

Capítulo 5

Fenomenología del quark exótico T

Como vimos en el capítulo 3, el modelo 331 con $\beta = -1/\sqrt{3}$ presenta un quark extra tipo up T con carga electromagnética $2/3$ y dos quarks adicionales tipo down $B_{1,2}$ con carga electromagnética $-1/3$. En este capítulo nos concentraremos en el estudio de la fenomenología del quark tipo up adicional T en este contexto. Mediante el análisis de los acoplamientos del quark T con los bosones de gauge y utilizando las restricciones experimentales sobre los ángulos de mezcla entre los quarks ordinarios y el quark T , podemos establecer restricciones para los anchos de decaimiento de $T \rightarrow tZ$ y $T \rightarrow bW$.

5.1. Acoplamientos del quark T a los bosones W y Z

Como se mostró en la sección 3.11, los fermiones exóticos $B_{1,2}$ y T pueden organizarse junto con los quarks ordinarios tipo up $U_i = u, c, t$ y tipo down $D_i = b, s, d$, en vectores fermiónicos

$$\mathcal{U}^0 = \begin{pmatrix} U^0 \\ T^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^0 \\ c^0 \\ t^0 \\ T^0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{D}^0 = \begin{pmatrix} D^0 \\ B^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d^0 \\ s^0 \\ b^0 \\ B_1^0 \\ B_2^0 \end{pmatrix},$$

donde el superíndice 0 indica que estamos trabajando con los autoestados de corriente débil. Usando esta notación, considerando las corrientes consignadas en la sección 3.11 y usando las ecs.(3.64)-(3.66), podemos escribir la interacción débil cargada en la base de autoestados de masa mediante

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(cc)} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\mathcal{U}}_L \gamma^\mu V_L^{u\dagger} \mathcal{P} V_L^d \mathcal{D}_L W_\mu^+ + \text{h.c.} \\ &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[\bar{\mathcal{U}}_L \gamma^\mu V_{CKM}^0 D_L + \bar{\mathcal{U}}_L \gamma^\mu V_0^{u\dagger} V_X^d B_L \right. \\ &\quad \left. + \bar{\mathcal{T}}_L \gamma^\mu V_X^{u\dagger} V_0^d D_L + \bar{\mathcal{T}}_L \gamma^\mu V_X^{u\dagger} V_X^d B_L \right] W_\mu^+ + \text{h.c.} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Como se ha mencionado, debido a la extensión del grupo de simetría de gauge los modelos 331 incluyen también bosones de gauge exóticos. En los modelos con $\beta = \pm 1/\sqrt{3}$ éstos tienen cargas eléctricas 0 ó 1. En nuestro caso y teniendo en cuenta la ec.(3.36), se tiene un bosón pesado cargado K^+ , que se acopla con los fermiones de acuerdo a

$$\mathcal{L}^{Y^+} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}_{1L}^0 \gamma^\mu B_{1L}^0 + \bar{u}_{2L}^0 \gamma^\mu B_{2L}^0 + \bar{T}_L^0 \gamma^\mu d_{3L}^0) K_\mu^+ + \text{h.c.} \quad (5.2)$$

Nuevamente nótese que los quarks u_1^0, u_2^0 se acoplan al K^+ , en tanto que el quark u_3^0 no lo hace. Ésta es una consecuencia de la estructura del modelo, donde una de las familias se encuentra en una representación diferente de $SU(3)_L$ frente a las otras dos. Es importante señalar que en general W^\pm y K^\pm no son autoestados de masa.

En particular estamos interesados en los acoplamientos que involucran al quark exótico T . Después de la redefinición de los autoestados de masa de W^+ y K^+ obtenemos

$$\mathcal{L}^{(cc;T)} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{T}_L \gamma^\mu \left[\cos \vartheta \left(V_X^{u\dagger} V_0^d D_L + V_X^{u\dagger} V_X^d B_L \right) + \sin \vartheta \sum_{i=1}^5 Y_i \mathcal{D}_{Li} \right] W_\mu^+ + \text{h.c.} , \quad (5.3)$$

