.....	95
4.4.5.2 Prismas polarizadores Glan-Thompson.....	95
4.4.6 Divisores de haz.....	95
4.4.7 Otros elementos ópticos.....	96
4.4.8 Soportes.....	96
4.4.9 Obtención de los espectros de absorción y transmitancia.....	96
4.4.10 Sistemas de detección y registro.....	97
4.4.10.1 Cámara CCD.....	97
4.4.10.2 La plaqueta digitalizadora VFG (Video Frame Graber).....	98

4.4.10.3 Software.....	98
4.5 Bibliografía.....	99

CAPÍTULO 5

5. Sistema Incoherente-Coherente. Procesamiento de Objetos Binarios.....	101
5.1 Introducción.....	104
5.2 Montaje experimental.....	105
5.3 Visibilidad a la salida de imágenes binarias 1-D codificadas en birrefringencia.....	108
5.3.1 Análisis teórico.....	108
5.3.2 Resultados experimentales.....	114
5.4 Optimización de la reconstrucción de imágenes binarias registradas en un cristal BSO.....	116
5.4.1 Características de los estados de polarización. Análisis teórico.....	116
5.4.1.1 Resultados teóricos.....	120
5.4.1.1.1.....	Plano imagen 121
5.4.1.1.2.....	Plano de Fourier 129
5.4.2 Resultados experimentales.....	136
5.5 Conclusiones.....	139
5.6 Bibliografía.....	140

CAPÍTULO 6

6. Estudio de la Formación de Autoimágenes en un Conversor Incoherente a Coherente.....	143
6.1 Introducción.....	145
6.2 Efecto Talbot.....	147
6.2.1 Difracción de Fresnel.....	148
6.2.2 Formación de autoimágenes.....	153
6.2.3 Redes de difracción binarias.....	158
6.2.3.1 Red de Ronchi.....	160
6.3 Implementación fotorrefractiva del efecto Talbot.....	162
6.3.1 Contraste en planos de salida.....	166

6.3.1.1 Planos $z=nz_T$	167
6.3.1.2 Planos $z=(n+1/4)z_T$	171
6.3.2 Resultados teóricos.....	172
6.3.3 Resultados experimentales	174
6.4 Interferómetro Talbot fotorrefractivo. Aplicaciones.....	178
6.4.1 Montaje experimental	179
6.4.2 Detección de objetos de fase.....	181
6.4.3 Sintonización del contraste de franjas de moiré	182
6.4.4 Detección de variaciones de birrefringencia.....	183
6.5 Conclusiones.....	184
6.6 Bibliografía	186

CAPÍTULO 7

7. Filtrado Espacial en Cristales BSO.....	189
7.1 Introducción.....	192
7.2 Procesamiento óptico en cristales fotorrefractivos por mezclado de ondas	193
7.2.1 Holografía con cristales fotorrefractivos.....	193
7.2.2 Filtrado espacial holográfico	194
7.2.3 Correlación óptica	195
7.3 Filtrado espacial por modulación de la birrefringencia.....	197
7.3.1 Modelo físico y procesador óptico	197
7.3.2 Análisis numérico.....	202
7.3.3 Resultados experimentales	206
7.4 Comparación de técnicas experimentales: filtrado espacial basado en transformaciones de Fourier fraccionarias	211
7.4.1 Resultados experimentales	212
7.5 Implementación de un correlador óptico Vander Lugt	216
7.5.1 Resultados experimentales	219
7.6 Conclusiones.....	222
7.7 Bibliografía	224

CAPÍTULO 8

8. Conclusiones Generales	227
8.1 Discusión de resultados	229
8.2 Algunas perspectivas	231
8.2 Bibliografía.....	233

APÉNDICES**Apéndice I**

I.Campo Total Interno.....	239
I.1 Cálculo de $E(x)$. Registro no holográfico	240
I.2 Cálculo de $E(x)$. Registro holográfico	241

Apéndice II

Efecto electro-óptico longitudinal y transversal en cristales BSO/BGO	243
II.1 Modulador <i>PROM</i> - Pockels Readout Optical Modulator	244
II.2 Modulador <i>PRIZ</i> (Versión rusa del modulador <i>PROM</i>)	244
II.3 Configuración "Transversal" (Propuesta por Huignard y colaboradores)	245

Apéndice III

Cálculo del campo total interno para una distribución de intensidad $I(x)$ periódica	247
--	------------

Índice de Figuras

Pág.

Capítulo 2

- Figura 2.1:** Modelo del efecto fotorrefractivo..... 18
- Figura 2.2:** (a) Cristal fotorrefractivo con dos haces de registro; (b) Construcción de un campo de carga espacial E_{ce} por difusión^[2.18]. Λ es el espaciado de la red..... 29
- Figura 2.3:** (a) Cristal fotorrefractivo con dos haces de registro y un voltaje dc externo; (b) Construcción de un campo de carga espacial E_{ce} por un voltaje externo (ϕ es el desfase de razón de excitación)^[2.18]..... 30
- Figura 2.4:** (a) Variación espectral del coeficiente de absorción de cristales BSO puros y dopados (1) puro; dopados con fracciones molares de: (2)2%Ga; (3) 5%Ga; (4) 0,5%P; (5) 2% o 5%P. (b) Idem para BGO: (1) puro; (2) 5%Ga o 10%Al; (3) 2%P; (4) 1%Ga o 5% Ga+0,15%P; (5) 4%Ga+2%P^[2.25]..... 35
- Figura 2.5** Espectros de absorción medidos para los cristales: (a) BSO y (b) BGO..... 36
- Figura 2.6:** Variación espectral del índice de refracción para un cristal BSO^[2.22]..... 37
- Figura 2.7:** Variación espectral del poder rotatorio para un cristal BSO^[2.24]..... 38

Capítulo 3

- Figura 3.1:** Modos normales determinados en el elipsoide de índices^[3.2]..... 54
- Figura 3.2:** Configuración transversal: *OXYZ*- ejes cristalográficos; *Oxyz*- ejes del laboratorio. L_x , L_y y L_z dimensiones del cristal..... 62
- Figura 3.3:** Ejes de índices inducidos eléctricamente en el cristal..... 66
- Figura 3.4:** Rotación del plano de polarización de un haz de luz incidente en un medio ópticamente activo^[3.3]..... 70

Capítulo 4

- Figura 4.1:** Técnica de birrefringencia: polarizador-cristal analizador..... 79
- Figura 4.2** Red de volumen por transmisión en BSO: (a) Registro; (b) Lectura..... 85
- Figura 4.3:** Representación vectorial de la lectura en condición de Bragg..... 86
- Figura 4.4** Representación vectorial de la lectura fuera de la condición de Bragg..... 88
- Figura 4.5** Evolución de la eficiencia de difracción alrededor del ángulo de Bragg, para varios valores de $\delta n = x \cdot 10^{-4}$ donde los valores de x son: 1, 2,... 7 para a , b ... g respectivamente. El ángulo de registro elegido fue de $\theta = 7.4^\circ$ y la longitud de onda $\lambda = 514 \text{nm}$ para cristales BSO de espesores L_z : (a) 3mm y (b) 1mm..... 89

Figura 4.6 Curvas teóricas de la eficiencia de difracción para distintos ángulos de registro en cristales BSO de espesores: (a) 3mm y (b) 1mm. Las redes registradas con ángulos de $\theta_0=1^\circ, 2^\circ, 5^\circ$ y 20° ; y con un δn de 2.5×10^{-4}	90
Figura 4.7 Fotografía del portamuestras, cristal y contactos eléctricos; en la configuración experimental utilizada.	92
Figura 4.8 Espectros de transmisión para los filtros: (a) verde y (b) rojo.	93
Figura 4.9 Respuesta espectral de la cámara CCD Pulnix TM-560.	97

CAPÍTULO 5

Figura 5.1: Conversor óptico implementado para el registro incoherente y lectura coherente de la imagen registrada en el cristal.	106
Figura 5.2 Para un cristal de ancho $L_x=1\text{cm}$ y una ranura de ancho $a=0,25L_x$: (a) Distribución luminosa de entrada, $I_e(x)$: $I_1=I_m=1\text{mW/cm}^2$; $I_2=0,12I_m$. (b) Distribución del campo eléctrico total interno, $E(x)$; $E_1=1,54\text{kV/cm}$, $E_2=12,82\text{kV/cm}$, cuando se aplica una diferencia de potencial entre los electrodos, $V=10\text{kV}$	110
Figura 5.3: Intensidad de la imagen a la salida para las posiciones angulares $\beta=\rho L_z$ y $\beta=\rho L_z+90^\circ$ para los valores de entrada dados en la Fig. 5.2.	112
Figura 5.4: Curvas teóricas para el polarizador P_2 en la posición $\beta=\rho L_z+90^\circ$ respecto al eje x . (a) $\nu_s(q)$; (b) $\nu_s(\nu_e)$	113
Figura 5.5: Curvas teóricas para el polarizador P_2 en la posición $\beta=\rho L_z$ respecto al eje x . (a) $\nu_s(q)$; (b) $\nu_s(\nu_e)$	113
Figura 5.6: Curvas experimentales para el polarizador P_2 en la posición $\beta=\rho L_z$ respecto al eje x . (a) $\nu_s(q)$; (b) $\nu_s(\nu_e)$	114
Figura 5.7: Imágenes de salida para cinco anchos de ranura. La visibilidad de escritura es $\nu_e=0,80$. De arriba a abajo los valores de q son: 0,12; 0,17; 0,30; 0,42 y 0,58 (b) Curva de interpolación $\nu_s(q)$ para las medidas de visibilidad ν_s	115
Figura 5.8: (a) Visibilidades de escritura para imágenes de salida. De arriba a abajo: $\nu_e=0,8$; $\nu_e=0,45$ y $\nu_e=0,22$. El valor de q es 0,42 en los tres casos. Los perfiles respectivos se presentan en (b).	115
Figura 5.9: Perfil de la distribución de Intensidad $I(x)$ registrada en el cristal de ancho L_x ; I_0 es el valor máximo de intensidad y d es el periodo de la red de Ronchi.	117
Figura 5.10: Curvas (a) $\Psi(V)$; (b) $\Delta(V)$	120
Figura 5.11: Curvas de elipticidad $\varepsilon(V)$ para $A^{(2)}(V)$ para seis valores de L_z	121
Figura 5.12: Estados de polarización del haz de lectura directamente transmitido en las regiones del cristal donde el campo total interno es $E_2=2E_a(V)$	122
Figura 5.13: Curvas de intensidad para cada estado de polarización y su respectiva visibilidad a la salida del sistema polarizador-cristal-analizador como	

funciones de la posición angular β del plano de polarización P_2 para: (a) 1mm; (b) 3mm y (c) 6mm de espesor y un voltaje aplicado de apróx. 7kV. 125

Figura 5.14: Curvas de intensidad: $I_s^{(1)}(\beta)$ y $I_s^{(2)}(\beta)$ y las respectivas curvas de visibilidad $\mathcal{V}_s(\beta)$ a la salida del sistema polarizador-cristal-analizador para un cristal de 3mm de espesor y voltajes aplicados de (a) 7kV y (b) 9kV. 128

Figura 5.15: Representación de la intensidad de la imagen a la salida para tres voltajes: (a) β_1 , contraste inverso; (b) β_2 , distribución uniforme y (c) β_3 contraste directo. Para el cristal de 3mm de espesor. (Para una mejor visualización se grafica sólo una porción del ancho $L_x=10$ mm. del cristal). 128

Figura 5.16: Representación de las elipses de polarización para los tres primeros órdenes de difracción de Fraunhofer. Para: (a) 5kV; (b) 7kV; (c) 9kV y (d) detalle de la evolución de la elipticidad con el voltaje aplicado para cada orden. 131

Figura 5.17: Variación de la intensidad de los primeros órdenes de difracción en función del voltaje. 132

Figura 5.18: Curvas de $\mathcal{J}^S(\beta)$ para 5, 7 y 9 kV. 134

Figura 5.19: Representación de la distribución de intensidad en el plano de Fourier para (a) una red de Ronchi $t(x)$ de amplitud unitaria y para los valores de β considerados en la Figura 5.18: (b) $\beta_1=66^\circ$; (c) $\beta_2(V)$ y (d) $\beta_3(V)$. Donde $V=5, \sim 7$ y 9kV. 135

Figura 5.20: (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen para $V=5$ kV y posiciones del polarizador: (1) 66° , (2) 69° , (3) 71° , (4) 76° , (5) 81° , (6) 85° , (7) 89° , (8) 93° ; (b) curva de visibilidad a la salida. 137

Figura 5.21: (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen para $V=7$ kV y posiciones del polarizador: (1) 66° , (2) 71° , (3) 76° , (4) 80° , (5) 84° , (6) 89° , (7) 94° , (8) 99° ; (b) curva de visibilidad a la salida. 137

Figura 5.22: (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen para $V=9$ kV y posiciones del polarizador: (1) 66° , (2) 74° , (3) 82° , (4) 88° , (5) 92° , (6) 100° , (7) 108° ; (b) curva de visibilidad a la salida. 138

Figura 5.23: (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen y el plano de Fourier para $V=5$ kV y posiciones del polarizador de izquierda a derecha: $\beta_1=66^\circ$, $\beta_2\sim 76^\circ$ y $\beta_3\sim 85^\circ$ y (b) respectivos perfiles de intensidad. 138

Figura 5.24: (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen y el plano de Fourier para $V=7$ kV y posiciones del polarizador de izquierda a derecha: $\beta_1=66^\circ$, $\beta_2\sim 80^\circ$ y $\beta_3\sim 89^\circ$; (b) respectivos perfiles de intensidad. 139

Figura 5.25 (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen y el plano de Fourier para $V=9$ kV y posiciones del polarizador de izquierda a derecha: $\beta_1=66^\circ$, $\beta_2\sim 88^\circ$, y $\beta_3\sim 92^\circ$ y (b) respectivos perfiles de intensidad. 139

CAPÍTULO 6

- Figura 6.1:** Representación esquemática de los planos y notaciones utilizados para el estudio del efecto Talbot. 149
- Figura 6.2:** Anillos de Montgomery. Los anillos indican las regiones en el dominio frecuencial en las que el espectro de Fourier de un objeto capaz de proporcionar autoimágenes puede ser no nulo. 155
- Figura 6.3:** Efecto Talbot para una red de Ronchi: planos de autoimagen positiva y negativa, y plano de intensidad constante. 162
- Figura 6.4:** Perfil de intensidad de entrada: (a) red de Ronchi; (b) red de Ronchi más iluminación de fondo. 163
- Figura 6.5:** Estados de polarización del frente de onda del haz de lectura a la salida del cristal cuando se aplica un voltaje V^0 : (a) para una intensidad de escritura con una iluminación de fondo ($\alpha \neq 0$). (b) Ideal, sin iluminación de fondo ($\alpha = 0$). También, se muestran las posiciones destacadas del plano de polarización P_2 168
- Figura 6.6:** Curvas de visibilidad teóricas obtenidas cuando hay (curvas A) y no hay (curvas B) una iluminación de fondo en la entrada. En planos: (a) $z = nz_T$ y $z = (n + 1/4)z_T$ 173
- Figura 6.7:** Imágenes de los patrones de Fresnel y los respectivos perfiles de intensidad obtenidos por: (a) La disposición convencional del fenómeno de autoimágenes; (b) El conversor incoherente a coherente estudiado. 175
- Figura 6.8:** Imágenes de la variación del contraste de los patrones de Fresnel y los respectivos perfiles de intensidad obtenidos por rotación del polarizador P_2 en los planos: (a) $z_T \sim 200\text{mm}$ y (b) $5z_T/4 \sim 250\text{mm}$ 176
- Figura 6.9:** Secuencia de imágenes obtenidas por rotación del polarizador P_2 para ocho valores de β en los planos: (a) $z_T \sim 200\text{mm}$, (b) $z_T + dz \sim 235\text{mm}$ y (c) $5z_T/4 \sim 250\text{mm}$ y las visibilidades respectivas. Las franjas inclinadas que aparecen en cada imagen son artilugios que pueden ser ignorados. 177
- Figura 6.10:** Montaje experimental del conversor incoherente-coherente utilizado para la implementación del interferómetro Talbot. 180
- Figura 6.11:** Detección de objetos de fase en fondo brillante u oscuro. 181
- Figura 6.12:** (a) patrón de moiré; (b) supresión del patrón de moiré y (c) corrimiento de franjas de moiré de medio periodo respecto de (a) para las posiciones β_1 , β_2 y β_3 respectivamente. 182
- Figura 6.13:** (a) Detección de una porción de polaroide como un corrimiento de las franjas de moiré, (b) Lo mismo que en (a) para una lámina birrefringente. 183

CAPÍTULO 7

- Figura 7.1:** Dos configuraciones de un correlador óptico. 195

Figura 7.2: Esquema experimental: O_1 , transparencia de entrada; L_1 y L_2 , lentes con distancias focales $f=260\text{mm}$; E, espejos; C, cristal BSO (en el plano de Fourier) $L_x=L_y=10\text{mm}$ y $L_z=3\text{mm}$; S, plano de salida, P_1 y P_2 , polarizadores.....	197
Figura 7.3: Perfil de intensidad de la transparencia de entrada de transmitancia $u(x)$	202
Figura 7.4: Resultado teórico de la distribución de campo en el cristal BSO para (a) $I_f=0$; (b) $I_f=0,6I_0$. $E_a=1\text{kV/mm}$	203
Figura 7.5: Perfil de intensidad teórico de la imagen resultante filtrada a la salida para: (a) $I_f=0$; b) con $I_f=0,6I_0$	203
Figura 7.6: Excentricidad para: (a) $I_f=0$; b) $I_f=0,6I_0$	204
Figura 7.7: (a) Transparencias de entrada O_1 y O_2 , (b) resultado teórico del campo interno, y (c) perfiles de intensidad teórica en la imagen de salida.	205
Figura 7.8: A partir de $t=0$, $V=8\text{kV}$, eliminación progresiva de las componentes de frecuencia espacial de mayor peso: (b) para $t=1$ seg., y (c) para $t \gg 120\text{seg.}$ (la imagen casi desaparece). En (d) "congelado" con luz de fondo de un estado previo al de (b). Se resaltan ciertas frecuencias componentes en las letras "A" cuya visualización no es tan marcada en (b).	207
Figura 7.9: (a) imagen sin filtrar; (b) imagen filtrada.....	208
Figura 7.10: (a) imagen sin filtrar; (b) imagen de contraste inverso y filtrada.....	208
Figura 7.11: (a) Transparencias de entrada. Imágenes filtradas a la salida: (b) en el plano focal, $I_f=0$; (c) en el plano focal, $I_f \neq 0$; (d) fuera del plano focal, $I_f=0$; (e) fuera del plano focal, $I_f \neq 0$	209
Figura 7.12: (a) Transparencias O_2 ; (b) respuesta individual del sistema para O_2 . (c) transparencias O_1 y O_2 . (c) respuesta del sistema agregando O_1	210
Figura 7.13: Sistema óptico para obtener una transformada de Fourier fraccionaria simétrica con iluminación de onda plana. f es la distancia focal de la lente.....	211
Figura 7.14: Esquema experimental: SC sistema colimador, D divisor de haz, E espejo, S_1 y S_2 obturadores, L_1 y L_2 lentes transformadoras, P_1 y P_2 polarizadores. En la configuración holográfica para el registro S_1 y S_2 abiertos y para la lectura se cierra S_1 (P_1 y P_2 removidos). En la configuración no-holográfica S_1 abierto y S_2 cerrado y el arreglo P_1 -cristal- P_2 en extinción con $V=0$	212
Figura 7.15: Transparencia de entrada de $2 \times 9\text{mm}$	213
Figura 7.16: Transformada de Fourier de orden $p=1,0,9,\dots,0,5$: (a) experimental, en el plano del cristal; (b) perfil de intensidad de (a).....	214
Figura 7.17: Configuración no-holográfica: (a) imagen a la salida; (b) perfil de intensidad.....	215

Figura 7.18: Configuración holográfica: (a) imagen a la salida; (b) perfil de intensidad.....	216
Figura 7.19: (a) Transparencia de entrada. Imagen a la salida en: (b) configuración no-holográfica; (c) configuración holográfica.....	216
Figura 7.20: Esquema del dispositivo experimental: espejos, E, lentes: L_{12} ($f_{12}=700\text{mm}$), L_3 ($f_3=570\text{mm}$) y L_4 ($f_4=260\text{mm}$); D, divisor de haz, $\lambda=514,5\text{nm}$, longitud de onda de los haces de registro y $\lambda'=632,8\text{nm}$, longitud de onda del haz de lectura.	217
Figura 7.21: Transparencia de referencia.	220
Figura 7.22: Reconocimiento de forma de caracteres: (a) transparencia objeto y picos de correlación; (b) perfil de intensidad.	221
Figura 23: Efecto de orientación del carácter: (a) transparencia objeto y los picos de correlación: carácter "S" rotado 0° , 10° , 30° , 45° respectivamente respecto a la vertical; (b) perfil de intensidad.....	221
Figura 7.24: Efecto de cambio de escala del carácter: (a) transparencia objeto y picos de correlación, carácter "S" en escalas de izquierda a derecha de: 1,32; 1,16; 1 y 0,84 (b) perfil de intensidad.	222
Apéndice II	
Figura II.1: Disposición de los ejes en la configuración PROM.....	244
Figura II.2: Orientación de los ejes en la configuración PRIZ.	245
Figura II.3: Orientación de los ejes en configuración "transversal".....	245
Apéndice III	
Figura III.1: Distribución de intensidad luminosa en el cristal donde $I(0)=(1+a)I_0$ y (a) $I(L_x)=aI_0$ ó (b) $I(L_x)=(1+a)I_0$	248

Índice de Tablas

Pág.

Capítulo 2

Tabla 2.1: Parámetros físicos y experimentales relativos a los cristales BSO y BGO.....	24
--	----

Capítulo 3

Tabla 3.1: Vectores de Jones de algunos estados de polarización típicos ^[3.5]	56
Tabla 3.2: Propiedades de los cristales electro-ópticos seleccionados.....	61
Tabla 3.3: Poder rotatorio de los cristales fotorrefractivos seleccionados.....	70

Capítulo 4

Tabla 4.1 Dimensiones y corte del cristal BSO.....	91
Tabla 4.2. Especificaciones del Láser de Argón. modelo 543.....	94

Capítulo 5

Tabla 5.1: Representación de estados de polarización lineal y elíptico para un cristal de 3mm.....	127
Tabla 5.2: Valores de intensidad luminosa (%) y visibilidad de la imagen a la salida para β_1 , β_2 y β_3 de un cristal de $L_z=3\text{mm}$ y $V=5$, $V^0\sim 7$ y 9kV	129
Tabla 5.3 Valores de la elipticidad de los órdenes de difracción de la red leída en el cristal.	131
Tabla 5.4: Comparación del cociente de intensidades entre órdenes de difracción en el plano de Fourier.....	134

Apéndice II

Tabla II.1: Comparación de los moduladores PROM, PRIZ y "TRANSVERSAL".....	246
---	-----

Agradecimientos

En primer lugar quiero agradecer a los Drs. Mario Garavaglia y Néstor Bolognini por la dirección de esta Tesis. Su confianza y voluntad constantes fueron fundamentales para el desarrollo de mi trabajo. Al Dr. Garavaglia también quiero agradecerle sus enseñanzas y su invaluable colaboración en todos los aspectos.

Asimismo, debo hacer un reconocimiento especial al Dr. Néstor Bolognini, por introducirme en el apasionante universo de los cristales fotorrefractivos, sin su paciencia y orientación permanentes no lo hubiese logrado. Por otra parte, pido al lector que todo lo bueno que se pueda encontrar en este escrito debe atribuirse a él, dejando para mí los párrafos confusos y frases incomprensibles y cuantos errores pueda tener.

Al Dr. Mario Gallardo, Director del Centro de Investigaciones Ópticas, CIOp, le doy las gracias por su amable generosidad y acogida en esta Institución, me sentí desde el inicio parte integrante de la misma.

Quiero agradecer también muy especialmente a la Dra. Lía Zerbino por las horas de trabajo compartido, durante las cuales se mostró como una buena amiga. Las extensas discusiones que mantuvimos y sus enseñanzas en el laboratorio las tendré presentes.

A Myrian Tebaldi mi compañera y amiga, con ella compartí muchas horas de trabajo y de esparcimiento. En las buenas y en las malas, estuvo presente, su estímulo y colaboración me animaron siempre y fueron decisivos para llegar a esta meta, mi más sincero agradecimiento.

No puedo dejar de mencionar a Alexandra Agra Amorim, mi amiga portuguesa, con ella compartí experiencias científicas y personales muy gratas, fue un aliento más para cumplir este propósito.

Mi reconocimiento también al amigo Sergio Granieri con quién compartí una parte del trabajo experimental.

A todo el Personal del CIOP: Investigadores, Profesionales, Becarios, Técnicos, Administrativos y de Servicios, gracias, los tendré siempre presentes, su amabilidad y simpatía hicieron mi estancia en este país inolvidable.

Por último, quiero agradecer al CONICET de Argentina por el otorgamiento de una Beca Latinoamericana; a COLCIENCIAS de Colombia por su Apoyo Financiero y a la Universidad Industrial de Santander de Bucaramanga, Colombia, por concederme la Comisión de Estudios.

La Plata, Julio de 1996

Capítulo 1

Introducción General

-
- 2.1 *Motivaciones y objetivos*
 - 2.2 *Esquema general*
 - 2.3 *Bibliografía*
-

1. Introducción General

1.1 Motivaciones y Objetivos

En las últimas décadas, los fenómenos no-lineales han adquirido gran importancia en diferentes campos de la Física debido en especial al desarrollo de nuevos materiales y a sus aplicaciones en la transmisión y procesamiento de información.

Se puede decir que desde la invención del láser en 1960, surgió el interés por el estudio de materiales ópticos no-lineales que permiten realizar operaciones en la amplitud y en la fase de frentes de onda coherentes. Hoy en día existe un grupo de materiales no-lineales, denominados *fotorrefractivos* que a diferencia de otros, son buenos aislantes en la oscuridad y su no linealidad óptica es independiente de la intensidad de luz que reciben, lográndose efectos notables con haces débiles del orden del mW/cm^2 . Es decir, la intensidad óptica sólo determina la velocidad pero no la magnitud de la no-linealidad. Este grupo ha ido creciendo, incorporándose materiales existentes en la naturaleza y otros obtenidos en el laboratorio, ajustados a necesidades y aplicaciones específicas.

Entre los cristales fotorrefractivos más conocidos están^[1,1] los ferroeléctricos como el niobato de litio (LiNbO_3) y el titanato de bario (BaTiO_3); las silenitas, que incluyen los dieléctricos no polares como los óxidos de bismuto germanio, silicio y titanio ($\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ó BGO, $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ó BSO y $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ ó BTO); los semiconductores como el arsenuro de galio (GaAs) y el fosfuro de indio (InP); las cerámicas piezoeléctricas, tipo PLZT ($\text{Pb}_{0,91}\text{La}_{0,09}\text{Zr}_{0,65}\text{Ti}_{0,35}\text{O}_3$) y más recientemente los nuevos polímeros orgánicos como el caso del HCC132.

Todos ellos comparten tres características: son electro-ópticos, fotoconductores y poseen centros donores y aceptores de carga. Han sido utilizados en las comunicaciones ópticas y el procesamiento óptico en aplicaciones tales como: holografía dinámica, almacenamiento de la información, memorias ópticas, conjugación de fase, amplificación óptica y procesamiento de señales en paralelo, entre otras.

El efecto fotorrefractivo que presentan estos cristales, es un fenómeno en el cual el índice local de refracción cambia por la variación espacial de la intensidad de luz^[1,2]. En los primeros trabajos de modulación láser, fue observado que cristales de LiNbO_3 se "dañaban ópticamente" después de ser iluminados por un haz láser. Esto era producido por la variación espacial del índice, causado por el efecto fotorrefractivo, el cual produce una distorsión del frente de onda.

Los principales atributos que se deben considerar al seleccionar un cristal fotorrefractivo son: la sensibilidad (cambio del índice de refracción por unidad de densidad de energía absorbida); eficiencia de difracción; resolución en frecuencia espacial; longitud de onda y calidad óptica del cristal; respuesta temporal para el registro y almacenamiento de la información.

Los cristales de la familia de las silenitas como el BSO/BGO son muy sensibles y tienen un corto tiempo de respuesta. Además, su resolución espacial puede ser controlada mediante un campo eléctrico externo aplicado. Estas características se tuvieron en cuenta y se empleó un cristal BSO en los sistemas ópticos desarrollados en este trabajo.

La mayor parte del procesamiento óptico convencional y el realizado con cristales fotorrefractivos emplea luz coherente. No obstante, en determinadas operaciones es necesario utilizar luz incoherente (fuente extensa o policromática)^[1,3]. Es el caso de conversión de imágenes incoherentes en réplicas coherentes, las cuales pueden ser posteriormente procesadas. Para ello se emplean los moduladores espaciales de luz: dispositivos constituidos por un elemento fotosensible para captar una imagen incoherente o por un modulador óptico capaz de registrar esta imagen para una posterior lectura coherente.

En ese sentido, ha sido desarrollado un modulador espacial denominado PICOC ("Photorefractive Incoherent to Coherent Optical Converter")^[1.4,1.5] el cual emplea un cristal BSO y un soporte holográfico en un arreglo experimental complejo. Por otra parte, en un registro holográfico, los haces transmitidos y difractados difieren en su estado de polarización y la eficiencia de difracción depende en forma compleja de dichos estados^[1.6,1.7]. Estas propiedades de los cristales tipo silenitas son hoy tema de estudios teóricos y experimentales, puesto que ellas tiene implicaciones directas en la intensidad de la imagen difractada y en la razón señal/ruido en experimentos de mezclado de ondas.

Por ello, uno de los principales objetivos de este trabajo es estudiar el empleo de un cristal BSO como medio de registro de imágenes iluminadas incoherentemente. En el proceso de descodificación o reconstrucción de las imágenes registradas se analiza la variación de la polarización del haz de lectura producida por la modulación de la birrefringencia inducida en el medio. El interés principal en el estudio de la polarización del haz de lectura es controlar el contraste y así optimizar la imagen reconstruida a la salida del sistema. Para ello, se empleó un conversor óptico incoherente a coherente sin soporte holográfico y en configuración transversal, el cual puede considerarse como un subsistema óptico de algún procesador más general.

Es bien conocido que al iluminar en forma coherente una transparencia binaria periódica, se forman a distancias bien definidas a lo largo de la dirección de propagación réplicas del objeto original, llamadas *autoimágenes*. Este es el efecto Talbot y son numerosas sus aplicaciones en procesamiento de imágenes y metrología óptica^[1.8]. Entre ellas, la interferometría Talbot que permite, de una manera simple, obtener información sobre las distribuciones de fase generadas por objetos ó elementos ópticos examinados.

En este sentido, otro objetivo de este trabajo fue implementar el efecto Talbot mediante el conversor mencionado, de forma tal de "sintonizar" longitudinalmente el contraste. Además, una motivación para estudiar autoimágenes en el cristal BSO fue desarrollar un interferómetro Talbot que aproveche las ventajas del registro por modulación de birrefringencia.

Por otra parte, el procesamiento óptico basado en la manipulación del contenido espectral de una transparencia objeto constituye una forma clásica de modificar una imagen. En las técnicas convencionales dicha manipulación se realiza mediante el bloqueo de los distintos ordenes de difracción^[1.9]. En esta línea el objetivo fue utilizar otra vez la modulación de la birrefringencia para desarrollar un filtro ordinario en un procesador $4-f$ donde el cristal fotorrefractivo se ubica en el plano de Fourier. A diferencia de otros métodos que utilizan amplificación^[1.10] o mezclado de ondas^[1.11,1.12], en este caso se emplea un sólo haz para registro y lectura.

La realización óptica de la transformada de Fourier fraccionaria permite ampliar el rango de operaciones posibles en el procesamiento de imágenes^[1.13]. En este trabajo esta operación se implementa según dos modalidades de registro en un cristal BSO: modulación de la birrefringencia y mezclado de ondas. El propósito es examinar como varía el filtrado espacial a la salida, en cada modalidad de registro y comparar los resultados.

Una operación importante de un procesador óptico coherente es la correlación entre pares de imágenes. Al realizarla con un cristal fotorrefractivo se registra un holograma de volumen y por lo tanto la reconstrucción del holograma está limitado por la difracción de Bragg^[1.14]. Finalmente, se busca diseñar un filtro Vander Lugt^[1.9], en el cristal BSO, utilizando haces de registro de longitud de onda diferente al de lectura y optimizar el sistema para obtener una intensidad máxima en los picos de correlación difractados.

1.2 Esquema General

Cada Capítulo está dividido en secciones y contiene un breve resumen de su contenido y una introducción. Además los Capítulos 5, 6 y 7 incluyen las conclusiones específicas.

El propósito del Capítulo 2 es establecer los fundamentos teóricos del efecto fotorrefractivo. Se presenta el modelo de transporte de banda de Kukhtarev. A partir de las ecuaciones simplificadas de dicho modelo, se deduce la expresión para el campo total interno generado por una dada distribución luminosa en el cristal. Asimismo, se describen las propiedades físicas generales de los cristales BSO y BGO.

En el Capítulo 3 se discuten las propiedades más relevantes en la propagación de las ondas electromagnéticas en cristales electro-ópticos, tipo silenitas. Se introduce el formalismo de Jones que se empleará en el tratamiento matricial de la polarización. Se deduce la expresión para la birrefringencia inducida en el cristal, en la configuración transversal que se utiliza, lo cual permite codificar la imagen registrada. Finalmente, se calcula la matriz de transferencia del cristal que tiene en cuenta los efectos combinados de la actividad óptica del cristal y la birrefringencia.

Las dos técnicas experimentales que permiten descodificar, *proceso de lectura*, la información registrada se presentan en el Capítulo 4. En él, se describen los esquemas experimentales básicos para el registro y lectura y se calculan las expresiones que permiten describir la imagen a la salida: por análisis de la polarización de la luz de lectura transmitida ó por difracción del haz de lectura, según halla sido el registro efectuado. Además, se describen los componentes empleados en la realización de las experiencias.

Los resultados presentados en los dos Capítulos siguientes, corresponden al análisis del registro con iluminación incoherente de imágenes binarias y su lectura coherente. En el Capítulo 5, se describe el conversor óptico incoherente a coherente no-holográfico implementado. Más adelante, se expone un análisis detallado del estado de polarización del haz de lectura a la salida del cristal, en el plano imagen y en el plano de Fourier de la imagen de una red de Ronchi registrada en el cristal. Se muestran resultados experimentales y se comparan con los cálculos teóricos.

En la segunda sección del Capítulo 6 se describen las características más importantes de la formación de autoimágenes de estructuras periódicas. Luego se analiza cómo se puede variar el contraste de las réplicas coherentes reconstruidas con el conversor en diferentes planos. Se presentan cálculos teóricos y resultados experimentales del fenómeno de autoimágenes y la implementación fotorrefractiva de un interferómetro Talbot para detectar objetos de fase y birrefringentes.

En el Capítulo 7, se presentan y se analizan los resultados del filtrado espacial selectivo. Para ello, se utiliza un procesador 4- f en el cual un cristal fotorrefractivo modifica la distribución de intensidad de las frecuencias espaciales transmitidas por el

sistema. También se muestran los resultados del filtrado obtenido por modulación de la birrefringencia y por mezclado de dos ondas, para el caso de la transformada de Fourier fraccionaria de una transparencia. Además, se discuten los resultados de la implementación del filtro Vander Lugt por mezclado de ondas.

Por último, en el Capítulo 8, se discuten los resultados obtenidos, se analizan las simulaciones teóricas efectuadas y se presentan las conclusiones generales del trabajo. También se plantean posibles líneas de una eventual continuidad en la investigación en ésta área. Se indican además las limitaciones y dificultades que se presentaron en la realización del trabajo.

1.3 Bibliografía

- [1.1] J.A. Baquedano Martínez, Tesis doctoral: "Espectroscopia de centros fotorrefractivos en niobato de litio, silicato y germanato de bismuto", Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, (1989).
- [1.2] P. YEH "Introduction to photorefractive nonlinear optics", John Wiley & Sons Inc., New York, (1993).
- [1.3] J.C.B. Hervás, Tesis Doctoral, "Autoimágenes con luz espacialmente coherente e incoherente. Aplicaciones al procesado óptico de información", Universidad de Valencia, (1992).
- [1.4] P. Günter and J.P. Huignard Eds., "Photorefractive Materials and Their Applications II: Topics in Applied Physics", Vol. 62, Springer-Verlag, Berlin, (1988).
- [1.5] A. Marrachi, A.R. Tanguay Jr., J. Yu and D. Psaltis, *Physical characterization of the photorefractive incoherent-to-coherent optical converter*, Opt. Eng. **24**, 124-131 (1985).
- [1.6] A.G. Apostolidis, S. Mallik, D. Rouède, J.P. Herriau and J.P. Huignard, *Polarization properties of phase gratings recorded in a $Bi_{12}SiO_{20}$ crystal*, Opt. Comm. **56**, 73-78 (1985).

- [1.7] S. Mallik, D. Rouède and A.G. Apostolidis *Efficiency and polarization characteristics of photorefractive diffraction in a $Bi_{12}SiO_{20}$* J. Opt. Soc. Am. B **4**, 1247-1259 (1987).
- [1.8] K. Patorski, *The self-imaging phenomenon and its applications*, en *Progress in Optics*, **XXVII**, (Ed. E. Wolf), North-Holland, Amsterdam (1989).
- [1.9] J. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", McGraw-Hill, New York, (1968).
- [1.10] J. Joseph, K. Singh, P.K.C. Pillai, *Spatial amplification via photorefractive two-beam coupling real-time image processing using controllable erasure of Fourier spectrum*, Opt. Comm. **85**, 389-392 (1991).
- [1.11] N.A. Vainos and R.W. Eason, *Real time edge enhancement by active spatial filtering via five wave mixing in photorefractive BSO*, Opt. Comm. **59**, 167-172 (1986).
- [1.12] J.A. Khoury, G. Hussain, R.W. Eason, *Contrast manipulation and controllable spatial filtering via photorefractive two-beam coupling*, Opt. Comm. **70**, 272-276 (1989).
- [1.13] D. Mendlovic and H. M. Ozaktas, *Fractional Fourier transforms and their optical implementation: II.*, J. Opt. Soc. Am. A, **10**, 2522-2531 (1993).
- [1.14] F.T.S. Yu and S. Yin, *Bragg diffraction-limited photorefractive crystal-based correlators*, Opt. Eng. **34**, 2224-2231 (1995).

Capítulo 2

El Efecto Fotorrefractivo. Propiedades de los Cristales BSO/BGO

-
- 2.1 *Introducción*
 - 2.2 *El efecto fotorrefractivo. Breve historia y generalidades*
 - 2.3 *El modelo de transporte de banda*
 - 2.4 *Propiedades físicas de los cristales BSO/BGO*
 - 2.5. *Interés práctico del efecto fotorrefractivo. BSO/BGO:*
Aplicaciones ópticas
 - 2.6 *Bibliografía*
-

2. El Efecto Fotorrefractivo. Propiedades de los Cristales BSO/BGO

El mecanismo físico responsable de la modulación fotoinducida del índice de refracción de los cristales electro-ópticos —efecto fotorrefractivo— continúa siendo investigado tanto teóricamente como experimentalmente. Dos modelos son generalmente aceptados para su explicación: el modelo de "transporte de banda" (Kukhtarev) y el modelo de "salto de carga" (Feinberg). Ninguno de los dos es universal en el sentido de poder explicar todos los fenómenos que se presentan en los materiales fotorrefractivos, en diferentes regímenes de funcionamiento y en variadas situaciones experimentales. No obstante, el primero de ellos es considerado como el estudio más completo hasta ahora formulado y ha sido utilizado como referencia en prácticamente todas las publicaciones en esta área.

De acuerdo al modelo de Kukhtarev, y atendiendo a las propiedades de los cristales utilizados, se estudia el registro de distribuciones luminosas unidimensionales y se deduce la expresión general para el campo total interno. Se presenta el cálculo del campo de carga espacial para dos distribuciones luminosas elementales; una de ellas registrada en régimen holográfico.

Además, se describen los cristales de óxido de bismuto silicio, $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO) y óxido de bismuto germanio, $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO), se muestran las características físicas generales, y en particular las propiedades ópticas y de fotoconducción de estos materiales fotorrefractivos.

2.1 Introducción

El efecto fotorrefractivo consiste en el cambio en el índice de refracción producido al incidir iluminación espacialmente no uniforme en materiales electro-ópticos fotoconductivos.

Este efecto no-lineal ha atraído mucho la atención en los últimos años. Por ejemplo se han empleado estos materiales en el procesamiento óptico en tiempo real de conjugación de fase y mezclado de ondas. En los mismos se han utilizado paraeléctricos tales como el BSO^[2.1-2.3] y el BGO^[2.4] (óxido de bismuto silicio y germanio, respectivamente) y ferroeléctricos LiNbO₃ y LiTaO₃ (niobato y titanato de litio)^[2.5]. El efecto fotorrefractivo exhibido por ellos tiene lugar a temperatura ambiente y típicamente requiere de unos pocos milivatios de potencia y en el rango de longitudes de onda visibles.

Los materiales que presentan efecto fotorrefractivo poseen las siguientes características:

- ⇒ Son medios electro-ópticos, generalmente de primer orden o lineales. Es decir carecen de centro de inversión en la estructura cristalina.
- ⇒ Son fotoconductores, es decir la resistividad del material disminuye al ser iluminado.
- ⇒ Poseen donores fotoexcitables y trampasceptoras de carga (centros en niveles profundos, con energías superiores a 1eV ubicados dentro del "gap") entre la banda de valencia y la de conducción.

Para producir el efecto fotorrefractivo, se necesita la existencia en el material de impurezas ó defectos tanto donores como aceptores de electrones (o de huecos) situados en niveles de energía intermedios dentro del "gap". Así, cuando se ilumina el material estos centros donores se fotoionizan y aportan electrones a la banda de conducción (ó huecos a la de valencia). Una vez fotoexcitada la carga, esta se desplaza debido a algún mecanismo de transporte.

Los posibles mecanismos de transporte son:

- Difusión, debido a la aparición de gradientes de carga fotoexcitada, una vez iluminado el material de manera no uniforme.

- Arrastre ("Drift"), cuando se aplican campos eléctricos externos.
- Efecto fotovoltaico de volumen, lo presentan algunos materiales ferroeléctricos con simetría no cúbica, como el niobato de litio.

Los portadores (cargas fotoexcitadas que se desplazan por los mecanismos de transporte) terminan por ser atrapados en centros aceptores. Dada una distribución de intensidad luminosa no uniforme en el cristal, (por ejemplo debido a la interferencia de dos haces planos) la distribución final de cargas es también no-uniforme. En aquellos lugares donde la iluminación es más débil, la concentración de portadores en la banda de conducción es baja, y un portador atrapado no vuelve a ser fotoexcitado. Conforme se redistribuye la carga en el interior del cristal de una manera no uniforme, se genera un campo eléctrico que se opone a que continúe el desplazamiento de los portadores de cargas libres. Al final, el material alcanza un estado estacionario que se caracteriza por una redistribución no uniforme de la carga atrapada. Esta separación de cargas establece un campo de carga espacial el cual debido al efecto electro-óptico lineal conduce a una modificación local del índice de refracción.

En las siguientes dos secciones después de describir en forma breve la historia del efecto fotorrefractivo, se presentan las ecuaciones del material en el modelo de transporte de banda. En la cuarta sección se analizan las propiedades físicas del BSO y el BGO y luego se señalan algunas de las aplicaciones ópticas que emplean estos cristales.

2.2 El Efecto Fotorrefractivo. Breve Historia y Generalidades

Como fue mencionado, se entiende por efecto fotorrefractivo al fenómeno por el cual el índice de refracción local de un medio cambia debido a una distribución luminosa no-uniforme.

El efecto fotorrefractivo ha sido observado en muchos cristales electro-ópticos^[2.6] incluyendo BaTiO_3 , KNbO_3 , LiNbO_3 , LiTaO_3 , $\text{Sr}_{1-x}\text{Ba}_x\text{Nb}_2\text{O}_6$ (SBN), $\text{Na}_{2-x}\text{Sr}_x\text{K}_{1-y}\text{Na}_y\text{Nb}_5\text{O}_{15}$ (KNSBN), $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ (BSO), $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ (BGO), GaAs, InP, CdTe, etc.

Este efecto fue descubierto en 1966 por Ashkin y sus colaboradores^[2.7] en los laboratorios Bell cuando estudiaban la transmisión de un haz láser a través de cristales como el LiNbO_2 y el LiTaO_3 . Encontraron que el haz produce alteraciones

semipermanentes del índice de refracción en algunos cristales electro-ópticos, lo cual distorsionaba el frente de onda transmitido. El efecto fue llamado "daño óptico" porque este fenómeno no deseado perturbaba la generación del segundo armónico que era el tema de investigación.

No obstante, el fenómeno resultó de interés como medio de registro alternativo frente a las emulsiones fotográficas.

A fines de los sesenta, Chen y colaboradores comprendieron que podían utilizar estos cristales como memorias ópticas de alta densidad. Chen publicó el primer modelo de migración de cargas^[2.5] en 1969. El modelo explica que la fotoexcitación de los electrones y su subsecuente arrastre debido al campo eléctrico interno, podría generar la redistribución de la carga espacial. Además, vía el efecto electro-óptico lineal, este campo crea una red de índice de refracción con el mismo período espacial que la distribución luminosa original. Al iluminar el cristal uniformemente, se re-excitan los portadores de carga y así su distribución vuelve a ser uniforme y la red de índice de refracción desaparece

Sobre la base de este modelo, Thaxter^[2.8], Johnson^[2.9], Glass^[2.10] y Kim^[2.11], entre otros, perfeccionaron el modelo de migración de cargas por deriva ó arrastre ("drift") para explicar los efectos observados: influencia de un campo eléctrico aplicado, aparición de un campo de carga espacial interno, difusión de cargas, efecto fotovoltaico de volumen, mecanismo de retro-alimentación entre un campo fotinducido y la densidad de electrones libres, etc.

Hou *et. al.*^[2.12] al estudiar los procesos de portadores fotoinducidos en BSO, encontraron que el borde de absorción óptica se desplaza por la presencia de ciertas impurezas. Notaron que en cristales sin dopar ó ligeramente dopados con Al, los electrones predominaban en las fotocorrientes, mientras que en cristales excesivamente dopados con Al, los huecos eran dominantes.

Trabajos experimentales fueron examinando continuamente la validez del modelo de transporte de carga así como generando el desarrollo de aplicaciones del fenómeno desde mediados hasta fines de los setenta. El grupo de Huignard estudió el BSO y el BGO para

aplicaciones de interferometría holográfica en tiempo real^[2.13]. Las características ventajosas para el registro holográfico —reversibilidad, ningún procesamiento y alta sensibilidad— los presenta comparables y a la vez como una alternativa frente a emulsiones holográficas.

En 1979, Kukhtarev *et al.*^[2.14] publican un modelo teórico muy completo. Este toma en cuenta el efecto de campo eléctrico aplicado, el efecto fotovoltaico de volumen y el efecto recursivo del campo de carga espacial en la misma distribución de la carga. El modelo de transporte de banda de Kukhtarev ha sido desde entonces analizado y utilizado por la mayoría de los grupos de investigación que trabajan en el tema.

Al año siguiente, el grupo de Feinberg^[2.1], trabajando con BaTiO₃ (titanato de bario) produce el primer modelo basado en un enfoque distinto. Este modelo, llamado "de saltos", involucra una descripción física de los portadores de carga "saltando" de sitio en sitio, con la probabilidad de salto dependiente de la intensidad de luz local y el campo eléctrico. A pesar de ser conceptualmente diferentes y de usar un lenguaje y un conjunto de ecuaciones diferentes, ambos modelos dan una descripción equivalente del fenómeno. El modelo de "transporte de banda" y el de "salto de carga" son corrientemente aceptados para la explicación del efecto fotorrefractivo.

2.3 El Modelo de Transporte de Banda

El modelo teórico de transporte de banda, considera la fotoionización de portadores de carga a partir de impurezas o defectos que al ser iluminados actúan como donores, el transporte de la carga y la recombinación en trampas, que se comportan como centros aceptores

Se considerará aquí una versión del modelo simplificada. Se asume que los materiales fotorrefractivos contienen ciertos tipos de impurezas. Por simplicidad, en la explicación del modelo, se establece que todas las impurezas donores localizadas en el "gap", son idénticas y tienen todas el mismo estado de energía, como se indica en la Fig.2.1. Pueden ser ionizadas por absorción de fotones y como resultado, se generan electrones en la banda de conducción, dejando atrás vacancias. A su vez, tales impurezas ionizadas son capaces de capturar electrones.

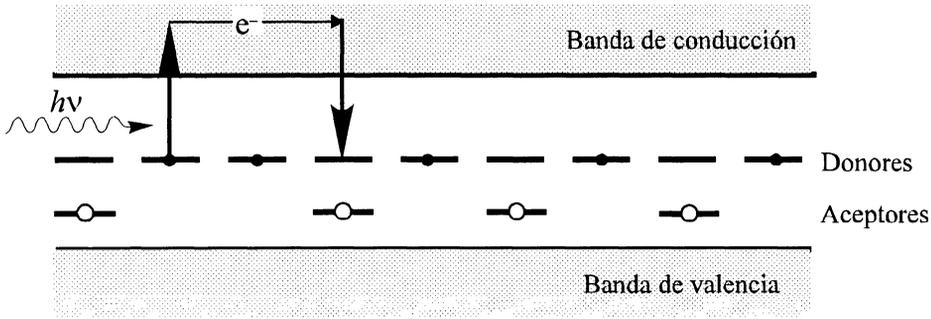


Figura 2.1: Modelo del efecto fotorrefractivo.

2.3.1 Ecuaciones del Material

Se considera que un sólo tipo de portadores de carga contribuyen al fenómeno, son los electrones, y que sólo existe un tipo de centros fotoexcitables. El esquema energético correspondiente esta dado en la Fig.2.1. El conjunto de ecuaciones para determinar la distribución espacial de campo eléctrico que modula el índice de refracción cuando sobre el material incide una distribución de intensidad luminosa, están dadas por:

2.3.1.1 Ecuación de Generación de Centros Ionizados

Considérese que N_D es la densidad total de centros participantes del efecto fotorrefractivo (impurezas donoras). Estos centros pueden encontrarse en dos estados. En uno de ellos están ionizados por termo/fotoexcitación de un electrón, siendo entonces susceptibles de aceptar uno; su densidad se anota N_D^+ . En el segundo estado, ellos están neutros y aptos para liberar un electrón. Su densidad es entonces $N_D - N_D^+$. Asimismo, se asume la existencia de impurezas aceptoras N_A^- , ionizadas independientemente de la incidencia ó no de iluminación las cuales no participan del proceso de fotoionización. Sin embargo, su presencia es indispensable para asegurar la existencia de un gran número de donores vacíos en la oscuridad, preservando la neutralidad de la carga.

Por lo tanto, en equilibrio térmico y ausencia de luz, la neutralidad de carga se expresa por la condición:

$$N_O + N_A^- + N_D^+ = 0$$

donde N_O es la densidad de electrones libres en la oscuridad. Para que se verifique el efecto fotorrefractivo, $N_O \ll N_A^-, N_D^+$; debido ha que estos electrones, excitados térmicamente, tienden a destruir la modulación espacial de carga fotoinducida.

Típicamente, para la mayoría de los materiales, se tiene los valores medios: $\langle N_D \rangle \approx 10^{24}$ centros/m³ y $\langle N_D^+ \rangle \approx 10^{21}$ centros/m³. Estas densidades dependen de las tres coordenadas de espacio y del tiempo. Para abreviar las notaciones se omiten estas dependencias y se indica por ejemplo, $N_D(x, y, z, t) = N_D$.

Localmente, en un punto (x, y, z) la densidad de donores ionizados aumenta por excitación de electrones a partir de centros neutros hacia la banda de conducción y, disminuye por recombinación de estos electrones hacia donores ionizados. Si se denota por N la densidad de electrones libres en la banda de conducción, se puede escribir la ecuación de generación-recombinación^[2.13,2.14]:

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (N_D - N_D^+) \cdot (sI + \beta) - \gamma N N_D^+ \quad (2.3-1)$$

donde $s = \frac{\sigma}{\hbar\omega}$ es la sección eficaz de fotoionización a la banda de conducción en m²J⁻¹, $\sigma = \frac{\alpha\xi}{N_D}$ es la sección transversal, la cual esta relacionada con el coeficiente de absorción α vía la eficiencia cuántica ξ (probabilidad de que un electrón sea expulsado cuando un fotón es absorbido), $\hbar\omega$ es la energía de un fotón, I es la intensidad luminosa incidente en W/m²; β es el coeficiente asociado a la probabilidad de termoionización en s⁻¹m⁻³ y γ es la razón de recombinación de electrones en m³/s.

De la Ec.(2.3-1) se puede asumir que los electrones en la banda de conducción se recombinan en los centros N_D^+ con una constante $\tau = \frac{1}{\gamma} N_D^+$, tiempo de vida media de los electrones libres en la banda de conducción. La tasa de recombinación γ se supone independiente de N y del valor del campo eléctrico. Esta aproximación de recombinación lineal es válida para iluminación débil ($N \ll N_D^+$).

2.3.1.2 Ecuación de Conductividad

En la banda de conducción los electrones pueden desplazarse libremente (electrones de conducción). Varios procesos de migración pueden ser considerados:

- *Difusión*. Es debida a la agitación térmica. Ello conduce a una densidad de corriente de difusión isotrópica^[2.14]:

$$\mathbf{J}_d = \mu \kappa_B T \vec{\nabla} N = q D \vec{\nabla} N$$

donde μ es el valor absoluto de la movilidad de la carga q , T la temperatura absoluta, κ_B la constante de Boltzmann, N la densidad electrónica fotoinducida y D el coeficiente de difusión de los electrones, definido por la relación de Einstein, $D = \mu \kappa_B T / q$.

La importancia de la difusión, aumenta en la medida que el gradiente de concentración de electrones lo haga. Así, la difusión es más apreciable cuando la distribución luminosa presenta frecuencias espaciales elevadas (registros de diagramas de interferencia de paso pequeño).

- Arrastre ó deriva ("*Drift*"). Transporte de cargas debido a un campo eléctrico \mathbf{E} que produce una densidad de corriente de arrastre:

$$\mathbf{J}_a = \mu N q \mathbf{E}$$

Una de las componentes del campo eléctrico proviene del campo de carga espacial \mathbf{E}_{ce} fotoinducido en el material y la otra componente \mathbf{E}_a se origina en la diferencia de potencial aplicada a los electrodos del cristal. Así, el campo $\mathbf{E} = \mathbf{E}_{ce} + \mathbf{E}_a$ es el campo macroscópico interno del material.

- *Efecto Fotovoltaico*. La fotoexcitación de electrones puede dar lugar a una corriente de difusión anisotrópica \mathbf{J}_f en ciertos cristales ferroeléctricos.

Como el BSO y el BGO son materiales paraeléctricos, no presentan el efecto fotovoltaico, entonces este mecanismo de transporte de carga no se considera. El vector densidad de corriente se escribe por consiguiente:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_a + \mathbf{J}_d = q \mu N \mathbf{E} + q D \vec{\nabla} N \quad (2.3-2)$$

Como en la mayoría de las experiencias, en este trabajo, se trata a μ como un escalar.

2.3.1.3 Ecuación de Continuidad

La ecuación de conservación de la carga, válida en todos los materiales, se escribe^[2.6]:

$$\vec{\nabla} \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\left\{ -q \frac{\partial N}{\partial t} + q \frac{\partial N_D^+}{\partial t} \right\}$$

o sea,

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{1}{q} \vec{\nabla} \cdot \mathbf{J} + \frac{\partial N_D^+}{\partial t} \quad (2.3-3)$$

2.3.1.4 Ecuación de Poisson

La ecuación de Poisson relaciona el campo eléctrico con la redistribución de carga en el cristal. Es válida cualquiera que sea el material^[2.6]:

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon \mathbf{E}) = -q(N + N_A - N_D^+) \quad (2.3-4)$$

donde ϵ es la permitividad dieléctrica del medio y \mathbf{E} es el campo eléctrico.

Estas cuatro ecuaciones describen el modelo de transporte de banda en un material fotorrefractivo. Este conjunto constituye las llamadas ecuaciones del material (ó de Kukhtarev) y tienen un rango de validez muy amplio, ya que permiten variadas condiciones experimentales.

En su forma presente ellas contienen numerosos parámetros los cuales impiden identificar que términos son significativos para una situación física particular. En la siguiente sección se examinan las propiedades de estas ecuaciones en varias situaciones simples. Asimismo se encuentra el conjunto mínimo de parámetros del cual dependa la solución de las ecuaciones.

2.3.2 Ecuaciones del Material en Forma Unidimensional

Una forma unidimensional simplificada de las ecuaciones del material (2.3-1 a 2.3-4) ha sido dada por Moharam *et. al.*^[2.15]:

$$J(x, t) = qD \frac{\partial N(x, t)}{\partial x} + q\mu N(x, t) [E_{ce}(x, t) + E_a] \quad (2.3-6)$$

$$\frac{\partial N(x, t)}{\partial t} = g(x) - \frac{N(x, t) - N_0}{\tau} + \frac{1}{q} \frac{\partial J(x, t)}{\partial x} \quad (2.3-7)$$

$$E_{ce}(x, t) = -\frac{1}{\epsilon} \int_0^t J(x, t) dt + H(t) \quad (2.3-8)$$

donde $H(t)$ se determina a partir de:

$$\int_0^L E_{ce}(x, t) dx = 0 \quad (2.3-9)$$

La Ec.(2.3-6) corresponde a la Ec.(2.3-2) asumiendo que todas las cantidades varían sólo en la dirección x ; $J(x, t)$ es la densidad de corriente; además,

$$N(x, t) = N_O + N_L(x, t) \quad (2.3-10)$$

donde $N_L(x, t)$ es la densidad de cargas libres (electrones) generadas por iluminación del cristal. El campo externo aplicado es $E_a = V/L$, donde V es el voltaje entre los electrodos del cristal de ancho L .

La Ec.(2.3-7) se obtiene por combinación de las Ecs.(2.3-1) y (2.3-3) con la aproximación de densidad de donores constante, $N_D \gg N_D^+$. El tiempo de vida de los portadores libres es $\tau = 1/\gamma N_D^+ \approx 1/\gamma N_A = \text{const}$; $g(x)$ representa la generación de electrones, fotoinducidos y es proporcional a la intensidad luminosa; se puede escribir como:

$$g(x) = g_0 \frac{I(x)}{I_m} \quad \text{donde} \quad g_0 = \frac{\sigma N_D}{\hbar \omega} I_m = \frac{\alpha \xi}{\hbar \omega} I_m \quad (2.3-11)$$

donde I_m es la intensidad máxima incidente. En esta expresión fue despreciada la generación de cargas libres por termoionización, esto es, considerando que $\beta \ll sI$.

La Ec.(2.3-8) se obtiene de la Ec.(2.3-4), utilizando la ecuación de continuidad que relaciona la carga espacial y la corriente:

$$q \frac{\partial}{\partial t} (N_D^+ - N_A - N) + \frac{\partial J}{\partial x} = 0 \quad (2.3-12)$$

La Ec.(2.3-9) se obtiene de imponer la condición de contorno:

$$\int_0^L E(x, t) dx = V \quad (2.3-13)$$

Las situaciones experimentales a tratar de este trabajo corresponden esencialmente a distribuciones luminosas unidimensionales en régimen estacionario. Por lo tanto, se

adoptará el modelo unidimensional descrito en esta sección para el cálculo del campo interno.

2.3.3 Campo de Carga Espacial en Estado Estacionario

En estado estacionario $\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial N}{\partial t} = 0$ y también $\frac{\partial J}{\partial x} = 0$ de acuerdo a la Ec.(2.3-12). Por lo tanto, de la Ec.(2.3-7), se obtiene:

$$N(x) = N_O + \tau g(x) = N_O + \tau \frac{\alpha \xi}{\hbar \omega} I(x) = N_O [1 + G I_n(x)] \quad (2.3-14)$$

donde $I_n(x) = I(x)/I_m$ es la intensidad normalizada, y

$$G = \frac{\tau \alpha \xi}{N_O \hbar \omega} I_m \quad (2.3-15)$$

De la Ec.(2.3-6) y atendiendo a la condición de frontera, Ec.(2.3-9), la expresión para el campo interno total esta dada por (ver Apéndice I):

$$\begin{aligned} E(x) &= E_{ce}(x) + \frac{V}{L} \\ &= \frac{V}{KN(x)} + \frac{D}{\mu N(x)} \left[\frac{\int_0^L \frac{\partial N(x)/\partial x}{N(x)} dx}{K} - \frac{\partial N(x)}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (2.3-16)$$

donde

$$K = \int_0^L \frac{dx}{N(x)} \quad (2.3-17)$$

Reemplazando la distribución luminosa $I(x)$ a registrarse en el cristal en la Ec.(2.3-14) y luego ésta en la Ec.(2.3-16) se puede encontrar el campo de carga espacial $E_{ce}(x)$.

El campo total interno es el responsable del cambio local del índice de refracción debido al efecto electro-óptico lineal. En el próximo Capítulo se explica este efecto y se calcula la variación en el índice de refracción inducido, al final, por la distribución luminosa $I(x)$ que incide en el cristal.

2.3.4 Registro de Distribuciones Luminosas

Una distribución de intensidad luminosa no uniforme en el cristal es la responsable de la distribución final de cargas. Conforme se redistribuye la carga en el interior del cristal por difusión o deriva (aplicando un campo eléctrico externo), se genera un campo eléctrico que se opone a que continúe el desplazamiento de los portadores de cargas libres. Finalmente, el material alcanza un estado estacionario que se caracteriza por una redistribución no homogénea de la carga atrapada.

Como ha sido mencionado, el efecto fotorrefractivo tiene lugar con bajas intensidades luminosas. En las experiencias llevadas a cabo en este trabajo la máxima de intensidad se encuentra en el rango de $1\text{-}10\text{mW/cm}^2$. Además los valores de los parámetros físicos que serán utilizados en todos los cálculos se presentan a continuación:

Tabla 2.1: Parámetros físicos y experimentales relativos a los cristales BSO y BGO

Coefficiente de absorción para $\lambda=514\text{nm}$ ^[2.16]	$\alpha \approx 1.3\text{-}3\text{cm}^{-1}$
Densidad de electrones en la oscuridad ^[2.17]	$N_0 \approx 2 \times 10^5 \text{cm}^{-3}$
Tiempo de vida media de los portadores libres ^[2.17]	$\tau \approx 2.833 \times 10^5 \text{s}$
Energía del fotón para $\lambda=514\text{nm}$	$\hbar\omega = 2.54\text{eV}$
Eficiencia cuántica ^[2.17]	$\xi = 1$

Así, reemplazando en la Ec.(2.3-15) los valores de la Tabla 2.1, resulta $G \approx 10^6\text{-}10^7$.

En un registro holográfico la distribución luminosa que llega al cristal es producida por la interferencia de dos haces: un haz objeto (que lleva la información a ser registrada) y un haz de referencia (generalmente una onda plana). En esta situación, los dos mecanismos de transporte de carga, difusión y deriva ("drift") están presentes. Cuando la modulación entre las intensidades de los dos haces es grande, cercano a la unidad y la frecuencia espacial de franjas de interferencia es elevada ($>500\text{lín/mm}$), el mecanismo de difusión predomina.

Por otro lado, se considera un registro no holográfico cuando sobre el cristal incide luz proveniente sólo del haz objeto. En este caso, la distribución luminosa en el cristal no presenta frecuencias espaciales elevadas, como en el caso anterior el mecanismo de arrastre o deriva es el que prevalece.

Se presenta a continuación la forma de calcular el campo de carga espacial para tres distribuciones luminosas elementales. Casos más complejos requieren de un cálculo numérico extenso y tedioso aunque conceptualmente no relevante.

2.3.4.1 Iluminación Uniforme

Sí la distribución de intensidad luminosa incidente en todo el cristal es uniforme:

$$I(x) = I_m \quad ; \quad I_n(x) = 1 \quad (2.3-18)$$

entonces, no hay variación espacial de ninguna de las cantidades físicas. Los electrones, generados por la iluminación uniforme del cristal, se desplazan en la banda de conducción debido sólo al campo eléctrico externo aplicado. Así, la distribución de carga en el interior del cristal es uniforme y se incrementa en forma proporcional a la intensidad luminosa que recibe el cristal:

$$N_L = \frac{\tau \alpha \xi}{\hbar \omega} I_m$$

y

$$E(x) = E_a = V/L \quad ; \quad E_{ce}(x) = 0 \quad (2.3-19)$$

2.3.4.2 Registro No-holográfico

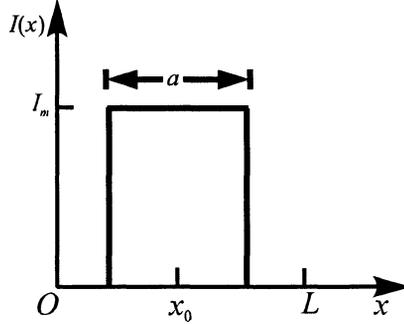
En este caso la distribución luminosa que recibe el cristal proviene de un solo haz y las frecuencias espaciales generalmente no son elevadas. Se puede considerar que sólo el mecanismo de transporte por arrastre "drift" desplaza a los electrones en la banda de conducción. La contribución por difusión entonces puede despreciarse. En esta aproximación, la Ec.(2.3-16) resulta:

$$E(x) = E_{ce}(x) + \frac{V}{L} \approx \frac{1}{K} \frac{V}{N(x)} = \frac{V}{N(x)} \frac{1}{\int_0^L \frac{dx}{N(x)}} \quad (2.3-20)$$

Considérese que el perfil de intensidad del haz incidente es un rectángulo de la forma:

$$I(x) = I_m \text{rect} \left[\frac{x - x_0}{a} \right] \quad (2.3-21)$$

donde a ($a < L$) es el ancho del haz de iluminación y x_0 es la posición central $[(a/2) < x_0 < L - (a/2)]$.



Al sustituir $I(x)$ en la expresión de $N(x)$ y luego en la Ec.(2.3-20), el campo total interno resulta:

$$E(x) = \frac{V}{\left(L - a + \frac{a}{1+G} \right) \left\{ 1 + \text{Grech} \left[\frac{x - x_0}{a} \right] \right\}} \tag{2.3-22}$$

Es fácil ver que los campos E_1 fuera de la región iluminada y E_2 dentro de ella son:

$$E(x) = \begin{cases} E_1 = \frac{V}{L - a + \frac{a}{1+G}} & \text{para } I_n(x) = 0 \\ E_2 = \frac{V}{L + [L + (L+a)G]} & \text{para } I_n(x) = 1 \end{cases} \tag{2.3-23}$$

Debido a que el factor $G \gg 1$ (ver Tabla 2.1) y es proporcional a I_m , resulta:

$$E(x) = \begin{cases} E_1 \approx \frac{V}{L - a} \\ E_2 \approx 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad E_{ce}(x) = \begin{cases} E_{ce1} \approx \frac{V}{L - a} - \frac{V}{L} \\ E_{ce2} \approx -\frac{V}{L} \end{cases} \tag{2.3-24}$$

En particular, si la región iluminada es la mitad del ancho del cristal $a=L/2$, se obtiene:

$$E(x) = \begin{cases} E_1 = \frac{2V}{L} \\ E_2 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad E_{ce}(x) = \begin{cases} E_{ce1} = \frac{V}{L} \\ E_{ce2} = -\frac{V}{L} \end{cases} \tag{2.3-25}$$

En las Ecs.(2.3-24) y (2.3-25) se observa que el campo total interno se realiza en la región no iluminada y es cero en la región iluminada. Además, el campo de carga

espacial, no es nulo localmente en ninguna de las dos regiones y se opone al desplazamiento de electrones.

2.3.4.3 Registro Holográfico

En un registro holográfico, la información de la amplitud y la fase de una onda objeto se almacena al emplear una onda de referencia y registrar el patrón de interferencia producido por los dos haces en el volumen de un material adecuado. En contraste con el registro en medios holográficos convencionales (placas fotográficas de haluro de plata) los cuales requieren tres pasos consecutivos (registro, revelado y lectura), estos ocurren prácticamente en forma simultánea (aprox. 10 seg., para una intensidad de 1mW/cm^2) en materiales fotorrefractivos y cualquier cambio de la onda objeto es registrado continuamente.

Considérese la interferencia de dos ondas planas coherentes de intensidades I_1 e I_2 respectivamente, ver Fig.2.2(a). La intensidad I resultante en el cristal fotorrefractivo esta dada por:

$$I(x) = I_m(1 + M \cos kx) \quad (2.3-26)$$

donde, $I_m = I_1 + I_2$ es la intensidad máxima de la red producida por las dos ondas;

$M = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_m}$ es la razón de modulación y k es el vector de la red.

Reemplazando directamente la Ec.(2.3-26) en la Ec.(2.3-14) se obtiene la expresión para el campo eléctrico total interno $E(x)$:

$$E(x) = \frac{1}{(1 + M' \cos kx)} \left[\frac{V}{L} \sqrt{1 - M'^2} + \frac{kD}{\mu} M' \sin kx \right] \quad (2.3-27)$$

donde $M' = \frac{G}{1+G} M \approx M$ para $G \gg 1$.

Entonces, el campo de carga espacial fotoinducido es:

$$E_{ce}(x) = E(x) - E_a = E_a \left[\frac{\sqrt{1 - M^2}}{1 + M \cos kx} - 1 \right] + E_D \frac{M \sin kx}{1 + M \cos kx} \quad (2.3-28)$$

donde $E_a = \frac{V}{L}$ es el campo externo aplicado y $E_D = \frac{kD}{\mu} = \frac{k\kappa_B T}{q}$ es el campo de difusión.

El campo de carga espacial dado por la Ec.(2.3-28) y por consiguiente la modulación de índice es no sinusoidal y contiene armónicos espaciales altos de la frecuencia fundamental, cuyo desarrollo en series de Fourier es:

$$E_{ce}(x) = -2\sqrt{E_D^2 + E_a^2} \sum_{h=1}^{\infty} \left[\frac{\sqrt{1 - M^2} - 1}{M} \right]^h \cos(hqx - \phi) \quad (2.3-29)$$

donde $\phi = \arctg\left(\frac{E_D}{E_a}\right)$.

Es deseable suprimir los armónicos espaciales más altos. Para ello se emplea una iluminación incoherente y uniforme de fondo que permite disminuir el valor de M (aproximación de baja modulación $M \ll 1$). Entonces, el campo de carga espacial es sinusoidal y la Ec.(2.3-28) se reduce a:

$$E_{ce}(x) = E(x) - E_a = M(E_D \sin kx - E_a \cos kx) \quad (2.3-30)$$

No obstante, para el caso de un máximo contraste $M=1$, es decir con $I_1=I_2$ y $N_0=0$, la componente fundamental del E_{ce} (del desarrollo en serie de Fourier de la Ec.(2.3-29) es:

$$E_{ce}(x) = 2(E_D \sin kx + E_a \cos kx) \quad (2.3-31)$$

De acuerdo a las Ecs.(2.3-28) a (2.3-30), el campo de carga espacial saturado no depende de la intensidad luminosa. Sin embargo, la intensidad determina el tiempo requerido para alcanzar la saturación del campo.

