www.cibereduca.com

V Congreso Internacional Virtual de Educación
7-27 de Febrero de 2005

PIZARRA-PAPEL-COMPUTADORA: UN SISTEMA.

- Michel Enrique Gamboa Graus (1)

megg@isplt.rimed.cu / michelgamboagraus@yahoo.es

- Henry Fernández Rodríguez. (1)

- Airlín Borrego Ruz (2)

- Osmany Carmenate Barrios (1)

osmanycb@isplt.rimed.cu

(1) Instituto Superior Pedagógico "Pepito Tey"
Las Tunas, Cuba

(2) ESBU "Germán Columbié"
Las Tunas, Cuba

RESUMEN

Durante el desarrollo histórico se ha ido perfeccionando la relación de los medios de enseñanza con los demás componentes del proceso docente-educativo. Investigar sobre ellos y su uso en forma de sistema da la posibilidad de fomentar un aprendizaje desarrollador y verdaderamente científico. En este trabajo se proyecta un conjunto de actividades donde se emplean la pizarra, el papel y la computadora como una tríada de medios implementados en forma de sistema para la enseñanza-aprendizaje de la Geometría, en el que se defiende la idea de que se eleva la calidad de este proceso si se es consecuente con la lógica de actuación que se propone como resultado de esta propuesta.

INTRODUCCIÓN

En los momentos actuales del vertiginoso avance de la ciencia y la técnica, la utilización de medios que posibilitan una activación eficiente en el proceso de enseñanza - aprendizaje cobra nuevo relieve e interés.

Los sistemas de medios de enseñanza permiten crear las condiciones para cumplir con las exigencias de la clase desarrolladora contemporánea durante el proceso docente educativo, propiciando más objetivo y dinámico los contenidos de cada tema de estudio que se imparte; por tanto, contribuye a elevar la eficiencia en el proceso de asimilación del conocimiento de los alumnos, creando las condiciones para un mayor desarrollo de las capacidades, hábitos y habilidades, y la formación de convicciones.

Cuando los medios de enseñanza son empleados sistemática y eficientemente, facilitan un mayor aprovechamiento de nuestros órganos sensoriales, se crean las condiciones para una mayor aplicación y permanencia en la memoria de los conocimientos adquiridos, y el alumno se convierte en un ente activo en el aprendizaje.

Mediante el empleo adecuado del sistema de medios de enseñanza, que estimule la actividad cognoscitiva, los estudiantes aprenden a pensar correctamente utilizando las vivencias de la vida cotidiana, se eleva la efectividad del proceso, se garantiza una docencia de mayor calidad, una solidez de los conocimientos evidenciado por los resultados que satisfacen los objetivos propuestos en cada grado, se permite racionalizar los esfuerzos del profesor y de los alumnos propiciando un mayor aprovechamiento del esfuerzo laboral; además, contribuye especialmente a lograr la formación de convicciones en relación con la ciencia, la técnica y la sociedad, forjando en ellos la concepción estética y la actividad creadora.

Se espera que este trabajo favorezca la imperiosa cavilación sobre el tema, y beneficie el desarrollo de la creatividad de los profesores y alumnos. En él se demuestran algunas de las posibilidades de utilización de un sistema de medios de enseñanza en función de favorecer el aprendizaje de la Geometría, y se diseñan actividades teniendo presente los principios de una didáctica desarrolladora y práctica, propiciando un cambio de actitud de los alumnos hacia la asignatura, ya que para algunos, aunque parezca disparatado, no resulta tan interesante.

Como parte de este proceso se tendrá en cuenta la utilización de un sistema de medios de enseñanza para propiciar una activación del conocimiento en las clases del séptimo grado insertado en cada una de las actividades propuestas.

Además de la pizarra como medio de enseñanza tradicional, se utiliza la flexogeometría, la cual le permite al alumno verificar propiedades de una forma real, objetiva y palpable que fijará aún más el contenido tratado, motivándolos a seguir profundizando en su actitud creadora. También se utiliza la Informática, que posibilita que el alumno interactúe de forma dirigida con los nuevos contenidos, desarrolle sus propias estrategias de aprendizaje y trabaje con su propia mente, siendo un medio de mayor precisión y exactitud que permite verificar mucho mejor los resultados obtenidos.

Durante la realización de la práctica laboral y después de un estudio realizado a través de diferentes técnicas e instrumentos investigativos aplicados a profesores y estudiantes se corroboró que, con respecto a la metodología de la enseñanza de la Geometría, eran insuficientes los conocimientos que se poseían en la teoría sobre el uso de los medios de enseñanza y su implementación en forma de sistema, acorde con las exigencias planteadas por las transformaciones que se llevan a cabo en nuestro país en todas las educaciones. A pesar de que es un requerimiento constante en la escuela cubana actual y de que tienen la posibilidad de usarlos sistemáticamente carecen de una lógica coherente y desarrolladora para hacerlo, lo que va en detrimento de la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Las tres cuartas partes de los encuestados declaran que no se sienten suficientemente preparados para enfrentar el trabajo con los medios en la enseñanza en el tratamiento metodológico que exige la enseñanza de la Geometría, pues no cuentan con un adecuado sustento teórico para hacerlo y consideran que introducirse en esta labor "a ciegas" puede conducir inevitablemente al fracaso; no obstante, utilizan los medios de manera empírica a partir de la accesibilidad que tengan a ellos; sin embargo, no satisfacen las necesidades de la escuela actual, máxime tomando en consideración todos los elementos que brinda la enseñanza de la Geometría para contribuir a la eficacia del proceso educativo.

DESARROLLO

En este trabajo se propone un conjunto de actividades en las cuales se utilizan los medios de enseñanza en forma de sistema, para el tratamiento metodológico en las clases de Geometría; donde con su correcta utilización se puede producir un resultado superior al que se podría alcanzar con la aplicación aislada de los mismos. Estas actividades son de forma general, se pueden aplicar adecuándolas a las características específicas de cada grupo y a las condiciones concretas de cada profesor en su institución escolar específica.