donde $Y_i = V_T^*(V_L^d)_{3i} + V_{X1}^{u*}(V_L^d)_{4i} + V_{X2}^{u*}(V_L^d)_{3i}$ y ϑ es el ángulo de mezcla entre W^+ y K^+ . Fenomenológicamente, es bien sabido que la matriz V_{CKM} es compatible con una matriz unitaria. Por tanto, es natural esperar que las matrices V_0^u y V_0^d sean aproximadamente unitarias, lo cual implica $|V_{Xi}^u| \ll |V_T| \simeq 1$. Si también aproximamos $\cos \vartheta \approx 1$, los acoplamientos del quark T con los quarks ordinarios puede escribirse como

$$\mathcal{L}^{(cc;T)} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^3 \bar{T}_L \gamma^\mu V_i^{(T)} D_{Li} W_\mu^+ + \text{h.c.} \quad (5.4)$$

con la definición

$$V_i^{(T)} = \sum_{j=1}^3 V_{Xj}^{u*} V_{0ji}^d + V_T^* \sin \vartheta V_{03i}^d . \quad (5.5)$$

De una manera similar, podemos realizar un análisis para las corrientes neutras. Los acoplamientos entre los quarks y el bosón Z en el modelo 331 para $\beta = -1/\sqrt{3}$ (ver ec. 3.38) pueden escribirse como

$$\mathcal{L}^{(nc)} = -\frac{g}{2C_W} \left[\bar{U}_L^0 \gamma^\mu U_L^0 - \bar{D}_L^0 \gamma^\mu D_L^0 - \frac{4}{3} S_W^2 \bar{U}^0 \gamma^\mu U^0 + \frac{2}{3} S_W^2 \bar{\mathcal{D}}^0 \gamma^\mu \mathcal{D}^0 \right] Z_\mu . \quad (5.6)$$

En ésta última expresión, únicamente los dos primeros términos del lado derecho darían lugar a mezclas (cambios de sabor a nivel árbol) una vez que se lleve a cabo la rotación a la base de masa de los fermiones. Las interacciones que involucran al quark T y que por tanto, conducen a los decaimientos $T \rightarrow U_i Z$ están dadas por

$$\mathcal{L}^{(nc;T)} = -\frac{g}{2C_W} \bar{T}_L \gamma^\mu V_X^{u\dagger} V_0^u U_L Z_\mu + \text{h.c.} \quad (5.7)$$

Como hemos mencionado, al igual que en el caso de los bosones W^+ y K^+ , el bosón Z presenta una mezcla con el otro bosón de gauge neutro del modelo (Z'). Sin embargo, el ángulo de mezcla $Z - Z'$ es pequeño a fin de conseguir compatibilidad con las restricciones experimentales [56, 34].

5.2. Cotas para los anchos de decaimiento $T \rightarrow U_i Z$ y $T \rightarrow D_i W$

Se espera que la masa del quark T esté en el orden de los TeV, por lo cual no podemos establecer cotas para los ángulos de mezcla de producción directa de T antes de tener a disposición colisionadores con de mayor energía de centro de masa que los actuales. Sin embargo, es posible encontrar cotas para los anchos de decaimiento del T a partir de contribuciones de procesos que involucran al quark T de manera virtual y que se dan a bajas energías. Aquí nos concentraremos en los observables Δm_K , Δm_{B_d} y Δm_{B_s} , presentados en el capítulo anterior, que típicamente imponen las restricciones más rigurosas para la presencia de nueva física. Las corrientes cargadas que involucran al quark T contribuirán a las magnitudes mencionadas a través de diagramas “caja” de un loop que incluyen uno o dos quarks T virtuales. Más aún, se espera que estas contribuciones aumenten para masas grandes del quark T , al igual que lo que ocurre con el quark top en el ME.

En el modelo 331, las expresiones teóricas para las contribuciones de los observables mencionados donde intervienen diagramas caja pueden escribirse mediante

$$\begin{aligned} \Delta m_K &= m_{K_L} - m_{K_S} = \frac{G_F^2}{12\pi^2} m_W^2 m_K f_K^2 \hat{B}_K C_K \\ \Delta m_{B_q} &= m_{B_{qH}^0} - m_{B_{qL}^0} = \frac{G_F^2}{12\pi^2} m_W^2 m_{B_q} f_{B_q}^2 \hat{B}_{B_q} |C_{B_q}|, \quad q = d, s \end{aligned} \quad (5.8)$$

donde f_P es la constante de decaimiento del mesón P , y los parámetros \hat{B}_P tienen en cuenta las incertidumbres teóricas relacionadas con la evaluación de elementos de matriz entre estados hadrónicos. Los coeficientes C_K y C_{B_q} están dados por la suma de las contribuciones de diagramas caja que incluyen quarks ordinarios y quarks exóticos. Explícitamente tenemos