Las Ecs.(2.3-30) y (2.3-31) muestran que el campo de carga espacial puede descomponerse en dos contribuciones. Una originada por la difusión cuya amplitud es proporcional a E_D y esta desfasada $\pi/2$ respecto de la distribución de intensidad que recibe el cristal. La otra contribución debida al arrastre, tiene una amplitud proporcional al campo externo E_a y esta en oposición, Ec.(2.3-30), ó en fase, Ec.(2.3-31), con la distribución de intensidad.

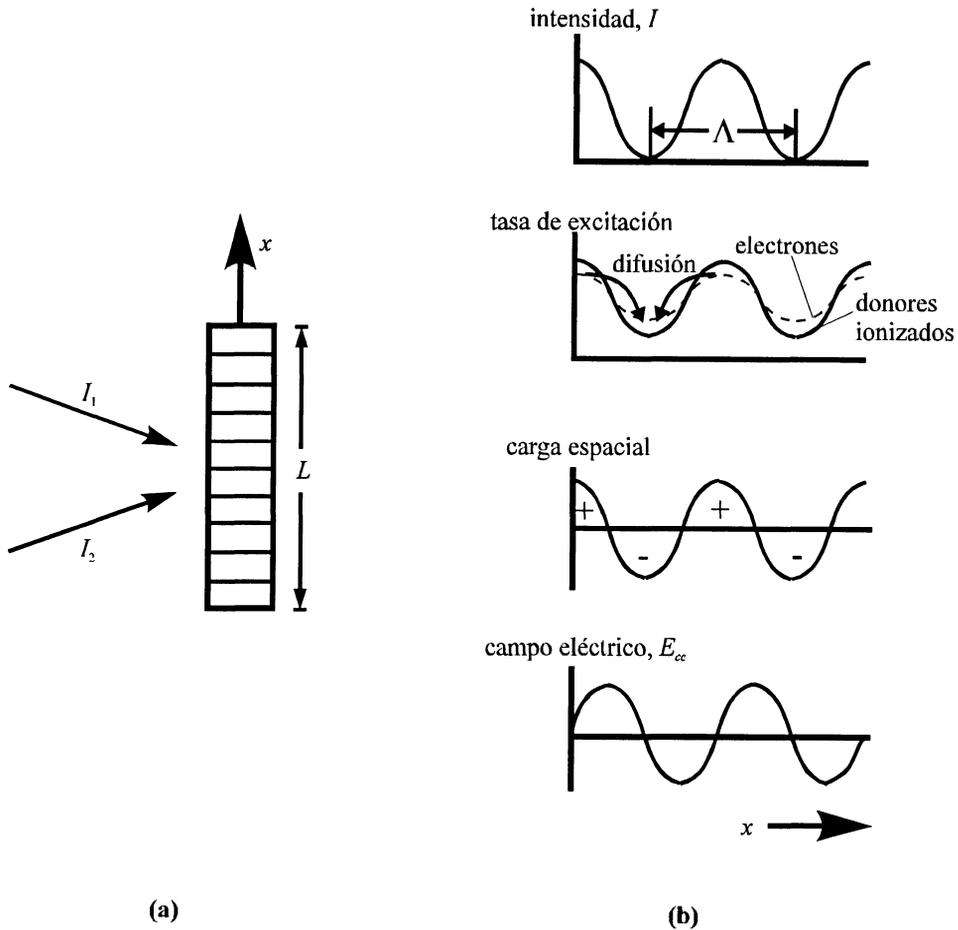


Figura 2.2: (a) Cristal fotorrefractivo con dos haces de registro; (b) Construcción de un campo de carga espacial E_{ce} por difusión^[2,18]. Λ es el espaciado de la red.

Entonces, en un régimen de difusión puro como el que se muestra en la Fig.2.2, $E_{ce}(x)$ e $I(x)$ están en cuadratura. La intensidad luminosa $I(x)$ excita donores ionizados y electrones. Adicionalmente, puede estar presente una distribución homogénea de densidad de electrones termoexcitados. Los electrones se difunden de manera que se reduce la amplitud espacial de la densidad de electrones cuando se compara con la amplitud espacial de la densidad de donores ionizados. De esta diferencia de amplitud surge una distribución de la carga espacial modulada en fase con la intensidad luminosa. La distribución del campo eléctrico resultante E_{ce} varía un cuarto de periodo de red ($\Lambda/4$ donde, $\Lambda=2\pi/k$), respecto a la intensidad luminosa.

En cambio en un régimen en que predomina el arrastre por acción de un campo externo, como se muestra en la Fig.2.3, $E_{ce}(x)$ e $I(x)$ están en oposición. En este caso el desplazamiento de la distribución de electrones se obtiene por un campo eléctrico

estático externo $E_a=V/L$. Si la razón de excitación de donores ionizados es proporcional a $\cos kx$, la razón de excitación de los electrones arrastrados es proporcional a $\cos(kx+\phi)$, ver Fig.2.3. Para desplazamientos suficientemente pequeños la diferencia entre estas distribuciones, es decir la densidad de carga espacial es proporcional a $\sin kx$. El campo eléctrico resultante es proporcional a $-\cos kx$ el cual se corresponde con la distribución de intensidad excepto por el signo negativo. Por lo tanto en estado estacionario la densidad de corriente J es constante.

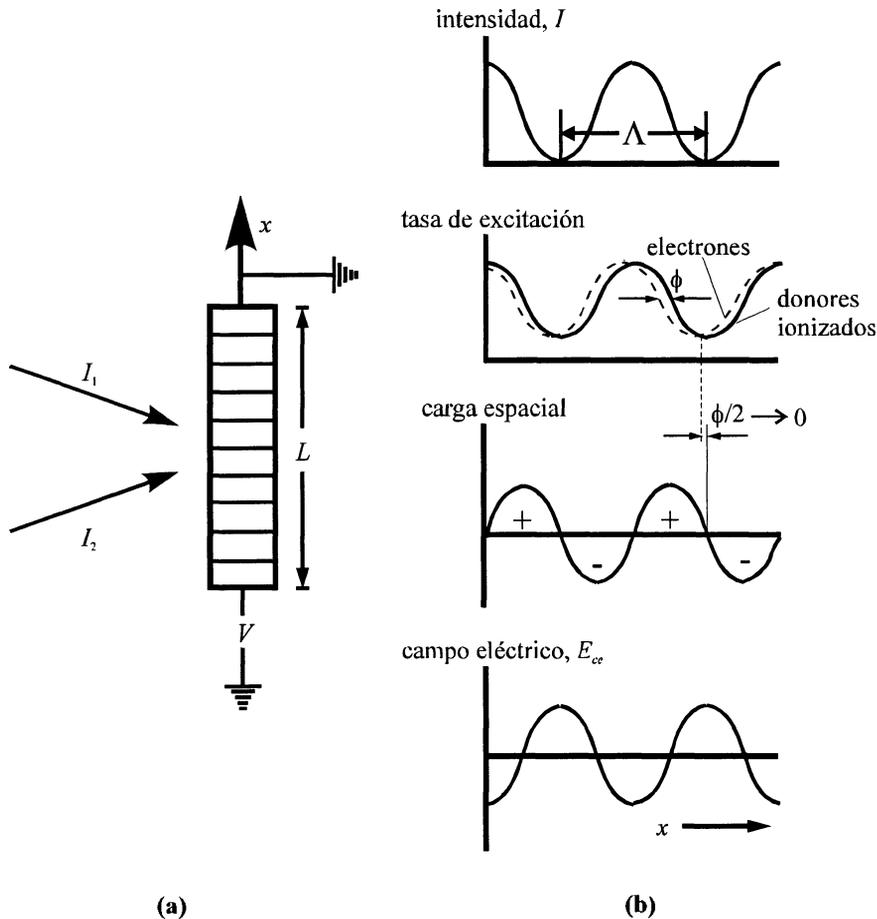


Figura 2.3: (a) Cristal fotorrefractivo con dos haces de registro y un voltaje dc externo; (b) Construcción de un campo de carga espacial E_{ce} por un voltaje externo (ϕ es el desfase de razón de excitación)^[2,18].

Decaimiento de la red y borrado. Los fotoelectrones son expulsados de las trampas por excitación térmica o por iluminación uniforme y se mueven a regiones de alta concentración de donores ionizados donde tiene lugar la recombinación. La densidad de electrones es aproximadamente constante durante este proceso, resultando en un

decaimiento de la carga espacial en forma exponencial con un tiempo característico dado por el tiempo de recombinación dieléctrico $T_0 = \frac{\epsilon}{q\mu N}$ ^[2.18].

2.4 Propiedades Físicas de los Cristales BSO/BGO

La fórmula de los cristales de la familia silenitas es $\text{Bi}_{12}\text{XO}_{20}$ donde X es, Si en el caso del BSO, Ge en el del BGO ó bien Ti en el BTO. Se obtienen en el laboratorio a partir de una mezcla estequiométrica de óxidos Bi_2O_3 y XO_2 ^[2.19], en proporción molar 6:1, que son los que presentan las propiedades más interesantes. No obstante, existen compuestos con otras estequiometrías de los óxidos Bi_2O_3 y SiO_2 como la 3:2 ($\text{Bi}_4\text{Si}_3\text{O}_{12}$), 3:1 (Bi_2SiO_5) los cuales exhiben débil efecto fotorrefractivo.

2.4.1 Crecimiento de Monocristales

Aunque el BSO fue descubierto en la naturaleza en 1937, actualmente sólo se obtiene sintetizado en el laboratorio por crecimiento cristalino. Los primeros monocristales fueron obtenidos por Ballman en 1966, usando el método de crecimiento de Czochralski ^[2.12,2.19,2.20]. El monocristal de BSO crece de forma no-estequiométrica con un exceso de Bi de un 9%.

La temperatura de fundido es de 900° para el BSO y 930°C para el BGO lo cual está dentro de las posibilidades de los hornos de resistencia convencionales. Ambos son transparentes, y presentan una coloración amarillenta, aunque es bastante más intensa en el caso del BSO.

Para crecer el cristal se parte de una semilla prismática, normalmente orientada según las direcciones $\langle 001 \rangle$, $\langle 011 \rangle$ ó $\langle 111 \rangle$. La elección del valor de los parámetros de crecimiento de Czochralski, tales como las velocidades de rotación y de tirado, así como el tiempo de enfriado, dependen del diámetro del cristal, de los gradientes del horno, de corrientes convectivas ^[2.21] y de otros parámetros. Con este método se pueden obtener cristales de unos $\sim 10\text{cm}$ de largo y unos 5cm de diámetro. Varios tipos de defectos ligados a los procesos de crecimiento, aparecen en estos cristales, como por ejemplo una región coloreada más intensamente en el centro del cristal ("core"). Existen un buen

número de trabajos que tratan aspectos específicos del método de Czochralski para mejorar el tamaño y la calidad óptica de los cristales obtenidos por esta técnica^[2.20].

También pueden crearse cristales fotorrefractivos con una estequiometría distinta a la 6:1, siempre que no se aparten demasiado de dicha proporción. Estos presentan diferencias en las propiedades y en el contenido de defectos puntuales intrínsecos, las cuales son de gran importancia para el comportamiento fotorrefractivo del material.

2.4.2 Estructura Cristalina

Los primeros en determinar la estructura de las silenitas fueron Abrahams y col.^[2.19], quienes establecieron que cristalizan en el sistema cúbico (centrado en el cuerpo) con una simetría 23 , y constan de una doble estructura de $\text{Bi}_{12}\text{XO}_{20}$ por celda unidad. Este tipo de estructura, aunque es cúbica, no posee centro de inversión, lo que determina muchas de las propiedades que presenta.

La estructura se puede describir como sigue^[2.19]:

- Los cationes de X^{+4} se sitúan en los vértices de la celda cúbica, y están a su vez, cada uno de ellos, rodeado de cuatro átomos de oxígeno. Es decir, cada catión X y sus cuatro oxígenos forman un tetraedro perfecto que se sitúa en cada uno de los ocho vértices del cubo, así como en el centro (en total dos átomos de Si completos por celda).
- Los cationes de bismuto trivalente, se rodean de cinco átomos de oxígeno. Este poliedro tiene forma de octaedro distorsionado, ya que el sexto vértice no está ocupado por un oxígeno.
- Los poliedros de BiO_5 se asocian en parejas por medio de una arista común, quedando los dobletes no enlazados opuestos entre sí, situados en el plano de la base del poliedro, y formando un grupo Bi_2O_8 . A su vez, estos grupos se unen a dos tetraedros de XO_4 por los átomos de oxígeno más alejados del plano de la base. La repetición espacial de estos enlaces forma la estructura tridimensional de las silenitas.

Entre las propiedades del BSO/BGO, determinadas por la falta de centro de inversión, debe destacarse el efecto electro-óptico lineal por su importancia en el efecto fotorrefractivo.

2.4.3 Defectos Puntuales y Macroscópicos

En el BSO/BGO pueden generarse defectos puntuales mediante varios mecanismos: a través del propio proceso de crecimiento (variando ligeramente la estequiometría de partida), introduciendo impurezas, a través de la reducción termoquímica, ó por irradiación. En particular, la ligera elevación que aparece próximo al borde de absorción (ver Fig.2.4), ya indica que los cristales BSO puros presentan defectos puntuales intrínsecos. Ello proceden del exceso de bismuto y juegan un papel muy importante en las propiedades del material como son la absorción óptica, la fotoconductividad y el efecto fotorrefractivo^[2.12]. Estos defectos todavía no se conocen en detalle, ni la forma en que pueden ser controlados.

Para investigar los efectos de las impurezas en las propiedades físicas del BSO, éste es dopado. La mayoría de aquellas se introducen durante el crecimiento del cristal, aunque también se ha utilizado para introducirlas procesos de difusión y la implantación iónica. Las impurezas afectan directamente a la estequiometría y al signo de los portadores de carga. Sin embargo, el fuerte papel que juegan los defectos intrínsecos parece enmascarar el desempeñado por las impurezas^[2.21].

La posición de los niveles de energía dentro del "gap" representa uno de los datos de mayor interés para el efecto fotorrefractivo. Su determinación requiere el estudio de la transferencia de carga entre los centros ópticamente activos mediante la fotoconductividad, y su dependencia con la temperatura. Se han determinado los niveles de diversas trampas de electrones y huecos, pero no se ha podido asignar, sin ambigüedad, dichas trampas a algún defecto o impureza específica.

Entre los defectos macroscópicos que aparecen debido al proceso de crecimiento, se encuentran las inclusiones, sus tamaños varían entre 5 μm y 100 μm y son formadas por fases segregadas ($\text{Bi}_4\text{Si}_3\text{O}_{12}$ y Bi_2O_3) ó por platino metálico procedente del crisol

utilizado como recipiente del fundido. La aparición de estas inclusiones esta relacionada con altas velocidades de tiro y con cambios abruptos del diámetro del cristal^[2.20].

Otras imperfecciones localizadas en monocristales de BSO son la coloración selectiva de determinadas zonas del cristal, debidas a la incorporación preferencial de centros fotocromicos en ciertas direcciones del crecimiento y las estrías debidas a cambios en la temperatura y en la velocidad de rotación de la muestra.

No obstante, es posible obtener muestras prácticamente libres de defectos, y por tanto de una alta calidad óptica.

2.4.4 Fotoconductividad

Una de las propiedades más relevantes de estos compuestos es su fotoconductividad. En la oscuridad prácticamente son aislantes, con una resistividad para el BSO del orden de $5 \times 10^{13} \Omega\text{m}$ ($8 \times 10^{10} \Omega\text{m}$ para el BGO). Cuando son iluminados con luz visible ó ultravioleta cercana, aumentan su conductividad varios órdenes de magnitud. Como se mostró en las primeras secciones de este Capítulo, esta fotoconductividad genera, un campo de carga espacial que, en conjunción con un campo eléctrico externo (necesario en el registro no holográfico) contribuye a la deriva de los electrones.

Aldrich *et al.*^[2.22] fueron los primeros en determinar las propiedades fotoconductoras del BSO. Establecieron que en la oscuridad dominan los portadores de tipo positivo o huecos, mientras que al iluminar el material los electrones son los portadores mayoritarios de carga.

El valor de la corriente en la oscuridad es sensiblemente inferior al de la fotocorriente. Por ejemplo, para una longitud de onda de 514nm y una potencia de $1\text{mW}/\text{cm}^2$, la fotoconductividad es 10^7 veces mayor que la corriente de oscuridad^[2.23].

2.4.5 Propiedades Ópticas y Dieléctricas

Debido a su estructura cristalina común y la gran semejanza química entre el Ge y el Si, las propiedades ópticas y dieléctricas de ambos compuestos, BSO y BGO, son muy similares. Así, la descripción cualitativa de ambos es semejante, variando un poco el valor de algunos de los parámetros físicos.

Las propiedades ópticas de estos cristales los tornan especialmente atractivos para procesamiento de imágenes. En particular, operan en tiempo real (tiempo de registro del orden de 10^{-3} a 1 s) debido a la elevada fotosensibilidad, donde la energía involucrada en el proceso es prácticamente equivalente a la utilizada en las placas fotográficas comunes, del orden de 100 a $300 \mu\text{Jcm}^{-2}$ [2.24].

2.4.5.1 Absorción Óptica

La absorción en el rango óptico depende fuertemente del dopaje de los cristales. El espectro de absorción del BSO/BGO puro presenta una elevación (centrada en $\sim 2,8\text{eV}$, ver Fig.2.4), muy próximo al borde de absorción ($3,25\text{eV}$)^[2.12,2.22,2.25], responsable de la fotoconductividad en el visible y de la coloración amarillenta que presenta el BSO/BGO. Grabmaier^[2.25] indica que la adición de ciertos dopantes como el Al, Ga o P produce la desaparición de dicha banda. En la Fig.2.4 es evidente la alteración de la curvatura para algunos de los dopajes, denominado *efecto de blanqueamiento*^[2.25]. Este efecto se traduce macroscópicamente en cambios cromáticos de los cristales: varias tonalidades pueden ser obtenidas a partir de amarillo castaño o amarillo naranja hasta incoloro.

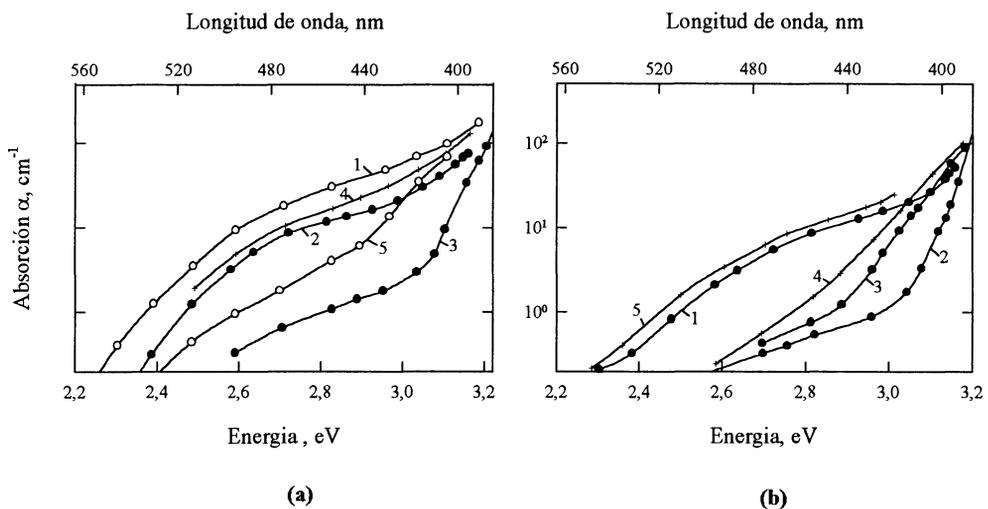


Figura 2.4: (a) Variación espectral del coeficiente de absorción de cristales BSO puros y dopados (1) puro; dopados con fracciones molares de: (2) 2%Ga; (3) 5%Ga; (4) 0,5%P; (5) 2% o 5%P. (b) Idem para BGO: (1) puro; (2) 5%Ga o 10%Al; (3) 2%P; (4) 1%Ga o 5% Ga+0,15%P; (5) 4%Ga+2%P^[2.25].

La Fig.2.5 muestra la dependencia espectral de la absorción óptica, para los cristales utilizados en este trabajo. Como es de esperar existe un fuerte crecimiento de la absorción en la zona próxima al borde del "gap"(380nm, 3.25 eV).

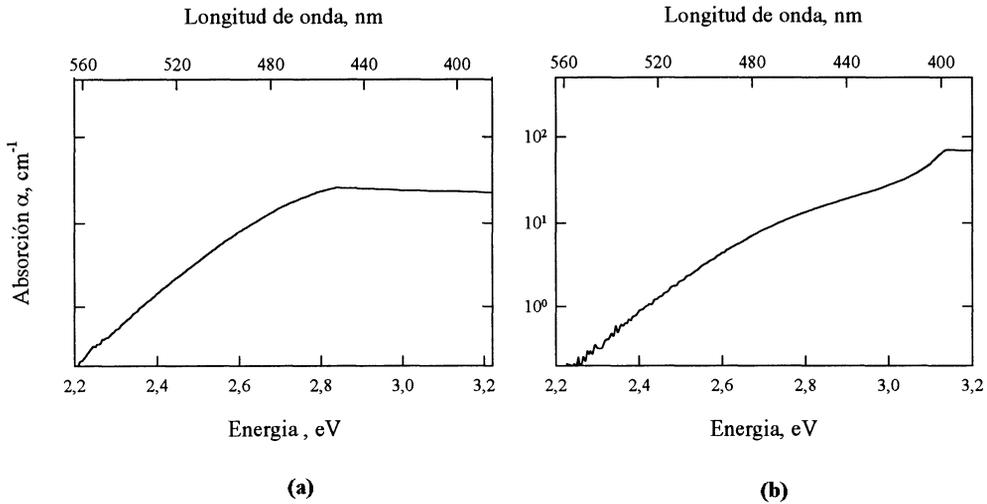


Figura 2.5 Espectros de absorción de los cristales: (a) BSO y (b) BGO.

La máxima absorción se presenta en la zona del azul o alrededor de ella y es mínima en la zona del rojo. Esto brinda la posibilidad del registro y lectura mediante dos longitudes de onda diferentes. El registro de información se hace en la región azul-verde (400-500nm), y para lectura se utiliza el rojo (600-700nm).

2.4.5.2 Índice de Refracción

Otra particularidad de estos cristales es el elevado índice de refracción que presentan. Para el BSO, el índice varía desde 2,86 para el azul (400nm) hasta 2,51 para el rojo (700nm). El decrecimiento es continuo, lo que significa que no existe bandas de absorción en la región del visible.

Los valores representados en el gráfico de la Fig.2.6 para el caso del BSO coincide dentro del error experimental (+0,005), con los resultados para el BGO^[2.22]. Obsérvese que estos valores de índices producen reflectividades muy altas. En el rango visible del espectro, de la relación de Fresnel, en incidencia normal, la reflectividad es:

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2 \tag{2.3-31}$$

es del orden del 20% para los valores mencionados^[2.24]. Este dato se debe tener en cuenta al calcular la intensidad de la luz absorbida por el cristal, como se explicará en el Capítulo 4.

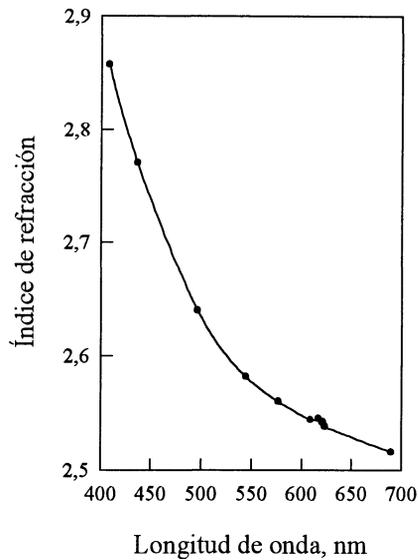


Figura 2.6: Variación espectral del índice de refracción para un cristal BSO^[2.22].

2.4.5.3 Actividad Óptica

El BSO tiene una actividad óptica importante del orden de varias decenas de grado por milímetro, muy superior al cuarzo^[2.6]. Se presentan tanto muestras levógiras cuanto dextrógiras^[2.24]. Aunque algunos autores han reportado un máximo de actividad óptica alrededor de los 500nm y una variación apreciable del poder rotatorio bajo la influencia de un campo eléctrico aplicado^[2.26], otros autores no la han podido observar^[2.27,2.28]. Para estos últimos, la actividad óptica no depende del campo eléctrico aplicado siendo monótona decreciente (en el rango visible) con la longitud de onda.

Esta acentuada dispersión de actividad óptica, esta empíricamente caracterizada por la rotación específica o poder rotatorio, como se puede observar en la Fig.2.7.

2.4.5.4 Propiedades Electro-ópticas

En estado natural, el BSO es isótropo en razón de su simetría cúbica. No obstante, la aplicación de un campo eléctrico convenientemente orientado con respecto a los ejes cristalográficos crea una anisotropía e induce en el material, por efecto Pockels, una birrefringencia lineal proporcional a la intensidad del campo eléctrico aplicado. En el próximo Capítulo se estudiará en detalle esta propiedad.

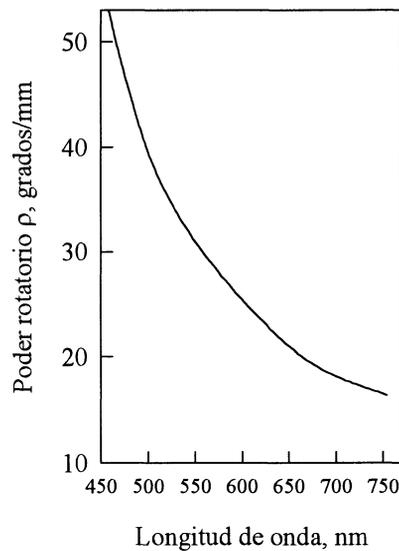


Figura 2.7: Variación espectral del poder rotatorio para un cristal BSO [2.24].

2.4.5.5 Efecto Faraday

El BSO y el BGO presentan un efecto magneto-óptico pronunciado. Su coeficiente de Verdet es del orden de la decena de grado por Tesla y por milímetro, lo que permite utilizarlos como componentes de moduladores magneto ópticos^[2.24].

2.4.5.6 Propiedades Elasto-ópticas

Las propiedades ópticas del BSO/BGO también pueden ser modificadas por tensiones mecánicas, se trata de la fotoelasticidad.

En el presente estudio, al no estar el cristal sometido a campos magnéticos ni a tensiones mecánicas apreciables, no se tendrán en cuenta ni el efecto magneto-óptico ni la foto-elasticidad.

En el Capítulo 3 se tratará en detalle la birrefringencia lineal inducida en los cristales BSO y BGO producida por la presencia de un campo eléctrico externo (efecto electro-óptico lineal) combinada con la birrefringencia circular debida a la fuerte actividad óptica que presentan estos cristales.

2.5 Interés Práctico del Efecto Fotorrefractivo. BSO/BGO: Aplicaciones Ópticas

La importancia del efecto fotorrefractivo reside en el gran número de aplicaciones en fotónica y optoelectrónica que se están generando^[2.29,2.30]. Las investigaciones iniciales

fueron motivadas por la posibilidad de usarlos como medio de registro de memorias holográficas^[2.31]. Estas memorias se basan en la gran selectividad angular y en longitud de onda que presentan los hologramas de volumen^[2.1,2.20,2.32]. Ellos son capaces de almacenar densidades del orden de 10^{12} bits/cm³, en principio sólo limitados por la difracción. Su reversibilidad facilita su aplicación en procesos de escritura-lectura; no obstante, pueden ser fijados para ser utilizados sólo en lectura^[2.33]. Los materiales fotorrefractivos son aptos también para aplicaciones de interferometría holográfica de doble exposición^[2.32], en tiempo real, ya que no requieren procesos de revelado entre exposición y lectura. Así se han desarrollado técnicas que involucran correlación óptica^[2.34,2.35], contorneado de imágenes^[2.36] y realce de bordes^[2.37].

Otra aplicación del efecto fotorrefractivo se relaciona con el proceso de mezclado de dos ondas el que puede ser usado para amplificar señales dependientes del tiempo^[2.38] y la sustracción y suma de imágenes coherentes para el diseño de diferentes puertas lógicas ópticas que trabajan en tiempo real^[2.30]. Además, se ha mostrado su capacidad como conmutador espacial óptico y para el desarrollo a gran escala de interconexiones usando redes dinámicas^[2.39]. También se ha empleado la técnica de mezclado de cuatro ondas para efectuar operaciones de resta y correlación^[2.40]. El efecto ha permitido construir un conversor incoherente a coherente^[2.41], el cual puede ser comercialmente más viable que algunos otros moduladores espaciales de luz.

Otro campo en el cual los materiales fotorrefractivos han sido utilizados es en óptica integrada como interruptores ópticos^[2.42] o "multiplexores".

Asimismo, se han diseñado resonadores que podrían utilizarse en sistemas ópticos actuales y futuros^[2.43]. Estos resonadores podrían compensar distorsiones dentro de la cavidad y optimizar al mismo tiempo la salida de energía del medio.

Otras aplicaciones del BSO han permitido realizar la inversión de contraste en tiempo real^[2.44], el modulador espacial de luz conocido como PROM^[2.45], y el modulador PRIZ^[2.17]. En este tipo de dispositivos, el cristal actúa simultáneamente como fotoconductor para generar un campo eléctrico en respuesta a la excitación óptica y

como medio electro-óptico que modula otra señal (por ejemplo un haz de luz coherente) según la excitación óptica anterior.

La caracterización continua de estos materiales y la determinación del papel que juegan las impurezas y los defectos puntuales, contribuyen a controlar efectivamente el efecto y poder así utilizarlo en una amplia variedad de técnicas y dispositivos ópticos como los arriba mencionados.

2.6 Bibliografía

- [2.1] J. Feinberg, D. Heiman, A.R. Tanguay Jr. and R.W. Hellwarth, *Photorefractive effects and light-induced charge migration in barium titanate*, J. Appl. Phys. **51**, 1297-1305 (1980).
- [2.2] J.P. Huignard, J.P. Herriau, G. Rivet, P. Günter, *Phase-conjugation and spatial-frequency dependence of wave-front reflectivity in $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals*, Opt. Lett. **5**, 102-104 (1980).
- [2.3] J.P. Huignard, A. Marrakchi, *Coherent signal beam amplification in two-wave mixing experiments with photorefractive $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals*, Opt. Commun. **38**, 249 (1981).
- [2.4] M. Peltier, F. Micheron, *Volume hologram recording and charge transfer process in $Bi_{12}SiO_{20}$ and $Bi_{12}GeO_{20}$* J. Appl. Phys. **48**, 3683 (1977).
- [2.5] F.S. Chen, *Optically induced change of refractive indices in $LiNbO_3$ and $LiTaO_3$* , J. Appl. Phys. **40**, 3389-3396 (1969).
- [2.6] P. Yeh "Introduction to photorefractive nonlinear optics", John Wiley & Sons, Inc., New York, (1993).
- [2.7] A. Ashkin, G.D. Boyd, J.M. Dziedzic, R.G. Smith, A.A. Ballman. J.J. Levinstein and K. Nassau, *Optically-induced refractive index inhomogeneities in $LiNbO_3$ and $LiTaO_3$* , Appl. Phys. Lett. **9**, 72-74 (1966).
- [2.8] J.B. Thaxter, *Electrical control of holographic storage in strontium-barium*, Appl. Phys. Lett. **15**, 210-212 (1969).

- [2.9] W.D. Johnston Jr. *Optical index damage in LiNbO₃ and other pyroelectric insulators*, J. Appl. Phys. **41**, 3279-3285 (1970).
- [2.10] A.M. Glass, *The photorefractive effect*, Opt. Eng. **17**, 470-479 (1978).
- [2.11] D.M. Kim, R.R. Shah, T.A. Rabson and F.K. Tittel, *Nonlinear dynamic theory for photorefractive phase hologram formation*, Appl. Phys. Lett. **28**, 338-340 (1974).
- [2.12] S.L. Hou, R.B. Lauer and R. E. Aldrich, *Transport processes of photoinduced carriers in Bi₁₂SiO₂₀*, J. Appl. Phys. **44**, 2652-2658 (1973).
- [2.13] T.J. Hall, R. Jaura, L.M. Connors and P.D. Foote, *The photorefractive effect- A review*, Prog. Quant. Electr. **10**, 77-146, Great Britain (1985).
- [2.14] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin and V.L. Vinetskii, *Holographic in electrooptic crystals. I. steady state*, Ferroelectrics, **22**, 949-960 (1979).
- [2.15] M.G. Moharam, T.K. Gaylord, R. Magnusson, L. Young, *Holographic grating formation in photorefractive crystals with arbitrary electron transport lengths*, J. Appl. Phys. **50**, 5642-5651 (1979).
- [2.16] J.P. Herriau, J. P. Huignard, P. Aubourg, *Some polarization properties of volume holograms in Bi₁₂SiO₂₀ crystals and applications*, Appl. Opt. **17**, 1851-1852 (1978).
- [2.17] P. Petrov, S. I. Stepanov and A.V. Khomenko, "Photorefractive crystals in coherent optical systems", Springer Verlag, Berlin, (1991).
- [2.18] P. Günter and H.J. Eichler, *Introduction to photorefractive materials* in "Electro-optic and photorefractive material", P. Günter Ed., Springer Proceedings in Physics, **18**, Springer Verlag, Berlin, 206-227 (1987).
- [2.19] J.A. Baquedano Martínez, Tesis doctoral: "Espectroscopia de centros fotorrefractivos en niobato de litio, silicato y germanato de bismuto", Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, (1989).

- [2.20] J.V. Alvarez Bravo Tesis doctoral: "Almacenamiento holográfico de información en materiales fotorrefractivos: condiciones experimentales", Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, (1995).
- [2.21] L. Arizmendi, J.M. Cabrera and F. Agüillo-López, *Material properties and photorefractive behavior of BSO family crystals*, International Journal of Optoelectronics 7, 149-180 (1992).
- [2.22] R.E. Aldrich, S.L. Hou and M.L. Harvill, *Electrical and optical properties of $Bi_{12}SiO_{20}$* , J. Appl. Phys. **42**, 493-494 (1971).
- [2.23] A.E. Attard, *Theory of origins of the photorefractive and photoconductive effects in $Bi_{12}SiO_{20}$* , J. Appl. Phys. **69**, 44-55 (1991).
- [2.24] M. Henry, Thèse de Doctorat d'etat, "Propriétés opto-electroniques de l'oxide de bismuth-silicium, photoconductivité, effect electro-optique, photorefringence", Univ. Pierre et Marie Curie, Paris, (1984).
- [2.25] B.C. Garbmaier and R. Oberchmid, *Properties of pure and doped $Bi_{12}GeO_{20}$ and $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals*, Phys. stat. sol (a) **96**, 199-211 (1986).
- [2.26] G.F. Moore, P.V. Lenzo, A.A. Ballman, *Photorefractivity and field induced changes in optical rotation in Bismuth Silicon Oxide*, J. Appl. Phys. **40**, 2361 (1969).
- [2.27] A. Feldman, W. S. Brower Jr., D. Horowitz, *Optical activity and Faraday rotation in bismuth oxide compounds*, Appl. Phys. Lett. **16**, 201-202 (1970).
- [2.28] R.A. Mullen and R.W. Hellwarth, *Optical measurement of the refractive parameters of BSO*, J. Appl. Phys. **58**, 40-43 (1985).
- [2.29] P. Günter and J.P. Huignard Eds., "Photorefractive Materials and Their Applications I: Topics in Applied Physics", Vol. 61, Springer-Verlag, Berlin, (1988).
- [2.30] P. Günter and J.P. Huignard Eds., "Photorefractive Materials and Their Applications II: Topics in Applied Physics", Vol. 62, Springer-Verlag, Berlin, (1988).

- [2.31] F.S. Chen, *A laser-induced inhomogeneity of refractive indices in KTN*, J. Appl. Phys. **38**, 3418-3429 (1967).
- [2.32] J.P. Huignard, and J.P. Herriau, *Real-time double-exposure interferometry with $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals in transverse electrooptic configuration*, Appl. Opt. **16**, 1807-1809 (1977).
- [2.33] F. Micheron, C. Mayeux and J.C. Trotier, *Electrical control in photorefractive materials for optical storage*, Appl. Opt. **13**, 784-787 (1974).
- [2.34] J.O. White and A. Yariv, *Real-time image processing via four-wave mixing in a photorefractive medium*, Appl. Phys Lett. **37**, 5-7 (1980).
- [2.35] J.O. White, Thesis: "Four-wave mixing and phase conjugation in photorefractive crystals", California Institute of Technology, Pasadena, California, (1984).
- [2.36] Y. Faiman, E. Lenz and J. Shamir, *Contouring by phase conjugation*, Appl. Opt. **20**, 158-163 (1981).
- [2.37] J. Feinberg, *Real-time edge enhancement using the photorefractive effect*, Opt. Lett. **5**, 330-332 (1980).
- [2.38] P. Günter, *Holography, coherent light amplification and optical phase conjugation with photorefractive materials*, Physics Reports **93**, 199-299, North-Holland Publishing Company, (1982).
- [2.39] G. Pauliat, J.P. Herriau, A. Delboulbé, G. Roosen and J.P. Huignard, *Dynamic beam deflection using photorefractive gratings in $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals*, J. Opt. Soc. Am. B **3**, 306-314 (1986).
- [2.40] J.P. Huignard, H. Rajberbanch, Ph. Refrégier and L. Solymar, *Wave mixing in photorefractive bismuth silicon oxide crystals and its applications*, Opt. Eng., **24**, 586-592 (1985).
- [2.41] Y. Shi, D. Psaltis, A. Marrakchi and A.R. Tanguay Jr., *Photorefractive incoherent-to-coherent optical converter*, Appl. Opt. **22**, 3665-3667 (1983).

- [2.42] L. Liu, X. Liu, *Opto-optical switching using field enhancing effect in $Bi_{12}SiO_{20}$* , J. Appl. Phys. **72**, 337-343 (1992).
- [2.43] M. Cronin-Golomb, B. Fischer, J.O. White and A. Yariv, *Passive (self-pumped) phase conjugate mirror: Theoretical and experimental investigation*, Appl. Phys. Lett. **41**, 689-691 (1982).
- [2.44] N.J. Wooder, J.C. Dainty, *Real time intensity inversion by four wave mixing in bismuth silicon oxide*, Opt. Comm. **63**, 85-88 (1987).
- [2.45] B.A. Horwitz, F.J. Corbett, *The PROM-theory and applications for the Pockels Readout Optical Modulator*, Opt. Eng. **17**, 353-364 (1978).

Capítulo 3

Ondas Electromagnéticas en Cristales BSO/BGO

-
- 3.1 *Introducción*
 - 3.2 *Ecuaciones de Maxwell*
 - 3.3 *Ecuación de onda y onda plana monocromática*
 - 3.4 *Propagación de la onda en un medio anisótropo*
 - 3.5 *El método del cálculo de Jones*
 - 3.6 *Efecto electro-óptico en BSO/BGO*
 - 3.7 *Actividad óptica*
 - 3.8 *Bibliografía*
-

3. Ondas Electromagnéticas en Cristales BSO/BGO

Se presenta el estudio de las propiedades y el comportamiento electro-óptico de los cristales BSO/BGO. En general, la modificación de las propiedades ópticas bajo la influencia de un campo eléctrico, se puede describir a nivel macroscópico como una variación del (ó de los) índice(s) de refracción. El BSO y el BGO, pertenecen a la clase 23 del sistema cúbico. En estado natural son isótropos; no poseen centro de simetría y poseen actividad óptica. El problema es estudiar como se modifica la isotropía y se combina con la actividad óptica bajo la acción de una onda electromagnética.

Se analiza separadamente la birrefringencia lineal inducida por efecto electro-óptico y la birrefringencia circular debida a la actividad óptica. Utilizando el método de Jones se encuentra la matriz de transferencia del cristal que combinan las birrefringencias.

3.1 Introducción

El efecto fotorrefractivo es un fenómeno electro-óptico en el que un cambio en el índice de refracción de un medio es producido por la presencia de un campo de carga espacial interno. Este campo se origina en la iluminación no uniforme del cristal y es el resultado de fotoexcitación y la subsecuente redistribución de portadores de carga en el medio, como se describió en el capítulo anterior.

En estado natural los cristales BSO y BGO son isótropos. No obstante, en presencia de un campo eléctrico convenientemente orientado en relación con los ejes cristalográficos se torna anisotrópo y se induce una birrefringencia lineal proporcional a

la intensidad del campo eléctrico. Es importante tener en cuenta las siguientes características^[3.1]:

- La ausencia de centro de simetría en los cristales BSO y BGO permite la existencia de un efecto electro-óptico de primer orden, lo cual es confirmado en los experimentos.
- La actividad óptica que presenta no varía por la presencia de un campo eléctrico. Esto permite tratar separadamente la birrefringencia circular y lineal.

A partir de las ecuaciones de Maxwell, se discute, la propagación de la luz en los cristales silenitas. el efecto electro-óptico lineal y la actividad óptica. Se utilizan las unidades MKS.

3.2 Ecuaciones de Maxwell

Considérese la propagación de las ondas electromagnéticas en un medio donde la densidad de carga y la densidad de corriente sean cero; se describe por las ecuaciones de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (3.2-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = 0 \quad (3.2-2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (3.2-3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.2-4)$$

donde \mathbf{E} es el campo eléctrico, \mathbf{H} es el campo magnético, \mathbf{B} es el vector inducción magnética. Estas cuatro ecuaciones están relacionados por las siguientes ecuaciones del material:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (3.2-5)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} \quad (3.2-6)$$

donde \mathbf{D} es el vector desplazamiento, \mathbf{P} es la polarización eléctrica y, ϵ_0 y μ_0 son la permitividad y la permeabilidad del vacío. El vector polarización eléctrica \mathbf{P} representa la respuesta del medio en presencia de un campo eléctrico. En el régimen lineal cuando el campo eléctrico del material es pequeño relativo al campo intra-atómico, el vector

polarización eléctrica es proporcional al vector campo eléctrico y se puede escribir como:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (3.2-7)$$

donde χ la susceptibilidad eléctrica del medio. En un medio anisótropo como algunos de los cristales electro-ópticos, χ es un tensor de rango 2 (representado por una matriz 3x3).

Si se sustituye la Ec.(3.2-7) para \mathbf{P} en la Ec.(3.2-5), se obtiene:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (3.2-8)$$

donde ε se define como

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 + \chi) \quad (3.2-9)$$

y representa la constante dieléctrica del medio. De nuevo, en un medio anisótropo, ε es un tensor de rango 2 (ó matriz 3x3).

3.3 Ecuación de Onda y Onda Plana Monocromática

Usando las ecuaciones de Maxwell re-escritas en términos de los vectores de campo \mathbf{E} y \mathbf{H} y eliminando el vector de campo \mathbf{H} se obtiene:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.3-1)$$

Si se asume que el medio es homogéneo e isótropo, entonces la Ec.(3.2-3) se reduce a $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$. Usando la identidad:

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} \quad (3.3-2)$$

se puede escribir la Ec.(3.3-1) como:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu_0 \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (3.3-3)$$

Esta ecuación, conocida como ecuación de onda se deriva asumiendo que el medio es homogéneo e isótropo y es satisfecha por la onda plana monocromática:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \quad (3.3-4)$$

donde ω es la frecuencia angular y \mathbf{k} es el vector de onda, relacionados por:

$$k = |\mathbf{k}| = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon} \quad (3.3-5)$$

La velocidad de fase de la onda plana descrita por la Ec.(3.3-4) esta dada por:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon}} \quad (3.3-6)$$

la cual depende de la constante dieléctrica del medio. En el vacío, la velocidad de fase es:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 2.997930 \times 10^8 \text{ m/s} \quad (3.3-7)$$

El índice de refracción de un medio isótropo se define como:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} \quad (3.3-8)$$

y depende de la frecuencia de la onda. En otras palabras, cada componente de distinta frecuencia de las ondas electromagnéticas se propaga con su propia velocidad de fase en un medio material.

Aunque ambas partes real e imaginaria en la Ec.(3.3-4) son soluciones para la ecuación de onda, sólo la parte real tiene significado físico. La Ec.(3.3-4) realmente significa:

$$E = E_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad (3.3-9)$$

3.4 Propagación de la Onda en un Medio Anisótropo

En un medio anisótropo, la velocidad de fase de la luz depende de su estado de polarización tanto como de su dirección de propagación. Debido a la anisotropía, el estado de polarización de una onda plana puede variar a medida que se propaga a través del cristal. Muchos de los medios fotorrefractivos son cristales anisótropos (como el BaTiO₃, LiNbO₃ y otros). En estos medios^[3,2], la permitividad dieléctrica ϵ es un tensor simétrico de rango 2. En sistema de coordenadas principales OXYZ ejes cristalográficos, el tensor dieléctrico, diagonalizado se expresa:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix} = \varepsilon_0 \begin{pmatrix} n_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_z^2 \end{pmatrix} \quad (3.4-1)$$

donde ε_x , ε_y , ε_z son las constantes dieléctricas principales, y n_x , n_y , n_z son los índices principales de refracción. Ver Ecs.(3.3-3), (3.3-8) y comentario.

3.4.1 Clasificación de Cristales Anisótropos

Los cristales se clasifican según los elementos de simetría que poseen los cuales condicionan el comportamiento óptico de aquellos. Se tienen tres categorías^[3.3]:

- **Cristales biaxiales:** Es el caso más general; los índices de refracción principales n_x , n_y , n_z son todos diferentes y hay dos ejes ópticos.
- **Cristales uniaxiales:** En este caso, dos de los índices de refracción principales son iguales $n_x=n_y=n_o$ (índice ordinario) y $n_z=n_e$ (índice extraordinario). Los cristales en esta categoría exhiben simetría tetragonal, hexagonal o trigonal. El eje Z se escoge como el único eje óptico.
- **Cristales isótropos:** Estos cristales pertenecen al sistema cúbico y tienen tres ejes ortogonales de orden 4; desde el punto de vista óptico son equivalentes a cuerpos amorfos isótropos. Estos medios se caracterizan por tener un sólo índice de refracción $n_x=n_y=n_z=n$.

3.4.2 El Elipsoide de Índices

El elipsoide de índices es una superficie en el espacio 3-D (construcción geométrica debida a Fresnel) definida como^[3.3]:

$$\sum \eta_{ij} \xi_i \xi_j = 1 \quad (3.4-2)$$

donde ξ_i es la componente i-ésima de un sistema de coordenadas, η_{ij} son las componentes del tensor impermeabilidad o tensor de índices, definido como el inverso del tensor dieléctrico,

$$\eta \varepsilon = \varepsilon_0 \quad (3.4-3)$$

En notación tensorial, la ecuación anterior se puede escribir como $\eta_{ij} \varepsilon_{jk} = \varepsilon_0 \delta_{ik}$. El elipsoide de índices en el sistema de coordenadas principales, se puede escribir como:

$$\frac{X^2}{n_x^2} + \frac{Y^2}{n_y^2} + \frac{Z^2}{n_z^2} = 1 \quad (3.4-4)$$

donde n_x , n_y y n_z son los índices de refracción principales, ver Ec.(3.4-1).

A partir del elipsoide de índices es posible describir las variaciones del índice de refracción de un medio transparente cuando se lo somete a un campo eléctrico.

Considérese en un cristal (BSO/BGO) un sistema de coordenadas cartesianas $Oxyz$ cualquiera, para examinar la propagación de una onda electromagnética plana, monocromática, cuyos campo eléctrico y desplazamiento eléctrico se expresan como:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \\ \mathbf{D} &= \mathbf{D}_0 e^{i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \end{aligned} \quad (3.4-5)$$

donde \mathbf{E}_0 y \mathbf{D}_0 se relacionan por el tensor impermeabilidad según:

$$\mathbf{E}_0 = \frac{1}{\epsilon_0} \boldsymbol{\eta} \mathbf{D}_0 \quad (3.4-6)$$

En estas condiciones, el desplazamiento eléctrico \mathbf{D} esta contenido en el plano de onda perpendicular al vector de onda \mathbf{k} . Entonces, para determinar la velocidad de propagación v de la onda, o lo que es lo mismo el índice de refracción definido por $n=c/v$, se utiliza el elipsoide de índices. Así, de la Ec.(3.4-2) se obtiene:

$$\sum_{i,j} \eta_{ij} \xi_i \xi_j = \eta_{xx} x^2 + \eta_{yy} y^2 + \eta_{zz} z^2 + (\eta_{yz} + \eta_{zy}) yz + (\eta_{zx} + \eta_{xz}) zx + (\eta_{xy} + \eta_{yx}) xy = 1 \quad (3.4-7)$$

Por otra parte, el principio de conservación de la energía permite establecer que el tensor $\boldsymbol{\eta}$ es simétrico, es decir que:

$$\eta_{yz} = \eta_{zy} \quad \eta_{zx} = \eta_{xz} \quad \eta_{xy} = \eta_{yx} \quad (3.4-8)$$

Como un resultado de esta simetría, es conveniente introducir la contracción de índices para abreviar las notaciones, definida por:

$$\begin{aligned}
1 &= (11) = (xx) \\
2 &= (22) = (yy) \\
3 &= (33) = (zz) \\
4 &= (23) = (32) = (yz) = (zy) \\
5 &= (31) = (13) = (yz) = (zy) \\
6 &= (12) = (21) = (xy) = (yx)
\end{aligned} \tag{3.4-9}$$

La ecuación del elipsoide de índices entonces toma la forma:

$$\eta_1 x^2 + \eta_2 y^2 + \eta_3 z^2 + 2\eta_4 yz + 2\eta_5 zx + 2\eta_6 xy = 1 \tag{3.4-10}$$

Esta ecuación es válida para cualquier sistema de coordenadas, pero los valores particulares de los coeficientes dependen del sistema elegido.

La formulación más sencilla se obtiene cuando el elipsoide se relaciona con sus ejes propios, X, Y, Z . En este sistema de ejes propios del medio (coordenadas principales) la ecuación del elipsoide de índices esta dada por Ec.(3.4-4). Esta operación es equivalente a la diagonalización del tensor de índices η . Se obtienen así, los índices de refracción principales n_X, n_Y y n_Z del cristal:

$$n_X = \frac{1}{\sqrt{\eta_1}} \quad n_Y = \frac{1}{\sqrt{\eta_2}} \quad n_Z = \frac{1}{\sqrt{\eta_3}} \tag{3.4-11}$$

En el caso particular del BSO (ó BGO) en estado natural, el elipsoide de índices se reduce a una esfera debido a que el cristal posee simetría cúbica. Así:

$$\begin{aligned}
\eta_1 &= \eta_2 = \eta_3 = \eta \\
n_X &= n_Y = n_Z = n
\end{aligned} \tag{3.4-12}$$

El elipsoide de índices se utiliza para encontrar los índices de refracción propios n_1 y n_2 y los correspondientes vectores desplazamiento \mathbf{D}_1 y \mathbf{D}_2 de una onda plana propagándose a lo largo de cualquier dirección \mathbf{u} . Esto se hace de la siguiente forma (ver Fig.3.1): Se encuentra la elipse intersección entre el elipsoide de índices y un plano que pase a través de él perpendicular a la dirección de propagación \mathbf{u} . La longitud de los ejes mayor y menor de la elipse de intersección están dados por $2n_1, 2n_2$ donde n_1, n_2 son los índices propios de refracción. Estos ejes son paralelos, respectivamente, a la dirección de los vectores $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2$ de los modos normales.

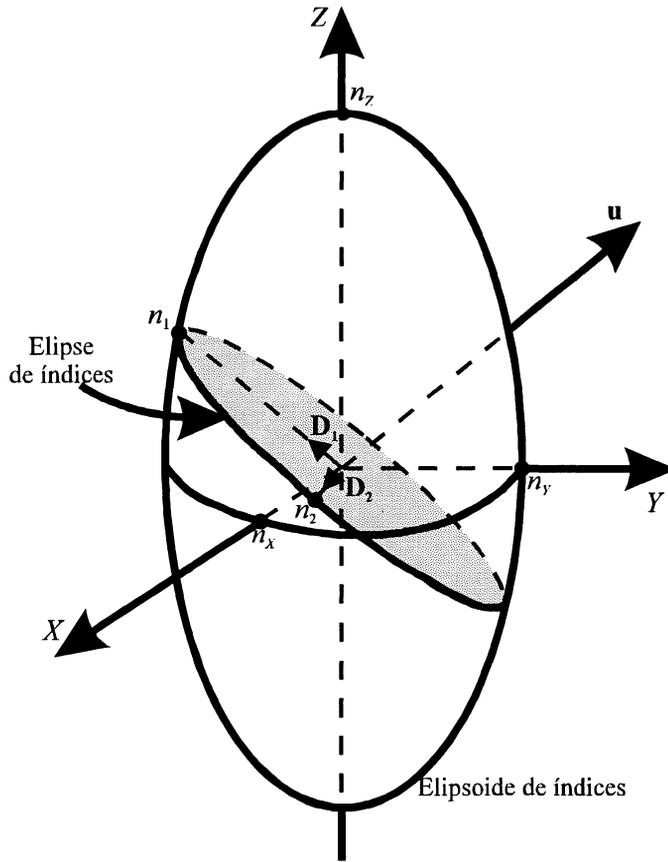


Figura 3.1: Modos normales determinados en el elipsoide de índices^[3,2].

La ecuación matemática que describe la intersección entre el elipsoide de índices y el plano normal al vector unitario \mathbf{u} puede ser obtenida colocando $Z=0$ en la Ec.(3.4-10). Esto lleva a la siguiente ecuación para la elipse intersección:

$$\eta_1 X^2 + 2\eta_6 XY + \eta_2 Y^2 = 1 \tag{3.4-13}$$

Las longitudes de los ejes principales determinan los valores de n . Para un medio uniaxial, el elipsoide de índices es un elipsoide de revolución alrededor del eje Z .

Cuando un medio transparente está sometido a diversas acciones, como una contracción mecánica o un campo eléctrico, sus propiedades ópticas pueden ser modificadas. Es interesante describir estas variaciones a partir del elipsoide de índices, y el procedimiento más cómodo consiste en admitir que este se deforma, o cambia con respecto a los ejes del cristal, o los dos. En la práctica, se estudia la variación de los coeficientes η_{ij} bajo la acción de la influencia externa examinada, que conduce inmediatamente a la ecuación de un nuevo elipsoide.

3.5 El Método del Cálculo de Jones

Para analizar los medios ópticos birrefringentes, la luz atraviesa una sucesión de elementos ópticos como polarizadores, láminas retardadoras y filtros, los cuales están orientados siguiendo un ángulo azimutal diferente. El cálculo de la intensidad de luz transmitida así como la determinación del estado final de la polarización es complejo. El método matricial de cálculo, propuesto por Jones en 1941^[3,4], ofrece un tratamiento sistemático del problema y permite determinar el estado de polarización de la luz a lo largo de todo el sistema óptico.

En este método, el estado de polarización de la luz se representa por un vector de dos componentes y cada elemento óptico por una matriz cuadrada de 2x2. La matriz que representa al conjunto del sistema óptico es obtenida multiplicando las diferentes matrices representativas, manteniendo el orden de los elementos ópticos. El estado de polarización de la luz transmitida se obtiene de multiplicar el vector que representa el haz incidente por la matriz global.

3.5.1 Estados de Polarización de una Onda Plana

La polarización de la luz esta determinada por la dirección del vector campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$. Para luz monocromática, las tres componentes de $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ varían sinusoidalmente con el tiempo con amplitudes y fases que generalmente son diferentes, así que en cada posición \mathbf{r} , el extremo del vector $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ se mueve en un plano y traza una elipse que depende de la posición. La orientación y elipticidad de la elipse determina el estado de polarización, mientras que su tamaño esta determinado por la intensidad óptica.

Considérese una onda plana monocromática de frecuencia ω que viaja en dirección z . El campo eléctrico yace en el plano xy y se describe por:

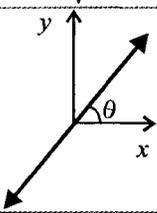
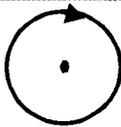
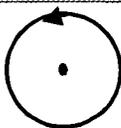
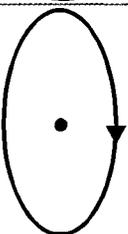
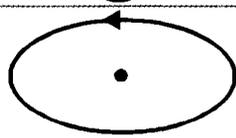
$$\mathbf{E}(z,t) = \text{Re}\left\{\mathbf{A}e^{i(\omega t - kz)}\right\} \quad (3.5-1)$$

donde $\mathbf{A} = A_x\hat{\mathbf{x}} + A_y\hat{\mathbf{y}}$ es un vector con componentes complejas A_x y A_y . El vector de Jones que describe el estado de polarización de esa onda plana expresa su amplitud compleja como un vector columna dado por:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} \quad (3.5-2)$$

El vector de Jones contiene información completa en cuanto a la amplitud y la fase de las componentes del campo. Cuando el interés es solo el estado de polarización de la onda es útil normalizarlo $\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^* = 1$. En la Tabla 3.1 se presentan los vectores de Jones que representan algunos estados de polarización.

Tabla 3.1: Vectores de Jones de algunos estados de polarización típicos^[3,5].

Estado de polarización	Vector de Jones	Representación elipse de polarización
Linealmente polarizada en dirección y .	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	
Linealmente polarizada, plano de polarización haciendo un ángulo θ con el eje x .	$\begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$	
Circularmente polarizada a derecha.	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$	
Circularmente polarizada a izquierda.	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$	
Elípticamente polarizada a derecha.	$\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 1 \\ 2i \end{pmatrix}$	
Elípticamente polarizada a izquierda.	$\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{pmatrix} 2 \\ -i \end{pmatrix}$	

3.5.2 Representación Matricial de Dispositivos de Polarización

Se considera la transmisión de una onda plana de polarización arbitraria a través de un sistema que altera la polarización de la onda. Se asume que el sistema es lineal, es decir que obedece el principio de superposición de campo ópticos.

Las componentes de los campos eléctricos de la onda de entrada (incidente), A_{1x} y A_{1y} y aquellas de la onda de salida (transmitida ó reflejada), A_{2x} y A_{2y} están relacionadas en general por:

$$\begin{aligned} A_{2x} &= T_{11}A_{1x} + T_{12}A_{1y} \\ A_{2y} &= T_{21}A_{1x} + T_{22}A_{1y} \end{aligned} \quad (3.5-3)$$

donde T_{11} , T_{12} , T_{21} y T_{22} son constantes que caracterizan el sistema.

Las relaciones lineales en (3.5-3) pueden ser escritas convenientemente en notación matricial, definiendo una matriz \mathbf{T} (2x2). Si las ondas de entrada y salida están descritas por los vectores de Jones \mathbf{J}_1 y \mathbf{J}_2 , respectivamente, entonces (3.5-3) puede ser escrita en forma matricial como:

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{T}\mathbf{J}_1 \quad (3.5-4)$$

La matriz \mathbf{T} , llamada matriz de Jones describe el sistema.

Transformación de coordenadas. Los elementos de los vectores de Jones y matrices de Jones dependen de la selección de un sistema de coordenadas. Ellos pueden ser determinados en otro sistema de coordenadas usando la respectiva matriz de transformación. Sea \mathbf{J} el vector de Jones en el sistema de coordenadas cartesianas x - y . Entonces, en un nuevo sistema de coordenadas x' - y' tal que la dirección x' forma un ángulo θ con la dirección x , el vector de Jones \mathbf{J}' está dado por:

$$\mathbf{J}' = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{J} \quad (3.5-5)$$

donde $\mathbf{R}(\theta)$ es la matriz de rotación:

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (3.5-6)$$

La matriz de Jones \mathbf{T} , se puede transformar en \mathbf{T}' , de acuerdo con la relación matricial:

$$\mathbf{T}' = \mathbf{R}(-\theta)\mathbf{TR}(\theta) \quad (3.5-7)$$

Así, por ejemplo, la matriz de Jones de un polarizador lineal con un eje de transmisión haciendo un ángulo θ con el eje x es^[3.6]:

$$\mathbf{P}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \text{sen } \theta \cos \theta \\ \text{sen } \theta \cos \theta & \text{sen}^2 \theta \end{bmatrix} \quad (3.5-8)$$

3.6 Efecto Electro-óptico en BSO/BGO

Se considera en esta sección la propagación de la radiación electromagnética en cristales silenitas en presencia de un campo eléctrico aplicado dc (o de baja frecuencia). Como se mostró en la sección 3.4, los modos normales de propagación en medios anisótropos pueden ser determinados por el método del elipsoide de índices. En estos cristales, la aplicación de un campo eléctrico produce un cambio en el tensor permitividad dieléctrica ϵ , ó equivalentemente un cambio en el tamaño y la orientación del elipsoide de índices. Esta variación de los índices de refracción del medio al aplicar un campo eléctrico se denomina efecto electro-óptico. En los cristales fotorrefractivos, el campo eléctrico total interno dc resulta del desplazamiento de portadores de carga generados por fotoexcitación.

El efecto electro-óptico se define, en términos del cambio del tensor impermeabilidad ó tensor de índices como:

$$\Delta\eta_{ij} = \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{ij} = r_{ijk}E_k + s_{ijkm}E_kE_m \quad (3.6-1)$$

donde E_k, E_m son componentes del campo eléctrico. En la Ec.(3.6-1), se asume la suma sobre índices repetidos y no se tienen en cuenta términos mayores al cuadrático. Las constantes r_{ijk} y s_{ijkm} son llamadas coeficientes Pockels (electro-ópticos lineales) y coeficientes Kerr (electro-ópticos cuadráticos), respectivamente^[3.3].

De acuerdo a la definición, Ec.(3.4-3), el cambio en el tensor dieléctrico $\Delta\epsilon$ está relacionado con el cambio en el tensor de índices $\Delta\eta$ por:

$$\Delta\epsilon = -\frac{\epsilon \Delta\eta \epsilon}{\epsilon_0} \quad (3.6-2)$$

En las coordenadas principales XYZ en las cuales el tensor dieléctrico es diagonal, el cambio se escribe como:

$$\Delta\epsilon_{ij} = -\epsilon_0 n_i^2 n_j^2 \Delta\eta_{ij} \quad (3.6-3)$$

donde n_i , y n_j son los índices principales de refracción.

El efecto electro-óptico lineal (efecto Pockels) es responsable de la mayoría de los fenómenos en cristales fotorrefractivos. Se puede despreciar el efecto electro-óptico cuadrático (efecto Kerr) al menos en una primera aproximación. Los coeficientes electro-ópticos lineales r_{ijk} son componentes de un tensor de rango 3. Si bien hay 27 componentes, la simetría de ϵ y η reduce las componentes independientes a 18. Esta simetría lleva al intercambio de los dos primeros índices i y j . Es decir,

$$r_{ijk} = r_{jik} \quad (3.6-4)$$

Usando los índices contraídos (Ec.(3.4-7)), se puede escribir $r_{ik}=r_{ijk}$, o específicamente,

$$\begin{aligned} r_{1k} &= r_{11k} \\ r_{2k} &= r_{22k} \\ r_{3k} &= r_{33k} \\ r_{4k} &= r_{23k} = r_{32k} \\ r_{5k} &= r_{31k} = r_{13k} \\ r_{6k} &= r_{12k} = r_{21k} \end{aligned} \quad (3.6-5)$$

donde $k=1, 2, 3$ (o x, y, z).

Usando la notación contraída, los coeficientes electro-ópticos se pueden escribir en términos de una matriz de 6×3 elementos. Aunque hay, en general, 18 componentes independientes del tensor electro-óptico lineal, algunas de estas componentes son nulas ó iguales dependiendo del grupo de simetría del cristal. La consideración de simetría indica que las constantes físicas deben permanecer invariantes bajo la transformación de grupo. Cada una de estas transformaciones establece una relación lineal entre los coeficientes electro-ópticos. Así, el número de componentes independientes decrece según se incrementa la simetría. Así, para los cristales que poseen simetría de inversión, todas las componentes de los coeficientes electro-ópticos r_{ijk} son nulos. Por lo tanto los cristales centro-simétricos no presentan efecto electro-óptico lineal.

En el límite de la aproximación lineal y teniendo en cuenta la convención de contracción de índices, la Ec.(3.6-1) se puede escribir como:

$$\Delta\eta_i = \sum_j r_{ij} E_j \quad (3.6-6)$$

donde i varía de 1 a 6 y j de x a z .

El desarrollo de la relación anterior, bajo la forma matricial es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} \Delta\eta_1 \\ \Delta\eta_2 \\ \Delta\eta_3 \\ \Delta\eta_4 \\ \Delta\eta_5 \\ \Delta\eta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{1x} & r_{1y} & r_{1z} \\ r_{2x} & r_{2y} & r_{2z} \\ r_{3x} & r_{3y} & r_{3z} \\ r_{4x} & r_{4y} & r_{4z} \\ r_{5x} & r_{5y} & r_{5z} \\ r_{6x} & r_{6y} & r_{6z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (3.6-7)$$

Esta relación es válida cualquiera que sea el sistema de ejes cartesianos escogido.

En el caso específico de los cristales BSO y BGO, pertenecen a la clase 23 del sistema cúbico. Son naturalmente isótropos, no poseen centro de simetría y presentan una actividad óptica de comportamiento análogo al cuarzo.

Debe enfatizarse para estos cristales que:

- 1) La ausencia de centro de simetría permite la existencia de un efecto electro-óptico de primer orden.
- 2) La actividad óptica no varía por acción de un campo eléctrico. Esto permite tratar separadamente la birrefringencia circular y lineal.

Así, se parte del modelo siguiente: un cristal de simetría cúbica, no absorbente y que presenta efecto electro-óptico de primer orden (efecto Pockels).

Para un cristal de la clase de simetría cúbica 23 como el BSO y en el sistema de ejes propios del medio, que son de hecho los ejes binarios, los únicos coeficientes no nulos son r_{4x} , r_{5y} y r_{6z} , y todos ellos toman el mismo valor numérico (r_{41}).

Entonces, la Ec.(3.6-7) toma la forma más simple:

$$\begin{pmatrix} \Delta \eta_1 \\ \Delta \eta_2 \\ \Delta \eta_3 \\ \Delta \eta_4 \\ \Delta \eta_5 \\ \Delta \eta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_X \\ E_Y \\ E_Z \end{pmatrix} \quad (3.6-8)$$

En la Tabla 3.2 se indican las propiedades de los cristales electro-ópticos considerados.

Tabla 3.2: Propiedades de los cristales electro-ópticos seleccionados.

Cristal	Simetría	Coefficiente E-O (10^{-12} m/V)	Índice de refracción	Constante dieléctrica
BSO ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$)	23	$r_{41}=3.2^{[3.7]}$	$^b n=2.53^{[3.8]}$ $^c n=2.62^{[3.8]}$	$^a(T) \epsilon=56^{[3.3]}$
BGO ($\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$)	23	$r_{41}=3.1^{[3.9]}$	$^b n=2.53^{[3.8]}$	(T) $\epsilon=40^{[3.3]}$

$^a(T)$ = frecuencia baja, b para $\lambda=633\text{nm}$, c para $\lambda=514\text{nm}$.

Los primeros valores que se obtuvieron para el coeficiente r_{41} no tuvieron en cuenta la actividad óptica presente en el BSO, lo que originó una gran dispersión en los resultados a lo largo de toda la literatura. Posteriormente algunos autores realizaron un estudio más cuidadoso teniendo en cuenta este efecto. A pesar de todo, aún hay discrepancias. Los valores que actualmente se dan en la literatura oscilan entre 3.2×10^{-12} y 5×10^{-12} m/V.

En este trabajo no se considera el tensor elasto-óptico ya que el cristal no está sometido a tensiones mecánicas apreciables.

El efecto electro-óptico, en la práctica la birrefringencia inducida en una lámina cristalina de caras paralelas, no sólo depende de la intensidad del campo eléctrico, sino también de su orientación respecto a los ejes cristalinos del medio.

La configuración empleada en este trabajo es la mostrada en la Fig.3.2. Las láminas del cristal BSO/BGO están cortadas tal que sus caras pulidas son paralelas al plano (110) y perpendiculares al eje óptico del sistema. Se denomina configuración "transversal", ver Apéndice II. Los valores del tensor electro-óptico están expresados en $OXYZ$ —sistema propio del cristal. Es necesario expresarlo en un nuevo sistema de coordenadas $Oxyz$ —sistema de laboratorio.

En el corte de este cristal BSO la dirección de propagación de la luz no coincide con ninguno de los ejes propios del cristal, por lo tanto se debe adoptar un nuevo sistema de ejes cartesianos perpendiculares a las caras de la lámina BSO/BGO (Fig.3.2). Así:

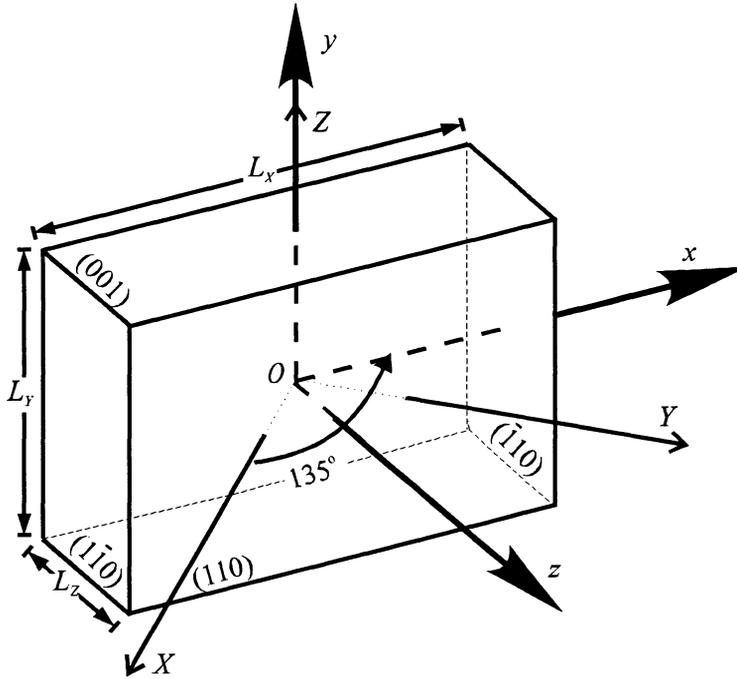


Figura 3.2: Configuración transversal: $OXYZ$ - ejes cristalográficos; $Oxyz$ - ejes del laboratorio. L_x , L_y y L_z dimensiones del cristal.

Oy coincide con OZ ,

Oz es paralelo a la dirección $\langle 110 \rangle$

Ox forma un triedro directo con los dos ejes anteriores ($Ox \parallel \langle \bar{1}10 \rangle$).

Se debe expresar el tensor de índices r_{ij} que está en el sistema XYZ en el nuevo sistema de coordenadas xyz , para redefinir el elipsoide de índices. El cambio de coordenadas se produce realizando dos rotaciones en el siguiente orden: primero una rotación de 90° en torno al eje OX , en el sistema $OXYZ$; seguido de una rotación de 135° en torno al eje Oy en el sistema de laboratorio $Oxyz$. La matriz de transformación a_{il} está dada por la matriz inversa del producto de estas dos rotaciones:

$$\begin{aligned}
 [a_{il}] &= \left\{ \begin{pmatrix} \cos(135^\circ) & -\sin(135^\circ) & 0 \\ \sin(135^\circ) & \cos(135^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90^\circ) & -\sin(90^\circ) \\ 0 & \sin(90^\circ) & \cos(90^\circ) \end{pmatrix} \right\}^{-1} \\
 &= \begin{pmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{3.6-9}$$

donde i varía desde x a z y l de X a Z .