Para su implementación es necesario recordar que lo que en algún momento y con algunos estudiantes puede parecer una solución "excepcional", en otro contexto puede carecer de fundamentos, pues como se ha visto, en el proceso de enseñanza-aprendizaje desempeña un papel trascendental la subjetividad de estudiantes y profesores.

En esta propuesta se toma la pizarra como el medio inicial encargado de sacar a la luz las experiencias previas más elementales de los estudiantes y lograr explicitarlas, pues es en ella donde por mucho tiempo se han presentado las primeras ideas de los contenidos que han sido tratados con ellos durante su tránsito por la escuela. En estas actividades se propone dar inicialmente una representación de la información que se quiere transmitir convirtiéndose en las primeras imágenes recibidas, quedando esto impreso en la memoria del estudiante, de manera que se pueda aprovechar las primeras impresiones recibidas por los estudiantes sobre el tema objeto de estudio así como su forma, su denotación, su representación.

Lograr que el docente tenga plena conciencia de la forma en que los estudiantes reflejan estas primeras impresiones, estas cuestiones básicas que permiten que luego pueda ensamblar correctamente la cadena de aprendizaje, es vital para que pueda entender qué es lo que pasa por la cabeza de cada uno de sus discípulos cuando se está brindando tratamiento a cuestiones relacionadas con ellas, para tener conciencia de las innumerables hipótesis que sus alumnos incansablemente ensayan.

Es necesario permitirle a los estudiantes el protagonismo que necesitan en la construcción de su propio conocimiento, de manera que se sientan responsables de la apropiación de ese contenido, por lo que se utiliza la flexogeometría como una buena opción para continuar con los conflictos tanto cognitivos como afectivos, teniendo en cuenta la indisoluble unidad que debe existir entre lo cognitivo y lo afectivo, conflictos que se precisan para recorrer el camino que va desde lo que los estudiantes consideran como correcto hasta lo que está estipulado como tal, pues es muy cierto que de la previa utilización de la pizarra ya se “saben” muchas cosas y se está en condiciones de enfrentar nuevas contradicciones con lo que se cree saber para transitar del conocimiento inacabado e incompleto que se tiene a nuevos cada vez más acabados y completos, considerando que se conoce en contra de un conocimiento anterior.

Esta utilización de la flexogeometría facilita, entre muchas otras cosas, realizar demostraciones informales de forma empírica, y esta es una de las aspiraciones que se quiere en las transformaciones que se llevan a cabo en las Secundarias Básicas.

Ya se ha visto que el uso del papel desarrolla la creatividad del alumno y por consiguiente se considera una opción válida para aprovecharlo mediante la crítica racional para lograr un tránsito de un conocimiento inferior a uno superior, y para trasladar al alumno de las teorías que considera correctas, a partir de continuas rupturas a las teorías que son universalmente reconocidas.

Aprovechando lo antes expuesto, después que el estudiante se familiarice con objetos verdaderamente identificados y comparados con sus características, se puede apoyar en la “exactitud” que brinda la informática y las ventajas que trae consigo su uso y de esta forma se continúa colocando a los estudiantes frente a incesantes conflictos cognitivos y afectivos que provoquen rupturas de teorías inacabadas y desequilibrios productivos, de manera que les permita crecer como personalidades.

Los conocimientos adquiridos a través de uno de los medios tienen que servir como base a los que luego se van a adquirir. El cambio de un medio a otro no se puede ver como un salto, sino como un muy significativo momento de aprendizaje en el que se relacionan los conocimientos precedentes que se tienen con los nuevos, y si se ha seguido correctamente el proceso de lo que se quiere con cada uno de los medios, evidentemente se podrán evitar con mayor frecuencia los muy peligrosos falsos prejuicios.

El proceso se debe estructurar de forma tal que vaya de una vía más simple a una más compleja, de lo “fácil” a lo “difícil”, y explotando las relaciones que se surgen al trasladarse por ese camino, pues como adelantó Renato Descartes (1596-1650), quien ha sido uno de los pensadores más estudiados de la humanidad y de los que más se ha escrito, “los conocimientos asequibles al espíritu humano están unidos entre sí por un lazo tan maravilloso y se deducen unos de otros por consecuencias tan necesarias que no hace falta gran sagacidad ni artificio para encontrarlos, con tal que comencemos por los más simples y nos elevemos gradualmente a los más sublimes”. (3,14)

A continuación se presentan algunas actividades que pueden servir de guía para entender la metodología que se sugiere para el tratamiento de los contenidos geométricos, para que se tenga una idea de la lógica de actuación que se propone con esta investigación, que radica en encontrar ese lazo maravilloso por el que están unidos los conocimientos que se quieren enseñar en la escuela para lograr deducirlos unos de otros comenzando por los más elementales, lógica que se sustenta en la necesidad de conocer lo que realmente “saben” los estudiantes utilizando para ello el sistema de medios conformado por la tríada seleccionada, de forma que puedan colocarse frente a los conflictos que se encuentran dentro de sus zonas de desarrollo potencial.

Actividad 1

Temática: Medianas de un triángulo.

Objetivo: Interpretar las propiedades de las medianas de un triángulo a un nivel de familiarización.

Es trascendental que se muestre en esta propuesta cómo se puede trabajar en la formación de valores como:

- **Solidaridad**, en el trabajo cooperativo en equipo, dúos, tríos, tanto en el aula como en las casas de estudio.
- **Responsabilidad**, al cumplir con las normas de trabajo acordadas por el colectivo y la realización en tiempo y forma las tareas asignadas.
- **Laboriosidad**, al enfrentar con disposición las diferentes actividades concebidas en las sesiones y las de trabajo independiente orientado.
- **Honestidad y Honradez**, al reflejar y exponer resultados distinguiendo cuáles son colectivos y cuáles son personales, reconociendo sus dificultades y ejerciendo de manera constructiva la crítica y la autocrítica.

