

**GENERACIÓN DE UNA MALLA DE ONDULACIONES GEOIDALES POR EL
MÉTODO GPS/NIVELACIÓN Y REDES NEURONALES ARTIFICIALES A PARTIR
DE DATOS DISPERSOS**

Tesis de Maestría presentada por
JOSÉ LUIS CARRIÓN SÁNCHEZ
ante la **Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la
Universidad Nacional de La Plata** para optar al Grado Académico de

MAGÍSTER EN GEOMÁTICA

Director de Tesis: Dr. Alfonso Tierra

Codirector de Tesis: Dr. Daniel Del Cogliano

La Plata, marzo - 2013

RESUMEN

El desarrollo de técnicas de posicionamiento satelital, proporciona la posibilidad de disponer de coordenadas geográficas de alta precisión, que tienen como referencia un dátum geocéntrico y un modelo geométrico o elipsoide de referencia para su representación en valores angulares, consiguiendo de esta forma aproximar la forma terrestre. Cada punto sobre la superficie del planeta cuenta con una posición definida por su latitud, longitud y altura elipsoidal; los dos primeros valores proveen la ubicación horizontal con respecto a referencias convencionales que están definidas sobre el elipsoide de referencia. La altura elipsoidal por su parte representa la distancia medida sobre la normal al elipsoide desde el punto posicionado hasta dicha superficie de referencia, es decir esta altura es una expresión geométrica de la distancia existente entre el punto posicionado y la superficie de referencia (elipsoide); esto se convierte en un inconveniente al tomar en consideración que para ser utilizadas en proyectos de ingeniería. Las alturas medidas sobre la superficie terrestre deben tener un significado físico, esto implica tener en cuenta la distribución de masas del planeta y su campo gravitatorio. Siendo indispensable disponer de una superficie de referencia para las alturas que considere estas variables físicas. Esta superficie debe ser equipotencial, esto significa que deberá contar con iguales valores de potencial gravitacional para todos los puntos que la conforman. La superficie equipotencial que usamos como referencia para las alturas se conoce como geoide y es aquella que más se aproxima al nivel medio de los océanos en reposo en una época determinada, esta superficie es difícil de determinar debido al comportamiento dinámico de los océanos y por el desconocimiento de las densidades internas del planeta. La representación del geoide se realiza en función de su separación con respecto a un elipsoide de referencia, y se conoce como ondulación geoidal. Las alturas medidas desde el geoide a la superficie terrestre, sobre la dirección de la plomada, se conocen como alturas ortométricas. La relación entre alturas elipsoidales y alturas ortométricas posibilita el cálculo de ondulaciones geoidales; el método geométrico (GPS/nivelación) para la determinación del geoide consiste en obtener valores de ondulación geoidal partiendo de valores conocidos de alturas elipsoidales y alturas niveladas (toman como referencia el nivel medio del mar).

Esta metodología genera valores de ondulación geoidal en forma puntual, por esta razón, cuando se requiere conocer cuál es el comportamiento del geoide en un punto en el cual no se conocen los datos necesarios para su cálculo, se hace necesaria la aplicación de métodos de interpolación o estimación de variables que emplean principios geoestadísticos. En este trabajo se presenta un

método de interpolación basado en el entrenamiento de una Red Neuronal Artificial del tipo Multicapa (RNAM) con datos obtenidos en un área del Ecuador Continental, con el objetivo de obtener valores de ondulación geoidal. Los resultados obtenidos mediante la interpolación con la RNAM presentan errores menores a 15 centímetros

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCION	1
1.1 Antecedentes.....	5
1.2 Justificación.....	6
1.3 Objetivos	7
1.3.1 Objetivo General.....	7
1.3.2 Objetivos Específicos.....	7
1.4 Productos Esperados.....	8
2. MARCO TEORICO E INSTITUCIONAL	9
2.1 MARCO INSTITUCIONAL.....	9
2.2 MARCO TEÓRICO	9
2.2.1 Conceptos básicos.....	13
2.2.1.1 Superficies de referencia	13
2.2.1.1.1 Elipsoide.....	14
2.2.1.1.2 Geoide.....	15
2.2.1.2 Gravedad	16
2.2.1.3 Potencial gravitacional	18
2.2.1.4 Potencial centrífugo.....	21
2.2.1.5 Potencial de la gravedad.....	22
2.2.2 Métodos para la obtención del geoide.....	22
2.2.2.1 Método geométrico de obtención del geoide.....	23
2.2.2.2 Nivelación	25
2.2.3 Sistemas de alturas.....	25
2.2.3.1 El sistema de alturas en Ecuador	32
3. REDES NEURONALES ARTIFICIALES.....	33
3.1 Historia de las redes neuronales artificiales	34
3.2 Red neuronal biológica.....	36
3.3 Neurona biológica	36
3.4 Neurona artificial.....	39
3.5 Red neuronal artificial	41
3.5.1 Estructura de una red neuronal artificial	43
3.5.2 Aprendizaje de la red neuronal artificial	45
3.5.3 Modelo neuronal de McCulloch-Pitts	47
3.5.4 Perceptrón	50
3.5.5 ADALINE (Adaptive Linear Neuron)	56
3.5.6 Problemas no lineales.....	58
3.5.6.1 Perceptrón multicapa.....	60
3.5.7 Algoritmos de entrenamiento de una red neuronal artificial	66
3.5.7.1 Algoritmo de Retropropagación	67
3.5.7.2 Métodos para minimizar funciones de error	72

3.5.7.2.1	MÉTODO DE NEWTON	76
3.5.7.2.2	MÉTODO DE GAUSS – NEWTON	80
3.5.7.2.3	MÉTODO DE LEVENBERG –MARQUARDT	84
4.	DESARROLLO METODOLÓGICO.....	91
4.1	Descripción del área de estudio.....	91
4.2	Datos necesarios	93
4.3	Datos existentes y nuevas mediciones	94
4.3.1	Homogenización de Sistemas de referencia para el conjunto de datos	100
4.4	Definición de los subconjuntos de entrenamiento.....	102
4.5	Entrenamiento de la red neuronal artificial	104
4.6	Entrenamiento y arquitectura de la red neuronal artificial latitud – longitud – altura elipsoidal.	105
4.7	Entrenamiento y arquitectura de la red neuronal artificial este – norte.....	111
4.8	Implementación de herramienta informática para el cálculo de ondulaciones geoidales.	118
4.9	Generación de una malla de ondulaciones geoidales	123
5.	RESULTADOS.....	125
5.1	Análisis de resultados.....	125
6.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	135
6.1	Conclusiones.....	135
6.2	Recomendaciones	136
	REFERENCIAS	137

ANEXOS

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1. ELIPSOIDE DE REFERENCIA	15
FIGURA 2: COMPARACIÓN ENTRE ELIPSOIDE Y GEOIDE	16
FIGURA 3: ALTURAS NIVELADAS.....	23
FIGURA 4: SUPERFICIES DE REFERENCIA.....	24
FIGURA 5: PRINCIPIO BÁSICO DE LA NIVELACIÓN GEOMÉTRICA.....	25
FIGURA 6: NIVELACIÓN Y SUPERFICIES EQUIPOTENCIALES	27
FIGURA 7: CIRCUITO DE NIVELACIÓN	28
FIGURA 8: ALTURA ORTOMÉTRICA	30
FIGURA 9: ALTURA NORMAL	31
FIGURA 10: CUASI-GEOIDE	32
FIGURA 11: NEURONA BIOLÓGICA	38
FIGURA 12: : MODELO DE NEURONA ARTIFICIAL.....	40
FIGURA 13: ESTRUCTURA DE UNA RED NEURONAL DE TRES CAPAS.....	45
FIGURA 14: MODELO DE NEURONA ARTIFICIAL DE McCULLOCH-PITTS	48
FIGURA 15: ESTRUCTURA DE UNA NEURONA DE McCULLOCH-PITTS PARA SOLUCIÓN DE FUNCIONES LÓGICAS.....	49
FIGURA 16: ESTRUCTURA GENERAL DE UNA NEURONA DEL TIPO PERCEPTRÓN	52
FIGURA 17: DISCRIMINACIÓN DE CLASES POR UN PERCEPTRÓN	52
FIGURA 18: CONFIGURACIÓN INICIAL DEL PERCEPTRÓN	54
FIGURA 19: CONFIGURACIÓN DEL PERCEPTRÓN PARA LA SOLUCIÓN	55
FIGURA 20: DISCRIMINACIÓN DE CLASES POR UN PERCEPTRÓN	56
FIGURA 21: PROBLEMA OR EXCLUSIVO	59
FIGURA 22: FUNCIÓN SIGMOIDAL	62
FIGURA 23: FUNCIÓN TANGENTE HIPERBÓLICA	63
FIGURA 24: FUNCIÓN ESCALÓN	64
FIGURA 25: FUNCIÓN IDENTIDAD.....	64
FIGURA 26: PROPAGACIÓN DE LA INFORMACIÓN EN UN PERCEPTRÓN MULTICAPA	66
FIGURA 27: AJUSTE DE PUNTOS MEDIANTE UNA FUNCIÓN "M"	72
FIGURA 28: MINIMIZACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE ERROR.....	75
FIGURA 29: MÉTODOS PARA RESOLVER PROBLEMAS DE MÍNIMOS CUADRADOS NO LINEALES.....	75
FIGURA 30: MINIMIZACIÓN DE UNA FUNCIÓN DE ERROR POR EL MÉTODO DE NEWTON	76
FIGURA 31: MINIMIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DE ERROR "E"	77
FIGURA 32: MINIMIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DE ERROR "E"	81
FIGURA 33: CASO I: FUNCIÓN DE ERROR CRECIENTE - ERROR POSITIVO	87
FIGURA 34: CASO II: FUNCIÓN DE ERROR DECRECIENTE - ERROR NEGATIVO	88
FIGURA 35: CASO III: FUNCIÓN DE ERROR CRECIENTE - ERROR NEGATIVO	89
FIGURA 36: CASO IV: FUNCIÓN DE ERROR DECRECIENTE - ERROR POSITIVO.....	90
FIGURA 37: UBICACIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO.....	92
FIGURA 38: MODELO DIGITAL DE ELEVACIONES (SRTM)	93
FIGURA 39: PUNTOS RELEVADOS PARA COMPLEMENTAR LA INFORMACIÓN EXISTENTE EN EL ÁREA DE ESTUDIO	96
FIGURA 40: PUNTOS PREEXISTENTES EN EL ÁREA DE ESTUDIO.....	98
FIGURA 41: TOTALIDAD DE PUNTOS DISPONIBLES EN EL ÁREA DE ESTUDIO	98
FIGURA 42: PUNTOS GPS/NIVELACIÓN PARA EL SUBCONJUNTO DE ENTRENAMIENTO DE LA RNA	103
FIGURA 43: PUNTOS GPS/NIVELACIÓN PARA EL SUBCONJUNTO DE VALIDACIÓN Y TEST DE LA RNA	103
FIGURA 44: MINIMIZACIÓN DE ERRORES EN LOS SUBCONJUNTOS DE ENTRENAMIENTO, VALIDACIÓN.....	108
FIGURA 45: PARÁMETROS DE ENTRENAMIENTO DE LA RNA	108
FIGURA 46: DISEÑO DE LA RED NEURONAL ARTIFICIAL EMPLEADA PARA LA FORMA [LATITUD LONGITUD ALTURA ELIPSOIDAL]	109
FIGURA 47: PARÁMETROS DE ENTRENAMIENTO DE LA RNA [ESTE NORTE]	114
FIGURA 48: MINIMIZACIÓN DE ERRORES EN LOS SUBCONJUNTOS DE ENTRENAMIENTO, VALIDACIÓN Y TEST PARA LA RNA [ESTE NORTE]	115
FIGURA 49: DISEÑO DE LA RED NEURONAL ARTIFICIAL EMPLEADA PARA LA FORMA [ESTE NORTE]	116
FIGURA 50: INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO - VENTANA PRINCIPAL	119
FIGURA 51: INTERFAZ PARA ENTRADA MANUAL DE DATOS.....	119
FIGURA 52: INTERFAZ PARA ENTRADA MANUAL DE DATOS.....	120

FIGURA 53: INTERFAZ PARA ENTRADA AUTOMÁTICA DE DATOS.....	120
FIGURA 54: SELECCIÓN DE ARCHIVO DE ENTRADA.....	121
FIGURA 55: GUARDAR ARCHIVO DE SALIDA	121
FIGURA 56: INTERFAZ PARA NAVEGACIÓN EN EL MAPA DE UBICACIÓN DEL ÁREA DE INFLUENCIA.....	122
FIGURA 57: INTERFAZ PARA NAVEGACIÓN EN EL MAPA DE UBICACIÓN AMPLIADO DEL ÁREA DE INFLUENCIA.....	122
FIGURA 58: MALLA DE PUNTOS EN EL ÁREA DE TRABAJO.....	123
FIGURA 59: MALLA DE ONDULACIONES GEOIDALES.....	124
FIGURA 60: ISOLÍNEAS DE ONDULACIÓN GEOIDAL.....	124
FIGURA 61: MODELO GEOIDAL EGM2008 EN EL ÁREA DE ESTUDIO	127
FIGURA 62: MODELO GEOIDAL EGM96 EN EL ÁREA DE ESTUDIO	128
FIGURA 63: MODELO GEOIDAL POR MÍNIMOS CUADRADOS COLOCACIÓN (LSC) EN EL ÁREA DE ESTUDIO	128
FIGURA 64: MODELO GEOIDAL POR EL MÉTODO GRAVIMÉTRICO EN EL ÁREA DE ESTUDIO	129
FIGURA 65: N RNA [LLH] VS. N OBSERVADO EN PUNTOS TEST. (MARCO DE REFERENCIA ITRF05).....	129
FIGURA 66: N RNA [EN] VS. N OBSERVADO EN PUNTOS TEST.	130
FIGURA 67: DIFERENCIAS ENTRE EL MODELO GEOIDAL POR MÍNIMOS CUADRADOS COLOCACIÓN (LSC)	132
FIGURA 68: DIFERENCIAS ENTRE EL MODELO GEOIDAL GRAVIMÉTRICO.....	132
FIGURA 69: DIFERENCIAS ENTRE EL MODELO GEOPOTENCIAL EGM96.....	133
FIGURA 70: DIFERENCIAS ENTRE EL MODELO GEOPOTENCIAL EGM2008.....	133

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1: PESOS Y UMBRALES PARA LA SOLUCIÓN DE FUNCIONES LÓGICAS	49
TABLA 2: FUNCIONAMIENTO DE CÉLULAS DE McCULLOCH-PITTS PARA SOLUCIÓN DE FUNCIONES LÓGICAS	50
TABLA 3: ENTRENAMIENTO DE UNA RED NEURONAL TIPO PERCEPTRÓN PARA RESOLVER LA FUNCIÓN LÓGICA AND.....	55
TABLA 4: FUNCIÓN LÓGICA "OR EXCLUSIVO"	59
TABLA 5: PORCENTAJE Y ÁREA EN LA ZONA DE ESTUDIO POR PROVINCIAS DE LA REGIÓN COSTA	91
TABLA 6: PORCENTAJE Y ÁREA EN LA ZONA DE ESTUDIO POR PROVINCIAS DE LA REGIÓN SIERRA.....	92
TABLA 7: COORDENADAS Y PRECISIONES PARA LOS PUNTOS RELEVADOS PARA COMPLEMENTAR LA INFORMACIÓN EXISTENTE	95
TABLA 8: COORDENADAS Y PRECISIONES PARA LOS PUNTOS PREEXISTENTES EN EL ÁREA DE ESTUDIO	97
TABLA 9: COORDENADAS Y VALORES DE ONDULACIÓN GEOIDAL PARA LA TOTALIDAD DE PUNTOS DISPONIBLES EN EL ÁREA DE ESTUDIO..	100
TABLA 10: ESTADÍSTICOS PARA LOS DATOS DE ENTRENAMIENTO, VALIDACIÓN Y TEST DE LA RNA [LATITUD LONGITUD ALTURA ELIPSOIDAL]	106
TABLA 11: ERRORES MEDIOS CUADRÁTICOS OBTENIDOS DURANTE LAS 16 ITERACIONES PARA LOS CONJUNTOS DE ENTRENAMIENTO, VALIDACIÓN Y TEST DE LA RNA [LATITUD LONGITUD ALTURA ELIPSOIDAL].....	107
TABLA 12: GRADIENTES DE LA FUNCIÓN DE ERROR PARA CADA UNA DE LAS ITERACIONES EN EL ENTRENAMIENTO DE LA RNA [LATITUD LONGITUD ALTURA ELIPSOIDAL]	107
TABLA 13: PESOS SINÁPTICOS OBTENIDOS ENTRE LA CAPA DE ENTRADA Y LA CAPA OCULTA PARA LA RNA [LATITUD LONGITUD ALTURA ELIPSOIDAL]	110
TABLA 14: PESOS SINÁPTICOS OBTENIDOS ENTRE LA CAPA OCULTA Y LA CAPA DE SALIDA PARA LA RNA [LATITUD LONGITUD ALTURA ELIPSOIDAL]	111
TABLA 15: BIAS PARA LA CAPA OCULTA EN LA RNA [LATITUD LONGITUD ALTURA ELIPSOIDAL].....	111
TABLA 16: BIAS PARA LA CAPA DE SALIDA EN LA RNA [LATITUD LONGITUD ALTURA ELIPSOIDAL].....	111
TABLA 17: ESTADÍSTICOS PARA LOS DATOS DE ENTRENAMIENTO, VALIDACIÓN Y TEST DE LA RNA [ESTE NORTE].....	112
TABLA 18: ERRORES MEDIOS CUADRÁTICOS OBTENIDOS DURANTE LAS 27 ITERACIONES PARA LOS CONJUNTOS DE ENTRENAMIENTO, VALIDACIÓN Y TEST DE LA RNA [ESTE NORTE].....	113
TABLA 19: GRADIENTES DE LA FUNCIÓN DE ERROR PARA CADA UNA DE LAS ITERACIONES EN EL ENTRENAMIENTO DE LA RNA [ESTE NORTE]	114
TABLA 20: PESOS SINÁPTICOS OBTENIDOS ENTRE LA CAPA DE ENTRADA Y LA CAPA OCULTA PARA LA RNA [ESTE NORTE].....	117
TABLA 21: PESOS SINÁPTICOS OBTENIDOS ENTRE LA CAPA OCULTA Y LA CAPA DE SALIDA PARA LA RNA [ESTE NORTE]	117
TABLA 22: BIAS PARA LA CAPA OCULTA DE LA RNA [ESTE NORTE].....	118
TABLA 23: BIAS PARA LA CAPA DE SALIDA EN LA RNA [ESTE NORTE].....	118
TABLA 24: ONDULACIONES GEOIDALES ESTIMADAS POR DIFERENTES MÉTODOS Y SUS ERRORES EN PUNTOS TEST.....	125
TABLA 25: ESTADÍSTICOS PARA LOS RESIDUALES EN LA COMPARACIÓN DE MODELOS.....	134

GLOSARIO DE TÉRMINOS

ALTURA ELIPSOIDAL.- Altura de tipo geométrico medido desde un elipsoide de referencia y sobre la normal a dicha superficie.

ALTURAS NIVELADAS.- Altura medida a partir de la nivelación, tomando como referencia al nivel medio del mar (N.M.M) determinado en una zona para una época determinada.

ALTURAS ORTOMETRICAS.- Altura medida desde el geoide sobre una normal a dicha superficie de referencia.

ASCII.- acrónimo inglés de American Standard Code for Information Interchange (Código Estándar Estadounidense para el Intercambio de Información).

BACKPROPAGATION.- algoritmo de aprendizaje supervisado para entrenamiento de redes neuronales artificiales, minimiza los errores por medio del descenso del gradiente, por lo que se calcula las derivadas parciales del error con respecto a los parámetros de la red neuronal. Los errores se propagan hacia atrás con la finalidad de ajustar los pesos sinápticos de la red.

CONSTANTE GRAVITACIONAL DE NEWTON (G).- describe la fuerza expresada en Newton (N) ejercida entre dos cuerpos de masa 1 Kg, cuyos centros se encuentran distanciados 1 m y cuyas masas se encuentran concentradas en sus centros.

DATUM.- elementos de referencia para definir la posición de un objeto en el espacio tridimensional.

DESVIACION ESTANDAR.- o desviación típica; medida estadística de dispersión de un conjunto de valores con respecto a su media aritmética

EGM2008.- (Earth Gravitational Model 2008), modelo geopotencial del campo de gravedad terrestre, contiene armónicos esféricos al grado 2190.

EGM96.- (Earth Gravitational Model 1996), modelo geopotencial del campo de gravedad terrestre, contiene armónicos esféricos de grado y orden 360.

ELIPSOIDE.- superficie de referencia matemática (elipse de revolución) que aproxima la forma terrestre.

ERROR MEDIO CUADRATICO (RMS).- media aritmética de los cuadrados de las desviaciones del estimador respecto al valor verdadero.

FUNCION LOGICA.- función que puede asumir únicamente dos valores, dependiendo del cumplimiento o no de determinada condición.

GEOIDE.- superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que mejor se aproxima al nivel medio de los mares en una época determinada.

GNSS.- Sistema Global de Navegación por Satélite. Término genérico para nombrar a todos los sistemas de posicionamiento por satélite.

GPS.- Global Positioning System. Sistema de navegación por satélite operado por el Departamento de Defensa de Estados Unidos; permite posicionar un objeto en cualquier parte del globo terrestre, obteniendo sus coordenadas a partir de señales provenientes de una constelación de satélites artificiales.

GPS/NIVELACION.- método geométrico para la obtención del geoide, se basa en el posicionamiento satelital de precisión en puntos correspondientes a redes de nivelación.

IERS.- (International Earth Rotation and Reference Systems Service). Servicio Internacional de Rotación de la Tierra y Sistemas de Referencia, establecido en 1987 por la Unión Astronómica Internacional y la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica, genera datos sobre la orientación terrestre y provee parámetros para definir el marco y sistema de referencia celeste y terrestre.

IGS.- International GNSS Service. Federación de más de 200 agencias de rastreo GPS y GLONASS distribuidas a nivel mundial.

IGS05.- solución basada en ITRF05, considerando únicamente estaciones GPS.

INTERPOLACION.- obtención de información a partir del conocimiento de datos discretos en un área determinada y mediante el empleo de procedimientos matemáticos que consideran la distribución espacial los mismos.

ISOLINEA.- o curva de nivel, es una línea que conecta puntos que poseen el mismo valor para una determinada variable.

ITRF.- International Terrestrial Reference Frame. Marco Terrestre Internacional de Referencia. Materialización del ITRS mediante puntos localizados en la superficie terrestre cuyas coordenadas se encuentran perfectamente determinadas.

ITRS.- International Terrestrial Reference System. Sistema de Referencia Terrestre Internacional cuyo origen de coordenadas es el geocentro, su eje Z se orienta hacia el polo, gira en forma solidaria según el movimiento terrestre y se materializa por un Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF).

ITRF05.- Marco de referencia terrestre internacional cuyo origen se define de tal manera que los parámetros de traslación en la época 2000.0 son nulos, y la variación en las traslaciones con las series de tiempo International Laser Ranging (ILRS) y SLR es también nula. Su escala se define de tal manera que el factor de escala es igual a uno en la época 2000.0

ITRF94.- Marco de referencia terrestre internacional cuyo origen se obtiene por una media ponderada de algunas soluciones SLR (Satellite laser ranging) y GPS; y la escala por la media ponderada de soluciones VLBI (Very Long Baseline Interferometry), SLR y GPS. La evolución en el tiempo es consistente con el modelo geofísico NNRNUVEL-1^a y la orientación consistente con el ITRF92.

KRIGING.- método geoestadístico que emplea un modelo de variograma para la estimación de variables.

LATITUD.- distancia angular en el sentido norte – sur, entre la línea ecuatorial y un punto determinado sobre el planeta.

LEVENBERG - MARQUARDT.- algoritmo empleado para entrenamiento de redes neuronales artificiales. Algoritmo iterativo de optimización que presenta una ligera modificación con respecto al método tradicional de Newton.

LONGITUD.- distancia angular en el sentido este – oeste, entre el meridiano de Greenwich y un punto determinado sobre el planeta.

MINIMA CURVATURA.- método de interpolación de variables que emplea un conjunto de polinomios cúbicos que describen tanto la tendencia como la magnitud de una línea.

MINIMOS CUADRADOS COLOCACION (LSC).- constituye un caso de mínimos cuadrados, además de los parámetros y residuales de observación, permite estimar otras cantidades aleatorias. La solución por mínimos cuadrados es una de las mejores estimaciones lineales insesgadas de los parámetros y señales que pueden obtenerse con datos dispersos.

NIVEL MEDIO DEL MAR (N.M.M).- referencia para la medición de alturas o desniveles, establecido por mediciones continuas del comportamiento del océano a través del tiempo en un lugar determinado.

NIVELACION GEOMETRICA.- mecanismo para la determinación de desniveles que utiliza visuales horizontales para medir distancias verticales entre distintos puntos sobre el terreno, consiguiéndose con esto altas precisiones.

POSTPROCESO.- tratamiento realizado a los registros o datos obtenidos por técnicas GNSS con la finalidad de eliminar errores propios del posicionamiento satelital.

PSAD56.- Dátum Provisional Sudamericano de 1956. Sistema de referencia geodésico clásico que tiene como elipsoide de referencia el Internacional de Hayford y como punto origen La Canoa ubicado en Venezuela.

RASTER.- malla rectangular de píxeles, en donde cada uno de estos contiene un valor único o número digital de la variable que se está representando.