$$\begin{aligned} C_K &= \sum_{f,f'=u,c,t} \lambda_{f,sd} \lambda_{f',sd} E_{\square}(x_f, x_{f'}) + 2 \sum_{f=u,c,t} \lambda_{f,sd} \lambda'_{sd} E_{\square}(x_f, x_T) + \lambda'_{sd}{}^2 E_{\square}(x_T, x_T) \\ C_{B_q} &= \sum_{f,f'=u,c,t} \lambda_{f,bq} \lambda_{f',bq} E_{\square}(x_f, x_{f'}) + 2 \sum_{f=u,c,t} \lambda_{f,bq} \lambda'_{bq} E_{\square}(x_f, x_T) + \lambda'_{bq}{}^2 E_{\square}(x_T, x_T) \end{aligned} \quad (5.9)$$

donde hemos introducido las definiciones

$$\lambda_{U_i, D_j D_k} = (V_{CKM}^*)_{ij} (V_{CKM})_{ik} , \quad \lambda'_{D_i D_j} = V_i^{(T)*} V_j^{(T)} , \quad x_f = \frac{m_f^2}{m_W^2} , \quad (5.10)$$

junto con las asociaciones previas $(D_1 D_2 D_3) = (d s b)$, $(U_1 U_2 U_3) = (u c t)$. La función de Inami-Lim $E_{\square}(x, y)$ está dada mediante [46]

$$E_{\square}(x, y) = \frac{4 - 7xy}{4(x-1)(y-1)} + \left[\frac{x^2(4 - 8x + xy) \log x}{4(x-1)^2(x-y)} + (x \rightarrow y) \right] . \quad (5.11)$$

Debido a que en nuestro caso la matriz V_{CKM} no es unitaria, en la ec.(5.9), no podemos introducir las relaciones unitarias usuales presentes en el ME, que conducen a cancelaciones vía el mecanismo de GIM. Sin embargo, debido a la unitariedad de las matrices de rotación V_L^u y V_L^d , se encuentran las siguientes relaciones

$$\sum_{i=1,3} \lambda_{U_i, D_j D_k} + \lambda'_{D_j D_k} = \sum_{i=1,3} V_0^{d*} V_0^d = -V_{Xj}^{d*} V_{Xk}^d . \quad (5.12)$$

Usando estas relaciones los coeficientes C_K , C_{B_q} pueden escribirse como

$$\begin{aligned} C_K &\simeq \lambda_{c, sd}^2 S(x_c, x_c) + \lambda_{t, sd}^2 S(x_t, x_t) + 2 \lambda_{c, sd} \lambda_{t, sd} S(x_c, x_t) \\ &\quad + 2 \lambda_{c, sd} \lambda'_{sd} S(x_c, x_T) + 2 \lambda_{t, sd} \lambda'_{sd} S(x_t, x_T) + \lambda_{sd}'^2 S(x_T, x_T) \\ &\quad - 2 V_{Xj}^{d*} V_{Xk}^d [\lambda_{c, sd} (E_{\square}(0, x_c) - 1) + \lambda_{t, sd} (E_{\square}(0, x_t) - 1) + \lambda'_{sd} (E_{\square}(0, x_T) - 1)] \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} C_{B_q} &\simeq \lambda_{t, bq}^2 S(x_t, x_t) \\ &\quad + 2 \lambda_{t, bq} \lambda'_{bq} S(x_t, x_T) + \lambda_{bq}'^2 S(x_T, x_T) \\ &\quad - 2 V_{Xj}^{d*} V_{Xk}^d [\lambda_{t, sd} (E_{\square}(0, x_t) - 1) + \lambda'_{sd} (E_{\square}(0, x_T) - 1)] \end{aligned} \quad (5.14)$$

donde $S(x, y)$ es la función usual de Inami-Lim obtenida en los resultados del ME (ver ecs.(4.32)-(4.33)),

$$S(x, y) = -\frac{3xy}{4(x-1)(y-1)} + \left[\frac{xy(4 - 8x + x^2) \log x}{4(x-1)^2(x-y)} + (x \rightarrow y) \right] . \quad (5.15)$$

En el límite $x \rightarrow y$ se obtiene [45]

$$S(x, y) \rightarrow S_0(x) = \frac{4x - 11x^2 + x^3}{4(x-1)^2} + \frac{3x^3 \log x}{2(x-1)^3} . \quad (5.16)$$