También existen actitudes propias de la actividad matemática y de la concepción de las sesiones de trabajo a los cuales también se contribuyen y que es necesario que los profesores tengan conciencia de ello para reforzar los mismos, según sean las características de los educandos; entre estas se encuentran:

- La incorporación del lenguaje matemático para expresar sus ideas.
- Valoración y reconocimiento de la utilidad de los conocimientos matemáticos para la vida.
- Disposición favorable a la revisión sistemática del resultado.
- Gusto por el orden, la claridad, y exactitud del proceso seguido y de los resultados obtenidos en la solución de problemas de cualquier naturaleza.
- Curiosidad por descubrir elementos geométricos en el entorno.
- Perseverancia en la búsqueda de soluciones problémicas relacionadas con la geometría.
- Cuidado con el uso de instrumentos de dibujo.
- Sensibilidad y gusto por la presentación cuidadosa de dibujos geométricos.
- Valoración de la importancia de hacer mediciones y estimaciones en la vida cotidiana.
- Confianza en las propias capacidades para la resolución de problemas y uso de estrategias personales.
- Valoración del trabajo en equipos con equilibrio entre los intereses y la perspectiva del grupo, los intereses y aportes individuales.
- Consideración del error como un estímulo para nuevas iniciativas.
- Gusto por la elaboración de estrategias personales para hacer frente a la resolución de situaciones problémicas.
- Satisfacción por la tarea bien hecha.
- Generosidad en el momento de exponer las soluciones encontradas y las estrategias personales de cálculo, estimación y resolución de problemas para ponerlas a disposición de todos los compañeros.
- Tendencia a investigar conjunta y no competitivamente.
- Disfrute del placer de haber encontrado la solución.
- Diálogo, comprensión y respeto demostrado con el interés por conocer las estrategias de cálculo, medida, estimación y resolución de problemas aplicadas por los demás.

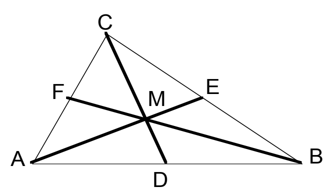
Primeramente se construye un triángulo en la pizarra.

Es importante denotar el triángulo correctamente y dejar claro cuáles son los elementos por los cuales está conformado, cuáles son los ángulos, los segmentos, cuál es el punto medio de cada segmento, qué significa que dos segmentos sean iguales. Todos estos elementos son el comienzo de ese lazo maravilloso del que ya se ha hablado por lo que resulta trascendental que queden explicitadas todas las ideas previas que tienen los estudiantes relativas a estas cuestiones y sean sometidas a una crítica racional, porque es evidente que todo saber que no ha sido sopesado en la balanza de la razón no es fidedigno y por consiguiente no es un saber verdadero. Esto es muy importante para que cuando los estudiantes escuchen cada uno de estos conceptos inmediatamente en sus mentes se pueda representar cada una de las imágenes correspondientes.

Después de haber asegurado todo esto se intenta construir conjuntamente la definición de mediana de un triángulo, el segmento que une al vértice con el punto medio del lado opuesto, se espera que el estudiante sea capaz de representarlo individualmente en sus libretas, pues los elementos necesarios y suficientes para ello han sido recreados en sus mentes previamente.

Este tratamiento en pizarra le permitirá que la mediana quede reflejada en la memoria, luego se le pedirá que tracen otra. Podrán observar que se cortan en un punto. Seguidamente se les orienta que midan las longitudes de los segmentos determinados por ese punto y cada uno de los extremos de la mediana, y así en ambas, lo que les resultará interesante ya que en los dos casos la longitud del segmento formado por el vértice y el punto de intersección es el doble de la longitud del segmento formado por el punto de intersección y el punto medio del lado opuesto.

Por supuesto, ya los estudiantes se encuentran en mejores condiciones para enfrentar la contradicción que sigue, ¿pasará la tercera mediana por ese punto?. Se les pedirá que tracen dicha mediana, donde se percatarán que sí, si se ha tenido mucho cuidado de hacer el trabajo con precisión, las tres tienen ese punto en común y lleva el nombre de baricentro o centroide.



Se debe analizar dicho nombre, dejando claro que *bari* proviene de barómetro (instrumento que se utiliza para medir presión), los estudiantes deben conocer que los conceptos en la asignatura tienen un origen que los nutre, que lo hace más real y los aparta de la visión de que se está hablando de algo extremadamente abstracto y frío.

Se tiene un triángulo donde se puede mostrar cuestiones muy interesantes, para ello es recomendable seguir el procedimiento:

a) Plieguen el triángulo por el segmento que representa la mediana.

Estos tendrán que analizar el procedimiento a seguir, primero deberán encontrar el punto medio y luego proceder al doblez. Esto creará contradicciones, primeramente cómo seleccionarán ese punto medio, el profesor debe recodarles que el punto medio divide al lado en dos segmentos iguales, por lo que será suficiente unir los extremos del segmento y marcar dicho punto. Luego les quedará proceder al doblez.

Aquí se debe hacer énfasis en la exquisitez con que los alumnos hacen cada uno de los procedimientos, para una mayor exactitud y precisión en cada una de las actividades, de ahí que se precise utilizar instrumentos que ayuden a realizar los dobleces lo más exactos posibles.

b) Procedan a plegar por las otras dos medianas. Aquí se espera que los estudiantes sean capaces de construirlas sin la ayuda del profesor.

c) Pongan el lápiz hacia arriba y coloquen de forma horizontal de forma tal que el baricentro quede en la punta del lápiz. ¿Qué observan?

Es necesario precisar que deben alisar bien el triángulo para una mayor precisión y a la vez se fortalece la sensibilidad y gusto por la presentación cuidadosa del trabajo realizado.

d) Hagan el mismo procedimiento pero que la punta del lápiz no coincida con el baricentro. Arriben a conclusiones.