SIG.- Sistema de Información Geográfica. Está compuesto por elementos de hardware, software y datos geográficos georeferenciados y su función consiste en capturar, almacenar, manipular, analizar y desplegar información geográfica

SIRGAS.- Sistema de Referencia Geocéntrico para Las Américas. Su definición es igual a la del Sistema de Referencia Terrestre Internacional (ITRS) y su materialización es una densificación regional del Marco de Referencia Terrestre Internacional (ITRF).

SISTEMA DE REFERENCIA.- Conjunto de convenciones que permiten determinar la posición de un objeto mediante la asignación de coordenadas.

UMBRAL.- mínimo valor de entrada a la red neuronal artificial para producir su activación.

UTM.- Universal Transverse Mercator. Proyección cartográfica del tipo cilíndrica transversa, esta proyección divide a la superficie terrestre en 60 zonas distribuidas de oeste a este.

WGS84.- World Geodetic System 84. Sistema de referencia geocéntrico en el cual se basa el Sistema de Posicionamiento Global (GPS).

Tema: GENERACIÓN DE UNA MALLA DE ONDULACIONES GEOIDALES POR EL MÉTODO GPS/NIVELACIÓN Y REDES NEURONALES ARTIFICIALES A PARTIR DE DATOS DISPERSOS

CAPITULO I

1. INTRODUCCION

Dentro del ámbito de las Ciencias de la Tierra, la determinación de un sistema de referencia para las alturas ha sido siempre un tema de gran interés, en este contexto se han desarrollado múltiples técnicas y metodologías para establecer una superficie de referencia sobre la cual sea posible basar las mediciones de altura a nivel local y global.

De forma tradicional las alturas y desniveles se han medido considerando como superficie de referencia al nivel medio de los mares, es así que cada país se ha valido de los registros de uno o varios mareógrafos localizados cerca de sus costas para la determinación del mismo, tomando a estas observaciones como el “cero” o punto de partida de su red de nivelación, las cuales, pese a incluir en algunos casos errores considerables, han sido la base para establecer el marco de referencia para las mediciones altimétricas de los países que han hecho uso de las mismas.

La construcción de estas redes de nivelación demanda un gran esfuerzo debido a las características metodológicas del trabajo necesario para su establecimiento, y su uso en la práctica presenta ciertos inconvenientes, entre los cuales, se puede señalar que proporcionan únicamente información discreta de la variación de altura con respecto al nivel medio del mar. Se puede advertir que, no existe compatibilidad entre dos o más redes de nivelación que hayan sido generadas partiendo de las observaciones de distintos mareógrafos, los cuales dependiendo de su ubicación registran disímiles comportamientos del océano y por lo tanto ofrecen información diferente del nivel medio de los mares; además es importante considerar los errores aleatorios y de diseño que cada una de estas redes de nivelación presenta.

Los desniveles y alturas que tienen su origen en las campañas de nivelación desde el nivel medio del mar y en las cuales no se ha considerado correcciones por el efecto gravimétrico sino

únicamente desniveles, no tienen un carácter físico, es decir corresponden a mediciones de tipo geométrico para cuya determinación no se considera el no paralelismo de las superficies de nivel.

Los trabajos de nivelación, al no contar con información gravimétrica y al ser realizados sobre extensiones de terreno considerables, registran un error conocido como “error de cierre”, que proviene de omitir el hecho de que las condiciones propias de cada sitio donde se ubica el equipo de nivelación determinan que este se encuentre nivelado con respecto a una vertical del lugar que es variable, y también como consecuencia de errores propios de la nivelación como son la precisión de los instrumentos utilizados, número de estaciones, puntos de cambio, cuidado puesto en las lecturas y colocación de la mira, etc.

Por los motivos antes expuestos, que hacen referencia a las limitaciones de las redes de nivelación clásicas, en la actualidad se pretende llegar a conocer una superficie de referencia para las alturas que tenga características globales, es decir que la información que proporcionan las diferentes redes altimétricas pueda ser usada en forma conjunta con el objetivo de poder realizar estudios y trabajos a nivel regional e internacional sin que exista discrepancias en los datos recabados por pertenecer a diferentes fuentes de información.

El desarrollo tecnológico ha favorecido en gran medida la realización de esfuerzos que conlleven a la consecución de esta meta. Se habla principalmente de la evolución que han generado técnicas satelitales como las de Navegación Global (GNSS - Global Navigation Satellite System); satélites altimétricos, gravimétricos que permiten medir perturbaciones orbitales que se relacionan con el campo de gravedad terrestre.

No obstante, las técnicas satelitarias antes mencionadas no proporcionan información de detalle del campo de la gravedad terrestre, sino en las largas longitudes de onda, esto significa que para obtener mayor precisión en la definición del potencial de la gravedad y sus gradientes, es necesario complementar la información de larga longitud de onda con datos locales que definen de forma más exacta el comportamiento de los parámetros gravimétricos en función de la distribución de masas propia de cada lugar.

La superficie de referencia de las alturas debe ser una superficie equipotencial, es decir una superficie que posea un potencial de la gravedad constante. Considerando que los océanos se

comportan aproximadamente como una superficie de este tipo y constituyendo estos aproximadamente el 71% de la superficie terrestre, se adopta como superficie de referencia para las alturas a aquella superficie equipotencial que mejor se ajusta al nivel medio de los mares en una determinada época y se la conoce con el nombre de geoide. Por lo tanto, esta superficie es la que se busca determinar con las observaciones a nivel global y local antes mencionadas. Es importante señalar que el concepto clásico de geoide establece que este es una superficie equipotencial del campo de la gravedad terrestre que coincide con el nivel medio del mar (Gauss-Listing), en la actualidad este concepto está en desuso, ya que se conoce que el nivel medio de los mares se distancia del geoide en hasta dos metros, esta diferencia se explica por la presencia de fenómenos hidrológicos, oceanográficos y meteorológicos que sumados a la variabilidad del nivel de los océanos en función del tiempo debido al efecto de mareas, provocan que la superficie marina no sea una superficie equipotencial.

El advenimiento de la técnica de posicionamiento por satélite ha revolucionado los procedimientos y métodos usados para la determinación de las alturas, permitiendo definir con relativa facilidad alturas sobre otra superficie de referencia conocida como elipsoide, la cual es parte de un modelo matemático que intenta representar de forma aproximada la forma de la Tierra. Las alturas de esta manera expresadas se llaman alturas elipsoidales y se definen como la distancia medida sobre la normal al elipsoide entre un punto de la superficie terrestre y dicha superficie geométrica. La importancia de las alturas elipsoidales en la búsqueda de una superficie de referencia para las alturas, se manifiesta en el hecho de que hacen posible representar a la superficie equipotencial de referencia para las alturas (geoide), con respecto a una superficie de referencia de tipo geométrico conocida como elipsoide.

En otras palabras, el geoide queda definido al ser expresada su altura sobre el elipsoide, altura que se conoce con el nombre de ondulación geoidal y representa la separación existente entre las dos superficies de referencia en cuestión.

El método geométrico para la determinación del geoide consiste en la obtención de valores de ondulación geoidal en base al conocimiento de alturas ortométricas (o en su defecto, alturas sobre el nivel medio del mar «alturas niveladas») y de alturas elipsoidales sobre los mismos puntos, de acuerdo al dátum vertical de cada país es posible calcular la distancia entre el geoide y el elipsoide en puntos pertenecientes a una red de nivelación en los cuales se determine por

medio de posicionamiento satelital las respectivas alturas elipsoidales. Una vez se cuenta con los valores de ondulación geoidal para cada una de las estaciones, se genera por medio de métodos de interpolación un modelo del geoide para la zona enmarcada dentro del área en la cual están distribuidos los puntos de nivelación (GPS/nivelación).

En la actualidad, el estado en que se encuentra la red de nivelación de Ecuador, no permite calcular ondulaciones geoidales estrictamente hablando, debido a que las alturas que poseen las placas de nivelación son alturas niveladas, no alturas ortométricas, esto significa que las alturas no están referidas a una superficie equipotencial del campo de la gravedad, sino al nivel medio del mar registrado por un mareógrafo en una época determinada, y se omite para su determinación el no paralelismo de las superficies de nivel al no realizar correcciones en dichas alturas por el efecto gravimétrico.

Al utilizar alturas no ortométricas para la determinación del geoide, no estaremos obteniendo observaciones del geoide propiamente dicho, sino de una superficie próxima al mismo que podría ser catalogada como una superficie de referencia para las alturas que no coincide con el geoide como efecto de no usar para su determinación alturas ortométricas, esta superficie en consecuencia no se trata de una superficie equipotencial.

El presente trabajo de investigación busca implementar una metodología que permita mejorar las precisiones que se pueden obtener en el cálculo del geoide por el método geométrico al usar la técnica de las redes neuronales artificiales como un estimador de variables, en comparación con las precisiones que se obtendrían en un modelado del geoide por medio del mismo método pero empleando algoritmos paramétricos en la interpolación. Una vez implementada la metodología propuesta en esta tesis y luego de haberla validado en función de los resultados obtenidos, será factible aplicarla en posteriores estudios, una vez que se cuente con alturas ortométricas como insumos del análisis y se disponga de una mejor distribución de los datos puntuales a nivel nacional, consiguiendo con esto mejorar la calidad de los resultados y ampliar el área de influencia del estudio.

1.1 Antecedentes

En el Ecuador Continental la materialización de la red de nivelación se realizó tomando como dátum de referencia al mareógrafo ubicado en La Libertad – Provincia de Santa Elena, y los puntos de nivelación están situados principalmente sobre la red vial con la finalidad de facilitar el acceso a los mismos. La corrección por efecto de la gravedad sobre las alturas niveladas de la red altimétrica aún no se ha ejecutado, pese a que en cada uno de los puntos pertenecientes a la red de nivelación se cuenta con información gravimétrica enlazada a la red gravimétrica fundamental, esto determina que en Ecuador no se disponga de alturas referidas a una superficie equipotencial sino únicamente alturas obtenidas tomando como referencia el nivel medio del mar (alturas niveladas) que presentan un error kilométrico estimado de 4mm y una tolerancia de cierre de $4\text{mm}\sqrt{k}$ (Instituto Geográfico Militar - Ecuador). La tolerancia en el cierre de un itinerario de nivelación se expresa en función del error kilométrico en milímetros (e_k) y del número de kilómetros del itinerario (k).

El error kilométrico (e_k) está dado por el error de nivelación (e_n) y por el número de niveladas en un kilómetro (m), según la expresión: $e_k = e_n \sqrt{m}$. El error de nivelación por su parte está en función de la sensibilidad del nivel y los aumentos del anteojo (Domínguez, 1997).

Complementariamente se han desarrollado campañas GPS sobre los puntos de la red de nivelación, en la primera de ellas las mediciones fueron hechas con equipos de baja precisión (navegadores) con el objetivo de localizar los registros gravimétricos, para lo cual no era necesario contar con posicionamiento de alta precisión. Posteriormente se han realizado nuevas mediciones con equipos receptores de doble frecuencia logrando precisiones con valores entre 2 y 5 cm. en la determinación de las coordenadas geocéntricas (X, Y, Z) (Instituto Geográfico Militar - Ecuador). Estas nuevas mediciones se determinan ante la necesidad de contar con puntos GPS de precisión para el desarrollo de nuevas tecnologías orientadas a la determinación de un sistema de referencia vertical cada vez más preciso. Las coordenadas se encuentran referidas al Marco de Referencia SIRGAS (ITRF 94), época de referencia 1995.4.

Se cuenta entonces con una red de nivelación cuyos puntos poseen registros gravimétricos como información adicional y han sido posicionados satelitalmente, posicionamiento que en la mayor parte de los puntos se ha realizado con equipos de baja precisión, es decir, se dispone de puntos

GPS/nivelación de precisión en un pequeño porcentaje del total de puntos pertenecientes a la red de nivelación nacional.

Las mediciones realizadas para la implementación de la red altimétrica nacional, junto con los correspondientes registros gravimétricos y las campañas GPS que se han señalado anteriormente, corresponden a trabajos elaborados por el Instituto Geográfico Militar del Ecuador (IGM).

El ajuste de la red altimétrica aún no está realizado, en tales circunstancias existirá un error intrínseco en los datos que será evidenciado en la evaluación de los resultados.

Se han realizado también a modo de proyectos de investigación, trabajos orientados al modelado del geoide, principalmente orientados al cálculo de anomalías gravimétricas, geoide gravimétrico y obtención de modelos del geoide mediante interpolación por mínimos cuadrados; estos trabajos serán útiles para contrastar los resultados que se obtengan con la presente tesis.

En términos generales se puede afirmar que la distribución espacial de datos GPS/nivelación no es apropiada para la realización de estudios como el de la presente tesis a nivel nacional, por este motivo se optó por seleccionar una zona de estudio en la que los datos de GPS/nivelación existentes cuentan con una mejor distribución y las líneas de nivelación presentes permiten la realización de una campaña GPS de precisión en puntos estratégicos, esto último ante la insuficiente presencia de registros GPS/nivelación dentro del área de trabajo. De esta manera, será posible ajustar la metodología propuesta a una región concreta del país. El área seleccionada posee la singular característica de abarcar parte de la región Costa o Litoral como de la región Sierra de Ecuador, teniendo un rango de altitudes que van aproximadamente desde los 3 hasta los 5245 metros sobre el nivel medio del mar, de esta forma se logrará observar el comportamiento del geoide al pasar de una región de topografía suave a la cordillera con su importante presencia de masas y su relieve irregular.

1.2 Justificación

La necesidad de establecer una superficie de referencia para las alturas se explica por el gran potencial de utilidades que esta puede ofrecer. Entre algunos ejemplos podemos citar aplicaciones en el campo de la geofísica, la oceanografía, agrimensura, y otras ramas de la ingeniería. Hasta el momento se está trabajando en encontrar modelos del geoide a nivel local

cuya información pueda ser agregada a los modelos geopotenciales. Las técnicas y metodologías empleadas son varias y en muchos casos los resultados obtenidos satisfacen las necesidades para las cuales fueron generados. Sin embargo, no es posible hablar aún de un geoide cuyo desempeño cumpla con todos los requerimientos para ser empleado en proyectos de ingeniería en los que sea necesario contar con altos grados de exactitud; los modelos de geoide generados tienen importantes falencias principalmente en aquellas zonas en donde la información disponible para su elaboración es escasa.

En el presente trabajo se implementará y validará una metodología para la representación de la superficie de referencia de las alturas, que cuente con una mayor precisión en contraste con los productos generados hasta ahora; y que sea también el pilar para que en futuros estudios la metodología empleada pueda ser refinada y la distribución espacial de los datos permita ejecutar el estudio en un área más extensa.

1.3 *Objetivos*

1.3.1 Objetivo General

Implementar una metodología para la generación de una malla de ondulaciones geoidales a nivel local, en base a información obtenida de la red altimétrica (GPS/nivelación), mediante una generalización efectuada por una red neuronal artificial.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Validar una metodología que pueda ser aplicada para la representación del geoide en Ecuador, con la finalidad de que una vez que la distribución espacial de los datos sea la adecuada en todo el país, esta pueda ser aplicada para obtener resultados a nivel nacional, buscando con esto mejorar en precisión a las técnicas de determinación del geoide que se han utilizado anteriormente.
- Realizar un análisis comparativo en función de parámetros estadísticos, contrastando los resultados obtenidos con productos que provienen de la aplicación de otras técnicas para cálculo del geoide.

- Detectar falencias en los modelos geopotenciales al compararlos con un modelo de geoide local en un ámbito de estudio con las características del territorio ecuatoriano.
- Fortalecer e incentivar en el campo de la investigación, la búsqueda de nuevas técnicas y variaciones de las mismas que contribuyan a la consecución de modelos de geoide locales de alta calidad en términos de precisión y confiabilidad derivada de la calidad de la información que se pueda obtener.

1.4 *Productos Esperados*

- ✓ Metodología para la generación de una malla de ondulaciones geoidales empleando datos provenientes de la técnica GPS/nivelación.
- ✓ Red neuronal artificial entrenada.
- ✓ Malla de ondulaciones geoidales para el área de estudio.
- ✓ Tabulación de datos estadísticos que expresen las precisiones y fidelidad del método.
- ✓ Mapas comparativos entre los resultados obtenidos y otras representaciones del geoide generadas por medio de técnicas y métodos alternativos (modelos geopotenciales EGM2008, EGM96, geoide gravimétrico y mínimos cuadrados colocación - LSC)

CAPITULO II

2. MARCO TEORICO E INSTITUCIONAL

2.1 MARCO INSTITUCIONAL

El desarrollo de la presente tesis constituye parte del p nsu m académico correspondiente a la Maestría en Geomática, Carrera de Postgrado ofertada por la Universidad Nacional de La Plata (Argentina) y organizada conjuntamente por las Facultades de Ciencias Astronómicas y Geofísicas y de Ingeniería. La Maestría en Geomática realiza un valioso aporte en la formación de profesionales ante el permanente crecimiento del manejo de información geográfica en medios digitales, la necesidad de rápido acceso a la información para una eficiente administración de los bienes, recursos y servicios vinculados a su ubicación espacial, la necesidad de actualización de los datos territoriales, tanto en cuanto a su faz natural o artificial (generadas por el hombre), el diagnóstico preciso para situaciones de planificación o de emergencia, llevan a requerir la actualización permanente de los profesionales, técnicos y auxiliares que se desempeñan en distintos ámbitos vinculados esencialmente a las Ciencias de la Tierra.

El trabajo de investigación será realizado en cooperación con el Centro de Investigación Científica (CEINCI) de la Escuela Polit cnica del Ejército (Sangolquí - Ecuador). El CEINCI es un centro de investigación multidisciplinario que busca contribuir a la actualización del conocimiento científico en áreas específicas.

La visión del CEINCI se enfoca en ser un grupo de investigadores reconocidos en Latinoamérica que genere trabajos científicos del más alto nivel, ayudando a resolver problemas prioritarios de la región, con la participación de redes de investigación regional e internacional, contribuyendo al bienestar de la sociedad.

2.2 MARCO TEÓRICO

En la búsqueda de la determinación del geoides como superficie de referencia para las alturas, surgen variados inconvenientes que provocan la inexactitud en el cálculo del mismo, estas dificultades se ven agravadas cuando la información disponible para aplicar las diferentes

técnicas involucradas en la definición de dicha superficie es escasa, es decir, se puede de alguna manera relacionar la exactitud en la determinación del geoide con la cantidad de información con que se cuenta en el área de estudio y el espaciamiento o distribución espacial existente entre estaciones de registro de esta información. Una gran cantidad de los datos están representados en forma puntual o discreta, por este motivo en muchos casos se hace necesario someterlos a procesos de interpolación.

El método geométrico para la determinación del geoide hace referencia a lo anteriormente expuesto, los puntos de la red de nivelación en donde se realiza el posicionamiento GNSS para posteriormente obtener valores de la ondulación del geoide, constituyen información de tipo discreta, es decir se puede conocer los valores de ondulación geoidal únicamente en los puntos donde la red de nivelación presenta un dato, la interpolación de estos datos nos da una idea del comportamiento del geoide en el área de estudio con las imprecisiones propias de todo método de estimación de variables. La fidelidad de los valores obtenidos por obvias razones tendrá una importante correlación con el distanciamiento entre los puntos de la red de nivelación y su distribución espacial.

El conocimiento de la ondulación del geoide en forma puntual permite modelar su gradiente con una precisión que dependerá en gran parte de la distribución espacial de los datos y del desempeño del método de estimación de variables. En trabajos anteriores realizados con la finalidad de definir al geoide se ha obtenido resultados satisfactorios al emplear redes neuronales artificiales (RNA's) para la predicción de ondulaciones geoidales, esta metodología resulta particularmente útil cuando los datos presentan una distribución espacial dispersa; por este motivo, en la presente tesis se trabajará con esta técnica de inteligencia artificial. (Tierra, 2003 y Chacón, 2010)

Las RNA's simulan mediante herramientas informáticas, el comportamiento de las redes neuronales biológicas presentes en el sistema nervioso de los humanos (McCulloch y Pitts, 1943), y constituyen un método de estimación de variables apropiado para la representación de datos distribuidos en forma dispersa.

La generalización es el procedimiento mediante el cual las RNA's son capaces de estimar el comportamiento de variables, después de ser sometidas a un proceso de aprendizaje o

entrenamiento. La RNA puede proporcionar una respuesta correcta ante patrones de entrada que no han sido empleados en el entrenamiento, eliminando el ruido que tiene una entrada y generalizándola para llegar a la salida deseada que es la que daría la señal de entrada sin ruido.

El desempeño de una RNA depende de su arquitectura, entendiéndose esta como la organización y disposición de las neuronas en la red, los parámetros a considerarse el momento de definir una RNA son: el número de capas presente en la red, el número de neuronas por capa, el grado de conectividad y el tipo de conexión entre las neuronas (Haykin, 2001).

En las RNA, las neuronas, consideradas como unidades básicas, se agrupan en capas de acuerdo a la función que cumplen dentro de la red, las capas pueden ser de entrada, ocultas y de salida; las capas de entrada son llamadas también sensoriales y se encargan de percibir los estímulos del exterior de la neurona, las capas ocultas realizan la representación de la información o procesamiento, y las capas de salida tienen la función de transferir la información proveniente de la red hacia el exterior. (Isasi y Galván, 2004; Bonifacio Martín, 2007; Haykin, 2001).

Según el número de capas que tiene la red, se clasifican en monocapa y multicapa. En las redes neuronales monocapa se registra solo una capa de neuronas, la cual cumple la función de capa de entrada y capa de salida a la vez. Las redes neuronales multicapa presentan varias capas en las cuales se organizan las neuronas, dependiendo de la función que cumplen dentro de la red, clasificándose por lo general en capas de entrada, ocultas y de salida.

De acuerdo a la dirección en que se transfieren los datos dentro de las redes neuronales, estas se clasifican en unidireccionales (feedforward) y recurrentes (feedback). En las redes unidireccionales, la información circula en un solo sentido, desde la capa de entrada hacia la capa de salida; mientras que en las redes recurrentes la información circula entre las capas en cualquier sentido.

Las conexiones entre las neuronas artificiales, conocidas como conexiones sinápticas en analogía con las conexiones presentes en las redes neuronales biológicas, están representadas por los pesos sinápticos que son considerados como los parámetros libres de la red. Son estos pesos los que en base a un proceso de aprendizaje iterativo, se ajustan de tal forma que el desempeño de la red permita contar con un grado de generalización conveniente.

El aprendizaje que realiza la RNA, consiste en un entrenamiento que puede ser supervisado, no supervisado, o reforzado (Isasi y Galván, 2004; Bonifacio Martín, 2001; Haykin, 2001); en el entrenamiento supervisado, se proporciona a la RNA las entradas o señales de entrada junto con sus respectivas salidas esperadas, el aprendizaje se realiza entonces al contrastar las salidas o respuestas esperadas y las salidas reales de la red. En el aprendizaje no supervisado (Grossberg Stephen, 1960-1970), no se provee a la red los valores de las salidas esperadas, la red determina propiedades de las entradas al reconocer rasgos comunes, correlaciones o clases. Finalmente, el aprendizaje reforzado o por refuerzo es una variación del aprendizaje supervisado, en este tipo de aprendizaje se dispone en los datos de las salidas deseadas o targets, pero el control de los errores que genera la red se realiza sobre un subconjunto de datos los cuales no se involucran en el proceso de definición de pesos sinápticos; es decir se busca contar con un grupo de datos que permitan calcular errores no sesgados. El cálculo de errores de la RNA sobre los datos que participan en el ajuste de los pesos puede causar que la red no obtenga una buena capacidad de generalización debido a un sobre entrenamiento, esto quiere decir que la red aprende a identificar los patrones presentados durante el entrenamiento pero puede reconocer nuevos patrones que se puedan presentar.

Para ejecutar el aprendizaje de una red neuronal artificial, es necesario contar con unas reglas de aprendizaje, como lo son por ejemplo el aprendizaje por corrección de error, aprendizaje basado en memoria, aprendizaje hebbiano (Hebb, 1949), aprendizaje competitivo, aprendizaje de Boltzmann, etc. Estas reglas de aprendizaje son algoritmos, y su uso depende del tipo de aprendizaje que se quiera proporcionar a la red en relación al problema que se desea dar solución. Para la presente tesis se usará el algoritmo de aprendizaje conocido como retropropagación del error (backpropagation), este algoritmo ajusta iterativamente los parámetros libres de la red (pesos sinápticos), con el objetivo de obtener señales de salida deseadas en función de un conjunto de datos de entrada. Se usará un aprendizaje de tipo supervisado, por lo tanto se hace indispensable contar con un conjunto de valores de entrada para ser empleados en el entrenamiento, de los cuales se conozca sus valores de salida reales (conjunto de entrenamiento).

El aprendizaje backpropagation está conformado por dos etapas: la propagación, y la retropropagación (feed-forward). En la etapa de propagación, la información fluye de atrás hacia

delante generando una salida; en la etapa de retropropagación, la señal de salida de la red se compara con la salida deseada para calcular un error. Este error se propaga de delante hacia atrás y permite modificar los pesos sinápticos tanto de la capa de salida de la red como de las capas ocultas según una regla de corrección del error (Rumelhart, Hinton y Williams, 1986).