Se determinan las componentes r_{ijk} del tensor electro-óptico en el nuevo sistema de ejes $Oxyz$ con la ayuda de la relación general:

$$r_{ijk} = \sum_l \sum_m \sum_n a_{il} a_{jm} a_{kn} r_{lmn} \tag{3.6-10}$$

donde i, j, k varían de x a z y l, m, n de X a Z .

El tensor electro-óptico resulta en el nuevo sistema, con la convención de contracción de índices (ver Ec.(3.6-5)),

$$\begin{pmatrix} 0 & -r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \\ 0 & 0 & 0 \\ -r_{41} & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.6-11}$$

Luego si en la Ec.(3.6-8) se reemplaza la Ec.(3.6-11) y las componentes del campo eléctrico por E_x , E_y y E_z , resulta:

$$\begin{pmatrix} \Delta\eta_1 \\ \Delta\eta_2 \\ \Delta\eta_3 \\ \Delta\eta_4 \\ \Delta\eta_5 \\ \Delta\eta_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -r_{41}E_y \\ 0 \\ r_{41}E_y \\ r_{41}E_z \\ 0 \\ -r_{41}E_x \end{pmatrix} \tag{3.6-12}$$

El nuevo elipsoide de índices es:

$$\sum_{ij} (\eta + \Delta\eta_{ij}) \xi_i \xi_j =$$

$$= (\eta + \Delta\eta_1) x^2 + \eta y^2 + (\eta + \Delta\eta_3) z^2 + 2\Delta\eta_4 yz + 2\Delta\eta_6 xy = 1$$
(3.6-13)

Para $z=0$, se obtiene la ecuación de la elipse intersección entre el elipsoide y el plano que pasa a través del centro del elipsoide y es perpendicular a la dirección de propagación de la luz. Esta elipse que define las propiedades ópticas de la lámina BSO, esta dada por la ecuación:

$$(\eta + \Delta\eta_1) x^2 + \eta y^2 + 2\Delta\eta_6 xy =$$

$$(\eta - r_{41} E_y) x^2 + \eta y^2 - 2r_{41} E_x xy = 1$$
(3.6-14)

Nótese que sólo aparecen las componentes transversales del campo, que son las que inducen la birrefringencia de la lámina.

Se efectúa un nuevo cambio de ejes para determinar la longitud de los ejes de la elipse y su orientación. Así, quedarán establecidos los índices de refracción principales de la lámina y la orientación de las líneas neutras. Se procede de la forma usual, aplicando la matriz de rotación $\mathbf{R}(\theta)$ a los ejes xy :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$$
(3.6-15)

Efectuados los cálculos, la nueva ecuación de la elipse es:

$$(\eta - r_{41} E_y \cos^2 \theta - r_{41} E_x \text{sen} 2\theta) x'^2 +$$

$$(\eta - r_{41} E_y \text{sen}^2 \theta + r_{41} E_x \text{sen} 2\theta) y'^2 +$$

$$(r_{41} E_y \text{sen} 2\theta - 2r_{41} E_x \cos 2\theta) x' y' = 1$$
(3.6-16)

El coeficiente del término $x'y'$ se anula para un valor de θ tal que:

$$\text{tg} 2\theta = \frac{2E_x}{E_y}$$
(3.6-17)

y se encuentra así una orientación local θ de las líneas neutras de la lámina, que depende de E_x y de E_y . La orientación de las líneas neutras (ejes principales) indica que la distribución luminosa varia en el plano Oxy , y a cada punto debe asociarse una elipse

particular. Esto es equivalente a decir que la birrefringencia es diferente de un punto a otro.

Reemplazando este valor de θ en la Ec.(3.6-16) de la elipse para las relaciones:

$$\text{sen } 2\theta = \frac{2E_x}{\sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2}} \quad ; \quad \text{cos } 2\theta = \frac{E_y}{\sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2}} \quad (3.6-18)$$

se obtiene la expresión reducida de la elipse:

$$\begin{aligned} \eta - \frac{1}{2}r_{41}E_y - \frac{1}{2}r_{41}\sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2}x^2 + \\ \eta - \frac{1}{2}r_{41}E_y + \frac{1}{2}r_{41}\sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2}y^2 = 1 \end{aligned} \quad (3.6-19)$$

Los índices de refracción principales n_1 y n_2 de la lámina de BSO son tales que ($\eta = \frac{1}{n^2}$):

$$\begin{aligned} \frac{1}{n_1^2} &= \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2}r_{41}E_y - \frac{1}{2}r_{41}\sqrt{(2E_x)^2 + (E_z)^2} \\ \frac{1}{n_2^2} &= \frac{1}{n^2} - \frac{1}{2}r_{41}E_y + \frac{1}{2}r_{41}\sqrt{(2E_x)^2 + (E_z)^2} \end{aligned} \quad (3.6-20)$$

Experimentalmente se obtiene que las diferencias $\Delta n_1 = |n_1 - n|$ y $\Delta n_2 = |n_2 - n|$ son pequeñas frente a n , entonces se puede determinar un valor aproximado:

$$\begin{aligned} n_1 &= n - \Delta n_1 \\ n_2 &= n - \Delta n_2 \end{aligned} \quad (3.6-21)$$

Por comparación directa con (3.6-20), se obtiene los nuevos índices de refracción:

$$\begin{aligned} n_1 &= n - \frac{1}{4}n^3r_{41}\left(E_y + \sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2}\right) \\ n_2 &= n - \frac{1}{4}n^3r_{41}\left(E_y - \sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2}\right) \end{aligned} \quad (3.6-22)$$

de donde la expresión de la birrefringencia es:

$$\delta n = |n_1 - n_2| = \frac{1}{2}n^3r_{41}\sqrt{(2E_x)^2 + (E_y)^2} \quad (3.6-23)$$

Nótese que en esta configuración "transversal" la birrefringencia es mucho más sensible a la componente E_x del campo eléctrico (cuatro veces superior respecto a la componente E_y) que en la configuración $PRIZ^{3.101}$ (Apéndice II). Entonces, para el caso en que $E_y=0$, la birrefringencia resulta:

$$\delta n = n^3 r_{41} E_x \quad \text{y} \quad \theta = 45^\circ \tag{3.6-24}$$

lo que permite, conocido E_x , determinar r_{41} e inversamente estudiar E_x .

3.6.1 Birrefringencia Inducida por el Registro de una Distribución Luminosa

En una lámina cristalina de BSO/BGO se induce birrefringencia por efecto Pockels debido al campo total interno. Si la luz se propaga a lo largo de la dirección $\langle 110 \rangle$ (paralela al eje z) y se aplica un voltaje V constante entre los electrodos (paralelos a las caras $(1\bar{1}0)$ y $(\bar{1}10)$) separados una distancia L_x , dicho campo será de la forma $E(x)=E_a + E_{ce}(x)$. En estas condiciones, la Ec.(3.6-25) tiene validez y los ejes inducidos (líneas neutras del cristal), Ox' y Oy' , están orientados a 45° respecto de la dirección $\langle 110 \rangle$ y, los índices respectivos valen, $n_1=n+\delta n(x)$ y $n_2=n-\delta n(x)$, donde $\delta n(x)$ esta dado por:

$$\delta n(x) = n^3 r_{41} E(x) \tag{3.6-25}$$

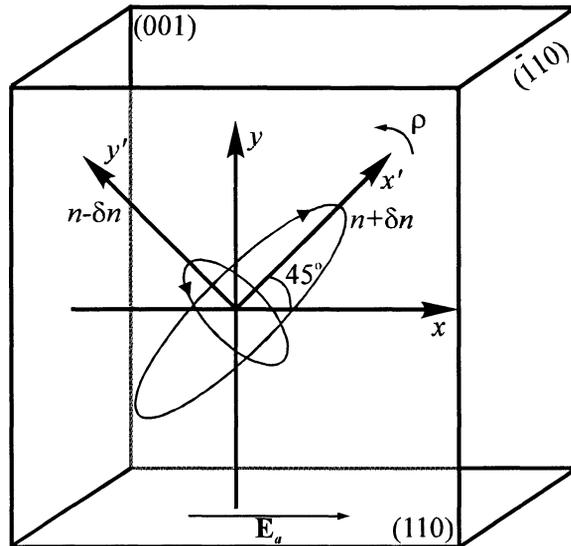


Figura 3.3: Ejes de índices inducidos eléctricamente en el cristal.

En el Capítulo anterior se calculó el campo total interno $E(x)$ para distintas distribuciones luminosas unidimensionales. Entonces, a partir de la Ec.(3.6-25) se obtienen los respectivos valores de la birrefringencia inducida como se muestra a continuación:

- *Iluminación uniforme:*

$$I(x) = I_m$$

de acuerdo con la Ec.(2.3-19):

$$E(x) = E_a = \frac{V}{L_x}$$

y

$$\delta n(x) = n^3 r_{41} E(x) = n^3 r_{41} \frac{V}{L_x} = \delta n \quad (3.6-26)$$

En este caso, se induce una birrefringencia también uniforme en todo el cristal.

- *Intensidad del haz incidente como un rectángulo uniforme (registro no-holográfico):*

$$I(x) = I_m \text{rect} \left[\frac{x - x_0}{a} \right]$$

donde $a < L_x$ y de la Ec.(2.3-24):

$$E(x) = \begin{cases} E_1 = \frac{V}{L_x - a} & \text{para } I(x) = 0 \\ E_2 = 0 & \text{para } I(x) = I_m \end{cases}$$

entonces,

$$\delta n(x) = \begin{cases} \delta n_1 = n^3 r_{41} E(x) = n^3 r_{41} \frac{V}{L_x - a} \\ \delta n_2 = 0 \end{cases} \quad (3.6-27)$$

En este caso, la variación del índice de refracción toma dos valores diferentes: nulo en la porción del cristal iluminado; mientras que en las regiones oscuras vale δn_1 y depende directamente del voltaje aplicado e inversamente de la región del cristal no iluminada.

- *Red producida por la interferencia de dos ondas planas (registro holográfico):*

$$I(x) = I_m (1 + M \cos kx)$$

esta variación periódica de la intensidad luminosa, produce por efecto fotorrefractivo, una variación del índice de refracción. Entonces, para el caso de modulación pequeña, $M \ll 1$, reemplazando la expresión (2.3-29) en la Ec.(3.6-25), resulta:

$$\delta n(x) = n^3 r_{41} E(x) = n^3 r_{41} \left[M(E_D \sin kx - E_a \cos kx) + E_a \right]$$

$$= \begin{cases} n^3 r_{41} E_D M \sin kx & , \text{ si } E_D \gg E_a \\ \text{ó} \\ n^3 r_{41} E_a M (1 - \cos kx) & , \text{ si } E_a = \frac{V}{L_x} \gg E_D \end{cases} \quad (3.6-28)$$

Y para un máximo contraste $M=1$, estos es $I_1=I_2$, de acuerdo a (2.3-30):

$$E(x) = 2E_D \sin kx + E_a (1 - 2 \cos kx)$$

entonces,

$$\delta n(x) = n^3 r_{41} (2E_D \sin kx + E_a (1 - 2 \cos kx))$$

$$= \begin{cases} 2n^3 r_{41} E_D \sin kx & , \text{ si } E_D \gg E_a \\ \text{ó} \\ n^3 r_{41} E_a (1 - 2 \cos kx) & , \text{ si } E_a = \frac{V}{L_x} \gg E_D \end{cases} \quad (3.6-29)$$

Según predomine el mecanismo de registro por difusión ó por arrastre ("drift"), respectivamente.

3.7 Actividad Óptica

La actividad óptica o birrefringencia circular consiste en la rotación que experimenta el plano de polarización cuando la luz linealmente polarizada atraviesa el material. El BSO puede presentar cualquiera de los dos sentidos de rotación^[3.8] dependiendo de las condiciones de crecimiento.

3.7.1 Actividad óptica en medios isótropos

Cuando una onda luminosa monocromática, linealmente polarizada, se propaga en ciertos medios isótropos, se comprueba que su plano de polarización sufre una rotación proporcional al espesor atravesado. Este fenómeno se conoce como actividad óptica y fue observado por primera vez en el cuarzo^[3.3]. Se observa el mismo fenómeno en ciertos cristales cúbicos como en el BSO y el BGO y en ciertos cristales uniaxiales o biaxiales, cuando la luz se propaga en la dirección del eje óptico.

Fresnel fue el primero en proponer en 1825 que la actividad óptica resulta de la división de la onda incidente, linealmente polarizada, en dos ondas circularmente polarizadas, la una a derecha y la otra a la izquierda (visto por un observador frente al haz de luz aproximándose)^[3,11]. Las dos ondas circulares no se desplazan con la misma velocidad. Se atribuye a cada onda un índice de refracción propio n_+ y n_- .

Una onda polarizada linealmente en un plano vertical que penetra en un medio ópticamente activo se separa en dos ondas circulares, una dextrógira y otra levógira. A la salida del medio la composición de las dos ondas circulares produce una resultante cuyo plano de polarización ha girado un ángulo θ . La rotación del plano de polarización es por consiguiente igual a la mitad de la diferencia de fase que separa las dos componentes circulares.

La Fig.3.4 ilustra la rotación del plano de polarización cuando la luz se propaga en un medio ópticamente activo. El ángulo rotado es proporcional a la distancia que atraviesa en el medio activo.

En este caso, la onda dextrógira es más rápida. Por lo tanto, la onda resultante rota también a la derecha.

Si se expresa el valor del ángulo de rotación del plano de polarización a partir de la diferencia de fase de las dos ondas circulares según:

$$\delta = \frac{2\pi L_z}{\lambda} (n_- - n_+) \quad (3.7.1)$$

se define la rotación específica o poder rotatorio, rotación por unidad de longitud del medio activo como:

$$\rho = \frac{\delta}{2L_z} = \frac{\pi}{\lambda} (n_- - n_+) \quad (3.7.2)$$

Nótese que una onda circular, derecha ó izquierda, atraviesa los medios isótropos ópticamente activos sin alteración.

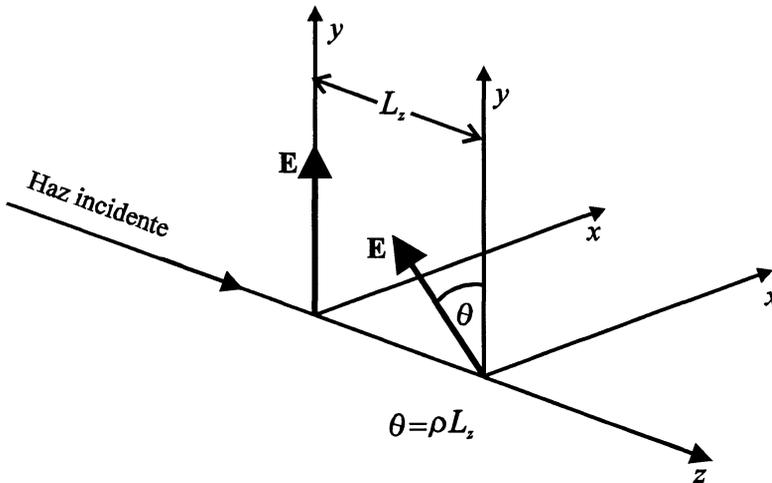


Figura 3.4: Rotación del plano de polarización de un haz de luz incidente en un medio ópticamente activo^[3,3].

Para cristales cúbicos ópticamente activos, como el clorato de sodio y el óxido de bismuto germanio, los modos normales son circularmente polarizados en todas las direcciones cristalinas.

La Tabla 3.3 lista el poder rotatorio para los cristales estudiados.

Tabla 3.3: Poder rotatorio de los cristales fotorrefractivos seleccionados.

Cristal	Longitud de onda (nm)	ρ (grados/mm)
BGO ($\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$)	488	46
	514	39
	633	22
BSO ($\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$)	488	45
	514	38
	633	22

3.7.2 Actividad Óptica en Cristales Electro-ópticos BSO/BGO

Una onda luminosa monocromática que se propaga en un cristal tipo silenita (BSO ó BGO), sometido a un campo eléctrico externo, combina el poder rotatorio ρ , Ec.(3.7-2) con la birrefringencia lineal inducida δn , Ec.(3.6-24). Por lo tanto, una onda luminosa monocromática linealmente polarizada que se propaga a través de él, emerge elípticamente polarizada.

Un cristal birrefringente que posee actividad óptica es equivalente a considerar separadamente la doble refracción y la rotación pura según el procedimiento que se describe a continuación.

Para ello, se considera que la onda se comporta como si ella atravesara una sucesión de láminas delgadas, birrefringentes y ópticamente activas. Se aplica el cálculo de Jones a esta situación^[3.4,3.6].

Se parte de una lámina cristalina de espesor L_z , con un retardo de fase φL_z debido a la birrefringencia δn , Ec.(3.6-24), donde:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n \quad (3.7-3)$$

y con una actividad óptica $\theta = \rho L_z$. En este modelo se descompone esa lámina en N láminas delgadas; cada una contribuye con una diferencia de fase de $\varphi L_z / N$, pero dispuestas con un ángulo azimutal dado cada una respecto a la primera $\rho' = \rho L_z / N$, $2\rho'$, $3\rho'$, ..., $(N-1)\rho'$, $N\rho'$. Se tiene por consiguiente:

$$W = R(-\rho L_z) \prod_{m=1}^N R(m\rho L_z / N) W_0 R(-m\rho L_z / N) \quad (3.7-4)$$

donde,

$$W_0 = e^{-i\rho L_z} \begin{pmatrix} e^{-i\varphi L_z} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi L_z} \end{pmatrix} \quad (3.7-5)$$

El elemento repetitivo de tal estructura es:

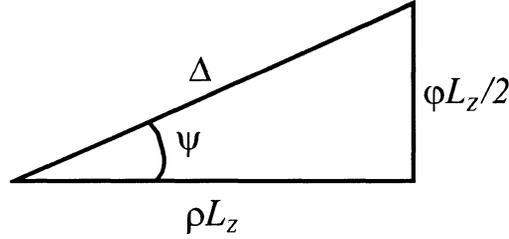
$$\sqrt[N]{W_0} = \begin{pmatrix} e^{-i\varphi L_z / 2N} & 0 \\ 0 & e^{i\varphi L_z / 2N} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \frac{\rho L_z}{N} & -\operatorname{sen} \frac{\rho L_z}{N} \\ \operatorname{sen} \frac{\rho L_z}{N} & \cos \frac{\rho L_z}{N} \end{pmatrix} \quad (3.7-6)$$

$$W = \begin{pmatrix} \cos \frac{\rho L_z}{N} e^{-i\varphi L_z / 2N} & -\operatorname{sen} \frac{\rho L_z}{N} e^{-i\varphi L_z / 2N} \\ \operatorname{sen} \frac{\rho L_z}{N} e^{i\varphi L_z / 2N} & \cos \frac{\rho L_z}{N} e^{i\varphi L_z / 2N} \end{pmatrix}^N \quad (3.7-7)$$

Simplificando esta expresión se obtiene para un número de láminas delgadas, $N \rightarrow \infty$:

$$W = \begin{pmatrix} \cos \Delta - i \frac{\phi L_z}{2} \frac{\text{sen } \Delta}{\Delta} & -\rho L_z \frac{\text{sen } \Delta}{\Delta} \\ \rho L_z \frac{\text{sen } \Delta}{\Delta} & \cos \Delta + i \frac{\phi L_z}{2} \frac{\text{sen } \Delta}{\Delta} \end{pmatrix} \quad (3.7-8)$$

donde Δ , ϕ y ρ se relacionan según el triángulo rectángulo:



por:

$$\Delta = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\phi^2}{4}} \quad (3.7-9)$$

y

$$\psi = \text{arctg} \left(\frac{\phi}{2\rho} \right) \quad (3.7-10)$$

Finalmente, de la relación entre las tres longitudes del triángulo se puede re-escribir la Ec.(3.7-8) como:

$$W = W_c = \begin{pmatrix} \cos \Delta - i \text{sen } \psi \text{sen } \Delta & -\cos \psi \text{sen } \Delta \\ \cos \psi \text{sen } \Delta & \cos \Delta + i \text{sen } \psi \text{sen } \Delta \end{pmatrix} \quad (3.7-11)$$

La relación anterior es conocida como la matriz de transferencia del cristal. Ella combina la birrefringencia circular debida a la actividad óptica natural del cristal con la birrefringencia lineal debida al efecto Pockels^[3.12].

Por lo tanto, si un haz entra en el cristal con dos componentes de polarización A_1 y A_2 a lo largo de los ejes x' e y' (Ver Fig.3.3), el haz que emerge del cristal tiene dos componentes A'_1, A'_2 determinado por:

$$\begin{pmatrix} A'_1 \\ A'_2 \end{pmatrix} = W_c \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad (3.7-12)$$

En el caso general, la luz que emerge de un cristal electro-óptico y con actividad óptica será elípticamente polarizada. En los próximos Capítulos se estudiará en detalle el

estado de polarización del haz de lectura que emerge de un cristal electro-óptico que presenta actividad óptica, como es el caso del BSO/BGO.

3.8 Bibliografía

- [3.1] M. Henry, Thèse de Doctorat d'etat, "Propriétés opto-electroniques de l'oxide de bismuth silicium, photoconductivité, effect electro-optique, photorefringence", Univ. Pierre et Marie Curie, Paris, (1984).
- [3.2] A. Yariv and P. Yeh, "Optical waves in crystals", John Wiley & Sons, Inc., New York, (1991).
- [3.3] P. Yeh "Introduction to photorefractive nonlinear optics", John Wiley & Sons, Inc., New York, (1993).
- [3.4] R.C. Jones, *A new calculus for the treatment of optical systems I*, J. Op. Soc. Am., **31**, 488-493 (1941).
- [3.5] B.E.A. Saleh and M.C. Teich "Fundamentals of photonics", John Wiley & Sons, Inc., New York, (1991).
- [3.6] A. Gerrard and J.M. Burch, "Introduction to Matrix Methods in Optics", John Wiley & Sons, London, (1975).
- [3.7] A.G. Apostolidis, S. Mallick, D. Rouède, J.P. Herriau and J.P. Huignard, "*Polarization properties of phase gratings recorded in a $Bi_{12}SiO_{20}$ crystal*", Opt. Comm. **56**, 73-78 (1985).
- [3.8] R.G. Aldrich, S.L. Hou and M.L. Harvill, *Electrical and optical properties of $Bi_{12}SiO_{20}$* , J. Appl. Phys. **42**, 493-494 (1971).
- [3.9] M. Henry, S. Mallick, D. Rouède, L.E. Celaya and A.Garcia Weidner, *Propagation of light in an optically active electro-optic crystal of $Bi_{12}GeO_{20}$: measurement of the electro-optic coefficient*, J. Appl. Phys. **59**, 2650-2654 (1986).
- [3.10] P. Petrov, S.I. Stepanov and A.V. Khomenko, "Photorefractive crystals in coherent optical systems", Springer Verlag, Berlin, (1991).

- [3.11] F. Vachss and L. Hesselink, *Measurement of the electrogyratory and electrooptic effects*. Opt. Comm. **62**, 159-165 (1987).
- [3.12] E. Hecht and A. Zajac, "Optics", Addison Wesley Pub. Comp. Inc., (1974).
- [3.13] P. Günter and J.P. Huignard Eds., "Photorefractive Materials and Their Applications II: Topics in Applied Physics", Vol. **62**, Springer Verlag, Berlin, (1988).

Capítulo 4

Técnicas y Componentes Experimentales

- 4.1 *Introducción*
 - 4.2 *Técnica de la birrefringencia*
 - 4.3 *Técnica holográfica*
 - 4.4 *Componentes experimentales*
 - 4.5 *Bibliografía*
-

4. Técnicas y Componentes Experimentales

Un haz de lectura al atravesar el cristal descodifica la información almacenada como modulación del índice de refracción. Estas variaciones del índice, pueden calcularse a partir de la técnica de compensación que mide el cambio en la birrefringencia inducida ó empleando técnicas holográficas.

En el registro no-holográfico, se estudia el estado de polarización del haz de lectura que emerge del cristal, modificado por la birrefringencia lineal inducida en el medio fotorrefractivo. El sistema formado por el polarizador—cristal con información registrada—analizador se comporta como un filtro de intensidad para el haz de lectura.

Si el registro es holográfico, el haz de lectura (orientado en ángulo de Bragg o cerca de él), que puede ser el mismo haz de referencia, es fuertemente difractado por la red de índice registrada. La eficiencia de difracción depende de la magnitud de la variación del índice de refracción, del espesor del cristal, de la longitud de onda y del ángulo de incidencia del haz de prueba.

4.1 Introducción

El estudio del fenómeno fotorrefractivo y sus aplicaciones, emplea técnicas experimentales que permiten medir los cambios en el índice de refracción de un medio electro-óptico (y ópticamente activo, como el BSO/BGO).

Como ya se explicó en los Capítulos anteriores, el campo de cargas espaciales generado por una iluminación no-uniforme, produce variaciones en el índice de refracción de los materiales fotorrefractivos que pueden medirse mediante técnicas de

compensación que detecten el cambio en la birrefringencia inducida ó empleando técnicas holográficas^[4.1].

Se describen a continuación las técnicas y procedimientos seguidos en este trabajo y se describen los principales componentes experimentales. Como fue mencionado, las experiencias se realizaron con un cristal BSO

4.2 Técnica de la Birrefringencia

Se trata de medir el cambio de fase entre las dos componentes del campo eléctrico de la luz que se propaga en el cristal fotorrefractivo. Esta técnica se empleo en el caso de registros no-holográficos.

4.2.1 Principio de la Técnica

Como en toda técnica que trate de medir variaciones de fase, se requiere que un haz de luz con un estado de polarización bien determinado, por lo general linealmente polarizado, se propague en el medio y se analiza luego el estado de polarización emergente.

Existen métodos de medida del retardo óptico introducido por una lámina birrefringente, tanto por compensación como por determinación directa del estado de polarización de la luz emergente. Estos métodos no se adaptan bien al caso de una evolución rápida de la birrefringencia. Además, el utilizar un método óptico para estudiar un cristal fotorrefringente posee un problema de fondo: es indispensable que la luz que sirva para medir, no modifique el estado inicial creado en el registro. El BSO es extremadamente sensible a la evolución del campo de cargas espaciales y además es relativamente rápido. Con niveles de iluminación muy débiles, del orden de $0,1\text{mW/cm}^2$, el tiempo para alcanzar el estado estacionario es de una decena de segundos, lo cual no alcanza para ajustar la regla de un compensador o de un polarímetro.

Se eluden estas dificultades si se utiliza luz linealmente polarizada de una longitud de onda fuera del rango de sensibilidad espectral del BSO. De esta forma, se evita la lectura destructiva de la información almacenada. Esta variante se utiliza en este trabajo.

4.2.2 Dispositivo Experimental: Polarizador-Cristal-Analizador. Proceso de Lectura

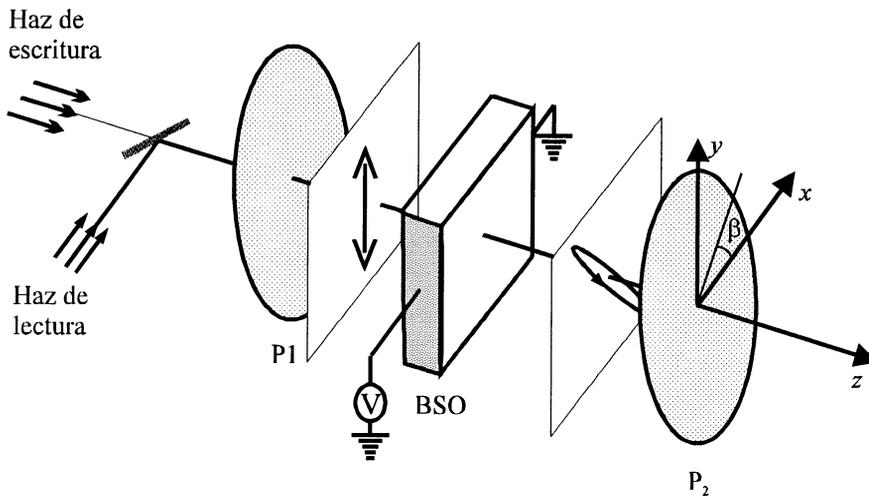


Figura 4.1 Técnica de birrefringencia: polarizador-cristal analizador.

El arreglo experimental básico usual para la medida de cambios de birrefringencia (proceso de lectura) se muestra en el esquema de la Fig.4.1. El cristal BSO en configuración transversal (ver Fig.3.3) se coloca entre un polarizador P_1 y un analizador P_2 . La luz atraviesa el cristal en dirección z ó $\langle 110 \rangle$, mientras que el campo es aplicado paralelo a la dirección x ó $\langle \bar{1}10 \rangle$.

En la sección 2.3.4 se estudió como el registro de una distribución luminosa $I(x)$, determina el campo total dentro del cristal. La birrefringencia lineal inducida vía el efecto electro-óptico lineal es proporcional al campo eléctrico interno, como se mostró en la sección 3.6.1.

Se parte de la condición inicial: extinción del haz de lectura para el arreglo polarizador-cristal-analizador sin campo externo aplicado, (voltaje nulo entre los electrodos del cristal). El polarizador P_1 se fija con su plano de polarización en dirección paralela a la luz linealmente polarizada del haz de lectura (dirección y). Para obtener la extinción del haz de lectura se rota el plano de polarización del analizador P_2 un ángulo de $90^\circ + \rho L_z$ respecto de la dirección del plano de polarización del polarizador de entrada.

La birrefringencia inducida se pone de manifiesto cuando el cristal iluminado por el haz de registro es sometido a una diferencia de potencial V constante entre los electrodos separados una distancia L_x . El sistema formado por el polarizador-cristal con información

registrada-analizador se comporta como un filtro de intensidad para el haz de lectura. El valor de atenuación de cada punto del filtro dependerá de la posición del analizador y del valor del campo total interno en el punto correspondiente del cristal.

En la lectura ó proceso de reconstrucción, se utiliza por ejemplo una onda plana de un láser de He-Ne, polarizada linealmente en dirección y . Es necesario en tal proceso calcular los cambios producidos en la elipticidad de la luz. La actividad óptica ρL_Z que exhibe el cristal, combinada con la birrefringencia lineal $\delta n(x)$, inducida en la etapa de registro, produce dichos cambios.

El haz de lectura, linealmente polarizado en dirección y , tiene amplitud unitaria. Sean A_1 y A_2 sus componentes de entrada a lo largo de los ejes eléctricamente inducidos x' e y' (ver Fig.3.3). Así:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = R(45^\circ) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (4.2-1)$$

donde R es la matriz de rotación respecto del eje x , del sistemas de coordenadas del laboratorio. El haz emerge del cristal con dos componentes A'_1 , A'_2 determinadas por la matriz de transferencia del cristal, calculada en la Ec.(3.7.11).

Al reemplazar las Ecs.(4.2-1) y (3.7.11) en la Ec.(3.7.12) se obtienen dichas componentes:

$$\begin{pmatrix} A'_1(x) \\ A'_2(x) \end{pmatrix} = W_C(x) \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \cos \Delta(x) - \operatorname{sen} \Delta(x) e^{i\psi(x)} \\ \cos \Delta(x) + \operatorname{sen} \Delta(x) e^{i\psi(x)} \end{pmatrix} \quad (4.2-2)$$

donde Δ y ψ definidos por las Ecs.(3.7-9) y (3.7-10) son:

$$\Delta(x) = L_Z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi^2(x)}{4}} \quad ; \quad \psi(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\varphi(x)}{2\rho} \right) \quad (4.2-3)$$

y la birrefringencia lineal inducida por unidad de longitud [Ec.(3.7-3)] es:

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n(x) = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{41} E(x) \quad (4.2-4)$$

Volviendo al sistema de coordenadas del laboratorio xyz , las componentes de polarización de la luz que emerge del cristal son:

$$\begin{pmatrix} A'_x(x) \\ A'_y(x) \end{pmatrix} = R(-45^\circ) \cdot \begin{pmatrix} A'_1(x) \\ A'_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\operatorname{sen} \Delta(x) e^{i\psi(x)} \\ \cos \Delta(x) \end{pmatrix} \quad (4.2-4)$$

En el dispositivo experimental esquematizado en la Fig.4.1, el polarizador P_1 está con su plano de polarización paralelo al eje y y el polarizador P_2 se orienta con su plano de polarización formando un ángulo β con respecto al eje x . La amplitud transmitida por el polarizador P_2 se halla multiplicando la matriz de Jones del polarizador P_2 [Ec.(3.5-8)] por la Ec.(4.2-4) y es:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_s(x, \beta) &= \rho(\beta) \cdot \begin{pmatrix} A'_x(x) \\ A'_y(x) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \Delta(x) \operatorname{sen} \beta \cos \beta - \operatorname{sen} \Delta(x) \cos^2 \beta e^{i\psi(x)} \\ \cos \Delta(x) \operatorname{sen}^2 \beta - \operatorname{sen} \Delta(x) \operatorname{sen} \beta \cos \beta e^{i\psi(x)} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.2-5)$$

Entonces, la intensidad a la salida $I_s(x, \beta) = \mathbf{A}_s(x, \beta) \cdot [\mathbf{A}_s(x, \beta)]^*$, resulta:

$$I_s(x, \beta) = \frac{1}{2} [1 - \cos 2\Delta(x) \cos 2\beta - \operatorname{sen} 2\Delta(x) \operatorname{sen} 2\beta \cos \psi(x)] \quad (4.2-6)$$

Finalmente, la distribución luminosa de entrada ha sido descodificada por el haz de lectura como una distribución luminosa a la salida del polarizador $I_s(x, \beta)$, donde el parámetro β gobierna el contraste, como se estudiará en el próximo Capítulo.

4.2.2.1 Descodificación de Distribuciones Luminosas Registradas

En la situación inicial, $V=0$, el haz de lectura linealmente polarizado que pasa a través del cristal será bloqueado por el analizador para $\beta=\rho L_z$. Al iluminarlo por el haz de registro y al aplicarle una diferencia de potencial, se induce birrefringencia lineal y el haz de lectura emerge del cristal elípticamente polarizado, de tal forma que a través del analizador pasará sólo la componente lineal de intensidad $I_s(x, \beta)$.

- *Lectura de una iluminación uniforme:*

Para:

$$I(x) = I_m$$

de acuerdo con la Ec.(3.6-26):

$$\delta n = n^3 r_{41} \frac{V}{L_x}$$

Entonces, de la Ec.(4.2-4) la birrefringencia lineal inducida por unidad de longitud es constante para todo x :

$$\varphi(x) = \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{41} \frac{V}{L_x} \quad (4.2-7)$$

por lo tanto, de la Ec.(4.2-3), $\Delta(x)$ y $\psi(x)$ también son constantes:

$$\Delta(x) = \Delta = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi^2}{4}} \quad ; \quad \psi(x) = \psi = \arctg\left(\frac{\varphi}{2\rho}\right) \quad (4.2-8)$$

Luego, la intensidad del haz de lectura, a la salida del analizador (para $\beta = \rho L_z$), será de acuerdo a la Ec.(4.2-6):

$$I_s(x) = \frac{1}{2} [1 - \cos 2\Delta \cos 2\rho L_z - \sin 2\Delta \sin 2\rho L_z \cos \psi] = I_s \leq 1 \quad (4.2-9)$$

que corresponde a la componente lineal de la luz elíptica que emerge del cristal. Como se observa en este caso, la elipticidad del haz emergente, no depende de la intensidad del haz registrado I_m , sino del voltaje aplicado.

- *Lectura de una iluminación de un rectángulo uniforme:* (Registro no-holográfico).

$$I(x) = I_m \text{rect}\left[\frac{x-x_0}{a}\right]$$

En este caso, la birrefringencia lineal inducida por unidad de longitud, reemplazando la Ec.(3.6-27) en la Ec.(4.2-4), es:

$$\varphi(x) = \begin{cases} \varphi_1 = 0 & \text{para } I(x) = I_m \\ \varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} n^3 r_{41} \frac{V}{L_x - a} & \text{para } I(x) = 0 \end{cases} \quad (4.2-10)$$

entonces,

$$\Delta(x) = \begin{cases} \Delta_1 = \rho L_z \\ \Delta_2 = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi_2^2}{4}} \end{cases} \quad ; \quad \psi(x) = \begin{cases} \psi_1 = 0 \\ \psi_2 = \arctg\left(\frac{\varphi_2}{2\rho}\right) \end{cases} \quad (4.2-11)$$

La intensidad a la salida del analizador para el ángulo $\beta = \rho L_z$, reemplazando la Ec.(4.2-11) en Ec.(4.2-6) es:

$$I_s(x) = \begin{cases} I_{s_1} = 0 & \text{para } I(x) = I_m \\ I_{s_2} = \frac{1}{2} [1 - \cos 2\Delta_2 \cos 2\rho L_z - \sin 2\Delta_2 \sin 2\rho L_z \cos \psi_2] & \text{para } I(x) = 0 \end{cases} \quad (4.2-12)$$

Se obtiene así una distribución luminosa a la salida de contraste invertido respecto al rectángulo registrado.

En la región iluminada por el haz de registro el campo total interno es nulo [ver Ec.(2.3-24)], por lo tanto en ella no se induce birrefringencia. El haz de lectura emerge del cristal linealmente polarizado, y con su plano de polarización rotado un ángulo ρL_z con respecto al eje y (debido sólo a la actividad óptica), y es bloqueado por el analizador. En las regiones oscuras, en cambio, el campo total interno no es nulo, se induce birrefringencia y el haz de lectura emerge elípticamente polarizado.

4.3 Técnica Holográfica

El método mas usado para el estudio del efecto fotorrefractivo ha sido la técnica holográfica, aunque experimentalmente puede ser el más complicado. Consiste en iluminar el material activo, en este caso el BSO, con el sistema de franjas de interferencia producido por dos haces coherentes.

La técnica holográfica considera dos posibles configuraciones: la geometría de transmisión y la de reflexión. En la primera ambos haces inciden por la misma cara del cristal, mientras que en el segundo caso, cada haz incide por una de las caras opuestas entre sí.

La configuración geométrica por transmisión, fue la utilizada en este trabajo. A continuación, se describirán las condiciones geométricas para el registro y la lectura de una red elemental, y las expresiones para la eficiencia de difracción.

4.3.1 Condiciones Geométricas para el Registro y Lectura

El esquema básico de registro se muestra en la Fig.4.2(a). Si I_1 e I_2 son las intensidades de las ondas planas de los haces incidentes, la intensidad de la luz debida a su interferencia está descrita por [Ec.(2.3-26)]:

$$I(x) = I_m(1 + M \cos K_r x)$$

donde, $I_m = I_1 + I_2$ y, $M = 2\sqrt{I_1 I_2} / I_m$ es la modulación y $K_r = 2\pi / \Lambda$ es la frecuencia espacial de las franjas de interferencia. El espaciado de las franjas Λ viene dado por:

$$\Lambda = \frac{\lambda_0}{2n \sin \theta'_0} \quad (4.3-1)$$

donde, λ_0 es la longitud de onda de los haces de registro en el vacío, θ'_0 es el semiángulo entre los dos haces que interfieren en el interior del cristal y n es el índice de refracción del material para esa longitud de onda.

Al considerar la ley de Snell, entonces:

$$\Lambda = \frac{\lambda_0}{2n \sin \theta'_0} = \frac{\lambda_0}{2 \sin \theta_0} \quad (4.3-2)$$

Así la distancia entre las franjas de la red se puede calcular a partir del valor de la longitud de onda y del semiángulo de grabado θ_0 fuera del cristal.

La distribución de intensidad (franjas de interferencia) redistribuye las cargas fotoinducidas y crea un campo de carga espacial $E_{ce}(x)$ dado por la Ec.(2.3-28). La que a su vez por efecto electro-óptico lineal genera la modulación del índice de refracción. Esta modulación conduce a la red de índices (holograma de fase y volumen) expresada por la birrefringencia $\delta n(x)$ dada por la Ec.(3.6-28).

Esta red de índice representa el holograma más simple que se puede almacenar: una red sinusoidal de índices de refracción.

4.3.1.1 Lectura de la Red Holográfica Registrada

El haz de lectura al atravesar el cristal, se difracta en la red de índices de refracción y se obtiene así la reconstrucción del holograma almacenado. Un parámetro fundamental es su eficiencia de difracción definida como: $\eta = I_d / I_t$, donde I_d es la intensidad del haz difractado e I_t es la intensidad del haz transmitido. La medida de I_t se realiza cuando el cristal aún no ha registrado la red holográfica; de esta forma, en la eficiencia de difracción no influyen las reflexiones y la absorción del haz de lectura en el cristal.

En el caso de hologramas de volumen, se debe tener en cuenta la interacción del haz difractado con la red. Esto supone una alta selectividad angular dada por la condición de Bragg:

$$2\Lambda \sin\theta' = \lambda \tag{4.3-4}$$

donde λ es su longitud de onda y θ' es el ángulo que forma el haz que incide en el cristal con la normal a la superficie de la muestra (la comilla se refiere a valores dentro del material) y Λ el espaciado de la red.

Esta condición define cual es la dirección del haz de lectura para la cual se puede observar un haz difractado.

Una vez que la red ha sido grabada, el haz difractado aparece por la cara opuesta a la de incidencia como se aprecia en la Fig.4.2(b).

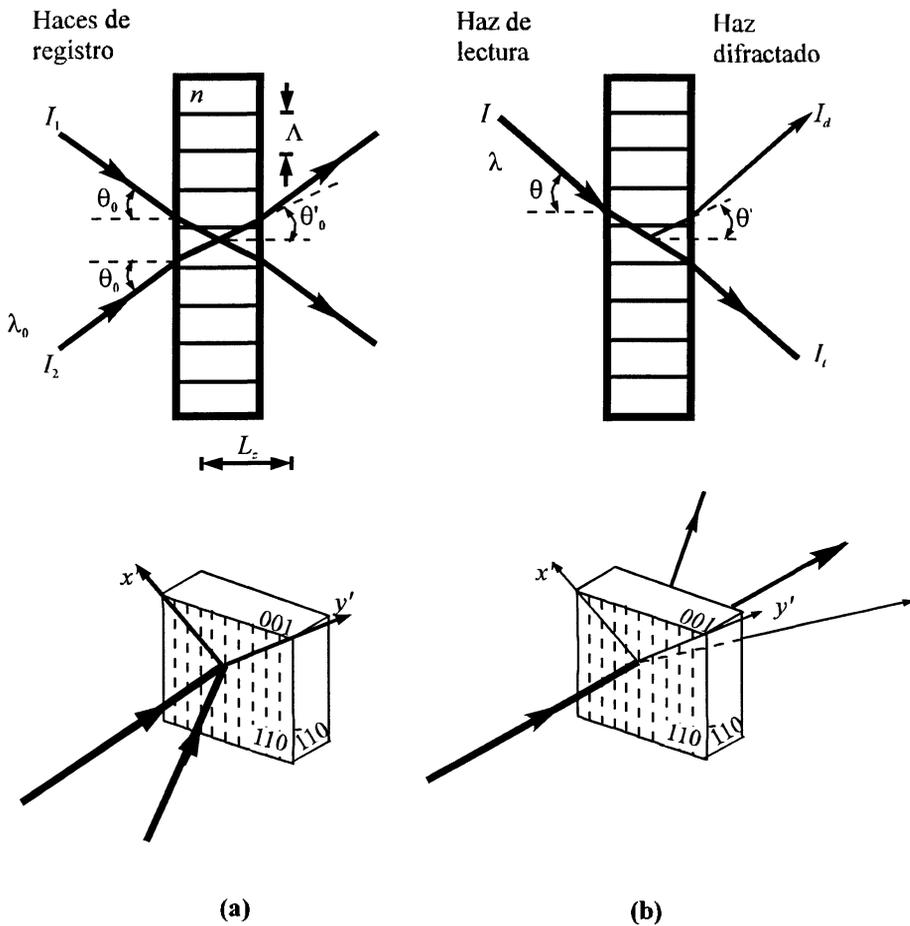


Figura 4.2 Red de volumen por transmisión en BSO: (a) Registro; (b) Lectura.

Normalmente, para evitar el borrado o degradación de la red registrada, la lectura puede realizarse con un haz débil, cuya longitud de onda λ es muy poco activa para la sensibilidad del cristal. No obstante, para la reconstrucción de un frente de onda que contenga información espacial, se utiliza generalmente la misma longitud de onda λ_0 del registro. En este caso, la lectura debe realizarse en un tiempo menor que el de relajación del holograma. La expresión que relaciona el ángulo de lectura con el ángulo de grabado, para los cuales se cumple la condición de Bragg viene dado por:

$$\text{sen } \theta = \frac{\lambda}{\lambda_0} \text{sen } \theta_0 \quad (4.3-5)$$

4.3.2 Eficiencia de Difracción

Las Figs.4.3 y 4.4 muestran la geometría de reconstrucción del holograma. El eje z es perpendicular a la superficie del medio, el eje x esta en el plano de incidencia y paralelo a la superficie del medio y el eje y es perpendicular al plano de incidencia.

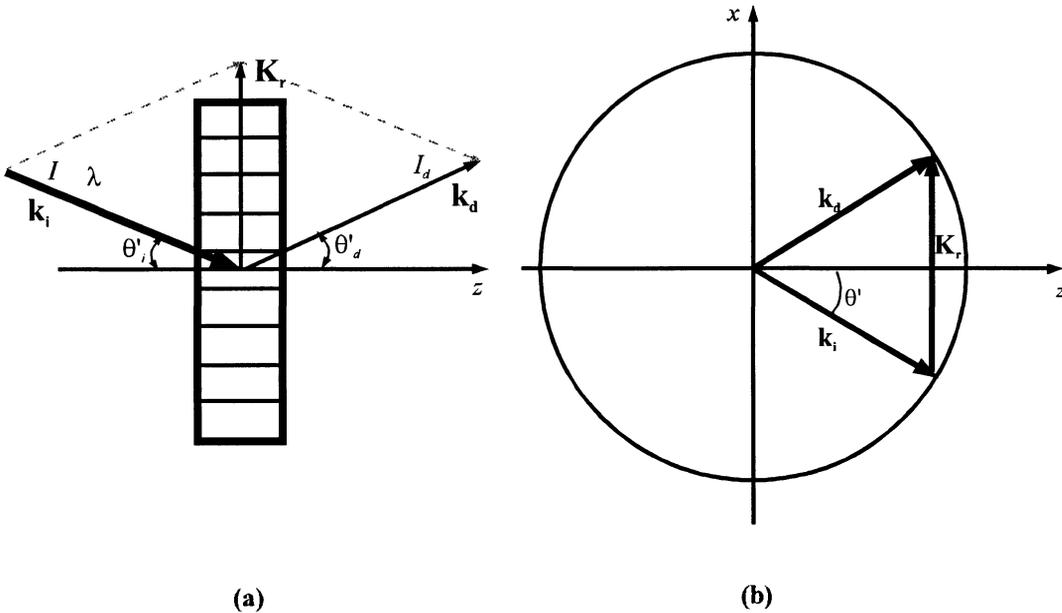


Figura 4.3: Representación vectorial de la lectura en condición de Bragg.

En todo proceso de difracción debe cumplirse la ley de conservación de energía y de momento entonces, según la Fig.4.3(a), la condición de Bragg también puede expresarse como:

$$\mathbf{k}_d = \mathbf{k}_i + \mathbf{K}_r \quad (4.3-6)$$

\mathbf{k}_i , \mathbf{k}_d son el vector de onda incidente y el difractado respectivamente ($k_i = k_d = 2\pi n/\lambda$; n es el índice de refracción del material y λ es la longitud de onda del haz de lectura) y \mathbf{K}_r es el vector de la red. En esta expresión los vectores \mathbf{k}_i y \mathbf{k}_d están conectados entre sí mediante el vector de la red. La esfera en la que están contenidos estos vectores se denomina esfera de Ewald. En la Fig.4.3(b) se muestra el corte de la esfera en el plano que contiene a los tres vectores. Esta representación es equivalente a la expresión (4.3-1) y es útil para trabajar fuera de la condición de Bragg.

A partir de la resolución de la ecuación de ondas^[4.2], para una red de índices cuya modulación es δn , en un material de espesor L_z , la eficiencia de difracción viene dada por la expresión^[4.3]:

$$\eta = \text{sen}^2(vL_z) \quad (4.3-7)$$

donde, λ es la longitud de onda del haz de lectura y v es la constante de acoplamiento dada por:

$$v = \frac{\pi \delta n}{\lambda \cos \theta'} \quad (4.3-8)$$

θ' es el ángulo de incidencia del haz de lectura en el interior del cristal, respecto a la normal a la superficie del cristal.

El espesor finito de los hologramas implica que la condición de Bragg no sea tan restrictiva como se presenta en la Ec.(4.3-4). La teoría de ondas acopladas predice una difracción no nula para el caso en el cual el haz de lectura incide sobre la red holográfica bajo un ángulo ligeramente diferente al definido por la condición de Bragg^[4.4,4.5].

En el tratamiento teórico se considera un vector de onda adicional $\Delta \mathbf{K}$, llamado vector "off-Bragg", relacionado con el espesor finito de la red. Para conservar la periodicidad espacial de la red, la orientación de este vector debe ser perpendicular a la superficie del cristal (paralelo a la red), como se puede apreciar en la Fig.4.4. Entonces, si la condición de Bragg, Ec.(4.3-6), se re-formula:

$$\mathbf{k}_d = \mathbf{k}_i + \mathbf{K}_r + \Delta \mathbf{K} \quad (4.3-9)$$

donde $\Delta\mathbf{K}$ es el vector "off-Bragg". En este caso, de la teoría de ondas acopladas^[4.2], la eficiencia de difracción de la red resulta:

$$\eta = v^2 \frac{\text{sen}^2\left(L_z \sqrt{v^2 + \xi^2}\right)}{v^2 + \xi^2} = v^2 L_z^2 \text{senc}^2\left(L_z \sqrt{v^2 + \xi^2}\right) \quad (4.3-10)$$

donde, v , esta dada por la Ec.(4.3-8) y ξ el parámetro ("off-Bragg") que mide el alejamiento de la condición de Bragg, está dado por:

$$\xi = \frac{\Delta K}{2} = \frac{K_r \Delta\theta'}{2} \quad (4.3-11)$$

De la ley de Snell:

$$\text{sen}\theta = n \text{sen}\theta'$$

se puede derivar:

$$\Delta\theta' = \frac{\cos\theta}{n \cos\theta'} \Delta\theta = \frac{\cos\theta}{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2\theta}} \Delta\theta \quad (4.3-12)$$

que relaciona la desviación angular $\Delta\theta$ fuera del cristal con la que ocurre en el interior de éste, $\Delta\theta'$.

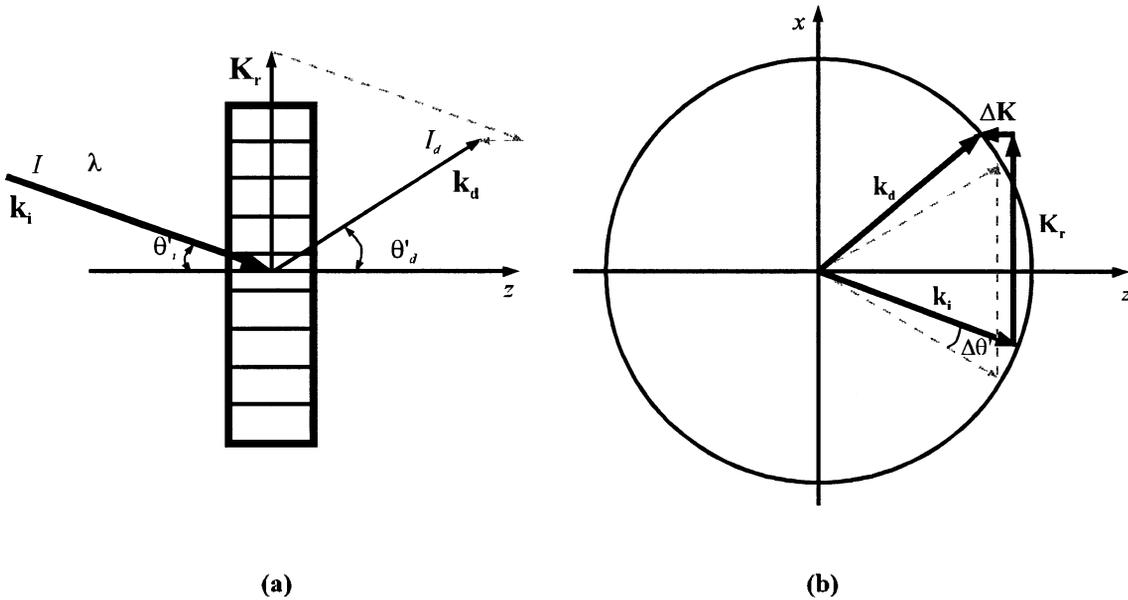


Figura 4.4 Representación vectorial de la lectura fuera de la condición de Bragg.

Los parámetros ν y ξ se pueden expresar en términos del ángulo de incidencia θ y de la desviación angular $\Delta\theta$ ambos fuera del cristal. Reemplazando las Ecs.(4.3-1), (4.3-6) y (4.3-10) en la Ec.(4.3-9) se obtiene:

$$\xi = \frac{\pi \sin 2\theta}{\lambda \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \Delta\theta \quad (4.3-12)$$

Se concluye que la intensidad difractada en función del ángulo de incidencia del haz de lectura, alrededor del ángulo de Bragg, depende del valor de δn y del espesor del cristal.

En la Fig.4.5 se presentan varias curvas teóricas de la eficiencia de difracción en función de la desviación angular de la condición de Bragg, para diferentes valores de δn y para dos cristales de espesores diferentes. Se observa que para valores pequeños de δn , la curva de intensidad difractada se caracteriza por un pico central muy intenso y otros máximos secundarios laterales, que decrecen rápidamente conforme se aparta de la condición de Bragg. Sin embargo cuando δn crece, la curva cambia substancialmente. La intensidad de los picos laterales aumenta en forma considerable y la posición del primer máximo secundario tiende a moverse hacia la posición central, conforme δn aumenta.

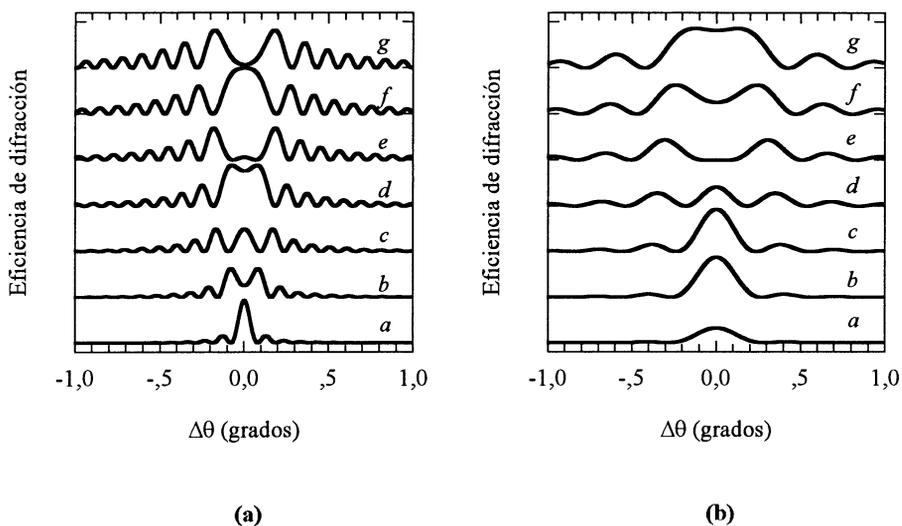


Figura 4.5 Evolución de la eficiencia de difracción alrededor del ángulo de Bragg, para varios valores de $\delta n = x \cdot 10^{-4}$ donde los valores de x son: 1, 2, ... 7 para a, b... g respectivamente. El ángulo de registro elegido fue de $\theta = 7.4^\circ$ y la longitud de onda $\lambda = 514 \text{ nm}$ para cristales BSO de espesores L_c : (a) 3mm y (b) 1mm.

Nótese en la Fig.4.5 que para la condición de Bragg la difracción tiene un comportamiento oscilante tomando valores entre 1 y 0 a medida que se aumenta la profundidad de la red (δn aumenta). En la situación "off-Bragg" también se presenta un comportamiento oscilante, para un $\Delta\theta$ dado a medida que δn aumenta. No obstante, la ley de oscilación varía con $\Delta\theta$. Al mismo tiempo, la intensidad de los picos secundarios es también mayor para las curvas g de (a) y f de (b) comparados con los correspondientes en cada una de las curvas a .

La Fig.4.6 muestra las curvas teóricas de la eficiencia de difracción en función del ángulo "off-Bragg" para diferentes valores del ángulo $2\theta_0$ que forman los haces de registro en un cristal BSO de espesor: (a) 3mm y (b) 1mm. En la Fig. 4.6 es evidente que para los ángulos menores el ancho de los lóbulos de difracción es mayor, mientras que a medida que aumenta el ángulo de registro de la red la selectividad angular aumenta.

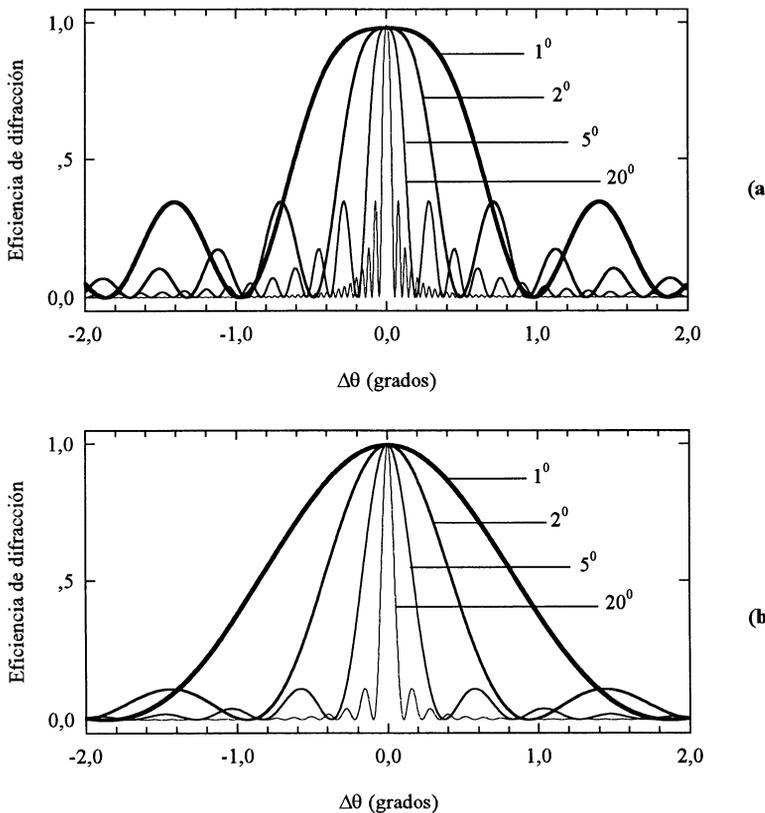


Figura 4.6 Curvas teóricas de la eficiencia de difracción para distintos ángulos de registro en cristales BSO de espesores: (a) 3mm y (b) 1mm. Las redes registradas con ángulos de $\theta_0=1^\circ$, 2° , 5° y 20° , y con un δn de 2.5×10^{-4} .

En general, en un cristal electro-óptico y con actividad óptica, como el BSO, la luz emerge elípticamente polarizada. Cuando se lee una red fotoinducida en el volumen del cristal, estos materiales exhiben propiedades muy específicas de polarización difíciles de derivar por métodos analíticos^[4.2,4.6]. Los haces transmitidos y difractados tienen diferentes polarizaciones elípticas y la eficiencia de difracción es una función compleja de la orientación de la polarización del haz de lectura^[4.7].

4.4 Componentes Experimentales

A continuación se describen los componentes más importantes empleados en las diferentes experiencias involucradas en este trabajo. Los esquemas experimentales utilizados en cada caso se describirán en el Capítulo respectivo.

4.4.1 Cristales Fotorrefractivos

El cristal BSO utilizado en este trabajo: fue crecido por el método de Czochralski. Fue adquirido a Sumitomo Electric Industries, Ltd. En la Tabla 4.1 se dan las dimensiones, la cara pulida y la cara con electrodos del cristal.

Tabla 4.1 Dimensiones y corte del cristal BSO.

Muestra	Tamaño (mm)			Cara pulida	Electrodos
	L_x	L_y	L_z		
BSO	10	10	3	(110)	($\bar{1}$ 10)

4.4.1.1 Portamuestras

El portamuestras utilizado consta de una pieza aislante de poliuretano negra sobre la que se deslizan dos piezas de bronce, para adaptarse al tamaño del cristal que se sitúa entre ellos. Las piezas de bronce tienen dos terminales para ser conectados a la fuente de tensión. Las caras laterales, perpendiculares al eje x , se cubrieron con pintura de plata y constituyen electrodos que al hacer contacto con las piezas de bronce pueden recibir un voltaje externo (ver Fig.4.7). Las piezas de bronce sirven a la vez de soporte del cristal, ejerciendo una débil compresión mecánica sobre sus caras.



Figura 4.7 Fotografía del portamuestras, cristal y contactos eléctricos; en la configuración experimental utilizada.

4.4.2 Fuentes de Tensión

Se utilizaron indistintamente una u otra de las dos fuentes de alta tensión que se disponen. Ambas tiene un voltaje máximo de salida de 20 kV. Una de ellas de la marca Heizinger, modelo HNC 20000, está limitada en corriente con valores típicos de 5 μ A y la otra, marca Bertran, modelo 205B-20R, con una corriente de hasta 1mA.

En la fuente Bertran, la salida de voltaje se controla localmente en el panel de lectura. en un arreglo de LEDs de 4 dígitos. La precisión de la medida es de $\pm(0,1\%$ de lectura + 0,1% del máximo) para voltaje. EL modelo 205B incluye un circuito limitador de corriente que reduce el voltaje de salida a un nivel seguro cuando la tasa de corriente de salida se excede en aproximadamente un 5%.

4.4.3 Fuentes de Luz

A continuación se describen las fuentes de luz utilizadas en las experiencias realizadas en este trabajo y cuya utilización específica se indicará en los próximos Capítulos..

4.4.3.1 Fuente Incoherente

Como fuente para el registro incoherente se empleó un proyector de luz blanca con una lámpara de 50W. El filamento de la lámpara se coloca en el plano objeto de una lente de proyección. Una segunda lente se ubica en el plano imagen de la primera. Esta segunda lente forma la imagen de la transparencia de entrada sobre el cristal. La intensidad es del

orden de $1\text{mW}/\text{cm}^2$ sobre una de las caras pulidas del cristal. Este arreglo se utiliza en el sistema incoherente-coherente descrito en los Capítulos 5 y 6. Debido a que el cristal posee una fuerte fotoconductividad en el rango de longitudes de onda de 380 a 550nm, se utilizó un filtro interferencial con un pico de transmisión en $\lambda=534\pm 7\text{nm}$, a la salida de la lámpara; se selecciona así una longitud de onda de trabajo con un ancho espectral determinado por el filtro. En la Fig.4.8(a) se presenta su espectro de transmisión. Para impedir la propagación de la luz verde de registro hacia el sistema de detección, en la salida, un segundo filtro interferencial con un pico de transmisión en $\lambda=633\pm 5\text{nm}$ se coloca antes del sistema de adquisición y procesamiento de imágenes, Fig.4.8(b).

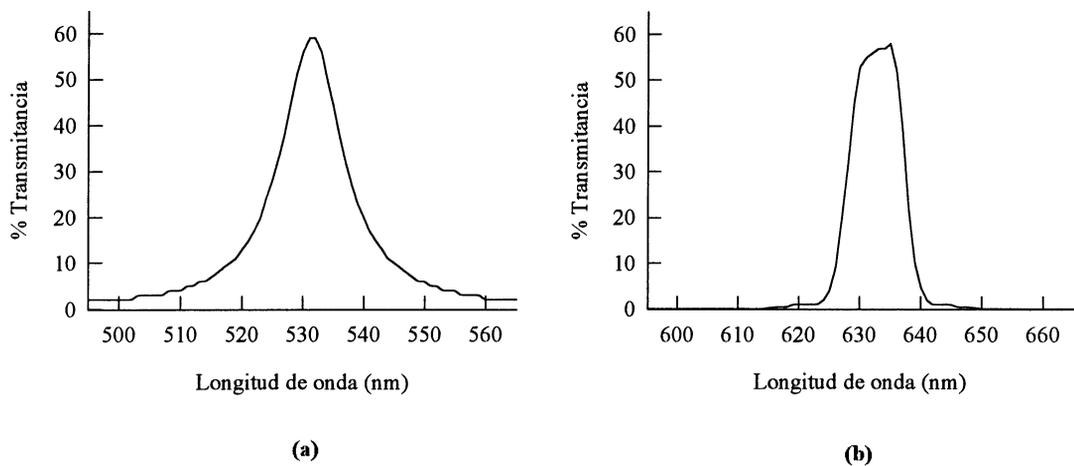


Figura 4.8 Espectros de transmisión para los filtros: (a) verde y (b) rojo.

4.4.3.2 Fuente Coherente de Argón

El haz ó haces de registro y lectura, en los sistemas coherentes de filtrado óptico no-holográfico y holográfico (Capítulo 7) provienen de un láser de Argón marca Omnicrome modelo 543-AP, sintonizable en longitud de onda (nueve líneas 454, 457, 465, 477, 488, 496, 502 y 514nm), modo gaussiano. Se utilizó la línea 514nm, con una salida de potencia máxima de 40mW. El láser fué expandido por un filtro espacial y colimado por una lente de distancia focal de 25cm y de 5cm de diámetro, obteniéndose una intensidad del orden de $2\text{mW}/\text{cm}^2$. En la Tabla 4.2 se presentan algunas de sus especificaciones.

Tabla 4.2. Especificaciones del Láser de Argón. modelo 543

Diámetro del haz(a $1/e^2$)	0.66 mm (TEM ₀₀)
Divergencia del haz	1.1 mrad
Longitud de coherencia	10 cm
Polarización lineal	Vertical \pm 5 grados
Enfriamiento	enfriado por aire

4.4.3.3 Fuente Coherente de He-Ne

Como haz de lectura en el sistema incoherente-coherente se usó un láser He-Ne de longitud de onda 633nm, de 1mW de potencia y con polarización lineal vertical, de la marca Spectra Physics, modelo 120. Este láser posee una longitud de onda poco eficiente para el efecto fotorrefractivo, lo que es favorable para no degradar el registro realizado. Este haz fue expandido por un filtro espacial y colimado por una lente de distancia focal 10cm y de 2cm de diámetro, se obtiene una intensidad inferior a $100\mu\text{W}/\text{cm}^2$. Este haz se utilizó también para la lectura en el correlador Vander Lugt que se describe en el Capítulo 7.

4.4.4 Sistema Expansor-Colimador

Este sistema consiste de un filtro espacial y una lente. El filtro espacial, a su vez, está formado por un objetivo de microscopio que focaliza la luz sobre un pequeño orificio ("pinhole"). La lente de mayor distancia focal, se sitúa de forma tal que su foco coincide con el foco del objetivo, y por tanto con el pequeño orificio. De esta forma el haz sale de la segunda lente con un frente de onda plano, puesto que el orificio selecciona el máximo de la figura de Airy producida por el objetivo de microscopio. Los dos filtros espaciales empleados son de la marca Spectra Physics y admiten un ajuste micrométrico,

4.4.5 Polarizadores

Los polarizadores son elementos fundamentales en la técnica de birrefringencia. Se emplearon dos tipos de polarizadores: un par de polarizadores dicróicos, para el haz de He-Ne en el sistema incoherente-coherente y; un par de polarizadores de calcita (Glan-Thompson), para el haz de Argón en el filtrado óptico no-holográfico (Capítulo 7). Ambos tipos de polarizadores son de la marca Melles Griot. Se describen brevemente sus características.

4.4.5.1 Polarizadores Dicroicos de Lámina

Los materiales dicroicos son birrefringentes en los que una de las dos polarizaciones ortogonales (ordinaria o extraordinaria) está sometida a una fuerte absorción, mientras que la otra polarización no. Los polarizadores constan de una lámina polarizadora de plástico dicroica emparedada entre placas de vidrio libres de tensiones. Debido a que los materiales dicroicos funcionan por absorción selectiva, no pueden ser usados por haces láser de alta potencia.

4.4.5.2 Primas Polarizadores Glan-Thompson

La calcita es un cristal birrefringente uniaxial. Los cristales de este material son polarizadores muy eficientes debido a la separación por reflexión total interna del rayo ordinario y del extraordinario que tiene lugar en la interfase que separa los prismas componentes del polarizador. En el polarizador Glan Thompson dos prismas son unidos con un adhesivo transparente. El ángulo del prisma se selecciona de manera que su valor se encuentre entre el ángulo en el cual ocurre reflexión total interna para ambos rayos O- y E- y el ángulo en el que se inicia la transmisión de ambos rayos. Los prismas polarizadores tienen una abertura de 10x10mm. Están montados en un cilindro de aluminio negro anodizado.

Los dos tipos de polarizadores empleados se colocan en una montura graduada, de una precisión de $\pm 0,5^\circ$ grados.

4.4.6 Divisores de Haz

Los divisores de haz ("beamsplitters") fueron usados en todos los dispositivos experimentales utilizados en este trabajo. El cubo divisor de haz tiene varias ventajas sobre divisores de haz tipo "pellicle" ya que se deforma menos ante tensiones mecánicas externas y está libre de imágenes fantasmas. Constan de un par de prismas idénticos de ángulo recto unidos por sus hipotenusas. El lado de cada uno de los cubos empleados es de 25,4mm.

4.4.7 Otros Elementos Ópticos

Se utilizan espejos de recubrimiento metálico. Poseen una reflectividad del 93% en el visible/infrarrojo, están recubiertos con una lámina protectora y presentan una planitud del orden de $\lambda/4$ en el visible. Estos espejos están colocados sobre soportes que permiten un ajuste fino de la orientación mediante un sistema de posicionamiento angular.

Se emplearon lentes de distancia focal y aberturas variadas para proyectar sobre el cristal la imagen de la transparencia objeto a procesar y/o para proyectar la imagen procesada a la salida, en el sistema de detección.

4.4.8 Soportes

Todas las piezas mecánicas y los elementos ópticos del sistema se colocan sobre una mesa holográfica, fijándose a esta por medio de soportes magnéticos.

El portamuestras con el cristal, se coloca sobre una pequeña mesa con tornillos que permite orientar y corregir la posición del cristal para obtener incidencia normal de los haces.

4.4.9 Obtención de los Espectros de Absorción y Transmitancia

Se ha medido el espectro de absorción del BSO utilizado [ver Fig.2.5(a)], para conocer la atenuación que sufrirán los haces al atravesarlo a las longitudes de onda de trabajo. Para estas medidas se utilizó un espectrofotómetro de la marca Beckman, modelo DU-65 de simple haz, automatizado, de densidad óptica hasta 4,5 en el rango de 200 a 900nm. El rango espectral utilizado abarcó desde los 750nm (donde se puede considerar que la absorción óptica es prácticamente nula), hasta 350nm donde se alcanza el borde de absorción.