Esto es para lograr que los estudiantes perciban que el único punto en el que el triángulo se queda en equilibrio es ese.

e) Cuelguen libremente el triángulo sujeto por uno de los vértices. Repita el ejercicio pero sujetándolo solo por otro de los vértices, repítalo con el tercero de los vértices.

f) ¿En qué dirección se encuentra la recta determinada por el punto donde se sostuvo el triángulo y el baricentro?

El profesor debe saber primeramente que el baricentro es el centro de masa y como dicho punto es precisamente donde está apoyado el triángulo, el mismo queda en equilibrio para que luego le expliquen al estudiante el porqué de que el triángulo no se fuera para los lados cuando se apoyó en la punta del lápiz.

g) Plieguen el triángulo de manera que uno de sus vértices coincida con el baricentro.

h) Comparen las longitudes de los segmentos determinados en la mediana por el doblez con el restante.

Se debe puntualizar lo que se había dicho antes que las medianas se cortan determinando segmentos en la razón 2:1 partiendo desde el vértice y que por supuesto si se parte desde el lado opuesto la razón es 1:2.

Luego se complementará esto con la ayuda de la informática. Luego de representar un triángulo en la pantalla se trazarán las medianas, se señala el punto de intersección y después se procede a buscar las longitudes de los segmentos formados en cada una de las medianas por el baricentro, los estudiantes observarán que la razón entre ellos es 2:1 partiendo desde el vértice. En pantalla se les presentarán varios casos que les permitirán arribar a conclusiones.

Es necesario hacerle ver al estudiante que el baricentro siempre va estar en el interior del triángulo, pero es importante que él solo vaya elaborando sus propias teorías de por qué suceden cosas como estas. Esto ayuda al profesor a conseguir el fin que se persigue: que el alumno llegue al máximo de sus posibilidades matemáticas y que ello contribuya a su desarrollo personal.

i) Comparen las superficies determinadas por una de las medianas en el triángulo.

En este momento se espera que los alumnos vean que las superficies son diferentes porque tienen formas diferentes.

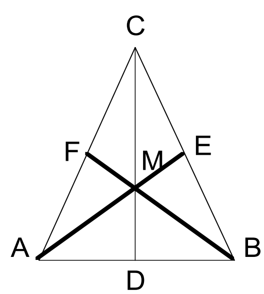
J) ¿Tendrán la misma área?

El profesor, para un mayor entendimiento de la pregunta, resaltará a través de colores las áreas que está comparando con la idea de concentrar la atención en lo esencial que se trata en el momento, y luego presentará las áreas de cada una de los triángulos y el estudiante verá que es la misma en cada uno de los casos. Luego se procede a generalizar presentando diferentes casos aplicando movimientos a la figura.

Es vital que el alumno vaya elaborando sus propias teorías, cuestión que permite lograr que las ayudas que se le ofrecen tengan un mayor sentido para sí, además de hacerse consciente del estado del desarrollo de sus habilidades para fundamentar, para demostrar, para sintetizar. La primera batalla contra los bajos resultados se logra aquí.

Al respecto, ofrecer ayuda no es sustituir la acción del estudiante, sino lograr que a él llegue el mínimo apoyo necesario para que con su esfuerzo individual alcance el éxito. Algunos alumnos requieren un primer nivel de ayuda, casi insignificante, mientras que otros precisan de una atención mucho más completa. Es muy importante no anticiparse a la ayuda y no sustituir su trabajo independiente, que le permita adquirir el procedimiento, llegar al conocimiento y aplicarlo. De lo contrario se puede estimular no el desarrollo, sino la tendencia a encontrar una respuesta, a repetir, entre otras.

Seguidamente se verá qué hay de curioso con respecto a las longitudes de las medianas en los triángulos isósceles.



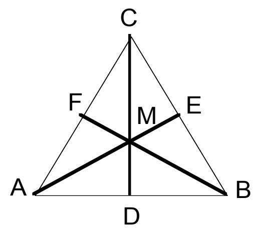
$m\,\overline{CA} = 2{,}05$ cm

$m\,\overline{BC} = 2{,}05$ cm

$m\,\overline{EA} = 1{,}56$ cm

$m\,\overline{FB} = 1{,}56$ cm

Las medianas relativas a los lados iguales en un triángulo isósceles tienen la misma longitud. Y luego podrán entender además lo que ocurre con las longitudes de las medianas en los triángulos equiláteros (las tres tienen la misma longitud).



m $\overline{CA}$ = 1,85 cm m $\overline{EA}$ = 1,60 cm

m $\overline{BC}$ = 1,85 cm m $\overline{BF}$ = 1,60 cm

m $\overline{AB}$ = 1,85 cm m $\overline{CD}$ = 1,60 cm

Actividad 2

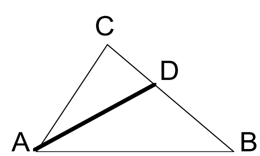
Temática: Bisectriz

Objetivo: Interpretar las propiedades de la bisectriz de un triángulo a un nivel de familiarización.

Se cuenta con un triángulo en la pizarra.

Es muy importante que los alumnos queden claro de qué cosa es un ángulo, por qué elementos está formado, así como su denotación. Luego se llega a la definición de bisectriz que es la semirecta que divide al ángulo en dos partes iguales.

Es necesario que les quede claro a los estudiantes que dos ángulos son iguales cuando tienen la misma amplitud o cuando superpuestos coinciden. Posteriormente se les ilustra en la pizarra la bisectriz de uno de los lados del triángulo; es válido precisar que el punto D no necesariamente tiene que ser el punto medio del segmento opuesto, como evidentemente tenía que ocurrir en las rectas anteriores, precisamente debido a su definición.



Luego se utiliza el triángulo de papel para hacer algunas demostraciones.

a) Construya la bisectriz de uno de sus ángulos.