Los diferentes modelos computacionales empleados en redes neuronales artificiales, estarán en función de: la topología de red, el tipo de aprendizaje y los algoritmos de aprendizaje aplicados. **El modelo de red neuronal artificial propuesto para el presente trabajo tiene una topología multicapa, se usará un aprendizaje de tipo supervisado y el algoritmo de aprendizaje será el de retropropagación.**

2.2.1 Conceptos básicos

2.2.1.1 Superficies de referencia

La determinación de la posición de un punto sobre la superficie terrestre se hace posible teniendo como base un elemento de referencia, es decir un punto, línea o superficie que por convención se use para conformar un sistema de coordenadas en función del cual se establece la ubicación de cualquier punto sobre el planeta. Para muchos fines es suficiente el posicionamiento en el plano horizontal, sin embargo en la práctica también suele ser necesario contar con una posición en un sistema de referencia vertical. Cuando se necesita referenciar a un sistema de coordenadas puntos que se encuentran dentro de un área pequeña, es suficiente contar con un sistema de referencia local, cuyas coordenadas planas se encuentran referidas a un plano X – Y; sin embargo si se requiere abarcar áreas extensas de territorio, como por ejemplo una provincia o país, el sistema de referencia debe considerar variables como la forma no plana del planeta y la dinámica de sus elementos estructurales.

El sistema de referencia que hasta la actualidad ha mostrado mejor desempeño es aquel que toma como superficie de referencia a un elipsoide de revolución que aproxima la forma terrestre y que cuenta como origen de coordenadas un dátum geocéntrico. El problema del posicionamiento en el plano horizontal queda resuelto con el uso de un elipsoide de referencia, sin embargo las alturas que proporciona este sistema de referencia están medidas desde una superficie matemática y no tienen relación con las alturas físicas que son necesarias en

aplicaciones ingenieriles, en estos casos es apropiado referir la medición de alturas a una superficie cuya definición se enmarque dentro de los principios que rigen la física del planeta, dicha superficie se conoce como geoide.

2.2.1.1.1 Elipsoide

Un elipsoide de referencia consiste en un modelo matemático o superficie geométrica que se origina al hacer rotar una elipse sobre su eje menor. Esta elipse de revolución aproxima la forma terrestre, haciendo coincidir el eje de rotación terrestre con el eje menor del elipsoide. Existen varios elipsoides de referencia y se diferencian en ciertos parámetros que los distinguen, el semieje mayor y el semieje menor del elipsoide, excentricidad y achatamiento.

El elipsoide y la orientación de los ejes del sistema de coordenadas conforman el sistema de referencia por medio del cual se puede asignar coordenadas a cualquier punto sobre la superficie terrestre, tomando como origen de las mismas un dátum local o global, entendiéndose como dátum local a aquel punto sobre la superficie terrestre en el cual se cumple la condición de que la vertical al elipsoide coincide con la vertical al geoide, lo que es equivalente a decir que el geoide y el elipsoide son tangentes, por las características propias de este tipo de dátum, las coordenadas referidas a los mismos tienen validez siempre y cuando se encuentren dentro de un área específica para la cual ha sido diseñado y adaptado el sistema de referencia que se relaciona con dicho dátum. Por su parte en la geodesia se define como dátum global a aquel origen de coordenadas que coincide con el centro de masas de la Tierra o geocentro, dicho dátum tiene validez para proporcionar coordenadas referidas al mismo sobre cualquier punto del planeta.

El elipsoide de referencia permite obtener coordenadas en valores angulares (latitud - ϕ , longitud - λ), considerándose como latitud origen el paralelo que pasa sobre la línea ecuatorial (π) y como longitud origen el meridiano de Greenwich (π'). Las alturas medidas sobre el elipsoide (P P' - alturas elipsoidales) son de carácter geométrico (*figura 1*) y se diferencian de las alturas físicas, siendo estas últimas indispensables para cierto tipo de aplicaciones, y para cuya representación se emplea otra superficie de referencia desde la cual se miden las alturas físicas y se conoce como geoide.

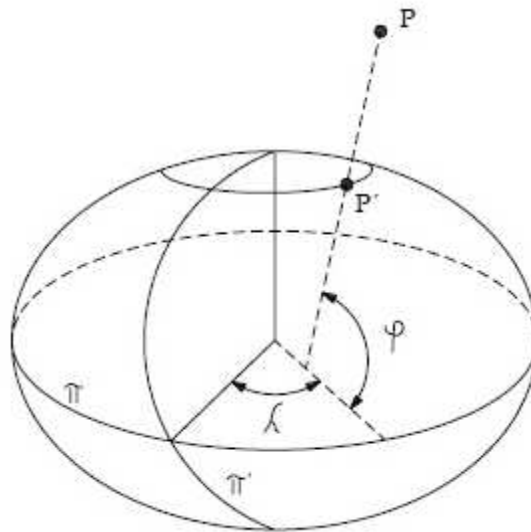


Figura 1. Elipsoide de referencia

2.2.1.1.2 *Geoide*

El geoide es la superficie de referencia para las alturas físicas (alturas ortométricas). Por definición el geoide es la superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que más se aproxima al nivel medio de los mares en reposo en una época determinada. Las alturas medidas desde el geoide hasta la superficie terrestre se conocen como alturas ortométricas y se miden sobre la vertical del lugar o vertical astronómica (*figura 2*).

El geoide es representado mediante la separación que mantiene el mismo con respecto a un elipsoide de referencia, esta separación se conoce con el nombre de ondulación geoidal (η), la cual puede tomar valores positivos o negativos. La determinación del geoide implica un conocimiento de la distribución de masas del planeta, lo cual representa un inconveniente debido a que el interior del planeta presenta una estructura compleja y difícilmente explorable. Por este motivo se han desarrollado diversas técnicas para su determinación y en la actualidad se continúa indagando sobre nuevas posibilidades para su representación.

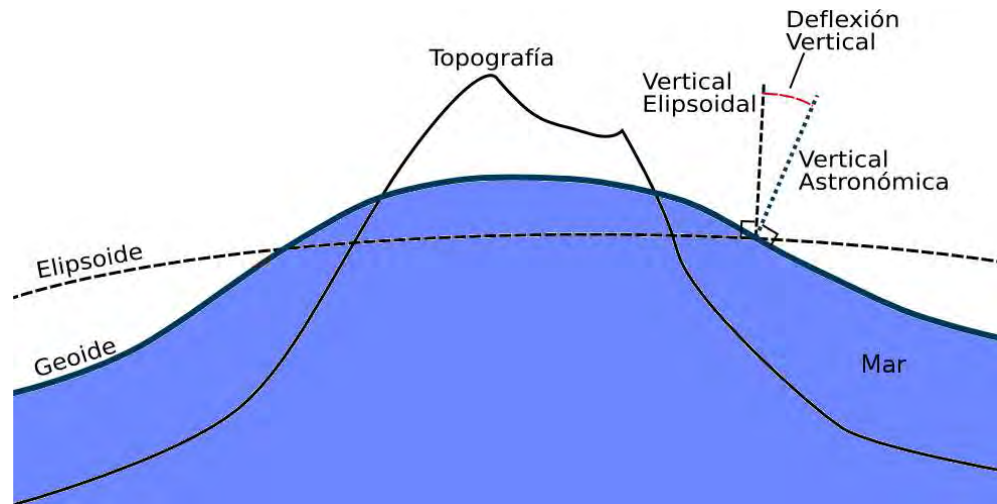


Figura 2: Comparación entre elipsoide y geoide.
 Tomado de <http://nacc.upc.es/nacc-libro/node43.html>

2.2.1.2 Gravedad

La gravedad es el resultado de sumar dos fuerzas que actúan sobre un cuerpo en la superficie terrestre, la fuerza gravitacional y la fuerza centrífuga. La fuerza gravitacional relacionada con la atracción que se produce entre dos cuerpos y que se explica mediante la Ley de Gravitación Universal de Newton; y la fuerza centrífuga que se genera por el movimiento de rotación terrestre y es siempre perpendicular al eje de rotación.

Fuerza gravitacional

La *ecuación 2.1* expresa la fuerza que se genera por la atracción entre dos cuerpos según la Ley de gravitación universal:

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r} \quad (2.1)$$

Donde:

$$G = \text{constante gravitacional de Newton} = 6.67428 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$$

m_1 = masa del primer cuerpo

m_2 = masa del segundo cuerpo

r = distancia entre los dos cuerpos

El concepto de campo gravitacional según la teoría de campos representa una condición que la masa atrayente provoca en el espacio que la rodea.

Considerando que para el caso de la Tierra la masa del cuerpo atrayente es mucho mayor que la masa del cuerpo atraído ($m_2 \ll m_1$), entonces se considera a la masa del cuerpo atraído como una masa unitaria ($m_2=1$).

Por lo tanto la fuerza gravitacional puede ser expresada como una aceleración que produciría esta fuerza o el campo gravitacional de una masa puntual atrayente (m_1) al actuar sobre un cuerpo de masa m_2 . (*ecuación 2.2*)

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_2} = \frac{-G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}}{m_2} = -G \frac{m_1}{r^3} \vec{r}$$

(2.2)

La fuerza gravitacional por lo tanto puede ser considerada como una aceleración gravitacional que representa el vector de intensidad del campo gravitacional (\vec{a}) *ecuación 2.2*. Esta magnitud por lo tanto no depende de la masa atraída y es igual para todo cuerpo que se encuentre en un mismo campo gravitacional (Ruiz, 2010).

Fuerza y Trabajo

La fuerza gravitacional es considerada una fuerza conservativa, es decir el trabajo que realiza la misma entre dos puntos A y B no depende de la trayectoria sino únicamente del punto inicial y final.

El trabajo (T) se define como el producto de la fuerza \vec{F} por la componente del desplazamiento \vec{dl} en la dirección de la fuerza ($dl \cdot \cos \alpha$) *ecuación 2.3*.

$$dT = F \cdot dl \cdot \cos \alpha = \vec{F} \cdot \vec{dl} \tag{2.3}$$

Donde α es el ángulo formado entre el vector fuerza y el vector desplazamiento.

El producto escalar de los vectores fuerza y desplazamiento puede ser escrita en función de sus componentes *ecuación 2.4*.

$$\vec{F} \cdot d\vec{l} = F_x \cdot d_x + F_y \cdot d_y + F_z \cdot d_z \quad (2.4)$$

La integración de la **expresión 2.4** en una trayectoria (A-B) da como resultado el trabajo total realizado por una fuerza en dicha trayectoria **ecuación 2.5**.

$$T = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad (2.5)$$

Para que en la ecuación anterior el trabajo no dependa de la trayectoria entre A-B, el integrando debe ser el diferencial de una función escalar llamada potencial de la función vectorial fuerza. (**Sección 2.2.1.4**).

Fuerza centrífuga

La fuerza centrífuga de un punto que se encuentre en la Tierra viene dada por la **ecuación 2.6**:

$$\vec{C} = \omega^2 * \vec{r} * m = \omega^2 * \sqrt{x^2 + y^2} * m \quad (2.6)$$

Siendo:

ω = velocidad angular de rotación de la Tierra

r = separación entre el cuerpo sometido a la fuerza centrífuga y el eje de rotación

(x,y) coordenadas del cuerpo sometido a la fuerza centrífuga en el plano perpendicular al eje de rotación.

m = masa del cuerpo sometido a la fuerza centrífuga.

A partir de la **ecuación 2.6** se puede deducir la aceleración centrífuga (\vec{z}), según la **expresión 2.7**.

$$\vec{z} = \omega^2 * \vec{r} \quad (2.7)$$

2.2.1.3 Potencial gravitacional

Para que el trabajo calculado según la **ecuación 2.5** no dependa de la trayectoria entre el punto A y el B, es necesario reemplazar el integrando por el diferencial de una función escalar (dV).

De esta forma:

$$\vec{F} \cdot \vec{dl} = dV \quad (2.8)$$

Y

$$T = \int_A^B dV = V \Big|_A^B = V(B) - V(A) \quad (2.9)$$

Por lo tanto según la **ecuación 2.9**, el trabajo depende de los valores para la **función potencial** en los puntos A y B, es decir representa al trabajo realizado por una fuerza conservativa (Ruiz, 2010).

El diferencial de la función escalar (V) a la cual se hace referencia puede ser escrito como se muestra en la **ecuación 2.10**.

$$dV = \frac{dV}{dx} dx + \frac{dV}{dy} dy + \frac{dV}{dz} dz \quad (2.10)$$

Con lo cual de la **ecuación 2.4** se puede deducir que:

$$\begin{aligned} F_x &= \frac{dV}{dx} \\ F_y &= \frac{dV}{dy} \\ F_z &= \frac{dV}{dz} \end{aligned} \quad (2.11)$$

En la **ecuación 2.11** se observa la relación entre las componentes de la fuerza conservativa con las derivadas parciales de la función potencial V. Se puede afirmar entonces que el gradiente de la función escalar V ($\vec{\nabla} \cdot V$) es equivalente a la fuerza conservativa.

En el caso del potencial gravitacional, el gradiente del mismo representa a la aceleración gravitacional (**ecuación 2.2**).

Y de **2.9** se concluye que el trabajo que realiza la fuerza gravitacional entre dos puntos A y B, considerando al cuerpo atrayente como una masa puntual (m_1) se escribe según la **ecuación 2.12**.

$$T = \int_A^B -\frac{Gm}{r^2} dr = G \frac{m}{r} \Big|_A^B = G \frac{m}{r_B} - G \frac{m}{r_A} \quad (2.12)$$

En donde:

$$V = G \frac{m}{r} = \text{potencial gravitacional} \quad (2.13)$$

El potencial gravitacional hace referencia al trabajo que debe hacer la fuerza gravitacional para mover un punto masa desde el infinito.

Potencial Gravitacional Terrestre

El potencial gravitacional terrestre expresa en una cantidad escalar lo que la aceleración gravitacional lo hace en forma vectorial.

Partiendo de la fórmula del potencial gravitacional (**ecuación 2.13**), considerando una masa terrestre M, la misma expresión para el caso del potencial gravitacional terrestre se puede escribir según la **ecuación 2.14**.

$$V = G \frac{M}{r} = G \frac{M}{l} \quad (2.14)$$

En donde l = distancia del diferencial de masa al punto en el cual se define el potencial.

En la expresión anterior (**2.14**), el potencial gravitacional terrestre se define asumiendo una masa terrestre puntual concentrada en el centro de la Tierra, es decir representa la expresión para el potencial gravitacional de un punto masa. Esta consideración teórica es válida para un cuerpo ubicado a grandes distancias de la masa atrayente.

La distribución irregular de masas en el interior terrestre hace que la **expresión 2.14** no pueda ser empleada para definir valores de potencial gravitacional en el planeta.

Es necesario contar con una expresión que considere a la masa terrestre como un conjunto infinito de diferenciales de masa, por lo tanto el potencial gravitacional de la Tierra quedaría representado por la **ecuación 2.15**:

$$\text{Potencial gravitacional} = V = G \iiint_{\text{Tierra}} \frac{dm}{l} = G \iiint_{\text{Tierra}} \frac{\rho}{l} dv \quad (2.15)$$

dm = diferencial de masa

dv = diferencial de volumen

ρ = densidad

La aplicación de la fórmula para el cálculo del potencial gravitacional terrestre presenta una limitante que es el desconocimiento de las densidades internas del planeta, esto representa un importante problema geodésico y ha sido materia de diversos estudios y propuestas metodológicas.

2.2.1.4 Potencial centrífugo

Al tratarse la fuerza centrífuga de un tipo de fuerza conservativa, la expresión para el cálculo de un trabajo (T) realizado por esta fuerza, coincide con la **ecuación 2.9**. Es decir el trabajo queda determinado por la diferencia de potencial entre dos puntos (A y B) (Ruiz, 2010).

El potencial centrífugo, al igual que sucede con el potencial gravitacional se determina considerando que la aceleración centrífuga (\vec{z}) será igual al gradiente de una función potencial (Z) **ecuación 2.16**.

$$\vec{z} = \text{grad}Z = \nabla Z \quad (2.16)$$

En donde Z es el potencial centrífugo.

Con lo cual puede escribirse que:

$$T = \int_A^B dZ \quad (2.17)$$

Siendo T el trabajo realizado por la fuerza centrífuga entre un punto A y un punto B.

Considerando la **ecuación 2.7** para el cálculo de la aceleración centrífuga:

De la **ecuación 2.17** se obtiene:

$$Z = \int \omega^2 r dr = \frac{1}{2} \omega^2 r^2 = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (2.18)$$

La *ecuación 2.18* representa la expresión para el cálculo del potencial centrífugo.

2.2.1.5 Potencial de la gravedad

La gravedad constituye el vector gradiente de potencial de la gravedad.

$$\vec{g} = \text{grad}W = \left(\frac{\partial W}{\partial x}, \frac{\partial W}{\partial y}, \frac{\partial W}{\partial z} \right) \quad (2.19)$$

El potencial de la gravedad (W) es la suma del potencial centrífugo (Z) y el potencial gravitacional (V).

$$W = V + Z \quad (2.20)$$

$$W = G \iiint_{Tierra} \frac{\rho}{l} dv + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2) \quad (2.21)$$

2.2.2 Métodos para la obtención del geode

La determinación del geode consiste en encontrar aquella superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que mejor de aproxime al nivel medio de los océanos (W_0). El campo de gravedad terrestre cuenta con infinitas superficies equipotenciales, de las cuales solo una de ellas será considerada por convención como la superficie de referencia para las alturas físicas en el planeta. Como ya se indicó anteriormente la dificultad en el cálculo del potencial de la gravedad terrestre está en el desconocimiento de la distribución de densidades en el interior del planeta. Para dar solución a esta limitante, se han implementado diversos métodos para la obtención del geode, entre los más importantes se encuentran los métodos gravimétricos, modelos geopotenciales del geode, el método geométrico, entre otros. El método gravimétrico para la obtención del geode se basa en el cálculo de la integral de Stokes mediante la medición de anomalías de la gravedad; los modelos geopotenciales del geode por su parte combinan

información satelital e información gravimétrica en superficie para desarrollar el potencial gravitacional en series de armónicos esféricos (Hofmann y Helmut, 2005).

En el presente trabajo el método empleado para la obtención del geode será el geométrico y sus principios se detallan más adelante.

2.2.2.1 Método geométrico de obtención del geode

El método geométrico para la obtención del geode se basa en el cálculo de la ondulación geoidal en función de alturas elipsoidales y alturas niveladas. El conocimiento del comportamiento del geode en sitios puntuales por medio de este método permite extender el cálculo del mismo a otros sitios en los cuales no se dispone de valores medidos de alturas elipsoidales y alturas niveladas; se incursiona de esta forma en el campo de la estimación de variables, existiendo distintos métodos de interpolación que pueden ser empleados con esta finalidad.

Alturas Niveladas.- Las alturas niveladas (H_n) son aquellas que se obtienen de las redes de nivelación de un país y tienen como referencia un dátum altimétrico relacionado con un mareógrafo en el cual se determina el nivel medio del mar (N.M.M) a lo largo de un tiempo que permita considerar el conjunto de variaciones estacionales que pueda presentar el mismo (*figura 3*). Una vez que se determina el origen del sistema de referencia vertical, se realiza un trabajo de nivelación hacia el interior del continente, con la finalidad de establecer puntos de control sobre la superficie topográfica (ST) para los cuales se fija un valor de altura a través del cálculo de desniveles (ΔH_n). Posteriormente son estos puntos los que se emplean como referencia para establecer valores de altura en nuevos sitios. Para la nivelación de las redes altimétricas nacionales se usa por lo general el método geométrico teniendo este un mejor desempeño que la nivelación trigonométrica en términos de precisiones alcanzadas.

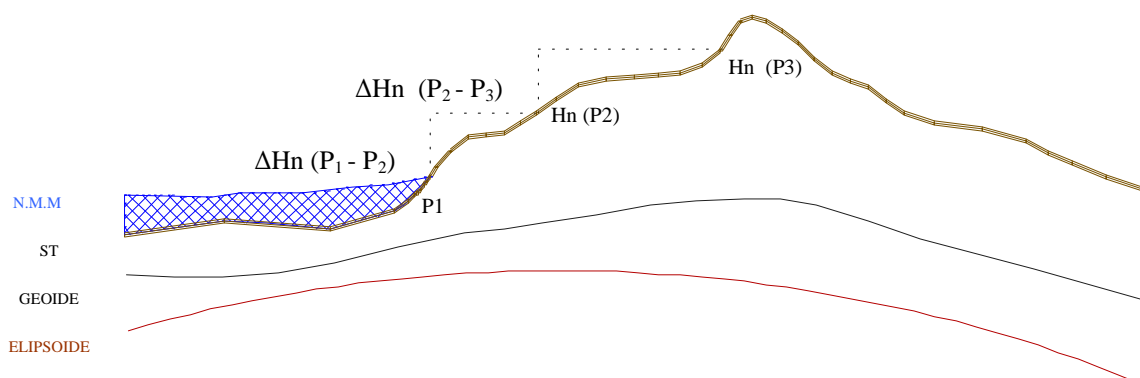


Figura 3: Alturas Niveladas

Alturas Elipsoidales.- Las alturas elipsoidales son medidas sobre la normal al elipsoide desde la superficie del mismo hasta un punto sobre la superficie terrestre. Este tipo de alturas tienen un carácter geométrico y no pueden ser usadas en trabajos de ingeniería en los cuales es requisito realizar el cálculo de alturas considerando aspectos físicos en la determinación de los desniveles.

La ondulación geoidal (η) es la distancia que existe entre un elipsoide de referencia y el geoide como superficie de referencia para las alturas, de esta forma el geoide queda definido por los valores de altura que va tomando el mismo sobre el elipsoide de referencia. En la **figura 4** se puede apreciar como en base al conocimiento de las alturas niveladas y las alturas elipsoidales, es posible llegar a calcular los valores de ondulación geoidal.

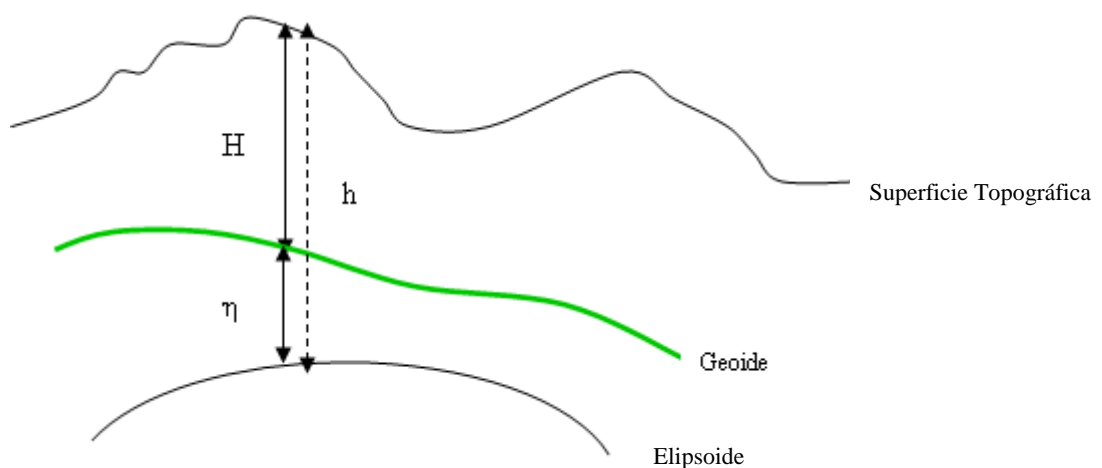


Figura 4: Superficies de Referencia

De tal forma que se puede establecer la relación 2.22.

$$\eta = h - H \quad (2.22)$$

La ecuación anterior no se cumple en forma estricta, las alturas medidas con respecto al geoide (H) y las medidas con respecto al elipsoide (h) no son paralelas, por lo tanto existe un error intrínseco en el cálculo de η por medio de esta fórmula. La altura H es medida sobre la normal al geoide, mientras la altura h es medida sobre la normal al elipsoide; por este motivo, entre estas dos normales se origina un ángulo denominado desviación de la vertical, a pesar de esta consideración este error puede ser despreciado para ciertos fines ya que no genera variaciones demasiado grandes en el cálculo de η .

2.2.2.2 Nivelación

La nivelación es el mecanismo por medio del cual es posible obtener desniveles o diferencias de altura entre puntos distintos, existen varios métodos para realizarlo, uno de ellos es la nivelación geométrica (*figura 5*), la cual utiliza visuales horizontales para medir distancias verticales entre distintos puntos sobre el terreno, consiguiéndose con esto precisiones altas en el cálculo de desniveles por lo que este método es uno de los más empleados. La nivelación trigonométrica por su parte calcula distancias verticales entre puntos sobre el terreno valiéndose de relaciones trigonométricas y tomando como insumos la medición de distancias horizontales o inclinadas entre los puntos y el ángulo cenital que se forma entre los mismos. Dentro de la nivelación geométrica y trigonométrica existen variantes que se adaptan a las condiciones particulares en el trabajo de medición de desniveles y permiten a su vez eliminar o minimizar errores que se generan durante la ejecución del mismo.

Los datos usados como insumos para el entrenamiento de la red neuronal artificial en el presente trabajo poseen alturas niveladas por el método geométrico, garantizándose con esto un alto nivel de precisión.