Se define la densidad óptica como el cociente entre la intensidad I_0 que entra a la muestra y la intensidad I de salida (despreciando las reflexiones en las caras de la muestra): $D.O. = \log\left(\frac{I_0}{I}\right)$ y esta relacionada con el coeficiente de absorción por:

$$\alpha = \frac{D.O.}{d \log e}$$

donde d es el espesor de la muestra.

Se midieron los espectros de transmisión de los filtros utilizados (ver Fig.4.8), donde la transmitancia (en porcentaje) está dada por:

$$T(\%) = \frac{I}{I_0} = e^{-\alpha d}$$

4.4.10 Sistemas de Detección y Registro

El sistema de detección y registro de las experiencias realizadas consistió, en algunos casos de una cámara fotográfica marca Nikon sin óptica. Las imágenes se registraron utilizando película fotográfica blanco y negro de 100 ASA.

No obstante, en la mayoría de las experiencias se utilizó como sistema de detección y registro una cámara CCD conectada a una placa digitalizadora con un software específico para el registro, procesamiento y almacenamiento de imágenes.

4.4.10.1 Cámara CCD

La cámara CCD de la marca Pulnix modelo TM-560 (CCIR), es de alta resolución con un sensor de 500(Horizontal)x582(Vertical) píxeles. Un rasgo especial es su compatibilidad de escaneo con el arreglo de 512 píxel. El tamaño del sensor, en mm, es de 8.8(H)x6.6(V). El rango dinámico es de 67 dB a 25°C. El escaneo es de 625 líneas (H) a 50Hz (V); la frecuencia de escaneo del píxel es de 9545Mhz. La cámara CCD se utilizó sin óptica (matriz de diodos directamente expuesta al aire) para evitar las interferencias que se producen en las películas protectoras. La Fig.4.8 muestra la respuesta espectral de la cámara.

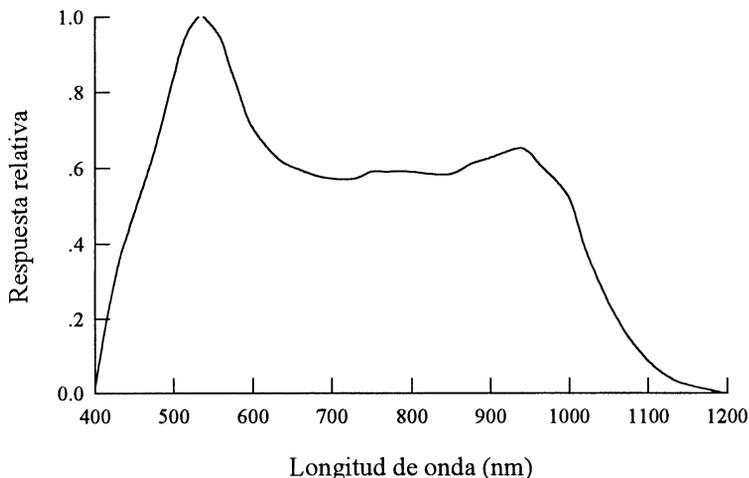


Figura 4.9 Respuesta espectral de la cámara CCD Pulnix TM-560.

4.4.10.2 La plaqueta digitalizadora VFG (Video Frame Graber)

La VFG de Imaging Technology Inc. digitaliza a partir de fuentes de video CCIR. El procesamiento de la imagen y las operaciones (en tiempo real) realizadas electrónicamente por la VFG son presentadas simultáneamente con la imagen procesada exhibida en un monitor de video.

Con la computadora y el "software", la VFG realiza funciones de procesamiento de imágenes en tiempo real, tales como: promedio, sustracción y realce de bordes de las imágenes.

La VFG es un sub-sistema que se conecta directamente en un solo canal de expansión de una computadora personal AT. La VFG captura 25 cuadros por segundo de señales de video CCIR.

4.4.10.3 Software

Para la adquisición, análisis y procesamiento de las imágenes se uso el programa Image-Pro Plus compatible con la VFG.

Las medidas de densidad óptica se obtiene por la siguiente fórmula:

$$DO(x, y) = -\log \left[\frac{I(x, y) - BL}{IL - BL} \right]$$

donde $I(x, y)$ es la intensidad (nivel de gris) en el pixel (x, y) , BL es la intensidad generada por la cámara cuando no pasa luz a través del material, y IL es la intensidad de la luz incidente.

De acuerdo a esta fórmula, un material que no transmite luz tiene una $D.O.$ infinita, y el material que no absorbe luz tiene una densidad óptica cero.

En Image-Pro Plus la $D.O.$ infinita se indica por su valor finito:

$$DO(\text{infinita}) = -\log\left(\frac{1}{255}\right) \cong 2.4065$$

Las funciones de medida se realizan en términos de las posiciones del pixel en el monitor. Sin embargo se puede realizar calibraciones para redefinir la unidad de medida. Las operaciones de análisis que permiten describir las características de una imagen

incluyen: histograma, perfil de línea, perfil promedio, etc. También se pueden realizar operaciones de filtrado y transformadas de Fourier rápida (FFT).

4.5 Bibliografía

- [4.1] M. Glass, *The photorefractive effect*, Opt. Eng. **17**, 470-479 (1978).
- [4.2] P. Yeh "Introduction to photorefractive nonlinear optics", John Wiley & Sons, Inc., New York, (1993).
- [4.3] P. Günter and J.P. Huignard Eds., "Photorefractive Materials and Their Applications II: Topics in Applied Physics", Vol. 62, Springer-Verlag, Berlin, (1988).
- [4.4] E. Voit, *Anisotropic Bragg diffraction in photorefractive crystals* in "Electro-optic and photorefractive materials", P. Günter Ed., Springer Proceedings in Physics 18, 246-265, Springer Verlag, Berlin, (1987).
- [4.5] J.V. Alvarez Bravo Tesis doctoral: "Almacenamiento holográfico de información en materiales fotorrefractivos: condiciones experimentales", Universidad Autónoma de Madrid, Madrid, (1995).
- [4.6] J.P. Herriau, J. P. Huignard, P. Aubourg, *Some polarization properties of volume holograms in $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals and applications*, Appl. Opt. **17**, 1851-1852 (1978).
- [4.7] S. Mallik, D. Rouède and A.G. Apostolidis *Efficiency and polarization characteristics of photorefractive diffraction in a $Bi_{12}SiO_{20}$* J. Opt. Soc. Am. B **4**, 1247-1259 (1987).

Capítulo 5

Sistema Incoherente-Coherente. Procesamiento de Objetos Binarios

-
- 5.1 *Introducción*
 - 5.2 *Montaje experimental*
 - 5.3 *Visibilidad a la salida de imágenes binarias 1-D codificadas en birrefringencia*
 - 5.4 *Optimización de la reconstrucción de imágenes binarias registradas en un cristal BSO*
 - 5.5. *Conclusiones*
 - 5.6 *Bibliografía*
-

5. Sistema Incoherente-Coherente. Procesamiento de Objetos Binarios

Se propone un arreglo no-holográfico sencillo en el cual una entrada registrada con iluminación incoherente en un cristal BSO es leída con luz coherente para un procesamiento posterior. Una vez codificada una entrada binaria, como modulación espacial de la birrefringencia inducida en el cristal, se analiza su lectura coherente con una onda plana monocromática, linealmente polarizada. La luz emergente se expresa como una combinación de dos componentes de polarización: lineal y elíptica. Así, la imagen incoherente es convertida en una réplica coherente en la lectura.

Al colocar un analizador lineal a la salida, el sistema actúa como un filtro de intensidad, que presenta dos niveles y que reconstruyen la forma de la distribución de entrada. El contraste de dicha distribución puede ser gobernada según la orientación del analizador.

Se presenta la visibilidad de salida en términos de la visibilidad de entrada para ranuras de ancho diferente. Se establece que la visibilidad de salida depende fuerte o débilmente de la visibilidad de entrada según la posición del plano de polarización del analizador.

La rotación de este polarizador lineal colocado a la salida del sistema permite modificar el contraste de la imagen leída. Se obtiene así desde una inversión del contraste respecto al contraste de entrada hasta el contraste directo con una visibilidad que depende de parámetros tales como el voltaje aplicado y el espesor del cristal.

Se realiza un análisis detallado de los estados de polarización del haz de lectura a la salida del cristal, en el plano imagen y en el plano de Fourier. Se analizan las

distribuciones de intensidad en estos dos planos como funciones del voltaje aplicado y de la posición del plano de polarización del analizador, para un espesor dado del cristal. Se presentan resultados experimentales.

5.1 Introducción

En la primera parte experimental de este trabajo se realizó un sistema de conversión incoherente a coherente con un cristal BSO. La implementación utilizada fue no-holográfica, y en ese sentido difiere del conversor PICOC ("Photorefractive Incoherent-to-Coherent Optical Converter"). En este dispositivo^[5.1,5.2], la red holográfica resultante de dos haces coherentes incidentes en el cristal, se superpone con la imagen incoherente que se pretende registrar. Esta modulación espacial adicional es almacenada por el cristal y recuperada durante el proceso de lectura de la red holográfica.

Una operación de pseudocoloreado de imágenes utiliza un cristal BSO como conversor incoherente-incoherente^[5.3]. Algunas otras experiencias han sido reportadas^[5.4,5.5] usando el cristal BSO como conversor en registros no-holográficos.

En este Capítulo, se describe como la imagen de un objeto binario se registra con iluminación incoherente en un cristal BSO y se utiliza luz coherente sólo en la etapa de lectura. El conversor así obtenido puede ser considerado como un subsistema de un dispositivo óptico para un subsecuente procesamiento. El objetivo principal es estudiar las características de polarización del haz de lectura directamente transmitido, así como controlar el contraste de la imagen de salida, a partir de los parámetros físicos del sistema.

Los cristales electro-ópticos de la clase silenita (BSO y BGO) han sido empleados ampliamente en el registro holográfico para procesamiento de señales ópticas. Dado que en todas las aplicaciones se registra una red de fase, es de interés el conocimiento de las características de polarización de los haces difractado y directamente transmitido^[5.6]. El problema de la propagación de la luz de un haz de lectura en cristales birrefringentes y ópticamente activos como el BSO para redes de baja frecuencia, 100-300 líneas/mm registradas holográficamente ha sido estudiado^[5.7] y se han analizado las propiedades de

polarización de la luz difractada^[5.8,5.9] y directamente transmitida^[5.10] donde se asume que la birrefringencia lineal inducida en todo el cristal se debe sólo al campo eléctrico externo aplicado.

Los parámetros físicos que determinan las características de polarización de la luz transmitida en registros no holográficos de objetos binarios son: el espesor del cristal, la actividad óptica y el campo externo aplicado. La selección óptima de estos parámetros permite obtener en la lectura de redes binarias registradas en un cristal fotorrefractivo, una imagen a la salida de contraste directo acorde con la registrada^[5.11].

En este Capítulo se estudian las características de polarización de la luz directamente transmitida del haz de lectura linealmente polarizado que incide normalmente en el cristal. Se efectúa un registro no-holográfico de una red de Ronchi de 4 líneas/mm. El período de esta red es mucho mayor si se compara con el de una red de fase obtenida en un registro holográfico. Se puede asumir al cristal iluminado periódicamente en regiones claras y oscuras, las cuales se corresponden con valores del campo eléctrico total interno nulo y no-nulo, respectivamente. Por lo tanto, el haz de lectura emerge en cada una de estas regiones con luz lineal y elípticamente polarizada.

Primero se describe el montaje experimental utilizado como un sistema óptico incoherente-coherente. Luego se analiza la visibilidad a la salida en términos de la visibilidad de entrada. Se considera en detalle el caso unidimensional para anchos diferentes de una ranura de entrada iluminada incoherentemente.

Asimismo, se estudia la elipticidad de la luz de lectura transmitida por el cristal en las regiones donde la birrefringencia es no nula, en función del campo externo aplicado para distintos espesores. Se analizan las características de la polarización resultante en el plano imagen del cristal y en el plano de Fourier. Se muestran resultados experimentales y se comparan con resultados teóricos.

5.2 Montaje Experimental

Los detalles del montaje experimental usados para implementar el sistema incoherente-coherente se tratan a continuación. Considérese el esquema de la Fig.5.1: La transparencia objeto O es iluminada por la fuente extensa de luz blanca S, mediante la

lente condensadora L_1 de distancia focal $f_1=100\text{mm}$. Puesto que el cristal posee una elevada fotoconductividad en la gama de 380 a 550nm, se coloca un filtro interferencial $F_v(\lambda=534\pm 6\text{nm})$, a la salida de la lámpara.

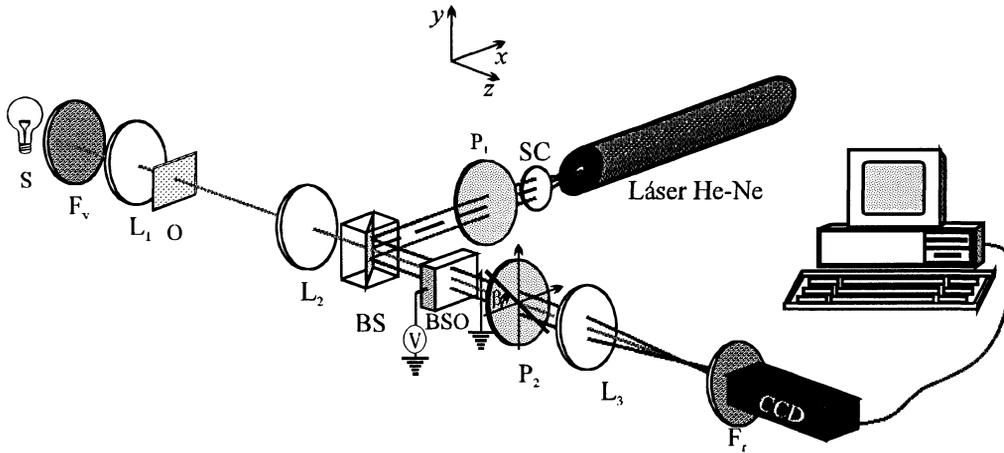


Figura 5.1: *Convertor óptico implementado para el registro incoherente y lectura coherente de la imagen registrada en el cristal.*

La imagen de O , con magnificación unitaria, se obtiene en un plano sobre el cristal a través de la lente L_2 de distancia focal $f_2=100\text{mm}$. La lente L_1 se utiliza para formar la imagen del filamento de la lámpara en el plano de L_2 , y evitar así su presencia en el plano imagen del objeto sobre el cristal.

Es importante notar, que la resolución espacial del registro de la imagen en el cristal esta limitada por el sistema formador de imágenes incoherente y, el espesor L_z del cristal. En el presente caso, la absorción óptica es baja ($\alpha L_z \ll 1$), de forma tal que la iluminación tiene una amplitud esencialmente uniforme a través del volumen del cristal. Entonces, el enfoque óptimo ocurre en el centro del cristal, y no en la superficie frontal del mismo. Por lo tanto, al calcular el límite de resolución para el caso de magnificación 1:1 resulta la frecuencia espacial $4nF\#/L_z$, donde n es el índice de refracción del cristal, $F\#$ es el F-número ($F\#=2f/D$, donde D es el diámetro de la lente) del sistema formador de la imagen incoherente. Para la lente L_2 , $F\#=2 \times 100/50=4$ y el cristal BSO de $L_z=3\text{mm}$, $n=2,6$ en 534nm (ver Fig.2.6), el límite de resolución del registro incoherente es de aproximadamente 14lín/mm.

Las direcciones $\langle \bar{1}10 \rangle$, $\langle 001 \rangle$ y $\langle 110 \rangle$ del cristal coinciden con los ejes xyz , respectivamente. Si se aplica una diferencia de potencial V entre las caras paralelas al plano yz que están separadas una distancia L_x , dado que el material presenta efecto electro-óptico se induce en él birrefringencia debida al campo eléctrico externo V/L_x . Los ejes rápido y lento inducidos tienen las direcciones de las diagonales del cristal ($\pm 45^\circ$ respecto al eje y , ver sección 3.6.1). La iluminación no-uniforme proyectada sobre el cristal fotoconductor genera portadores de carga que se desplazan debido al campo externo aplicado y que tienden a neutralizarlo, modulando así localmente, vía el efecto electro-óptico, la birrefringencia inducida.

Se ha logrado así el registro de la transparencia O en términos de la modulación en birrefringencia producida por ella. La etapa de lectura se realiza con una onda plana monocromática. Para ello se utiliza un láser de He-Ne de longitud de onda $\lambda=632,8\text{nm}$, cuyo haz expandido y colimado por el sistema colimador SC y polarizado verticalmente por P_1 , incide sobre el cristal. El registro y lectura es simultáneo; para ello, el haz de lectura incide normalmente en el cristal a través del divisor de haz BS. Como para la longitud de onda de lectura la fotoconductividad del cristal es despreciable, entonces, no se relaja el campo de carga espacial generado por la distribución luminosa de registro. Así, la lectura no degrada la información almacenada.

Si se ubica un analizador P_2 , como se muestra en la Fig.5.1, las variaciones de birrefringencia que codifican a la transparencia O se convierte en modulación de transmisión de la luz elíptica que emerge del cristal. En la situación inicial, $V=0$, el sistema se encuentra en extinción para la etapa de la lectura. Es decir, la orientación del polarizador lineal P_2 es tal que bloquea exactamente la luz polarizada del láser, transmitida por el cristal. En éste caso, el plano de polarización de la luz rota (en sentido antihorario, dextrógiro) debido a la actividad óptica del cristal, esto significa que su plano de polarización forma un ángulo ρL_z con la dirección vertical, donde ρ es el poder rotatorio por unidad de longitud del cristal y L_z es su espesor.

La lente L_3 , situada a $2f_3$ ($f_3=230\text{mm}$) del cristal, permite observar el plano imagen ó el plano de Fourier del cristal a través de un segundo filtro F_r , $(633\pm 5)\text{nm}$, que impide la propagación de la luz verde (de escritura ó registro) en la dirección del sistema de

detección: una cámara CCD enlazada a un sistema de adquisición y procesamiento de imágenes.

Cuando $V \neq 0$, la luz que emerge del cristal es elípticamente polarizada y la propagación libre de la misma sintetiza en el plano de salida la reconstrucción coherente de la imagen incoherente registrada en variaciones de birrefringencia. Esencialmente, se ha convertido una entrada incoherente en una salida coherente en un proceso en tiempo real.

5.3 Visibilidad a la Salida de Imágenes Binarias 1-D Codificadas en Birrefringencia^[5.12,5.13]

En esta sección se analiza teórica y experimentalmente la visibilidad de lectura de la imagen de una ranura codificada como variación de birrefringencia en un cristal BSO. El cristal fotorrefractivo se emplea como un conversor óptico para codificar la entrada incoherente como modulación de birrefringencia la cual es leída con luz linealmente polarizada.

Se establece que la visibilidad a la salida puede depender fuerte ó débilmente de la visibilidad de entrada de acuerdo a la posición del plano de polarización del analizador P_2 . Los resultados obtenidos concuerdan con un estudio teórico anterior^[5.14] que utiliza el formalismo de Poincaré para analizar los cambios producidos en el estado de polarización del haz de lectura. Aquí se desarrolla un modelo simplificado basado en el formalismo de Jones para describir los estados de polarización del haz de lectura a la salida del cristal. Hay buena concordancia entre los resultados experimentales que se presentan y los calculados con el modelo.

5.3.1 Análisis Teórico

El haz de escritura corresponde a la imagen de una ranura de ancho a centrada en $x=0$ y la distribución de intensidad en el plano del cristal será:

$$I_e(x) = \left\{ I_1 \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) + I_2 \cdot \left[\text{rect}\left(\frac{4x - (L_x + a)}{2(L_x - a)}\right) + \text{rect}\left(\frac{4x + (L_x + a)}{2(L_x - a)}\right) \right] \right\} \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{L_x}\right) \quad (5.3-1)$$

donde $I_1=I_m$ es la intensidad que ilumina el cristal en la región de la imagen de la ranura de ancho a e $I_2=pI_m$ ($0 \leq p \leq 1$), es la intensidad de la iluminación del resto del cristal de ancho L_x . Un esquema de la zona del cristal iluminada con I_1 e I_2 puede verse en la Fig.5.2(a).

Por consiguiente, en el proceso de registro, la imagen de la ranura $I_e(x)$ recibida por el cristal creará fotocargas que son transportadas por deriva debido al campo externo $E_a=V/L_x$ hasta que son atrapadas en los sitios aceptores.

Bajo las condiciones descritas en la sección 3.4 del Capítulo 2 y de acuerdo a la ecuación (2.3-20), el campo eléctrico total interno $E(x)$ en el estado estacionario, para la distribución luminosa $I_e(x)$ resulta:

$$E(x) = \left\{ E_1 \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{qL_x}\right) + E_2 \cdot \left[\text{rect}\left(\frac{4x - L_x(1+q)}{2L_x(1-q)}\right) + \text{rect}\left(\frac{4x + L_x(1+q)}{2L_x(1-q)}\right) \right] \right\} \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{L_x}\right) \quad (5.3-2)$$

donde $q=a/L_x$, $0 \leq q \leq 1$ y,

$$E_1 = \frac{p \cdot E_a}{(1-q) + pq} \quad ; \quad E_2 = \frac{E_a}{(1-q) + pq} \quad (5.3-3)$$

Obsérvese que cuando $I_2=pI_m=0$, $E_1=0$ y $E_2=E_a/(1-q)$. En este caso en la región iluminada del cristal el campo total interno es nulo, como antes de aplicar el campo (similar al resultado obtenido en el Capítulo 2, ecuación (2.3-24)). En la Fig.5.2(b) se esquematiza la distribución del campo total dentro del cristal.

Este campo modula la birrefringencia inducida:

$$\delta n(x) = n^3 r_{41} E(x) \quad (5.3-4)$$

donde n es el índice de refracción sin campo aplicado y r_{41} es el elemento no nulo del tensor electro-óptico. Entonces, $n \pm \delta n(x)$ son los índices de refracción a lo largo de los ejes inducidos.

De esta forma, la distribución luminosa ha sido localmente codificada en modulación de la birrefringencia a través del campo eléctrico total interno.

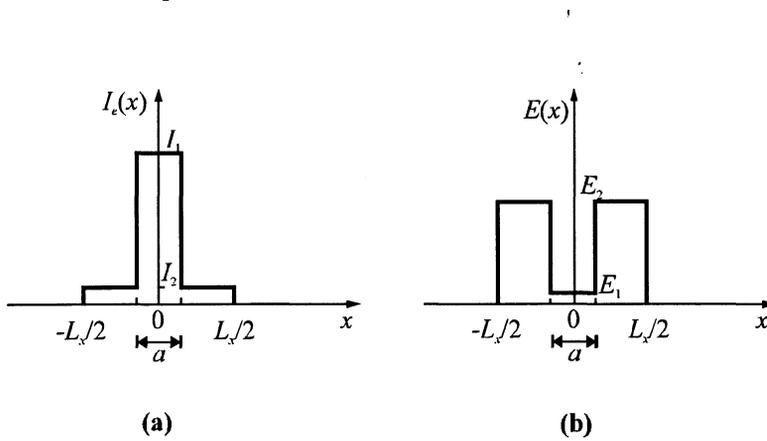


Figura 5.2 Para un cristal de ancho $L_x=1\text{cm}$ y una ranura de ancho $a=0,25L_x$: (a) Distribución luminosa de entrada, $I_e(x)$: $I_1=I_m=1\text{mW/cm}^2$; $I_2=0,12I_m$. (b) Distribución del campo eléctrico total interno, $E(x)$; $E_1=1,54\text{kV/cm}$, $E_2=12,82\text{kV/cm}$, cuando se aplica una diferencia de potencial entre los electrodos, $V=10\text{kV}$.

En el proceso de lectura ó de reconstrucción se emplea una onda plana de amplitud unitaria, verticalmente polarizada (plano de polarización de P_1 paralelo al eje y), como se explicó en la sección anterior. Por lo tanto, el BSO combina su poder rotatorio por unidad de longitud ρ , con la modulación de la birrefringencia $\delta n(x)$. Esto significa que cuando luz de lectura I_s^0 de una dada elipticidad entra en el cristal, ambos efectos deben tenerse en cuenta para calcular la elipticidad de la luz transmitida. La amplitud de la luz que emerge del cristal será:

$$\mathbf{A}'(x) = \begin{pmatrix} A'_x(x) \\ A'_y(x) \end{pmatrix} = R(-45^\circ) \cdot W_c(x) \cdot R(45^\circ) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\text{sen } \Delta(x) e^{i\psi(x)} \\ \cos \Delta(x) \end{pmatrix} \quad (5.3-5)$$

donde $W_c(x)$ es la matriz de transferencia del cristal definida por la ecuación (3.7-11); $\Delta(x)$ y $\psi(x)$ dadas por la ecuación (4.2-3), son:

$$\Delta(x) = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi^2(x)}{4}} \quad ; \quad \psi(x) = \text{arctg} \left(\frac{\varphi(x)}{2\rho} \right) \quad (5.3-6)$$

y la birrefringencia lineal inducida por unidad de longitud (Ecuación 4.2-4) es:

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n(x) = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{41} E(x) \quad (5.3-7)$$

donde $E(x)$ esta dado por la Ec.(5.3-2). Entonces, se pueden definir φ_1 y φ_2 como:

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{41} E_1 = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{41} \frac{p \cdot E_a}{(1-q) + pq} & \text{en } |x| \leq \frac{a}{2} \\ \varphi_2 &= \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{41} E_2 = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{41} \frac{E_a}{(1-q) + pq} & \text{en } |x| > \frac{a}{2}\end{aligned}\quad (5.3-8)$$

que representan la birrefringencia inducida por unidad de longitud en cada una de las dos regiones del cristal, iluminadas por I_1 e I_2 en el registro.

Reemplazando la Ec.(5.3-8) en la Ec.(5.3-6) y luego en la Ec.(5.3-5), entonces, el campo luminoso que emerge del cristal presenta dos estados de polarización, con amplitudes:

$$\mathbf{A}'_1 = \begin{pmatrix} -\text{sen } \Delta_1 e^{i\psi_1} \\ \cos \Delta_1 \end{pmatrix} \quad \text{en } |x| \leq \frac{a}{2} ; \quad \mathbf{A}'_2 = \begin{pmatrix} -\text{sen } \Delta_2 e^{i\psi_2} \\ \cos \Delta_2 \end{pmatrix} \quad \text{en } |x| > \frac{a}{2} \quad (5.3-9)$$

Se coloca en la salida un polarizador lineal P_2 , que permita la transmisión de una componente determinada I_s del haz de lectura emergente del cristal. Entonces, el sistema actúa como un filtro de intensidad dinámico. El coeficiente de atenuación local I_s/I_s^0 depende de la intensidad de escritura $I_e(x)$ y de la orientación β del analizador P_2 , relativa al eje x . En el caso en que el plano de polarización de P_2 esté orientado formando un ángulo $\beta = \rho L_z + 90^\circ$, se transmitirá completamente la luz $I_s^0 = 1$ emergente del cristal cuando no hay voltaje aplicado ($V_0 = 0$).

Usando el formalismo de Jones (como se indicó en el Capítulo 4, la orientación de los polarizadores P_1 y P_2 se considera respecto al eje x), se computa el valor local del coeficiente de atenuación y resulta:

$$\frac{I_s(x, \beta)}{I_s^0} = \begin{cases} I_{s1}(\beta) = \frac{1}{2} [1 - \cos 2\Delta_1 \cos 2\beta - \text{sen } 2\Delta_1 \text{sen } 2\beta \cos \psi_1] & \text{en } |x| \leq \frac{a}{2} \\ I_{s2}(\beta) = \frac{1}{2} [1 - \cos 2\Delta_2 \cos 2\beta - \text{sen } 2\Delta_2 \text{sen } 2\beta \cos \psi_2] & \text{en } |x| > \frac{a}{2} \end{cases} \quad (5.3-10)$$

Se define la visibilidad a la salida en función de la posición del plano de polarización de P_2 respecto de x como:

$$\mathcal{V}_s(\beta) = \left| \frac{I_{s2}(\beta) - I_{s1}(\beta)}{I_{s2}(\beta) + I_{s1}(\beta)} \right| \quad (5.3-11)$$

Los perfiles de intensidad de la imagen coherente de salida fueron simulados gráficamente para $\beta=\rho L_z$ y $\beta=\rho L_z+90^\circ$, y están representados en la Fig.5.3.

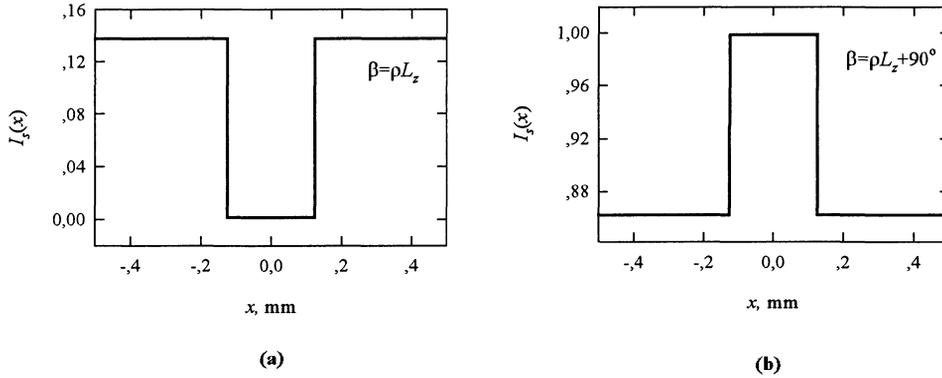


Figura 5.3: Intensidad de la imagen a la salida para las posiciones angulares $\beta=\rho L_z$ y $\beta=\rho L_z+90^\circ$ para los valores de entrada dados en la Fig. 5.2.

En la Fig.5.3 se puede observar que para la posición ρL_z el perfil es de contraste inverso respecto a la entrada (Fig. 5.2); en cambio, para ρL_z+90° el contraste es directo respecto al de la entrada.

Se define la visibilidad de registro \mathcal{V}_e como:

$$\mathcal{V}_e = \left| \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \right| \quad (5.3-12)$$

Se puede ahora analizar la dependencia de la visibilidad a la salida \mathcal{V}_s en términos de la visibilidad de entrada \mathcal{V}_e y del parámetro q . Así, por ejemplo, para la situación esquematizada en la Fig.5.2, donde $\mathcal{V}_e=0,786$, se obtiene que, la visibilidad a la salida para la posición $\beta=\rho L_z$ es $\mathcal{V}_s=0,979$ y para $\beta=\rho L_z+90$ es $\mathcal{V}_s=0,073$. En la Fig.5.3, se puede observar la baja visibilidad a la salida para la situación de contraste directo, Fig.5.3(b).

Los cálculos teóricos de \mathcal{V}_s versus q y \mathcal{V}_e se muestran en las Figs.5.4 y 5.5. La Fig.5.4 corresponde a la posición de P_2 , $\beta=\rho L_z+90^\circ$ y la Fig.5.5 a $\beta=\rho L_z$.

En la Fig.5.4(a), es claro que la visibilidad de salida depende fuertemente del ancho de la ranura para diferentes visibilidades de escritura. La Fig.5.5(a) muestra curvas $\mathcal{V}_s(q)$ muy diferentes comparadas con las de la Fig.5.4(a). En las curvas de la Fig.5.5(a) se observa

que el ancho de la ranura tiene poca importancia en la salida, si se excluye el caso en el cual q tiende a uno.

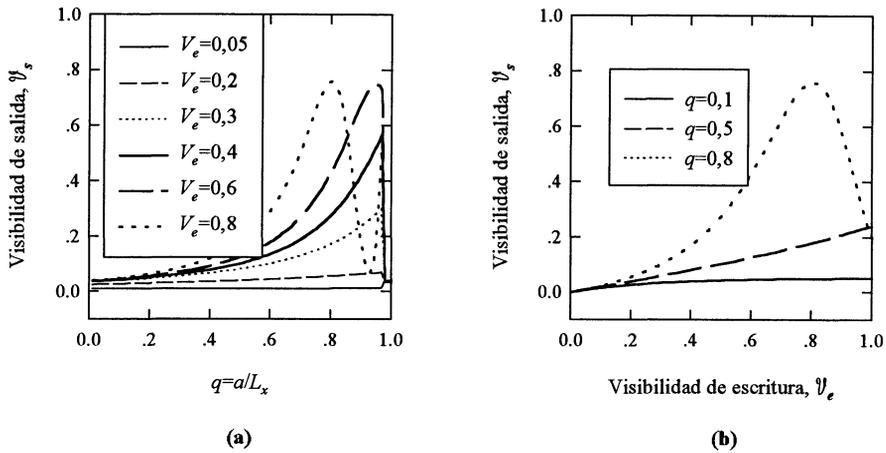


Figura 5.4: Curvas teóricas para el polarizador P_2 en la posición $\beta = \rho Lz + 90^\circ$ respecto al eje x . (a) $\mathcal{V}_s(q)$; (b) $\mathcal{V}_s(\mathcal{V}_e)$.

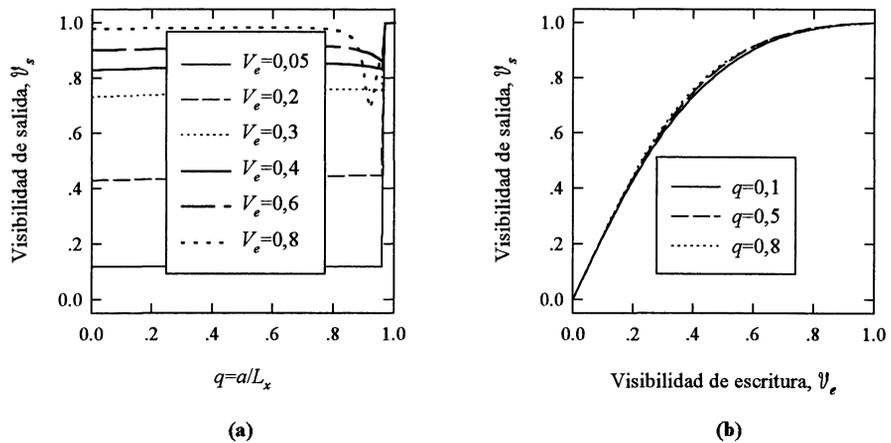


Figura 5.5: Curvas teóricas para el polarizador P_2 en la posición $\beta = \rho Lz$ respecto al eje x . (a) $\mathcal{V}_s(q)$; (b) $\mathcal{V}_s(\mathcal{V}_e)$.

En las curvas (b) de las Figs.5.4 y 5.5, la visibilidad a la salida \mathcal{V}_s se obtiene en términos de la visibilidad de escritura \mathcal{V}_e para tres valores diferentes del parámetro q . En la Fig.5.4(b) se observa que para valores de $q \leq 0,5$, \mathcal{V}_s se incrementa muy poco cuando \mathcal{V}_e aumenta. Además, se puede observar que la visibilidad de salida es mucho menor que la visibilidad de entrada, independiente del ancho de la ranura. En cambio, en la Fig.5.5(b) es claro que en el dominio entero de \mathcal{V}_e todas las curvas $\mathcal{V}_s(\mathcal{V}_e)$ son similares, en concordancia con lo obtenido en la Fig.5.5(a); además, la visibilidad de salida es mayor que la visibilidad de registro para todo q .

5.3.2 Resultados Experimentales

Para comprobar el análisis teórico se consideraron diferentes situaciones experimentales.

En todos los casos, la orientación del analizador P_2 corresponde al ángulo $\beta = \rho L_z$.

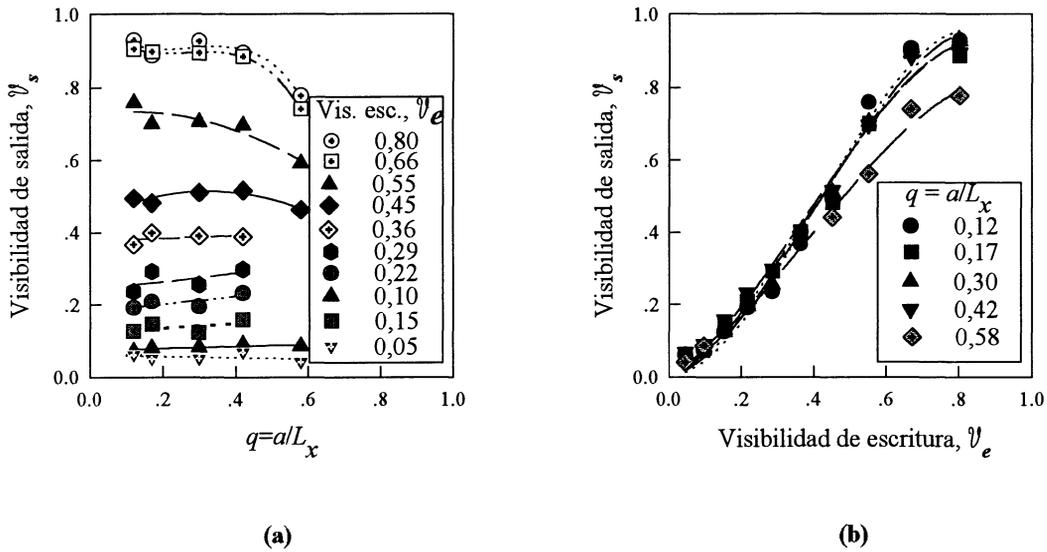


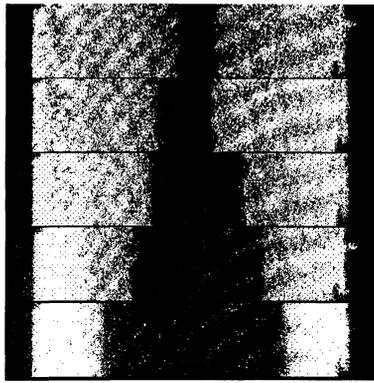
Figura 5.6: Curvas experimentales para el polarizador P_2 en la posición $\beta = \rho L_z$ respecto al eje x . (a) $\mathcal{V}_s(q)$; (b) $\mathcal{V}_s(\mathcal{V}_e)$.

Las curvas de interpolación de los puntos experimentales, Fig.5.6(a), pueden compararse con las curvas de la Fig.5.5(a). Los valores experimentales de la Fig.5.6(b) confirman la dependencia casi-lineal de $\mathcal{V}_s(\mathcal{V}_e)$ predicha en la Fig.5.5(b). Puede observarse que las medidas concuerdan con los cálculos. Algunas de las salidas experimentales indicadas en la Fig.5.6 se muestran en las Figs.5.7 y 5.8.

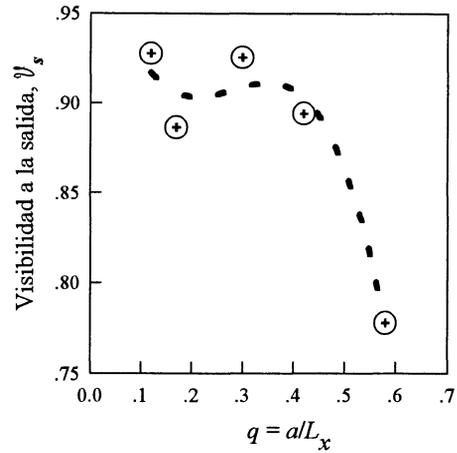
Nótese la presencia de algunas franjas espúreas de interferencia en las imágenes debido al empleo de luz coherente en el haz de lectura. Estas franjas son inevitables, ya que la calidad óptica del cristal empleado no es óptima.

Hasta aquí se analizó la visibilidad a la salida en función de la visibilidad de entrada para diferentes ranuras. Se puede concluir que para la posición $\beta = \rho L_z$ (respecto del eje x) del plano de polarización de P_2 , la visibilidad es máxima para cualquier ancho de ranura y cualquier visibilidad de entrada, aunque la imagen leída tiene contraste inverso respecto de la registrada. En la próxima sección se estudiará en detalle la elipticidad de la luz de lectura y se determinarán los parámetros para controlarla. Se pretende encontrar así un

punto de trabajo óptimo que permita obtener una imagen a la salida del mismo contraste que la registrada y con máxima visibilidad.

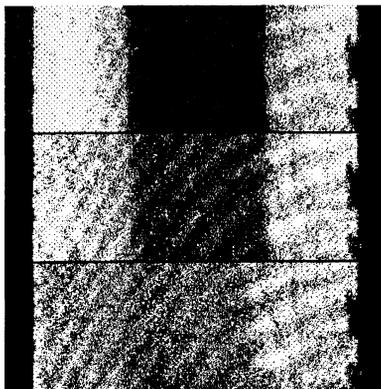


(a)

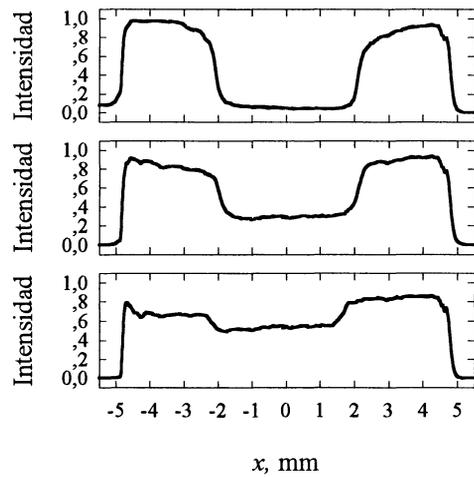


(b)

Figura 5.7: Imágenes de salida para cinco anchos de ranura. La visibilidad de escritura es $\mathcal{V}_e=0,80$. De arriba a abajo los valores de q son: 0,12; 0,17; 0,30; 0,42 y 0,58 (b) Curva de interpolación $\mathcal{V}_s(q)$ para las medidas de visibilidad \mathcal{V}_s .



(a)



(b)

Figura 5.8: (a) Visibilidades de escritura para imágenes de salida. De arriba a abajo: $\mathcal{V}_e=0,8$; $\mathcal{V}_e=0,45$ y $\mathcal{V}_e=0,22$. El valor de q es 0,42 en los tres casos. Los perfiles respectivos se presentan en (b).

5.4 Optimización de la Reconstrucción de Imágenes Binarias Registradas en un Cristal BSO^[5.11,5.15]

En el registro y lectura de imágenes binarias en un cristal fotorrefractivo (ver Fig.5.1), es importante encontrar las condiciones experimentales adecuadas para controlar el contraste de la imagen reconstruida y en particular obtener el mismo contraste que en la entrada.

Si una distribución periódica de intensidad binaria ilumina a un cristal BSO, al aplicar un campo externo la información queda registrada en variaciones locales de birrefringencia. En la etapa de lectura esta modulación de birrefringencia inducida combinada con la actividad óptica producen un cambio local en la elipticidad del haz. El frente de onda que emerge del cristal presentará zonas alternadas con estados de polarización lineal y elíptico. La transmisión de un analizador lineal, en consecuencia, presentará dos niveles de intensidad que reconstruyen la forma de la distribución de entrada. Se demostrará que el contraste de dicha distribución puede ser gobernada según la orientación del analizador.

Se estudian las situaciones que permiten controlar la elipticidad del haz de lectura y el desfase entre la distribución de intensidad de los estados de polarización lineal y elíptico, en términos del voltaje aplicado para distintos espesores. Los resultados muestran que existe para un cristal de un espesor dado, un campo aplicado óptimo de trabajo lo que permite obtener imágenes de contraste directo e inverso comparables. Asimismo, el espesor podría ser utilizado como parámetro de control.

También se analizan las características de la polarización de la luz de lectura transmitida por el cristal y su propagación fuera de él, en el plano imagen y en el plano de Fourier. Se muestran resultados experimentales y se comparan con los resultados teóricos.

5.4.1 Características de los Estados de Polarización. Análisis Teórico

Como entrada binaria se utilizó una red de Ronchi de periodo d , el cual debe ser mayor que el límite impuesto por la resolución del cristal y menor que la mitad del ancho del cristal L_x , es decir, $0,05\text{mm} \leq d \leq L_x/2$. Su transmitancia esta dada por:

$$t(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}(\pi m / 2)}{\pi m / 2} \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (5.4-1)$$

luego, la distribución de intensidad que recibe el cristal es:

$$I(x) = I_0 t(x) \text{rect}\left(\frac{x}{L_x}\right) \quad (5.4-2)$$

donde I_0 es la intensidad del haz de registro.

La distribución de intensidad $I(x)$ en los bordes del cristal es tal que puede corresponder a una zona oscura, $I(\pm L_x/2)=0$, ó bien a una zona brillante, $I(\pm L_x/2)=1$. En la práctica, estas dos situaciones son equivalentes; no obstante, para el cálculo del campo $E(x)$, los factores de integración son definidos de forma diferente (ver Apéndice III). Se considera uno de estos casos, como se ilustra en la Fig.5.9:

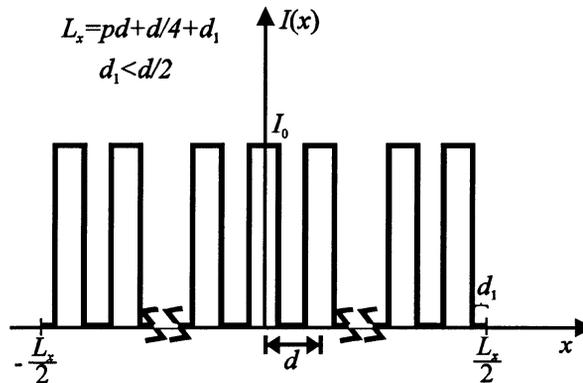


Figura 5.9: Perfil de la distribución de Intensidad $I(x)$ registrada en el cristal de ancho L_x ; I_0 es el valor máximo de intensidad y d es el periodo de la red de Ronchi.

Si se calcula el valor del campo total interno de acuerdo a la Ec.(2.3-20), se obtiene:

$$E(x) = \frac{4V(1+G)}{d(2p+1)(2+G)} \left[1 + G \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}(\pi m / 2)}{\pi m / 2} \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \right]^{-1}, \quad (5.4-3)$$

donde $p=[L_x/d]$ ($[]$ significa *la parte entera de*). Esta ecuación puede ser re-escrita de forma de evidenciar los dos valores del campo eléctrico interno: E_1 en las zonas iluminadas y E_2 en las zonas oscuras, así:

$$E(x, V) = \begin{cases} E_1 = \frac{2V}{L_x} \left(\frac{1}{2+G} \right) \approx 0, & \text{si } t(x) = 0 \\ E_2 = \frac{2V}{L_x} \left(\frac{1+G}{2+G} \right) \approx \frac{2V}{L_x} = 2E_a(V), & \text{si } t(x) = 1 \end{cases} \quad (5.4-4)$$

donde $t(x)=I(x)/I_0$ y la constante G depende de parámetros del cristal así como de las condiciones experimentales de registro. En este caso, según los valores de la Tabla 2.1, de la sección 3 del Capítulo 2, $G \gg 1$.

La expresión anterior también se puede representar como:

$$E(x, V) = \frac{2V}{L_x} t \left(x \pm \frac{d}{2} \right) \quad (5.4-5)$$

Por lo tanto, la birrefringencia lineal por unidad de longitud inducida por efecto electro-óptico (Pockels) resulta:

$$\varphi(x, V) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n(x, V) = \frac{2\pi}{\lambda} r_{41} n^3 E(x, V) \quad (5.4-6)$$

donde para el cristal BSO $n=2,53$ y $r_{41}=3,4\text{pm/V}$ en $\lambda=632,8\text{nm}$ (longitud de onda de lectura de un láser He-Ne).

Para descodificar la información almacenada como variación de birrefringencia, se ilumina el cristal con una onda plana linealmente polarizada (en dirección y). El haz que se transmite a través del cristal (después de la reflexión en la cara por donde incide la luz) se considera de amplitud unitaria y se desprecia la absorción en él ($\alpha L_z \ll 1$).

Los cristales BSO presentan una fuerte actividad óptica, $\rho=22^\circ/\text{mm}$ para $\lambda_r=633\text{nm}$. La combinación de esta birrefringencia circular con la birrefringencia, se puede expresar mediante la matriz de transferencia del cristal, Ec.(3.7-11). Así, el haz de lectura incide, con componentes $A_{x'}$ y $A_{y'}$, a lo largo de los ejes inducidos x' e y' del cristal (que forman un ángulo de 45° respecto al eje y) y emerge con dos componentes $A'_{x'}$ y $A'_{y'}$, dadas por:

$$\mathbf{A}' = \begin{pmatrix} A'_{x'} \\ A'_{y'} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Delta - i \sin \psi \sin \Delta & -\cos \psi \sin \Delta \\ \cos \psi \sin \Delta & \cos \Delta + i \sin \psi \sin \Delta \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (5.4-7)$$

donde los parámetros Δ y ψ que relacionan la birrefringencia lineal por unidad de longitud $\varphi(x, V)$ (ver Ec.(5.4-6)) y el poder rotatorio ρL_z , se expresan como:

$$\Delta = \Delta(x, V) = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi^2(x, V)}{4}} ; \psi = \psi(x, V) = \tan^{-1} \left(\frac{\varphi(x, V)}{2\rho} \right) \quad (5.4-8)$$

Entonces, la amplitud resultante a la salida del cristal en el sistema de xyz [se halla multiplicando el vector \mathbf{A}' de la Ec.(5.4-7) por la matriz de rotación $R(-45^\circ)$, como se indica en la sección 2 del Capítulo 4], teniendo en cuenta la abertura finita del cristal de ancho L_x , se puede representar como:

$$\mathbf{A}(x, V) = \left[\mathbf{A}^{(1)} t(x) + \mathbf{A}^{(2)}(V) t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \right] \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{L_x}\right) \quad (5.4-9)$$

donde, dado que la imagen de la red binaria esta codificada en birrefringencia, a la salida del cristal, se presentan dos estados de polarización de amplitudes $\mathbf{A}^{(1)}$ y $\mathbf{A}^{(2)}(V)$. De la Ec.(5.4-9) se puede deducir que en la cara de salida del cristal se presenta alternadamente cada estado de polarización con el mismo periodo d de la red registrada $t(x)$.

En las regiones iluminadas del cristal (franjas brillantes), la luz emerge con el mismo estado de polarización del haz incidente (linealmente polarizado) y rotado un ángulo ρL_z respecto al estado de polarización incidente. Esto es debido a que en estas regiones el campo total interno es nulo, ver Ec.(5.4-4). Entonces, la amplitud de este estado de polarización se define por:

$$\mathbf{A}^{(1)} = \begin{pmatrix} A_x^{(1)} \\ A_y^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\text{sen} \rho L_z \\ \cos \rho L_z \end{pmatrix} \quad (5.4-10)$$

En el resto del cristal (franjas oscuras) donde el campo total interno es $2E_a(V)$ la salida es elípticamente polarizada. Su amplitud $\mathbf{A}^{(2)}(V)$ esta dada por:

$$\mathbf{A}^{(2)}(V) = \begin{pmatrix} A_x^{(2)}(V) \\ A_y^{(2)}(V) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\text{sen} \Delta(V) e^{i\psi(V)} \\ \cos \Delta(V) \end{pmatrix} \quad (5.4-11)$$

Se deduce de la ecuación anterior que el estado de polarización elíptico depende de los valores de los parámetros Δ y ψ los cuales a su vez varían según el voltaje aplicado y el espesor del cristal.

El propósito de este estudio es encontrar un voltaje de trabajo V^0 , dado un espesor L_z , para el cual $\mathbf{A}^{(2)}(V)$ tenga un estado de polarización lineal. Para cumplir esta condición, una de las componentes cartesianas de la amplitud $\mathbf{A}^{(2)}(V)$ debe ser nula; esto se cumple para valores de $\Delta(V)$ múltiplos de 90° .

Reemplazando las Ecs.(5.4-10) y (5.4-11) en la Ec.(5.4-9) es fácil verificar que la representación del vector amplitud $A(x,V)$ en términos de $t(x)$ y $t(x\pm d/2)$ es válida ya que en la cara de salida del cristal, $I(x,V)=A(x,V)\cdot A^*(x,V)=1$ para todo x y V .

5.4.1.1 Resultados Teóricos

En los cálculos siguientes se considera el cristal de dimensiones $10\text{mm}\times 10\text{mm}\times L_z$. En la Fig.5.10 se muestran las curvas (a) $\psi(V)$ y (b) $\Delta(V)$ para seis valores de L_z . El rango de voltaje elegido, 0-12kV, está dentro de los límites de seguridad para evitar daños permanentes en el cristal.

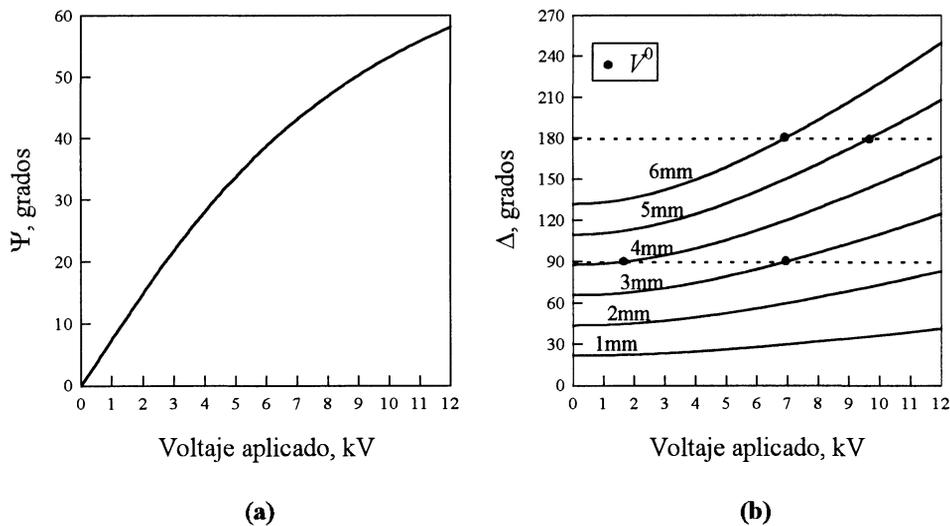


Figura 5.10: Curvas (a) $\Psi(V)$; (b) $\Delta(V)$.

En la Fig.5.10(b) se puede observar que los cristales de 3 y 6mm alcanzan la condición de linealidad para un mismo voltaje ($\sim 7\text{kV}$), mientras que el cristal de 5mm de espesor, alcanza dicha condición para un voltaje mayor ($\sim 9,5\text{kV}$). En cambio, los cristales con espesores de 1 y 2mm no alcanzan la condición de linealidad (dentro del rango considerado) y para un espesor de 4mm, la linealidad se obtiene para un voltaje

inferior a 2kV, lo que induce una birrefringencia despreciable. De acuerdo a lo anterior, estos tres últimos espesores no resultan atractivos para obtener el voltaje de trabajo V^0 .

La elipticidad ε es la razón del eje menor al eje mayor de la elipse que representa la oscilación del campo luminoso, si $\varepsilon=0$ es lineal y si $\varepsilon=1$ es circular. Para la amplitud $A^{(2)}(V)$, la elipticidad $\varepsilon(V)$ esta dada por:

$$\varepsilon(V) = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \text{sen}^2 2\Delta(V) \text{sen}^2 \psi(V)}}{1 + \sqrt{1 - \text{sen}^2 2\Delta(V) \text{sen}^2 \psi(V)}}} \tag{5.4-12}$$

Nótese que también es usual medir la excentricidad definida como $\varepsilon = \sqrt{1 - \varepsilon^2}$, en donde para $\varepsilon=1$ la oscilación del campo luminoso es circular y para $\varepsilon=0$ es lineal.

La Fig.5.11 muestra la variación de la elipticidad $\varepsilon(V)$ del estado de polarización de la amplitud $A^{(2)}(V)$, para diferentes espesores. Como se observa, los valores de voltaje para los cuales la elipticidad es nula (luz lineal) coinciden con los valores de voltaje para los cuales Δ vale 90° ó 180° , ver Fig.5.10.

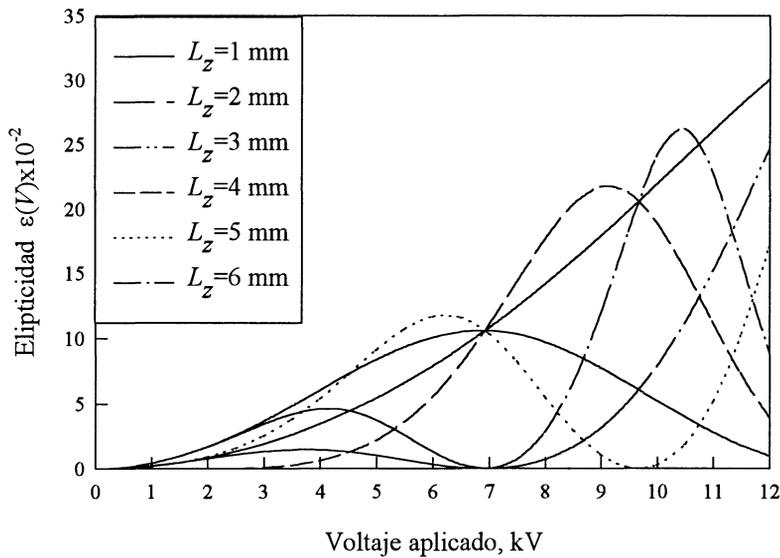


Figura 5.11: Curvas de elipticidad $\varepsilon(V)$ para $A^{(2)}(V)$ para seis valores de L_z .

En la Fig.5.12 se muestra la evolución de los estados de polarización lineal $A^{(1)}$ y elíptico $A^{(2)}(V)$ para el haz de lectura directamente transmitido, como una función del espesor y del campo eléctrico aplicado. Nótese que para un dado valor de espesor L_z y

de voltaje aplicado V^0 (campo total interno $E_2=2E_a(V)$), se obtiene que la vibración luminosa $A^{(2)}(V)$, emerge del cristal linealmente polarizada. También se puede observar que en las regiones donde el campo total interno es nulo, la luz emerge linealmente polarizada como el haz incidente y con su plano de polarización rotado un ángulo ρL_z , debido a la actividad óptica natural (en estas regiones no se induce birrefringencia).

L_z	1mm	2mm	3mm	4mm	5mm	6mm
$E_1=0$						
$E_2=3,2kV/cm$						
$E_2=13,8kV/cm$						
$E_2=19,3kV/cm$						

Figura 5.12: Estados de polarización del haz de lectura directamente transmitido en las regiones del cristal donde el campo total interno es $E_2=2E_a(V)$.

Es necesario colocar un polarizador lineal a la salida del cristal, para transmitir sólo la componente lineal resultante de la superposición de los dos estados de polarización del haz de lectura, en cada punto del plano de observación (en este caso plano imagen ó plano de Fourier) y así obtener la información almacenada en el cristal. Este proceso se desarrollará teórica y experimentalmente en las siguientes secciones.

5.4.1.1.1 Plano Imagen

Para analizar la información codificada en el cristal, se coloca un analizador a la salida de él. En el dispositivo experimental esquematizado en la Fig.5.1, el polarizador P_1 se coloca con su plano de polarización paralelo al eje y y el polarizador P_2 se orienta con su plano de polarización formando un ángulo β con respecto al eje x .

Entonces, el producto de la matriz de Jones del polarizador P_2 por el vector de amplitud a la salida del cristal [Ec.(5.4-9)], para un espesor L_z dado, es:

$$\mathbf{A}_s(x, V, \beta) = \begin{pmatrix} \cos^2 \beta & \cos \beta \cdot \sin \beta \\ \cos \beta \cdot \sin \beta & \sin^2 \beta \end{pmatrix} \cdot \mathbf{A}(x, V) \quad (5.4-13)$$

y la distribución de intensidad en el plano imagen, que emerge de P_2 será:

$$\begin{aligned} I_s(x, V, \beta) &= \mathbf{A}_s(x, V, \beta) \cdot [\mathbf{A}_s(x, V, \beta)]^* \\ &= \left[I_s^{(1)}(\beta) t(x) + I_s^{(2)}(V, \beta) t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \right] \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{L_x}\right) \end{aligned} \quad (5.4-14)$$

donde $\left[\text{rect}\left(\frac{x}{L_x}\right)\right]^2 = \text{rect}\left(\frac{x}{L_x}\right)$ y para una red binaria se cumple $|t(x)|^2 = t(x)$ ^[5.16] y donde:

$$\begin{aligned} I_s^{(1)}(\beta) &= \frac{1}{2} [1 - \cos 2\rho L_z \cos 2\beta - \sin 2\rho L_z \sin 2\beta] \\ I_s^{(2)}(V, \beta) &= \frac{1}{2} [1 - \cos 2\Delta(V) \cos 2\beta - \sin 2\Delta(V) \sin 2\beta \cos \psi(V)] \end{aligned} \quad (5.4-15)$$

Si se aplica un dado voltaje V al cristal, se puede medir la intensidad transmitida por el polarizador P_2 para distintas posiciones β de su plano de polarización.

Cuando el plano de polarización de P_2 está en la posición $\beta = \beta_1 = \rho L_z$, bloquea la luz linealmente polarizada que emerge del cristal, entonces $I_s^{(1)}(\beta_1) = 0$ y la distribución de intensidad en el plano imagen del cristal [ver Ecs.(5.4-14) y (5.4-15)] es:

$$I_s(x, V, \beta) \Big|_{\beta = \beta_1} = I_s^{(2)}(V, \beta_1) t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (5.4-16)$$

La red obtenida tiene contraste inverso respecto a la entrada.

Si el polarizador P_2 se rota en sentido anti-horario desde $\beta = \beta_1$, se puede llegar a obtener una distribución uniforme (contraste nulo), cuando las intensidades transmitidas por los dos estados de polarización coinciden, es decir cuando se cumple que $I_s^{(1)}(\beta) = I_s^{(2)}(V, \beta)$. Esta condición se obtiene para el ángulo $\beta = \beta_2(V)$, dado por:

$$\beta_2(V) = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{\cos 2\rho L_z - \cos 2\Delta(V)}{\sin 2\Delta(V) \cos \psi(V) - \sin 2\rho L_z} \right] \quad (5.4-17)$$

La distribución de intensidad transmitida por el polarizador P_2 , en $\beta_2(V)$, es:

$$I_s(x, V, \beta) \Big|_{\beta=\beta_2(V)} = I_s^{(1)}(\beta_2(V)) = I_s^{(2)}(V, \beta_2(V)) = \text{constante} \quad (5.4-18)$$

Si se continua rotando el analizador en el mismo sentido, aumenta la luz linealmente polarizada transmitida, mientras que disminuye la componente lineal de luz elíptica transmitida. El mínimo de luz elíptica que pasa a través del analizador se logra para una posición del plano de polarización, $\beta=\beta_3(V)$, cuyo cálculo resulta:

$$\beta = \beta_3(V) = \frac{1}{2} \tan^{-1} [\tan 2\Delta(V) \cos \psi(V)] \quad \text{para } V \geq V_{min} \quad (5.4-19)$$

Donde V_{min} corresponde a la situación extrema (para que esta definición tenga sentido) en la cual $\beta=\beta_2(V_{min})=\beta_3(V_{min})$. Es decir, que la componente lineal de luz elíptica transmitida sea mínima.

Entonces, la distribución de intensidad correspondiente es:

$$I_s(x, V, \beta) \Big|_{\beta=\beta_3(V)} = I_s^{(1)}(\beta_3(V))t(x) + I_s^{(2)}_{min}(V, \beta_3(V))t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (5.4-20)$$

En este caso, si $I_s^{(1)}(\beta_3(V)) \gg I_s^{(2)}_{min}(V, \beta_3(V))$ se obtiene una red de contraste directo (desfasada $d/2$ respecto a la obtenida para $\beta_1=\rho L_z$).

En la Fig.5.13 se muestran las curvas $I_s^{(1)}(\beta)$ e $I_s^{(2)}(\beta)$ y la respectiva curva de visibilidad $\mathcal{V}_s(\beta)$ (definida por la Ec.(5.3-11) para espesores de 1, 3 y 6mm respectivamente y un voltaje aplicado $V=V^0 \sim 7\text{kV}$.

En la Fig.5.13(a), $L_z=1\text{mm}$, se observa que la curva $I_s^{(2)}(\beta)$ esta ligeramente desfasada respecto a la curva $I_s^{(1)}(\beta)$, concordando con lo discutido en la sección anterior. En $\beta_1=\rho L_z=22^\circ$ se obtiene la red de contraste inverso respecto a la red registrada, aunque con poca luminosidad. Para cualquier otro valor de β no se obtiene a la salida redes de buena visibilidad, como se observa en la Fig.5.13(a).

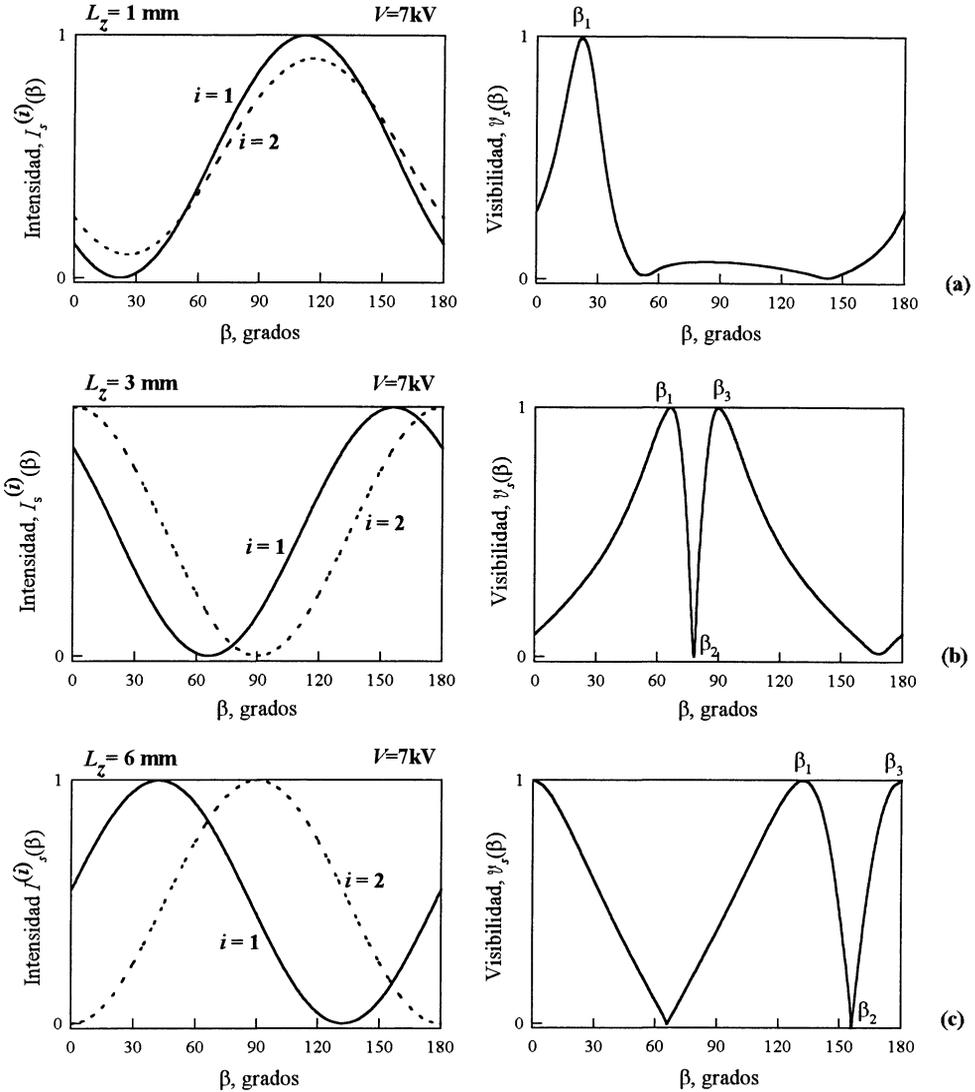


Figura 5.13: Curvas de intensidad para cada estado de polarización y su respectiva visibilidad a la salida del sistema polarizador-cristal-analizador como funciones de la posición angular β del plano de polarización P_2 para: (a) 1mm; (b) 3mm y (c) 6mm de espesor y un voltaje aplicado de apróx. 7kV.

En las Figs.5.13(b) y (c) que corresponden a $L_z=3$ y 6mm respectivamente se observa que para $V=V^0$, el desfase $\Delta\beta=\beta_3-\beta_1$ entre las curvas $I_s^{(1)}(\beta)$ e $I_s^{(2)}(\beta)$ es mayor que en (a). Como se mostró antes, para el voltaje óptimo V^0 de estos valores L_z , los dos estados de polarización son lineales. En $\beta_1=\rho L_z$ (66° y 132° respectivamente) se obtiene una red de contraste inverso; además para el valor $\beta=\beta_3$, ($I_s^{(2)}(\beta)$ es nulo), se obtiene una red de contraste directo comparable a la obtenida en β_1 . En $\beta=\beta_2$ cuando $I_s^{(1)}(\beta)=I_s^{(2)}(\beta)$, (cruce de las curvas) la visibilidad es nula.

Si se cumplen las condiciones para que el estado de polarización (2) sea lineal, es decir si $V=V^0$ para un L_z dado, entonces $\Delta(V^0)=90^\circ$ ó 180° , $\cos 2\Delta(V^0)=\mp 1$ y $\sin 2\Delta(V^0)=0$. Así, la luz transmitida por P_2 para $\beta_1=\rho L_z$ en la Ec.(5.4-16) se reduce a:

$$I_s(x, V, \beta) \Big|_{\substack{V=V^0 \\ \beta=\beta_1}} = I_s^{(2)}(V^0, \beta_1) t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \\ = \begin{cases} \frac{1}{2}[1 + \cos 2\rho L_z] t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) & \text{si } \rho L_z < 90^\circ \\ \frac{1}{2}[1 - \cos 2\rho L_z] t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) & \text{si } \rho L_z > 90^\circ \end{cases} \quad (5.4-21)$$

Si en la situación anterior (para $V=V^0$) el polarizador P_2 se rota de manera que forme un ángulo $\beta_3=90^\circ$, cuando $\rho L_z < 90^\circ$ se obtiene una red de contraste directo, de máxima visibilidad respecto a la entrada. Y para $90^\circ < \rho L_z < 180^\circ$ se obtiene un red similar, cuando P_2 rota a un ángulo $\beta_3=180^\circ$. Esto se logra ya que el estado (2) es lineal, es decir $I_s^{(2)}(\beta)$ en β_3 queda totalmente bloqueado. Así, simplificando la Ec.(5.4-20) resulta:

$$I_s(x, V, \beta) \Big|_{\substack{V=V^0 \\ \beta=\beta_3}} = I_s(x, V^0, \beta_3) \\ = \begin{cases} \frac{1}{2}[1 + \cos 2\rho L_z] t(x) & \text{si } \rho L_z < 90^\circ \\ \frac{1}{2}[1 - \cos 2\rho L_z] t(x) & \text{si } \rho L_z > 90^\circ \end{cases} \quad (5.4-22)$$

En la situación de interés, $V=V^0$, cuando el analizador P_2 forma un ángulo $\beta_2=\beta_1+(\beta_3-\beta_1)/2=(90^\circ+\rho L_z)/2$ ó $(180^\circ+\rho L_z)/2$, dependiendo del valor de ρL_z , (como se explicó anteriormente), la distribución de intensidad resultante de acuerdo con la Ec.(5.4-18) es:

$$I_s(x, V, \beta) \Big|_{\substack{V=V^0 \\ \beta=\beta_2}} = I_s(x, V^0, \beta_2) \\ = \begin{cases} \frac{1}{2}[1 - \text{sen} \rho L_z] & \text{si } \rho L_z < 90^\circ \\ \frac{1}{2}[1 + \cos \rho L_z] & \text{si } \rho L_z > 90^\circ \end{cases} \quad (5.4-23)$$

Se comprueba así, que se tiene una simetría entre las redes de contraste inverso y directo obtenidas para las posiciones β_1 y β_3 del analizador. En cambio, para valores de

voltaje diferentes de V^0 , el estado de polarización **(2)** es elíptico ($I_s^{(2)}(\beta_3(V)) \neq 0$) y aunque se pueden obtener redes de contraste directo e inverso, no son comparables.