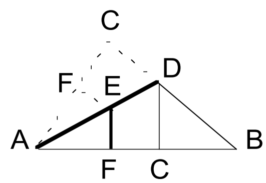
Aquí se espera que el alumno, a través de las concepciones que se les creó anteriormente acerca de las igualdades de ángulos e impulsos del profesor (si es necesario), llegue a que haciendo coincidir los dos lados que comprenden el ángulo se obtienen dos ángulos iguales por lo que el pliegue obtenido les resultará la bisectriz.

b) Seleccionen un punto que pertenezca a la bisectriz. Denótenlo.

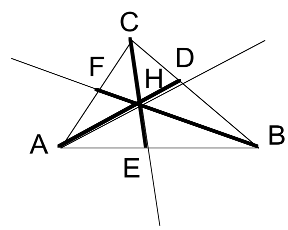
c) Midan la distancia entre el punto y los lados que comprenden el ángulo del cual señalaron la bisectriz.

Aquí se debe insistir en la forma de medir distancias entre rectas y puntos. Luego del estudiante haber medido correctamente se percatará que las distancias son aproximadamente las mismas.

También se puede proceder al doblez si los segmentos coinciden se puede decir que son iguales.



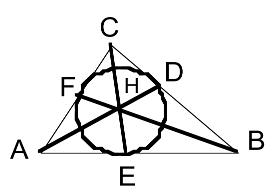
d) Construyan las demás bisectrices. Esto les servirá para ejercitar el procedimiento y darse cuenta que ellas también se cortan en un punto.



Ese punto evidentemente pertenece a las tres bisectrices por lo que equidista de los tres lados del triángulo. Es importante que los profesores logren mucha comprensión en esta propiedad para que se pueda entender que puede ser posible que sea el centro de la circunferencia inscrita.

Se utilizará luego la computadora para complementar ese conocimiento.

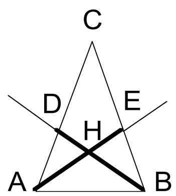
Primeramente se les presentará en pantalla un triángulo al cual se le trazarán las bisectrices de cada uno de los ángulos. Los estudiantes después de observar triángulos diferentes serán capaces de apreciar la veracidad de que las bisectrices si se cortan en un punto y que evidentemente se puede trazar una circunferencia tangente a los lados del triángulo (inscrita) y que precisamente por esa razón ese punto lleva el nombre de incentro.



Es de suma importancia que se percaten que al igual que el baricentro se encuentra siempre en el interior del triángulo.

Recordando lo que se hizo en la actividad anterior, para crearles contradicciones.

e) ¿Qué ocurre con las longitudes de las bisectrices de los ángulos cuando se está en presencia de un triángulo isósceles y qué ocurre cuando se está en presencia de un triángulo equilátero?



$m\ \overline{BC} = 1{,}40$ cm

$m\ \overline{CA} = 1{,}40$ cm

$m\ \overline{DB} = 0{,}91$ cm

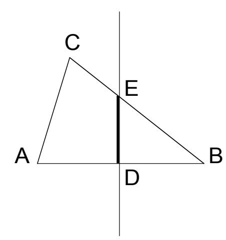
$m\ \overline{EA} = 0{,}91$ cm

Actividad 3

Temática: Mediatriz

Objetivo: Interpretar la mediatriz en el trabajo con los triángulos en un sistema de actividades a un nivel de familiarización.

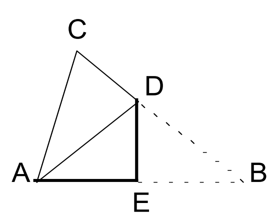
El profesor le representa en la pizarra un triángulo y luego le dará a conocer la definición de mediatriz que es: la recta perpendicular al segmento en su punto medio y se traza la mediatriz a uno de sus lados.



En esta actividad se sigue un procedimiento similar al anterior. Se le orienta que seleccionen un punto cualesquiera que pertenezca a la mediatriz y que midan la distancia desde ese punto a los extremos del segmento al cual fue trazada la mediatriz, las distancias también son las mismas.

Para hacer otras demostraciones también muy interesantes se utilizará el papel.

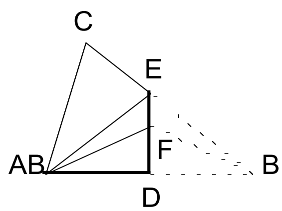
a) Doble el triángulo por el segmento que determina la mediatriz en ese triángulo.



Se reflexionará con los alumnos que sencillamente el ángulo formado por los extremos de uno de los lados del triángulo y el punto medio de ese lado es de 180° por lo que si se logra dividir en dos partes iguales precisamente en ese punto estaría señalando la mediatriz de ese lado y que eso se logra uniendo dos vértices.

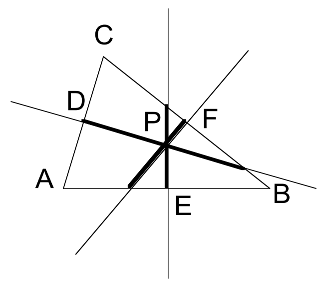
a) Seleccionen un punto que pertenezca a la mediatriz.

b) Midan la distancia desde ese punto a cada uno de los extremos del lado del cual se le ha trazado la mediatriz.



Este paso se puede hacer además plegando, primeramente se trazan ambos segmentos si superpuestos coinciden se puede decir que son iguales.

Seguidamente se les manda a trazar las demás.



c) Plieguen las demás mediatrices. Estas también se cortan en un punto. Se debe tener en cuenta para esta actividad que es necesario que se les oriente a los estudiantes que recorten triángulos necesariamente no obtusángulos, ya que a diferencia de las anteriores este punto puede estar tanto fuera como dentro del triángulo, esto se verá claramente a través de la computadora.