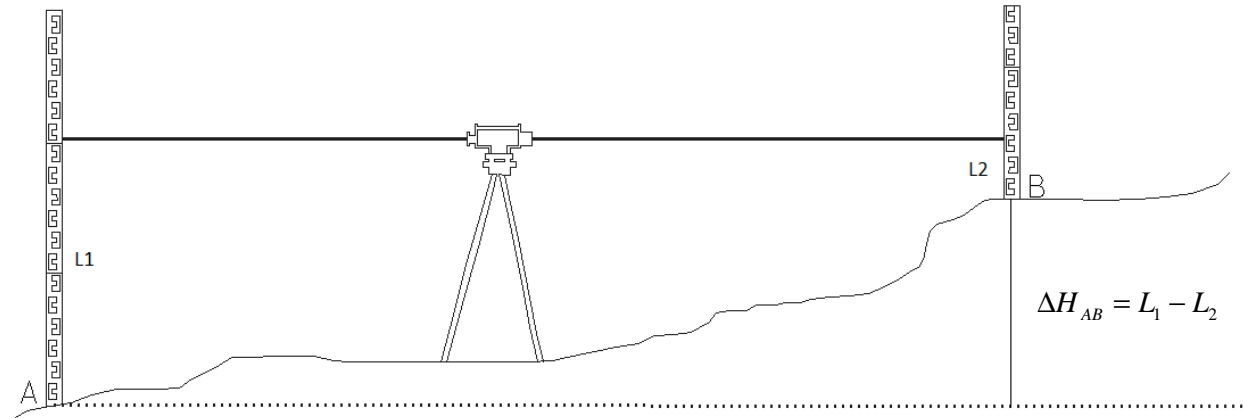


Figura 5: Principio básico de la nivelación geométrica

2.2.3 Sistemas de alturas

Las alturas que proporcionan las redes de nivelación presentan algunas limitaciones, principalmente cuando se hace referencia al hecho de que los dátum verticales que se emplean para su medición están ligados a diferentes mareógrafos, la referencia que proporciona un mareógrafo está en relación directa con las condiciones particulares que presenta el océano en el lugar donde este se encuentre; adicionalmente es importante considerar que la referencia de cada mareógrafo está determinada en una época particular; todo lo anteriormente señalado origina la

no compatibilidad de las diferentes redes de nivelación al estar referidas a distintos mareógrafos, lo cual genera diferencias entre redes de nivelación de algunos centímetros e incluso metros.

Otro problema que por lo general presentan las redes de nivelación es que estas no consideran el no paralelismo de las superficies de nivel, es decir el efecto de la gravedad en la medición de desniveles. La medición de un desnivel estará siempre en relación con la dirección de la vertical del lugar en donde se realiza la nivelación, el efecto de esta condición se puede evidenciar al realizar un circuito de nivelación, al regresar al punto de partida la suma algebraica de todos los desniveles medidos no es igual a cero, este desajuste se conoce como error de cierre y es propio de los procesos de nivelación en los cuales no se considera el efecto gravimétrico.

Para eliminar el error de cierre en la nivelación, se propone el cálculo de variaciones de potenciales de la gravedad (Hofmann y Helmut, 2005) en vez de realizar únicamente determinación de desniveles .

Considerando que el vector de gravedad (\vec{g}) es el gradiente del potencial de la gravedad (*ecuación 2.19*):

Entonces el diferencial del potencial de la gravedad estará dada por la *ecuación 2.23*:

$$\delta W = -g \cdot \delta n \quad (2.23)$$

De la ecuación 2.23 se puede inferir las siguientes expresiones:

Diferencial de potencial en la estación nivelada

$$\Rightarrow -\delta W = g \delta n \quad (2.24)$$

Diferencial de potencial en B $\Rightarrow -\delta W = g' \delta H_B \quad (2.25)$

Siendo g la gravedad en la estación nivelada y g' la gravedad en el punto B y tratándose del mismo diferencial de potencial de la gravedad (δW) para los dos casos, puede escribirse:

$$\Rightarrow g \delta n = g' \delta H_B \quad (2.26)$$

Despejando δ_{HB}

$$\delta H_B = \frac{g'}{g} \delta n \quad (2.27)$$

Con lo cual queda demostrado que:

$$\delta H_B \neq \delta n \quad (2.28)$$

Se observa que existe una diferencia entre los desniveles δ_n y δ_{HB} , pese a que están medidos entre las mismas superficies equipotenciales, el no paralelismo entre estas ocasiona que tengan una dimensión distinta. Por lo tanto la medición de desniveles sin considerar el efecto de la gravedad no posibilita la determinación de alturas físicas.

La combinación de desniveles con medidas de gravedad hace factible la obtención de valores para las variaciones del potencial de la gravedad que es la base para la obtención de alturas físicas una vez que se ha establecido la superficie equipotencial que será adoptada como origen del sistema de alturas ($W=W_0$) (figura 6).

Al calcular diferencias de potencial, a diferencia de cuando se calcula únicamente desniveles, es posible obtener los mismos resultados independientemente de la trayectoria seguida.

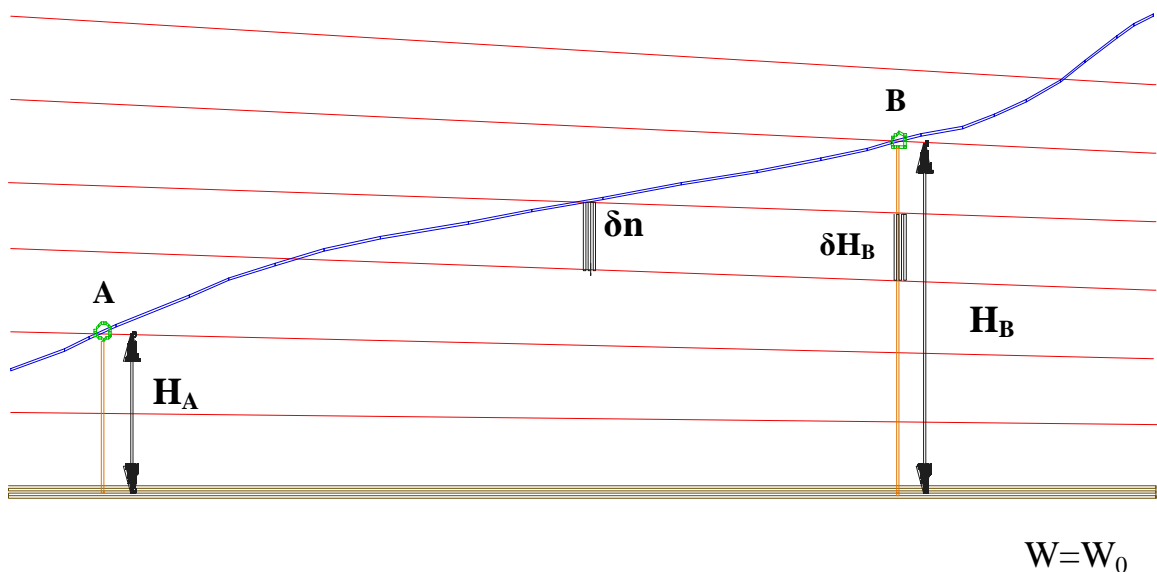


Figura 6: Nivelación y superficies equipotenciales

De la *ecuación 2.23* se deduce que:

$$W_B - W_A = -\sum_A^B g \delta n \quad (2.29)$$

Al remplazar la sumatoria por una integral se tiene:

$$W_B - W_A = -\int_A^B g \cdot \delta n \quad (2.30)$$

La integral es independiente de la trayectoria de integración, es decir, diferentes líneas de nivelación que conecten los puntos A y B dan el mismo resultado en el cálculo de δW (*figura 7*).

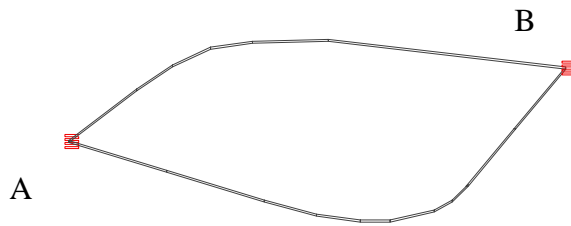


Figura 7: Circuito de nivelación

Al realizar la integración en un circuito de nivelación, el resultado es igual a cero, es decir se elimina el error de cierre.

$$\oint g \delta n = -W_A + W_A = 0 \quad (2.31)$$

El símbolo \oint denota la integración sobre un circuito.

Se puede entonces afirmar que la diferencia de potencial de la gravedad es una forma de expresar diferencias de altura desde el punto de vista físico, aunque no tenga unidades de longitud. La diferencia de potencial existente entre la superficie equipotencial correspondiente a un punto sobre la superficie terrestre y el valor de potencial del geoide se denomina número geopotencial (*ecuación 2.32*) (Hofmann y Helmut, 2005).

$$W_O - W_A = \int_O^A g \cdot \delta n = C \quad (2.32)$$

C = número geopotencial

De lo cual se concluye que el valor de una altura entre una superficie de referencia equipotencial y un punto sobre la superficie terrestre se puede establecer mediante el conocimiento de la diferencia de potenciales de la gravedad y del efecto de la gravedad presente entre la superficie de referencia y el punto antes mencionados, es decir la integración de desniveles entre un punto ubicado sobre una superficie equipotencial de referencia y otro sobre la superficie terrestre en relación a sus respectivos valores de gravedad asociados, genera valores de variación de geopotencial que pueden ser expresados en dimensiones de altura por medio de la *ecuación 2.33* (Hofmann y Helmut, 2005):

$$H = \frac{C}{g} \quad (2.33)$$

Donde g es un valor medio de gravedad entre el punto y el geoide y H es la altura ortométrica.

A (W_A)

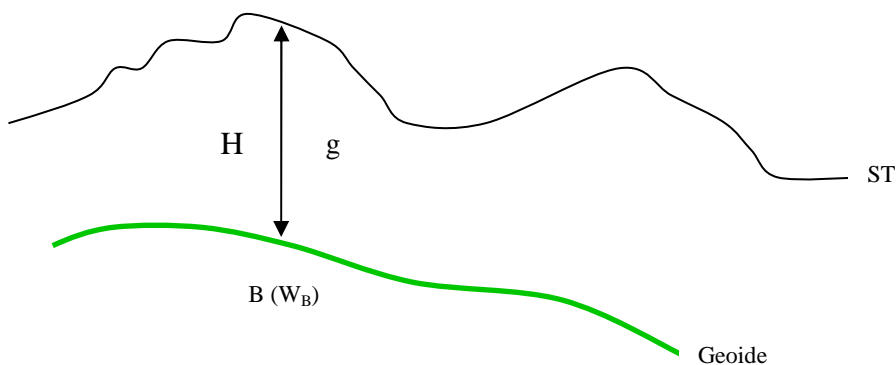


Figura 8: Altura Ortométrica

El punto B en la **figura 8** está determinado por la recta normal al geoide que pasa por el punto A ubicado sobre la superficie topográfica, la altura existente desde el punto B hasta el punto A se conoce como altura ortométrica y tiene un significado físico. El número geopotencial se calcula mediante la diferencia de los potenciales W_A y W_B , para esto es necesario que se haya fijado previamente el valor de geopotencial de la gravedad que corresponde a la superficie de referencia que por convención será el “cero” para las **alturas ortométricas**. El valor de la gravedad media entre los dos puntos es posible obtenerlo únicamente en forma aproximada, debido a la evidente dificultad de medir este fenómeno en las capas internas del planeta (Heiskanen y Moritz , 1967).

Al remplazar los valores de gravedad media existente a lo largo de la línea de la plomada por valores de gravedad constante se obtienen **alturas dinámicas** y al emplear valores de gravedad normal se pueden obtener alturas normales; para el cálculo de alturas dinámicas se usa una gravedad normal constante, generalmente es el valor de gravedad normal a una latitud de 45° . La gravedad normal se define como el gradiente del campo de la gravedad normal del planeta, sus valores obedecen a un modelo matemático en función de la latitud.

Las altura normal (H^*) de un punto sobre la superficie terrestre es medida sobre la normal al elipsoide, desde el elipsoide hasta otro punto cuyo potencial de la gravedad normal (U) iguala al potencial de la gravedad real (W) del punto en superficie, la distancia entre este punto y el punto donde el potencial de gravedad iguala al potencial en superficie toma el nombre de anomalía de altura (ζ), la superficie conformada por aquellos puntos cuyo potencial de la gravedad normal es

igual al potencial de la gravedad real de sus correspondientes puntos en superficie toma el nombre de *teluroide* (figura 9).

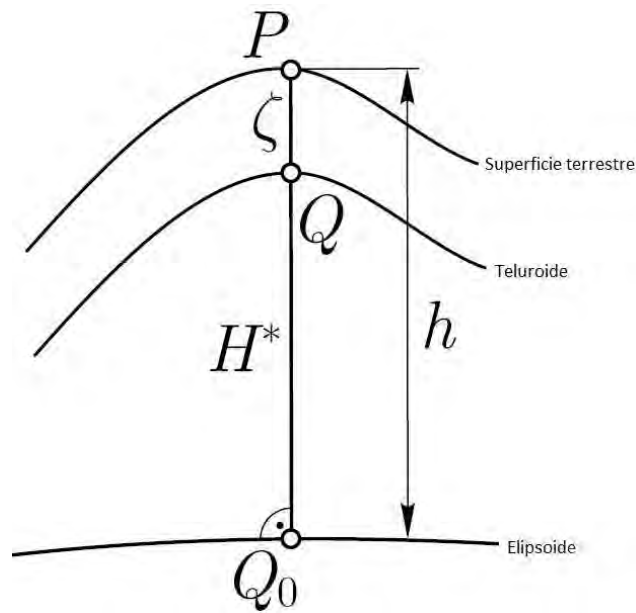


Figura 9: Altura normal

Si se traslada la anomalía de altura a nivel del elipsoide se obtiene una nueva superficie llamada *cuasi-geoide*, por lo tanto las *alturas normales* pueden ser entendidas como la altura existente entre el cuasi-geoide y la superficie terrestre (figura 10).

Por la forma en que las alturas normales son concebidas se consideran alturas de carácter físico. (Hofmann y Helmut, 2005).

Se concluye que el tipo de gravedad que se use determina el sistema de alturas, pudiendo ser estas alturas ortométricas, alturas dinámicas y alturas normales.

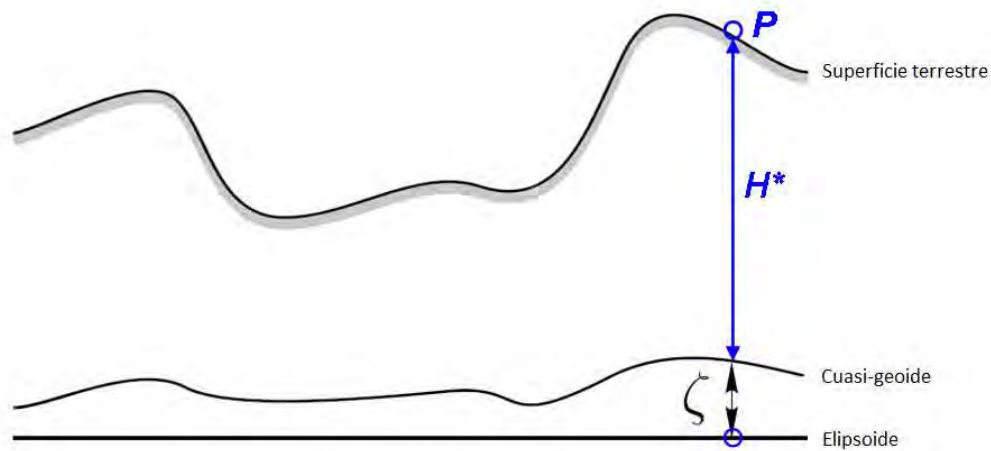


Figura 10: Cuasi-geoide

2.2.3.1 El sistema de alturas en Ecuador

En el año de 1948 se instala en Ecuador la estación mareográfica de La Libertad, para dar inicio a la determinación del dátum vertical con asesoramiento de IAGS (Interamerican Geodetic Survey) del Ecuador. Entre 1960 y 1961, se calcula el nivel medio del mar usando datos extraídos de mareogramas correspondientes al período 1950 -1959. Una vez obtenido el nivel medio del mar, el Instituto Geográfico Militar (IGM), mediante nivelación geométrica transportó las cotas a la gran mayoría de ciudades del país.

En 1970, la estación mareográfica de La Libertad pasa a depender del INOCAR (Instituto Oceanográfico de la Armada), organismo que desde entonces ha realizado semestralmente las inspecciones mareográficas, cambio y nivelamiento de la regla de mareas a hitos establecidos en tierra.

Las alturas niveladas con que cuenta la red altimétrica en Ecuador, presentan discrepancias con respecto a alturas determinadas mediante redes de nivelación de otros países, explicándose este hecho por estar referida la red altimétrica nacional a un dátum local, además es necesario señalar que en Ecuador aún no se encuentra establecido un sistema de alturas que esté referido a una superficie equipotencial, en un futuro el sistema de referencia vertical en el país debería estar orientado al cálculo de números geopotenciales, con lo cual se conseguiría el establecimiento de un sistema de alturas real (Paredes - INOCAR, 1986).

CAPÍTULO III

3. REDES NEURONALES ARTIFICIALES

El funcionamiento del cerebro animal, desde siempre ha constituido un enigma y ha sido objeto de innumerables estudios e investigaciones; la capacidad del cerebro en las tareas de resolución de problemas involucra una serie de funciones internas que todavía no son comprendidas en su totalidad.

La aparición de los sistemas informáticos permitió que muchas de las tareas con las que se enfrentaba a diario el ser humano sean realizadas con mayor agilidad y eficiencia, sin embargo este tipo de sistemas presenta una limitación, la resolución de problemas requiere un tratamiento algorítmico, cuando el problema a solucionar no se acopla a estas características, es necesario que se de otro tipo de tratamiento al procesamiento de la información que participa en el asunto al que se quiera dar solución.

La Inteligencia Artificial es la disciplina que estudia los mecanismos mediante los cuales una máquina puede emular el funcionamiento del cerebro humano, con el fin de dar solución a problemas que los sistemas informáticos clásicos no pueden hacerlo. Constituye un intento por adaptar las cualidades cognoscitivas del ser humano al campo informático, de tal forma que se pueda conjugar la gran capacidad de resolución de problemas del cerebro con la agilidad de los procesos informáticos. Se puede afirmar que aquellos problemas que no admiten una resolución algorítmica, nos conducen a una solución que se basa en la capacidad de memorizar y asociar hechos, es decir que use como insumo fundamental la experiencia.

En este contexto, las redes neuronales artificiales como parte constitutiva de las técnicas de inteligencia artificial, tienen como objetivo el reproducir la capacidad de aprendizaje del cerebro humano mediante el uso de máquinas, simulando en la medida de lo posible la estructura y funcionamiento de las redes neuronales biológicas.

Cuando la red de neuronas artificial trata de emular a los sistemas neuronales biológicos, nos referimos al modelo de red neuronal artificial de tipo biológico, por otra parte si la red neuronal artificial adopta una estructura dependiendo de las necesidades del problema que intenta

resolver, estamos hablando de las redes neuronales artificiales del tipo dirigido a aplicación, es decir este modelo no guarda similitud en su arquitectura con los sistemas biológicos.

Una red neuronal artificial, es un conjunto de unidades procesadoras que reciben el nombre de neuronas y se encuentran interconectadas entre si para permitir el intercambio y procesamiento de información. (Basogain, 2008)

3.1 Historia de las redes neuronales artificiales

1936: Alan Turing.- Empieza a estudiar al cerebro relacionándolo con la computación.

1943: Warren Mc Culloch y Walter Pitts.- desde el punto del campo de estudio de la neurofisiología y la matemática fueron los primeros teóricos en aportar conocimientos en cuanto se refiere al funcionamiento de las neuronas, y elaboraron el primer modelo matemático de unas redes de neuronas artificiales mediante circuitos eléctricos. El modelo se basa en el principio de que las neuronas operan en base a impulsos binarios.

1949: Donald Hebb.- explica los procesos de aprendizaje, desarrollando un proceso matemático. Proporciona así el fundamento de la mayoría de las funciones de aprendizaje que participan en una red neuronal. Hebb planteó que el aprendizaje sucedía cuando en la neurona se producían ciertos cambios. Este paradigma de los procesos de aprendizaje se llama aprendizaje Hebbiano.

1950: Karl Lashley.- a través de varios ensayos, concluyó que la información no era almacenada en forma centralizada sino que se distribuía encima del cerebro.

1951: Marvin Minsky.- basándose en los resultados obtenidos previamente por Mc Culloch y Pitts, Minsky junto con Edmons diseñan una máquina con 40 neuronas cuyas conexiones contaban con la capacidad de ajustarse, la máquina estaba construida con tubos, motores y relés. Consiguió con esto modelar el comportamiento de una rata buscando alimento en un laberinto.

1956: Albert Uttley.- desarrolla una máquina teórica compuesta por separadores lineales que ajustaban sus parámetros de entrada usando la medida de entropía de Shannon.

1957: Frank Rosenblatt.- añade aprendizaje al modelo neuronal de Mac Culloch y Pitts, este modelo dotado de aprendizaje tomó el nombre de PERCEPTRON. En primer lugar elaboró un modelo de dos niveles, en el cual se ajustaban las conexiones entre la capa de salida y la capa de entrada, en lo posterior intentó desarrollar un modelo con tres niveles, sin embargo no logró encontrar un mecanismo matemático robusto para el ajuste de las conexiones o pesos que se encontraban entre la capa de entrada y la oculta.

1960: Bernard Widrow.- diseña un modelo de red neuronal muy similar al perceptrón de dos capas, tenía la capacidad de modificar las conexiones interneuronales de acuerdo con las discrepancias existentes entre las salidas que proporcionaba la red y las salidas deseadas para las entradas proporcionadas; este modelo de red neuronal artificial se conoce con el nombre de ADALINE (ADAPtative LInear Elements) y fue usada para eliminar ecos en las líneas telefónicas.

1961: Steinbuch.- fue de los primeros investigadores en desarrollar métodos de codificación de información en redes neuronales.

1964: Stephen Grossberg.- es reconocido como el más influyente de los investigadores en redes neuronales, realizó estudios sobre el procesamiento humano de la información basándose en fundamentos psicológicos y biológicos.

Para finales de la década de los 60 y en los años 70 y 80 se generan nuevas investigaciones en el campo de las redes neuronales artificiales, entre los principales investigadores que aportaron con sus trabajos científicos se pueden mencionar: Shun-Ichi Amari, James Anderson, Higgins, Kunihiko Fukushima, Harry Klopf, Teuvo Kohonen, Leon Cooper, Charles Elbaum, Terence Sejnowski, McClelland, Rumelhart, Jerome Feldman, Dana Ballard, Robert Hecht, John Hopfield, Bart Kosko. (Tomado de: Isasi y Galván, 2004)

3.2 *Red neuronal biológica*

El elemento básico que compone el sistema nervioso humano toma el nombre de neurona, la interconexión masiva de estas permite que cada neurona pueda enviar y recibir información a miles de otras neuronas, la gran cantidad de conexiones que posee el cerebro determina su capacidad de resolver problemas.

El sistema nervioso de los animales y del hombre se encuentra en conexión con los órganos de los sentidos y los órganos efectores, los cuales tienen la misión de recoger, transmitir, elaborar y almacenar información.

El sistema de comunicación neuronal se halla compuesto por tres elementos constitutivos:

Los receptores, que están en las células sensoriales y tienen la función de recoger la información en forma de estímulos.

El sistema nervioso que recibe las informaciones, las procesa, en parte las almacena y las envía en forma elaborada a los órganos efectores y a otras áreas del sistema nervioso.

Órganos efectores, como músculos y glándulas que reciben la información que proviene del sistema nervioso y la interpretan en forma de acciones motoras, hormonales, etc. (Morgan, 1991)

3.3 *Neurona biológica*

La neurona o célula nerviosa es el elemento estructural del sistema de comunicación neuronal, se estima que el cerebro humano posee aproximadamente unas 10^{11} neuronas y la transmisión de la información entre estas se realiza por medio de señales químicas que se originan de los productos de secreción de las neuronas.

La interconexión neuronal se realiza por medio de elementos receptores conocidos como dendritas y de elementos transmisores llamados axones, las dendritas reciben la información que proviene de otras neuronas para que luego de ser transmitida al cuerpo neuronal pueda ser

procesada y posteriormente enviada hacia otras neuronas por medio de su axón, se estima que una neurona puede tener de 10 mil a 100 mil conexiones sinápticas por medio de sus dendritas y un número similar de conexiones entre su axón y dendritas de células vecinas, el elevado número de conexiones en las que participa cada célula neuronal determina el potencial cerebral.

El axón presenta unas ramificaciones en su extremo que está en relación con otras neuronas o con células efectoras sin llegar a tener contacto con ellas, estas ramificaciones del axón reciben el nombre de botones terminales y el espacio existente entre estos y las neuronas con las cuales se relacionan se conocen como sinapsis, es decir estos espacios constituyen el elemento de unión entre axones y dendritas y tienen la propiedad de contener determinadas concentraciones de iones de sodio y potasio en un medio líquido.

La transmisión de información mediante la liberación de sustancias llamadas neurotransmisores es un proceso químico y el efecto que produce sobre la neurona receptora es elevar o disminuir su potencial eléctrico, los iones provocan que el espacio intersináptico adquiera ciertas propiedades de conductividad que determinan si el impulso eléctrico es activado o impedido en cierto grado, las sinapsis cumplen la función de potenciadores o inhibidores de la señal que proviene de los axones, actuando como aislantes o amplificadores.

Si el potencial eléctrico alcanza un umbral se enviará un pulso por el axón, es decir la neurona se dispara y dicho pulso alcanzará a otras células por medio de sus conexiones. Es importante destacar que cada vez que una sinapsis es activada y encuentra activado o consigue activar otra neurona, la cantidad de neurotransmisores liberados aumenta la próxima vez que la neurona sea activada, este proceso es conocido como *facilitación*, la intensidad de una conexión sináptica entre dos neuronas aumenta cuando estas son excitadas simultáneamente, este principio inspiró la Ley de Hebb (Hebb, 1949) que es básica en muchos algoritmos de aprendizaje de redes neuronales artificiales.

Existen también neuronas que se encargan de recibir estímulos del exterior o el interior del organismo, y otras que conducen la información elaborada en forma de órdenes hacia los efectores. (Isasi y Galván, 2004)

Las extensiones neuronales, dendritas y axón se originan del cuerpo neuronal o soma, el cual contiene en su interior al núcleo celular y el citoplasma que lo rodea; el núcleo se encarga de las actividades metabólicas y recibe la información proveniente de otras neuronas (*figura 11*).