Para la verificación experimental de estos resultados se empleó un cristal BSO de 3mm de espesor. Para compararlos con los resultados experimentales obtenidos, que se presentan en la próxima sección, a continuación se muestran algunos resultados numéricos con los valores de los parámetros empleados en la experiencia.

En la Tabla 5.1 se muestra la representación de los estados de polarización lineal y elíptico para los tres valores de voltaje empleados en la experiencia. Se observa que el valor de la elipticidad es bajo, pero sólo para el voltaje $V^0 \sim 7\text{kV}$, el estado de polarización **(2)** es lineal.

Tabla 5.1: Representación de estados de polarización lineal y elíptico para un cristal de 3mm.

$V(\text{kV})$	$A^{(1)}$	$A^{(2)}$	ϵ
5			0,101
7			0
9			0,179

En la Fig.5.14 se presentan las curvas de intensidad $I_s^{(1)}(\beta)$ y $I_s^{(2)}(\beta)$ y de visibilidad $\nu_s(\beta)$ a la salida del sistema polarizador-cristal-analizador para $L_z=3\text{mm}$ y voltajes de 5 y 9kV. Se pueden observar la asimetría de las curvas de visibilidad y el corrimiento de fase entre las curvas que representan la intensidad de los estados de polarización lineal y elíptico para estos valores de voltaje. Para el voltaje $V^0 \sim 7\text{kV}$ [Fig.5.13(b)], las curvas son totalmente simétricas y los dos picos de visibilidad son máximos.

En la representación de la Fig.5.15, se pueden observar la simulación numérica de los perfiles de la red a la salida del sistema polarizador-cristal-analizador, para tres voltajes diferentes es el cristal BSO.

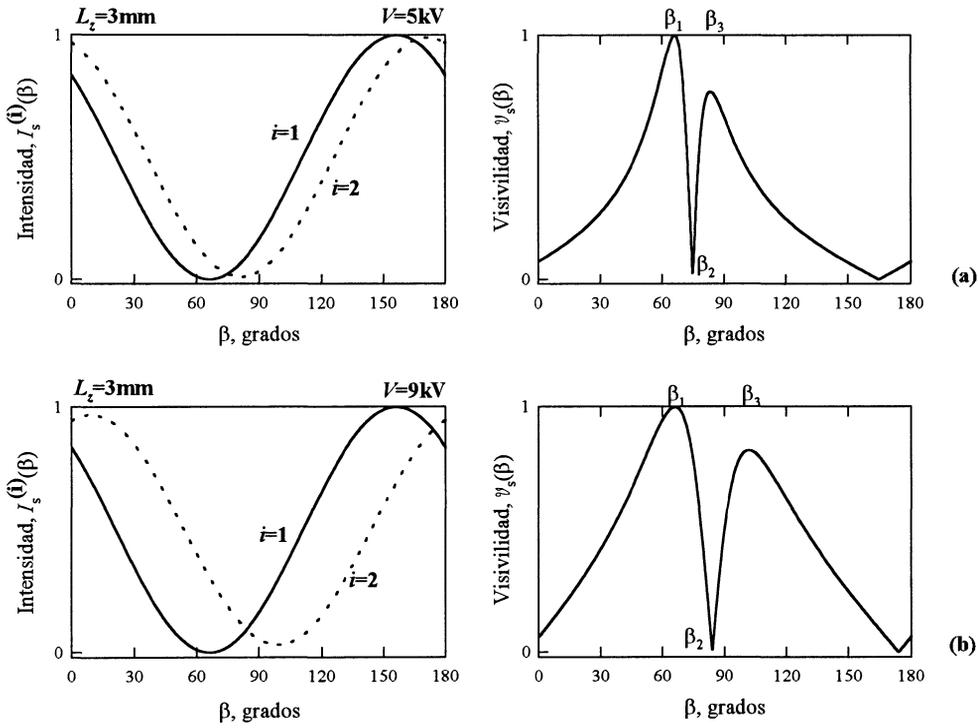


Figura 5.14: Curvas de intensidad: $I_s^{(1)}(\beta)$ y $I_s^{(2)}(\beta)$ y las respectivas curvas de visibilidad $\mathcal{V}(\beta)$ a la salida del sistema polarizador-cristal-analizador para un cristal utilizado y voltajes aplicados de (a) 7kV y (b) 9kV.

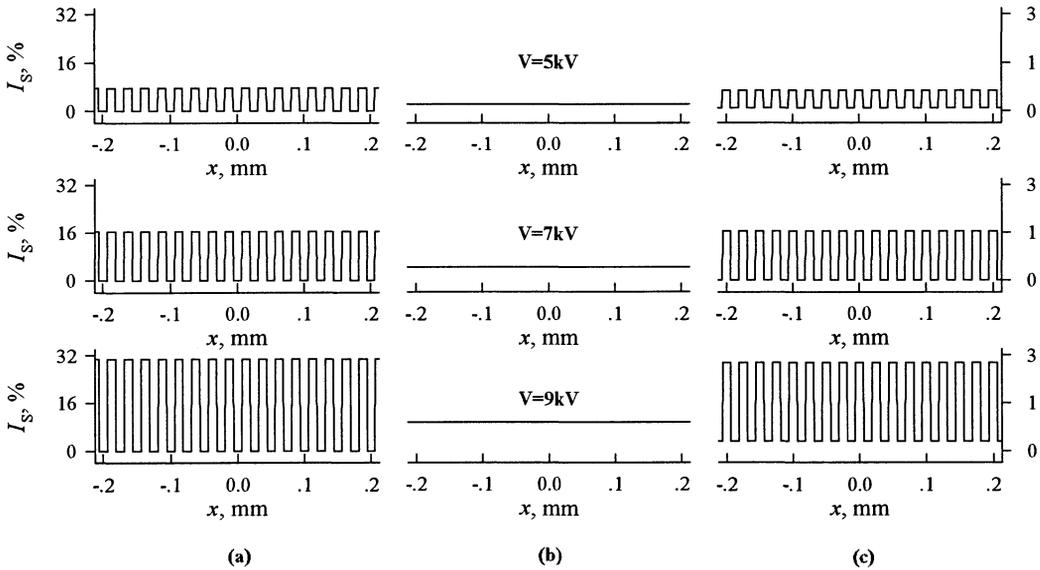


Figura 5.15: Representación de la intensidad de la imagen a la salida del cristal para tres voltajes: (a) β_1 , contraste inverso; (b) β_2 , distribución uniforme y (c) β_3 contraste directo. (Para una mejor visualización se grafica sólo una porción del ancho $L_x=10$ mm. del cristal).

En la Tabla 5.2 se relacionan los valores de intensidad (%) y visibilidad de la imagen a la salida, calculados para un cristal de 3mm de espesor. Los valores se hallaron para las tres posiciones β_1 , β_2 y β_3 del plano de polarización de P_2 y para voltajes de 5, $V^0 \sim 7$ y 9kV.

Tabla 5.2: Valores de intensidad luminosa (%) y visibilidad de la imagen a la salida para β_1 , β_2 y β_3 de un cristal de $L_z=3\text{mm}$ y $V=5, V^0 \sim 7$ y 9kV.

$V(\text{kV})$	β_1	$I_s^{(1)}(\beta_1)$	$I_s^{(2)}(\beta_1)$	$v_s(\beta_1)$	β_2	$I_s^{(1)}(\beta_2)$	$I_s^{(2)}(\beta_2)$	$v_s(\beta_2)$	β_3	$I_s^{(1)}(\beta_3)$	$I_s^{(2)}(\beta_3)$	$v_s(\beta_3)$
5	66°	0	7,7	1	$74,6^\circ$	2,3	2,3	0	$83,9^\circ$	6,8	1	0,74
7	66°	0	16,5	1	78°	4,3	4,3	0	90°	16,5	0	1
9	66°	0	30,8	1	81°	9,4	9,4	0	99°	29,5	3,1	0,81

Los resultados obtenidos hasta aquí, muestran que en el plano del cristal (ó en su plano imagen), los estados de polarización (1) y (2) (inducidos por birrefringencia) se pueden descodificar en dos redes una de contraste directo y otra de contraste inverso, cuando el plano de polarización de P_2 coincide con β_3 y β_1 respectivamente.

5.4.1.1.2 Plano de Fourier

Volviendo a la Ec.(5.4-9) se observa claramente que las amplitudes de los dos estados de polarización que emergen del cristal, al propagarse, se superponen.

En el próximo Capítulo se presenta el estudio de autoimágenes con cristales fotorrefractivos donde se muestra cómo se puede modificar el contraste en un plano de difracción Fresnel^[5.17] debido a la superposición de los dos estados de polarización.

A continuación se presentan los resultados del análisis de los estados de polarización resultante en el plano de Fourier cuando se lee la red de Ronchi registrada en el cristal BSO. Se estudiará en detalle el estado de polarización resultante para cada uno de los órdenes de difracción y la distribución de intensidad en el plano de Fourier a través del analizador P_2 .

La amplitud en el plano de Fourier se define a partir de la Ec.(5.4-9), como:

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}[\mathbf{A}(x, V)] &= \left[\mathbf{A}^{(1)} \mathfrak{F}[t(x)] + \mathbf{A}^{(2)}(V) \mathfrak{F}\left[t\left(x - \frac{d}{2}\right)\right] \right] \\ &= \left[\mathbf{A}^{(1)} \cdot T(u) + \mathbf{A}^{(2)}(V) \cdot (\delta(u, 0) - T(u)) \right] \end{aligned} \quad (5.4-24)$$

donde $u=x/\lambda f$ y^[5.18]

$$\begin{aligned} T(u) = \mathfrak{F}\{t(x)\} &= \left[L_x \text{senc}(L_x u) \right] * \left[\frac{1}{2} \text{senc}\left(\frac{d}{2} u\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(u - \frac{n}{d}\right) \right] \\ &= \frac{L_x}{2} \text{senc}\left(\frac{d}{2} u\right) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{senc}\left(L_x \left(u - \frac{n}{d}\right)\right) \end{aligned} \quad (5.4-25)$$

Donde $T(u)$ es la transformada de Fourier (TF) de $t(x)$ y senc es el seno cardinal [$\text{senc}(x)=\text{sen}(\pi x)/(\pi x)$].

Reemplazando las Ecs. (5.4-10) y (5.4-11) en la Ec. (5.4-24) se obtiene:

$$\mathfrak{A}(u, V) = \mathfrak{F}\{\mathbf{A}(x, V)\} = \begin{pmatrix} -\text{sen}\rho L_z \cdot T(u) - \text{sen}\Delta(V) \cdot [\delta(u, 0) - T(u)] \cdot \exp(i\psi(V)) \\ \cos\rho L_z \cdot T(u) + \cos\Delta(V) \cdot [\delta(u, 0) - T(u)] \end{pmatrix} \quad (5.4-26)$$

De esta ecuación, las amplitudes para los tres primeros órdenes de difracción son:

$$\begin{aligned} \mathfrak{A}(0, V) &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\text{sen}\rho L_z - \text{sen}\Delta(V) \exp[i\psi(V)] \\ \cos\rho L_z + \cos\Delta(V) \end{pmatrix} \\ \mathfrak{A}(\pm u_0, V) &= \frac{1}{\pi} \begin{pmatrix} -\text{sen}\rho L_z + \text{sen}\Delta(V) \exp[i\psi(V)] \\ \cos\rho L_z - \cos\Delta(V) \end{pmatrix} \\ \mathfrak{A}(\pm 3u_0, V) &= -\frac{1}{3\pi} \begin{pmatrix} -\text{sen}\rho L_z + \text{sen}\Delta(V) \exp[i\psi(V)] \\ \cos\rho L_z - \cos\Delta(V) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.4-27)$$

donde $u_0=1/d$. De la Ec.(5.4-27) se puede deducir que las amplitudes de todos los órdenes de difracción distintos del orden cero, están en fase y difieren entre sí por un coeficiente numérico. Estos coeficientes son las amplitudes de los respectivos órdenes de difracción, correspondientes a la TF de una red de Ronchi de amplitud unitaria.

La representación de estas tres amplitudes se muestra en la Fig.5.16. Se puede observar que, en particular, la elipticidad y la evolución del estado de polarización del orden 0 es opuesto a los órdenes 1 ($\pm u_0$) y 3 ($\pm 3u_0$). A medida que aumenta el voltaje, la elipticidad del orden 0 disminuye (se hace más lineal) y la elipticidad de los otros órdenes aumenta (se hacen más circulares), (ver detalle Fig.5.16(d)). Se observa además, que en las Figs.5.16(a) y (c) la representación de la amplitud luminosa para el orden cero corresponde a una elipse de

orientación diferente a las elipses que representan la polarización de los órdenes 1 y 3. En cambio para $V^0 \sim 7\text{kV}$ [Fig. 5.16(b)] los ejes de las elipses de los tres ordenes son paralelos. En la Tabla 5.3 se dan las elipticidades de las amplitudes representadas en la Fig. 5.16.

Tabla 5.3 Valores de la elipticidad de los órdenes de difracción de la red leída en el cristal.

$V(\text{kV})$	ϵ (orden 0)	ϵ (órdenes superiores)
5	0,325	0,402
7	0,228	0,578
9	0,103	0,794

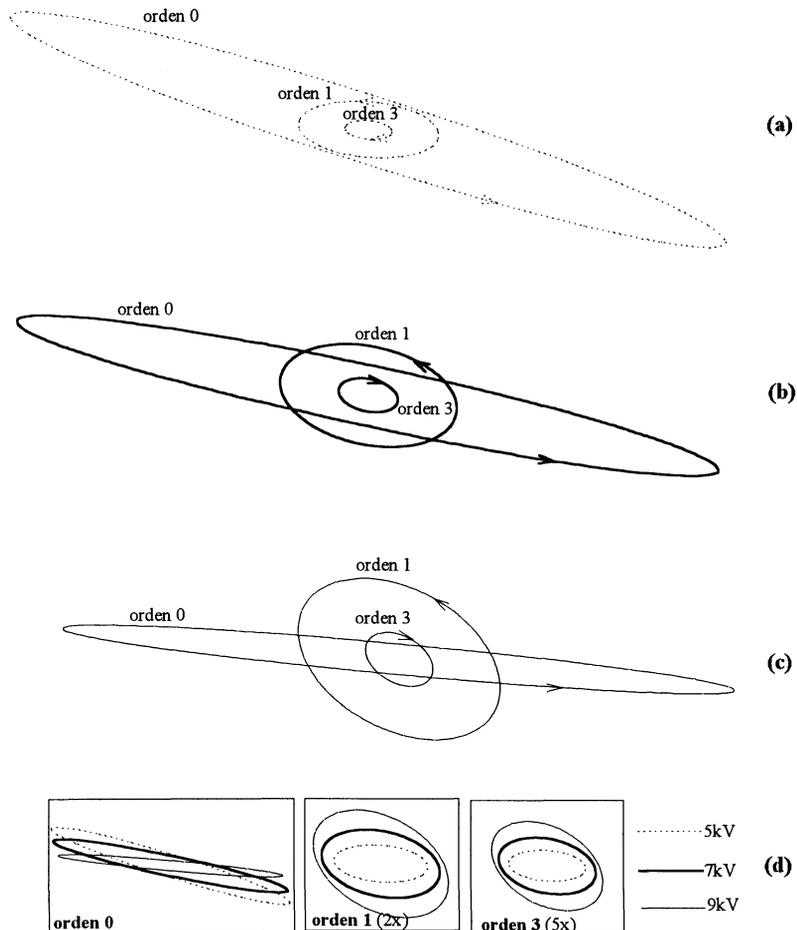


Figura 5.16: Representación de las elipses de polarización para los tres primeros órdenes de difracción de Fraunhofer. Para: (a) 5kV; (b) 7kV; (c) 9kV y (d) detalle de la evolución de la elipticidad con el voltaje aplicado para cada orden.

De la Ec.(5.4-26), la distribución de intensidad en el plano de Fourier se define como:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}(u, V) &= \mathcal{A}(u, V) \cdot [\mathcal{A}(u, V)]^* \\ &= T^2(u) + [\delta(u) - T(u)]^2 + 2 \cdot T(u) \cdot [\delta(u) - T(u)] \cdot [\text{sen}\rho L_z \text{sen}\Delta(V) \\ &\quad \times \cos\psi(V) + \cos\rho L_z \cos\Delta(V)] \end{aligned} \quad (5.4-28)$$

donde $\sum_{u=-\infty}^{\infty} \mathcal{I}(u, V) = 1$, para todo V .

Otra forma de escribir la expresión anterior es:

$$\mathcal{I}(u, V) = 2 \cdot T^2(u) \cdot \begin{cases} 1 + \text{sen}\rho L_z \text{sen}\Delta(V) \cos\psi(V) + \cos\rho L_z \cos\Delta(V) & \text{si } u = 0 \\ 1 - [\text{sen}\rho L_z \text{sen}\Delta(V) \cos\psi(V) + \cos\rho L_z \cos\Delta(V)] & \text{si } u \neq 0 \end{cases} \quad (5.4-29)$$

donde se puede observar que la intensidad del orden cero varía de forma diferente a los demás órdenes. La Fig.5.17 muestra la variación de \mathcal{I} en función del voltaje para los tres primeros órdenes de difracción. Se puede observar como la intensidad de los órdenes varía a medida que se incrementa el voltaje (el orden cero disminuye, mientras que los demás órdenes aumentan).

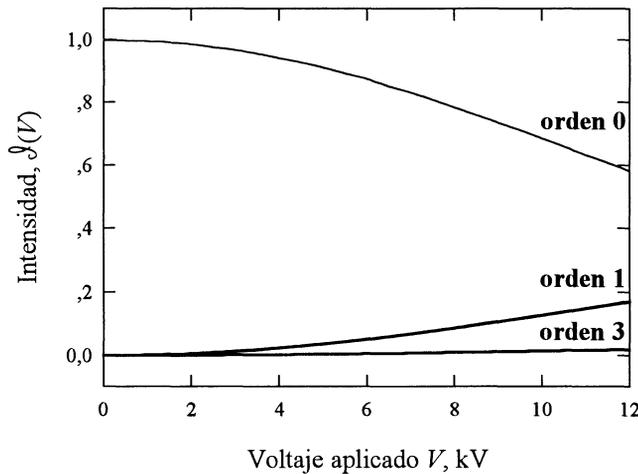


Figura 5.17: Variación de la intensidad de los primeros órdenes de difracción en función del voltaje.

Por ejemplo, la condición de linealidad $\Delta(V^0)=90^\circ$, para un cristal de 3mm espesor como el empleado y un voltaje de trabajo, $V^0 \sim 7\text{kV}$, la expresión (5.4-29) se reduce a:

$$\mathcal{I}(u, V^0) = 2 \cdot T^2(u) \cdot \begin{cases} 1 + \text{sen}\rho L_z \cos\psi(V^0) & \text{si } u = 0 \\ 1 - \text{sen}\rho L_z \cos\psi(V^0) & \text{si } u \neq 0 \end{cases} \quad (5.4-30)$$

donde $\rho L_z = 66^\circ$ y $\psi(V^0) = 42,833^\circ$.

Ahora se analizarán las intensidades de los órdenes de difracción de la luz transmitida a través del cristal cuando se coloca un analizador P_2 , antes del plano de Fourier, con su plano de polarización formando un ángulo β con respecto al eje x . En particular, es de interés estudiar las distribuciones de intensidad en el plano de Fourier para los mismos valores de β_1 , β_2 y β_3 que se consideraron en el plano imagen.

La distribución de intensidad luminosa en el plano de Fourier, en presencia del analizador P_2 se puede escribir como:

$$\begin{aligned} \mathcal{I}^s(u, V, \beta) &= \left| \mathfrak{F}\{A_s(x, V, \beta)\} \right|^2 \\ &= \left\{ T(u) \cdot \sin(\beta - \rho L_z) + [\delta(u) - T(u)] \cdot [\sin \beta \cdot \cos \Delta(V) \right. \\ &\quad \left. - \cos \beta \cdot \cos \psi(V) \cdot \sin \Delta(V)] \right\}^2 + [\delta(u) - T(u)]^2 \cos^2 \beta \cdot \sin^2 \Delta(V) \cdot \sin^2 \psi(V) \end{aligned} \quad (5.4-31)$$

Recordando que para $\Delta(V^0) = 90^\circ$, las tres posiciones del analizador son $\beta_1 = \rho L_z$; $\beta_2 = (\rho L_z + 90^\circ)/2$ y $\beta_3 = 90^\circ$, entonces, reemplazando estos valores en la Ec.(5.4-31), se obtiene para cada una de estas tres posiciones y el voltaje aplicado V^0 :

$$\begin{aligned} \mathcal{I}^s(u, V^0, \beta_1) &= \mathcal{I}^s(u, V^0, \beta_3) = T^2(u) \cdot \cos^2 \rho L_z \\ \mathcal{I}^s(u, V^0, \beta_2) &= T^2(u) \cdot \begin{cases} [1 - \sin \rho L_z] \cdot [1 - \cos \psi(V^0)] & \text{si } u = 0 \\ [1 - \sin \rho L_z] \cdot [1 + \cos \psi(V^0)] & \text{si } u \neq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (5.4-32)$$

En la Fig.5.18 se presentan las curvas de intensidad de los órdenes 0, 1 ($\pm u_0$) y 3 ($\pm 3u_0$) en función del ángulo β en el intervalo $\beta_1 \leq \beta \leq \beta_3(V)$, para los tres voltajes estudiados (ver los respectivos valores de β_1 , β_2 y β_3 en la Tabla 5.2). Obsérvese que para $V_0 \sim 7\text{kV}$ las tres curvas son simétricas respecto a β_2 . Mientras que para 5 y 9 kV hay un desfase entre la curva correspondiente al orden cero respecto de las curvas de los órdenes 1 y 3, lo cual concuerda con la orientación de las elipses de la Fig.5.16 y con lo expresado en la Ec.(5.4-32). Además, la intensidad para cada β varía con el voltaje aplicado (la elipticidad cambia). Así, por ejemplo para 9kV el orden 1 tiene mayor

intensidad que el orden 0 en β_2 y β_3 . Estos resultados se confirman en la representación de los perfiles teóricos y los resultados experimentales que se presentan a continuación.

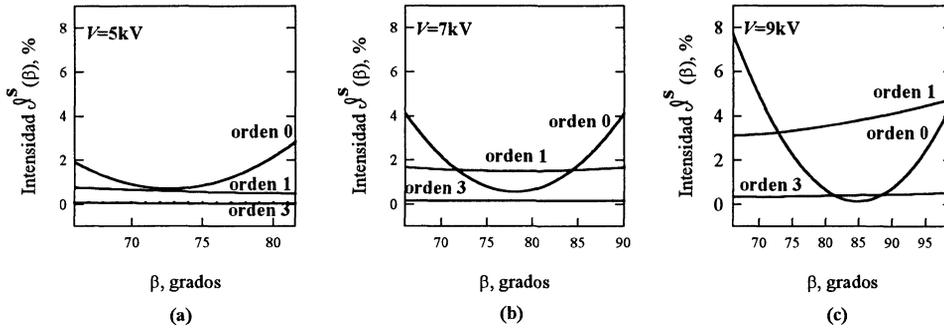


Figura 5.18: Curvas de $J^S(\beta)$ para 5, 7 y 9 kV.

En la Tabla 5.4 se presenta una comparación entre los cocientes de intensidades del orden 0 y los órdenes 1($\pm u_0$) y 3($\pm 3u_0$) de la transformada de Fourier de una red de Ronchi. En la primera fila se presentan los valores que resultan de la relación entre dichos órdenes para la TF de una red de Ronchi convencional. En las siguientes filas aparecen los cocientes calculados a partir de la Ec.(5.4-31).

Tabla 5.4: Comparación del cociente de intensidades entre órdenes de difracción en el plano de Fourier.

Razón de intensidades		$\frac{J^S(0)}{J^S(\pm u_0)}$	$\frac{J^S(0)}{J^S(\pm 3u_0)}$
TF de una Red de Ronchi		$\frac{\pi^2}{4} = 2,467$	$\frac{9 \cdot \pi^2}{4} = 22,207$
V=5kV	β_1	2,467	22,207
	β_2	1,438	12,943
	β_3	5,312	47,805
V~7kV	β_1	2,467	22,207
	β_2	0,38	3,416
	β_3	2,467	22,207
V=9kV	β_1	2,467	22,207
	β_2	0,043	0,389
	β_3	0,958	8,623

En la Fig.5.19(a) se muestran los perfiles de intensidad de la figura de difracción de Fraunhofer de una red de Ronchi de período $d=0,25\text{mm}$. En las Figs.5.19(b)-(d) se representan sus perfiles de intensidad en el plano de Fourier.

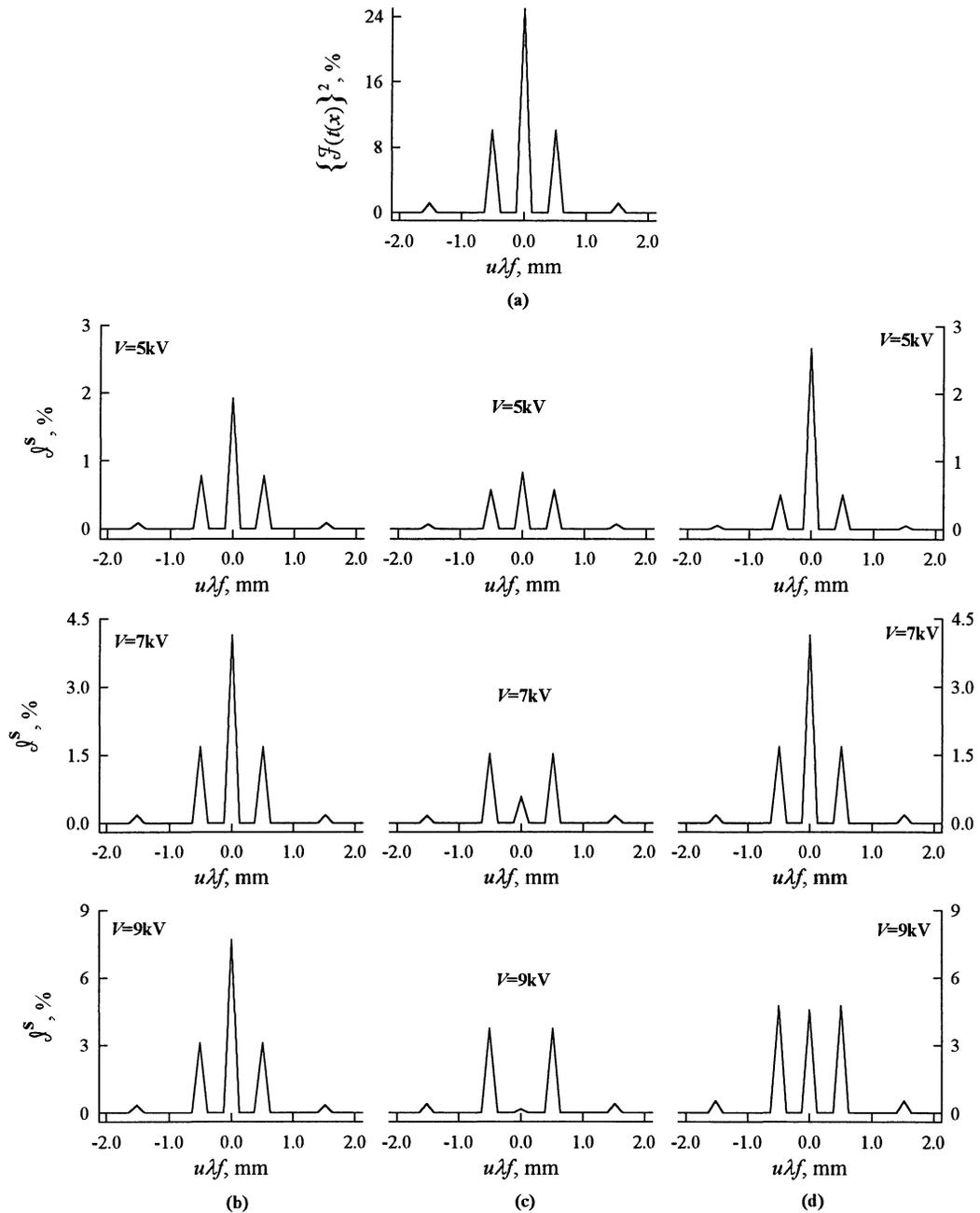


Figura 5.19: Representación de la distribución de intensidad en el plano de Fourier para (a) una red de Ronchi $t(x)$ de amplitud unitaria y para los valores de β considerados en la Figura 5.18: (b) $\beta_1 = 66^\circ$; (c) $\beta_2(V)$ y (d) $\beta_3(V)$. Donde $V = 5, \sim 7$ y 9 kV .

Se puede observar en los valores de la Tabla 5.4 y en la Fig.5.19 que la relación de intensidades de los órdenes varía al rotar el polarizador entre β_1 y β_3 . En β_2 se puede ver que el orden 0 disminuye su intensidad sensiblemente cuando se aumenta el voltaje y es más

notorio a mayor voltaje. Luego, debido a la superposición de los dos estados de polarización lineales que emergen del cristal, se produce un filtrado del orden cero. Esto se debe a que la elipticidad del orden cero varía en forma opuesta a la de los demás órdenes, como se mostró en la Fig.5.16. Este orden tiende a ser más lineal a medida que se incrementa el voltaje y, por lo tanto, la luz transmitida por el analizador lineal cambia mucho de una posición a la otra, mientras que los demás órdenes tienden a ser más circulares, variando poco al rotar el polarizador.

5.4.2 Resultados Experimentales

Utilizando el montaje experimental de la Fig.5.1 se tomaron las imágenes que se muestran en las Figs.5.20(a)-5.22(a). Las fotografías corresponden al plano imagen para diferentes posiciones del polarizador P_2 . Se puede observar las variaciones de la distribución de intensidad para cada voltaje y cada posición del plano de polarización del analizador. En las Figs.5.20(b)-5.22(b) se presentan las respectivas curvas de visibilidad, se observa cómo el rango de variación de β se amplía con el incremento del voltaje, para pasar del contraste inverso al contraste directo, lo cual concuerda con los resultados teóricos. Existe también una diferencia entre el máximo teórico de visibilidad para $\beta_1=66^\circ$ y el obtenido en los experimentos (ver Figs.5.13 y 5.14). Téngase en cuenta que existe una iluminación de fondo en el cristal y no se tienen exactamente regiones oscuras e iluminadas. Esto lleva a que el campo total interno se distribuya de forma diferente. Se obtienen así dos estados de polarización elíptico del haz de lectura que emerge del cristal, lo cual disminuye la visibilidad de entrada, debido a que no se bloquea totalmente el primer estado de polarización. En el siguiente Capítulo se tiene en cuenta esta corrección y mejora la coincidencia de los resultados teóricos y experimentales.

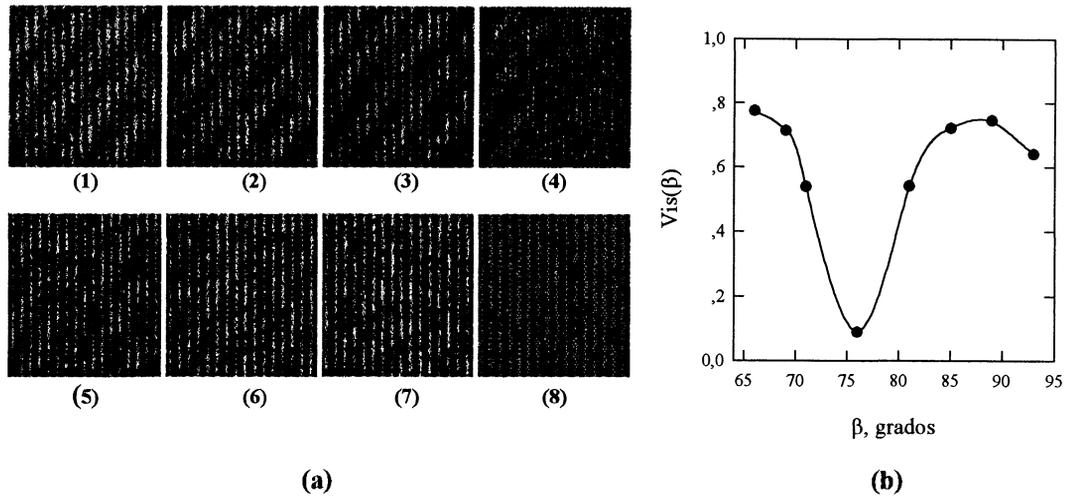


Figura 5.20: (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen para $V=5kV$ y posiciones del polarizador: (1) 66° , (2) 69° , (3) 71° , (4) 76° , (5) 81° , (6) 85° , (7) 89° , (8) 93° ; (b) curva de visibilidad a la salida.

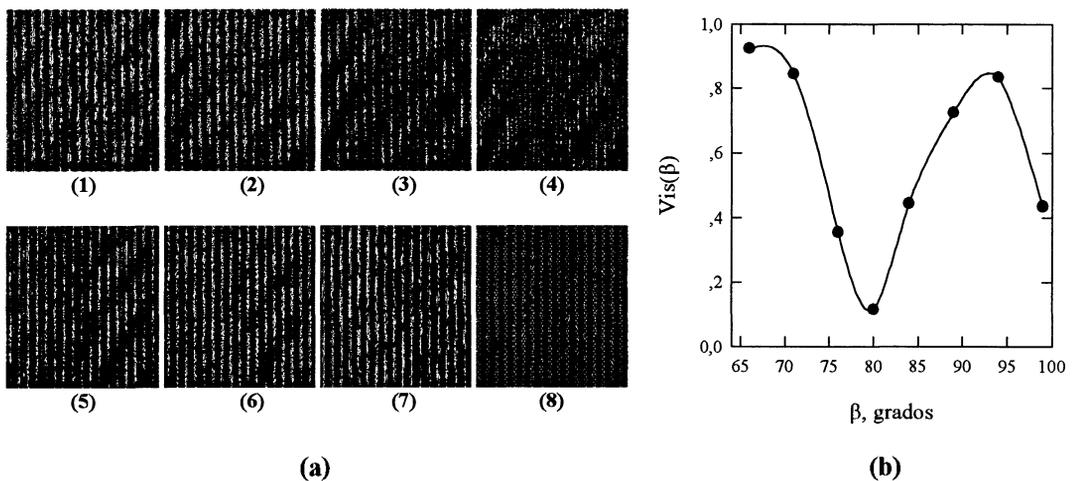


Figura 5.21: (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen para $V=7kV$ y posiciones del polarizador: (1) 66° , (2) 71° , (3) 76° , (4) 80° , (5) 84° , (6) 89° , (7) 94° , (8) 99° ; (b) curva de visibilidad a la salida.

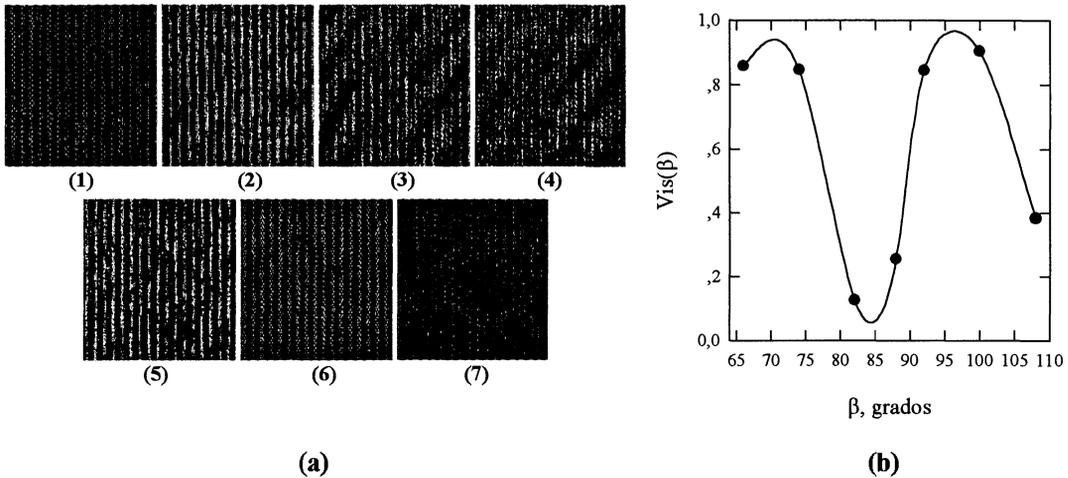


Figura 5.22: (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen para $V=9kV$ y posiciones del polarizador: (1) 66° , (2) 74° , (3) 82° , (4) 88° , (5) 92° , (6) 100° , (7) 108° ; (b) curva de visibilidad a la salida.

En la Figs.5.23 a 5.25 se presentan las distribuciones de intensidad en el plano imagen y el plano de Fourier para las tres posiciones del analizador P_2 (aprox. β_1 , β_2 y β_3) y los perfiles respectivos. El filtrado del orden cero, predicho en la sección anterior, se confirma para β_2 y β_3 y $V=7$ y $9kV$. Comparando las Figs.5.15 y 5.19 con estos resultados experimentales, se observa una notable concordancia, excepto por el tipo de perfil. En lugar de la distribución uniforme se obtiene una duplicación de frecuencia, lo cual se corresponde con el filtrado del orden cero. Además, en los cálculos teóricos sólo se consideró una distribución discreta del campo total interno dentro del cristal. Sin embargo, se puede observar que las predicciones teóricas se asimilan a los resultados experimentales.

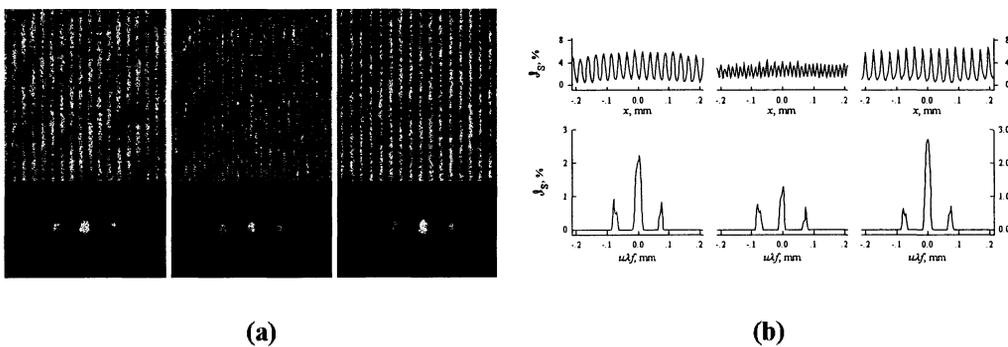


Figura 5.23: (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen y el plano de Fourier para $V=5kV$ y posiciones del polarizador de izquierda a derecha: $\beta_1=66^\circ$, $\beta_2\sim 76^\circ$ y $\beta_3\sim 85^\circ$ y (b) respectivos perfiles de intensidad.

Es importante enfatizar que las franjas oblicuas que se ven en las imágenes se deben a defectos en la calidad óptica del cristal, éstas se ponen de manifiesto al iluminar el cristal con luz coherente, en el proceso de lectura.

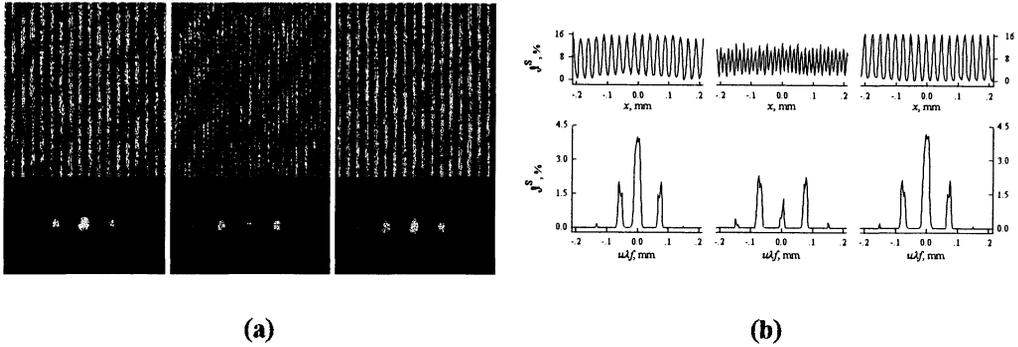


Figura 5.24: (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen y el plano de Fourier para $V=7kV$ y posiciones del polarizador de izquierda a derecha: $\beta_1=66^\circ$, $\beta_2\sim 80^\circ$ y $\beta_3\sim 89^\circ$; (b) respectivos perfiles de intensidad.

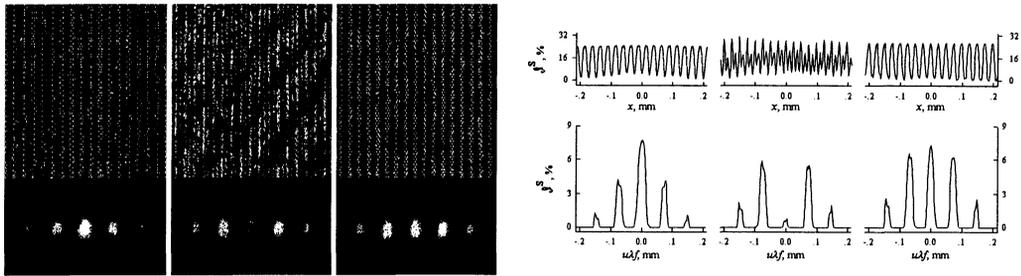


Figura 5.25 (a) Fotografías de las imágenes a la salida, en el plano imagen y el plano de Fourier para $V=9kV$ y posiciones del polarizador de izquierda a derecha: $\beta_1=66^\circ$, $\beta_2\sim 88^\circ$, y $\beta_3\sim 92^\circ$ y (b) respectivos perfiles de intensidad.

5.5 Conclusiones

Se analizó teórica y experimentalmente la visibilidad de la lectura de la imagen de un objeto binario codificado como variación de la birrefringencia en un cristal BSO. El registro y lectura simultánea de las distribuciones de luz fue implementado con un tiempo de respuesta apropiado para operaciones en tiempo real. Es claro que las longitudes de onda del haz de registro y de lectura se deben ajustar con la banda de absorción del cristal para asegurar que la entrada codificada en birrefringencia no sea borrada. No se requiere grado alguno de coherencia en ambos haces.

Los resultados experimentales concuerdan con los cálculos teóricos y el control de la visibilidad puede alcanzarse con una disposición conveniente de los polarizadores.

En la configuración convencional de extinción ($\beta=\rho L_z$), la respuesta del sistema no depende de la visibilidad de escritura para un dominio razonable de ancho de ranura. Los valores experimentales confirman la dependencia casi lineal de ν_s versus ν_e obtenidas teóricamente. La configuración $\beta=\rho L_z+90^\circ$ predice una fuerte dependencia de las funciones $\nu_s(\nu_e)$. Entonces, es factible el control de la visibilidad en términos de la posición relativa de los polarizadores.

Se estudiaron las situaciones que permiten controlar el desfase entre los estados de polarización lineal y elíptico, en términos del espesor del cristal y el voltaje aplicado. Los resultados muestran que existe, para un cristal de un espesor dado, un campo aplicado óptimo para obtener imágenes de contraste directo e invertido comparables. El mismo espesor es un parámetro de control. Una aplicación directa se obtiene al implementar un interferómetro de Talbot^[5.19]. También puede ser aplicado en metrología moiré^[5.20], controlando mediante la rotación del analizador^[5.19] las franjas producidas entre la autoimagen de la red reconstruida y una segunda red de referencia de período similar, ubicada a $Z_T/2$ (Z_T : distancia de Talbot).

5.6 Bibliografía

- [5.1] A. Marrakchi, A.R. Tanguay, Jr., J. Yu and D. Psaltis, *Physical characterization of the photorefractive incoherent-to-coherent optical converter*, Opt. Eng., **24**, 124-131 (1985).
- [5.2] P. Petrov, S. I. Stepanov and A.V. Khomenko, "Photorefractive crystals in coherent optical systems", Springer Verlag, Berlin, (1991).
- [5.3] S.I. Grosz, L.M. Zerbino and N. Bolognini, *Pseudocoloring with BSO crystals*, Appl. Opt. **29**, 3326-3337 (1990).
- [5.4] J. Salcedo Pinzón, S.I. Grosz, L.M. Zerbino, N. Bolognini and M. Garavaglia, *Real time spatial selective filtering with BSO crystals*, Optik **87**, 83-86 (1991).
- [5.5] M. Tebaldi and N. Bolognini, *Experiments with an optical converter*, Europ. Jour. Phys., (aceptado).

- [5.6] J.P. Herriau, J. P. Huignard, P. Aubourg, *Some polarization properties of volume holograms in $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals and applications*, Appl. Opt. **17**, 1851-1852 (1978).
- [5.7] A.G. Apostolidis, *Polarization properties of phase volume gratings recorded in a $Bi_{12}SiO_{20}$ Crystal for two transverse configuration*, Springer Proc. in Phys. **18**, 324-338 (1987).
- [5.8] A. Marrakchi, R.V. Johnson, and A.R. Tanguay Jr., *Polarization properties of photorefractive diffraction in electrooptic and optically active sillenite crystals (Bragg regime)*, J. Opt. Soc. Am. B **3**, 321-335 (1986).
- [5.9] S. Mallick, D. Rouède and A.G. Apostolidis, *Efficiency and polarization of photorefractive diffraction in a $Bi_{12}SiO_{20}$ crystal*, J. Opt. Soc. Am. B, **4**, 1247-1259 (1987).
- [5.10] A.G. Apostolidis, S. Mallik, D. Rouède, J.P. Herriau and J.P. Huignard, *Polarization properties of phase gratings recorded in a $Bi_{12}SiO_{20}$ crystal*, Opt. Comm. **56**, 73-78 (1985).
- [5.11] M. del C. Lasprilla A., M. Tebaldi and N. Bolognini, *Transmitted polarization states in a readout birefringence encoded binary images in a BSO*, (en redacción).
- [5.12] Susana I. Grosz, Maria del C. Lasprilla A., Lía M. Zerbino and Néstor Bolognini, *Output visibility of the birefringence encoded 1-D image in a BSO crystal*, Proc. SPIE **2730**, 660-604 (1996).
- [5.13] María del C. Lasprilla, Susana I. Grosz, Lía M. Zerbino y N. Bolognini, *Respuesta en contraste y magnificación local de imágenes registradas en cristales BSO*, Anales AFA'95 **7**, (Enviado).
- [5.14] S.I. Grosz, Tesis Doctoral, "Aplicaciones del efecto fotorrefractivo del cristal BSO al procesamiento óptico de imágenes a tiempo real", Universidad de Buenos Aires, (1993).

- [5.15] M.Tebaldi, M.C. Lasprilla y N. Bolognini, *Optimización de la reconstrucción de imágenes binarias registradas en un cristal BSO*, Anales AFA'95 7, (Enviado).
- [5.16] J. Ibarra, J. Ojeda Castañeda, *Talbot interferometry: a new geometry*, Opt. Comm. **96**, 294-301 (1993).
- [5.17] María del Carmen Lasprilla A., Myrian Tebaldi y Néstor Bolognini, *Polarization sensitive of self-images*, (Enviado a Opt. Eng.).
- [5.18] J.D. Gaskill, "Linear systems Fourier transforms and optics", John Wiley & Sons, N. York (1978).
- [5.19] Alexandra Agra Amorim, María del Carmen Lasprilla A., Myrian Tebaldi and Néstor Bolognini, *Photorefractive implementation of the Talbot effect and applications*, Journal of Optics (India), **24**, 133-142 (1995).
- [5.20] O. Kafri and I. Glatt, "The physics of moiré metrology", John Wiley & Sons, N. York (1990).

Capítulo 6

Estudio de la Formación de Autoimágenes en un Convertor Incoherente-Coherente

-
- 6.1 *Introducción*
 - 6.2 *Efecto Talbot*
 - 6.3 *Implementación fotorrefractiva del Efecto Talbot*
 - 6.4 *Interferómetro Talbot fotorrefractivo. Aplicaciones*
 - 6.5 *Conclusiones*
 - 6.6 *Bibliografía*
-

6. Estudio de la Formación de Autoimágenes en un Conversor Incoherente-Coherente

Se presenta la implementación del fenómeno de autoimágenes (efecto Talbot) utilizando un conversor incoherente-coherente, como el descrito en el capítulo anterior. A partir del registro incoherente de la imagen de una transparencia con propiedades de autoimagen en un cristal fotorrefractivo, se generan en la etapa de lectura coherente, réplicas de aquella. De esta forma, la entrada incoherente (red de Ronchi) se convierte en una salida coherente que se replica bajo propagación libre.

El estado de polarización de la luz de lectura transmitida por el cristal que sintetiza las réplicas, es elíptico. Este hecho permite controlar la elipticidad mediante un arreglo de polarizadores y así obtener autoimágenes en planos de desenfoque.

Por rotación del analizador se controla el contraste de la red replicada. Mediante este control, si se coloca en el haz de lectura una segunda transparencia objeto, se puede bloquear la figura de moiré generada a la salida. Los resultados experimentales sugieren una implementación versátil del fenómeno de autoimágenes en comparación con la configuración clásica. Se discuten posibles aplicaciones para realizar un interferómetro Talbot y detectar materiales birrefringentes.

6.1 Introducción

El fenómeno de autoimágenes o efecto Talbot recibe atención permanente en trabajos teóricos tanto como en sus aplicaciones^[6.1]. Cuando se ilumina una transparencia periódica (por ejemplo, una red de Ronchi) con un haz monocromático colimado, se manifiesta la periodicidad longitudinal del campo coherente, formándose réplicas de la transparencia llamadas usualmente *autoimágenes*. Si se estudia bajo qué circunstancias la

transparencia llamadas usualmente *autoimágenes*. Si se estudia bajo qué circunstancias la figura de difracción de Fresnel de una transparencia (autoimagen) coincide con ella, se concluye que esto se verifica si la función de transferencia para la propagación libre toma un mismo valor para todas las frecuencias espaciales en las que el espectro de Fourier de la transparencia es no nulo. La condición anterior se satisface, en el caso más general, si el espectro de la transparencia toma valores no nulos únicamente sobre una serie de anillos (objetos de Montgomery)^[6.2]. Una red de Ronchi de período espacial d tiene un espectro discreto que cumple la condición anterior y por lo tanto genera autoimágenes. Si la red se ilumina con una onda plana de longitud de onda λ , la figura de difracción de Fresnel ubicada en un plano transversal a la distancia $z_T = 2d^2n/\lambda$ ($n=0,1,2,\dots$), conocida como distancia Talbot, coincide con ella misma^[6.3,6.4]. Además el conjunto de figuras de difracción comprendidas entre la transparencia y su primer autoimagen se repite entre dos autoimágenes sucesivas cualesquiera. Es decir, el campo difractado es periódico en la dirección de propagación. En particular a la distancia $z_T/2$ se obtienen autoimágenes negativas (de contraste inverso) mientras en $z_T/4$ y $3z_T/4$ la distribución de irradiancia del campo difractado es constante (planos de campo uniforme). Diversas aplicaciones del fenómeno han sido implementadas en el campo de la Óptica en procesamiento de imágenes, control de calidad de elementos ópticos y metrología óptica^[6.1].

Por otra parte, los cristales fotorrefractivos resultan muy atractivos en procesamiento óptico, dada su respuesta en tiempo real y su alta fotosensibilidad^[6.5]. Cuando una red de Ronchi es almacenada en un cristal BSO como modulación de birrefringencia, la red puede replicarse (efecto Talbot) si se lee el cristal con luz coherente. Para ello, se registra con luz incoherente una red proyectada en el cristal fotorrefractivo y entonces, se la lee con un haz láser colimado, linealmente polarizado. La elipticidad del haz de lectura que emerge del cristal se determina de acuerdo a la birrefringencia local y rotando un analizador se controla el contraste de la red replicada por propagación libre.

En la siguiente sección se presenta un análisis de las características más importantes de la formación de autoimágenes de estructuras periódicas con iluminación coherente. Se presentan las expresiones relativas a redes binarias, y en particular a redes de Ronchi.

distribuciones de autoimágenes a lo largo de la dirección longitudinal se puede controlar cambiando la orientación del plano de polarización del analizador^[6.6,6.7]. Más adelante, se consideran diversas situaciones que ponen de manifiesto las potenciales aplicaciones del arreglo experimental utilizado.

En la sección 6.4 se proponen aplicaciones utilizando un interferómetro Talbot y se presentan resultados experimentales.

6.2 Efecto Talbot

Cuando una transparencia se ilumina con un haz coherente monocromático, se generan en planos paralelos, por propagación libre del campo electromagnético, distribuciones de amplitud que corresponden a diferentes figuras de difracción de la distribución luminosa existente en el plano de esa transparencia. Estas distribuciones de amplitud pueden ser calculadas por la integral de propagación de Fresnel-Kirchhoff^[6.8]. En las condiciones de validez de la teoría escalar de difracción^[6.9], y considerando las aproximaciones de Fresnel de esta integral^[6.8], estas distribuciones de amplitud compleja se expresan, matemáticamente, por la transformada de Fresnel de la distribución del objeto.

Desde el siglo pasado se conocen objetos para los cuales ciertos patrones de difracción de Fresnel son una réplica de los mismos. Cuando se ilumina normalmente dichos objetos con un haz colimado de luz coherente, se observa una secuencia de imágenes igualmente espaciadas entre sí a lo largo de la dirección de propagación de la radiación incidente, sin la intervención de ningún elemento óptico. Estas imágenes formadas por simple difracción fueron observadas por Talbot en 1836 (efecto Talbot), pero fue Lord Rayleigh (1880) quien primero dio una explicación teórica de este fenómeno^[6.1]. Considerando la interferencia entre los haces de luz difractados por una red iluminada con una onda plana monocromática, Rayleigh demostró la periodicidad longitudinal del campo difractado por esta red. Además, obtuvo una expresión analítica para la distancia entre dos réplicas sucesivas de la imagen original en función del período de red y de la longitud de onda de la radiación utilizada.

Entre 1908 y 1913 fueron publicados algunos trabajos relacionados con este efecto, pero recién en 1957 resurgió el interés en este fenómeno con los trabajos de Cowley e

Entre 1908 y 1913 fueron publicados algunos trabajos relacionados con este efecto, pero recién en 1957 resurgió el interés en este fenómeno con los trabajos de Cowley e Moodie^[6.1] sobre las propiedades de difracción de Fresnel de objetos periódicos. Las imágenes bien definidas fueron llamadas *imágenes de Fourier*, y los patrones de intensidad intermedios *imágenes de Fresnel*.

Evidentemente, no todos los objetos se prestan para la visualización del efecto Talbot. Una condición necesaria y suficiente para una periodicidad longitudinal del campo coherente difractado por un objeto, establecida por Montgomery en 1967^[6.2], limita las regiones donde se permite que el espectro de Fourier del objeto sea no nulo a un conjunto de anillos concéntricos cuyos radios varían con la raíz cuadrada de los números naturales.

De los *objetos de Montgomery*, aquellos que presentan periodicidad espacial constituyen el subconjunto más importante, al cual pertenecen las redes sinusoidales y las redes de Ronchi utilizadas en este trabajo. Es precisamente Montgomery quien denominó *autoimagen* a la réplica de la distribución de intensidad del objeto.

Dentro del campo de la Óptica, la formación de autoimágenes ha sido, en las últimas décadas, el sujeto de muchas investigaciones, bien de naturaleza teórica o encaminadas a buscar una solución competitiva a diversos problemas científicos y tecnológicos. En particular, aplicaciones en áreas de procesamiento de imágenes, de tecnología y control de calidad de elementos ópticos, y en metrología óptica^[6.1].

6.2.1 Difracción de Fresnel

Para comprender el fenómeno de formación de autoimágenes es necesario conocer el formalismo matemático relativo a la propagación libre de la radiación electromagnética. Aquí se presentan algunas propiedades importantes^[6.10] asociadas al campo difractado, considerándose siempre una aproximación de Fresnel^[6.8] para la resolución de la integral de propagación.

Es evidente que, para hallar las características de los objetos que presentan el efecto Talbot, el tipo de iluminación utilizado confiere diferentes propiedades a las imágenes observadas. Aquí se tratarán sólo los casos particulares de iluminación normal con

asume igualmente la monocromaticidad y la ausencia de cualquier aberración. Por razones de simplicidad se consideran objetos con dimensiones espaciales infinitas.

Considérese $t(x,y)$ la transmitancia en amplitud de una transparencia objeto iluminada por una fuente puntual y monocromática, de longitud de onda λ , situada a una distancia z tal como se muestra en la Fig.6.1. La distribución de amplitud compleja $U_0(x,y)$ en el plano de la transparencia -plano objeto-, en aproximación paraxial, viene dada por:

$$U_0(x,y) = \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2z}\right) t(x,y) \quad (6.2-1)$$

donde el exponencial representa la onda esférica de iluminación y $k = 2\pi/\lambda$ es el número de onda.

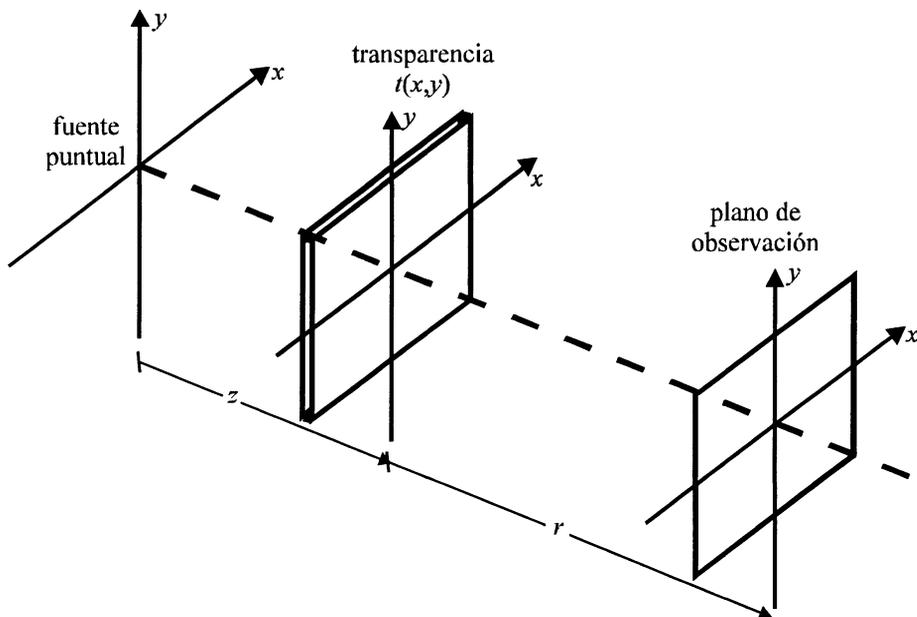


Figura 6.1: Representación esquemática de los planos y notaciones utilizados para el estudio del efecto Talbot.

Esta distribución de amplitud genera, por propagación libre, "imágenes" desenfocadas de la transparencia (patrones de difracción de Fresnel) en planos perpendiculares a la dirección de propagación de la luz. En cualquiera de estos planos situado a una distancia r del objeto, la distribución compleja de amplitud $U_r(x,y)$ se puede calcular de la fórmula de difracción de Fresnel-Kirchhoff^[6,8]. Si se suponen válidas las aproximaciones usuales de Fresnel, entonces:

de difracción de Fresnel-Kirchhoff^[6.8]. Si se suponen válidas las aproximaciones usuales de Fresnel, entonces:

$$U_r(x, y) = \frac{\exp(ikr)}{i\lambda r} \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2r}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U_0(x_0, y_0) \exp\left(ik \frac{x_0^2 + y_0^2}{2r}\right) \exp\left(-i2\pi \frac{x_0 x + y_0 y}{\lambda r}\right) dx_0 dy_0 \quad (6.2-2)$$

en donde $U_0(x_0, y_0)$ esta dada por la Ec.(6.2.1).

Si como indican las puntas de la flecha de la Fig.6.1, se toma r , y también z , como distancias orientadas, la Ec.(6.2-2) resulta válida tanto para los patrones de difracción posteriores a la transparencia objeto (patrones reales $r > 0$) como para los patrones anteriores a ella (patrones virtuales $r < 0$).

La información óptica asociada a la distribución $U_0(x, y)$, sin frecuencias espaciales mayores, en modulo, que la frecuencia de corte para la propagación libre ($1/\lambda$), es la misma que la asociada a uno cualquiera de sus patrones de Fresnel. Es decir, la distribución de amplitud en uno cualquiera de los planos paralelos a la transparencia caracteriza unívocamente el campo electromagnético que se propaga en el espacio, al iluminar la transparencia objeto^[6.10].

Del conjunto de imágenes desenfocadas de la transparencia, se selecciona el plano que se genera precisamente en el plano que contiene la fuente (virtual según la Fig.6.1). La distribución de amplitud en este plano $U_f(x, y)$, viene dada por la Ec.(6.2-2) haciendo $r = -z$. Así:

$$U_f(x, y) = \frac{\exp(-ikz)}{-i\lambda z} \exp\left(-ik \frac{x^2 + y^2}{2z}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} t(x_0, y_0) \exp\left(-i2\pi \frac{x_0 x + y_0 y}{-\lambda z}\right) dx_0 dy_0 \quad (6.2-3)$$

Utilizando la notación \tilde{t} para la transformada de Fourier bidimensional de t ,

$$U_f(x, y) = \frac{\exp(-ikz)}{-i\lambda z} \exp\left(-ik \frac{x^2 + y^2}{2z}\right) \tilde{t}\left(-\frac{x}{\lambda z}, -\frac{y}{\lambda z}\right) \quad (6.2-4)$$

Está claro pues que esta herramienta conceptual ofrece la propiedad notable de relacionar los patrones de difracción de Fresnel de la transparencia con su patrón de Fraunhofer. En efecto, el patrón de difracción de Fresnel de la transparencia sobre un plano genérico situado a una distancia r de ella (ver Fig.6.1), se puede expresar como el patrón de Fresnel de la transformada de Fourier virtual localizado a una distancia $z+r$ de la misma.

Así, utilizando nuevamente la integral de propagación de Fresnel-Kirchhoff,

$$U_r(x, y) = \frac{\exp(ikr)}{i\lambda^2 z(z+r)} \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2(z+r)}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{t}\left(-\frac{x_f}{\lambda z}, -\frac{y_f}{\lambda z}\right) \exp\left(-i\pi \frac{r(x_f^2 + y_f^2)}{\lambda z(z+r)}\right) \exp\left(-i2\pi \frac{x_f x + y_f y}{\lambda(z+r)}\right) dx_f dy_f \quad (6.2-5)$$

De esta expresión se puede concluir que el patrón de Fresnel a una distancia r se puede obtener mediante un proceso de doble transformación de Fourier. Mediante la primera transformación se pasa del plano del objeto al de la fuente. La segunda transformación de Fourier lleva del plano de la fuente hasta el plano de observación si, como indica el factor cuadrático interior a la integral, se altera adecuadamente el contenido frecuencial de esta primera transformada.

Desde este punto de vista, es evidente que este factor de fase cuadrático no es más que el filtro espacial asociado a la propagación libre en el trayecto r . Teniendo en cuenta la Ec.(6.2-6), cada frecuencia espacial del objeto ve modificada su fase por:

$$\exp\left(-i\pi \frac{r(x_f^2 + y_f^2)}{\lambda z(z+r)}\right) = \exp\left(-i\pi \frac{\lambda z r (u^2 + v^2)}{(z+r)}\right) \quad (6.2-6)$$

Si se introduce esta expresión en la Ec.(6.2-5) y se utiliza de nuevo, la relación entre frecuencias espaciales y coordenadas cartesianas, resulta:

$$U_r(x, y) = \frac{z \exp(ikr)}{z+r} \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2(z+r)}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{t}(u, v) \exp\left(-i\pi \frac{\lambda z r (u^2 + v^2)}{z+r}\right) \exp\left(i2\pi \frac{z(ux + vy)}{z+r}\right) du dv \quad (6.2-7)$$

$$U_r(x, y) = \frac{z \exp(ikr)}{z+r} \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2(z+r)}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{t}(u, v) \exp\left(-i\pi \frac{\lambda z r (u^2 + v^2)}{z+r}\right) \exp\left(i2\pi \frac{z(ux + vy)}{z+r}\right) dudv \quad (6.2-7)$$

Si no existiese difracción, lo que equivaldría a que la expresión (6.2-6) tuviese valor unitario, el patrón de Fresnel considerado sería el resultado de la transformación de Fourier inversa de $\tilde{t}(u, v)$, por lo que $U_r(x, y)$ sería coincidente con $U_0(x, y)$ a menos de un factor de escala dado por $(z+r)/z$. Obsérvese que el factor de fase global de la Ec.(6.2-7),

$$\exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2(z+r)}\right)$$

representa la aproximación cuadrática de la onda esférica que proviene de la fuente puntual. De acuerdo con la Ec. (6.2-7), el fenómeno de difracción simplemente altera, en la fase, el contenido frecuencial de la imagen observada en el plano r .

Las distancias z y r son arbitrarias y su valor caracteriza de manera unívoca cada patrón de difracción de Fresnel de la transparencia. Introduciendo los parámetros:

$$a = \frac{zr}{z+r} \text{ y } M = \frac{z+r}{z} \quad (6.2-8)$$

en el integrando de la Ec.(6.2-7), resulta:

$$U_r(x, y) = \frac{\exp(ikr)}{M} \exp\left(ik \frac{x^2 + y^2}{2(z+r)}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{t}(u, v) \exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda a] \exp\left(i2\pi \frac{(ux + vy)}{M}\right) dudv \quad (6.2-9)$$

Obsérvese que el parámetro a tiene dimensiones de longitud, mientras que M es adimensional y que al igual que z y r , también a y M pueden tomar cualquier valor real. De acuerdo con la Ec.(6.2-9) la distribución de amplitud del patrón de Fresnel queda especificada por los parámetros a y M . El primero de ellos, a , por figurar en el filtro asociado al desenfoque determina cómo se altera la fase de cada una de las frecuencias espaciales presentes en el objeto para configurar la distribución de amplitud del patrón de Fresnel. Luego, a fija el *perfil* del patrón. El parámetro M , por aparecer exclusivamente

En las experiencias descritas en este Capítulo, la transparencia objeto es iluminada (incidencia normal) por una onda plana monocromática, se supone que la amplitud de onda es unitaria. Para esta situación la distribución de amplitud del patrón de Fresnel a una distancia r se obtiene haciendo $z \rightarrow \infty$. Entonces, dado que $\alpha=r$ y $M=1$ resulta:

$$r(x, y) = \exp(ikr) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{t}(u, v) \exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda\alpha] \exp[i2\pi(ux + vy)] du dv \quad (6.2-10)$$

El estudio del campo difractado por un objeto se puede restringir, sin perder generalidad, al caso de iluminación plana^[6.10], por lo que será útil, redefinir la distribución de amplitudes del patrón de Fresnel de índice α de una transparencia como:

$$t_a(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{t}(u, v) \exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda\alpha] \exp[i2\pi(ux + vy)] du dv \quad (6.2-11)$$

De este modo, la distribución de amplitud en un plano situado a una distancia r de la transparencia, cuando ésta se ilumina con una onda plana en incidencia normal, según la Ec.(6.2-10), es:

$$r(x, y) = \exp(ikr) t_a(x, y) \quad (6.2-12)$$

6.2.2 Formación de Autoimágenes

El interés ahora es especificar bajo qué condiciones la distribución de amplitud $U_r(x, y)$ en un plano situado a una distancia r de una transparencia $t(x, y)$, iluminada por una onda monocromática plana, es precisamente una réplica de ésta. De acuerdo con las Ec.(6.2-12) esto es equivalente a determinar cuándo el patrón de Fresnel de la transparencia que se localiza en el plano considerado, $t_a(x, y)$ coincide con el objeto. Volviendo a la Ec.(6.2-11), en el plano de observación se tendrá una imagen del objeto si se verifica que la función de transferencia para la propagación libre toma el mismo valor para todas las frecuencias (u, v) en las que el espectro de Fourier de la transparencia es no nulo. Es decir si se satisface que:

$$\exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda\alpha] = C \quad (6.2-13)$$

para todas las frecuencias (u, v) en las que el espectro de Fourier de la transparencia es no nulo. Es decir si se satisface que:

$$\exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda a] = C \quad (6.2-13)$$

cuando $\tilde{t}(u, v) \neq 0$, siendo C una constante compleja de módulo unidad. De este modo la Ec.(6.2-12) se reduce a:

$$t_a(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{t}(u, v) \exp[i2\pi(ux + vy)] dudv = Ct(x, y) \quad (6.2-14)$$

y en el plano considerado se tiene una réplica, en general escalada del objeto. Para poder pasar de la Ec.(6.2-12) a la Ec.(6.2-14) es necesario que $\tilde{t}(u, v) \neq 0$ exclusivamente para las frecuencias (u, v) que cumplen la Ec.(6.2-13). El exponencial de esta ecuación es una función periódica en $\rho^2 = u^2 + v^2$. Su período τ , que tiene dimensiones de L^{-2} , vale:

$$\tau = \frac{2}{\lambda|a|} \quad (6.2-15)$$

donde a se ha tomado en módulo porque puede ser una cantidad negativa. Por lo tanto, los puntos (u, v) donde este exponencial toma un mismo valor son tales que los cuadrados de sus distancias al origen forman una sucesión periódica con período τ .

Por esta razón, para que se cumpla la Ec.(6.2-14) el espectro de Fourier de la transparencia debe tomar valores no nulos únicamente en una serie de *anillos de Montgomery*^[6.2], cuyos radios son equidistantes en $\rho^{2[6.10]}$. Al período τ se designa por $1/d^2$, siendo d una constante positiva con dimensiones de longitud, cuyo valor inverso se denomina frecuencia fundamental del objeto de Montgomery.

Un objeto de Montgomery tiene una transformada de Fourier discreta constituida en el caso más general, tal y como muestra la Fig.6.2, por una serie de anillos cuya separación en ρ^2 es $1/d^2$. Las frecuencias espaciales (u, v) contenidas en el j -ésimo de estos anillos, de radio ρ_j , satisfacen la relación^[6.10]:

$$u^2 + v^2 = \rho_j^2 = \rho_1^2 + \frac{j-1}{d^2}, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (6.2-16)$$

necesario y suficiente que su período ó un número entero, Q , de períodos coincida con el de su transformada. Es decir,

$$Q\tau = \frac{1}{d^2} \quad (6.2-17)$$

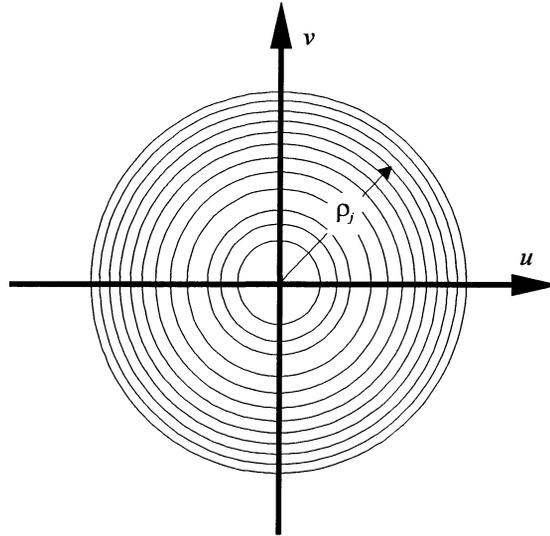


Figura 6.2: Anillos de Montgomery. Los anillos indican las regiones en el dominio frecuencial en las que el espectro de Fourier de un objeto capaz de proporcionar autoimágenes puede ser no nulo.