Se les presenta el triángulo y trazan las mediatrices. Es importante tener en cuenta que siempre cuando se vaya a representar cada una de estas rectas es necesario recordar la definición para lograr una mayor fijación. Los estudiantes observarán que evidentemente se cortan en un punto, luego se les presentará varios casos y como decía anteriormente, ese punto estará tanto fuera como dentro del triángulo. Se debe orientar al alumno hacia la siguiente contradicción ¿por qué si los demás puntos notables estaban siempre dentro del triángulo este en ocasiones está fuera de él? El profesor les debe presentar cada uno de los casos para que a través de contradicciones provocadas por él lleguen a conjeturas. Se les presentan dos segmentos de origen común, primero que forme un ángulo pequeño aproximadamente de unos 20°; posteriormente se les traza las mediatrices de ambos segmentos. Seguidamente se procede a la observación de lo que ocurre con el punto de intersección en la medida que se le aumenta la amplitud de ese ángulo. El estudiante se percatará que se aleja cada vez más del vértice formado por dichos lados.

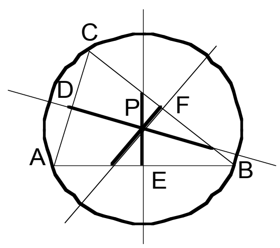
Es saludable dejarle claro que si se forma un segmento con los extremos de los segmentos que determinan el ángulo se forma un triángulo. Consiguientemente se les enfrenta a un caso particular: cuando el punto está en el lado opuesto, luego se procede a medir dicho ángulo, que resultará 90°. Luego deberán responder las siguientes preguntas:

¿Qué sucede con el ángulo cuando el punto está más cerca del vértice, cuando está dentro del triángulo?

¿Qué sucede con el ángulo cuando el punto está más lejos del vértice, cuando está fuera del triángulo?

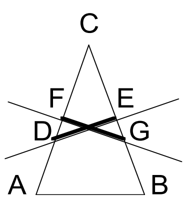
En el alumno debe quedar claro que cuando el triángulo es acutángulo siempre estará en su interior, como los que ellos mismos habían hechos antes, cuando el triángulo es rectángulo, estará en el punto medio de la hipotenusa y finalmente cuando sea obtusángulo siempre estará fuera de él. El profesor debe llevar de papel, un triángulo rectángulo y otra obtusángulo para desarrollar el procedimiento en el aula.

Solo quedaría medir la distancia desde ese punto a los vértices del triángulo y hacerles ver que en cualquier triángulo esa distancia será la misma, por lo que dicho punto es el centro de la circunferencia circunscrita y que por eso lleva el nombre de circuncentro.



Se les propone ver varios casos para limar algunas dudas que hayan quedado.

¿Qué sucederá con las longitudes de las mediatrices relativas a los lados iguales de un triángulo isósceles?.



m $\overline{CB}$ = 1,40 cm

m $\overline{AC}$ = 1,40 cm

m $\overline{FG}$ = 0,56 cm

m $\overline{ED}$ = 0,56 cm

Y posteriormente qué sucederá cuando el triángulo es equilátero.

Actividad 4

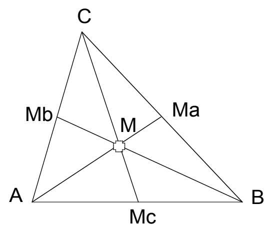
Temática: Rectas y puntos notables en los triángulos.

Objetivo: Analizar las rectas y los puntos notables en los triángulos a un nivel reproductivo.

Se tiene un triángulo en la pizarra similar a los anteriores en el cual se traza cada una de las rectas notables recordando además cada una de sus definiciones así como la identificación de los puntos notables. Se comienza por las medianas.

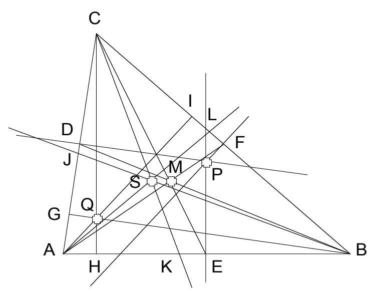
Es oportuno ir recordando las propiedades de cada una de las rectas notables así como su definición preguntándole a los de menor nivel de asimilación.

Se traza las tres y quedaría así



Es preciso recordar además las propiedades y el nombre de los puntos notables.

Se procede igual con las mediatrices y luego con las demás.



Hasta aquí se espera que el estudiante quede claro de que un triángulo posee todas las rectas y puntos notables, que al trazar una no invalida las restantes.

No se hace énfasis en la explicación de la metodología de esta actividad ya que hasta aquí solo se pretende, como señalaba anteriormente, la sistematización de las propiedades de cada una en específico. A partir de aquí con la utilización de la flexogeometría se demuestran propiedades muy valiosas también.

Para ello se les puede dejar que recorten, de estudio independiente, cinco triángulos iguales (con el criterio de que dos triángulos son iguales cuando superpuestos coinciden).

Esto les servirá para que ejerciten el procedimiento de cada una de las rectas notables. Posteriormente superpongan cada uno de los triángulos en el que dejaron en blanco y marquen con la punta de su compás el punto notable en cada uno de los casos, es importante que identifiquen qué punto es cada cual. Consiguientemente dispondrán de la regla para tratar de trazar una recta que contengan algunos puntos notables. Luego procederá a controlar los resultados en algunos estudiantes. Algunos pudieran incluir dos, otros tres y a otros los cuatro por qué no.

En cada uno de los casos se debe analizar ¿cuáles fueron los resultados?, ¿por qué todos no tuvieron los mismos resultados?. Algunos dirán que es por la inexactitud a la hora de ejecutar cada uno de los procedimientos y aquí se aprovecha para explotar la exactitud de la computadora. Esta duda de cuáles fueron los que lo hicieron el procedimiento correctamente provoca que quede en expectativa. La pantalla permite ver claramente que solo quedan incluidos tres, el ortocentro, el baricentro y el circuncentro (esto es válido para enfatizar en valores como la responsabilidad e interés en lo que hacen y formar actitudes como la receptividad en cuanto a las opiniones de los demás compañeros). Esta recta lleva el nombre de Recta de Euler rindiendo tributo a su descubridor

Posteriormente se procede a medir las distancias entre los puntos que están incluidos en la recta desde el ortocentro al baricentro y desde el baricentro al circuncentro y se puede encontrar que la primera es el doble de la segunda. Luego se llega a la generalidad observando varios casos.