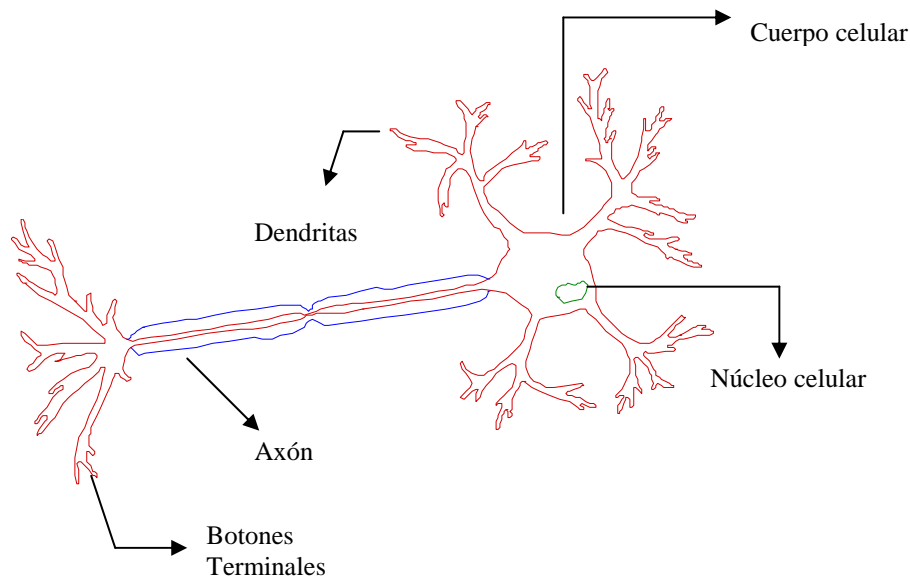


Figura 11: Neurona Biológica

Las concentraciones de iones sodio y potasio que existen dentro y fuera de las células, generan un punto de equilibrio de -85 milivoltios, negativo en el interior de la célula con respecto al exterior, cualquier perturbación en la membrana de la neurona provoca una serie de modificaciones que desaparecen rápidamente, durante ese pequeño periodo el potencial se torna positivo. Esta onda de variación de tensión se llama potencial de acción. Los estímulos que reciben las neuronas tienen como efecto la destrucción de las propiedades dieléctricas de su membrana, la permeabilidad al sodio y al potasio aumenta, dándose origen a la difusión de estos iones a través de la membrana, después de un tiempo el estado neuronal vuelve a la normalidad por medio de mecanismos de transporte activo que es el transporte de moléculas a través de la membrana celular contra el gradiente de concentración y con el uso de energía; a esta fase se la conoce como repolarización, posteriormente durante un tiempo, la membrana no es sensible a otras perturbaciones y se llama período refractario, en este período se sucede la transmisión de pulsos eléctricos al axón; el potencial de acción tiene por objeto la liberación de neurotransmisores en la sinapsis con el objeto de producir la perturbación de las membranas de otras neuronas y de esta forma el fenómeno adquiere continuidad.

La transmisión de información entre neuronas depende del tipo de neurotransmisor y su abundancia en el terminal sináptico, así como también de la sensibilidad de la membrana dendrítica a excitaciones, de esta forma el comportamiento de la red neuronal está en función de los valores de sus conexiones sinápticas que se determinan por la intensidad con que una neurona es capaz de excitar o inhibir a otra, la variación de estos valores es producto del aprendizaje de la red neuronal. (Morgan, 1991)

3.4 *Neurona artificial*

Las neuronas artificiales, células o autómatas son capaces de cambiar de estado dependiendo de las entradas que tengan y de las conexiones sinápticas asociadas, este estado se conoce como nivel de activación y significa que ante nuevas entradas la red podrá presentar estados de activación diferentes. Las neuronas cuentan con una función que les hace posible cambiar de estado de activación a partir de las señales que reciben, esta función se conoce como función de activación o función de transición de estado, el nivel de activación de una célula depende de las entradas que reciba y de los valores de las conexiones sinápticas, pero no depende de estados de activación anteriores.

Para determinar el nivel de activación de una neurona (y), es necesario en primer lugar calcular la entrada total a la célula para posteriormente evaluar este valor por medio de la función de transferencia (f), la entrada total a la neurona (Σ) es equivalente a la suma ponderada de las entradas por sus respectivos pesos sinápticos (ω) (*figura 12*).

La entrada total a la célula puede definirse por la *ecuación 3.1*:

$$\Sigma = x_1 * \omega_1 + x_2 * \omega_2 + x_3 * \omega_3 + \dots + x_n \omega_n \quad (3.1)$$

Y en forma vectorial:

$$\Sigma = X^T * \omega \quad (3.2)$$

En donde:

X^T = vector de entradas a la neurona

ω = vector de pesos sinápticos

Con lo cual se puede calcular la salida de la neurona (*ecuación 3.3*) luego de aplicar a Σ una función de transferencia f .

$$y = f(\Sigma) \quad (3.3)$$

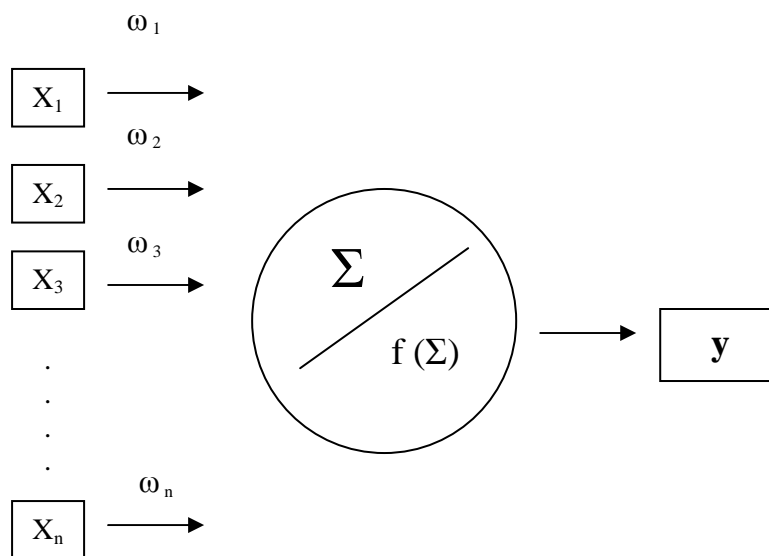


Figura 12: : Modelo de Neurona Artificial

La función de activación o función de transferencia (f) produce la salida (y) de la neurona al evaluar el valor de Σ (*figura 12*), existen distintas funciones de transferencia y dependiendo de cuál se utilice se define el modelo de neurona artificial que se requiera, en general puede ser cualquier función y su elección dependerá del tipo de fenómeno que la neurona va a aprender.

Las funciones de transferencia básicas son la función lineal (*ecuación 3.4*) que utiliza una constante que opera como múltiplo de Σ para generar la salida de la neurona (y) y la función umbral (*3.5*) que compara a Σ con un valor umbral y asigna valores binarios a la salida de la neurona mediante funciones lógicas mayor que y menor que (Haykin, 2001).

Función lineal:

$$f(\Sigma) = c \cdot \Sigma = y \quad (3.4)$$

Donde: c es una constante

Función umbral:

$$\begin{cases} f(\Sigma) = 0 & \text{Si } \Sigma < \Theta \\ f(\Sigma) = 1 & \text{Si } \Sigma \geq \Theta \end{cases} \quad (3.5)$$

Donde:

Θ es un umbral constante

3.5 Red neuronal artificial

El concepto de red neuronal artificial se fundamenta en el conocimiento que se tiene sobre la estructura y funcionamiento de las redes neuronales biológicas, el captar información a manera de estímulos, procesarla y transmitirla en un sistema paralelo de elementos constitutivos llamados neuronas, son características que emula la red neuronal artificial de su par biológico, sin embargo existen también algunas particularidades que diferencian a las redes de neuronas artificiales de los sistemas biológicos, principalmente en la complejidad de las sinapsis, en los puntos de interconexión interneuronal, y por el hecho de que los sistemas biológicos tienen miles de componentes y de procesos activos de propagación de impulsos electroquímicos, mientras que en los sistemas artificiales los puntos de conexión son bastante simples y las entradas son procesadas mediante una suma ponderada que luego es transferida a una función umbral.

Además en los sistemas biológicos la información se transporta por medio de impulsos electroquímicos que llegan a las neuronas en cualquier momento, es decir su funcionamiento es asíncrono, con lo cual se ejecuta la reconfiguración de la red en cualquier instante, mientras que en los sistemas artificiales la actualización de los parámetros de la red se produce en forma periódica y es muy común que se lo haga en forma conjunta.

Dentro de las diferencias existentes entre las redes de neuronas artificiales y las biológicas es importante destacar que estas últimas son capaces de aprender en un período más corto y con una menor cantidad de patrones presentados, al contrario las redes neuronales artificiales precisan de ser provistas de una gran cantidad de patrones de entrenamiento para poder llegar a un nivel de aprendizaje en el que se consiga un poder de generalización aceptable. Por lo tanto el tiempo

invertido en el aprendizaje que realiza la red es considerablemente superior al que emplearía una red de tipo biológico.

En cuanto se refiere a la arquitectura de las redes neuronales, se puede afirmar que los sistemas artificiales presentan una arquitectura sencilla que comprende un conjunto de capas de neuronas interconectadas, mientras en los sistemas biológicos las redes neuronales se conforman por niveles (córtex, circunvoluciones, cerebelo, hipocampo), que constituyen una densa malla de conexiones con una estructura poco definida y que puede variar en el tiempo (Isasi y Galván, 2004).

En cuanto a su funcionamiento, una red de tipo artificial se enfoca en dar solución a un problema en particular para lo cual es entrenada, en tanto las redes de neuronas biológicas son capaces de aprender un número considerable de tareas en forma simultánea.

Como una ventaja de las redes neuronales artificiales en comparación con las biológicas, se tiene que en estas últimas no es posible cuantificar un valor o medida precisa en los impulsos electroquímicos, lo cual sí es posible realizar en las redes artificiales, determinando de forma más o menos precisa los valores que se transfieren de un elemento de procesamiento a otro (Isasi y Galván, 2004).

Aunque existen marcadas diferencias entre los sistemas artificiales y los naturales, las redes de neuronas artificiales han logrado simular de sus pares biológicas la representación y procesamiento distribuido de la información, lo que les permite contar con tolerancia a fallos, entendiéndose esto como la capacidad para seguir funcionando pese a que se haya dañado uno o más de sus elementos constitutivos.

El empleo de redes de neuronas artificiales para la solución de problemas puede presentar ciertas limitaciones, principalmente vinculadas al tiempo de entrenamiento y a su diseño, el número de veces que es necesario mostrar el conjunto de datos de entrenamiento a la red para que se realice el aprendizaje no se conoce a priori, por tal motivo es imposible saber el tiempo que será necesario hasta que la red alcance una capacidad de generalización aceptable, esto puede convertirse en un inconveniente importante si se desea solucionar un problema de forma inmediata y puede tornarse crítico si consideramos que el diseño de la red neuronal se genera

conforme se desarrolla un procedimiento de prueba y error, es decir el diseño óptimo de la red se determina en función del desempeño de la misma durante un período de pruebas que de igual forma representa una gran cantidad de tiempo invertido.

Entre las ventajas del empleo de redes neuronales artificiales para resolver problemas, se destacan las siguientes (Isasi y Galván, 2004):

Aprendizaje adaptativo: resolución de problemas luego de haber pasado por un proceso de aprendizaje en el cual se adquiere experiencia. No es necesario diseñar algoritmos y modelos de distribución de probabilidad.

Auto-organización: mediante una etapa de aprendizaje, la red tiene la capacidad de organizar y representar la información que recibe. La auto-organización favorece a la capacidad de generalización, por medio de la cual la red puede generar salidas ante la presentación de entradas que no se han mostrado durante el período de entrenamiento.

Tolerancia a fallos: Las capacidades adquiridas por la red se mantienen, incluso existiendo una degradación de su estructura por el daño de alguno o algunos de sus elementos constitutivos. Las redes neuronales artificiales también poseen tolerancia a fallos con respecto a los datos, siendo capaces de aprender a reconocer patrones aunque estos tengan ruido, estén incompletos o distorsionados. La tolerancia a fallos se logra por el almacenamiento de la información en forma no localizada, estando esta distribuida en las conexiones entre las neuronas, existiendo así cierta redundancia en la información que puede ser utilizada cuando un número de neuronas sufre un daño.

Operación en tiempo real: la red neuronal puede hacer cálculos en paralelo, esto se puede lograr mediante el uso de hardware apropiado. La necesidad de modificar los pesos sinápticos en las conexiones es mínima.

3.5.1 Estructura de una red neuronal artificial

Una red de neuronas artificial se estructura por niveles o capas interconectadas, por medio de las cuales se transfiere la información, en la capa de entrada se recibe la información proveniente

del exterior y sin efectuar ningún procesamiento sobre ella se transfiere a la siguiente capa de la red por medio de las interconexiones neuronales, las cuales poseen un valor sináptico o peso que opera sobre las entradas de la red antes de que estas sean transferidas a las neuronas de la capa oculta.

La información que reciben las neuronas en cada capa de la red, es evaluada por una función de transferencia antes de ser transferida hacia las neuronas de la siguiente capa o nivel. Finalmente la información que procede de las capas ocultas de la red se transfiere hacia la capa de salida, para que al igual que en las capas ocultas, la información sea evaluada por medio de una función de transferencia que genera la salida definitiva de la red. Una red neuronal artificial puede tener una o varias capas ocultas o intermedias, dependiendo del problema abordado; (Haykin, 2001) *(figura 13)*.

La forma en que las neuronas se conectan entre si dentro de la red se conoce como arquitectura de la red y se define con el objetivo de que esta tenga la capacidad de aprender a través de los ejemplos que son introducidos durante la etapa de entrenamiento y de representar el fenómeno para el cual fue diseñada. Los valores de las conexiones interneuronales son establecidos durante el período de aprendizaje, haciendo modificaciones reiteradas de los mismos hasta que la red ha asimilado la información que ha recibido durante el entrenamiento, cuando esto sucede, la red está lista para usarse en la representación de otros patrones no presentes en el conjunto de entrenamiento.

El funcionamiento de una red neuronal artificial (RNA), se puede representar mediante un análisis vectorial. El conjunto de entradas a la red constituye un vector \vec{X} , el cual será multiplicado antes de ser transferido a la capa oculta de la red por un vector de pesos $\vec{\omega}_1$, el resultado de esta operación pasará por una función de transferencia f_1 antes de ser transferido a las neuronas de la capa de salida, en donde será multiplicado por el vector de pesos $\vec{\omega}_2$ correspondiente a las conexiones neuronales entre la capa oculta y la capa de salida.

Por último el resultado de este producto será evaluado por una función de transferencia f_2 presente en las neuronas de la capa de salida (*ecuación 3.6*) (Barreto, 1990).

$$\vec{y} = f_2 \left(f_1 \left(\vec{X} * \vec{\omega}_1 \right) * \vec{\omega}_2 \right) \quad (3.6)$$

Siendo:

\vec{X} = Entrada a la red neuronal

\vec{y} = Salida de la red neuronal

$\vec{\omega}_1$ = Pesos sinápticos de la capa oculta de la red

f_1 = Función de transferencia de la capa oculta de la red

$\vec{\omega}_2$ = Pesos sinápticos de la capa de salida de la red

f_2 = Función de transferencia de la capa de salida de la red

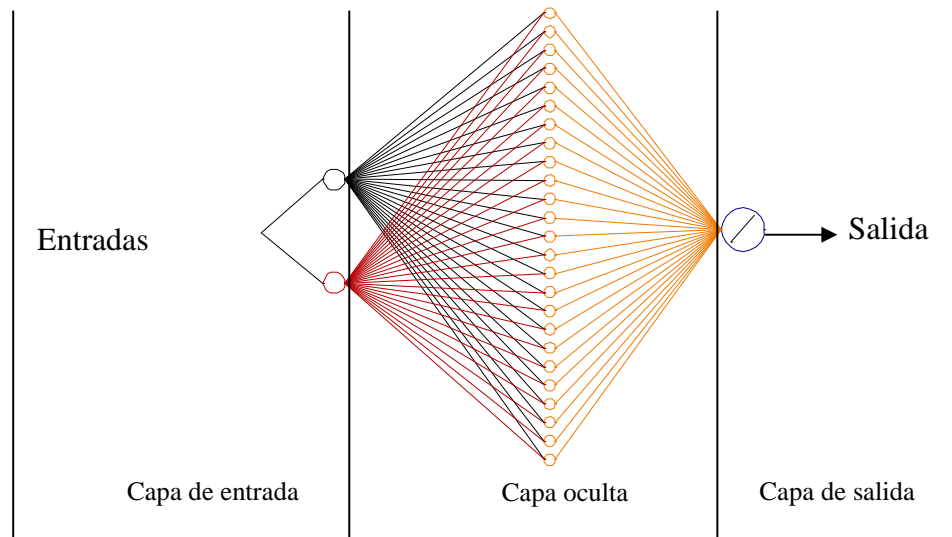


Figura 13: Estructura de una red neuronal de tres capas

3.5.2 Aprendizaje de la red neuronal artificial

El aprendizaje de la red sucede durante el entrenamiento, es decir la red aprende a reconocer patrones relacionándolos con sus respectivas salidas, los pesos sinápticos son ajustados en varias iteraciones mientras se ingresan las entradas del conjunto de entrenamiento y se comparan sus salidas con las salidas que genera la red. Un algoritmo de aprendizaje permite ajustar los pesos sinápticos en función de las diferencias existentes entre las salidas reales o targets y las salidas calculadas por la red, se dispone de algunos algoritmos válidos para realizar el entrenamiento y su elección depende del tipo de problema que la red debe aprender a solucionar.

Los ejemplos del conjunto de aprendizaje deben cumplir con ciertas características para que su desempeño sea apropiado y proporcionen a la red la información suficiente para que esta pueda representar el problema de forma satisfactoria. En primer lugar los datos deben ser representativos, esto quiere decir, que es conveniente presentar a la red ejemplos diversos y equiparables en proporción, es decir el conjunto de entrenamiento deberá contener la mayor parte de tipos de patrones que pueda abarcar el fenómeno, si solo se muestran ejemplos de un tipo, la red se especializará en la representación de ese tipo de patrón y producirá salidas sesgadas; por otra parte el conjunto de datos de entrenamiento debe ser significativo, para que la red logre adaptar los pesos de sus conexiones hasta generar salidas adecuadas, requiere contar con un número apropiado de ejemplos durante la etapa de aprendizaje (Basogain, 2008).

Existen varios criterios para determinar la finalización del entrenamiento de la red, esto se puede hacer fijando un número de ciclos o repeticiones en las cuales se introducirá todo el conjunto de entrenamiento; una vez que se cumpla con dicho número se detiene el proceso de aprendizaje. Otra forma de establecer cuándo se debe detener el entrenamiento es determinando un valor que será comparado con el error que genera la red, mientras el error sea mayor que dicho valor, el proceso de aprendizaje continua y en caso contrario se detiene; finalmente existe otro mecanismo mediante el cual se puede condicionar la finalización del entrenamiento y consiste en detener el proceso cuando la modificación de los pesos sea irrelevante. En los dos últimos casos es necesario acompañar al criterio de finalización de otro complementario, ya que es posible que la condición establecida en el primer criterio nunca llegue a cumplirse (Isasi y Galván, 2004).

Existen tres tipos de esquemas de aprendizaje:

Aprendizaje supervisado.- en este tipo de esquema de aprendizaje, el conjunto de entrenamiento consta de dos componentes, las entradas a la red que representan las variables que definen el problema y sus salidas asociadas, estas salidas son útiles para calcular las diferencias con las salidas que genera la red, con la finalidad de ajustar los pesos en función de estas diferencias, el algoritmo de aprendizaje utiliza estos errores de la red para calcular nuevos pesos sinápticos que aproximen en mejor forma los targets o salidas deseadas. La modificación en los pesos será proporcional a los errores que genere la red, conforme las salidas de la red se aproximen a los targets, la variación en los pesos sinápticos será cada vez menor. Al aprendizaje supervisado se lo conoce también como "aprendizaje con profesor".

Aprendizaje no supervisado.- en el aprendizaje no supervisado, la modificación de los pesos sinápticos se realiza sin contar con un "profesor", esto significa que el conjunto de entrenamiento está compuesto únicamente por las entradas que definen el problema y no se muestra a la red las salidas deseadas (targets) que se corresponden con dichas entradas, la red neuronal utiliza para su entrenamiento únicamente la información que proviene de los ejemplos de entrada y mediante un algoritmo de aprendizaje tiene la capacidad de generar asociaciones con los ejemplos que se le han introducido. Es decir determina grados de familiaridad o similitud entre los mismos basándose en características como rasgos significativos, regularidades o redundancias, la modificación de los pesos se hará en base a información interna que posee la red.

Aprendizaje por refuerzo.- este tipo de aprendizaje garantiza que la red neuronal artificial logre una buena capacidad de generalización, una vez se ha entrenado a la red con un método supervisado, los errores registrados durante la etapa de aprendizaje son calculados con respecto al conjunto de entrenamiento y estos presentarán discrepancias con los errores que resultarán cuando la red opere con entradas que no participaron en el aprendizaje. El obtener un error pequeño durante la etapa de entrenamiento, no implica que la capacidad de generalización de la red esté garantizada, para solucionar este inconveniente se utiliza los esquemas de aprendizaje por refuerzo, consiste en dividir al conjunto de datos que se dispone en dos subconjuntos, uno de entrenamiento y otro de validación, el primero sirve para que la red ajuste sus pesos de la misma forma que se hace en el aprendizaje supervisado, pero el error cometido por la red es calculado con los datos del conjunto de validación, siendo importante el hecho de que estos no participan en el ajuste de los parámetros, de esta manera se consigue una medida más confiable del poder de generalización de la red (Isasi y Galván, 2004).

3.5.3 Modelo neuronal de McCulloch-Pitts

El primer modelo de una neurona artificial fue propuesto por Warren McCulloch y Walter Pitts en el año de 1943, la estructura y funcionamiento de esta célula emulaba en forma simplificada a las neuronas del cerebro. Esta neurona aceptaba entradas binarias y producía salidas de este mismo tipo, es decir, podían estar en dos estados: apagado (0) y encendido (1); las diferentes entradas de la neurona son combinadas por una suma ponderada y posteriormente evaluada por una función de transferencia que para el caso de este modelo de neurona es una función umbral (3.5) y proporciona la salida binaria de la red.

En la **figura 14** se observa los componentes de una célula de McCulloch y Pitts, los valores de X_1 , X_2 , X_3 y X_n corresponden a las entradas binarias de la neurona que definen el vector \vec{X} , los valores de ω_1 , ω_2 , ω_3 y ω_n son los pesos sinápticos o conexiones que se corresponden con cada una de las entradas y determinan el vector $\vec{\omega}$, el símbolo Σ representa el operador que procesa las entradas en una suma ponderada, el umbral (Θ) define la salida binaria de la neurona (y), que dependiendo del valor que resulta del operador puede tomar valores de 1 ó 0 (Barreto, 1990).

Las siguientes expresiones explican el funcionamiento de la célula de McCulloch y Pitts. La suma ponderada de las entradas por sus respectivos pesos sinápticos se puede escribir:

$$\sum_{i=1}^n X_i * \omega_i \quad (3.7)$$

Siendo n el número de entradas a la neurona e i el subíndice para su numeración. Y la salida de la neurona luego de haber sido evaluada por la función umbral:

$$\begin{cases} y = 1 \text{ si } \sum_{i=1}^n X_i * \omega_i > \Theta \\ y = 0 \text{ en caso contrario} \end{cases} \quad (3.8)$$

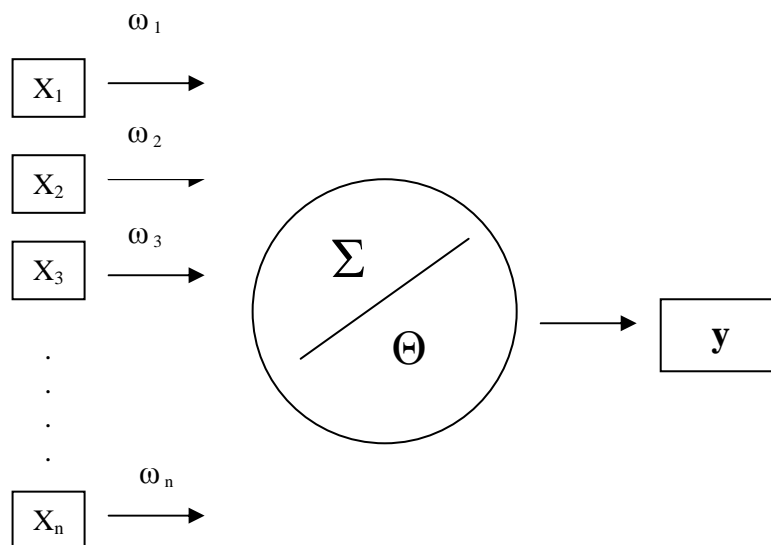


Figura 14: Modelo de neurona artificial de McCulloch-Pitts

Una red de neuronas de McCulloch-Pitts presenta una estructura según la cual la salida de una célula puede ser la entrada de algunas células, sin embargo la entrada de una célula proviene de la salida de una sola neurona.

Una red neuronal de células de McCulloch- Pitts, tiene la capacidad de resolver cualquier estructura que pueda ser desarrollada por un computador, como por ejemplo las funciones lógicas NOT, AND, y OR, estos operadores lógicos pueden ser resueltos por una neurona artificial con una función de transferencia umbral y una salida binaria (Isasi y Galván, 2004).