Sustituyendo el valor de τ dado por la Ec. (6.2-15),

$$\frac{2Q}{\lambda a} = \frac{1}{d^2} \quad (6.2-18)$$

Esta expresión indica que la autoimagen de orden Q está localizada en aquel plano transversal para el que el valor del parámetro a es tal que el período τ de la función de transferencia para la propagación libre es $|Q|$ veces menor que el de la transformada de Fourier del objeto de Montgomery^[6,10].

Re-ordenando la Ec.(6.2-18) se obtiene:

$$a = 2Q \frac{d^2}{\lambda} \quad , \quad Q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.2-19)$$

Por tanto, las autoimágenes de un objeto de Montgomery de frecuencia fundamental $1/d$ son los patrones de Fresnel cuyo índice a es un número entero de veces la cantidad

Por tanto, las autoimágenes de un objeto de Montgomery de frecuencia fundamental $1/d$ son los patrones de Fresnel cuyo índice α es un número entero de veces la cantidad $2d^2/\lambda$. La distancia $z_T=2d^2/\lambda$ se suele denominar distancia de Talbot del objeto de Montgomery y es un parámetro característico de éste.

Cuando la iluminación es plana, al ser $\alpha=r$, resulta:

$$r = 2Q \frac{d^2}{\lambda} = Qz_T, \quad Q = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (6.2-20)$$

Los planos de autoimagen son los planos de Fresnel situados a distancias que son un múltiplo entero de la distancia de Talbot del objeto de Montgomery considerado.

De acuerdo a la Ec.(6.2-16), un conjunto de anillos del espectro de Fourier de un objeto de Montgomery está caracterizado por dos parámetros: la frecuencia fundamental, $1/d$, y el radio, ρ_1 , del primer anillo. Para la localización de las autoimágenes sólo participa el primero de ellos. En cambio para la determinación del valor de la constante compleja C asociada a cada autoimagen ambos son necesarios. De acuerdo con las Ecs.(6.2-16) y (6.2-19), el valor de la constante global de fase C para una autoimagen de índice Q es:

$$C = \exp \left[-i\pi \left(\rho_1^2 + \frac{j-1}{d^2} \right) 2Qd^2 \right] = \exp(-i2\pi Q\rho_1^2) \exp[-i2\pi Q(j-1)] = \exp(-i2\pi Q\rho_1^2 d^2) \quad (6.2-21)$$

Puesto que este valor depende también del índice Q , para cada una de las autoimágenes del objeto la fase global constante de la Ec.(6.2-13) es diferente. Ahora bien, la distribución de irradiancia de todas las autoimágenes es semejante.

Entonces, un objeto de Montgomery iluminado por una onda plana da lugar a un conjunto de autoimágenes equidistantes entre sí. Cada una de estas réplicas del objeto está iluminada por la misma onda plana que ilumina a éste por lo que considerada como objeto genera, con igual disposición relativa, los mismos patrones de Fresnel que el objeto real. Por lo tanto, el conjunto de patrones de Fresnel comprendidos entre el objeto y su primera autoimagen se repite entre dos autoimágenes sucesivas cualesquiera. Es decir, el campo difractado por un objeto de Montgomery iluminado por una onda plana

de Montgomery. Los patrones de Fresnel de un objeto de Montgomery se caracterizan mediante un parámetro q definido por la relación:

$$\alpha = (Q + q)z_T = 2(Q + q) \frac{d^2}{\lambda} \quad (6.2-22)$$

donde Q es un número entero y $0 \leq q < 1$. De este modo para las autoimágenes resulta, teniendo en cuenta la Ec.(6.2-19), que el parámetro q es nulo.

Considérese un patrón de Fresnel cualquiera del objeto de Montgomery caracterizado por un índice $Q+q$, con q en general no nulo. Según la Ec.(6.2-11) el espectro de Fourier de este patrón es:

$$\tilde{t}_a(u, v) = \tilde{t}(u, v) \exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda\alpha] = \tilde{t}(u, v) \exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda(Q + q)z_T] \quad (6.2-23)$$

Para el patrón considerado, la función de transferencia modifica la fase de cada uno de los anillos del espectro del objeto, de modo que para un anillo genérico, de radio dado por la Ec.(6.2-16), este filtro de fase toma el valor:

$$\exp\left[-i\pi\left(\rho_1^2 + \frac{j-1}{d^2}\right)2(Q + q)d^2\right] = \overbrace{\exp[-i2\pi\rho_1^2 d^2(Q + q)]}^{\text{fase global constante}} \underbrace{\exp[-i2\pi(j-1)q]}_{\text{filtro de fase}} \quad (6.2-24)$$

Obviando la fase global constante, la distribución de amplitud correspondiente al patrón de Fresnel de índice $Q+q$ de un objeto de Montgomery equivale a la imagen filtrada de éste obtenida colocando sobre cada anillo de la transformada de Fourier un filtro de fase. Por tanto, se concluye que la distribución de irradiancia de todos los patrones de Fresnel con el mismo índice q (Q cualquiera) es semejante. Además, el patrón de Fresnel de índice q aparece siempre a una distancia $2qd^2/\lambda$ de la autoimagen que le precede. Asimismo la separación ente los sucesivos patrones con el mismo índice q es igual a la distancia de Talbot z_T .

Del conjunto de objetos de Montgomery tienen especial interés aquéllos para los cuales el parámetro ρ_1 de la Ec.(6.2-16) es cero ($\rho_1=0$). En este caso, de acuerdo con la Ec.(6.2-21), la constante de fase C es igual para todas las autoimágenes y se reduce a la unidad. Además, para estos objetos la Ec.(6.2-16) se convierte en:

Ec.(6.2-21), la constante de fase C es igual para todas las autoimágenes y se reduce a la unidad. Además, para estos objetos la Ec.(6.2-16) se convierte en:

$$u^2 + v^2 = \rho_j^2 = \frac{j-1}{d^2}, \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (6.2-25)$$

y, por tanto, su espectro de Fourier puede tomar valores no nulos solamente para aquellas frecuencias espaciales cuyos módulos valen \sqrt{j}/d , con $j=0, 1, 2, \dots$. Como en este caso el primer anillo de Montgomery ha degenerado en el punto $(0,0)$, es más conveniente expresar los radios ρ_j de los sucesivos anillos como:

$$\rho_j = \sqrt{j}\rho_1, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (6.2-26)$$

Obsérvese que con esta notación, el punto $(0,0)$ es el "anillo" de radio ρ_0 ($\rho_0=0$) y que ρ_1 coincide con la frecuencia fundamental del objeto de Montgomery ($\rho_1=1/d$). Para el patrón de Fresnel de índice $Q+q$ de uno de estos objetos, la función de transferencia de la Ec.(6.2-24) se reduce a:

$$\exp[-i\pi(u^2 + v^2)\lambda(Q+q)z_T] = \exp(-i2\pi jq) , \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (6.2-27)$$

Usualmente, la condición (6.2-26) es la que se toma por la mayor parte de los autores como condición necesaria y suficiente para que el objeto exhiba autoimágenes.

Un ejemplo de objetos de Montgomery con gran interés práctico son precisamente las redes de difracción binarias cuadradas, unidimensionales, formadas por una sucesión de bandas ó zonas opacas y transparentes, de igual ancho (redes de Ronchi).

6.2.3 Redes de Difracción Binarias

La transmitancia en amplitud de una red binaria se representa por la función^[6.13]:

$$t(x, s) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m(s) \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right), \quad (6.2-28)$$

en que los coeficientes de Fourier $c_m(s)$ están dados por:

La frecuencia fundamental de red es $1/d$ y s representa el ancho de la franja transparente relativa a la celda unitaria, definida por dos franjas sucesivas.

Y su espectro de Fourier es entonces:

$$\tilde{t}(u, s) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m(s) \delta\left(u - \frac{m}{d}\right). \quad (6.2-30)$$

Este espectro discreto representa una serie de máximos de intensidad (órdenes de difracción) equidistantes, cuya separación N es igual al inverso del período de red ($N=1/d$).

Las distancias, ρ_m , desde el origen a los sucesivos órdenes de difracción vienen dadas por $\rho_m = |m|N$, con $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Comparando directamente esta relación con la Ec.(6.2-26) se observa que todos los órdenes de difracción de la red 1-D se localizan sobre algún anillo de Montgomery. Para ello basta con identificar el radio ρ_1 del primer anillo de Montgomery de la Ec.(6.2-26), con la separación entre órdenes N . Por lo tanto, toda estructura periódica unidimensional es capaz de proporcionar autoimágenes. Además, para estos objetos, el parámetro d que determina su distancia de Talbot, z_T , es su período espacial.

Puesto que para una red 1-D el máximo de difracción m , $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$, se sitúa sobre el anillo de Montgomery de índice $j=m^2$, el factor de fase de la Ec.(6.2-27) se puede expresar, en función de este número de orden m , como $\exp(-i2\pi m^2 q)$. Por lo tanto, considerando las Ecs.(6.2-23) y (6.2-30), el espectro de Fourier del patrón de Fresnel de índice q de una red binaria unidimensional se reduce a:

$$\tilde{t}_q(u, s) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m(s) \exp(-i2\pi m^2 q) \delta\left(u - \frac{m}{d}\right) \quad (6.2-31)$$

Por transformación inversa de Fourier se obtiene el patrón de Fresnel de índice q :

$$t_q(x, s) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m(s) \exp(-i2\pi m^2 q) \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (6.2-32)$$

$$t_q(x, s) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m(s) \exp(-i2\pi m^2 q) \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (6.2-32)$$

Comparando esta expresión con la Ec.(6.2-28) se observa que este patrón equivale a una red 1-D con el mismo período que la red original, pero en general de distinto perfil.

El campo difractado por un objeto periódico origina también una estructura periódica en todos los planos transversales a la dirección de propagación.

Un análisis de las características de los diversos patrones de Fresnel correspondientes a diferentes valores de q será hecha para el caso de la red de Ronchi.

6.2.3.1 Red de Ronchi

Una red de Ronchi tiene la particularidad de estar formada por una sucesión de bandas o franjas opacas y transparentes, de igual ancho. Esto significa que para una red de Ronchi $s=1/2$. Entonces, reemplazando la Ec.(6.2-29) en la Ec. (6.2-28) resulta:

$$t(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) = \frac{1}{2} + 2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} \cos\left(2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (6.2-33)$$

Para el patrón de Fresnel de índice q se tiene, atendiendo a la Ec.(6.2-32),

$$t_q(x) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} \exp(-i2\pi m^2 q) \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \quad (6.2-34)$$

⇒ Para $q=0$ la expresión anterior se reduce a $t(x)$, o sea se trata de un plano cuya distribución de Fresnel coincide con la distribución original -plano de autoimagen. Estos patrones son las imágenes de Talbot o autoimágenes positivas de la red.

⇒ Para $q=1/2$,

$$\begin{aligned} t_{1/2}(x) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} \exp(-i\pi m^2) \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \\ &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} (-1)^m \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) \end{aligned} \quad (6.2-35)$$

$$\begin{aligned}
 t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} \exp\left(i2\pi m \frac{\left(x \pm \frac{d}{2}\right)}{d}\right) \\
 &= \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} (-1)^m \exp\left(i2\pi m \frac{x}{d}\right) = t_{1/2}(x)
 \end{aligned}
 \tag{6.2-36}$$

Estos patrones se denominan autoimágenes negativas: un desplazamiento lateral de medio período significa pasar de franjas transparentes a franjas opacas ó viceversa.

La Ec.(6.2-20) permite determinar las posiciones de las autoimágenes negativas substituyendo Q por el índice semi-impar ($Q+q$), con $q=1/2$.

Entre dos autoimágenes positivas existe una negativa y viceversa. Cada autoimagen negativa aparece equidistante entre dos positivas, presentando todas ellas el mismo período. Los patrones de Fresnel de una red de parámetros q y $q+1/2$ exhiben el mismo período, pero con un desplazamiento relativo de medio período.

\Rightarrow Para $q=1/4$,

$$t_{1/4}(x) = \frac{1}{2} - 2i \sum_{-\infty}^{+\infty} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\pi m} \cos\left(2\pi m \frac{x}{d}\right) = \frac{1}{2} - i \left[t(x) - \frac{1}{2} \right]
 \tag{6.2-37}$$

ó

$$t_{1/4}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1-i) & , \text{ cuando } t(x) = 1. \\ \frac{1}{2}(1-i)i & , \text{ cuando } t(x) = 0. \end{cases}
 \tag{6.2-38}$$

Esta ecuación describe una distribución de amplitud periódica y binaria, cuyos valores están desfasados entre sí $\pi/2$. Para $q=3/4$ se obtienen los mismos resultados^[6.9], pero con un desplazamiento lateral de medio período.

Observese que la visibilidad de este patrón de Fresnel es nula al ser su distribución de intensidad constante: $|t_{1/4}(x)|^2 = 1/2$.

En resumen, los planos sucesivos en los cuales se observan redes de máximo contraste: directo ó inverso así como de contraste nulo, se ubican a lo largo de la

Observese que la visibilidad de este patrón de Fresnel es nula al ser su distribución de intensidad constante: $|t_{1/4}(x)|^2=1/2$.

En resumen, los planos sucesivos en los cuales se observan redes de máximo contraste: directo ó inverso así como de contraste nulo, se ubican a lo largo de la dirección de propagación de la radiación que ilumina a la única red física de entrada, ver Fig.6.3.

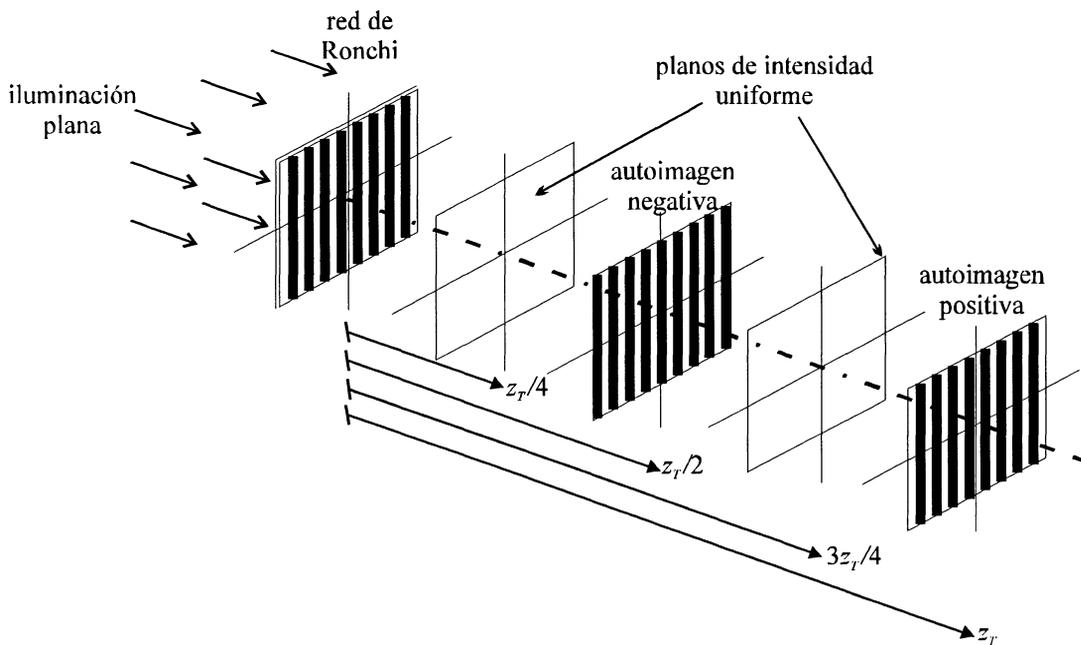


Figura 6.3: Efecto Talbot para una red de Ronchi: planos de autoimagen positiva y negativa, y plano de intensidad constante.

Todas las experiencias de autoimágenes realizadas y que se describen a continuación tienen como base el registro de la distribución de intensidad de una red de Ronchi en un cristal fotorrefractivo.

6.3 Implementación Fotorrefractiva del Efecto Talbot ^[6.6,6.7,6.16]

Como fue mencionado antes, si una red de Ronchi de período d y de transmitancia en amplitud $t(x)$ (dada por la Ec.6.2-33), es registrada como variación de birrefringencia en un cristal fotorrefractivo, se demostrará que es posible controlar el contraste de las imágenes de Talbot reconstruidas en la etapa de lectura.

Para el registro incoherente y lectura coherente de la red, se empleó el arreglo experimental esquematizado en la Fig.5.1, sin la lente L_3 .

es la intensidad efectiva de la fuente de luz blanca S combinada con el filtro interferencial F_r (ver Fig.5.1). Esta distribución adicional debe ser considerada en el cálculo de la intensidad de escritura en el plano del cristal como:

$$I(x) = I_0(t(x) + a) \cdot \text{rect}\left(\frac{x}{L_x}\right) \quad (6.3-1)$$

Nótese que el valor más alto que toma $I(x)$ es $I_m = I_0(1 + a)$.

Entonces en el experimento real, en lugar de tener una red de Ronchi pura con máximo contraste, la Ec.(6.3-1) implica reducción del contraste de la red que se registra, como se muestra en la Fig.6.4.

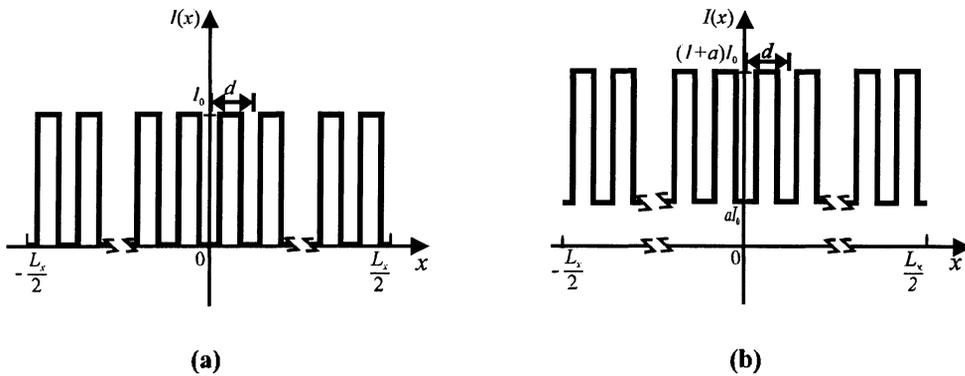


Figura 6.4: Perfil de intensidad de entrada: (a) red de Ronchi; (b) red de Ronchi más iluminación de fondo.

Un voltaje V se aplica entre las caras $(1\bar{1}0)$ y $(\bar{1}10)$ del cristal, las cuales están separadas una distancia L_x . Entonces, la distribución binaria recibida por el cristal, crea fotocargas que se desplazan de las regiones más iluminadas a las menos iluminadas por "arrastre" debido al campo eléctrico externo $E_a = V/L_x$.

Para computar el campo total interno resultante E_T , se emplean las ecuaciones de Kukhtarev para el estado estacionario^[6,14] donde se tiene en cuenta que debido a la geometría de entrada es apropiado un tratamiento unidimensional y puede omitirse la difusión de fotocargas debida a la variación suave (a escala microscópica) de $I(x)$. El campo eléctrico interno en estado estacionario se obtiene a partir de la Ec.(2.3-20), (ver Apéndice III) y se puede expresar como:

difusión de fotocargas debida a la variación suave (a escala microscópica) de $I(x)$. El campo eléctrico interno en estado estacionario se obtiene a partir de la Ec.(2.3-20), (ver Apéndice III) y se puede expresar como:

$$E(x) = E_1 t(x) + E_2 t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (6.3-2)$$

donde

$$E_1 = 2E_a \frac{a}{1+2a} \quad \text{y} \quad E_2 = 2E_a \frac{1+a}{1+2a} \quad (6.3-3)$$

Nótese que si $a=0$, en las franjas iluminadas, el campo cae a cero, $E(x)=0$, mientras que en las regiones oscuras su valor es $E(x)=2E_a$, igual al obtenido en el Capítulo anterior, Ec.(5.4-5).

Para esta configuración transversal y considerando que el campo eléctrico aplicado coincide con la dirección del eje- x , la expresión obtenida para la birrefringencia modulada es:

$$\delta n(x) = r_{41} n_0^3 E(x) = \delta n_1 t(x) + \delta n_2 t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (6.3-4)$$

donde r_{41} es el coeficiente electro-óptico, n_0 es el índice de refracción y

$$\delta n_1 = 2E_a r_{41} n_0^3 \frac{a}{1+2a} \quad \text{y} \quad \delta n_2 = 2E_a r_{41} n_0^3 \frac{1+a}{1+2a} \quad (6.3-5)$$

Así, en el cristal se induce birrefringencia con valores δn_1 ó δn_2 alternados periódicamente (con el mismo período d de la red registrada), según la distribución del campo interno $E(x)$, codificando la imagen de entrada.

En el proceso de lectura o reconstrucción se emplea una onda plana linealmente polarizada en dirección y proveniente de un láser de He-Ne (632,8nm).

Como ya se ha mencionado anteriormente, el cristal exhibe poder rotatorio por unidad de longitud $\rho(\lambda)$ (λ : longitud de onda utilizada en la lectura) que se combina con la modulación de la birrefringencia inducida $\delta n(x)$. Entonces, ambos efectos deben ser

colimado que se propaga a través del cristal, emerge modulado periódicamente en su elipticidad.

Si se sigue el formalismo de Jones, la amplitud de la luz que emerge del cristal (ver sección 2.2 del Capítulo 4), en los ejes del laboratorio está dada por:

$$A(x) = \begin{pmatrix} A_x(x) \\ A_y(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\operatorname{sen} \Delta(x) e^{i\psi(x)} \\ \cos \Delta(x) \end{pmatrix} \quad (6.3-6)$$

donde, Δ y ψ definidos por las Ecs.(3.7-9) y (3.7-10) son:

$$\Delta(x) = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi^2(x)}{4}} \quad ; \quad \psi(x) = \operatorname{arctg} \left(\frac{\varphi(x)}{2\rho} \right) \quad (6.3-7)$$

y, por lo tanto:

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n(x) = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{41} E(x) \quad (6.3-8)$$

Como ya se describió, en el esquema experimental esquematizado en la Fig.5.1, el polarizador P_1 se coloca con su plano de polarización paralelo al eje- y y el polarizador P_2 se orienta con su plano de polarización formando un ángulo β con respecto al eje- x . El polarizador P_2 se coloca a continuación del cristal. En este caso, la amplitud de lectura a través del polarizador, en $z=0$, es:

$$\begin{aligned} A^s(x, \beta) &= A_x(x) \cos \beta + A_y(x) \operatorname{sen} \beta = \\ &= \left[A_x^{(1)} t(x) + A_x^{(2)} t \left(x \pm \frac{d}{2} \right) \right] \cos \beta + \left[A_y^{(1)} t(x) + A_y^{(2)} t \left(x \pm \frac{d}{2} \right) \right] \operatorname{sen} \beta \end{aligned} \quad (6.3-9)$$

donde recordando las Ecs.(6.3-6)-(6.3-8): $A_x^{(j)} = -\operatorname{sen} \Delta_j e^{i\psi_j}$ y $A_y^{(j)} = \cos \Delta_j$, ($j=1, 2$ se refiere a δn_1 y δn_2 respectivamente, ver Ec.(6.3-5) y

$$\varphi_j = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n_j; \quad \Delta_j = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi_j^2}{4}}; \quad \psi_j = \operatorname{arctg} \left(\frac{\varphi_j}{2\rho} \right) \quad (6.3-10)$$

Nótese en la Ec.(6.3-9) que A_x y A_y se obtiene como las contribuciones de los dos estados de polarización elíptica denominados estado (1) y estado (2). De hecho, cada

$$\varphi_j = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n_j; \quad \Delta_j = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi_j^2}{4}}; \quad \psi_j = \arctg\left(\frac{\varphi_j}{2\rho}\right) \quad (6.3-10)$$

Nótese en la Ec.(6.3-9) que A_x y A_y se obtiene como las contribuciones de los dos estados de polarización elíptica denominados estado (1) y estado (2). De hecho, cada estado se describe por una elipse de una dada elipticidad cuyos ejes están rotados con respecto a los ejes de la elipse que representa el otro estado, como se muestra en la Fig.6.5(a). Esta elipticidad, definida en la Ec.(5.4-12) como el cociente entre el eje menor y el eje mayor de la elipse, se puede escribir como:

$$\varepsilon_j = (\text{Razón de ejes})_j = \sqrt{\frac{1 - \sqrt{1 - \text{sen}^2 2\Delta_j \text{sen}^2 \psi_j}}{1 + \sqrt{1 - \text{sen}^2 2\Delta_j \text{sen}^2 \psi_j}}} \quad (6.3-11)$$

Así, la distribución en amplitud de la difracción de Fresnel $A_q^s(x, \beta)$ en un plano $z=(n+q)z_T$ resulta de la superposición coherente de los campos difractados de los dos estados de polarización emergentes.

$$A_q^s(x, \beta) = [A_x^{(1)} \cos \beta + A_y^{(1)} \text{sen} \beta] t_q(x) + [A_x^{(2)} \cos \beta + A_y^{(2)} \text{sen} \beta] t_q\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (6.3-12)$$

donde $t_q(x)$ esta dado por la Ec.(6.2-34).

Entonces, la distribución de intensidad que emerge del polarizador P_2 es:

$$I_q^s(x, \beta) = A_q^s(x, \beta) \cdot [A_q^s(x, \beta)]^* \quad (6.3-13)$$

Finalmente, la entrada incoherente $I(x)$ se convierte en una salida coherente $I_q^s(x, \beta)$.

6.3.1 Contraste en Planos de Salida

La Ec.(6.3-12) sugiere que el parámetro β gobierna el contraste de la lectura coherente de salida. En esta sección, se analizará la distribución de intensidad a la salida en términos del ángulo β en planos $z=nz_T$ y $z=(n+1/4)z_T$ ($n=0,1,2,\dots$). Se busca el valor de β que produzca buenas réplicas a la salida de la red de entrada. Si se define la visibilidad de salida en un plano dado como:

Dado que el ángulo β controla el contraste de la salida, es interesante notar que las distribución a salida puede ser obtenida con el mismo contraste (directo) de la red de entrada ó con el contraste inverso.

Es posible obtener una buena visibilidad y similar para ambos contrastes. Para lograr esta condición, los valores de elipticidad de las elipses que representan cada estado de polarización deben ser muy similares. El voltaje V (como se estudió en el Capítulo anterior) y la iluminación de fondo $I_f = aI_0$ son parámetros que permiten controlar el valor de la elipticidad que emerge del cristal. En el análisis siguiente, el voltaje de trabajo $V^0 \sim 7\text{kV}$ que se aplica al cristal^[6.15], es el mismo que se obtuvo en la sección 4.1 del Capítulo anterior, pero en lugar de obtener a la salida, dos estados de polarización lineal la luz emerge del cristal con dos estados de polarización elíptica similar, (debido a la iluminación de fondo). El ángulo entre los ejes de las dos elipses que representan la vibración del campo luminoso para estos dos estados de polarización depende del voltaje aplicado y de la iluminación de fondo, ver Figura 6.5(a).

6.3.1.1 Planos $z=nz_T$

Se analiza primero el caso $z=nz_T$, colocando $q=0$ en la Ec.(6.3-12) y luego reemplazando en la Ec.(6.3-13). Después de los cálculos correctos, la distribución de intensidad que resulta es:

$$I_0^s(x, \beta) = I^{s(1)}(\beta)t(x) + I^{s(2)}(\beta)t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (6.3-15)$$

donde

$$I^{s(j)}(\beta) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos 2\Delta_j \cos 2\beta - \sin 2\Delta_j \sin 2\beta \cos \psi_j \right) \quad \text{para } j = 1, 2 \quad (6.3-16)$$

En la ecuación (6.3-15) es claro que al rotar el polarizador P_2 , la distribución de intensidad cambia. Notar que cuando el plano de polarización del polarizador P_2 yace a lo largo del eje menor de la elipse que representa un estado de polarización, la intensidad que se transmite corresponde principalmente a la componente lineal de la luz elíptica del otro estado de polarización, alcanzando de esta forma la visibilidad más alta.

lo largo del eje menor de la elipse que representa un estado de polarización, la intensidad que se transmite corresponde principalmente a la componente lineal de la luz elíptica del otro estado de polarización, alcanzando de esta forma la visibilidad más alta.

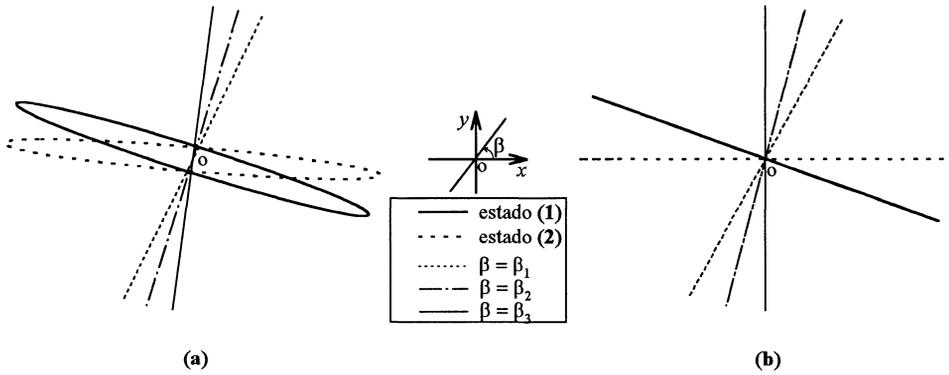


Figura 6.5: Estados de polarización del frente de onda del haz de lectura a la salida del cristal cuando se aplica un voltaje V^0 : (a) para una intensidad de escritura con una iluminación de fondo ($a \neq 0$). (b) Ideal, sin iluminación de fondo ($a = 0$). También, se muestran las posiciones destacadas del plano de polarización P_2 .

Si se considera el caso cuando el polarizador P_2 yace a lo largo del eje menor de la elipse **(1)** que representa el estado de polarización **(1)** (ver Fig.6.5), en la Ec.(6.3-16), corresponde a un mínimo de intensidad para $I^{s(1)}(\beta)$. Para encontrar esta situación, se imponen las condiciones $\frac{dI^{s(1)}(\beta)}{d\beta} = 0$ y $\frac{d^2 I^{s(1)}(\beta)}{d\beta^2} < 0$ lo que conduce al valor de β :

$$\beta = \beta_1 = \frac{1}{2} \text{tg}^{-1} [\text{tg} 2\Delta_1 \cos \psi_1] \tag{6.3-17}$$

Para este valor y considerando la Ec.(6.3-15), se obtiene un contraste inverso de la red registrada, expresado como:

$$\begin{aligned} I_0^s(x) &= I_{min}^{s(1)}(\beta_1) t(x) + I^{s(2)}(\beta_1) t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \\ &\approx I^{s(2)}(\beta_1) t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) = I^{s(2)}(\beta_1) t_{\frac{1}{2}}(x) \end{aligned} \tag{6.3-18}$$

donde $I_{min}^{s(1)}(\beta_1) \ll I^{s(2)}(\beta_1)$. Esto es así debido a que el valor de elipticidad que representa el estado **(1)** es cercano a cero (casi-lineal).

$$\beta = \beta_2 = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{\cos 2\Delta_1 - \cos 2\Delta_2}{\operatorname{sen} 2\Delta_2 \cos \psi_2 - \operatorname{sen} 2\Delta_1 \cos \psi_1} \right] \quad (6.3-19)$$

y resulta una distribución de intensidad uniforme,

$$I_0^s(x) = I^{s(1)}(\beta_2) = I^{s(2)}(\beta_2) = \text{constante} \quad (6.3-20)$$

Para obtener una distribución de intensidad luminosa a la salida de contraste opuesto al descrito por la ecuación (6.3-18) y a la vez con visibilidad máxima, es necesario encontrar un mínimo para $I^{s(2)}(\beta)$ en la Ec.(6.3-16). Esto significa que el plano de polarización del analizador debe ser paralelo al eje menor de la elipse **(2)** (ver Fig.6.5(a)). Comparando con la Ec.(6.3-17), la intensidad $I^{s(2)}(\beta)$ toma el valor mínimo para el argumento:

$$\beta = \beta_3 = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} [\operatorname{tg} 2\Delta_2 \cos \psi_2] \quad (6.3-21)$$

Así, colocando el polarizador P_2 en el ángulo anterior, se obtiene a la salida un contraste directo respecto a la red registrada:

$$\begin{aligned} I_0^s(x) &= I^{s(1)}(\beta_3)I(x) + I_{\min}^{s(2)}(\beta_3)I\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \\ &\approx I^{s(1)}(\beta_3)I(x) \end{aligned} \quad (6.3-22)$$

donde se considera que $I_{\min}^{s(2)}(\beta_3) \ll I^{s(1)}(\beta_3)$.

Como resultado, se encuentra que hay dos valores del ángulo β para los cuales en los planos de autoimagen $z=nz_T$, se obtienen réplicas de máximo contraste de la red registrada. Uno de los valores, $\beta=\beta_3$, corresponde a la red de contraste directo, y el otro, $\beta=\beta_1$, corresponde a la red de contraste inverso. Es claro que el ángulo entre los ejes de las elipses que describen cada estado de polarización esta dado por $\Delta\beta=\beta_3-\beta_1$.

En este caso, de las Ecs.(6.3-14) y (6.3-15), la visibilidad toma la forma:

$$\mathcal{V}_0(\beta) = \left| \frac{I^{s(1)}(\beta) - I^{s(2)}(\beta)}{I^{s(1)}(\beta) + I^{s(2)}(\beta)} \right| \quad (6.3-23)$$

$$\mathcal{V}_0(\beta) = \left| \frac{I^{s(1)}(\beta) - I^{s(2)}(\beta)}{I^{s(1)}(\beta) + I^{s(2)}(\beta)} \right| \quad (6.3-23)$$

Además, reemplazando $q=1/2$ en la Ec.(6.3-13), se obtiene en los planos $z=(n+1/2)z_T$, una distribución de intensidad dada por:

$$I_{1/2}^s(x, \beta) = I^{s(1)}(\beta) t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) + I^{s(2)}(\beta) t(x) \quad (6.3-24)$$

Notar que $I_{1/2}^s(x, \beta) = I_0^s(x \pm d/2, \beta)$. Es evidente que en estos planos $z=(n+1/2)z_T$ también se producen autoimágenes de contraste directo e inverso con visibilidad máxima en β_1 y β_3 , respectivamente.

Se considera ahora la situación ideal (que fue analizada en el Capítulo anterior) cuando la distribución de intensidad recibida por el cristal es $I(x) = I_0 t(x)$, es decir $\alpha=0$ en la Ec.(6.3-1). En este caso, aquellas porciones del frente de onda del haz de lectura que viajan a través de las regiones de franjas iluminadas en la escritura ($\delta n_1=0$), emergerán linealmente polarizadas. Su plano de polarización habrá rotado un ángulo ρL_z con respecto al plano de polarización (vertical) de la luz de lectura incidente. En el caso general, las porciones restantes del frente de onda emergerán elípticamente polarizadas debido a que han viajado a través de las regiones de franjas oscuras donde δn_2 no es nulo. Sin embargo, en este caso, debido a la selección del voltaje V^0 , de estas regiones también emergerá linealmente polarizado (ver Fig. 6.5(b)). Así, colocando $j=1$ en la Ec.(6.3-16), $\psi_1=0$ y $\Delta_1=\rho L_z$, se deduce de la Ec.(6.3-17) que $\beta_1=\rho L_z$. Se puede notar que el polarizador P_2 bloqueará esta luz (ver Fig. 3(b)). Esto significa que en la localización de la intensidad mínima hay efectivamente franjas oscuras porque $I^{s(1)}(\beta_1)=0$. Como consecuencia cuando el analizador está en la posición β_1 , sólo transmite la distribución de intensidad perteneciente al estado de polarización **(2)**. Si se reemplaza $\beta_1=\rho L_z$ en la Ec.(6.3-16) para $j=2$ y luego en la Ec.(6.3-18), la distribución de intensidad que resulta es:

$$I_0^s(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos 2\Delta_2 \cos 2\rho L_z - \sin 2\Delta_2 \sin 2\rho L_z \cos \psi_2 \right) t\left(x \pm \frac{d}{2}\right) \quad (6.3-25)$$

Nótese que para obtener una red de contraste directo con visibilidad máxima ($\nu_0=1$) para $\beta=\beta_3$ la componente de amplitud $A_y^{(2)}$ en la Ec.(6.3-9) debe ser nula para asegurar que el estado de polarización **(2)** sea lineal. En este caso, $I^{s(2)}(\beta_3)=0$, lo que implica (en referencia a la Ec.(3.6-16) para $j=2$) que $\Delta_2=90^\circ$, porque $\psi \neq 0$. Entonces, según la Ec.(6.3-21), $\beta_3=90^\circ$. Así, para esta situación particular (estado **(2)** lineal y $\alpha=0$), la distribución de intensidad es:

$$I_0^s(x) = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\Delta_1)I(x) \quad (6.3-26)$$

6.3.1.2 Planos $z=(n+1/4)z_T$

Ahora se va a estudiar la luz difractada en aquellos planos donde $z=(n+1/4)z_T$ y considerar condiciones similares como aquellas detalladas en planos $z=nz_T$. Por ello, se omiten algunos pasos descritos arriba. En este caso, al fijar $q=1/4$ en la Ec.(6.3-12) y computando luego en la Ec.(6.3-13), la intensidad resultante es:

$$I_{1/4}^s(x, \beta) = \frac{1}{2} \left\{ I^{s(1)}(\beta) + I^{s(2)}(\beta) + 2[1 - 2I(x)] \cos \beta [K_1 \cos \beta - K_2 \sin \beta] \right\} \quad (6.3-27)$$

donde: $K_1 = \sin \Delta_1 \sin \Delta_2 \sin(\psi_1 - \psi_2)$; $K_2 = \sin \Delta_1 \sin \psi_1 \cos \Delta_2 - \cos \Delta_1 \sin \Delta_2 \sin \psi_2$ y $\Delta_1, \Delta_2, \psi_1$ y ψ_2 están definidos en la Ec.(6.3-10).

Se examina una posición del polarizador P_2 tal que resulte en una distribución de intensidad uniforme, esto es con un contraste nulo. Esta situación se obtiene cuando el tercer término de la Ec.(3.6-27) se anula, lo cual corresponde a los valores siguientes del ángulo:

$$\beta = \beta'_1 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{K_1}{K_2} \right) \quad \text{ó} \quad \beta = \beta'_3 = 90^\circ \quad (6.3-28)$$

Entonces, resultan distribuciones de intensidad de contraste cero:

$$I_{1/4}^s(x) = \frac{1}{2} \left\{ I^{s(1)}(\beta'_1) + I^{s(2)}(\beta'_1) \right\} = \frac{1}{2} \left\{ I^{s(1)}(\beta'_3) + I^{s(2)}(\beta'_3) \right\} = \text{constante} \quad (6.3-29)$$

Además de la Ec.(6.3-14), en estos planos la visibilidad resulta ser:

Además de la Ec.(6.3-14), en estos planos la visibilidad resulta ser:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}_{1/4}(\beta) &= \frac{\left| I_{1/4}^s(x, \beta) - I_{1/4}^s\left(x \pm \frac{d}{2}, \beta\right) \right|}{\left| I_{1/4}^s(x, \beta) + I_{1/4}^s\left(x \pm \frac{d}{2}, \beta\right) \right|} \\ &= \frac{\left| 2 \cos \beta [K_1 \cos \beta - K_2 \operatorname{sen} \beta] \right|}{\left| I^{s(1)}(\beta) + I^{s(2)}(\beta) \right|} \end{aligned} \quad (6.3-30)$$

De hecho, $\mathcal{V}_{1/4}(\beta_1') = \mathcal{V}_{1/4}(\beta_3') = 0$.

Para obtener una red con la más alta visibilidad en planos $z=(n+1/4)z_T$, el analizador P_2 se puede colocar en el ángulo $\beta=\beta_2'=\beta_2$ (ver Ec.(6.3-19)), resultando una distribución de intensidad dada por:

$$I_{1/4}^s(x) = I^{s(1)}(\beta_2) + [1 - 2t(x)] \cos(\beta_2) [K_1 \cos(\beta_2) - K_2 \operatorname{sen}(\beta_2)] \quad (6.3-31)$$

La ecuación anterior y la Ec.(6.3-27) (excepto para β_1' y β_3') representan una autoimagen de contraste inverso. Es claro que en planos $z=(n+1/4)z_T$ se obtiene una versión desplazada lateralmente $d/2$ respecto de $I_{1/4}^s(x, \beta)$, esto es, aparece una red de contraste directo. Así, colocando el polarizador P_2 en β_1' y β_3' , la visibilidad es nula mientras que toma el valor mayor en $\beta=\beta_2'$. En este caso, ambos conjuntos de planos, $z=(n+1/4)z_T$ y $z=(n+3/4)z_T$, son equivalentes.

6.3.2 Resultados Teóricos

Para mostrar los rasgos discutidos anteriormente, se computan las curvas de visibilidad $\mathcal{V}_0(\beta)$ y $\mathcal{V}_{1/4}(\beta)$ para los siguientes valores: Un voltaje de trabajo $V^0 \sim 7\text{kV}$ aplicado entre las caras $(\bar{1}10)$ y $(1\bar{1}0)$ del cristal BSO, considerando los valores de los parámetros consignados en las Tablas 2.1, 3.2, 3.3 y 4.1. La intensidad de la red incoherente es $I_0=1\text{mW/cm}^2$, y la iluminación de fondo $I_f=0,4I_0$.

En la Fig.6.6(a) y (b) se presentan las curvas de visibilidad teóricas para los planos $z=nz_T$ [según Ec.(6.3-23)] y $z=(n+1/4)z_T$ [de acuerdo a Ec.(6.3-30)], respectivamente.

crystal en ambos es lineal, esto sólo ocurre para el voltaje de trabajo $V^0 \sim 7\text{kV}$ para un cristal BSO de 3mm de espesor^[6.15].

Las curvas B se obtienen cuando la entrada es $I(x)=I_0(t(x)+a)$. en este caso, las elipses asociadas con los estados de polarización (1) y (2) del haz de lectura tienen aproximadamente la misma elipticidad.

En la curva A de la Fig.6.6(a), la visibilidad alcanza el valor $\mathcal{V}_0^A=1$ para ambos contrastes, inverso y directo de las autoimágenes de salida, para $\beta^A_1=\rho L_z=66^\circ$ y $\beta^A_3=90^\circ$, respectivamente. Obsérvese que este resultado coincide con el obtenido en el capítulo anterior Fig.5.13(b). La curva B exhibe valores picos más bajos que la curva A siendo $\mathcal{V}_0^B=0,85$ para la imagen directa en $\beta^B_3=84^\circ$ y $\mathcal{V}_0^B=0,83$ para la imagen inversa en $\beta^B_1=68,4^\circ$. Notar que $\Delta\beta^B=\beta^B_3-\beta^B_1=15,4^\circ$ es menor que $\Delta\beta^A=\beta^A_3-\beta^A_1=24^\circ$. Recordar que $\Delta\beta$ es el ángulo entre los ejes de las elipses (ver Fig.6.5).

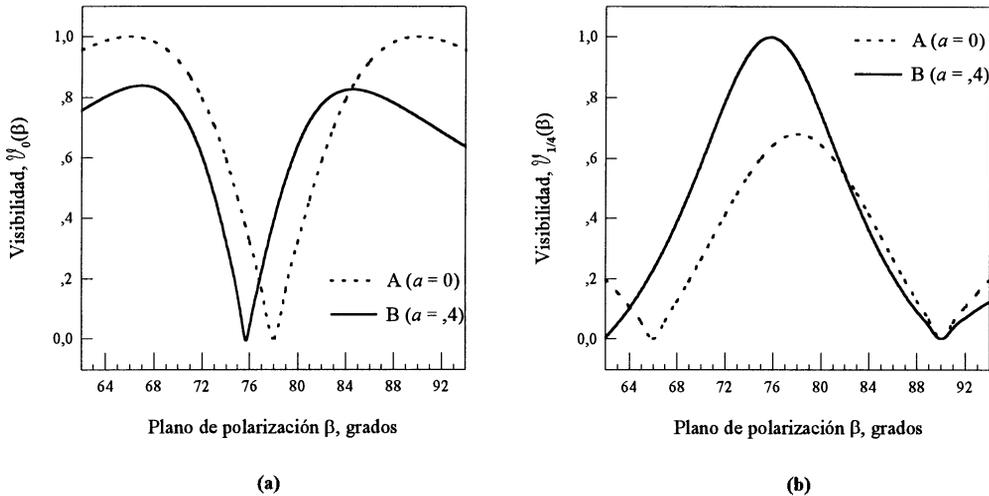


Figura 6.6: Curvas de visibilidad teóricas obtenidas cuando hay (curvas A) y no hay (curvas B) una iluminación de fondo en la entrada. En planos: (a) $z=nz_T$ y $z=(n+1/4)z_T$.

En la Fig.6.6(b) el valor óptimo, $\mathcal{V}_{1/4}^B=1$, en el ángulo $\beta^B_2=76^\circ$ se obtiene para la curva B mientras que el valor del pico para la curva A en $\beta^A_2=79^\circ$ solo alcanza una visibilidad $\mathcal{V}_{1/4}^A=0,58$. Nótese que un particular nivel de iluminación de fondo puede siempre encontrarse para el cual el pico de visibilidad alcanza el valor de uno.

Es evidente que los valores de los picos de visibilidad que corresponden al caso A no coinciden con los valores respectivos del caso B. Además, en la Fig.6.6(b) el valor pico de visibilidad se obtiene en el caso B mientras que la situación es inversa en la Fig.6.6(a).

6.3.3 Resultados Experimentales

Considérese el esquema de la Fig.5.1, en el cuál se remueve la lente L_3 . Una transparencia O con la propiedad de formar autoimágenes es iluminada por la fuente extensa de luz blanca S mediante la lente condensadora L_1 . Se coloca además un filtro de longitud de onda $(333\pm 5)\text{nm}$. La lente L_2 forma en el cristal fotorrefractivo, una imagen de aumento unitario de dicha transparencia. Se ha logrado así el registro de la transparencia O (en éste caso, una red de Ronchi de período $d=4\text{líneas/mm}$) en términos de la modulación producida por ella en la birrefringencia, como se explicó en detalle en los capítulos previos. La etapa de lectura se realiza con luz coherente. Para ello se utiliza un láser de He-Ne de longitud de onda 633nm , cuyo haz colimado y linealmente polarizado por P_1 incide sobre el cristal. Esencialmente se ha convertido una entrada incoherente en una salida coherente en un proceso en tiempo real. Entonces, dadas las propiedades de replicarse longitudinalmente la transparencia O, se generan autoimágenes de ella cuando el haz de lectura se difracta en el cristal.

En la situación inicial $V=0$, el sistema se encuentra en extinción para la etapa de lectura. Es decir, la orientación del polarizador lineal P_2 es tal que bloquea exactamente la luz polarizada del láser, transmitida por el cristal. En éste caso, el plano de polarización de la luz es rotado solamente debido a la actividad óptica del cristal.

Cuando $V\neq 0$, la luz que emerge del cristal esta elípticamente polarizada y la propagación libre de la misma sintetiza a la distancia nz_T ($n=0,1,2,\dots$), la réplica de la imagen registrada en variaciones de birrefringencia. Así mismo, a la distancia $(n+1/4)z_T$ la distribución es uniforme, mientras que a la distancia $(n+1/2)z_T$ se invierte el contraste^[6,12].

Dada la naturaleza de la reconstrucción en la etapa de lectura (se propaga luz elípticamente polarizada), el control del contraste de la luz transmitida por el cristal puede realizarse mediante la rotación del analizador P_2 . Así por ejemplo, en el plano $z_T/4$

que corresponde a una distribución uniforme puede recuperarse un determinado contraste asociado a la red de Ronchi si se cambia la orientación del polarizador P_2 .

La Fig. 6.7, muestra las imágenes y los perfiles de distribución de intensidad de los patrones de Fresnel (de la red de Ronchi de 4 líneas/mm utilizada), para diferentes distancias z , en dos condiciones experimentales diferentes:

- En la parte (a) de la Fig.6.7 no fue utilizado el conversor incoherente a coherente. Representa la forma convencional del fenómeno de autoimágenes: una onda plana de alta coherencia se difracta por la red y los patrones de Fresnel se obtuvieron a distancias (de izquierda a derecha): $z_T/2$, $3z_T/4$ y z_T .
- En la Fig.6.7(b) se utilizó el conversor incoherente a coherente y las distancias z fueron medidas desde el plano del cristal. El polarizador P_2 fue orientado en un ángulo fijo $\beta_1 = \rho L_z$ respecto del eje x (en el sistema de coordenadas del laboratorio) y los patrones de Fresnel se obtuvieron a distancias z_T , $5z_T/4$ y $3z_T/2$, respectivamente.

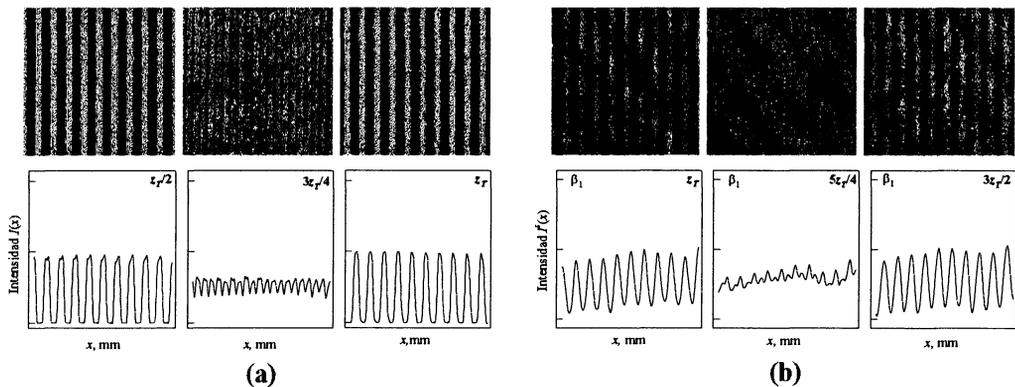


Figura 6.7: Imágenes de los patrones de Fresnel y los respectivos perfiles de intensidad obtenidos por: (a) La disposición convencional del fenómeno de autoimágenes; (b) El conversor incoherente a coherente estudiado.

En el proceso de lectura de la red de Ronchi registrada en el conversor incoherente-coherente, mediante la rotación del analizador, se puede variar el contraste a la salida en un plano z fijo. En la Fig.6.8 se presenta el resultado para las tres posiciones destacadas del plano de polarización del analizador: β_1 , β_2 y β_3 . en los planos: (a) z_T y (b) $5z_T/4$.

Comparando las imágenes de las Figs.6.7 y 6.8 se puede ver que un dado desplazamiento longitudinal podría ser aproximado a rotar el analizador un cierto ángulo β en un plano fijo.

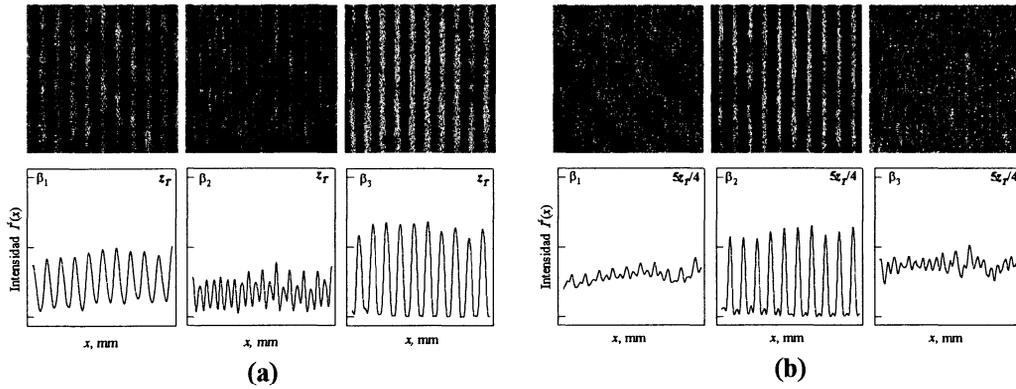


Figura 6.8: Imágenes de la variación del contraste de los patrones de Fresnel y los respectivos perfiles de intensidad obtenidos por rotación del polarizador P_2 en los planos: (a) $z_T \sim 200\text{mm}$ y (b) $5z_T/4 \sim 250\text{mm}$.

La secuencia de la Fig.6.8, obtenida para β_1 , β_2 y β_3 en un z fijo, podría ser equivalente a obtener tres registros separados uno de otro una distancia $z_T/4$, por ejemplo en planos: $5z_T/4$, z_T y $7z_T/4$ del sistema convencional formador de autoimágenes.

Las imágenes de la Fig.6.9 muestran las distribuciones de intensidad obtenidas en diferentes planos: (a) $z=z_T \sim 200\text{mm}$, (b) $z=z_T+dz \sim 235\text{mm}$; (c) $z=5z_T/4 \sim 250\text{mm}$. Se representan los valores de visibilidad experimentales pertenecientes a las imágenes localizadas a la izquierda del gráfico.

Para obtener las imágenes de las autoimágenes en cada plano z , el polarizador P_2 se colocó en ocho posiciones angulares. Iniciando en $\beta = \rho L_z = 66^\circ$ (Imagen (1)) el analizador fue rotado 4° cada vez para llegar a la posición siguiente, de forma tal que el ángulo final fue $\beta = 94^\circ$.

Las curvas de la Fig.6.9(a) y (c) deben compararse con las curvas B de la Fig.6.6(a) y (b), respectivamente. Una buena concordancia se observa entre ellas. No obstante, debido a la dimensión finita del cristal ($L_x = 10\text{mm}$), los armónicos superiores difractados en el proceso de lectura, gradualmente dejan de contribuir a lo largo de la dirección de

propagación, degradando así la síntesis de las autoimágenes más alejadas del cristal. Este hecho disminuye la calidad de las imágenes exhibidas a la salida y modifica los valores de visibilidad. Los resultados experimentales de la Fig.6.9(b) fueron obtenidos en un plano arbitrario entre $z=z_T$ y $z=z_T+z_T/4$ para los cuales no se computó la curva de visibilidad teórica.

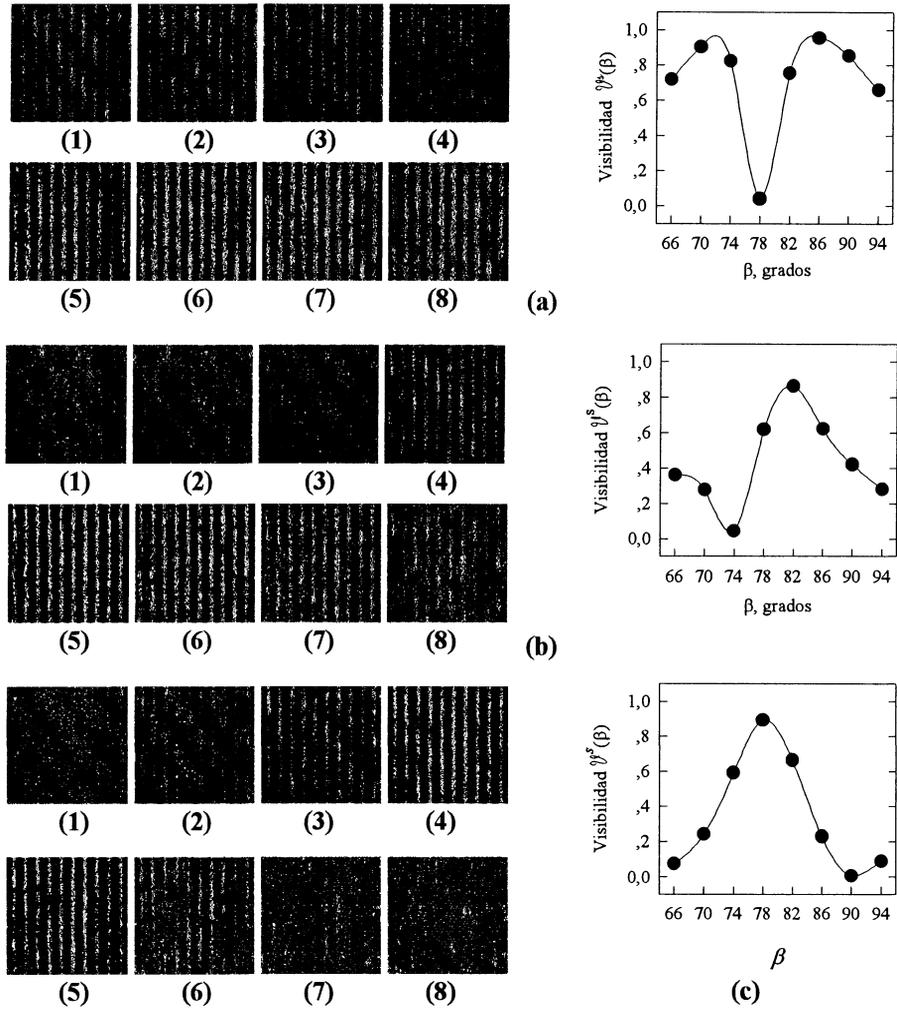


Figura 6.9: Secuencia de imágenes obtenidas por rotación del polarizador P_2 para ocho valores de β en los planos (a) $z_T \sim 200\text{mm}$, (b) $z_T + dz \sim 235\text{mm}$ y (c) $5z_T/4 \sim 250\text{mm}$ y las visibilidades respectivas. Las franjas inclinadas que aparecen en cada imagen son artilugios que pueden ser ignorados.

El tiempo de respuesta experimental del cristal, el cual depende de la inversa de la intensidad de entrada^[6,13], fue del orden de 100ms.

Como fue detallado en las secciones anteriores, el contraste de las autoimágenes obtenidas en un proceso de conversión incoherente-coherente se puede controlar rotando el analizador. Por ejemplo, cambiando el ángulo β desde β_1 a β_3 en $z=z_T$, una autoimagen negativa se torna en una imagen de contraste directo, lo que es equivalente a un desplazamiento lateral de medio periodo.

Para ilustrar esta aproximación, se presentan en la próxima sección, algunas aplicaciones simples utilizando un interferómetro Talbot en el que se emplea el conversor estudiado.

6.4 Interferómetro Talbot Fotorrefractivo. Aplicaciones^[6.28-6.30]

El fenómeno de autoimágenes contribuyó al desarrollo de un nuevo tipo de interferómetro^[6.1,6.17], útil para analizar distribuciones de fase generadas por elementos ópticos (espejos ó lentes) y objetos transparentes ó reflectantes *-interferómetro Talbot*.

Se trata de un sistema óptico compuesto por dos redes binarias de amplitud, colocadas a lo largo de la dirección de iluminación. En general, sus frecuencias espaciales del orden de algunas líneas por milímetro, pueden ser ó nó iguales.

La segunda red, R_2 , se coloca en el campo de difracción de Fresnel de la primera R_1 . En esta configuración, llamada de Fresnel, el plano de observación está colocado en la región de difracción de Fresnel de ambas estructuras periódicas.

Una onda esférica ó plana proveniente de una fuente S espacialmente coherente ilumina las dos redes de difracción binarias. La distribución de intensidad en la región de Fresnel de la red R_2 esta influenciada simultáneamente por el fenómeno de autoimagen de las dos redes y por la frecuencia de batido por ellas generada que a su vez depende de la inclinación relativa entre R_1 y R_2 . El patrón de franjas generado que corresponde a la superposición de dos redes de período similar, se denomina la figura de moiré.

Cuando el haz de iluminación es desviado por el elemento óptico a testear o cuando se inserta un objeto de fase, los órdenes de difracción de la primera red producen distorsión de las autoimágenes de la red. Dependiendo de la orientación de la segunda

red relativa a la primera, esto es, si las franjas de las dos redes son ó no mutuamente paralelas, y de la relación de sus períodos, se puede obtener información relativa de la primera o segunda derivadas de la distribución de fase del objeto testeado^[6.1]. Así se pueden determinar derivadas laterales y radiales^[6.18], índices de refracción^[6.19], espesores^[6.20], curvaturas y distancias focales de lentes^[6.21,6.22], interfaces líquido/gas^[6.23,6.24], entre otras aplicaciones. Puede decirse que las técnicas de moiré son una real alternativa, en cierto rango de trabajo, frente a técnicas de interferometría y holografía^[6.25].

El efecto Talbot es útil para el análisis de objetos de fase en base a los cambios producidos en la figura de moiré que se origina entre la autoimagen de una red (que cruza el objeto de fase) y una red de referencia^[6.26]. De esta manera, se obtiene un interferómetro Talbot y se han propuesto diferentes arreglos para implementarlo^[6.13,6.27].

A continuación se presenta la implementación de un interferómetro Talbot utilizando el conversor incoherente a coherente y se discuten las propuestas para mejorar su desempeño y superar ciertas limitaciones.

6.4.1 Montaje Experimental

Aquí, se utilizará el control del contraste de las autoimágenes binarias replicadas mediante el conversor con el fin de a implementar tal interferómetro. Se emplearon dos redes binarias de amplitud - redes de Ronchi- de igual frecuencia, 4 lín/mm. La primera red en esta versión del interferómetro es la autoimagen de la red leída en el cristal. No se trata de un elemento físico, como en los sistemas habituales^[6.13]. La innovación del montaje experimental se halla, precisamente, en la utilización del conversor óptico para la transformación de un objeto físico R_1 , iluminado con luz incoherente, en la réplica coherente, R'_1 , que se utiliza como una de las redes en las experiencias de interferometría y el poder gobernar así el contraste a la salida.

Considérese el esquema experimental de la Fig.6.10 (una ligera variante del esquema descrito en el Capítulo anterior y representado en la Fig. 5.1). Se puede observar que la transparencia con la red de Ronchi R_2 se localiza a la distancia $z_T/2$ de una autoimagen

positiva obtenida cuando se lee la red R'_1 almacenada en el cristal. Ambas redes son idénticas. En este caso, se forma una autoimagen negativa de R'_1 en el plano de R_2 y no se transmitirá luz más allá de R_2 , si se alinean verticalmente ambas redes. En esta situación, se producirá en la salida un patrón de campo oscuro uniforme.

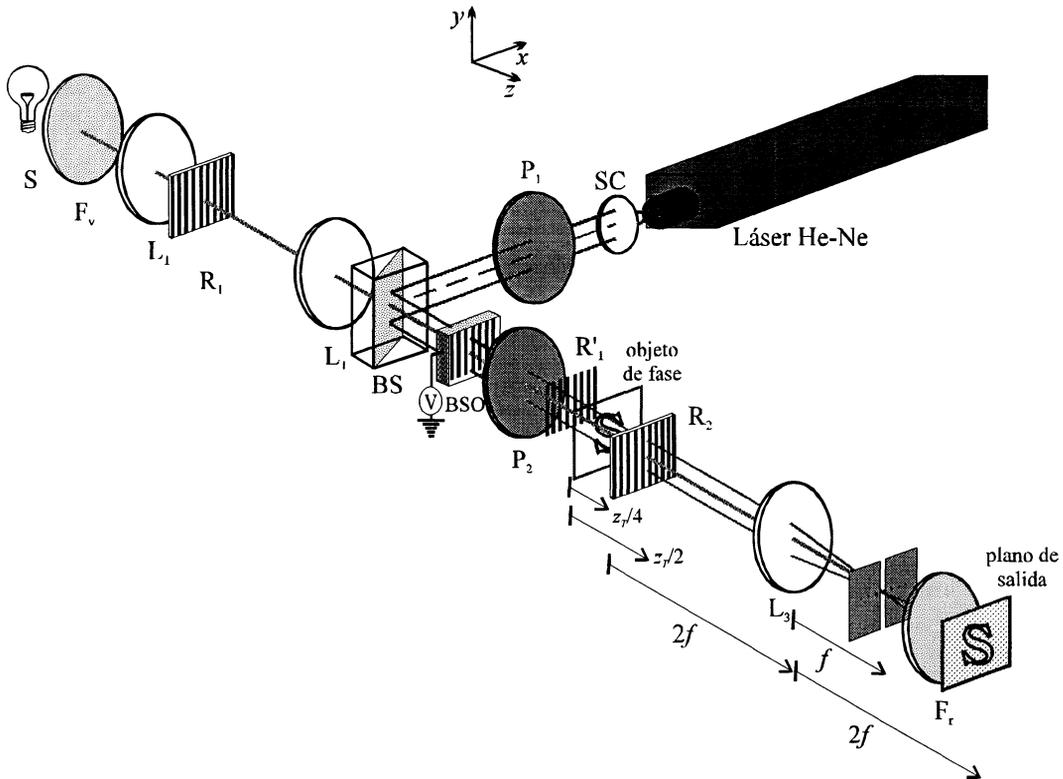


Figura 6.10: Montaje experimental del conversor incoherente-coherente utilizado para la implementación del interferómetro Talbot.

Se introduce ahora un objeto de fase y se posiciona a una distancia $z_T/4$ de la autoimagen positiva de R'_1 . Los cambios de fase generados por el objeto producirán un corrimiento lateral (en el plano de R_2) en la autoimagen de contraste inverso de R'_1 , y la red R_2 no puede bloquear toda la luz que va hacia el plano de salida.

Como fue detallado en la sección 6.3, el contraste de las autoimágenes obtenidas en el proceso de conversión incoherente a coherente se controla rotando el polarizador P_2 . Por ejemplo, cambiando el ángulo de β_1 a β_3 , una autoimagen negativa se vuelve una imagen de contraste directo, lo cual es equivalente a un desplazamiento lateral de medio período. Como consecuencia, en el plano de salida se produce un cambio de la condición de campo oscuro a campo brillante. La selección de un fondo brillante ú oscuro por simple

rotación del polarizador^[6.28,6.29], lo cual puede ser muy útil en determinadas aplicaciones, difiere de la implementación clásica, donde es necesario un desplazamiento lateral de la red de referencia^[6.27]. Si fuesen necesarias imágenes nítidas de objetos, la opción de fondo brillante es aconsejable. Si en cambio se pretenden detectar estructuras tenues de fase, un campo oscuro tiene ventajas evidentes.

6.4.2 Detección de Objetos de Fase

Para la detección de objetos de fase fueron registrados varios caracteres alfabéticos en una película fotográfica, para su posterior blanqueo. Volviendo a la Fig.6.10, la lente L_3 se coloca de forma tal que conjugue con magnificación unitaria el plano del objeto de fase con el plano de salida. Se utilizó un filtro espacial para eliminar las estructuras de las redes, localizando una ranura angosta en el plano de Fourier, de modo de seleccionar sólo uno de los órdenes de difracción de aquellas. En estas condiciones es posible realizar algunas operaciones de procesamiento óptico.

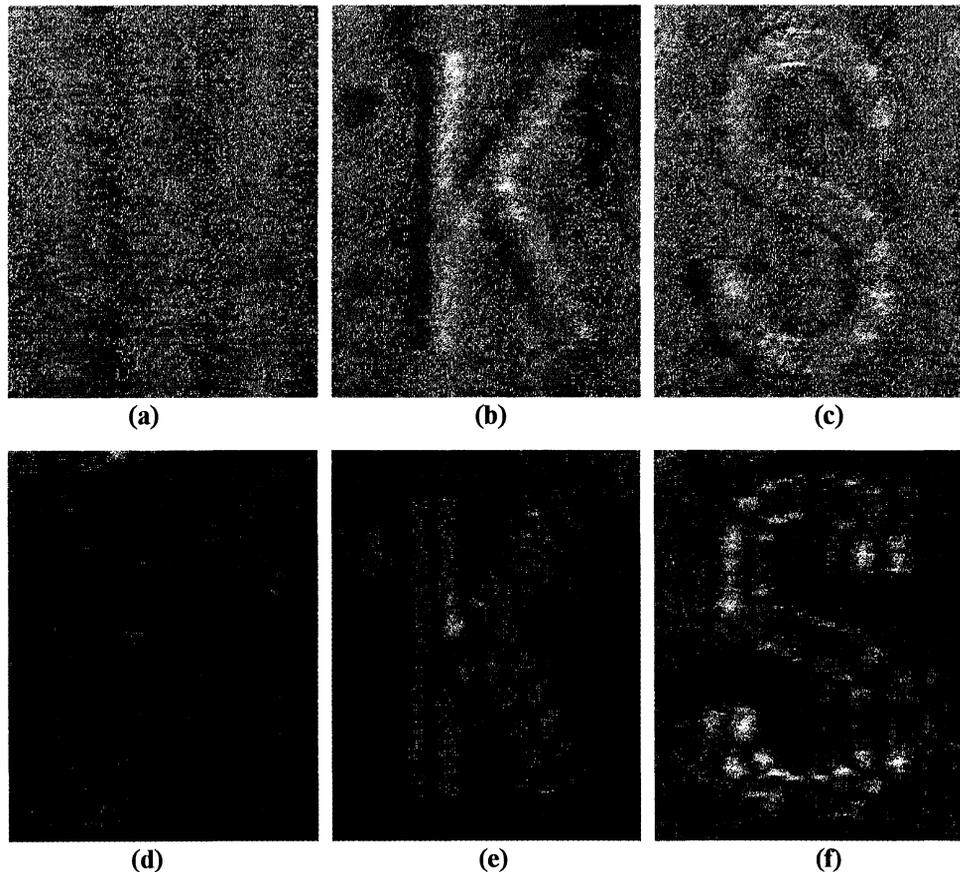


Figura 6.11: Detección de objetos de fase en fondo brillante u oscuro.

La Fig.6.11 muestra los resultados experimentales en el plano de salida. En la Fig.6.11(a) se presenta el campo brillante a la salida el cual corresponde al ángulo $\beta=\beta_1$. Al rotar el polarizador P_1 hasta $\beta=\beta_3$, se obtiene la condición de campo oscuro, como se muestra en la Fig.6.11(d). Cuando una transparencia de fase (una imagen blanqueada del caracter "K" ó del "S") se introduce en el sistema, se muestra uno ú otro con campo brillante ($\beta=\beta_1$) en las Figs.6.11(b) y (c) ó con campo oscuro ($\beta=\beta_3$) en las Figs.6.11(e) y (f).

6.4.3 Sintonización del Contraste de Franjas de Moiré

Como fue mencionado antes, los patrones de moiré se originan entre la autoimagen de la red R_1 , leída coherentemente en el conversor, y una red de referencia R_2 de similar período. Si las franjas de la autoimagen de R_1 se orientan verticalmente y el plano de la red R_2 se rota ángulo θ respecto a la orientación de la primera, el espaciamento W de las franjas de moiré producido por las dos redes del mismo período d , esta dado por^[6.26]:

$$= \frac{d}{2 \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (6.4-1)$$

donde θ es pequeño. De este modo, una rotación de R_2 en relación a la vertical permite seleccionar un patrón de moiré con $W \gg d$, lo que facilita su visualización.