En las ecs. (5.13) y (5.14) hemos tomado el límite $x_u \rightarrow 0$, y hemos despreciado contribuciones a C_{B_q} proporcionales a λ_c y un término proporcional a $(V_{Xj}^{d*} V_{Xk}^d)^2$. Nótese que en ambas ecuaciones la primera línea corresponde a la contribución usual del ME, la segunda incluye las contribuciones que vienen de quarks exóticos y la tercera línea es una contribución residual que viene de la no unitariedad de la matriz V_0^d . Respecto a este

último término, es importante señalar que los valores experimentales de Δm_K y Δm_{B_q} también nos proveen restricciones sobre los elementos no diagonales de la matriz V_0^d . Sin embargo, como se mencionó en el Capítulo 4, estos elementos no diagonales llevarían a procesos de FCNC mediados por el bosón Z . Adicionalmente, en la ecs.(5.13) y (5.14) hemos despreciado correcciones perturbativas de QCD. Éstas son típicamente inferiores al 30 %, por lo cual no son relevantes a fin de estimar el orden de magnitud de esas cotas para los acoplamientos que involucran al quark T .

Ahora, teniendo en cuenta los valores experimentales para los observables Δm_P , podemos establecer cotas para los productos $|\lambda'_{D_i D_j}| = |V_i^{(T)*} V_j^{(T)}|$, $ij = 12, 13$ y 23 para un valor determinado de la masa del quark T . Estrictamente, estas cotas podrían modificarse si uno incluye otras contribuciones que vienen de nueva física, como las mencionadas FCNC mediadas por el Z' . Sin embargo, debido a que en general las diferentes contribuciones llevarán consigo diferentes combinaciones de parámetros, es natural suponer que no hay cancelaciones fortuitas entre ellas, y por tanto, cada contribución puede ser tratada separadamente. Es razonable esperar que esta suposición no afectará significativamente el orden de magnitud de las cotas obtenidas. Por otra parte, no podemos tener en cuenta las estimaciones usuales de contribuciones del ME en ecs (5.13) y (5.14), debido a que éstas son obtenidas mediante la hipótesis de unitariedad de la matriz V_{CKM} . En efecto, los ángulos de mezcla del quark top en el ME son determinados básicamente a partir de los mismos observables que queremos usar para restringir los nuevos parámetros. Por tanto, con el fin de estimar cotas superiores para los ángulos de mezcla del quark T , tomaremos separadamente la contribución del quark c a Δm_K , para el cual los valores de $\lambda_{c, sd}$ pueden ser medidos mediante observaciones directas. Como antes, supondremos que no hay cancelaciones fortuitas con los términos que contienen al quark top.

Para el análisis numérico utilizaremos nuevamente los resultados experimentales que se encuentran en la ec.(4.31), pero estaremos interesados únicamente en

$$\begin{aligned} \Delta m_K &= m_{K_L} - m_{K_S} = (5,292 \pm 0,009) \times 10^{-3} \text{ ps}^{-1} \\ \Delta m_{B_d} &= m_{B_H^0} - m_{B_L^0} = 0,507 \pm 0,005 \text{ ps}^{-1} \\ \Delta m_{B_s} &= m_{B_{sH}^0} - m_{B_{sL}^0} = 17,77 \pm 0,12 \text{ ps}^{-1} . \end{aligned} \quad (5.17)$$

Tomando los valores centrales de estas medidas (los errores son despreciables al nivel de precisión de nuestras estimaciones) obtenemos los resultados mostrados en la figura 5.1, donde hemos trazado las cotas para $|\lambda'_{D_i D_j}|$ en función de la masa del quark T . Puede verse de la gráfica que los valores obtenidos están en el orden de los 10^{-3} para $m_T \sim 1 \text{ TeV}$ y decrecen a medida que aumenta m_T .