Los valores correspondientes a los pesos sinápticos y umbrales para la solución de las tres funciones lógicas mediante una célula de McCulloch y Pitts se detallan en la *tabla 1*.

Función	ω_1	ω_2	Θ
NOT	-1	----	-1
AND	1	1	1
OR	1	1	0

Tabla 1: Pesos y umbrales para la solución de funciones lógicas

Y la estructura de la neurona se muestra en la *figura 15*:

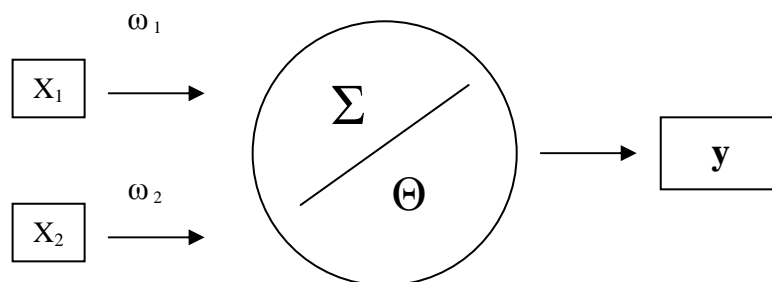


Figura 15: Estructura de una neurona de McCulloch-Pitts para solución de funciones lógicas

El funcionamiento y los resultados generados por las células de McCulloch-Pitts para resolver funciones lógicas se sintetizan en la *tabla 2*.

Función	X₁	ω₁	X₂	ω₂	Θ	Σ	y
NOT	-1	-1	----	----	-1	+1	+1
	+1	-1	----	----	-1	-1	-1
AND	0	1	0	1	1	0	0
	0	1	1	1	1	1	0
	1	1	0	1	1	1	0
	1	1	1	1	1	2	1
OR	0	1	0	1	0	0	0
	0	1	1	1	0	1	1
	1	1	0	1	0	1	1
	1	1	1	1	0	2	1

Tabla 2: Funcionamiento de células de McCulloch-Pitts para solución de funciones lógicas

3.5.4 Perceptrón

El Perceptrón es un modelo de red neuronal que fue diseñado para realizar clasificación de patrones, los parámetros que constituyen las conexiones sinápticas de la red definen superficies discriminantes que sirven para clasificar conjuntos de patrones. El entrenamiento de una red tipo Perceptrón se realiza presentando ejemplos que contienen los diferentes tipos de patrones que se requiera clasificar (Basogain, 2008).

Una red de neuronas artificial de tipo Perceptrón (*figura 16*) está constituida por entradas y neuronas de salida, el número de células se determina dependiendo del tipo de problema que se desea resolver y todas las entradas están conectadas con cada una de las neuronas de salida.

Las neuronas de la capa de salida utilizan una función de transferencia tipo umbral o escalón que genera salidas binarias que resultan de determinar si la activación de la célula (Σ) supera o no en valor numérico al umbral (3.9).

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} = \mathbf{1} \text{ si } \sum_{i=1}^n X_i * \omega_i > \Theta \\ \mathbf{y} = -\mathbf{1} \text{ en caso contrario} \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Siendo "y" la salida de la neurona.

Si se incluye al valor umbral como otro de los parámetros de la red y se vincula a este peso sináptico con una entrada constante igual a 1, es posible que el umbral se fije en cero y las ecuaciones anteriormente señaladas cambiarían a la forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{y} = \mathbf{1} \text{ si } \left(\sum_{i=1}^n X_i * \omega_i - \Theta \right) > \mathbf{0} \\ \mathbf{y} = -\mathbf{1} \text{ en caso contrario} \end{array} \right. \quad (3.10)$$

El umbral o bias pasa a formar parte del operador sumatoria a manera de un peso sináptico asociado a una pseudo entrada (X_0) a la neurona con un valor constante de 1 (3.10).

Recordando que el objetivo del perceptrón es clasificar patrones, la salida binaria que tienen este tipo de redes neuronales se adapta a los requerimientos de la misma, es decir, si la salida es 1 se interpreta que la entrada que la generó pertenece a la clase “A” y si la salida es -1 se concluye que el patrón que generó esta salida se agrupa dentro de la clase “B”.

La ecuación de la recta que resulta de la combinación entre entradas y pesos sinápticos actúa como discriminante de las clases asociadas a las entradas de la red (*figura 17*) y será de la forma:

$$\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + \Theta = 0 \quad (3.11)$$

El umbral (Θ) representado en la expresión 3.11, se conoce también con el nombre de bias (b) y puede ser escrito como se muestra en la *ecuación 3.12*.

$$\omega_1 x_1 + \omega_2 x_2 + b = 0 \quad (3.12)$$

Las dos entradas de la red neuronal pueden ser representadas en un espacio bidimensional, y la ecuación de la recta señalada anteriormente actúa en el mismo espacio separando los patrones ingresados en dos categorías o clases. El aprendizaje del perceptrón consiste entonces en encontrar los parámetros de la ecuación de la recta que sirve como discriminante en el problema de clasificación que se trata de resolver (Isasi y Galván, 2004).

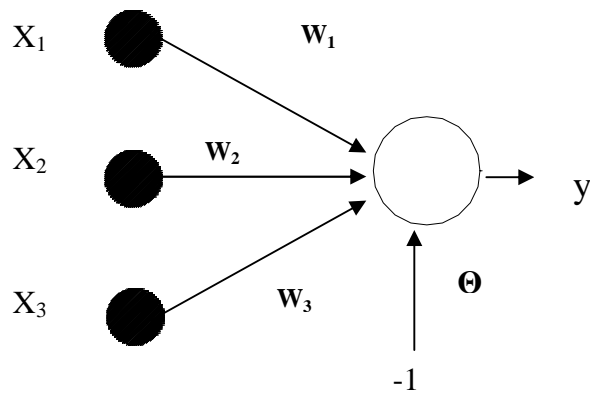


Figura 16: Estructura general de una neurona del tipo perceptrón

En caso de que dentro de los datos a clasificar no existan únicamente dos clases, la discriminación de las mismas no se podrá realizar con rectas y será necesario definir hiperplanos.

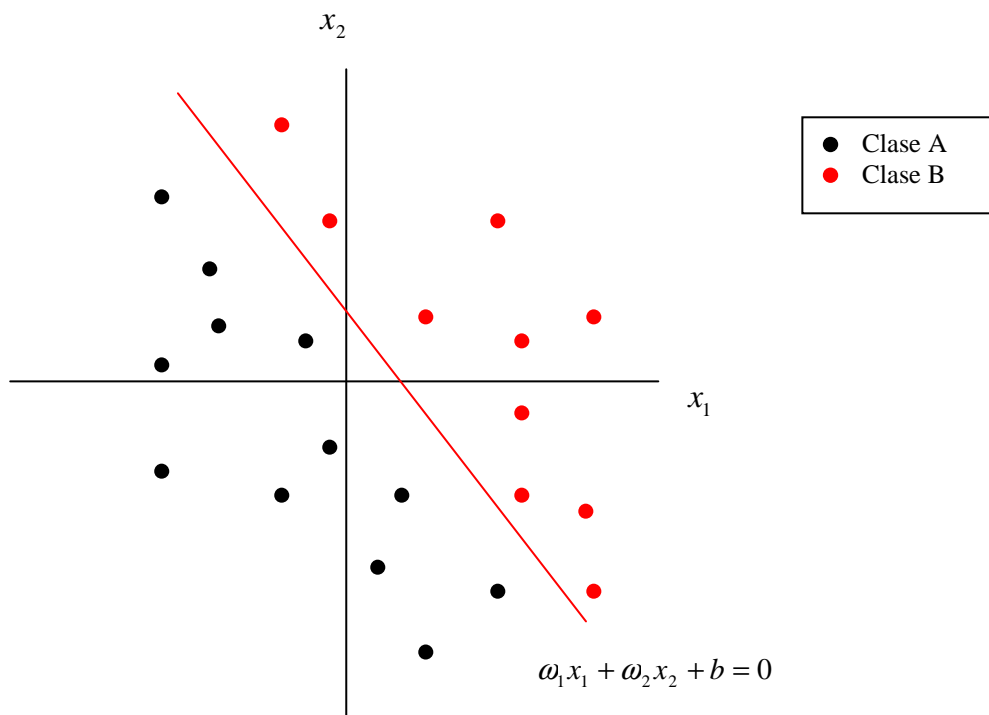


Figura 17: Discriminación de clases por un Perceptrón

La separación en clases se realiza considerando las siguientes condiciones:

El punto $P(a_1, a_2)$ pertenece a la clase A si $\omega_1 a_1 + \omega_2 a_2 + b < 0$

Y pertenece a la clase B si $\omega_1 a_1 + \omega_2 a_2 + b > 0$

Lo anteriormente dicho aplica para un problema de clasificación bidimensional, sin embargo el empleo del perceptrón como clasificador no se limita a este nivel de análisis y en forma genérica las ecuaciones anteriores se mostrarían de la siguiente forma:

El punto $P(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$

Pertenece a la clase A si $\omega_1 a_1 + \omega_2 a_2 + \omega_3 a_3 + \dots + \omega_n a_n + b < 0$

Y pertenece a la clase B si $\omega_1 a_1 + \omega_2 a_2 + \omega_3 a_3 + \dots + \omega_n a_n + b > 0$

Si se cumple la primera condición la función de transferencia de la red neuronal generará la salida -1 lo cual equivale a clasificar la entrada dentro de la categoría "A", y en caso contrario si se cumple la segunda condición la red proporciona una salida de 1 lo que clasifica al patrón de entrada dentro de la categoría "B".

El entrenamiento de una red neuronal del tipo perceptrón consiste en introducir uno a uno los patrones de entrenamiento con la finalidad de obtener errores al comparar las salidas que genera la red con las salidas deseadas (targets), estos errores son útiles para ajustar los pesos mediante un algoritmo de aprendizaje, los pesos ajustados aproximarán en forma cada vez mejor a las salidas de la red con respecto a los targets.

Si la salida de la red para un ejemplo de entrenamiento es menor que la salida deseada, entonces se debe efectuar un incremento en los pesos con la finalidad de que la salida pueda ser mayor y supere al umbral, si por el contrario, la salida es mayor que la esperada, los pesos tendrán que sufrir un decremento para que el valor generado por la red no supere al del umbral.

El procedimiento a seguir es el siguiente, si al introducir uno de los patrones de entrenamiento la salida que produce la red es igual a la salida deseada, entonces se introduce el siguiente patrón sin hacer modificaciones en los pesos, si por el contrario la salida de la red no es igual a la esperada, entonces se realiza un ajuste de los pesos de acuerdo al algoritmo de aprendizaje, el procedimiento se repite hasta que todos los patrones generan salidas que coinciden con sus respectivos targets.

Algoritmo de entrenamiento:

La variación de los pesos en el perceptrón estará determinada por el producto de la entrada asociada a la conexión sináptica en la cual se necesita realizar el cambio por la salida esperada para dicha entrada (*ecuación 3.13*) (Hernández, 2004).

Si se llama x_i^p a la entrada de subíndice “i” del patrón de entrenamiento “p”, w_i su conexión sináptica con la neurona de salida, siendo d^p su clase asociada y pudiendo tomar estos valores de +1 y -1, se puede escribir lo siguiente:

$$\Delta\omega_i = x_i^p * d^p \quad (3.13)$$

El procedimiento seguido para el entrenamiento de una red neuronal tipo perceptrón se puede ejemplificar con una red que sea capaz de resolver la función lógica AND (*figura 18*), en primer lugar se fijan valores iniciales aleatorios para los pesos y el umbral, en lo posterior se realiza un ajuste de estos valores según el algoritmo de aprendizaje hasta que todos los patrones son clasificados en forma correcta por la red neuronal (Isasi y Galván, 2004).

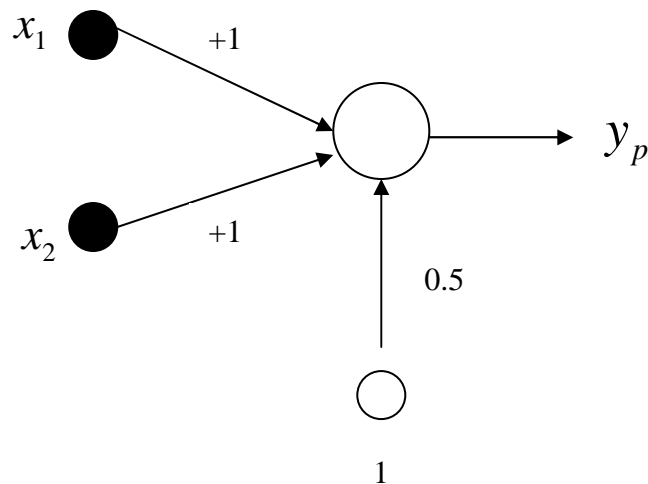


Figura 18: Configuración inicial del perceptrón para la solución de la función lógica AND

El procedimiento seguido para lograr el aprendizaje de la red neuronal, empleando la expresión *3.13* para el ajuste de los pesos sinápticos y bias, y con el objetivo de resolver la función lógica AND se muestra en la *tabla 3*:

Función	X_1	ω_1	X_2	ω_2	b	Σ	y^p	d^p	Clasificador	$\Delta\omega_1$	$\Delta\omega_2$	Δb
AND	-1	1	-1	1	0.5	-1.5	-1	-1	✓	0	0	0
	+1	1	-1	1	0.5	0.5	+1	-1	X	-1	1	-1
	-1	0	+1	2	-0.5	1.5	+1	-1	X	1	-1	-1
	+1	1	+1	1	-1.5	0.5	+1	+1	✓	0	0	0
	-1	1	-1	1	-1.5	-3.5	-1	-1	✓	0	0	0
	+1	1	-1	1	-1.5	-1.5	-1	-1	✓	0	0	0
	-1	1	+1	1	-1.5	-1.5	-1	-1	✓	0	0	0

Tabla 3: Entrenamiento de una red neuronal tipo perceptrón para resolver la función lógica AND

Luego de que la red ha pasado por el proceso de entrenamiento y ha realizado el aprendizaje de la función lógica que ha servido como ejemplo (AND), la configuración de la red queda como se muestra en la *figura 19*:

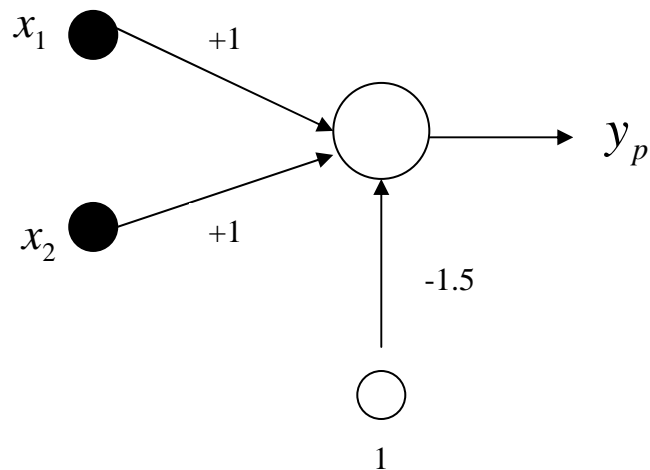


Figura 19: Configuración del perceptrón para la solución de la función lógica AND luego del entrenamiento

Se concluye entonces que la recta discriminante para la función lógica AND será de la forma:

$$x_1 + x_2 - 1.5 = 0$$

En la *figura 20* se aprecia como la clase A asociada con valores de -1 y la clase B asociada con valores de +1 son discriminadas por la recta $x_1 + x_2 - 1.5 = 0$.

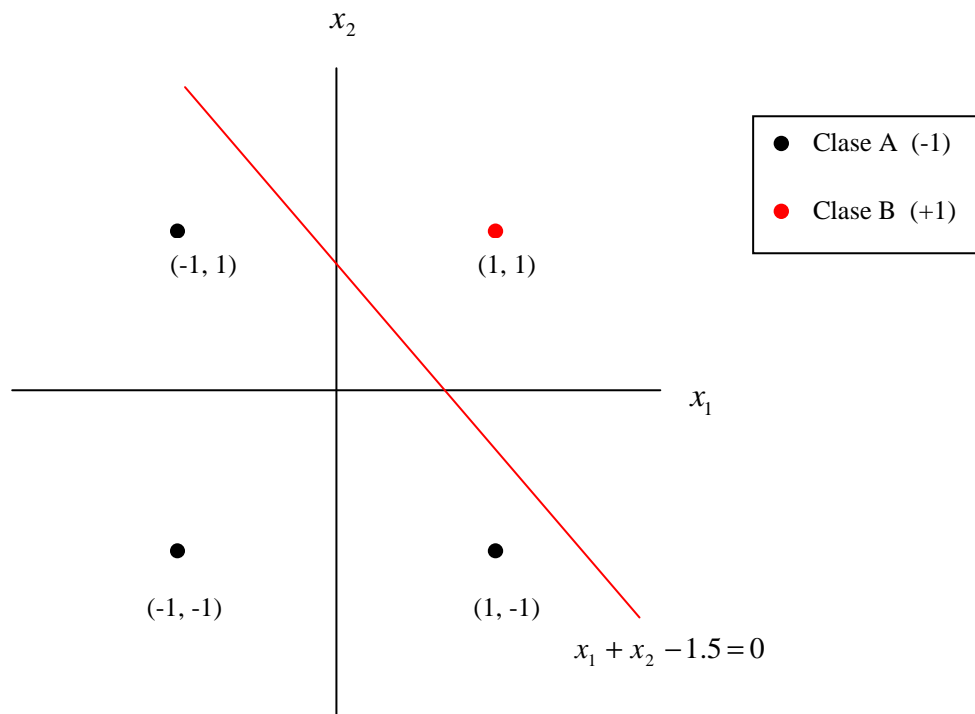


Figura 20: Discriminación de clases por un perceptrón

3.5.5 ADALINE (Adaptive Linear Neuron)

Las redes neuronales como perceptrón se especializan en la clasificación de patrones, esto se debe a que las salidas que genera su función escalón son binarias y únicamente pueden resolver problemas discretos en los cuales se definen dos clases, sin embargo existe una gran cantidad de problemas que no pueden ser abordados desde la perspectiva de una clasificación y su solución con redes neuronales obliga a que sus salidas sean números reales y que los parámetros de la red no constituyan un hiperplano discriminante de clases, sino una función que ajuste al fenómeno que se intenta representar.

Las redes neuronales del tipo ADALINE justamente reproducen este concepto y se diferencian de las redes Perceptrón en que sus salidas ya no son evaluadas por una función escalón, por lo tanto genera números reales para ser comparados con las salidas deseadas, siendo estas últimas parte del conjunto de entrenamiento. La regla de aprendizaje de las redes ADALINE considera la diferencia entre las salidas que genera la red y las salidas deseadas proporcionadas durante el entrenamiento, y se la conoce como regla *Delta* (Basogain, 2008).

$$d^p - y^p = \text{Regla Delta} \quad (3.14)$$

Siendo y^p la salida de la red para el patrón “p” y d^p la salida esperada para el mismo patrón.

Las diferencias entre las salidas reales y las salidas generadas por la red no podrán anularse completamente, el objetivo será reducir al máximo el error global cometido por la red para todos los patrones de entrenamiento (Basogain, 2008). Generalmente esta medida global de error es el error medio cuadrático, que se define según la expresión 3.15:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N (d^p - y^p)^2 \quad (3.15)$$

En donde “N” es el número total de patrones disponibles para el entrenamiento de la red.

El objetivo del proceso de aprendizaje será entonces minimizar esta función de error global de la red, y se realiza por medio de la regla del *descenso del gradiente*, la cual propone modificar los pesos o conexiones sinápticas en forma proporcional a la derivada de la función de error con respecto al peso, dado que el ajuste de los pesos se realiza luego de ingresar cada uno de los ejemplos de entrenamiento, el cálculo de la derivada del error se lo hará con respecto al patrón actual.

La variación que se debe aplicar a los pesos viene dada según la regla del descenso del gradiente por la *ecuación 3.16*.

$$\Delta_p \omega_j = -\gamma \frac{\partial E^p}{\partial \omega_j} \quad (3.16)$$

En donde γ es una tasa de aprendizaje, ω_j es el peso o conexión sináptica asociada con la entrada “j” y $\Delta_p \omega_j$ la variación en el peso ω_j para el patrón de entrenamiento “p”.

Para resolver esta derivada se recurre a la regla de la cadena, pero antes de eso es necesario recordar que:

La activación de una red neuronal monocapa se calcula mediante la siguiente expresión:

$$y^p = x_1 * \omega_1 + x_2 * \omega_2 + x_3 * \omega_3 + \dots + x_n \omega_n \quad (3.17)$$

Y el error global cometido por la red neuronal se calcula según la ecuación 3.15.

En base a estas dos expresiones, es posible descomponer a la derivada para el cálculo de las variaciones de los pesos usando la regla de la cadena:

$$\frac{\partial E^p}{\partial \omega_j} = \frac{\partial E^p}{\partial y^p} * \frac{\partial y^p}{\partial \omega_j} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial E^p}{\partial y^p} = -(d^p - y^p) \quad (3.19)$$

Y de la *ecuación 3.17* se obtiene que:

$$\frac{\partial y^p}{\partial \omega_j} = x_j \quad (3.20)$$

De esta forma el cálculo de la variación de los pesos queda de la siguiente forma:

$$\Delta_p \omega_j = \gamma (d^p - y^p) x_j \quad (3.21)$$

La tasa de aprendizaje (γ) tiene como función regular la dimensión de las variaciones que se realizan en los pesos sinápticos durante el entrenamiento de la red, un γ grande provocará cambios acelerados en los parámetros de la red, por lo cual su uso es recomendado durante la etapa inicial del entrenamiento, cuando los pesos están bastante alejados de sus valores ideales y resulta necesario acercarse con grandes variaciones; por el contrario cuando es preciso realizar ajustes “finos” en la red es recomendable el uso de un γ pequeño (Isasi y Galván, 2004).

3.5.6 Problemas no lineales

Los modelos de redes neuronales como PERCEPTRON y ADALINE sirvieron como base para iniciar el estudio de sistemas inteligentes para la resolución de problemas, pero a pesar de esto, presentan serias limitaciones que determinan que estos sistemas no puedan ser considerados como solucionadores generales de problemas (Isasi y Galván, 2004). Estos sistemas funcionan correctamente únicamente cuando se trata de resolver problemas de clasificación en los cuales las clases son separables linealmente (PERCEPTRÓN) y cuando las salidas son funciones

lineales de las entradas del problema (ADALINE). El ejemplo más utilizado para representar estas limitaciones es el caso de la función lógica “OR exclusivo”, consiste en un problema de clasificación de patrones que no son linealmente separables, es decir la ecuación de una recta no sirve como discriminante para las dos clases, las entradas del problema y sus correspondientes salidas esperadas se muestran en la *tabla 4*.

x_1	x_2	d
-1	-1	1
-1	1	-1
1	-1	-1
1	1	1

Tabla 4: Función lógica "OR exclusivo"

La función lógica “OR exclusivo” genera salidas 1 cuando las dos entradas son iguales y genera salidas -1 cuando son diferentes.

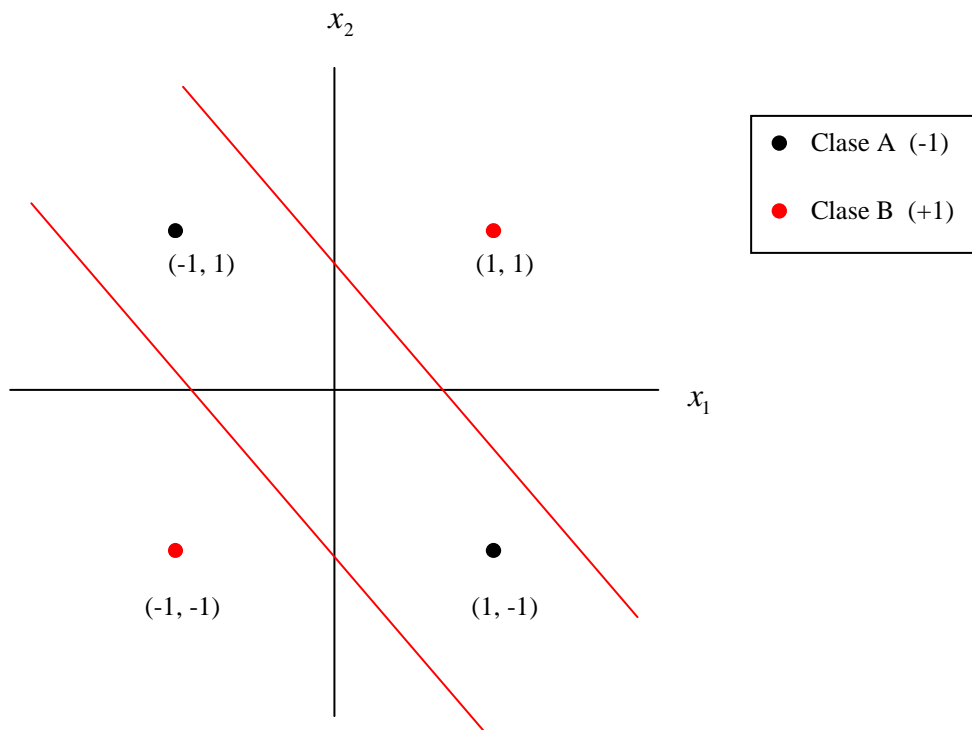


Figura 21: Problema OR exclusivo

En la *figura 21* se puede apreciar como la clase A y la clase B pueden ser separadas empleando dos rectas, o se podría también dar una solución de tipo no lineal adoptando como superficie discriminante una elipse, por lo tanto una sola recta no bastará para discriminar las dos clases.