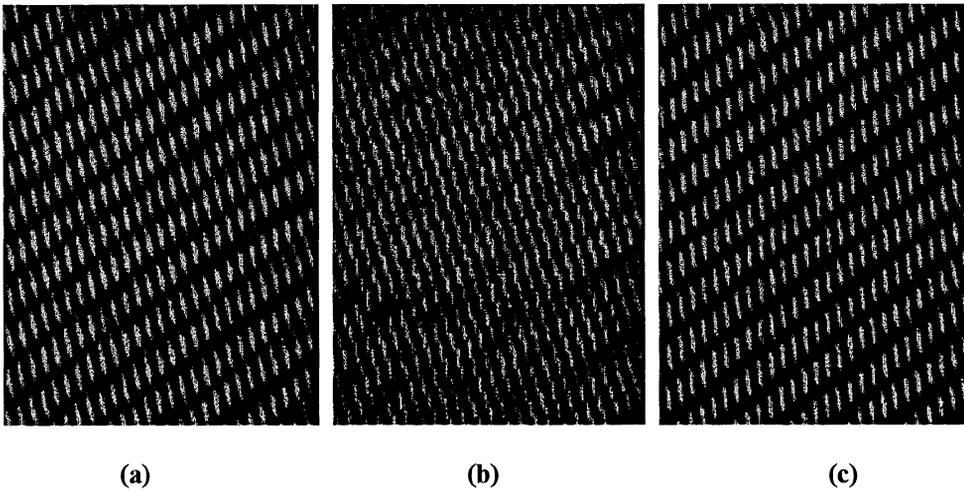


Figura 6.12: (a) patrón de moiré; (b) supresión del patrón de moiré y (c) corrimiento de franjas de moiré de medio periodo respecto de (a) para las posiciones β_1 , β_2 y β_3 respectivamente.

Además, en este caso, así como el contraste de la autoimagen puede ser fácilmente controlado por el polarizador P_2 , el contraste de las mismas franjas de moiré puede ser alterado^[6.30]. Esta posibilidad se muestra en la Fig.6.12 donde la red de referencia está a una distancia $z_7/2$ de un plano de autoimagen de R'_1 . En el caso de la Fig.6.12(a) el plano del polarizador P_2 se coloca en $\beta=\beta_1$. En la Fig.6.12(b) se rotó a $\beta=\beta_2$, y se presenta entonces la distribución uniforme en la autoimagen. Como consecuencia, también el moiré desaparece. Finalmente, en la Fig.6.12(c) el contraste de la autoimagen se invierte respecto al caso de la Fig.6.12(a), al fijar $\beta=\beta_3$ y el contraste del patrón de moiré cambia en concordancia.

6.4.4 Detección de Variaciones de Birrefringencia

Otra aplicación puede ser considerada, aprovechando la sensibilidad del convertidor óptico a variaciones de birrefringencia. Entonces, si se coloca una lámina birrefringente entre la autoimagen de R'_1 y la red R_2 , producirá cambios de fase que modificarán localmente las franjas de moiré generadas por las redes. En la Fig.6.13 se detectan la presencia de (a) un fragmento de lámina polaroide y (b) una porción de lámina retardadora por observación del desplazamiento lateral de las franjas de moiré en ambas imágenes. El corrimiento de las franjas es proporcional en una aproximación de primer orden a ambos, el espesor de la lámina y su birrefringencia (diferencia entre los índices ordinario y extraordinario).

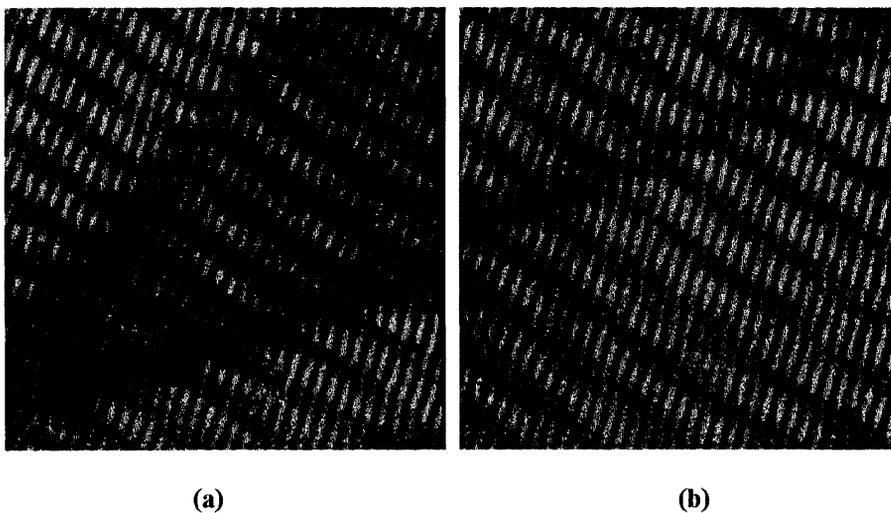


Figura 6.13: (a) Detección de una porción de polaroide como un corrimiento de las franjas de moiré, (b) Lo mismo que en (a) para una lámina birrefringente.

Las imágenes en las Figs.6.12 y 6.13 se obtuvieron en un plano localizado a una distancia $z_T/2$ desde la red R_2 , removiendo previamente la lente L, ya que en estos caso no es necesaria.

6.5 Conclusiones

Se propuso un arreglo experimental novedoso para originar autoimágenes bajo propagación libre . Se trabajo en base a un conversor óptico fotorrefractivo, el cual tiene la ventaja potencial de recibir la entrada desde una presentación incoherente. En este caso en que la entrada consistió en una red de Ronchi sobre una iluminación de fondo, la birrefringencia producida en el cristal genera dos estados de polarización diferentes en la luz de lectura. Se demostró que el contraste de las autoimágenes puede controlarse colocando apropiadamente en la salida, un polarizador lineal utilizado en la etapa de lectura. En los planos $z=nz_T/2$ al rotar el polarizador, se obtienen autoimágenes de contraste directo e inverso así como intensidad de salida uniforme. En los planos $z=(2n+1)z_T/4$, dos posiciones del polarizador producen intensidades de salida uniforme; también es posible encontrar un ángulo para el cual se obtiene una réplica de la entrada.

Se recalca que para optimizar las distribuciones mencionadas es necesario alcanzar una elipticidad similar para ambos estados de polarización asociados con la birrefringencia inducida. Estas condiciones se cumplen ajustando el voltaje aplicado a un valor óptimo de trabajo^[6.15], que depende fuertemente del espesor del cristal como se demostró en el Capítulo anterior. Por ejemplo, si se emplea un cristal de 1mm, para convertir autoimágenes de contraste inverso a directo, por rotación del polarizador, es necesario un voltaje muy alto (más de 25kV/cm) lo cual experimentalmente no es posible. Por otro lado, un cristal muy grueso (más de 10mm) requeriría un voltaje de trabajo muy bajo (cerca de 1kV/cm) pero la resolución necesaria del sistema para codificar la red de entrada podría afectarse severamente. Entonces, un buen término medio fue utilizar un cristal de 3mm.

Generalmente, un nivel de iluminación de fondo es una condición experimental inevitable. Esta fue la razón para incluirla como un parámetro significativo en la discusión de este experimento. Además, su presencia sugiere que puede ser usada para

mejorar la visibilidad a la salida, como se puede observar en la Fig.6.6(b). Este comportamiento podría ser utilizado para mejorar la razón señal-ruido en la salida respecto a la entrada. En la condición experimental real de este trabajo su valor fue del orden de $0,4I_0=0,4\text{mW/cm}^2$.

Se demostró que con el conversor propuesto^[6.28], si se introduce una red de referencia de similar período al de la red registrada, el sistema puede ser usado para detectar transparencias de fase o láminas birrefringentes. Nótese que tiene la ventaja de recibir la entrada desde un dispositivo incoherente sin necesidad de la presencia física de la transparencia de entrada. Además, el contraste de la salida en todas las aplicaciones descritas, puede ser fácilmente controlado rotando el analizador.

Debe mencionarse que debido a sus importantes aplicaciones^[6.1,6.13,6.31,6.32], se particularizó el trabajo con autoimágenes de una red de Ronchi. Podría también utilizarse el conversor en otras entradas, objetos de Montgomery, que exhiben el efecto Talbot.

6.6 Bibliografía

- [6.1] K. Patorski, *The self-imaging phenomenon and its applications*, en *Progress in Optics*, XXVII, (Ed. E. Wolf), North-Holland, Amsterdam (1989).
- [6.2] W. D. Montgomery, *Self-imaging objects of infinite aperture*, J. Opt. Soc. Am. **57**, 772-778 (1967).
- [6.3] R. F. Edgar, *The Fresnel diffraction image of periodic structures*, Optica Acta **16**, 281 (1969).
- [6.4] J. T. Winthrop and C. R. Worthington, *Theory of Fresnel images. I. Plane periodic objects in monochromatic light*, J. Opt. Soc. Am. **55**, 373-381 (1965).
- [6.5] P. Günter and J. P. Huignard Eds. "Photorefractive Materials and Their Applications II: Topics in Applied Physics", Vol **62**, Springer Verlag, Berlin, (1988).
- [6.6] M. del C. Lasprilla A., A. A. Amorim, M. Tebaldi and N. Bolognini, *Self-imaging through incoherent to coherent conversion*, Opt. Eng. **35**, 1440-1445 (1996).

- [6.7] M. del C. Lasprilla A., M. Tebaldi and N. Bolognini, *Polarization sensitive readout of self-images*, Enviado a Opt. Eng.
- [6.8] M. Born and E. Wolf, "Principles of Optics", Pergamon, Press, (1965).
- [6.9] J. W. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", McGraw-Hill Book Comp., (1968).
- [6.10] J. C. B. Hervás, Tesis Doctoral, "Autoimágenes con luz espacialmente coherente e incoherente. Aplicaciones al procesado óptico de información", Universidad de Valencia, (1992).
- [6.11] M. Nazarathy and J. Shamir, *Fourier optics described by operator algebra*, J. Opt. Soc. Am. **70**, 150-159 (1980).
- [6.12] R. Józwicki, *Transformation of reference spheres by an aberration free and infinitely large optical system in the Fresnel approximation*, Optica Acta **29**, 1383-1393 (1982).
- [6.13] J. Ibarra, J. Ojeda Castañeda, *Talbot interferometry: a new geometry*, Opt. Comm. **96**, 294-301 (1993).
- [6.14] L. Liu, X. Liu, *Opto-optical switching using field enhancing effect in $Bi_{12}SiO_{20}$* , J. Appl. Phys. **72**, 337-343 (1992).
- [6.15] M. del C. Lasprilla, M. Tebaldi and N. Bolognini, *Transmitted polarization states in a readout birefringence encoded binary images in a BSO*, (en redacción).
- [6.16] A. A. Amorim, M. C. Lasprilla A., M. Tebaldi and N. Bolognini, *Study of the self-images formation through incoherent register in photorefractive materials*, SPIE **2730** 427-433 (1996).
- [6.17] S. Yokozeki and T. Susuki, *Shearing Interferometer using the grating as the beam splitter*, Appl. Opt. **10**, 1575-1580 (1971).
- [6.18] D. E. Silva, *Talbot interferometer for Radial and Lateral Derivatives*, Appl. Opt. **11**, 2613-2624 (1972).

- [6.19] J. C. Bhattacharya, *Measurement of the refractive index using the Talbot effect*, Appl. Opt. **28**, 2600-2604 (1989).
- [6.20] J. R. Leger and M. A. Snyder, *Real time depth measurement and display using Fresnel diffraction and white-light processing*, Appl. Opt. **23**, 1655-1670 (1984).
- [6.21] L. M. Bernardo and O. D. D. Soares, *Evaluation of the focal distance of a lens by Talbot interferometry*, Appl. Opt. **27**, 296-301 (1988).
- [6.22] V. S. Kuppaswamy, P. K. Mahendra and S. S. Rajpal, *Talbot interferometry in noncollimated illumination for curvature and focal length measurements*, Appl. Opt. **31**, 75-79 (1992).
- [6.23] A. M. Andreyev, V. M. Ginzburg and N. M. Ramishvili, *The use of the Talbot effect in dynamic measurements of deformed liquid/gas interface surface shape*, Opt. Comm. **73**, 429-433 (1989).
- [6.24] L. M. Bourimborde, A. O. Tonso, C. M. V. Colautti and E. E. Sicre, *Real-time measurement of the meniscus shape using the Talbot effect*, Opt. Comm. **102**, 397-401 (1993).
- [6.25] O. Kafri and I. Glatt, "The physics of moiré metrology", John Wiley & Sons, N. York (1990).
- [6.26] Y. Nakano and K. Murata, *Measurements of phase objects using the Talbot effect and moiré techniques*, App. Opt. **23**, 2296-2299 (1984).
- [6.27] E. Tepichin, J. Ojeda Castañeda, *Talbot interterometer with simultaneous dark and bright field*, App. Opt. **28**, 1517-1520 (1989).
- [6.28] A. A. Amorim, M. del C. Lasprilla, M. Tebaldi and N. Bolognini, *Photorefractive implementation of the Talbot effect and applications*, Journal of Optics (India) **24**, 133-142 (1995).
- [6.29] N. Bolognini, M. C. Lasprilla, M. Tebaldi, A. Agra Amorim, L.M. Bernardo, *Birrefringence encoding of periodic transparencies with a BSO cristal and self-imaging applications*, "International Conference on Optics and Information -6th

Topical Meeting of the European Optical Society", 23-26 de Octubre de 1995, Mulhouse, Francia.

- [6.30] M. Tebaldi, M. C. Lasprilla y N. Bolognini, *Formación y procesamiento de autoimágenes mediante registros fotorrefractivos*, en prensa Anales AFA'94 6.
- [6.31] H. Kaijun, J. Jahns and A. W. Lohmann, *Talbot interferometry with a vibrating phase object*, Opt. Comm. **45**, 295-300 (1983).
- [6.32] H.J. Rabal, W.D. Furlan and E.E. Sicre, *Talbot interferometry with anisotropic gratings*, Opt. Com. **57**, 81-83 (1986).

Capítulo 7

Filtrado Espacial en Cristales BSO

- 7.1 *Introducción*
 - 7.2 *Procesamiento óptico en cristales fotorrefractivos por mezclado de ondas*
 - 7.3 *Filtrado espacial por modulación de la birrefringencia*
 - 7.4 *Comparación de técnicas experimentales: Filtrado espacial basado en transformadas de Fourier fraccionarias*
 - 7.5 *Implementación de un correlador óptico Vander Lugt*
 - 7.6 *Bibliografía*
-

7. Filtrado Espacial en Cristales BSO

En este Capítulo se propone una técnica no-holográfica que emplea las propiedades electro-ópticas y de fotoconductividad del cristal BSO ya discutidas, para realizar operaciones de filtrado óptico. El proceso de registro-lectura lo realiza un único haz luminoso. En correspondencia con la intensidad luminosa recibida por el cristal se induce en él birrefringencia local. El filtrado propuesto se basa en la reducción del valor de la birrefringencia inducida en las pequeñas regiones fuertemente iluminadas por los órdenes de difracción. De esta forma se implementa un filtro activo que permite controlar el contenido espectral espacial que sintetiza la imagen. Se realiza también la inhibición de una imagen de entrada por comparación espectral y la recuperación de imágenes desenfocadas. Un arreglo de polarizadores así como una iluminación uniforme del plano de Fourier se emplean como parámetros de control. En los cálculos numéricos se utiliza el modelo físico ya desarrollado y se presentan resultados experimentales.

Para comparar el filtrado holográfico convencional con el filtrado propuesto, se presentan los resultados de aplicar estas dos técnicas cuando en el cristal se proyecta la transformada de Fourier fraccionaria de un objeto. Surge así otro parámetro de control dado por el orden fraccionario para obtener un determinado efecto de filtrado en la imagen de salida.

Finalmente, se realiza un filtro holográfico por transmisión en el volumen del cristal para implementar un correlador óptico. Se utiliza la configuración de Vander Lugt, en la cual se emplean longitudes de onda diferentes, para el registro y la lectura. El

arreglo exige la igualación de escala de las transformadas de Fourier y se comprueba experimentalmente una notable discriminación en los picos de correlación.

7.1 Introducción

El filtrado espacial es un proceso ampliamente usado en el cual la manipulación de las frecuencias espaciales de un objeto en el plano de Fourier brinda una imagen de salida modificada respecto a la de entrada. El filtrado espacial se remonta a 1873, cuando Ernest Abbe reportó un experimento luego continuado por Porter, en el cual el filtrado se realiza introduciendo una máscara adecuada en el plano de Fourier^[7.1]. Este concepto fue la base de numerosos trabajos en las últimas décadas^[7.2], sin embargo, no es muy apropiado para aplicación en tiempo real.

Por otro lado, el mezclado de ondas en materiales fotorrefractivos ha abierto el camino para la implementación de técnicas de procesamiento de imágenes. En particular debido a su habilidad para almacenar distribuciones de intensidad como modulación de índice de refracción sin procesos químicos de revelado. En este sentido han sido propuestas operaciones en tiempo real de filtrado espacial^[7.3-7.8] y reconocimiento de formas^[7.9-7.12]. Estas operaciones se basan en métodos holográficos que utilizan amplificación óptica^[7.6,7.7] ó control de la eficiencia de difracción en términos de la intensidad relativa de los haces^[7.3,7.4].

Aquí, se propone un método no-holográfico que emplea las propiedades electro-ópticas y de fotoconductividad de un cristal BSO para realizar operaciones de filtrado óptico. Si la distribución de intensidad recibida por el cristal es la transformada de Fourier de una imagen de entrada, la operación de filtrado modifica el espectro y una segunda transformación sintetiza la imagen filtrada a la salida. Este procedimiento permite comparar dos imágenes de entrada por la superposición incoherente de sus espectros espaciales, en el plano del cristal. En el caso que sean idénticas, ellas son fuertemente inhibidas en el plano de salida. Es posible también recuperar una imagen filtrada en planos severamente desenfocados. En suma, se propone un procesador en tiempo real basado en la modulación de la birrefringencia para realizar filtrado óptico.

Como extensión de este análisis, se han registrado distribuciones que contienen información espacial y espectral de una imagen, transformada de Fourier fraccionaria, para comparar el filtrado no-holográfico propuesto con el holográfico.

La correlación óptica es una operación muy importante en el procesamiento de imágenes. En años recientes, el uso de cristales fotorrefractivos para sintetizar filtros espaciales de gran capacidad han jugado un papel decisivo en el desarrollo de correladores en tiempo real^[7.11,7.12,17.4-7.17] en configuración transformada conjunta ("joint transform"). Por último, se implementa un correlador por mezclado de ondas en configuración de Vander Lugt y se enfatizan las ventajas de este correlador clásico, escasamente empleado en medios fotorrefractivos.

En la próxima sección se hace una breve revisión de la holografía en medios fotorrefractivos por mezclado de ondas, el filtrado espacial y la correlación óptica.

7.2 Procesamiento Óptico en Cristales Fotorrefractivos por Mezclado de Ondas

7.2.1 Holografía con Cristales Fotorrefractivos

Los cristales fotorrefractivos son muy apropiados para el registro en tiempo real del campo de interferencia debido a un frente de onda objeto que contiene información y un haz de referencia plano (holograma de volumen). La discusión de la sección 4.3 contiene las características de tales hologramas de volumen. La distribución de intensidad dentro del medio de registro esta dado por^[7.8]:

$$\begin{aligned} I(\mathbf{r}) &= |S + R|^2 \\ &= S_0^2 + R_0^2 + S \cdot R^* + S^* \cdot R \quad \text{con } S = \text{Re}\left\{S_0(\mathbf{r})e^{i(wt-kz+\varphi_S(\mathbf{r}))}\right\} \end{aligned} \quad (7.3-1)$$

donde $S_0(\mathbf{r})$ y $\varphi_S(\mathbf{r})$ son la amplitud y la fase respectivas del frente de onda objeto propagándose en la dirección $+z$. R es el haz de referencia (onda plana fuera de eje) cuya amplitud es R_0 y w es la frecuencia angular óptica de los haces de registro. (Los valores $I_S=S_0^2$ e $I_R=R_0^2$ se corresponden con las intensidades I_1 e I_2 de la sección 4.3.1).

La reconstrucción del haz objeto puede hacerse de dos formas^[7.9]:

- Iluminando el holograma con el mismo haz de referencia, el término SR^* reconstruye la onda original S . Mezclado de dos ondas.

- Iluminando el holograma con un haz de lectura antiparalelo a R ; el término S^*R reconstruye la réplica de fase conjugada de la onda señal incidente S . Mezclado de cuatro ondas.

En contraste al registro holográfico clásico en el cual el material fotosensible (placas de haluro de plata) requiere registro, revelado y lectura del holograma, en medios fotorrefractivos cualquier cambio del objeto se registra continuamente.

La configuración de mezclado de dos ondas se deriva del registro holográfico clásico. No obstante con el uso de cristales fotorrefractivos, la lectura del holograma degrada la información debido a la relajación del campo de carga espacial por la iluminación uniforme del haz de referencia. El método más simple para efectuar lectura no destructiva es escoger una longitud de onda la cual esté fuera del rango de sensibilidad espectral del cristal.

En la configuración de mezclado de cuatro ondas, el cristal fotorrefractivo se comporta como un espejo de fase conjugada. La onda conjugada S^* corresponde a una onda propagándose en dirección $-z$, con una fase opuesta respecto a la onda incidente, y cuyo campo se expresa por^[7.81]:

$$S^* = \text{Re}\left\{S_0(\mathbf{r}) \exp\left[i\left(\omega t + kz - \varphi_s(\mathbf{r})\right)\right]\right\} \quad (7.2-2)$$

7.2.2 Filtrado Espacial Holográfico

En el registro holográfico, la imagen reconstruida es una réplica fiel de la original sólo si la intensidad del haz objeto es menor que la intensidad del haz de referencia. Si esta condición se viola, puede producirse filtrado de la imagen difractada. Estos efectos, conocidos en registros con películas fotográficas, pueden ser realizados en tiempo real por mezclado de dos ó de cuatro ondas.

Considérese un holograma en un cristal fotorrefractivo, donde una imagen $I_S(\mathbf{r})$ representa el haz objeto. La imagen en el cristal tiene una intensidad $I_S(\mathbf{r})$ (no uniforme), que varía suavemente comparada con el espaciamiento de la red. Entonces, M (ver sección 2.3.4.3) puede considerarse como una modulación local de índices^[7.4],

$$M(\mathbf{r}) = \frac{2\sqrt{I_S(\mathbf{r})I_R}}{I_S(\mathbf{r}) + I_R}. \quad (7.2-4)$$

En las regiones donde el haz objeto es más intenso que el haz de referencia, $I_S(\mathbf{r}) \gg I_R$, y $M(\mathbf{r})$ tendrá un valor mucho menor que la unidad. En las regiones de escasa intensidad del objeto, $I_S(\mathbf{r}) \ll I_R$ y $M(\mathbf{r})$ será pequeño. Sin embargo, en algún punto \mathbf{r}_0 en la región de transición entre una región luminosa y una región oscura en el objeto (borde), se tendrá $I_S(\mathbf{r}_0) = I_R$, y por lo tanto $M(\mathbf{r}_0) = 1$. Por consiguiente, en la región alrededor de \mathbf{r}_0 se produce una red local con una gran eficiencia de difracción. El haz de lectura será preferencialmente difractado por esta red y la imagen reconstruida tendrá realce de bordes. Las regiones de $I_S(\mathbf{r})$ muy brillantes y las muy oscuras son poco aptas para producir una red eficiente. Es evidente que este tipo de filtrado por realce de bordes depende de como el haz objeto este enfocado en el cristal.

Asimismo la diferencia de intensidad de las componentes de frecuencia en el espectro de Fourier, produce un acoplamiento de energía desigual en dichas frecuencias produciendo efectos de filtrado espacial ó amplificación espacial^[7.7]. diferentes, en geometrías de mezclado de dos^[7.6], cuatro^[7.3,7.4] y cinco ondas^[7.5].

7.2.3 Correlación Óptica

En general en un correlador óptico hay dos posibles configuraciones, como se muestra en la Fig.7.1; la configuración Vander Lugt^[7.1] y la configuración de transformada conjunta^[7.17]. En la configuración Vander Lugt, el holograma (filtro) registra la interferencia entre la transformada de Fourier de una imagen de entrada (referencia) y el haz de referencia; en la reconstrucción, es leído por la transformada de Fourier de la imagen objeto. En la configuración de la transformada conjunta, el holograma registra las transformadas de Fourier de la imagen de referencia y la imagen objeto.

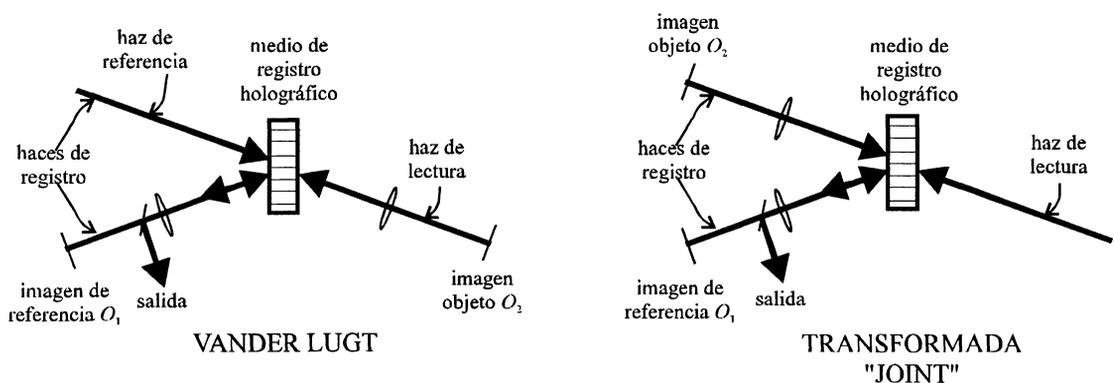


Figura 7.1: Dos configuraciones de un correlador óptico.

En su formulación matemática, estas dos configuraciones son similares y difieren en la velocidad de respuesta. En la configuración Vander Lugt, la imagen en el haz de lectura puede renovarse rápidamente debido a que este haz no es responsable de la creación del holograma, mientras que en el método de la transformada conjunta, los haces que contienen las imágenes no pueden ser cambiados más rápidamente que la velocidad permitida por el medio holográfico. Esta diferencia es importante en implementación de invariancias a rotación y/o tamaño, como se discutirá en la sección 7.5.

El correlador óptico se basa en el teorema de correlación^[7.1]:

$$O_1 \otimes O_2 = \mathfrak{F}^{-1}\{\mathfrak{F}\{O_1\}\mathfrak{F}^*\{O_2\}\}, \quad (7.2-4)$$

donde O_1 y O_2 son las imágenes bidimensionales a correlacionar, y $O_1 \otimes O_2$ la función de correlación de O_1 y O_2 , la cual esta dada por^[7.1]:

$$O_1 \otimes O_2 = \iint O_1(x', y') O_2(x'-x, y'-y) dx' dy \quad (7.2-5)$$

En el lado derecho de la Ec.(7.2-4), las transformadas de Fourier de O_1 y O_2 pueden ser fácilmente materializadas por medio de lentes, mientras que la multiplicación puede ser realizada por el registro holográfico y la lectura adecuada. En este caso, el resultado de la multiplicación $\mathfrak{F}\{O_1\}\mathfrak{F}^*\{O_2\}$ es proporcional a la intensidad del haz difractado. La transformada de Fourier inversa de $\mathfrak{F}\{O_1\}\mathfrak{F}^*\{O_2\}$ se puede realizar mediante una lente como se muestra en la Fig. 7.1.

En un correlador óptico, a veces es deseable un realce de bordes de la transparencia de referencia debido a que el pico de correlación de la imagen realizada es más agudo que el de la imagen original. Nótese que el pico de intensidad es sensible a desplazamientos angulares entre la imagen objeto y la imagen de referencia.

En la sección 7.5 se presenta la implementación de un correlador óptico Vander Lugt en tiempo real basado en un cristal BSO.

7.3 Filtrado Espacial por Modulación de la Birrefringencia^[7.19-7.22]

El método que se presenta en esta sección se basa en alterar localmente la birrefringencia inducida debida a un campo externo, mediante la distribución luminosa que recibe el cristal. En este caso, se proyecta sobre el cristal la transformada de Fourier de una transparencia objeto. El proceso de registro y lectura lo realiza un único haz luminoso. Se comprobará en dependencia con la elipticidad de la luz transmitida se obtiene un filtrado determinado. Además, un arreglo de polarizadores así como una iluminación uniforme del plano de Fourier permiten controlarlo.

7.3.1 Modelo Físico y Procesador Óptico

La transparencia O_1 a ser filtrada se coloca en la entrada de un procesador óptico $4-f$, formado por las lentes L_1 y L_2 de distancia focal f , como se esquematiza en la Fig.7.2. En el plano de la transformada de Fourier se coloca un cristal BSO en configuración transversal (Fig.3.2). Como se mencionó en el Capítulo 3, este cristal exhibe efecto electro-óptico lineal y se vuelve uniformemente birrefringente cuando se aplica un voltaje V entre las caras $(1\bar{1}0)$ y $(\bar{1}10)$, separadas una distancia L_x .

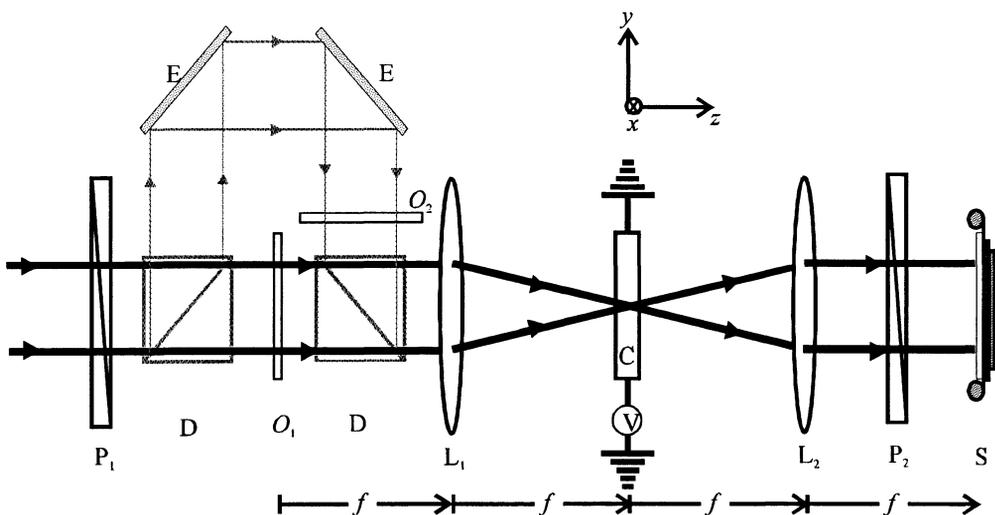


Figura 7.2: Esquema experimental: O_1 , transparencia de entrada; L_1 y L_2 , lentes con distancias focales $f=260\text{mm}$; E , espejos; C , cristal BSO (en el plano de Fourier) $L_x=L_y=10\text{mm}$ y $L_z=3\text{mm}$; S , plano de salida, P_1 y P_2 , polarizadores.

Considérese entonces una transparencia O_1 de entrada con transmitancia en amplitud $u(x)$ iluminada por una onda plana coherente. La lente L_1 materializa su transformada de

Fourier en el cristal BSO. Entonces, la intensidad luminosa $I(x)$ recibida por el cristal será proporcional a $|U(x)|^2$, donde:

$$U(x) = \tilde{u}(\xi) = \mathfrak{F}\{u(x')\}\Big|_{\xi=x/\lambda f} \quad (7.3-1)$$

y $\mathfrak{F}\{ \}$ indica la transformada de Fourier.

El cristal BSO exhibe gran fotoconductividad en la región azul-verde del espectro. Entonces, si la línea $\lambda=514\text{nm}$, de un láser de Argón se emplea en el procesador, la distribución de luz $I(x)$ que recibe el cristal creará fotocargas que se desplazan, debido al campo eléctrico externo ($E_a=V/L_x$), a las regiones oscuras donde son atrapadas. Estas cargas generan un campo de carga espacial E_{ce} que compensa parcialmente el campo externo E_a en las áreas iluminadas. De esta manera, la birrefringencia uniforme inducida es modulada localmente según la distribución de luz recibida, produciéndose así un cambio local en la elipticidad de la luz transmitida. Los polarizadores P_1 y P_2 se colocan para visualizar los efectos del filtro en la salida S del sistema.

Para computar el campo total interno $E(x)$ resultante en el cristal y producido por la distribución $I(x)$, se partió de una versión unidimensional del modelo fotorrefractivo de Kukhtarev, descrito en la sección 3.2 del Capítulo 2, con las siguientes condiciones:

- La generación de fotoportadores se supone proporcional a la distribución luminosa $I(x)$ recibida por el cristal.
- Las contribuciones por difusión de cargas se desprecian debido a la variación suave de $I(x)$, a escala microscópica.
- En el estado estacionario la densidad de corriente \mathbf{J} se supone constante.

$$\bullet \int_{-L_x/2}^{L_x/2} E_{ce}(x) dx = 0 \quad (7.3-2)$$

Bajo estas consideraciones, de la Ec.(2.3-16), el campo total interno resulta:

$$E(x) = E_{ce}(x) + \frac{V}{L_x} = \frac{V}{KN(x)} \quad (7.3-3)$$

donde $N(x)$, la concentración total de portadores libres, esta dada por:

$$N(x) = N_o \left[1 + G \frac{I(x)}{I_m} \right] \quad (7.3-4)$$

donde N_0 es la densidad de electrones libres en la oscuridad, I_m es la intensidad máxima y G es una constante que depende de los parámetros físicos del cristal (ver Tabla 2.1), definida por la Ec.(2.3-15), y la constante de normalización K vale:

$$K = \int_{-L_x/2}^{L_x/2} \frac{dx}{N(x)} \quad (7.3-5)$$

Si se considera ahora la amplitud luminosa (normalizada) transmitida por el cristal, es necesario calcular los cambios producidos en su elipticidad debidos a la modulación de la birrefringencia, originada, en este caso por la misma luz.

Luego de analizar el efecto electro-óptico aplicado al cristal BSO en la configuración aquí empleada (sección 6 del Capítulo 3) y teniendo en cuenta que, debido al campo externo aplicado, puede despreciarse cualquier contribución que origina componentes en dirección y , la expresión de la birrefringencia, de acuerdo a la Ec.(3.6-25), se reduce a:

$$\delta n(x) = n^3 r_{41} E(x) \quad (7.3-6)$$

donde r_{41} es el coeficiente electro-óptico y $n=2,523$ (para $\lambda=514\text{nm}$) es el índice de refracción sin campo aplicado ó inducido.

Es evidente que en las pequeñas regiones iluminadas intensamente por los diversos órdenes de difracción de la transparencia objeto, la conductividad del cristal aumentará en varios órdenes de magnitud. Por lo tanto, en esos lugares el campo eléctrico local tenderá a cero y según la Ec.(7.3-3) la birrefringencia inducida $\delta n(x)$ también se anula, lo cual es claro de la Ec.(7.3-3).

Además, en las regiones no iluminadas el valor del campo eléctrico se realza (es mayor que el campo externo aplicado E_a) para mantener la condición (7.3-2). De esta forma si incide luz linealmente polarizada en el cristal, emergerá como tal de aquellas regiones en las cuales $\delta n(x)=0$. Entonces, si se ubica un polarizador lineal P_2 como se indica en la Fig.7.2, no se transmitirá la luz proveniente de las regiones con $\delta n(x)=0$.

Analizando más en detalle la situación experimental es claro que al proyectar la transformada de Fourier de una transparencia periódica, la región que corresponde al orden cero será la más intensamente iluminada y allí se anulará $\delta n(x)$. No necesariamente será el caso de los órdenes de difracción que se alejan del central y para ellos la expresión (7.3-3) conducirá en general a un valor del campo distinto de cero. Como consecuencia,

se inducirá birrefringencia y la luz emergerá de dichos puntos, en general, elípticamente polarizada.

El cristal BSO tiene un poder rotatorio por unidad de longitud $\rho_0=45^\circ/\text{mm}$ (para $\lambda=514\text{nm}$) que se combina con la birrefringencia lineal inducida, de manera que, para el cálculo del estado de polarización de la luz emergente del cristal se sigue, cómo en Capítulos anteriores, el formalismo de Jones^[7.22].

El haz linealmente polarizado en dirección y , entra en el cristal con dos componentes de polarización A_1 y A_2 a lo largo de los dos ejes eléctricamente inducidos x' e y' (que forman un ángulo de 45° , respecto al eje y del sistema de laboratorio xyz , ver Fig.3.3). El haz emerge del cristal con componentes A'_1 y A'_2 (a lo largo de estos ejes), las cuales se hallan a partir de la matriz de transferencia $W_c(x)$ del cristal, definida por la Ec.(3.7.11). Así:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A'_1(x) \\ A'_2(x) \end{pmatrix} &= W_c(x) \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} W_c(x) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \begin{pmatrix} \cos \Delta(x) - i \sin \psi(x) \sin \Delta(x) & -\cos \psi(x) \sin \Delta(x) \\ \cos \psi(x) \sin \Delta(x) & \cos \Delta(x) + i \sin \psi(x) \sin \Delta(x) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.3-7)$$

Volviendo al sistema de coordenadas del laboratorio xyz , las componentes de polarización de la luz que emerge del cristal será:

$$\begin{pmatrix} A'_x(x) \\ A'_y(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos 45^\circ & \sin 45^\circ \\ -\sin 45^\circ & \cos 45^\circ \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A'_1(x) \\ A'_2(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin \Delta(x) e^{i\psi(x)} \\ \cos \Delta(x) \end{pmatrix} \quad (7.3-8)$$

donde $\Delta(x)$ y $\psi(x)$ están dadas por la Ec.(4.2-3) como:

$$\Delta(x) = L_z \sqrt{\rho^2 + \frac{\varphi(x)^2}{4}}, \quad \psi(x) = \arctg\left(\frac{\varphi(x)}{2\rho}\right), \quad (7.3-9)$$

y, la birrefringencia lineal inducida por unidad de longitud [Ec.(4.2-4)] esta dada por:

$$\varphi(x) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta n(x) = \frac{2\pi}{\lambda} n^3 r_{41} E(x) \quad (7.3-10)$$

Obsérvese que el estado de polarización que emerge en cada punto del cristal dependerá de la birrefringencia local inducida $\delta n(x)$.

Se efectúa un nuevo cambio de ejes para determinar las componentes de polarización en la dirección perpendicular y paralela a ρL_z (poder rotatorio). Se procede de la forma usual, aplicando la matriz de rotación $\mathbf{R}(\rho L_z)$ a la Ec.(7.3-8) y resulta:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} t_{\perp}(x) \\ t_{//}(x) \end{pmatrix} &= \mathbf{R}(\rho L_z) \cdot \begin{pmatrix} -\operatorname{sen} \Delta(x) e^{i\psi(x)} \\ \cos \Delta(x) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\cos \rho L_z \operatorname{sen} \Delta(x) e^{i\psi(x)} + \operatorname{sen} \rho L_z \cos \Delta(x) \\ \operatorname{sen} \rho L_z \operatorname{sen} \Delta(x) e^{i\psi(x)} + \cos \rho L_z \cos \Delta(x) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (7.3-11)$$

Luego, observando de nuevo la Fig.7.2, el plano de polarización del polarizador P_1 se orienta paralelo a la dirección del eje y . Entonces, cuando no hay voltaje externo ($V=0$), si el plano de polarización del analizador P_2 forma un ángulo ρL_z respecto del eje x , no pasa luz a través de éste y el sistema está en extinción; en cambio si está orientado a ρL_z+90° , respecto del eje x , la luz incidente se transmite totalmente.

Ahora, con el sistema en extinción, si se aplica un voltaje V , la amplitud en el plano de salida del cristal de la luz transmitida por el analizador P_2 será proporcional a:

$$U_{\perp}(x) = t_{\perp}(x)U(x) \quad (7.3-12)$$

El factor de peso $t_{\perp}(x)$ modifica localmente el espectro de la transmitancia en amplitud de entrada.

Para evaluar la elipticidad de la luz que emerge desde el cristal, el analizador P_2 se rota de forma que el ángulo entre las direcciones de polarización de P_1 y P_2 sea ρL_z (el plano de polarización de P_2 forma un ángulo ρL_z+90° respecto del eje x). En este caso, la amplitud transmitida por P_1 resulta:

$$U_{//}(x) = t_{//}(x)U(x) \quad (7.3-13)$$

donde $t_{//}(x)$ es el factor de peso que permite transmitir la componente de entrada que mantiene su polarización lineal, es decir el orden cero, y bloquea parcialmente los otros órdenes.

Se puede demostrar que la excentricidad \mathcal{E} de la luz que emerge en cada punto del cristal es:

$$\mathcal{E}(x) = \sqrt{1 - \frac{|t_{//}(x)|^2}{|t_{\perp}(x)|^2}} \quad ; \quad 0 \leq \mathcal{E} \leq 1 \quad (7.3-14)$$

Los valores de \mathcal{E} van desde 0 (luz circularmente polarizada) a 1 (luz linealmente polarizada).

Finalmente, retornando a la Ec.(7.3-12), después de una transformada de Fourier de $U_{\perp}(x)$ dada por la lente L_2 , se obtiene la amplitud de la distribución luminosa en el plano imagen S:

$$u_s(x) \approx \mathfrak{F}\{U_{\perp}(x)\} = \mathfrak{F}\{t_{\perp}(x)U(x)\} \tag{7.3-15}$$

Entonces, la distribución de intensidad luminosa $I_S(x)$ resulta proporcional a $|u_s(x)|^2$. Así, en el plano imagen de salida se puede obtener una versión filtrada de la entrada, como se mostrará a continuación.

7.3.2 Análisis Numérico

El formalismo de la sección anterior se ilustra mediante un ejemplo particular para evaluar las expresiones teóricas. Para los cálculos, se emplearon los valores típicos dados en las Tablas 2.1 y 3.2. Se elige como transparencia de entrada O_1 , un objeto de transmitancia $u(x)=\text{rect}(x/a)$ ($a=0,5\text{mm}$) cuyo perfil de intensidad se muestra en la Fig.7.3. En este caso, la intensidad luminosa que recibe el cristal (plano de Fourier) sigue una distribución correspondiente al cuadrado de un seno cardinal.

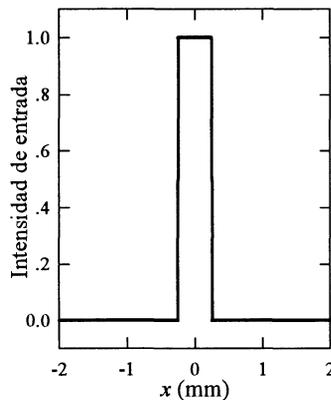


Figura 7.3: Perfil de intensidad de la transparencia de entrada de transmitancia $u(x)$.

El campo eléctrico interno resultante $E(x)$ que modula la birrefringencia se calcula a partir de las Ecs.(7.3-3) a (7.3-5) y se representa en la Fig.7.4(a). Puede verse que en la región central del cristal, $E \approx 0$. Esta región corresponde al orden cero del plano de Fourier. De acuerdo con la Ec.(7.3-6), la birrefringencia resultante en la región espectral de orden cero y en su vecindad es prácticamente nula. Esto significa que la luz emerge de estas regiones sin cambiar su estado de polarización, es decir, linealmente polarizada ($\Delta(x \sim 0) = \rho L_2$ y $\psi(x \sim 0) = 0$). Esto significa que la luz que atraviesa el cristal en esta región será bloqueada por el polarizador P_2 y seguirá en extinción a la salida del sistema. El

módulo al cuadrado de la expresión (7.3-15) es proporcional a la distribución de intensidad en el plano imagen. De esta forma, se obtiene la imagen de salida filtrada y su representación se observa en la Fig. 7.5(a). Es evidente que la componente de onda plana de orden cero ha sido suprimida y las componentes de baja frecuencia han sido atenuadas. La correspondiente excentricidad mostrada en la Fig.7.6(a) confirma este resultado al observar que $\varepsilon(0)=1$. Esto significa que emerge luz linealmente polarizada desde el cristal en la región espectral de orden cero. También, para las bajas frecuencias espectrales, $\varepsilon \sim 1$, lo cual indica una supresión fuerte de estas frecuencias en la imagen sintetizada a la salida.

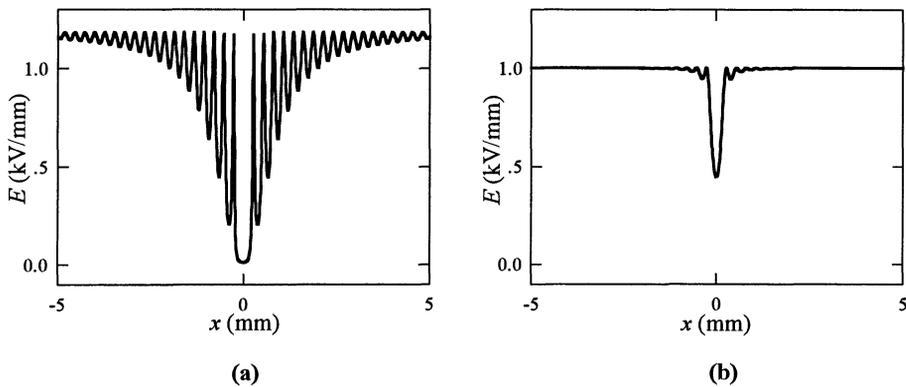


Figura 7.4: Resultado teórico de la distribución de campo en el cristal BSO para (a) $I_f \approx 0$; (b) $I_f \approx 0, 6I_0$. $E_a = 1 \text{ kV/mm}$.

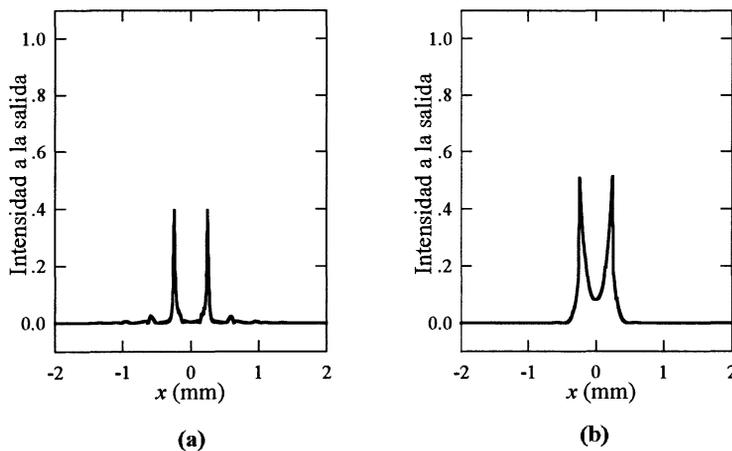


Figura 7.5: Perfil de intensidad teórico de la imagen resultante filtrada a la salida para: (a) $I_f \approx 0$; (b) con $I_f \approx 0, 6I_0$.

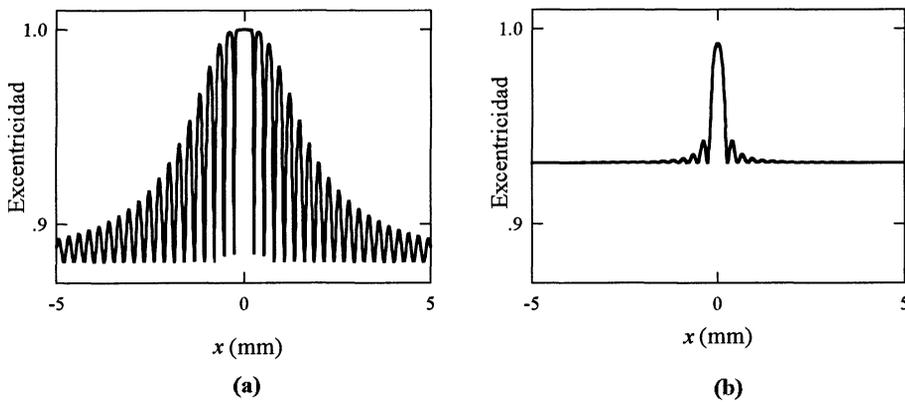


Figura 7.6: Excentricidad para: (a) $I_f \approx 0$; b) $I_f \approx 0,6I_0$.

Considérese ahora y para el ejemplo analizado que una iluminación uniforme I_f se proyecta sobre la superficie del cristal. La dirección de incidencia de este haz es tal que no se propaga hacia la salida del sistema. Dicha iluminación debe ser completamente incoherente respecto al frente de onda que ilumina la transparencia O_1 , y además estar en un rango de longitud de onda para el cual el cristal sea fotoconductor. En este caso, una intensidad I_f se adiciona a $I(x)$ en la Ec.(7.3-4) modificándose también la integral de normalización K, Ec.(7.3-5). Esto incrementa la fotoconductividad promedio suavizando la distribución del campo de carga espacial. El nuevo campo computado se observa en la Fig.7.4(b), la cual representa una versión atenuada de la versión de la Fig.7.4(a). Obsérvese, en particular, que el valor de $E(x)$ en la región del orden cero ha aumentado, $\delta n > 0$, y la luz en esta región será ahora elípticamente polarizada y se transmitirá a través del polarizador P_2 . La imagen de salida resultante con la iluminación adicional se muestra en la Fig.7.5(b). El mismo comportamiento se puede observar para la excentricidad calculada, comparando las Figs.7.6(a) ($I_f \approx 0$) y 7.6(b) ($I_f \approx 0,6I_0$). Como consecuencia, la elipticidad de las regiones de alta frecuencia tiende a ser más uniforme y también la mancha de luz del orden cero se transmite puesto que $\delta n > 0$ para esta región.

Según la discusión del párrafo anterior, es posible pensar en un sistema para reconocer formas sobre la base que cualquier cambio en la intensidad de la luz recibida por el cristal altera la elipticidad a la salida.

Como se muestra en la Fig.7.2, se puede introducir una rama lateral en el sistema mediante los dos divisores de haz D y los dos espejos. Ésta variante permite implementar el reconocimiento de formas por inhibición de la señal de entrada O_1 en presencia de otra

señal semejante O_2 . La diferencia de camino óptico entre las señales a ser comparadas que provienen de O_1 y O_2 es suficiente para considerar que las transformadas de Fourier de O_1 y O_2 se suman incoherentemente en el cristal.

El cálculo numérico cuando ambas ramas están activas se muestra en la Fig.7.7. La transparencia de entrada O_1 es una ranura que es idéntica a la transparencia de entrada O_2 , como muestra la Fig.7.7(a).

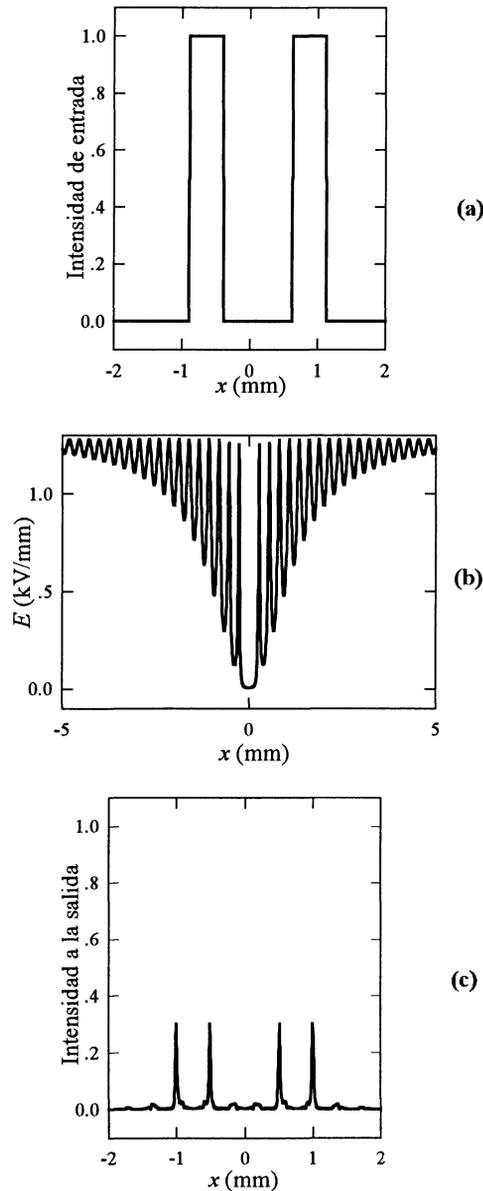


Figura 7.7: (a) Transparencias de entrada O_1 y O_2 , (b) resultado teórico del campo interno, y (c) perfiles de intensidad teórica en la imagen de salida.

La coincidencia espacial de la distribución de intensidad espectral de las transparencias de entrada originan valores de campo total interno menores que aquellos

obtenidos cuando sólo una ranura esta presente. La Fig.7.7(b) debe compararse con la Fig.7.4(a). Según la discusión realizada esto significa que la intensidad a la salida puede reducirse. Esto se comprueba al comparar la Fig.7.7(c) con la Fig.7.5(a). Por lo tanto, esta operación produce una salida en la cual los rasgos característicos que corresponden a ambas entradas tienden a ser inhibidos.

7.3.3 Resultados Experimentales

Se utilizó el cristal BSO de dimensiones $L_x=L_y=10\text{mm}$ y $L_z=3\text{mm}$, descrito en otros Capítulos. La diferencia de potencial aplicada fue $V=8\text{KV}$. En todos los casos se empleo una longitud de onda $\lambda=514\text{nm}$, con una potencia de 10mW . Sin campo externo aplicado, es decir con $V=0$, no se induce birrefringencia en el cristal. Los polarizadores P_1 y P_2 están cruzados (teniendo en cuenta la actividad óptica natural del cristal) y por lo tanto la salida es nula.

Es claro que el arreglo formado por el polarizador-cristal-analizador permite convertir las variaciones de índice de refracción en el cristal en cambios de intensidad correspondientes a la salida S.

Cuando se aplica un campo eléctrico externo, el orden cero y las bajas frecuencias (puntos muy intensos de la transformada) tienden a anular el campo local, y por lo tanto tales puntos son bloqueados por P_2 . Sin embargo, los órdenes superiores, menos intensos, mantienen un valor de campo suficiente como para inducir birrefringencia y transmitir luz elíptica que después de pasar por P_2 llega a la imagen de salida. Se obtiene así un filtro pasa-altos.

En las siguientes Figuras se muestran diferentes situaciones de filtrado para distintas transparencias objeto cuyas imágenes a la salida, sin filtrar, se muestra en cada serie en (a).

La Fig.7.8 muestra como, a medida que transcurre el tiempo, a partir de aplicar un voltaje constante al cristal, la imagen a la salida pasa por sucesivas situaciones de filtrado caracterizadas por la eliminación progresiva de las componentes de frecuencia espacial de mayor peso: (b) para $t=1\text{seg.}$, y (c) para $t \gg 120\text{seg.}$. Para esta última, la imagen casi desaparece. En (d) se muestra el resultado de "congelar" con iluminación de fondo un estado de filtrado previo al de (b). Obsérvese que en (d) han contribuido ciertas frecuencias componentes en las letras "A" cuya visualización no es tan marcada en (b).

Esta iluminación uniforme sobre el cristal es incoherente con respecto a la transformada proyectada por la lente L_1 . Este haz no se propaga en la dirección del eje óptico del sistema, y no contribuye a la intensidad de la imagen resultante en la salida. Su función se limita a modificar la conductividad del cristal. En este caso aumenta la fotoconductividad y la densidad de corriente en todo el cristal, y mantiene, el valor del campo no nulo, aún en zonas de gran intensidad luminosa. Es decir, la eficiencia del filtro pasa-altos disminuye y la imagen es transmitida menos filtrada. Es evidente entonces que en dependencia con la variedad de frecuencias espaciales del objeto y sus pesos relativos, puede resaltarse ó no ciertas frecuencias, mediante la regulación del fondo luminoso uniforme que se agrega.

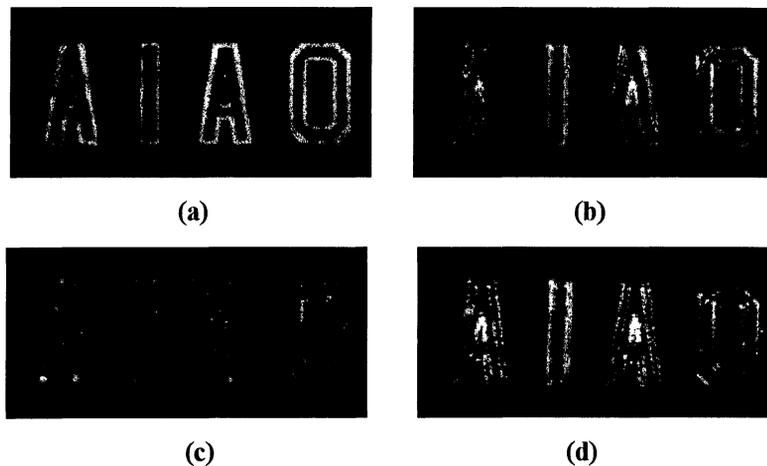


Figura 7.8: A partir de $t=0$, $V=8kV$, eliminación progresiva de las componentes de frecuencia espacial de mayor peso: (b) para $t=1$ seg., y (c) para $t \gg 120$ seg. (la imagen casi desaparece). En (d) "congelado" con luz de fondo de un estado previo al de (b). Se resaltan ciertas frecuencias componentes en las letras "A" cuya visualización no es tan marcada en (b).

En la Fig.7.9(b) se muestran situaciones de filtrado para dos aberturas de formas distintas. En ambas se observa la eliminación de bajas frecuencias, con un refuerzo de los bordes. Nótese, una duplicación de bordes en la segunda.

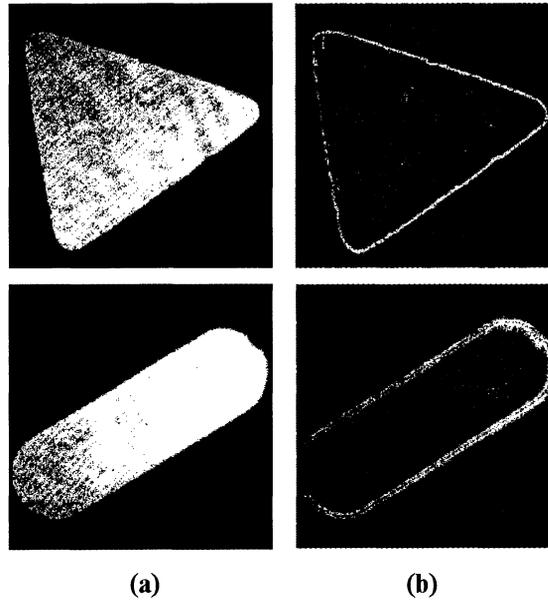


Figura 7.9: (a) imagen sin filtrar; (b) imagen filtrada.

Otro resultado de una abertura con una malla se muestra en la Figura 7.10.

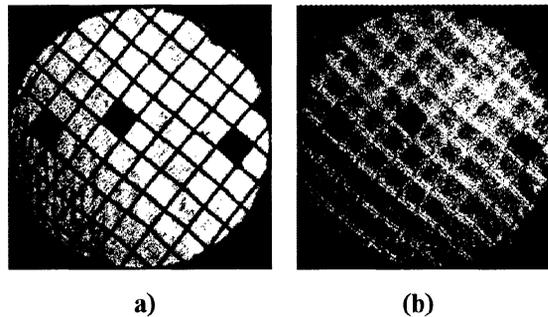


Figura 7.10: (a) imagen sin filtrar; (b) imagen de contraste inverso y filtrada.

La Fig.7.11 muestra una secuencia para cada imagen de entrada [Fig.7.11(a)] en diferentes estados de filtrado. En la Fig.7.11(b) se muestra un marcado efecto de refuerzo de bordes. Sólo las altas frecuencias son transmitidas por el analizador P_2 , mientras que las bajas frecuencias y el orden cero permanecen en extinción debido a que el campo interno es prácticamente nulo para esa región [ver Ec.(7.6-3)]. En la Fig.7.11(c) se muestra la situación de la Fig.7.11(b) pero se ha proyectado sobre el cristal luz uniforme incoherente a partir de una fuente extensa. Como fue discutido más arriba en relación a la Fig.7.4, el campo interno tiende a ser más uniforme en todo el cristal; su valor alrededor del orden cero aumenta y la luz tienden a emerger elípticamente polarizada de dicha región. De esta forma, en la síntesis de las imágenes filtradas contribuye en las bajas frecuencias. En la Fig.7.11(d) se corresponde con la

Fig.7.11(b) pero en un plano de registro tal que las imágenes filtradas está muy desenfocada (aprox. a 150mm del plano S de la Fig.7.2).

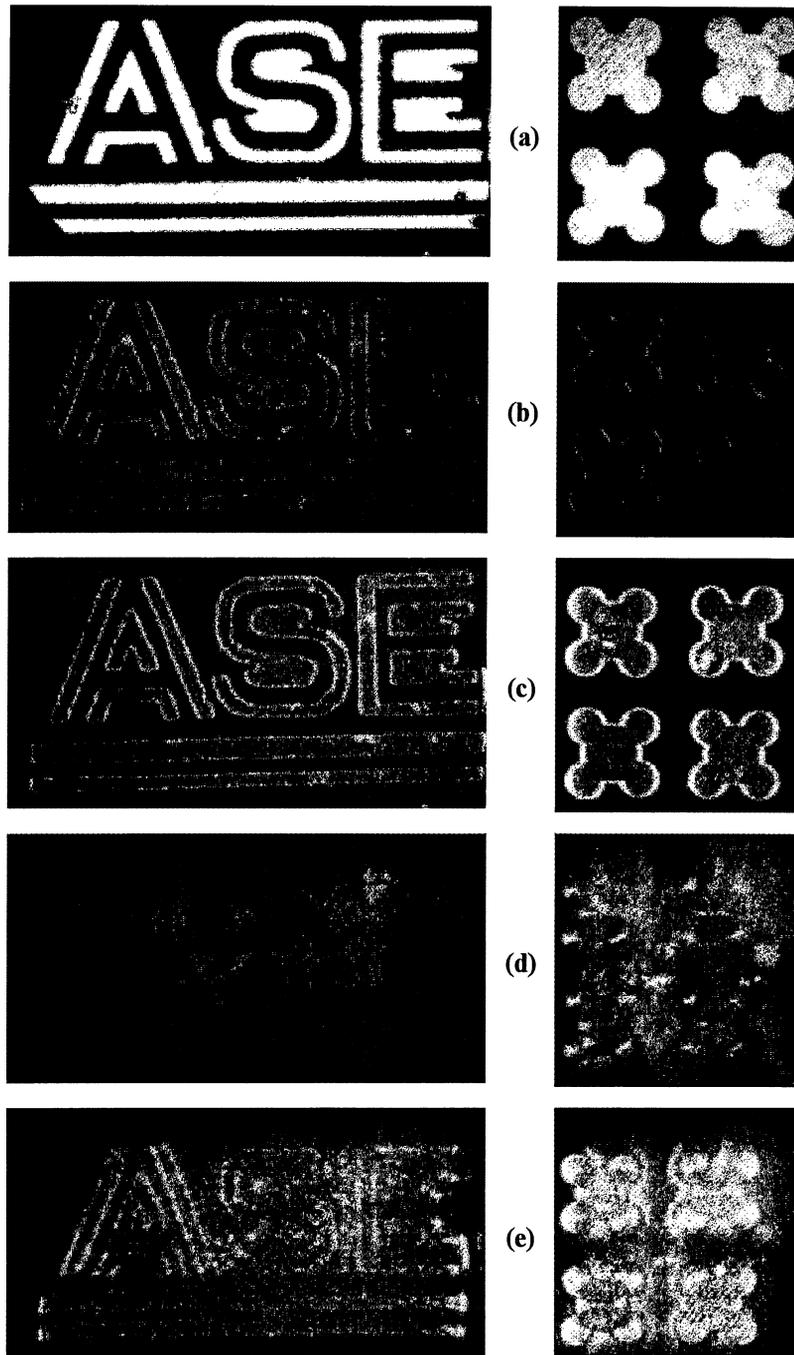


Figura 7.11: (a) *Transparencias de entrada. Imágenes filtradas a la salida:* (b) *en el plano focal, $I_f=0$;* (c) *en el plano focal, $I_f \neq 0$;* (d) *fuera del plano focal, $I_f=0$;* (e) *fuera del plano focal, $I_f \neq 0$.*

Si se proyecta iluminación uniforme sobre el cristal, se observa la imagen en la Fig.7.11(e) manifiestamente más reconocible, y en el mismo plano de registro donde se

obtuvo el "desenfoque" anterior. Otra vez, el campo interno y por lo tanto la birrefringencia tienden a ser más uniformes en las distintas regiones del plano de Fourier. Como consecuencia las componentes de bajas frecuencias espaciales son transmitidas por el sistema cristal-analizador, contribuyendo a reconocer la imagen.

La Fig.7.12 muestra la implementación del reconocimiento de formas. En (a) se muestra la imagen de salida sin filtrar (campo externo nulo y sin polarizador P_2) cuando en la entrada sólo está la transparencia O_2 . En (b) se exhibe la salida filtrada correspondiente a la entrada del caso (a). En (c) se muestran las imágenes de las transparencias O_1 y O_2 sin filtrar, en el plano de salida (véase Fig.7.2). La superposición de ambos espectros aumenta la intensidad luminosa local, disminuyendo el campo interno y por lo tanto la birrefringencia. En la Fig.7.12(d) se observa que prácticamente se inhibe la transmisión de ambas señales, aproximándose el punto de trabajo del sistema a la situación de extinción para esa distribución de frecuencias espaciales. Es decir, una de las transparencias modifica la distribución espectral de la otra, según la coincidencia ó no de sus respectivas frecuencias espaciales.

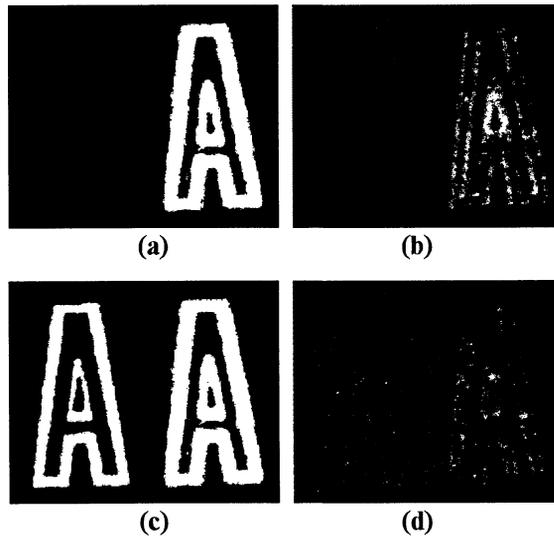


Figura 7.12: (a) Transparencias O_2 ; (b) respuesta individual del sistema para O_2 . (c) transparencias O_1 y O_2 . (d) respuesta del sistema agregando O_1 .

7.4 Comparación de Técnicas Experimentales: Filtrado Espacial Basado en Transformaciones de Fourier Fraccionarias

La transformada de Fourier de orden fraccionario y su implementación óptica ha sido recientemente desarrollado^[7.24-7.26]. A diferencia de la transformada de Fourier "ordinaria", es decir, la transformada de Fourier de orden 1, la transformada de Fourier fraccionaria combina información espacial y espectral de la imagen original.

Un posible arreglo experimental para realizar la transformada de Fourier fraccionaria bidimensional se muestra en la Fig.7.13.

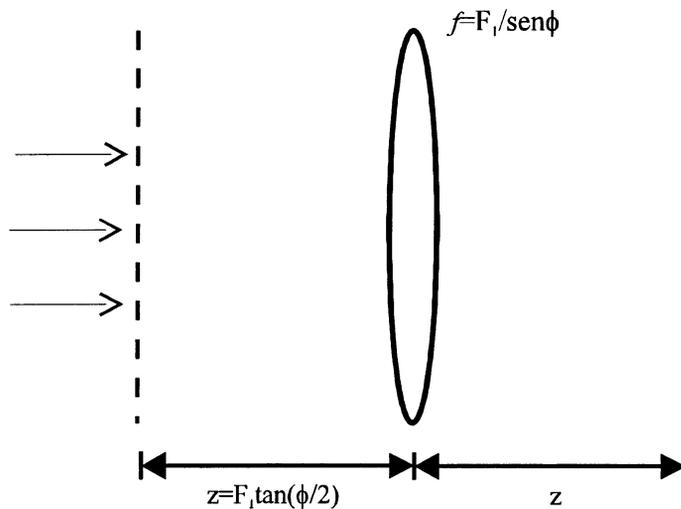


Figura 7.13: Sistema óptico para obtener una transformada de Fourier fraccionaria simétrica con iluminación de onda plana. f es la distancia focal de la lente.

Una forma de expresar la transformada de Fourier de orden p de una función $u_0(x)$ es^[7.6]:

$$\mathfrak{F}^p \{u_0(x)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} u_0(x) e^{i\pi \left(\frac{x^2 + x_0^2}{T} \right)} e^{-2\pi i \frac{xx_0}{S}} dx_0 \quad (7.4-1)$$

donde $f = F_1 \sin \phi$ en la distancia focal de la lente transformadora, $\phi = p\pi/2$, $T = \lambda F_1 \tan \phi$, $S = \lambda F_1 \sin \phi$ y λ es la longitud de onda de la luz incidente.

En los siguientes resultados, se muestran operaciones de filtrado sobre la transformada de Fourier fraccionaria implementadas utilizando las dos técnicas experimentales estudiadas.

7.4.1 Resultados Experimentales

En la primera geometría, la transformada de Fourier fraccionaria del objeto se materializa en el cristal. En el otro caso, la transformada fraccionaria y un haz de referencia generan en el cristal una red de índices (holograma de fase y de volumen) semipermanente en el cristal.

El esquema experimental de la Fig.7.14 muestra la implementación óptica para efectuar el filtrado espacial en ambos casos. El medio de registro es un cristal fotorrefractivo BSO de 10x10x3mm en configuración transversal. Los haces inciden sobre la cara (110) del cristal y un voltaje $V=8\text{kV}$ es aplicado en la dirección $\langle 1\bar{1}0 \rangle$.

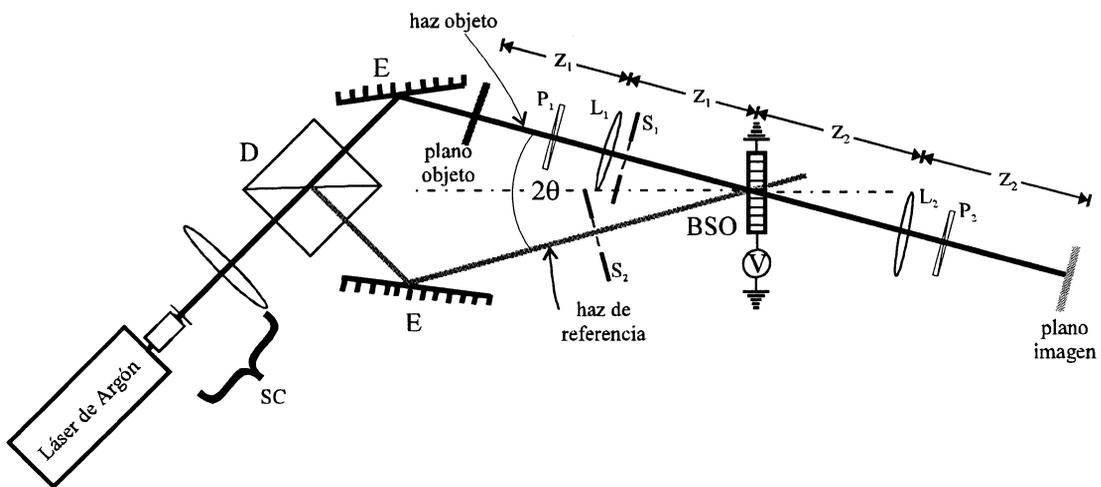


Figura 7.14: Esquema experimental: SC sistema colimador, D divisor de haz, E espejo, S_1 y S_2 obturadores, L_1 y L_2 lentes transformadoras, P_1 y P_2 polarizadores. En la configuración holográfica para el registro S_1 y S_2 abiertos y para la lectura se cierra S_1 (P_1 y P_2 removidos). En la configuración no-holográfica S_1 abierto y S_2 cerrado y el arreglo P_1 -cristal- P_2 en extinción con $V=0$.