Adicionalmente, se pueden relacionar las cotas de $|\lambda'_{D_i D_j}|$ con las cotas correspondientes de los anchos de decaimientos del quark exótico T al bosón W^+ y quarks tipo down (d, s o b). Estos anchos están dados por

$$\Gamma(T \rightarrow D_i W^+) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{m_T^3}{8\pi} \left| V_i^{(T)} \right|^2 (1 - 3y_W^4 + 2y_W^6) , \quad (5.18)$$

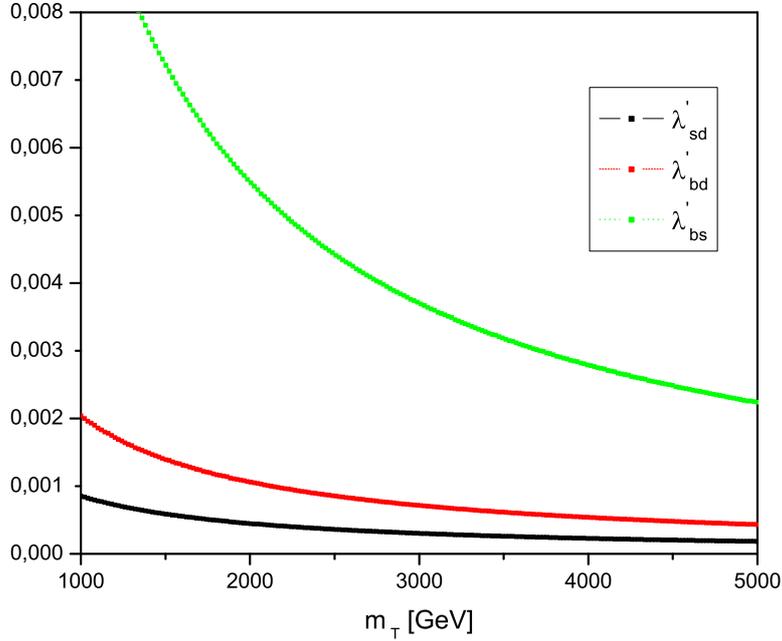


Figura 5.1: Cotas superiores para $|\lambda'_{D_i D_j}|$ como función de la masa del quark T .

donde $y_W \equiv m_W/m_T$. Debido a que los observables con Δm_P involucran factores $|V_i^{(T)*} V_j^{(T)}|$, se pueden establecer cotas superiores para los productos $\Gamma(T \rightarrow D_i W^+) \times \Gamma(T \rightarrow D_j W^+)$, para $i \neq j$. Los resultados numéricos correspondientes se muestran en la figura 5.2, donde hemos representado estas cotas en función de la masa del quark exótico T . Como se estableció, las cotas pueden de alguna forma variar al incluir contribuciones de otros procesos no estándar, diagramas de caja mediados por el quark top, y errores teóricos relacionados con correcciones perturbativas y no perturbativas de QCD (estos efectos pueden ser particularmente importantes en el caso de λ'_{sd}). De todos modos, esto no debería afectar el orden de magnitud de nuestras estimaciones.

Los valores experimentales de Δm_P no nos permiten establecer cotas individuales para los parámetros $|V_i^{(T)}|$. Sin embargo, es interesante considerar el caso en el cual las tres restricciones experimentales saturan simultáneamente. En esta situación uno encuentra los valores para $|V_i^{(T)}|$ mostrados en la Figura. 5.3 (resultados en función de la masa del quark T). Como es de esperarse, los acoplamientos entre el quark exótico T y los quarks ordinarios d , s y b deben estar suprimidos de acuerdo a la jerarquía usual de familias.

Finalmente a partir de los valores de $|V_i^{(T)}|$, uno puede inmediatamente obtener los anchos de decaimientos correspondientes para $T \rightarrow D_i W^+$. Éstos están mostrados en la Figura 5.4 como funciones de la masa del quark T . Se puede notar que la dependencia con m_T desaparece si se consideran los cocientes entre los decaimientos a quarks tipo down