¿Qué ocurrirá de curioso con estas rectas cuando se está en presencia de triángulos isósceles? Aquí se pueden explotar cada uno de los criterios, luego les será fácil observar que las rectas relativas al lado desigual del triángulo coinciden, la mediana a la vez es altura, mediatriz y bisectriz y esto provocará que los puntos notables estén en esa misma recta.

¿Qué ocurrirá cuando el triángulo es equilátero? Observaran que todas las rectas notables relativa a cada uno de los lados del triángulo coinciden por lo que además los puntos notables también coinciden.

Se les presentan las medianas, parten desde el punto medio de los lados hasta el vértice opuesto, como pueden percatarse se cortan en un punto (como se había puntualizado antes) llamado baricentro.

Luego se les enfrenta a las mediatrices, que pasan por el punto medio de cada uno de los lados del triángulo de forma perpendicular, igual que las anteriores se cortan en un punto llamado circuncentro.

Posteriormente se les presentan las alturas, son los segmentos perpendiculares a cada uno de los lados y parten desde el vértice opuesto. Observen que también se cortan en un punto, en este caso ortocentro.

Se observarán bien esos puntos, ¿ustedes creen que estén en línea recta? Luego se tratará de plegar el triángulo por dos de esos puntos, si ese pliegue incluye al tercer punto, ¿qué se puede decir?

¿Qué ocurrirá cuando es triángulo es equilátero? Observarán que todas las rectas notables relativas a cada uno de los lados del triángulo coinciden, por lo que además los puntos notables también coinciden.

Se aprovecha la exactitud que brinda la computadora para mostrarlo.

La pantalla muestra un triángulo en el cual se hace un resumen de todas las propiedades de las rectas notables. Se comienza por las medianas. Aparecen las tres, así como la definición y el punto de intercepción. ¿Este punto puede estar fuera del triángulo?

Aparecen además las longitudes de los segmentos formados por el baricentro en la mediana así como la razón entre ellos. ¿Será en este triángulo solamente donde se cumple esto? Observen. Se puede llegar a la conclusión de que el baricentro en todo triángulo divide a la mediana en la razón 2.1 partiendo desde el vértice. Observen los triángulos formado por la mediana. Tendrán la misma superficie.

Seguidamente se observarán las alturas. Aparece igualmente la definición. Se puede observar que al igual que las medianas se cortan en un punto. ¿Este punto siempre estará dentro del triángulo?. ¿Qué pasará cuando el triángulo es rectángulo?. Observen otros casos Se puede afirmar que en un triángulo acutángulo el ortocentro siempre se encuentra en el interior del triángulo, cuando es rectángulo en el vértice correspondiente al ángulo recto y cuando es obtusángulo estará exterior al triángulo.

Ahora se ven las mediatrices. Aparece primeramente la definición. Se ve además que al igual que las anteriores también se cortan en un punto, que en este caso se llama circuncentro, precisamente porque es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo. Al igual que el ortocentro puede estar en el triángulo como fuera de él. Cuando el triángulo es acutángulo el ortocentro siempre se encuentra en el interior del triángulo, cuando es rectángulo en el punto medio de la hipotenusa y cuando es obtusángulo estará exterior al triángulo.

Por último se analizan las bisectrices. Aparece primeramente la definición. Idéntico a las demás se cortan en un punto, en este caso incentro. Teniendo en cuenta la observación y el análisis de la definición se consigue apreciar que el incentro siempre estará dentro del triángulo.

Seguidamente se observarán todas en un mismo triángulo. Este paso les servirá para que ellos observen y se den cuenta que el baricentro, el ortocentro y el circuncentro forman una recta. Esta recta es la llamada "Recta de Euler" en honor a su descubridor.

Ahora se procede a medir las distancias entre estos puntos notables. La distancia entre el centroide y el circuncentro es la mitad de la distancia entre el centroide y el ortocentro.

Actividad 5

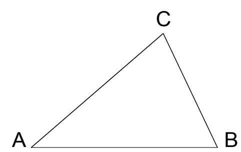
Temática: Suma de los ángulos interiores de un triángulo.

Objetivo: Interpretar la suma de los ángulos interiores de los triángulos a través del uso de medios de enseñanza en forma de sistema a un nivel de familiarización.

Con estas actividades se propone una guía metodológica donde se utiliza de la pizarra, el papel y la computadora implementados en forma de sistema para contribuir a la eficacia del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría

Primeramente se crea un ambiente favorable donde los alumnos puedan expresan sus teorías acerca de los triángulos y sus elementos, representará en la pizarra un triángulo, dándole a conocer que es una figura plana de tres lados y tres ángulos interiores donde el estudiante obtiene la idea inicial del contenido que se le está impartiendo, lo que es muy importante esta primera impresión, pues, es la forma en que el alumno ve representado un contenido que hasta ese momento era abstracto y verbal.

a) Construyan un triángulo en sus libretas.



b) Denótenlo.

c) Midan las amplitudes de los ángulos interiores.

d) ¿Cuánto suman?

A algunos alumnos, quizás, les dará 179°, a otros 181° quizás a algunos 180°, y por qué no, a otros le puede dar una diferencia mayor con relación a los 180°, por lo que es evidente que si se es consecuente con lo visto anteriormente, que no se debe aceptar las cosas como verdaderas mientras quede una mancha de la cual se duda, de ahí la necesidad de utilizar la flexogeometría, haciendo uso del papel de modo que el estudiante construya su triángulo, lo palpe, lo vea más de cerca, lo sienta y así explotar y a la vez aplicar el conocimiento adquirido anteriormente. Hasta aquí se espera que el estudiante sea capaz de grabar la forma que tiene y que puedan identificar sus elementos así como su denotación.