Como fuente de luz, se emplea un haz de un láser de Argón expandido y colimado con una longitud de onda $\lambda=514,5\text{nm}$ del cual el divisor de haz D produce dos haces coherentes. Uno de los haces (el menos intenso) ilumina la transparencia de entrada O y la lente L_1 de $f_1=570\text{mm}$ genera la transformada de Fourier fraccionaria en el cristal BSO. El otro haz actúa como referencia en la configuración holográfica. El ángulo

externo promedio entre ellos es $2\theta=15,75^\circ$, (para este ángulo de registro, en el Capítulo 4, se cálculo la evolución de la eficiencia de difracción alrededor del ángulo de Bragg, para varios δn , Fig.4.5). En cualquiera de las dos configuraciones la lente L_2 de $f_2=260\text{mm}$ realiza la transformada de Fourier fraccionaria (de orden $2-p$) y en el plano imagen se obtiene la reconstrucción del objeto procesado.

Si cuando se aplica el voltaje V el obturador S_2 esta cerrado, la configuración es no-holográfica, similar a la descrita en la sección 7.3, en la cual el registro-lectura lo realiza un único haz luminoso. El haz linealmente polarizado por P_1 ilumina el objeto y la lente L_1 proyecta sobre el cristal la transformada de Fourier de orden p de un objeto, por ejemplo la transparencia de la Fig.7.15. En este caso, en el proceso de lectura con el arreglo polarizador-cristal-analizador inicialmente en extinción, se obtiene la imagen filtrada a la salida debido a la reducción del valor de la birrefringencia inducida en las regiones más iluminadas del cristal.

En cambio si mientras se aplica un voltaje V constante entre los electrodos los obturadores S_1 y S_2 están abiertos, se obtiene un holograma de volumen en geometría de transmisión por mezclado de dos ondas. Manteniendo este voltaje, la lectura se realiza con el mismo haz de referencia cuando el obturador S_1 esta cerrado; éste haz se difracta en la red de fase registrada. La imagen en el plano de salida mostrará un filtrado, como se explicó en la sección 7.2. Nótese que $\mathfrak{F}^p\{u_0(x)\} = S_0(x)$ se corresponde con $S_0(\mathbf{r})$ de la sección 7.2, es decir $|\mathfrak{F}^p\{u_0(x)\}| = I_S(x)$.

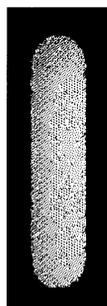


Figura 7.15: Transparencia de entrada de 2x9mm.

En la Fig.7.16 se presentan las distribuciones de intensidad experimentales correspondientes a las transformadas de Fourier de ordenes 1,0,9,...,0,5 de la

transparencia de entrada, proyectadas en el cristal por la lente L_1 y sus perfiles respectivos.

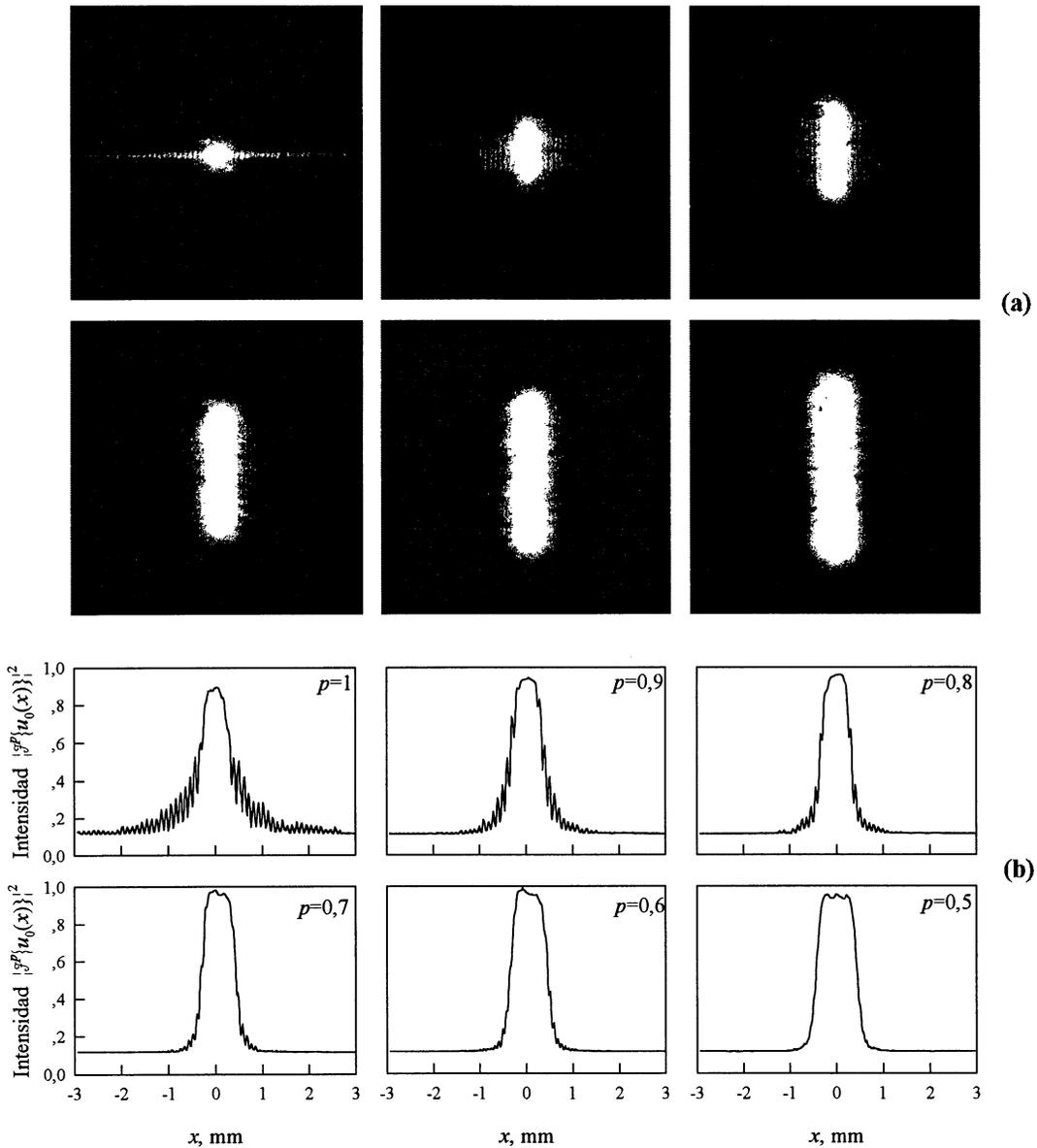


Figura 7.16: Transformada de Fourier de orden $p=1,0,9,\dots,0,5$: (a) experimental, en el plano del cristal; (b) perfil de intensidad de (a).

Considérese la configuración no holográfica; en la región central de la transformada fraccionaria muy iluminada, el campo eléctrico total interno local tiende a cero en ella y la mayor parte del campo eléctrico es transferido a las regiones oscuras adyacentes. Entonces, la modulación resultante de birrefringencia inducida modifica la elipticidad de la luz transmitida.

En la Fig.7.17 se presentan las imágenes a la salida y los perfiles respectivos. Los valores de intensidad son arbitrarios (los tiempos de registro fotográfico variaron ligeramente). Nótese que en todos los casos el filtrado es pasa altos, produciendo un realce de bordes, que varía poco, aunque es posible observar que para valores de p cercanos a 1 una duplicación de bordes que tiende a desaparecer para $p=0,5$.

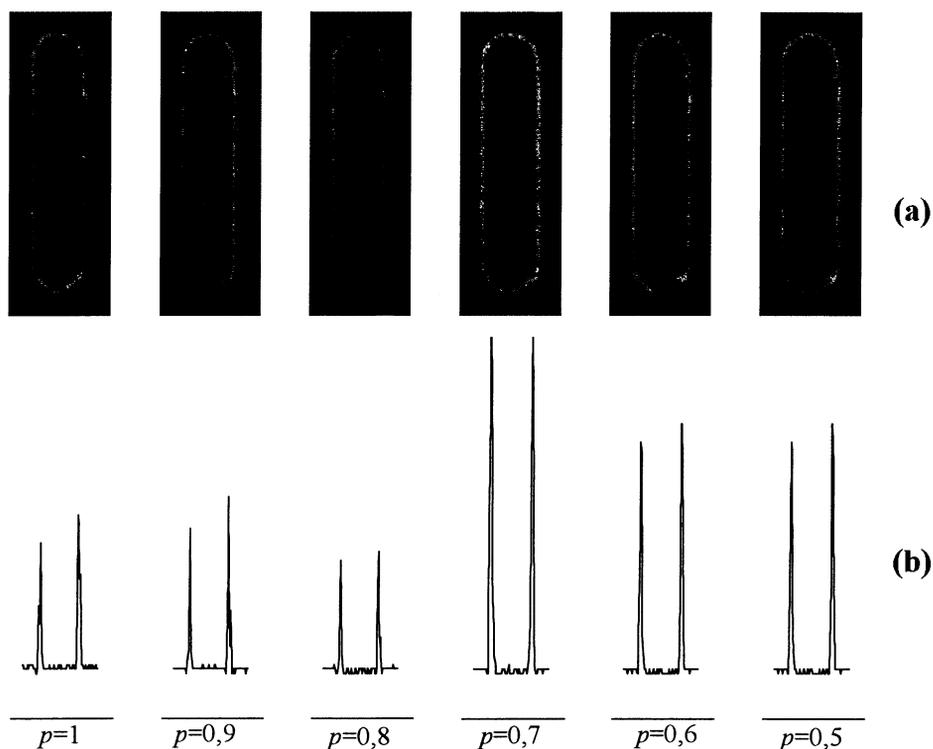


Figura 7.17: Configuración no-holográfica: (a) imagen a la salida; (b) perfil de intensidad.

En el método de filtrado holográfico, si $I_S \gg I_R$, región del máximo central de la transformada de Fourier fraccionaria se inducirá una red con una pobre eficiencia de difracción. En regiones en las cuales I_S es comparable a la intensidad del haz de referencia, se forma una red de gran eficiencia. Al difractarse en el holograma el haz de lectura (haz de referencia) la lente L_2 reconstruye la imagen filtrada del objeto.

En la Fig.7.18 se puede observar el resultado del filtrado holográfico, para los ismos órdenes de la transformada de Fourier fraccionaria. Nótese que el realce de bordes es más marcado a medida que p disminuye.

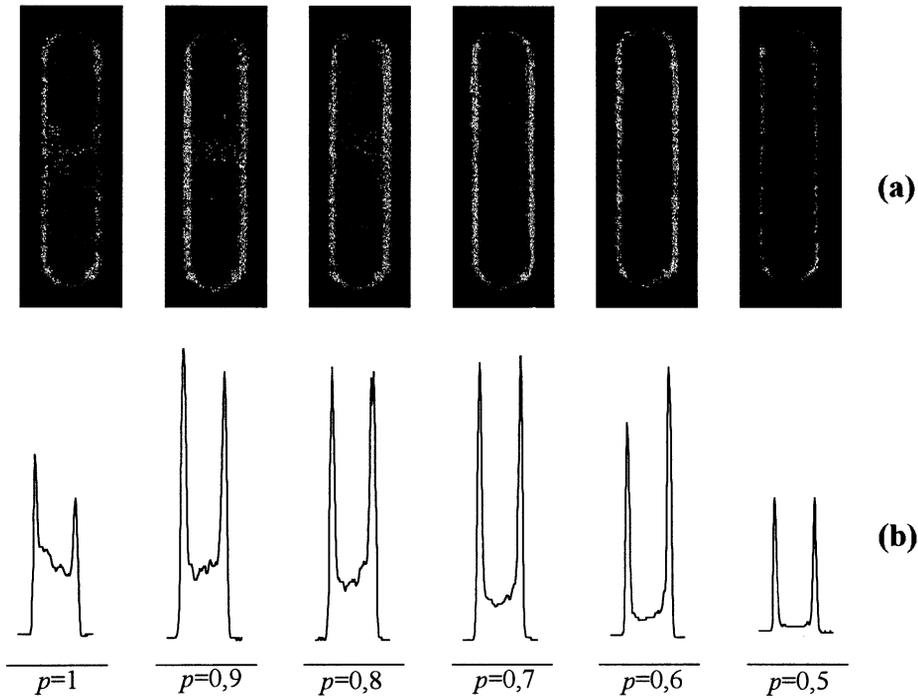


Figura 7.18: Configuración holográfica: (a) imagen a la salida; (b) perfil de intensidad.

En estos resultados se puede ver que el orden de la transformada de Fourier fraccionaria que se registre en el cristal brinda un parámetro para controlar el filtrado espacial que se desee a la salida. Aunque en ambas configuraciones se obtiene un filtrado espacial que realza los bordes, son de naturaleza distinta y son controlados por parámetros diferentes. Esto es evidente en la Fig.7.19 donde se pueden comparar los dos tipos de filtrado para la transformada de Fourier "ordinaria" ($p=1$).

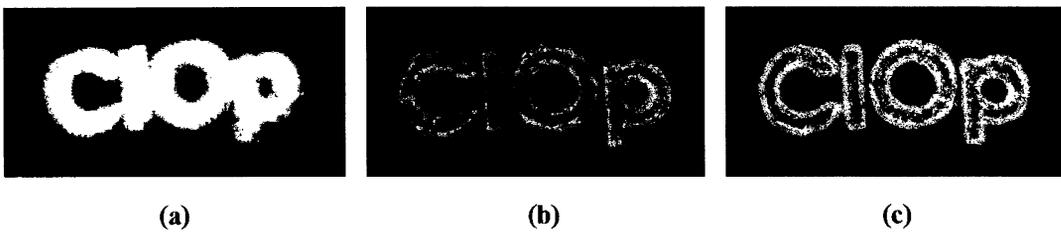


Figura 7.19: (a) Transparencia de entrada. Imagen a la salida en: (b) configuración no-holográfica; (c) configuración holográfica.

7.5 Implementación de un Correlador Óptico Vander Lugt^[7.30]

A continuación se describe un correlador óptico Vander Lugt basado en un cristal fotorrefractivo BSO, operado en un arreglo de mezclado de cuatro ondas no degenerado,

en el sentido, que la longitud de onda de los haces de registro es diferente a los empleados en el proceso de la lectura. El filtro Vander Lugt se genera por el registro del holograma de la transformada de Fourier de la transparencia de referencia. El filtro se lee mediante la transformada de Fourier de una segunda transparencia objeto y la correlación cruzada se obtiene en el plano imagen

En la Fig.7.20 se muestra un esquema del arreglo experimental del correlador Vander Lugt. El filtro holográfico se forma por la interferencia de la transformada de Fourier de la imagen de referencia O_1 y una onda plana.

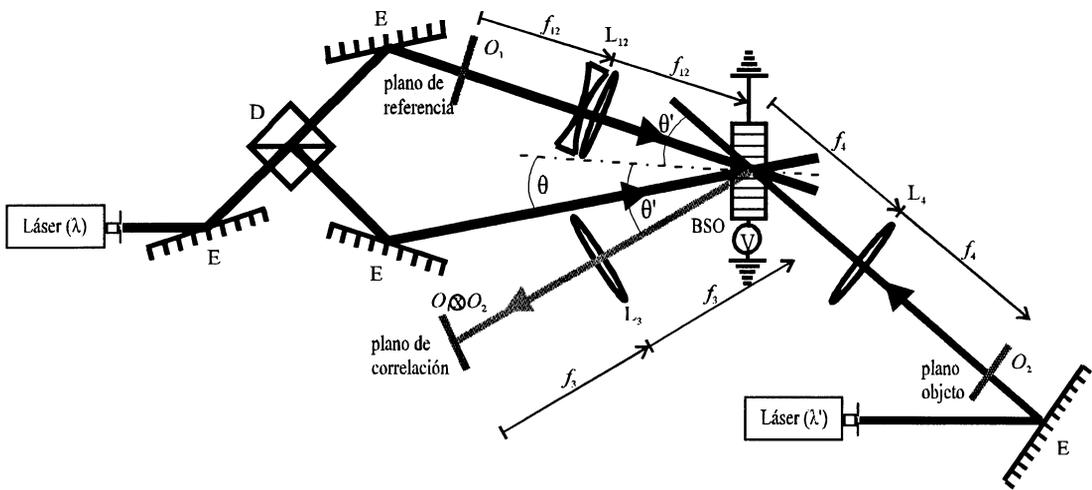


Figura 7.20: Esquema del dispositivo experimental: espejos, E, lentes: L_{12} ($f_{12}=700\text{mm}$), L_3 ($f_3=570\text{mm}$) y L_4 ($f_4=260\text{mm}$); D, divisor de haz, $\lambda=514,5\text{nm}$, longitud de onda de los haces de registro y $\lambda'=632,8\text{nm}$, longitud de onda del haz de lectura.

El patrón de interferencia generado en el cristal BSO tiene una intensidad:

$$I = |\mathfrak{T}\{O_1\}|^2 + |R|^2 + R^*\mathfrak{T}\{O_1\} + R\mathfrak{T}^*\{O_1\}. \quad (7.5-1)$$

Este holograma es leído por la transformada de Fourier de la imagen objeto O_2 , y se obtiene:

$$\mathfrak{T}\{O_2\}|\mathfrak{T}\{O_1\}|^2 + \mathfrak{T}\{O_2\}|R|^2 + R^*\mathfrak{T}\{O_2\}\mathfrak{T}\{O_1\} + R\mathfrak{T}\{O_2\}\mathfrak{T}^*\{O_1\}. \quad (7.5-2)$$

Así, la intensidad del haz difractado por el filtro es proporcional a $\mathfrak{T}\{O_2\}\mathfrak{T}^*\{O_1\}$ y la lente transformadora L_4 produce en su plano focal imagen, la función de correlación (\otimes) entre O_1 y O_2 . Esto es, se obtiene la operación:

$$O_1 \otimes O_2 = \mathfrak{F}^{-1} \left\{ \mathfrak{F}(O_1) \mathfrak{F}^*(O_2) \right\} \quad (7.5-3)$$

Un punto ventajoso de este correlador óptico respecto a la implementación digital es su habilidad natural para procesar en paralelo la entrada y la referencia a través de lentes.

La configuración de transformada conjunta^[7.14,7.16,7.18] lleva a una salida similar pero carece de la flexibilidad que provee el correlador Vander Lugt^[7.15,7.17].

Según fue discutido en la sección 3.2 del Capítulo 4 en un filtro holográfico de volumen se debe considerar la selectividad angular. Es decir, la eficiencia de difracción esta limitada a un cierto rango angular $\Delta\theta$ que depende de la longitud de onda de lectura y de la frecuencia espacial del mismo filtro. Como consecuencia, la respuesta del filtro depende del hecho de que la misma longitud de onda sea empleada en el proceso de registro y en el de lectura ó estas longitudes de onda sean diferentes.

En esta experiencia hay cuatro haces: tres haces de entrada y un haz de salida mezclados en el medio fotorrefractivo. El mezclado de ondas es no-degenerado puesto que las longitudes de onda del haz de lectura y de los haces de registro son diferentes^[7.9]. La condición de Bragg se puede escribir de acuerdo a la Ec.(4.3-2) como:

$$\text{sen } \theta = \frac{\lambda}{2\Lambda} \quad (7.5-4)$$

donde θ representa el ángulo que optimiza la eficiencia de difracción, λ es la longitud de onda de registro y Λ es el espaciado promedio de la red del filtro holográfico.

En el proceso de lectura se emplea una longitud de onda λ' . Entonces, para obtener una intensidad máxima en el pico de correlación, el haz de lectura debe posicionarse en el ángulo de Bragg θ' tal que (según Ec.4.3-5):

$$\text{sen } \theta' = \frac{\lambda'}{\lambda} \text{sen } \theta \quad (7.5-5)$$

En este caso, se utilizó una configuración por transmisión. La ventaja del holograma por transmisión radica en un tiempo de respuesta más corto que el de reflexión debido a que ésta decrece con el cuadrado del espaciamiento de la red.

Como fue mencionado antes, la condición de Bragg limita el ancho angular en el proceso de lectura imponiendo un tamaño máximo horizontal de la imagen objeto. No obstante, esta limitación se puede aminorar posicionando la imagen objeto en el centro del haz de lectura. Además, cuando la longitud horizontal de las imágenes referencia y objeto son mucho mayores que en la dirección vertical, una rotación de 90° de ellas facilita la condición de Bragg.

7.5.1 Resultados Experimentales

Como ya se mencionó el dispositivo experimental se esquematiza en la Fig.7.19. El filtro holográfico se materializa en un cristal BSO. Las direcciones $\langle \bar{1}10 \rangle$, $\langle 001 \rangle$ y $\langle 110 \rangle$ del cristal coinciden con los ejes xyz respectivamente (sistema de coordenadas del laboratorio), de dimensiones $L_x=L_y=10\text{mm}$ y $L_z=3\text{mm}$. En el proceso de registro del filtro se utilizó la línea $\lambda=514,5\text{nm}$ de un láser de Argón y con una intensidad efectiva de 20mW/cm^2 . El haz láser fue expandido y colimado su sección fue de 20mm de diámetro. Por medio del divisor de haz D se producen dos haces coherentes. Uno ilumina la transparencia de referencia de entrada O_1 . El sistema de lentes L_{12} de distancia focal efectiva $f_{12}=700\text{mm}$ produce la transformada de Fourier de la entrada (en el volumen del cristal) la que interfiere con el haz de referencia. Ambos haces inciden en la cara (110) del cristal. Las direcciones de los haces forman un ángulo de $15,8^\circ$ ($\theta=7,4$, respecto a la normal al cristal). Un voltaje externo $V=8\text{kV}$ se aplicó entre las caras $(1\bar{1}0)$ y $(\bar{1}10)$ produciendo un campo eléctrico de $0,8\text{kV/mm}$ paralelo a la dirección $\langle \bar{1}10 \rangle$.

En el proceso de lectura se utilizó un haz de un láser de He-Ne (de longitud de onda $\lambda'=632,8\text{nm}$). Este tiene una potencia de 3mW y un diámetro de 20mm después de ser expandido y colimado. Debido a que la luz de lectura esta fuera del rango de sensibilidad del cristal, en este proceso, el filtro comparador no se degrada. De otro modo, la información almacenada podría ser borrada parcialmente reduciendo así la eficiencia de difracción.

Con el correlador en operación, el haz de lectura ilumina la transparencia objeto O_2 y la lente L_3 de longitud focal $f_3=570\text{mm}$, producen la transformada de Fourier de O_2 en el plano del cristal. El haz de lectura incide en la cara $(\bar{1}\bar{1}0)$ del cristal en el ángulo de

Bragg $\theta' \approx 9^\circ$. Una cámara CCD colocada en el plano focal de la lente L_4 (distancia focal $f_4=260\text{mm}$) se empleó para registrar los picos de correlación. Así, los datos de la intensidad obtenida se digitalizan por medio de la plaqueta y se procesan en un computadora. Las transformadas de Fourier de las transparencias O_1 y O_2 deben coincidir en el volumen del cristal. Por lo tanto, la escala de estas transformadas deben ser idénticas. Dicha escala depende de la distancia focal de la lente y de la longitud de onda utilizada. Entonces, se debe cumplir la condición adicional $\lambda f_{12} = \lambda' f_3$. Esto justifica la utilización del sistema de lente L_{12} para poder ajustar la longitud focal de f_{12} .

En la Fig.7.21, se muestra la transparencia de referencia de entrada, el carácter "S" de 1,9mm de altura por 1,2mm de ancho.



Figura 7.21: Transparencia de referencia.

En las Figs.7.22(a), 7.23(a) y 7.24(a) se muestran una variedad de transparencias objeto. Ellas corresponden a diferentes formas, orientaciones y tamaños de la transparencia a ser comparada. También se muestran los respectivos picos de correlación.

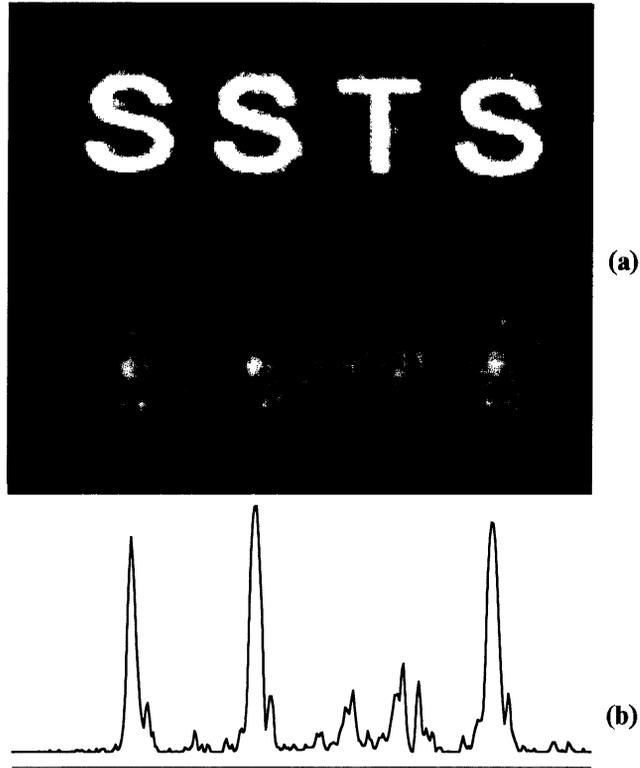


Figura 7.22: Reconocimiento de forma de caracteres: (a) transparencia objeto y picos de correlación; (b) perfil de intensidad.

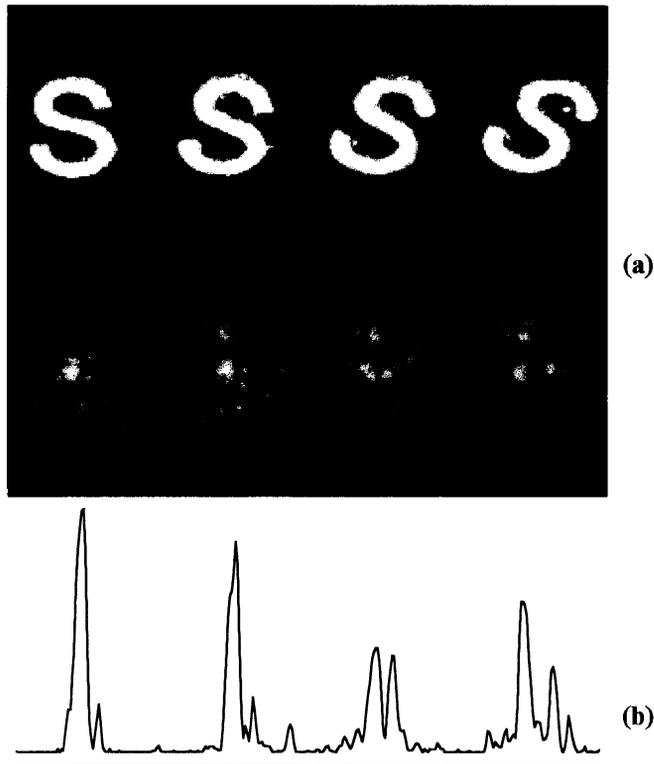


Figura 23: Efecto de orientación del carácter: (a) transparencia objeto y los picos de correlación: carácter "S" rotado 0° , 10° , 30° , 45° respectivamente respecto a la vertical; (b) perfil de intensidad.

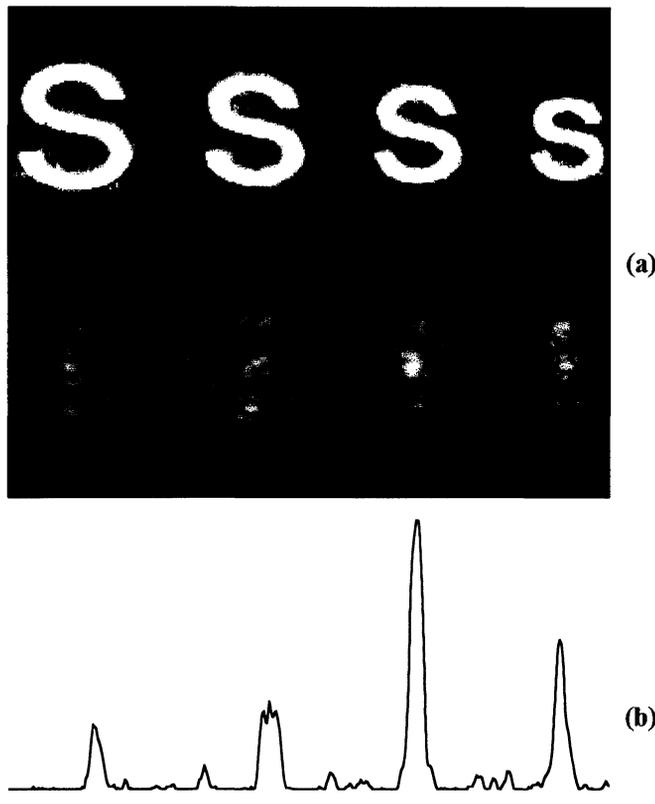


Figura 7.24: Efecto de cambio de escala del carácter: (a) transparencia objeto y picos de correlación, carácter "S" en escalas de izquierda a derecha de: 1,32; 1,16; 1 y 0,84 (b) perfil de intensidad.

7.6 Conclusiones

Se ha implementado un filtrado óptico no-holográfico mediante la modulación de la birrefringencia inducida en un cristal fotorrefractivo BSO, a partir de proyectarle la transformada de Fourier de la señal de entrada.

Los resultados obtenidos sugieren que el sistema puede extenderse para implementar reconocimiento de caracteres y operaciones lógicas por inhibición de la señal de entrada en presencia de otra señal semejante.

Debido a que las transparencias que contienen frecuencias espaciales con diferentes amplitudes, inhiben parcial o totalmente la birrefringencia local inducida, en el cristal se obtiene un filtro activo cuyo efecto se pone en evidencia con un arreglo de polarizadores.

Una iluminación uniforme ó puntual del plano de Fourier por un haz incoherente así como la diferencia de potencial aplicada son parámetros de control del filtro.

El método permite realizar la operación del contenido espectral diferencia entre O_1 y O_2 , sintetizando a la salida una imagen que contiene sólo componentes espectrales no comunes entre las transparencias de entrada, como se muestra en la Fig.7.12. Así, la comparación entre dos imágenes, operación de importancia en control de calidad y reconocimiento de imágenes, puede llevarse a cabo.

El proceso de registro y lectura se realiza simultáneamente y por lo tanto, se requiere luz linealmente polarizada en la entrada. Esto permite que la luz que emerge del cristal, codifique en su estado de polarización, la distribución de intensidad luminosa correspondiente a las frecuencias espaciales de la transparencia de entrada.

Como se explicó, en el método holográfico el filtrado se controla por la relación entre la intensidad del haz de referencia y el haz objeto. En cambio en el método no-holográfico propuesto, una iluminación adicional incoherente permite determinar la situación final, simplificando el proceso de filtrado. Por extensión, la distribución de intensidad en el cristal del; propio objeto a filtrar determina su filtrado. Así, si se proyecta la transformada de Fourier fraccionaria del objeto, se pueden obtener diferentes situaciones de filtrado tanto en la configuración holográfica, como en la no-holográfica, lo cual es de interés en sistemas de reconocimiento de imágenes como se sugirió en la sección 7.3 ó para la implementación de correlación óptica fraccionaria^[7.28,7.29,7.31].

En el correlador Vander Lugt en particular, las imágenes a ser comparadas pueden cambiarse muy rápido puesto que no esta restringido por la velocidad de registro del material fotorrefractivo. Esto favorece su empleo en invariancia rotacional y de escala frente a la configuración de transformada conjunta.

Por último, dado que se utilizan diferentes longitudes de onda para el registro y la lectura, la alineación y el escalamiento de transformadas es complicado, pero puede facilitarse empleando un sistema de lentes como el propuesto. Debe destacarse que la igualación de escala de las transformadas brinda una alta discriminación en los picos de correlación.

7.7 Bibliografía

[7.1] J. Goodman, "Introduction to Fourier Optics", McGraw-Hill, New York, (1968).

- [7.2] J.D. Gaskill, "Linear systems Fourier transforms and optics", John Wiley & Sons, N. York (1978).
- [7.3] J.P. Huignard, J.P. Herriau, *Real time coherent objet edge reconstruction with BSO crystals*, Appl. Opt. **17**, 2671-2672 (1978).
- [7.4] J. Feinberg, *Real-time edge enhancement using the photorefractive effect*, Opt. Lett. **5**, 330-332 (1980).
- [7.5] N.A. Vainos and R.W. Eason, *Real time edge enhancement by active spatial filtering via five wave mixing in photorefractive BSO*, Opt. Comm. **59**, 167-172 (1986).
- [7.6] J.A. Khoury, G. Hussain, R.W. Eason, *Contrast manipulation and controllable spatial filtering via photorefractive two-beam coupling*, Opt. Comm. **70**, 272-276 (1989).
- [7.7] J. Joseph, K. Singh, P.K.C. Pillai, *Spatial amplification via photorefractive two-beam coupling real-time image processing using controllable erasure of Fourier spectrum*, Opt. Comm. **85**, 389-392 (1991).
- [7.8] L. Pugliese and G.M. Morris, *Spatial filtering in photorefractive material*, en "Holographic Optics II: Principles and Applications", Proc. SPIE **1136**, 296-301 (1989).
- [7.9] P. Günter and J. P. Huignard, Eds., "Photorefractive Materials and their Applications II: Topics in Applied Phisics", Vol 62, Springer Verlag, Berlin, (1989).
- [7.10] J.O. White and Amnon Yariv, *Real-time image processing via four-wave mixing in a photorefractive medium*, Appl. Phys. Lett. **37**, 5-7 (1980).
- [7.11] C. GU, H. Fu, and J.-R. Lien, *Correlation patterns and cross-talk noise in volume holographic optical correlators*, J. Opt. Soc. Am. A **12**, 861-868 (1995).
- [7.12] F.T.S. Yu and S. Yin, *Bragg diffraction-limited photorefractive crystal-based correlators*, Opt. Eng. **34**, 2224-2231 (1995).

- [7.13] T.K. Acharya, K. Bhattacharya and A. Ghosh, *Optical processing using a birefringence-based spatial filter*, J. Mod. Opt. **41**, 979-986 (1994).
- [7.14] L. Pichon and J.P. Huignard, *Dynamic joint-Fourier-transform correlator by Bragg diffraction in photorefractive $Bi_{12}SiO_{20}$ crystals*, Opt. Comm. **36**, 277280 (1981).
- [7.15] S.G. Faria, A.A. Tagliaferri and P.A. M. dos Santos, *Photorefractive optical holographic correlation using $Bi_{12}TiO_{20}$ crystal at $\lambda=0,633nm$* , Opt. Comm. **86**, 29-33 (1991).
- [7.16] F.T.S. Yu, S. Wu, S. Rajan and D.A. Gregory, *Compact joint transform correlator with a thick photorefractive crystal*, Appl. Opt. **31**, 2416-2418 (1992).
- [7.17] D.T.H. Liu and I.-J. Cheng, *Real-time Vander Lugt optical correlator that uses photorefractive GaAs*, Appl. Opt. **31**, 5675-5680 (1992).
- [7.18] F.T.S. Yu and X.J. Lu, *A real-time programmable joint transform correlator*, Opt. Comm. **52**, 10-16 (1984).
- [7.19] M.C. Lasprilla, L.M. Zerbino, N. Bolognini y M. garavaglia, *Selección a tiempo real de amplitud de frecuencias espaciales*, Anales AFA'93 **5**, 250-253 (1995).
- [7.20] M.C. Lasprilla, L.M. Zerbino y N. Bolognini, *Filtrado óptico mediante un cristal fotorrefractivo*, "Encuentro Nacional de Óptica", Junio 1994, Medellín, Colombia.
- [7.21] M.C. Lasprilla, L.M. Zerbino y N. Bolognini, *Aplicaciones del control de la elipticidad de la luz transmitida en un medio fotorrefractivo*, Anales AFA'94 **6**, En prensa.
- [7.22] M.C. Lasprilla A., L. M. Zerbino and N. Bolognini, *Optical processing by birefringence modulation*, Opt. Eng. **35**, 40-46 (1995).
- [7.23] A. Gerrard, J.M. Burch, "Introduction to Matrix Methods in Optics", John Wiley & Sons, London, (1975).

- [7.24] D. Mendlovic and H. M. Ozaktas, *Fractional Fourier transforms and their optical implementation: I.*, J. Opt. Soc. Am. A, **10**, 1875-1881 (1993).
- [7.25] D. Mendlovic and H. M. Ozaktas, *Fractional Fourier transforms and their optical implementation: II.*, J. Opt. Soc. Am. A, **10**, 2522-2531 (1993).
- [7.26] A.W. Lohmann, *Image rotation, Wigner rotation, and the fractional Fourier transform*, J. Opt. Soc. Am. A **10**, 2181-2186 (1993).
- [7.27] S.-Y. Lee and H.H. Szu, *Fractional Fourier transforms, wavelet transforms, and adaptive neural networks*, Opt. Eng. **33**, 2326-2330 (1994).
- [7.28] D. Mendlovic, H.M. Ozaktas and A.W. Lohmann, *Fractional correlation*, Appl. Opt. **34**, 303-309 (1995).
- [7.29] D. Mendlovic, Y. Biltran, R.G. Dorsch and A.W. Lohmann, *Optical fractional correlation: experimental results*, J. Opt. Soc. Am. A **12**, 1665-1670 (1995).
- [7.30] M.C. Lasprilla, S Granieri and N. Bolognini, *Optical correlator by wave mixing*, Enviado a Optik.
- [7.31] S. Granieri, M.C. Lasprilla, N. Bolognini and E. E. Sicre, *Space-variant optical correlator based on the fractional Fourier transform: implementation using a photorefractive BGO holographic filter*, Enviado a Appl. Opt.

Capítulo 8

Conclusiones Finales

8.1 *Discusión de resultados*

8.2 *Algunas perspectivas*

8.3 *Bibliografía*

8. Conclusiones Finales

8.1 *Discusión de Resultados*

Además de las conclusiones específicas presentadas en los Capítulos 5, 6 y 7, es conveniente puntualizar los aspectos globales que se derivan de este trabajo.

Se estudiaron y desarrollaron sistemas ópticos, que utilizan como medio de registro reusable un material fotorrefractivo (BSO), para el procesamiento de imágenes en tiempo real. Se hizo un énfasis especial en el análisis teórico y la caracterización del haz transmitido de los registros por birrefringencia, y no así en el estudio de los resultados de registros holográficos, en los cuales la caracterización del haz difractado ha sido estudiado por la teoría de ondas acopladas y se encuentra en la literatura^[8.1,8.2].

Así, una buena parte del trabajo se centralizó en el estudio de un sistema óptico incoherente-coherente materializado por un cristal fotorrefractivo BSO. Es importante recalcar que la naturaleza no-holográfica del conversor, representa una ventaja experimental. Se demostró que con el conversor propuesto, si se introduce una red de referencia de similar período al de la red registrada, el sistema puede ser usado para detectar transparencias de fase o láminas birrefringentes^[8.3]. Nótese que tiene la ventaja potencial de recibir la entrada desde un dispositivo incoherente como una pantalla de TV, cristal líquido, etc., sin necesidad de la presencia física de la transparencia de entrada. Además, el contraste de la salida en todas las aplicaciones descritas, puede ser fácilmente controlado rotando el analizador.

Un dispositivo tal como el PICOC^[8.4] podría también haberse utilizado, pero tiene un soporte holográfico que complica considerablemente el arreglo experimental. Además, carece de flexibilidad para el control del contraste a la salida.

En el modelo desarrollado, se considera sólo la luz transmitida en el medio fotorrefractivo y su posterior propagación. En particular, se analiza el registro y la reconstrucción de imágenes binarias periódicas de baja frecuencia espacial^[8.5,8.6]. Se concluye que para estas imágenes, registradas como variaciones de birrefringencia inducida en el cristal, el contraste de la distribución luminosa de lectura puede ser gobernada según la orientación del analizador. Es importante notar que la elipticidad de la luz que se propaga en el medio fotorrefractivo se puede controlar mediante el espesor del cristal, el campo aplicado y la distribución luminosa^[8.7]. Además, en cuanto a la distribución espectral de las imágenes binarias registradas se determinó el comportamiento distinto de la elipticidad del orden cero respecto a los demás órdenes, en función del campo aplicado^[8.8].

El conversor propuesto puede ser considerado como un subsistema de un dispositivo óptico en el cual el control de visibilidad es el punto clave para el subsecuente procesamiento.

Precisamente, el fenómeno de autoimágenes se implementó utilizando este conversor^[8.9,8.10]. A partir del registro de la imagen de una transparencia (red de Ronchi) con propiedades de autoimágenes, se estudiaron las réplicas de aquellas generadas en la etapa de lectura^[8.11]. La teoría y los experimentos demuestran que es posible controlar el contraste del patrón de difracción a lo largo de la dirección de propagación^[8.12]. Esto podría ser muy útil en potenciales aplicaciones.

Por ejemplo, si se introduce en el conversor una segunda red de Ronchi, los patrones de moiré obtenidos pueden ser empleados para detectar birrefringencia^[8.13]. Si el material birrefringente se coloca entre el analizador y la segunda red, el desplazamiento de las franjas de moiré puede usarse para la determinación cuantitativa de la birrefringencia. El control del contraste también facilita la visualización de objetos de fase como se demostró en el interferómetro Talbot realizado^[8.3].

El registro por modulación de la birrefringencia inducida permitió desarrollar también un método dinámico de filtrado. Se basó en un procesador $4-f$ en cuyo plano de transformada se ubica el cristal fotorrefractivo^[8.14]. Presenta la ventaja del registro y lectura simultánea, en él es fácil ubicar un punto de trabajo en el cual el filtrado sea muy selectivo, lo cual sugiere emplear esa posición como criterio de enfoque^[8.15]. Además, una iluminación uniforme del cristal por un haz incoherente respecto a la luz que se propaga en el sistema actúa como elemento de sintonía^[8.16]. Como resultado adicional, se obtiene un reconocedor de formas por inhibición^[8.17].

Los resultados del filtrado propuesto se compararon con el que se obtiene en un filtrado holográfico^[8.18,8.19] a través de la transformada de Fourier fraccionaria. A pesar de la naturaleza diferente de los registros, los resultados sugieren que la iluminación de fondo en el filtrado aquí propuesto, es similar al papel del haz de referencia en el filtrado holográfico.

La implementación del correlador óptico Vander Lugt^[8.20] reivindica esta configuración clásica, escasamente empleada en filtros dinámicos. Aunque en la literatura ha sido muy estudiado^[8.21], se conocen pocos resultados experimentales, uno de ellos con un cristal de GaAs^[8.22]. Es importante notar que se lograron buenos resultados, a pesar de no contar con recursos experimentales óptimos.

Los sistemas desarrollados están limitados por el tiempo de respuesta del cristal que depende de la intensidad de entrada. Además, la limitación de resolución geométrica surge del sistema formador de imagen en la lectura. También, un compromiso puede considerarse entre el incremento del espesor del cristal para mejorar la sensibilidad y la correspondiente compresión en la resolución espacial que este hecho introduce.

8.2 Algunas Perspectivas

En cuanto al conversor propuesto y utilizando el modelo teórico desarrollado para el estudio de la polarización del haz de lectura transmitido, es posible continuar el análisis encaminándolo hacia la formulación de una descripción unificada de la elipticidad de la luz que se propaga en medios fotorrefractivos en régimen holográfico y no-holográfico.

En la utilización del conversor para el estudio de autoimágenes, se particularizó el trabajo para el caso de una red de Ronchi. No obstante, estas entradas representan un subconjunto del grupo más general de objetos de Montgomery que exhiben el efecto Talbot. En ese sentido, el conversor también se podría utilizar con tales entradas.

En el caso del filtrado no-holográfico, la comparación de imágenes por inhibición verificada experimentalmente, podría dar origen a la realización de operaciones lógicas, con la ventaja adicional de que las distribuciones espectrales a comparar son adicionadas en forma incoherente.

La mayoría de los correladores en medios fotorrefractivos emplean la configuración "Joint Transform", más sencilla de realizar^[8,23,8,24]. No obstante, la configuración Vander Lugt es más flexible y dinámica, ya que las imágenes-objeto pueden reemplazarse sin la limitación que impone el tiempo de respuesta del material. Es posible realizar correlación óptica a partir de filtros holográficos de orden fraccionario^[8,25] y así analizar los efectos combinados de la síntesis de filtros fraccionarios y espesor del medio fotorrefractivo. También se podría estudiar en forma separada la variancia que introduce el medio de registro respecto a la que surge del grado fraccionario de la correlación.

Todo este análisis permitiría desarrollar memorias holográficas de alta densidad y eficiencia, orientando las investigaciones al estudio de la capacidad de almacenamiento, técnicas de multiplexado, estrategias de registro y arquitectura de los dispositivos, todo en el marco de un modelo del efecto fotorrefractivo dado por las ecuaciones de Kukhtarev^[8,26].

Los sistemas de cómputo y procesamiento demandan dispositivos de almacenamiento de gran densidad, de rápido acceso y transferencia de datos. En ese sentido, los materiales fotorrefractivos permiten un registro y lectura basados en la holografía dinámica y proveen naturalmente el almacenamiento, y la recuperación de la información en paralelo con una notable discriminación de la imagen de salida.

Se justifica entonces continuar esta línea de investigación básica, ya que surgen herramientas de gran potencial para el tratamiento eficiente de la información óptica, en aspectos que involucran al procesamiento de imágenes, la visión automática, la implementación de una computadora óptica y técnicas de control no invasivas.

8.3 Bibliografía

- [8.1] Marrakchi, R.V. Johnson, and A.R. Tanguay Jr., *Polarization properties of photorefractive diffraction in electrooptic and optically active sillenite crystals (Bragg regime)*, **3**, 321-335, (1986).
- [8.2] S. Mallick, D. Rouède and A.G. Apostolidis, *Efficiency and polarization of photorefractive diffraction in a $Bi_{12}SiO_{20}$ crystal*, J. Opt. Soc. Am. B, **4**, 1247-1259, (1987).
- [8.3] Alexandra Agra Amorim, María del Carmen Lasprilla A., Myrian Tebaldi and Néstor Bolognini, *Photorefractive implementation of the Talbot effect and applications*, Journal of Optics (India), **24**, 133-142, (1995).
- [8.4] A. Marrakchi, A.R. Tanguay, Jr., J. Yu and D. Psaltis, *Physical characterization of the photorefractive incoherent-to-coherent optical converter*, Opt. Eng., **24**, 124-131, (1985).
- [8.5] Susana I. Grosz, Maria del C. Lasprilla A., Lía M. Zerbino and Néstor Bolognini, *Output visibility of the birefringence encoded 1-D image in a BSO crystal*, Proc. SPIE **2730**, 660-604, (1996).
- [8.6] María del C. Lasprilla, Susana I. Grosz, Lía M. Zerbino y N. Bolognini, *Respuesta en contraste y magnificación local de imágenes registradas en cristales BSO*, Anales AFA'95 **7**, (Enviado).
- [8.7] M.Tebaldi, M.C. Lasprilla y N. Bolognini, *Optimización de la reconstrucción de imágenes binarias registradas en un cristal BSO*, Anales AFA'95 **7**, (Enviado).
- [8.8] María del Carmen Lasprilla A., M. Tebaldi and N. Bolognini, , *Transmitted polarization states in a readout birefringence encoded binary images in a BSO*, (en redacción).
- [8.9] M. Tebaldi, M. C. Lasprilla y N. Bolognini, *Formación y procesamiento de autoimágenes mediante registros fotorrefractivos*, en prensa Anales AFA'94 **7**.

- [8.10] A. A. Amorim, M. C. Lasprilla A., M. Tebaldi and N. Bolognini, *Study of the self-images formation through incoherent register in photorefractive materials*, SPIE **2730**, 427-433. (1996).
- [8.11] M. del C. Lasprilla A., A. A. Amorim, M. Tebaldi and N. Bolognini, *Self-imaging through incoherent to coherent conversion*, Opt. Eng. **35**, 2440-2445, (1996).
- [8.12] María del Carmen Lasprilla A., Myrian Tebaldi and Néstor Bolognini, *Polarization sensitive of self-images*, (Enviado a Opt. Eng.).
- [8.13] N. Bolognini, M. C. Lasprilla, M. Tebaldi, A. Agra Amorim, L.M. Bernardo, *Birrefringence encoding of periodic transparencies with a BSO cristal and self-imaging applications*, "International Conference on Optics and Information -6th Topical Meeting of the European Optical Society", 23-26 de Octubre de 1995, Mulhouse, Francia.
- [8.14] M.C. Lasprilla, L.M. Zerbino, N. Bolognini y M. garavaglia, *Selección a tiempo real de amplitud de frecuencias espaciales*, Anales AFA'93 **5**, 250-253 (1995).
- [8.15] M.C. Lasprilla, L.M. Zerbino y N. Bolognini, *Filtrado óptico mediante un cristal fotorrefractivo*, "Encuentro Nacional de Óptica", Junio 1994, Medellín, Colombia.
- [8.16] M.C. Lasprilla, L.M. Zerbino y N. Bolognini, *Aplicaciones del control de la elipticidad de la luz transmitida en un medio fotorrefractivo*, Anales AFA'94 **6**, En prensa.
- [8.17] M.C. Lasprilla A., L. M. Zerbino and N. Bolognini, *Optical processing by birefringence modulation*, Opt. Eng. **35**, 40-46 (1995).
- [8.18] N.A. Vainos and R.W. Eason, *Real time edge enhancement by active spatial filtering via five wave mixing in photorefractive BSO*, Opt. Comm. **59**, 167-172 (1986).

- [8.19] J.A. Khoury, G. Hussain, R.W. Eason, *Contrast manipulation and controllable spatial filtering via photorefractive two-beam coupling*, *Opt. Comm.* **70**, 272-276 (1989).
- [8.20] M.C. Lasprilla, S Granieri and N. Bolognini, *Optical correlator by wave mixing*, *Enviado a Optik*.
- [8.21] F.T.S. Yu and S. Yin, *Bragg diffraction-limited photorefractive crystal-based correlators*, *Opt. Eng.* **34**, 2224-2231 (1995).
- [8.22] D.T.H. Liu and I.-J. Cheng, *Real-time Vander Lugt optical correlator that uses photorefractive GaAs*, *Appl. Opt.* **31**, 5675-5680 (1992).
- [8.23] F.T.S. Yu and X.J. Lu, *A real-time programmable joint transform correlator*, *Opt. Comm.* **52**, 10-16 (1984).
- [8.24] F.T.S. Yu, S. Wu, S. Rajan and D.A. Gregory, *Compact joint transform correlator with a thick photorefractive crystal*, *Appl. Opt.* **31**, 2416-2418 (1992).
- [8.25] S. Granieri, M.C. Lasprilla, N. Bolognini and E. E. Sicre, *Space-variant optical correlator based on the fractional Fourier transform: implementation using a photorefractive BGO holographic filter*, *Enviado a Appl. Opt.*
- [8.26] N.V. Kukhtarev, V.B. Markov, S.G. Odulov, M.S. Soskin and V.L. Vinetskii, *Holographic in electrooptic crystals. I. steady state*, *Ferroelectrics*, **22**, 949-960 (1979).

Apéndices

I Campo Total Interno

*II Efecto Electro-Óptico Longitudinal y Transversal en Cristales
BSO/BGO*

*III Campo Total Interno para una Distribución de Intensidad $I(x)$
Periódica*

Apéndice I

Campo Total Interno

Las Ecs.(2.3-6), (2.3-7) y (2.3-9) del material unidimensionales y en las condiciones de estado estacionario: $\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial N}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial J}{\partial x} = 0$, resultan:

$$J = qD \frac{\partial N(x)}{\partial x} + q\mu N(x) \left[E_{ce}(x) + \frac{V}{L} \right] \quad (\text{I-1})$$

$$N(x) = N_O [1 + GI_n(x)] \quad (\text{I-2})$$

$$\int_0^L E_{ce}(x, t) dx = 0 \quad (\text{I-3})$$

donde,

$$G = \frac{\tau \alpha \xi}{N_O \hbar \omega} I_m = \frac{\tau g_0}{N_O} \quad (\text{I-4})$$

fue definida en la sección (2.3) del texto principal.

Despejando $E_{ce}(x)$ de (I-1) e integrando respecto desde x de 0 a L , se obtiene:

$$\int_0^L \left\{ \frac{1}{\mu N(x)} \left[J - qD \frac{\partial N(x)}{\partial x} \right] - \frac{V}{L} \right\} dx = \int_0^L E_{ce}(x) dx \quad (\text{I-5})$$

La densidad de corriente constante J , en estado estacionario y luego de aplicar la condición (I-3), resulta:

$$J = \frac{V + \frac{D}{\mu_0} \int_0^L \frac{\partial N(x)/\partial x}{N(x)} dx}{\frac{1}{q\mu_0} \int_0^L \frac{dx}{N(x)}} \quad (\text{I-6})$$

Igualando (I-6) con (I-1) se obtiene la expresión para el campo total interno (Ec.(2.3-16) del Capítulo 2):

$$E(x) = E_{ce}(x) + \frac{V}{L} = \frac{V}{L} + \frac{D}{\mu_0 N(x)} \left[\frac{\int_0^L \frac{\partial N(x)/\partial x}{N(x)} dx}{\int_0^L \frac{dx}{N(x)}} - \frac{\partial N(x)}{\partial x} \right] \quad (\text{I-7})$$

1.1 Cálculo de E(x). Registro No-holográfico

Si se supone que la contribución en el transporte de carga se debe principalmente al campo eléctrico aplicado $E_a = V/L$ (no se considera la contribución por difusión), entonces reemplazando (I-2) en (I-7), se obtiene:

$$E(x) = \frac{V}{L} \frac{1}{(1 + GI_n(x)) \int_0^L \frac{dx}{(1 + GI_n(x))}} \quad (\text{I-8})$$

donde

$$I_n(x) = \frac{I(x)}{I_m} = \text{rect} \left[\frac{x - x_0}{a} \right] \quad (\text{I-9})$$

Reemplazando (I-9) en (I-8) e integrando se obtiene,

$$E(x) = \frac{V}{\left\{ 1 + G \text{rect} \left[\frac{(x - x_0)}{a} \right] \right\} \left(L - a + \frac{a}{1 + G} \right)} \quad (\text{I-10})$$

donde $\text{rect} \left[\frac{(x - x_0)}{a} \right] = \begin{cases} 1 & \text{para } |x - x_0| < a/2 \\ 0 & \text{para } |x - x_0| > a/2 \end{cases}$

1.2 Cálculo de $E(x)$. Registro Holográfico.

Para la distribución luminosa resultante de la interferencia de dos ondas planas,

$$I(x) = I_m(1 + M \cos kx) \tag{I-11}$$

donde, $I_m = I_1 + I_2$ y $M = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_m}$, se definieron en el texto principal.

Entonces, la densidad de electrones libres en la banda de conducción se puede escribir de acuerdo a (I-2):

$$N(x) = N_O [1 + G(1 + M \cos kx)] = N_O(1 + G)(1 + M' \cos kx) \tag{I-12}$$

donde $M' = \frac{G}{1+G} M \approx M$ para $G \gg 1$.

Considérese ahora los dos mecanismos de transporte: difusión y deriva. Entonces, al reemplazar (I-12) en (Y-7) resulta:

$$E(x) = \frac{V}{(1 + M \cos kx) \int_0^L \frac{dx}{1 + M \cos kx}} + \frac{D}{\mu(1 + M \cos kx)} \left[\frac{\int_0^L \frac{-kM \sin kx}{1 + M \cos kx} dx}{\int_0^L \frac{dx}{1 + M \cos kx}} + kM \sin kx \right] \tag{I-13}$$

Evaluando las integrales y simplificando se obtiene:

$$E(x) = E_a \frac{\sqrt{1 - M^2}}{1 + M \cos kx} + E_D \frac{M \sin kx}{1 + M \cos kx} \tag{I-14}$$

donde E_a es el campo externo aplicado y $E_D = \frac{kD}{\mu}$ es el campo por difusión.

Apéndice II

Efecto Electro-Óptico Longitudinal y Transversal en Cristales BSO/BGO

Los efectos electro-ópticos generalmente se clasifican de acuerdo con la orientación relativa del campo eléctrico aplicado externo \mathbf{E}_a respecto a la dirección de propagación de la luz, \mathbf{k} . Cuando $\mathbf{E}_a \perp \mathbf{k}$ se tiene efecto electro-óptico longitudinal y cuando $\mathbf{E}_a \parallel \mathbf{k}$, el efecto electro-óptico es transversal.

Esta convención ha sido ampliamente difundida en el análisis de moduladores electro-ópticos. No obstante, cuando se estudian cristales fotorrefractivos como las silenitas (BSO y BGO), estos dos conceptos adquieren significados ligeramente diferentes, debido esencialmente a dos hechos ligados a la propia naturaleza del efecto fotorrefractivo:

- En los cristales fotorrefractivos, el efecto electro-óptico no sólo surge de la aplicación de campos externos sino principalmente de los campos internos inducidos por la exposición del cristal a la radiación luminosa.
- En el interior del cristal el campo eléctrico total no es uniforme; varía localmente.

Entonces, en los cristales fotorrefractivos, las nociones de efecto electro-óptico transversal y longitudinal se relacionan con la mutua orientación entre la dirección de propagación de la luz y el campo de campo de carga espacial en el interior del cristal. El papel del campo externo aplicado deja de ser importante, una vez que induce el movimiento de los electrones por deriva. En el mecanismo de registro por difusión, este campo no está presente.

El efecto electro-óptico, en la práctica la birrefringencia inducida en una lámina cristalina, depende del corte del cristal, es decir de la dirección de propagación de la luz relativa a los ejes cristalinicos y al campo eléctrico.

Las características principales de los moduladores espaciales de luz (*SLM's*) que han sido implementados en cristales BSO y BGO, y asociados a diferentes configuraciones ópticas se resumen a continuación.

II.1 **Modulador PROM- Pockels Readout Optical Modulator**

Corte: caras paralelas al plano (001) y perpendiculares al eje óptico.

Campo eléctrico aplicado colineal con la dirección de iluminación.

Modulación de birrefringencia: efecto electro-óptico longitudinal.

Electrodos: transparentes, aplicados directamente a las caras pulidas.

Birrefringencia inducida en dirección de las líneas neutras del cristal.

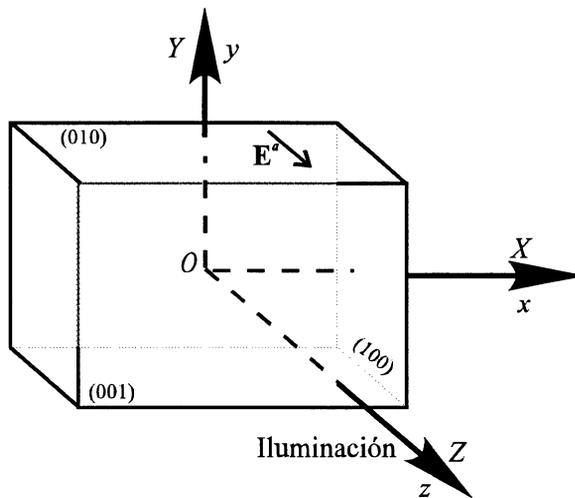


Figura II.1: Disposición de los ejes en la configuración PROM,

II.2 **Modulador PRIZ (Versión rusa del modulador PROM)**

Corte: caras paralelas a (111) ó (110) perpendiculares a la dirección de iluminación.

Campo eléctrico aplicado colineal con la dirección de iluminación.

Modulación de birrefringencia: efecto electro-óptico transversal.

Birrefringencia inducida en dirección de las líneas neutras del cristal

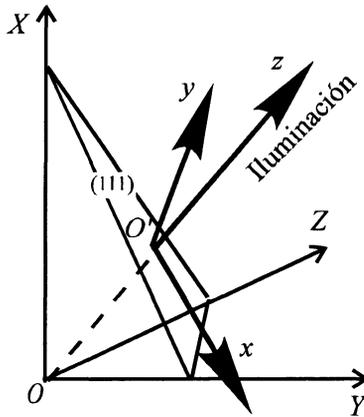


Figura II.2: Orientación de los ejes en la configuración PRIZ.

En ambos dispositivos, el campo externo aplicado es colineal a la dirección de propagación de la luz incidente, pero en el primer caso es la componente longitudinal del campo total interno la que induce la birrefringencia; en el segundo caso es la componente transversal del mismo campo interno.

II.3 Configuración "Transversal" (Propuesta por Huignard y colaboradores)

Corte: caras paralelas al plano (110) y perpendiculares al eje óptico

Campo eléctrico aplicado perpendicular a la dirección de iluminación.

Modulación de birrefringencia: efecto electro-óptico transversal.

Birrefringencia inducida en dirección de las líneas neutras del cristal.

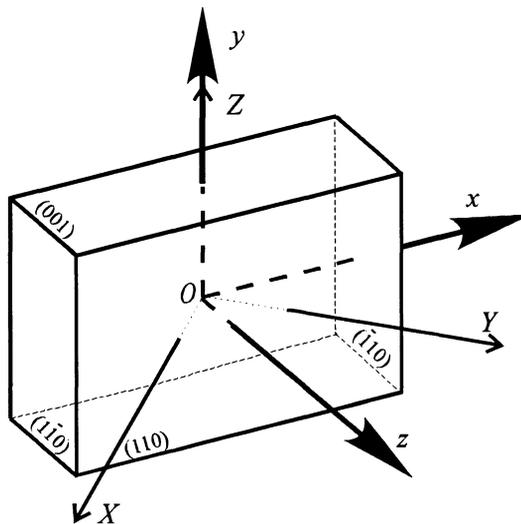


Figura II.3: Orientación de los ejes en configuración "transversal".

La siguiente tabla permite comparar las tres configuraciones desde el punto de vista de la orientación de las líneas neutras y el valor de la birrefringencia. En todos los casos los ejes $Oxyz$ se han escogido de forma que Oz sea paralelo a la dirección de propagación de la luz.

Tabla II.1: Comparación de los moduladores *PROM*, *PRIZ* y "*TRANSVERSAL*".

Configuración	Ángulo	Birrefringencia
PROM	$\theta = \frac{\pi}{2}$	$\delta n = n^3 r_{41} E_z$
PRIZ	$\text{tg } 2\theta = \frac{E_x}{E_y}$	$\delta n = \frac{1}{3} n^3 r_{41} \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$
"TRANSVERSAL"	$\text{tg } 2\theta = \frac{2E_x}{E_y}$	$\delta n = \frac{1}{2} n^3 r_{41} \sqrt{4E_x^2 + E_y^2}$

Apéndice III:

Campo Total Interno para una Distribución de Intensidad $I(x)$ Periódica

Se calcula el campo total interno $E(x)$ producido en el cristal cuando se proyecta sobre él la imagen de una red de Ronchi de período d , iluminada con luz incoherente y se le aplica una diferencia de potencial V constante. La transmitancia en amplitud de la red de Ronchi esta dada por la Ec.(5.4-1) del Capítulo 5:

$$t(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\text{sen}(\pi m / 2)}{\pi m / 2} \exp\left(i 2 \pi m \frac{x}{d}\right) \quad (\text{III-1})$$

Se pueden presentar una de las dos situaciones ilustradas en la Fig.6.4 del Capítulo 6 y que corresponde a :

- "ideal", Fig.6.4(a):

$$I(x) = I_0 t(x) = \begin{cases} I_0, & \text{franjas iluminadas} \\ 0, & \text{franjas oscuras} \end{cases}$$

donde $|x| \leq L_x/2$.

- "real", Fig.6.4(b)

$$I(x) = I_0 t(x) + I_f = \begin{cases} I_0 + I_f, & \text{franjas mas iluminadas} \\ I_f, & \text{franjas menos iluminadas} \end{cases}$$

donde $I_f = a I_0$. En la situación experimental "real", el cristal recibe, además de la distribución luminosa de la transparencia $t(x)$, una iluminación uniforme de fondo $I_f < I_0$.

Para hallar, el campo total interno se considerará la situación (b) que es más general e incluye la situación (a) para $\alpha=0$. Luego, a partir de la Ec.(2.3-20):

$$E(x) = E_{ce}(x) + \frac{V}{L} \approx \frac{1}{K} \frac{V}{N(x)} = \frac{V}{N(x)} \frac{1}{\int_0^{L_x} \frac{dx}{N(x)}} \tag{III-2}$$

donde $N(x)$ se define de la Ec.(2.3-14) por:

$$N(x) = N_o [1 + GI_n(x)] \tag{III-3}$$

e $I_n(x) = \frac{I(x)}{(1+a)I_o}$ para éste caso.

Para evaluar la integral de la expresión (III-2) es necesario considerar como es la distribución de intensidad luminosa en los extremos del cristal de ancho L_x . Si se supone que $I(0)=I_o$, entonces en el extremo L_x puede darse uno de los dos casos representados en la Fig.III.1.

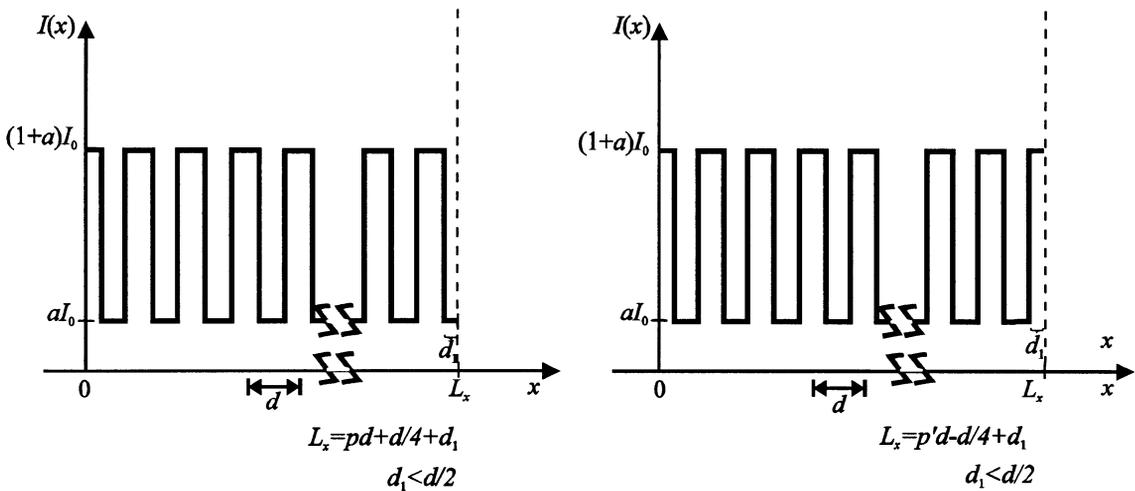


Figura III.1: Distribución de intensidad luminosa en el cristal donde $I(0)=(1+a)I_o$ y: (a) $I(L_x)=aI_o$ ó (b) $I(L_x)=(1+a)I_o$.

Caso (a): $I(L_x)=aI_o$, el ancho del cristal $L_x=pd+d/4+d_1$, donde $p=[L_x/d]$ es la parte entera de L_x/d . Entonces:

$$K = \frac{\int_0^{pd+d/4+d_1} \frac{dx}{N(x)}}{\int_0^{L_x} \frac{dx}{N(x)}} = \frac{(2p+1)d/4}{N_o} \left[\frac{1}{1+G(1+a)} + \frac{1}{1+Ga} \right] = \frac{(2p+1)d/4}{N_o} \frac{(2+2Ga+G)}{(1+G+Ga)(1+Ga)} \tag{III-4}$$

Luego:

$$E(x) = \frac{V}{KN(x)} = \frac{V(1+G+Ga)(1+Ga)}{(2p+1)d/4 \cdot (2+2Ga+G)\{1+G[t(x)+a]\}} \quad (\text{III-5})$$

Caso (b): $I(L_x)=(1+a)I_0$, el ancho del cristal $L_x=p'd-d/4+d_1$, donde $p'=[(L_x+d/4)/d]$.

$$K' = \int_0^{p'd-d/4+d_1} \frac{dx}{N(x)} = \frac{(L_x - p'd/2)}{N_0} \left[\frac{1}{1+G(1+a)} + \frac{1}{1+Ga} \right] = \frac{(L_x - p'd/2)}{N_0} \frac{(2+2Ga+G)}{(1+G+Ga)(1+Ga)} \quad (\text{III-6})$$

$$E(x) = \frac{V}{KN(x)} = \frac{2V(1+G+Ga)(1+Ga)}{(2L_x - p'd) \cdot (2+2Ga+G)\{1+G[t(x)+a]\}} \quad (\text{III-7})$$

Como $L_x=10\text{mm}$ para el BSO utilizado y el período de la red de Ronchi es $d=0,25\text{mm}$ (4lin/mm), entonces $p=[L_x/d]=40$ y $p'=[(L_x+d/4)/d]=40$. Luego, en la Ec.(III-5), la expresión $(2p+1)d/4=5,0625\text{mm} \approx L_x/2$ y la expresión $2(L_x-p'd)/2=5\text{mm} = L_x/2$.

Por lo tanto, para los valores considerados, las Ecs.(III-5) y (III-7) se pueden escribir en una sola ecuación:

$$E(x) = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{(1+G+Ga)(1+Ga)}{(2+2Ga+G)\{1+G[t(x)+a]\}} = \begin{cases} E_1 = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{(1+Ga)}{(2+2Ga+G)}, & \text{si } t(x) = 1, \text{ franjas mas iluminadas} \\ E_2 = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{(1+G+Ga)}{(2+2Ga+G)}, & \text{si } t(x) = 0, \text{ franjas menos iluminadas} \end{cases} \quad (\text{III-8})$$

Para $G \gg 1$ como ocurre de acuerdo con los valores de la Tabla 2.1

$$E(x) = \begin{cases} E_1 = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{a}{(1+2a)}, & \text{si } t(x) = 1, \text{ franjas más iluminadas} \\ E_2 = \frac{2V}{L_x} \cdot \frac{(1+a)}{(1+2a)}, & \text{si } t(x) = 0, \text{ franjas menos iluminadas} \end{cases} \quad (\text{III-9})$$

Para $\alpha=0$:

$$E(x) = \begin{cases} E_1 = 0, & \text{si } t(x) = 1, \text{ franjas iluminadas} \\ E_2 = \frac{2V}{L_x}, & \text{si } t(x) = 0, \text{ franjas oscuras} \end{cases} \quad (\text{III-10})$$