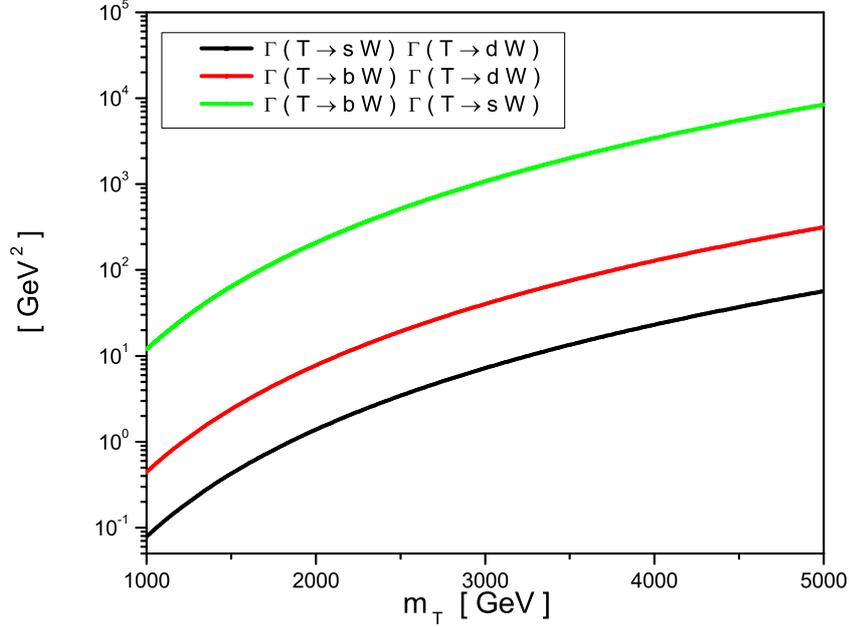


Figura 5.2: Cotas superiores para $\Gamma(T \rightarrow D_i W^+) \Gamma(T \rightarrow D_j W^+)$ en función de la masa del quark T .

de diferentes familias. Las relaciones entre los diferentes “branching ratios” vienen dados aproximadamente por

$$\frac{\text{BR}(T \rightarrow d W^+)}{\text{BR}(T \rightarrow s W^+)} \simeq \frac{1}{30} \quad , \quad \frac{\text{BR}(T \rightarrow d W^+)}{\text{BR}(T \rightarrow b W^+)} \simeq \frac{1}{150} \quad , \quad (5.19)$$

y surgen a partir de los cocientes de los elementos de matriz de $V^{(T)}$.

Analicemos ahora los decaimientos del T al bosón Z y un quark ordinario tipo up. A partir de las corrientes ec. (5.7) tenemos

$$\begin{aligned} \Gamma(T \rightarrow t Z) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{m_T^3}{16\pi} |\lambda_{Tt}^Z|^2 (1 + y_Z^2 - 2y_t^2 - 2y_Z^4 + y_Z^2 y_t^2 + y_t^4) \\ &\quad \times \sqrt{[1 - (y_Z + y_t)^2][1 - (y_Z - y_t)^2]} \\ \Gamma(T \rightarrow U_i Z) &= \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{m_T^3}{16\pi} |\lambda_{TU_i}^Z|^2 (1 - 3y_Z^4 + 2y_Z^6) \quad , \quad i = 1, 2 \quad , \end{aligned} \quad (5.20)$$

donde $y_t = m_t/m_T$, $y_Z = m_Z/m_T$, y hemos definido

$$\lambda_{TU_i}^Z \equiv \sum_{j=1}^3 V_{Xj}^{u*} V_{0ji}^u \quad . \quad (5.21)$$

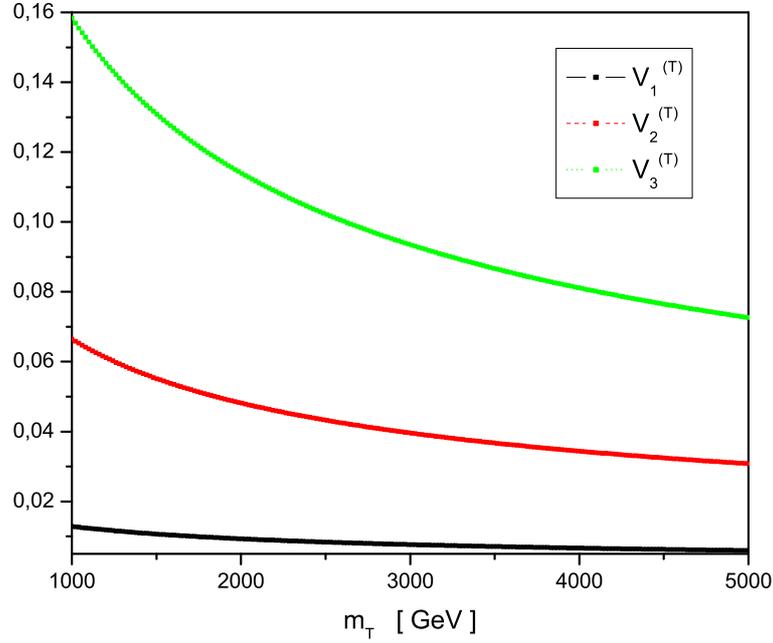


Figura 5.3: Valores de $|V_i^{(T)}|$ que saturan simultáneamente las cotas experimentales de los observables Δm_K , Δm_{B_d} y Δm_{B_s} .