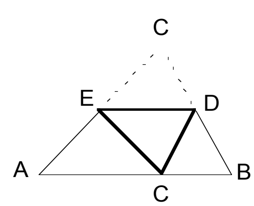
Se les deja de estudio independiente recortar un triángulo de papel para usarlo en la clase. El estudiante será capaz de interactuar con el triángulo, no verlo como un simple dibujo, sino que sea capaz de sentirlo de asociarlos con objetos con los cuales interactúa cada día. Además el alumno elaborará su propio triángulo y esto le despertará el deseo de aprender.

El profesor debe dejarle claro al estudiante cuando se está en presencia de un ángulo llano y cuál es amplitud.

a) Busquen el punto medio de dos lados del triángulo.

b) Hagan un doblez al triángulo por el segmento que une esos puntos.

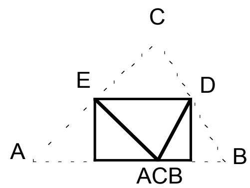
c) ¿Qué ocurre con el vértice C y el lado del triángulo?



d) Unan los otros dos vértices en el vértice que fue doblado.

e) ¿Que tipo de ángulos forma la unión de los tres vértices?

f) ¿A qué conclusión llegan?



El papel que utilizaron pudo haber tenido un desperfecto a la hora de recortarlo y esto les puede crear a algunos la duda de que la unión de esos tres vértices no formen un ángulo llano exactamente, aunque para algunos quede visible, aunque la claridad no es una prueba de veracidad, porque muchas veces se equivocan aparecen en cosas que parecen extremadamente evidentes para ellos.

Se aprovechará la exactitud que brinda la informática.

La pantalla muestra un triángulo, luego se medirá cada uno de ellos y así establecer la suma. Observarán que la suma de los ángulos interiores es 180°. Luego se les ofrece varios triángulos para que arriben a conclusiones.

CONCLUSIONES

El desarrollo de este trabajo se convirtió en una experiencia que ha sido muy provechosa. Durante este tiempo se pudo comprobar que la auto preparación es la base de la cultura del profesor; que tendrá calidad si existe el espíritu de superación, si se es exigente consigo mismo, si se está inconforme con los conocimientos que se poseen. La inquietud intelectual de un profesor es calidad inherente de su profesión. Se arriba a las siguientes conclusiones:

La implementación de actividades que contribuyan a la eficacia del proceso de enseñanza aprendizaje en la proyección del trabajo metodológico para la enseñanza de la Geometría, que propicie el avance hacia niveles superiores en la calidad del proceso docente-educativo y estén en condiciones de dar respuestas a los desafíos de la ciencia en la época contemporánea, debe ser un modo de actuación que caracterice el trabajo de los profesores en la escuela cubana de estos tiempos.

Realizar actividades similares a las propuestas en el proceso de enseñaza aprendizaje le permiten al profesor conocer más a sus estudiantes, indagar más sobre lo que va a impartir, trabajar de una manera coherente, y por tanto le posibilita al profesor lograr un impacto mayor con los contenidos que imparte, contribuyendo de una forma más eficaz a la formación de la personalidad de sus estudiantes.

Todos los profesores deben conocer que antes de comenzar a aplicar estas actividades es necesario hacer una reflexión amplia sobre el conocimiento didáctico de ellas, y de lo que aporta al objeto de estudio de cada clase.

El empleo de actividades donde se pone de manifiesto el uso de los medios de enseñanza seleccionados en forma de sistema es una vía para elevar la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Geometría, lo que corrobora la veracidad de la idea que se defiende en este trabajo.

BIBLIOGRAFÍA

1. ÁLVAREZ DE ZAYAS, CARLOS. La escuela es la vida. –La Habana. –Ed Pueblo y educación, 1998.
2. CASTELLANOS, DORIS. Educación, Aprendizaje y Desarrollo. Evento Pedagogía 2001. La Habana. Cuba.
3. DESCARTES, RENATO. Obras. Clásicos de la Filosofía. / La Habana. Ed. Ciencias Sociales, 2001.
4. GARCÍA GARCÍA, ARMANDO. Guía de estudio de medios de enseñanza. La Habana. —Ed Pueblo y Educación, 1989..
5. GARCÍA GONZÁLEZ, EDELIA. Dificultades de la metodología de la computación como medio de enseñanza. –En tercer seminario de aplicación a la docencia. -ISCIEC, 1990.
6. GONZÁLEZ CASTRO, VICENTE. Diccionario cubano de medios de enseñanzas y términos afines. La Habana. —Ed Pueblo y Educación, 1990..
7. _______. Medios de enseñanza. La Habana. —Ed Libros Para la Educación, 1983.
8. _______. Teoría y práctica de los medios de enseñanza. La Habana. Ed: Pueblo y Educación, 1986.
9. GUZMÁN, MIGUEL. La enseñanza de las ciencias y la Matemática. En Internet; http://www,oei.org.co/oeiviii/edumat.htm, 2000.
10. Medios de enseñanza: infinidad de iniciativa / Ana María Uría Peña... [Et. Al]. —La Habana: Ed Pueblo y Educación.
11. Metodología de la enseñanza de la Matemática / Sergio Ballester Pedroso...[et. al.] .__ La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1992. __t. I
12. PACHECO RÍOS, OSCAR. Flexogeometría bi y tri-dimensional sin regla ni compás--Santa Cruz ed. CEPDI, 2002.
13. VAQUERO, ANTONIO; FERNÁNDEZ DE CHAMIGO, CARMEN. La Informática Aplicada a la Enseñanza. Ed. Eudema S.A. Madrid, 1987.