Las redes neuronales monocapa presentan esta limitación, ya que los parámetros de la red de una capa son capaces de generar únicamente una recta como discriminante en los problemas de clasificación y de igual forma emplean una función lineal para resolver problemas en los cuales las salidas y las entradas se relacionan de forma lineal; la solución a esta limitante consiste por consiguiente en agregar más capas a la red neuronal, de esta forma esta adquiere un carácter no lineal y la capacidad de solucionar problemas de este tipo.

El agregar más pesos a la red implica que estos nuevos pesos tienen que poder ajustarse durante el proceso de aprendizaje. En las redes de una sola capa el ajuste de los pesos se realiza en base a los errores que generan las células de salida, dichos errores se obtienen de las diferencias entre las salidas de la red y las salidas deseadas, por lo tanto el cálculo de las mismas es realizable, mientras tanto las salidas de las células de las capas posteriores no disponen de un target con el cual puedan ser comparadas, esto impide el cálculo de los errores que generan estas neuronas, y por lo tanto no es posible realizar el ajuste de los pesos en función de los errores producidos.

La regla delta modificada para su aplicación en redes neuronales multicapa recibe el nombre de regla delta generalizada y consiste en una adaptación del mecanismo empleado por la regla de aprendizaje delta para que esta pueda actualizar los pesos de todas las capas de la red (capa de salida y capas ocultas). El perceptrón multicapa fue uno de los primeros modelos de redes neuronales en utilizar esta variación en el algoritmo de entrenamiento (Isasi y Galván, 2004).

3.5.6.1 Perceptrón multicapa

Minsky y Papert demostraron en 1969 que la combinación de varios perceptrones simples, lo cual es equivalente a incluir capas ocultas de neuronas dentro de la estructura de la red resuelve el problema de la separabilidad no lineal, el inconveniente que surgía entonces era que no se contaba con un algoritmo de entrenamiento que ajustara los pesos sinápticos de las neuronas que se encuentran entre la capa de entrada y la capa oculta, ya que hasta ese momento solo se había desarrollado al regla delta que modificaba los pesos que se encuentran entre la capa de entrada y la capa de salida de las redes monocapa.

Posteriormente Rumelhart, Hinton y Willians en 1986 proponen la regla delta generalizada, mediante su aplicación como algoritmo de aprendizaje, se hace posible ajustar los pesos de las capas ocultas de la red durante el entrenamiento de la misma, retropropagando los errores que se registran en las salidas de la red hacia las capas ocultas. De esta forma se hace posible entrenar redes neuronales que sean capaces de resolver problemas no lineales, el número de capas ocultas que se adicione a la estructura de la red depende de las características del problema que se desea representar.

El perceptrón multicapa presenta una capa de entradas que tienen como función transferir la información que ingresa a la red neuronal, las capas ocultas, cuyas neuronas se encargan de dar un tratamiento no lineal a la información que reciben y la capa de salida con neuronas que generan la respuesta de la red para cada entrada recibida. **El número de células o neuronas que contienen la capa de salida de la red y la cantidad de entradas de la misma, depende de las particularidades del problema; mientras que el número de neuronas en las capas ocultas se establece durante el entrenamiento y no existe una regla para determinarlo.**

En las redes tipo perceptrón la información siempre se transfiere de atrás hacia adelante, es por esta razón que también se las conoce como redes “feedforward”, cada una de las conexiones está definida por un número asociado que representa un peso sináptico, y todas las neuronas están afectadas por un valor umbral que actúa como una conexión adicional con un valor de entrada igual a 1.

La interconexión entre neuronas generalmente se produce entre todas las neuronas de la capa anterior con todas las de la capa posterior, sin embargo pueden existir ciertas modificaciones a este tipo de conexión en casos particulares para los cuales sea necesario diseñar una red con conexiones específicas.

Si se designa como “ x_i ” a las neuronas de la capa de salida, “ x_j ” a las neuronas de la capa oculta (en caso de que exista una sola capa de este tipo), “ x_k ” a las entradas a la red, “ w_{ij} ” y “ w_{jk} ” sus respectivos pesos, y siendo “ l ” el número de neuronas de la capa de salida, “ m ” el número de neuronas en la capa oculta y “ n ” el número de entradas, entonces los patrones de entrada en un perceptrón multicapa se propagarán de la siguiente forma:

Activaciones de las neuronas de la capa oculta:

$$a_j = f_2 \left(\sum_{k=1}^{k=n} (x_k * w_{jk}) \right) \quad (3.22)$$

Activaciones de las neuronas de la capa de salida:

$$a_i = f_1 \left(\sum_{j=1}^{j=m} (a_j * w_{ij}) \right) \quad (3.23)$$

Donde: f_1 y f_2 son las funciones de activación para las neuronas de la capa de salida y las capas ocultas respectivamente.

En el perceptrón multicapa por lo general se emplean como funciones de transferencia a la función sigmoideal y la función tangente hiperbólica (3.25). La función sigmoideal se define por medio de la *ecuación 3.24*:

$$f = \frac{1}{1 + e^{-x}} \quad (3.24)$$

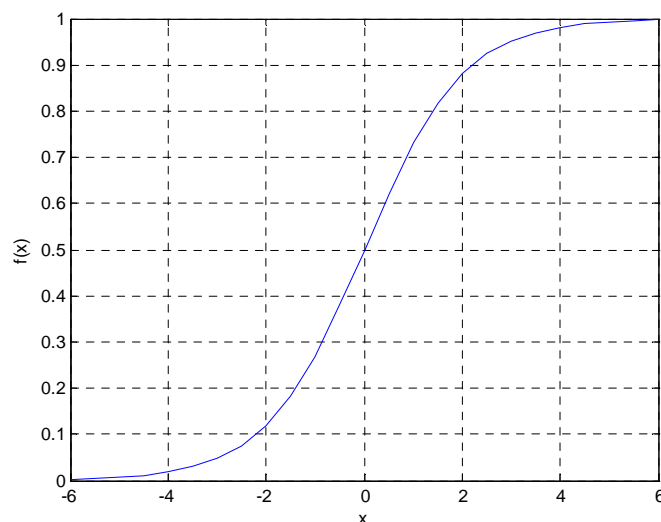


Figura 22: Función sigmoideal

La función sigmoideal (**figura 22**) define salidas en el rango de 0 a 1, y representa una curva asintótica, es decir se acerca a las rectas $y=1$, $y=0$ en forma continua e infinita sin llegar a interceptarlas.

Por su parte la función tangente hiperbólica (**figura 23**), responde a la ecuación 3.25:

$$f = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}} \quad (3.25)$$

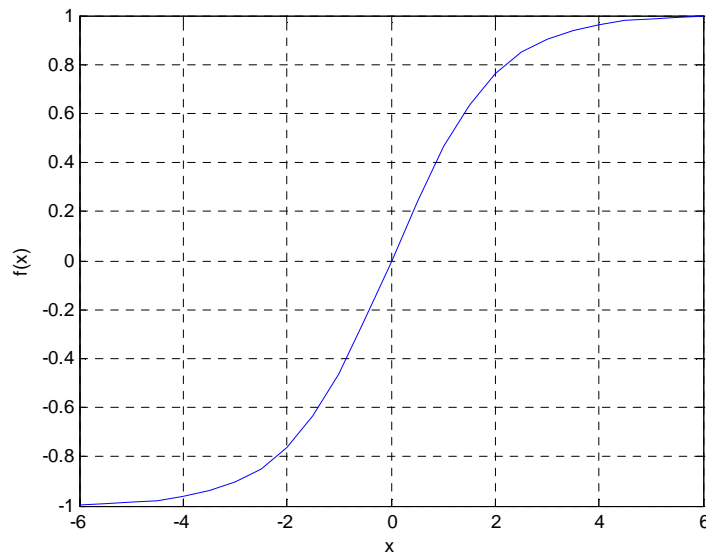


Figura 23: Función tangente hiperbólica

La función tangente hiperbólica, al igual que en el caso de la función sigmoideal, describe una curva asintótica, pero sus asíntotas se encuentran en $y = 1$ e $y = -1$.

Es muy común que se use la misma función de activación en las diferentes capas de la red neuronal, sin embargo en algunos casos puede resultar conveniente emplear una función de activación diferente en las neuronas de la capa de salida, se podría optar por una función en escalón o la función identidad.

La función escalón (**figura 24**), se emplea para generar salidas binarias $[0,1]$ o $[-1,1]$, esta función no es diferenciable en todo su rango, tomando como referencia un umbral, todos los valores que lo superen generan salidas de 1 y todas aquellas entradas que no superen al umbral generarán salidas de 0 ó -1 (Morgan, 1991).

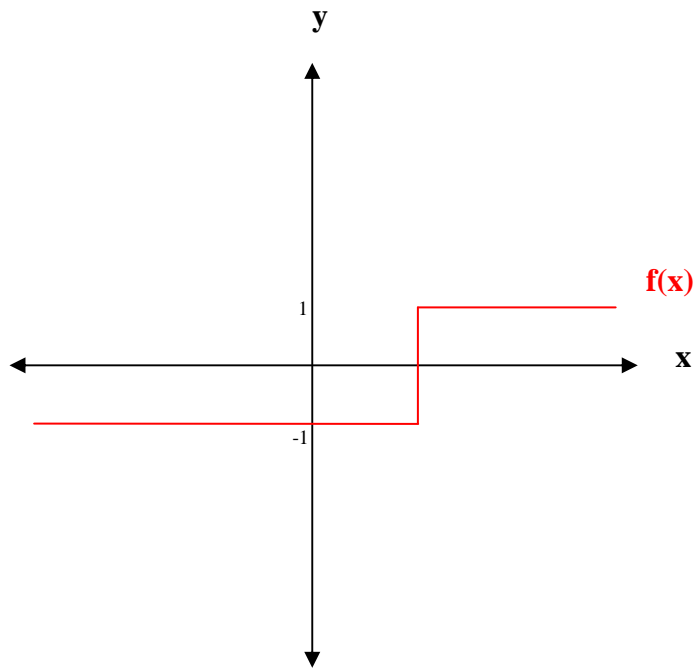


Figura 24: Función escalón

La función identidad (*figura 25*) por su parte devuelve salidas iguales a las entradas, es una función lineal y se define según la *ecuación 3.26*.

$$y = f(x) = x \quad (3.26)$$

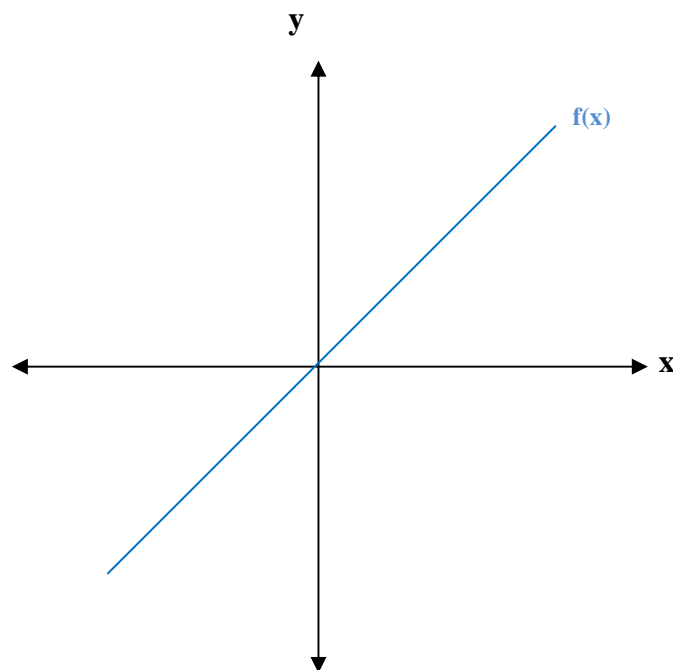


Figura 25: Función Identidad

La arquitectura de la red neuronal queda determinada por las funciones de activación empleadas, el número de capas y la cantidad de neuronas que contiene cada capa. El diseño de la red tiene relación directa con el tipo de problema abordado, la capacidad de aprender que tiene la red está relacionada con las funciones de activación que se usen y con el número de capas ocultas y neuronas contenidas (Isasi y Galván, 2004). La cantidad de entradas y de neuronas en la capa de salida depende de las variables que definen el problema, es necesario definir estas variables antes de iniciar a diseñar la arquitectura de la red, se debe establecer cuáles son las variables más representativas y que mayor información pueden aportar a la resolución del problema, en algunos casos es conveniente realizar un análisis de correlación de variables, con el fin de no considerar en el diseño de la red neuronal a aquellas variables que no influyen en forma relevante en el análisis del problema.

La arquitectura de un perceptrón multicapa de “l” neuronas en la capa de salida, “m” neuronas en la capa oculta y “n” entradas, con sus respectivas entradas (\mathbf{X}_k), salidas de la capa oculta (\mathbf{y}_j), salidas de la red neuronal (\mathbf{y}_i), pesos sinápticos de la capa oculta (\mathbf{w}_{jk}), pesos sinápticos de la capa de salida (\mathbf{w}_{ij}), bias de la capa oculta (\mathbf{b}_{jk}), bias de la capa de salida (\mathbf{b}_{ij}), función de transferencia en la capa oculta (\mathbf{f}_2) y función de transferencia de la capa de salida (\mathbf{f}_1) se muestran gráficamente en la *figura 26*.

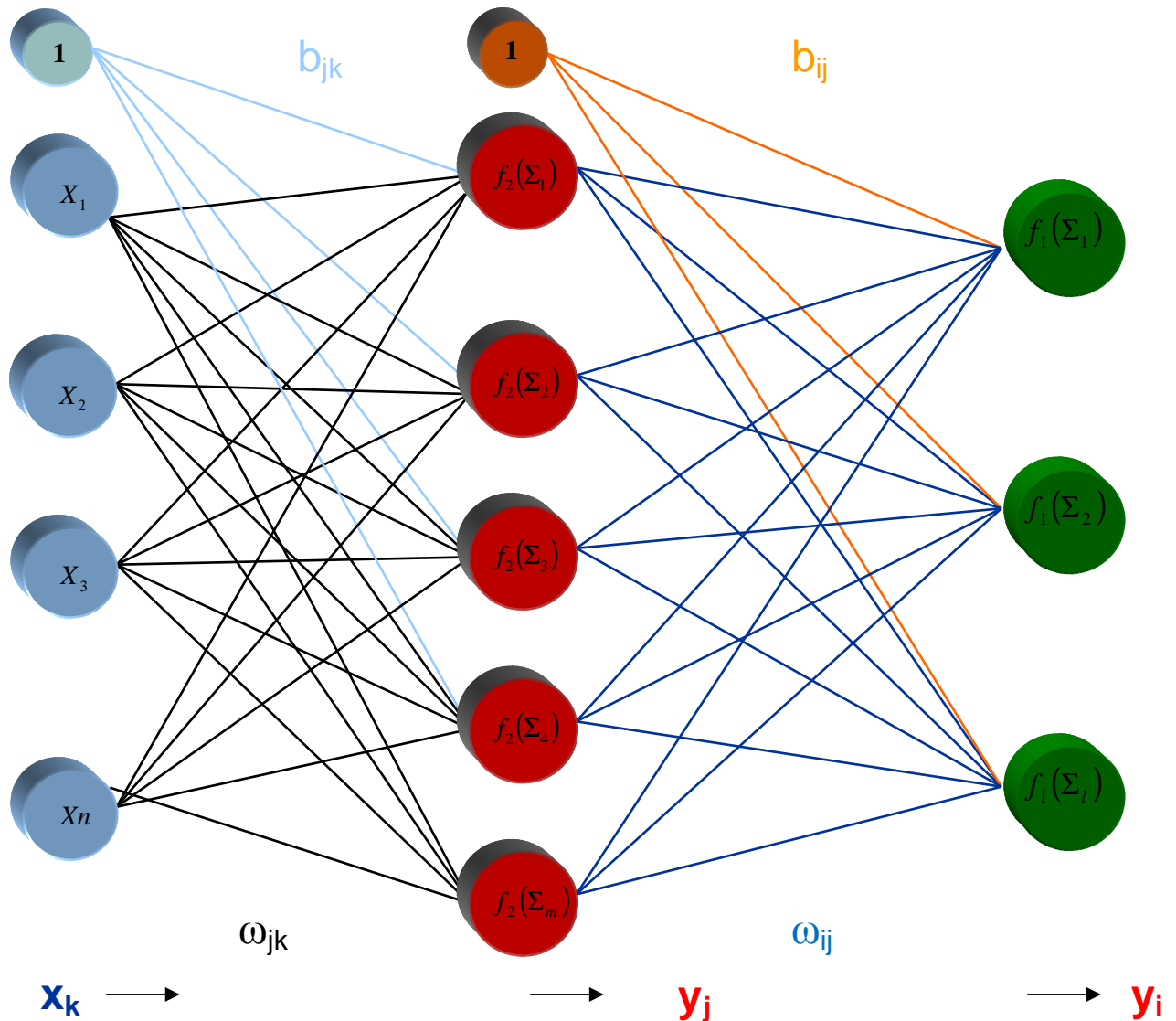


Figura 26: Propagación de la información en un perceptrón multicapa

3.5.7 Algoritmos de entrenamiento de una red neuronal artificial

Durante el entrenamiento, la red neuronal define su capacidad de generalizar las salidas de un determinado problema, para esto ajusta los pesos sinápticos de su estructura conforme se ingresan ejemplos que son la base del aprendizaje, las modificaciones que se realizan sobre los pesos se fundamentan en una regla que determina un algoritmo matemático, la regla *delta generalizada* es la base para la implementación de algoritmos que permiten el ajuste de los pesos o conexiones sinápticas que se encuentran en la capa de salida y en las capas ocultas de la red.

3.5.7.1 Algoritmo de Retropropagación

El algoritmo de Retropropagación se basa en la regla delta generalizada y calcula los ajustes para los pesos de las capas ocultas retropropagando los errores que se registran en la capa de salida. El principio de este algoritmo es la minimización de una función de error respecto a los pesos o parámetros libres de la red (Haykin, 2001).

$$\Delta \omega = \frac{\delta E}{\delta \omega} \quad (3.27)$$

La función de error comúnmente usada para el entrenamiento de redes neuronales es el error medio cuadrático, que para el cálculo del error obtenido para un patrón de entrenamiento de una red neuronal artificial se expresa de la siguiente forma:

$$e_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^l (d_i - y_i)^2 \quad (3.28)$$

En donde:

p = subíndice para los patrones de entrenamiento

e_p = error de entrenamiento para el patrón p

i = subíndice para las neuronas de la capa de salida

l = número de neuronas en la capa de salida

Y se calcula por la suma de las diferencias cuadradas de las salidas esperadas (d) y las salidas de la red (y) para un patrón de entrenamiento (p) en las neuronas de la capa de salida.

De esta forma el error global de la red neuronal considerando todos los patrones de entrenamiento se calcula por medio de la **ecuación 3.29**:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N e_p^2 \quad (3.29)$$

En donde:

E = error global de la red neuronal

N = número de patrones de entrenamiento

e_p = error de entrenamiento para el patrón p

p = subíndice para los patrones de entrenamiento

Las salidas en cada una de las neuronas de la capa de salida se obtiene mediante la fórmula:

$$y_i = f_1(a_i) \quad (3.30)$$

En donde f_1 es la función de activación en las neuronas de la capa de salida y

$$a_i = \sum_{j=1}^m y_j * \omega_{ij} - b_{ij} \quad (3.31)$$

Donde:

i = subíndice para las neuronas de la capa de salida

j = subíndice para las neuronas de la capa oculta

m = número de neuronas en la capa oculta

y_j = salidas de las neuronas de la capa oculta

ω_{ij} = conexiones sinápticas entre las neuronas de la capa de salida y la capa oculta

b_{ij} = bias para las neuronas de la capa de salida

Estrictamente hablando, el aprendizaje de la RNA debe realizarse para minimizar el error total, sin embargo el procedimiento más usado se basa en el *método del gradiente estocástico*, que consiste en una sucesiva minimización de los errores para cada patrón (e_p), en lugar de minimizar el error global (E).

Empleando la regla de la cadena, se tiene que:

$$\frac{\partial e}{\partial \omega_{ij}} = \frac{\partial e}{\partial a_i} * \frac{\partial a_i}{\partial \omega_{ij}} \quad (3.32)$$

De (3.31) se obtiene:

$$\frac{\partial a_i}{\partial \omega_{ij}} = y_j \quad (3.33)$$

Considerando que las salidas de la red o activaciones de las neuronas de la capa de salida son los valores correspondientes a y_i , se emplean nuevamente la regla de la cadena para derivar el error con respecto a estos valores de salida y no a los valores a_i .

$$\frac{\partial e}{\partial a_i} = \frac{\partial e}{\partial y_i} * \frac{\partial y_i}{\partial a_i} \quad (3.34)$$

De (3.28) se obtiene:

$$\frac{\partial e}{\partial y_i} = -(d_i - y_i) \quad (3.35)$$

Y de (3.30)

$$\frac{\partial y_i}{\partial a_i} = f_1'(a_i) \quad (3.36)$$

Del análisis anterior se deduce que el cálculo de los ajustes a los pesos sinápticos para las conexiones de la capa de salida está dado por la expresión (3.37):

$$\Delta \omega_{ij} = \frac{\partial e}{\partial \omega_{ij}} = -(d_i - y_i) * f_1'(a_i) * y_j \quad (3.37)$$

La ecuación anterior posibilita el cálculo de los ajustes para los pesos sinápticos luego de ingresar un patrón de entrenamiento y haberse registrado los errores de la red en cada una de sus neuronas de la *capa de salida* para dicho patrón.

Para establecer la ecuación que permite calcular los ajustes de los pesos en las conexiones de las capas ocultas de la red, el análisis varía, ya que es necesario retropropagar los errores que se obtienen en la capa de salida. Se trata entonces de minimizar la función de error (3.28), en base a los parámetros de la red en sus capas ocultas.

$$\frac{\partial e}{\partial \omega_{jk}} = \frac{\partial e}{\partial a_j} * \frac{\partial a_j}{\partial \omega_{jk}} \quad (3.38)$$

Donde:

ω_{jk} = pesos sinápticos entre las neuronas de la capa de entrada y la capa oculta de la red neuronal.

Y

$$a_j = \sum_{k=1}^n y_k * \omega_{jk} - b_{jk} \quad (3.39)$$

Siendo:

j = subíndice para las neuronas de la capa oculta

k = subíndice para las entradas de la red neuronal

n = número de entradas a la red neuronal

y_k = entradas de la red neuronal

ω_{jk} = conexiones sinápticas entre las neuronas de la capa oculta y la capa de entrada

b_{jk} = bias para las neuronas de la capa oculta

Partiendo de (3.39) se puede calcular el valor para $\frac{\partial a_j}{\partial \omega_{jk}} = y_k$ (3.40)

Haciendo uso nuevamente de la regla de la cadena para el cálculo de $\frac{\partial e}{\partial a_j}$ se deduce que:

$$\frac{\partial e}{\partial a_j} = \frac{\partial e}{\partial y_j} * \frac{\partial y_j}{\partial a_j} \quad (3.41)$$

Sabiendo que:

$$y_j = f_2(a_j) \quad (3.42)$$

Se puede obtener:

$$\frac{\partial y_j}{\partial a_j} = f_2'(a_j) \quad (3.43)$$

Usando la regla de la cadena se puede escribir que:

$$\frac{\partial e}{\partial y_j} = \sum_{i=1}^l \left(\frac{\partial e}{\partial a_i} * \frac{\partial a_i}{\partial y_j} \right) \quad (3.44)$$

Siendo:

l = número de neuronas en la capa de salida

Y partiendo de (3.31) se obtiene:

$$\frac{\partial a_i}{\partial y_j} = \omega_{ij} \quad (3.45)$$

La expresión para el cálculo de $\frac{\partial e}{\partial a_i}$ ya se encontró en (3.34):

Por lo tanto resulta que:

$$\frac{\partial e}{\partial y_j} = \sum_{i=1}^l \left(-(d_i - y_i) * f_1'(a_i) * \omega_{ij} \right) \quad (3.46)$$

Y:

$$\Delta \omega_{jk} = \frac{\partial e}{\partial \omega_{jk}} = \frac{\partial e}{\partial a_j} * \frac{\partial a_j}{\partial \omega_{jk}} = \left[\sum_{i=1}^l \left(-(d_i - y_i) * f_1'(a_i) * \omega_{ij} \right) \right] * f_2'(a_j) * y_k \quad (3.47)$$

Con lo cual queda definido el mecanismo para calcular los ajustes para los pesos de las conexiones sinápticas entre las capas ocultas y la capa de entrada de la red neuronal.

3.5.7.2 Métodos para minimizar funciones de error

Los problemas de mínimos cuadrados tienen como objetivo encontrar el mejor ajuste para un conjunto de datos, de tal modo que la suma de los cuadrados de las distancias tomadas en la vertical entre el modelo (curva ajustada) y cada uno de los puntos dato sea la menor posible (*figura 27*). Las diferencias entre la curva ajustada y cada uno de los datos son denominadas residuos (Madsen, et al, 2004).