En principio, los órdenes de magnitud de los elementos de matriz V_{Xj}^u y V_{0jj}^u no pueden ser restringidos independientemente a partir de las mediciones experimentales presentes. Sin embargo, a fin de tener estimaciones de la posible magnitud de los anchos de decaimiento, podemos tener en cuenta los valores de $|V_i^{(T)}|$ obtenidos anteriormente, además de algunas suposiciones sobre las matrices de mezcla $V_0^{u,d}$. En este sentido, los modelos más populares de matrices de masas de quarks plantean que los elementos fuera de la diagonal de las matrices satisfacen la jerarquía de familias dada por

$$V_{0ij}^q \sim \left(\frac{m_{q_i}}{m_{q_j}} \right)^{1/2}, \quad (5.22)$$

para $q = u, d$. A partir de la ec. (5.5), y teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la figura 5.3, se obtiene

$$\begin{aligned} |\lambda_{Tu}^Z| &\sim |V_{X1}^u| \sim 0,01 \\ |\lambda_{Tc}^Z| &\sim |V_{X2}^u| \sim 0,05 \\ |\lambda_{Ti}^Z| &\sim |V_{X3}^u| \sim 0,1. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Para los anchos de decaimiento del quark exótico T en estados $U_i Z$, $U_i = u, c, t$, se obtiene aproximadamente la misma dependencia con m_T que en el caso de los procesos

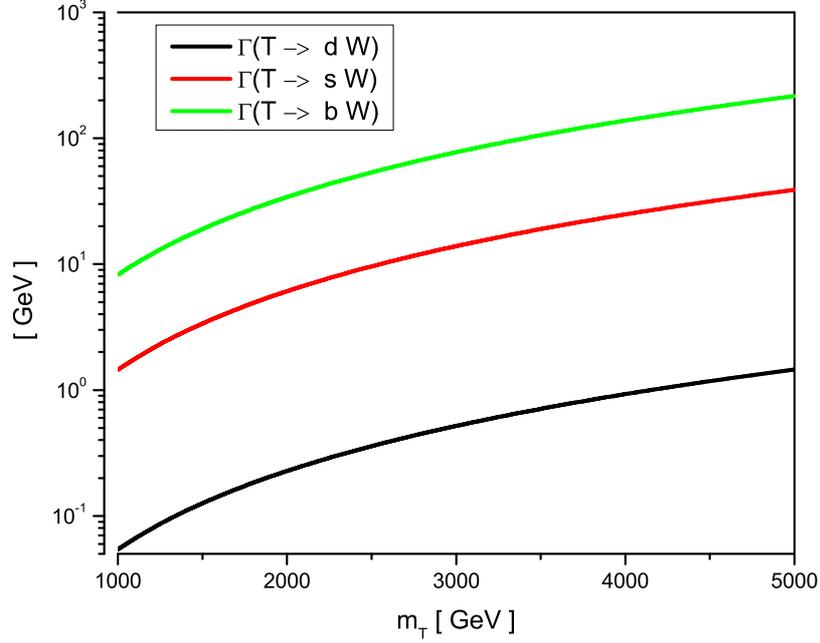


Figura 5.4: Anchos de decaimiento $T \rightarrow D_i W^+$ en función de la masa del quark T .

$\Gamma(T \rightarrow D_i W^+)$, junto con un factor global cinemático $\simeq 1/2$. Por tanto tenemos para cada familia

$$\Gamma(T \rightarrow D_i W^+) \simeq 2\Gamma(T \rightarrow U_i Z). \quad (5.24)$$

Las relaciones anteriores proveen un par de claves en lo que podemos esperar de los decaimientos del quark T si llegasen a ser observados en colisionadores en el futuro: por una parte, para cualquier valor de m_T los branching ratios para $T \rightarrow U_i Z$ y $T \rightarrow D_i W^+$ deben estar en el mismo orden de magnitud, siendo U_i y D_i quarks up y down de la misma familia. Por otra parte, los anchos de decaimiento deben obedecer jerarquías de familias, como se muestra en la ec. (5.19). Como se estableció, estas relaciones corresponden a la situación en la cual las contribuciones de 331 saturan las cotas para las diferencias de masa Δm_P .