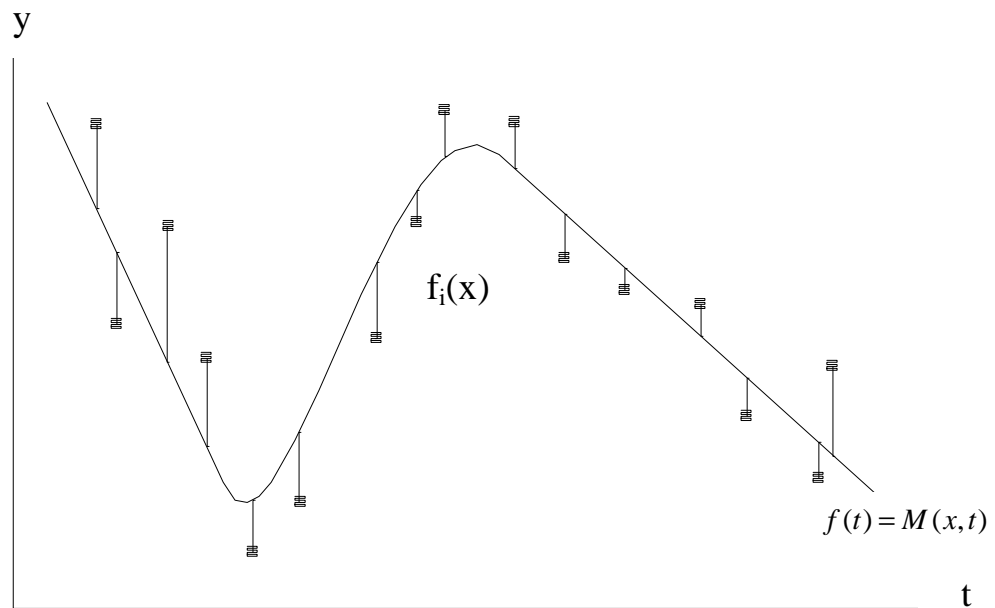


Figura 27: Ajuste de puntos mediante una función "M"

Teniendo m puntos dato de la forma $P(t_i, y_i)$, donde el subíndice "i" indica el número de punto al que hacemos referencia, entonces:

$$f_i(x) = y_i - M(x, t_i) \quad (3.48)$$

Representa la diferencia entre el valor real y el valor estimado por el modelo "M" para la variable "y" en función de la variable "t" y considerando como parámetros del modelo a la variable x (parámetros que definen el modelo).

Ejemplo:

Teniendo un modelo:

$$y = 2a^2 - 5a + 3 \iff t = a$$

$$Y \quad x = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Es decir el vector x vendrían a ser los coeficientes de la ecuación, y por lo tanto el modelo depende de estos parámetros.

Por otro lado el modelo M va a ser ajustado en función de los puntos dato, esto quiere decir que los coeficientes del vector x van a determinar que el modelo se ajuste a los puntos. El objetivo del problema es encontrar el vector x tal que se minimice la suma de los cuadrados de los residuos.

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}$$

Donde n es el número de parámetros que se incluyen dentro del vector x .

Los valores de “ t ” son las abscisas del problema y se corresponden con las ordenadas “ y ”. Los valores calculados de “ y ” se obtienen en base al modelo M que se compone por los coeficientes contenidos en “ x ”.

De esta forma y_i define al valor real de la ordenada para t_i , y M determina el valor calculado para la ordenada por medio del modelo para cada punto. Siendo así, a cada valor de t (valores en el eje de las abscisas) le corresponde un valor de y_i y un valor calculado por el modelo $M(x, t_i)$.

La suma de las diferencias al cuadrado de los residuos (3.49) que se generan entre estos dos valores es la función a ser minimizada ($F(x)$).

$$F(x) = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^U (f_p(x))^2 = \frac{1}{2} \left((f_1(x))^2 + (f_2(x))^2 + (f_3(x))^2 + \dots + (f_U(x))^2 \right) \quad (3.49)$$

Siendo "U" el número de puntos dato y "p" el subíndice de cada punto.

La función $F(x)$ puede ser representada por el módulo al cuadrado del vector $f(x)$, conteniendo este a todas las funciones $f_p(x)$.

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1x \\ f_2x \\ f_3x \\ \cdot \\ \cdot \\ f_Ux \end{bmatrix} \Rightarrow \text{Módulo de } f(x) = \|f(x)\| = \sqrt{(f_1x)^2 + (f_2x)^2 + (f_3x)^2 + \dots + (f_Ux)^2} \quad (3.50)$$

$$\Rightarrow F(x) = \frac{1}{2} \|f(x)\|^2 = \frac{1}{2} \left((f_1x)^2 + (f_2x)^2 + (f_3x)^2 + \dots + (f_Ux)^2 \right) \quad (3.51)$$

Finalmente la función $F(x)$ también puede ser expresada de la siguiente forma:

$$F(x) = \frac{1}{2} f(x)^T * f(x) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} f_1x \\ f_2x \\ f_3x \\ \cdot \\ \cdot \\ f_Ux \end{bmatrix}^T * \begin{bmatrix} f_1x \\ f_2x \\ f_3x \\ \cdot \\ \cdot \\ f_Ux \end{bmatrix} = \frac{1}{2} (f_1x * f_1x + f_2x * f_2x + f_3x * f_3x + \dots + f_Ux * f_Ux) \quad (3.52)$$

La **figura 28** muestra cómo la función $F(x)$ tiende a decrecer mientras se modifica al vector de parámetros x .

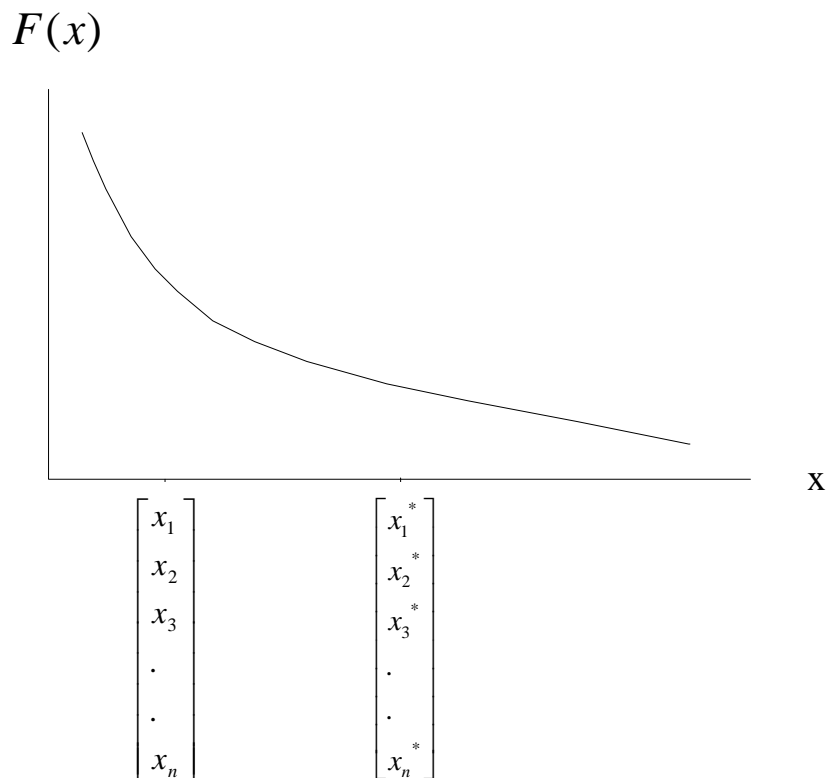


Figura 28: Minimización de una función de error

Existen diversas maneras de resolver problemas de mínimos cuadrados no lineales, el método de Levenberg – Marquardt consiste en un perfeccionamiento del método de Gauss – Newton que a su vez es una variante del método de Newton (*figura 29*).



Figura 29: Métodos para resolver problemas de mínimos cuadrados no lineales

Estos métodos son iterativos, dado un valor inicial x_0 para “x”, el método produce una serie de vectores: x_1, x_2 , etc., que se espera converjan para x^* , que es el vector de parámetros “x” que minimiza la suma de los cuadrados de los residuos en el problema de mínimos cuadrados.

3.5.7.2.1 MÉTODO DE NEWTON

El método de Newton se basa en el hecho de que se x^* es un punto crítico de la función F , entonces $F'(x^*) = 0$ (*figura 30*) (Díaz, 1998).

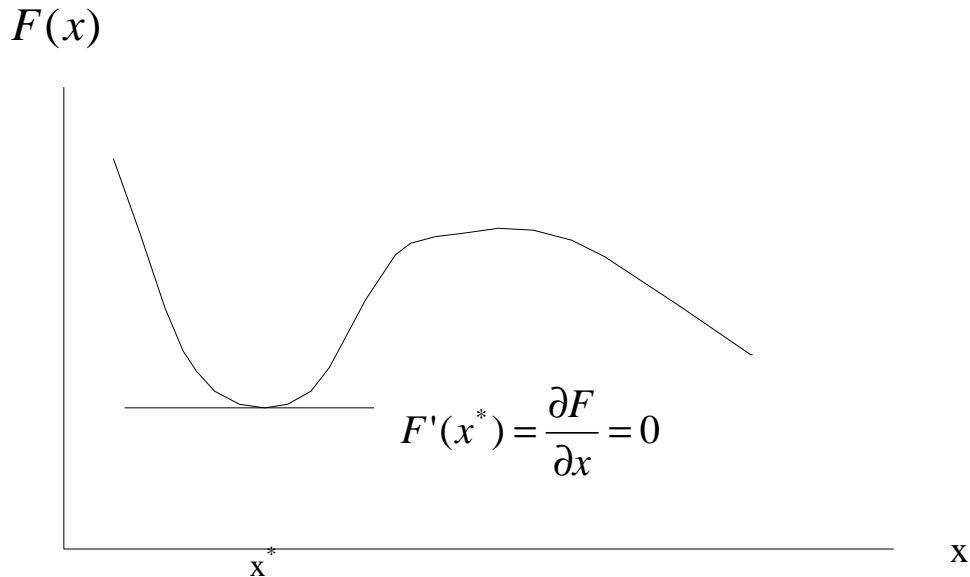


Figura 30: Minimización de una función de error por el Método de Newton

$F'(x) = 0 \implies$ nos situamos en un punto crítico de la función porque la pendiente de la misma es nula.

Expandiendo F en una serie de Taylor hasta el segundo término se tiene:

$$F(x + h) = F(x) + F'(x)(x + h - x) = F(x) + F'(x)h \quad (3.53)$$

Haciéndose posible con este desarrollo incluir dentro del análisis el factor "h" que representa las variaciones realizadas a los parámetros del modelo ("x") para buscar los mínimos de la función de error "E" (*figura 31*).

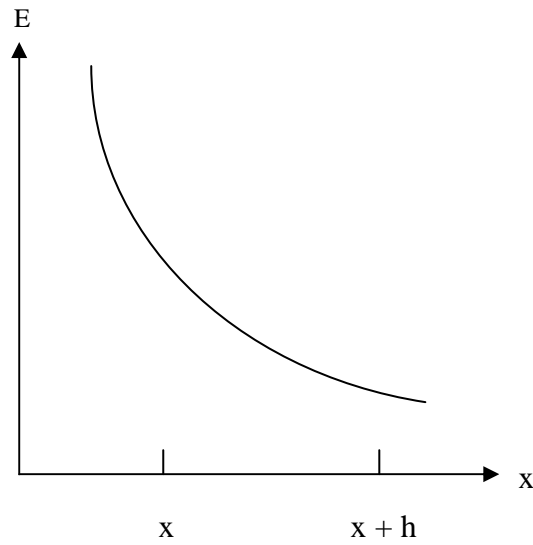


Figura 31: Minimización de la función de error "E"

En la *ecuación 3.53*:

$$F(x) = \frac{1}{2} f(x)^T * f(x) \tag{3.54}$$

$$F'(x) = \left[\frac{\partial F}{\partial x_1} \quad \frac{\partial F}{\partial x_2} \quad \frac{\partial F}{\partial x_3} \dots \dots \quad \frac{\partial F}{\partial x_n} \right] \tag{3.55}$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \quad h = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ h_n \end{bmatrix}$$

$$F(x+h) = F(x) + \frac{\partial F}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial F}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial F}{\partial x_3} \Delta x_3 \dots \dots + \frac{\partial F}{\partial x_n} \Delta x_n \tag{3.56}$$

$$F(x+h) = F(x) + \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x_1} & \frac{\partial F}{\partial x_2} & \frac{\partial F}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial F}{\partial x_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

Partiendo de la ecuación del desarrollo en serie de Taylor (3.53), se deduce que:

$$F'(x+h) = F'(x) + F''(x)h \quad (3.58)$$

Conociendo que x^* es el punto crítico en donde la pendiente de la función $F(x)$ se hace nula

$F'(x^*) = \frac{\partial F}{\partial x} = 0$, entonces si consideramos que h es el valor que se debe añadir a x para que sea x^* , hay que cumplir con la siguiente condición:

$$F'(x+h) = 0; \quad x+h = x^*$$

Que al reemplazarlo en (3.58) se obtiene:

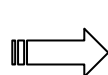
$$F'(x) + F''(x)h = 0 \quad (3.59)$$

En donde:

$$F'(x) = \text{matriz jacobiana} = J$$

$$F''(x) = \text{matriz hessiana} = H$$

Y partiendo de (3.59):



$$F''(x)h = -F'(x)$$

$$\mathbf{Y:} \quad h_n = -\frac{F'(x)}{F''(x)} = -\frac{J}{H} = \text{paso para el método de Newton} \quad (3.60)$$

De (3.57), y considerando (3.58):

Se obtiene:

$$F'(x+h) = F'(x) + \left[\frac{\partial F}{\partial x_1} \quad \frac{\partial F}{\partial x_2} \quad \frac{\partial F}{\partial x_3} \quad \dots \quad \frac{\partial F}{\partial x_n} \right] * \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta x_n \end{bmatrix}$$



$$F'(x+h) = \left[\frac{\partial F}{\partial x_1} \quad \frac{\partial F}{\partial x_2} \quad \frac{\partial F}{\partial x_3} \quad \dots \quad \frac{\partial F}{\partial x_n} \right] + H * \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta x_n \end{bmatrix}$$

$$F'(x+h) = \left[\frac{\partial F}{\partial x_1} \quad \frac{\partial F}{\partial x_2} \quad \frac{\partial F}{\partial x_3} \quad \dots \quad \frac{\partial F}{\partial x_n} \right] + \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_3} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_3} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_3} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_n} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta x_n \end{bmatrix}$$

(3.61)

Haciendo $F'(x^*) = F'(x+h) = 0$

Tenemos que:

$$h_n = -\frac{F'(x)}{F''(x)} = -\frac{\begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x_1} & \frac{\partial F}{\partial x_2} & \frac{\partial F}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial F}{\partial x_n} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_3} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_3} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_3} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_n} \end{bmatrix}}$$
(3.62)

Entonces el nuevo "x" calculado por el método de Newton será encontrado con la **ecuación 3.63**:

$$x_2 = x_1 + hn \tag{3.63}$$

La evaluación de la matriz hessiana puede ser extremadamente compleja. Para resolver ese problema se han propuesto métodos que usan aproximaciones para esa matriz, a esos métodos se los conoce como Quasi – Newton, entre ellos se encuentran el método de Gauss – Newton y **Levenberg – Marquardt** (Madsen, Nielsen, y Tingleff, 2004).

3.5.7.2.2 MÉTODO DE GAUSS – NEWTON

Recordando (3.48): $f_i(x) = y_i - M(x, t_i)$

$$f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \\ \cdot \\ \cdot \\ f_m(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 - M(x, t_1) \\ y_2 - M(x, t_2) \\ y_3 - M(x, t_3) \\ \cdot \\ \cdot \\ y_m - M(x, t_m) \end{bmatrix}$$
(3.64)

Expandiendo la función f en una serie de Taylor hasta el segundo término:

$$f(x+h) \approx l(h) \equiv f(x) + f'(x) * (x+h-x) = f(x) + f'(x)h \tag{3.65}$$

La función f o función de error Vs. los parámetros del modelo M se representan en la *figura 32*.

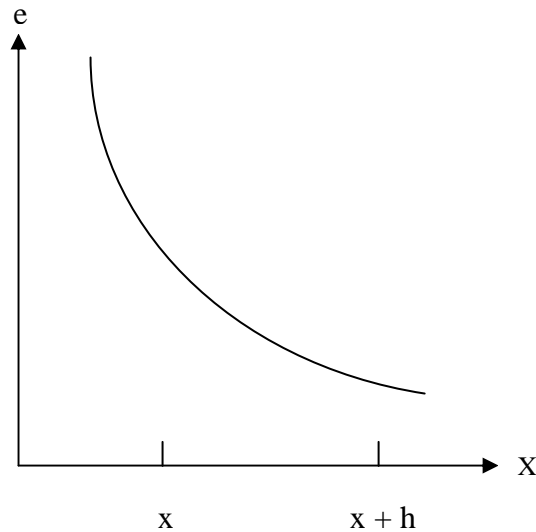


Figura 32: Minimización de la función de error "e"

Se tiene entonces para cada una de las funciones f el siguiente desarrollo:

$$\begin{aligned}
 f_1(x+h) &= f_1(x) + \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \Delta x_3 + \dots + \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \Delta x_n \\
 f_2(x+h) &= f_2(x) + \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \Delta x_3 + \dots + \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \Delta x_n \\
 f_3(x+h) &= f_3(x) + \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \Delta x_3 + \dots + \frac{\partial f_3}{\partial x_n} \Delta x_n \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 f_m(x+h) &= f_m(x) + \frac{\partial f_m}{\partial x_1} \Delta x_1 + \frac{\partial f_m}{\partial x_2} \Delta x_2 + \frac{\partial f_m}{\partial x_3} \Delta x_3 + \dots + \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \Delta x_n
 \end{aligned}
 \tag{3.66}$$

Donde:

$$f'(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} & \frac{\partial f_m}{\partial x_3} & \dots & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} = J(x) = \text{Jacobiano} \quad (3.67)$$

$$h = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \\ \dots \\ \Delta x_n \end{bmatrix}$$

(3.68)

Contando así con una forma de encontrar h, para que se cumplan aproximadamente todos los $f(x)$, pero lo que en realidad se quiere encontrar es el h para que se cumpla $F'(x^*) = 0$.

(Díaz, J. 1998)

Para esto recordamos que: $F(x) = \frac{1}{2} [f(x)]^T * f(x)$

Y teniendo que: $f(x+h) \approx l(h) \equiv f(x) + J(x)h$

$$\Rightarrow F(x+h) \approx L(h) \equiv \frac{1}{2} [f(x+h)]^T * f(x+h)$$

$$= \frac{1}{2} [l(h)]^T * l(h) \quad (3.69)$$

Para simplificar las operaciones hacemos que:

$$f(x) = f$$

$$J(x) = J$$

Teniendo que:

$$l(h) = f + Jh$$

Y:

$$L(h) = \frac{1}{2} * (f + Jh)^T * (f + Jh)$$

$$L(h) = \frac{1}{2} f^T f + \frac{1}{2} f^T Jh + \frac{1}{2} h^T J^T f + \frac{1}{2} h^T J^T Jh$$

$$\Rightarrow L(h) = F(x) + h^T J^T f + \frac{1}{2} h^T J^T Jh \quad (3.70)$$

Para encontrar un punto crítico de L(h), se debe igualar su primera derivada a cero:

$$L'(h) = 0 \quad (3.71)$$

La derivación se la hace con respecto a h:

$$L'(h) = \frac{\partial F(x)}{\partial h} + \frac{\partial(h^T J^T f)}{\partial h} + \frac{1}{2} * \frac{\partial(h^T J^T Jh)}{\partial h}$$

$$\frac{\partial F(x)}{\partial h} = 0 \quad (3.72)$$

F no tiene términos en h, por lo tanto su derivación resulta en cero.

Entonces:

$$L'(h) = J^T f + J^T Jh \quad (3.73)$$

Y

$$L'' = (J^T f)' + (J^T Jh) \quad (3.74)$$

Haciendo L'(h)=0

Se tiene que:

$$\begin{aligned}
J^T f + J^T J h &= 0 \\
J^T J h_{gn} &= -J^T f \\
h_{gn} &= -\frac{J^T f}{J^T J}
\end{aligned}
\tag{3.75}$$

Donde:

h_{gn} = dirección de paso calculada por el método de Gauss – Newton

Una vez encontrado el valor de h_{gn} se tiene que la próxima iteración por el método de Gauss – Newton es dada según la **ecuación 3.76**.

$$x_2 = x_1 + h_{gn} \tag{3.76}$$

A pesar de que el método de Gauss – Newton resuelve de manera más fácil la matriz Hessiana, se puede percibir que de la misma manera que acontecía en el método de Newton, no está garantizado que exista la inversa de esa matriz, necesaria para el cálculo de h_{gn} .

3.5.7.2.3 MÉTODO DE LEVENBERG –MARQUARDT

El método de Levenberg – Marquardt propone sumar un término μI a la matriz Hessiana, aproximada por el método de Gauss – Newton, donde μ es un escalar denominado parámetro de damping e I es la matriz identidad (Madsen, Nielsen y Tingleff, 2004).

Con esa modificación, la dirección del paso del método de Levenberg – Marquardt puede ser calculada de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
(J^T J + \mu I) h_{lm} &= -g \\
\text{Donde} \\
g &= J^T f \\
Y \\
\mu &\geq 0
\end{aligned}
\tag{3.77}$$

El valor de μ puede ser modificado durante las iteraciones en función de otro parámetro ρ , denominado de gain ratio (3.78):

$$\rho = \frac{F(x) - F(x + h_{lm})}{L(0) - L(h_{lm})} \quad (3.78)$$

Donde $L(0) - L(h_{lm})$ es la mejora obtenida a través del modelo lineal.

Se puede probar que $L(0) - L(h_{lm})$ es siempre positivo, del tal forma que:

$$\text{Si } \begin{cases} F(x) - F(x + h_{lm}) > 0 & \implies \rho > 0 \\ F(x) - F(x + h_{lm}) < 0 & \implies \rho < 0 \end{cases}$$

El valor de μ se modifica de la siguiente forma:

$$\text{Si } \rho < 0 \implies F(x) < F(x + h_{lm})$$

Entonces: $v = 2v$

$$u = uv \quad (3.79)$$

v es inicializado en 2.

$$\text{Si } \rho > 0 \implies F(x) > F(x + h_{lm})$$

$$\mu = \mu * \max\left(\frac{1}{3}; 1 - (2\rho - 1)^3\right) \quad (3.80)$$

De la expresión anterior se deduce que mientras mayor sea el valor de ρ , entonces se reducirá más el valor de μ y con esto se conseguirá que el paso del método aumente.

Si el valor de ρ es grande, eso indica que $L(h_{lm})$ es una buena aproximación para $F(x + h_{lm})$ y se puede disminuir el valor de μ de tal forma que el próximo paso del método de Levenberg – Marquardt esté próximo al método de Gauss – Newton. Si ρ fuese pequeño, eso significa que $L(h_{lm})$ es una mala aproximación y es necesario aumentar μ y reducir el tamaño del paso para buscar la dirección máxima de descenso del gradiente (Madsen, Nielsen y Tingleff, 2004).

Para el caso de $\mu = 0$ nos encontramos en el método de Gauss – Newton

Entonces:

$$L(0) - L(h) = \frac{1}{2} h^T (-g) = \frac{1}{2} h^T (-J^T f) \quad (3.81)$$

Regresando a Levenberg – Marquardt:

$$L(0) - L(h) = \frac{1}{2} h_{lm}^T (\mu h_{lm} - g)$$

Se puede comprobar que $L(0)-L(h)$ es positivo, ya que:

$$h_{lm}^T h_{lm} \\ Y \\ - h_{lm}^T g \quad \text{Tambi3n son positivos.}$$

Partiendo de la f3rmula encontrada para calcular el paso por el m3todo de Levenberg – Marquardt (3.77):

$$(J^T J + \mu I) h_{lm} = -g$$

Siendo $g = J^T f$

$$(J^T J + \mu I) h_{lm} = -J^T f$$

$$h_{lm} = -\frac{J^T f}{J^T J + \mu I} \tag{3.82}$$

Recordando que $\mu \geq 0$, se puede analizar la expresi3n anterior para todas las posibilidades:

Caso I:

$J + \implies$ Funci3n de error creciente (pendiente positiva)

$f + \implies$ Error mayor a cero

El signo de h se deduce a partir de la f3rmula:

$$h_{lm} = -\frac{J^T f}{J^T J + \mu I}$$

$$h_{lm} = -\frac{(+)(+)}{(+)(+) + (+)} = (-)$$

$\implies h -$

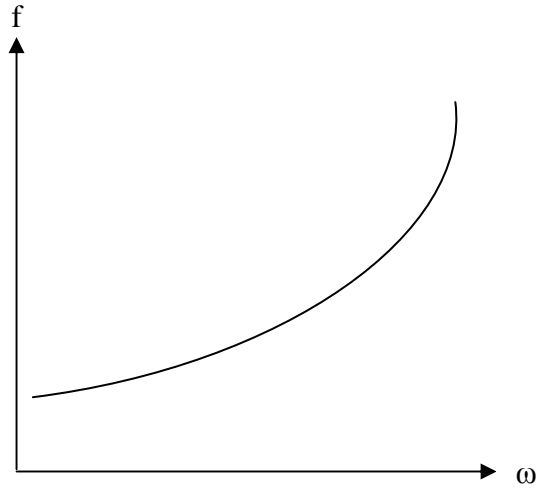


Figura 33: Caso I: función de error creciente - error positivo

El signo resultante de la expresión $-h_{lm}^T J^T f$ será el siguiente:

$$-(-)(+)(+) = +$$

Caso II:

J - \Rightarrow Función de error decreciente (pendiente negativa)

f - \Rightarrow Error menor a cero

El signo de h se deduce a partir de la fórmula:

$$h_{lm} = -\frac{J^T f}{J^T J + \mu I}$$

$$h_{lm} = -\frac{(-)(-)}{(-)(-) + (+)} = (-)$$

\Rightarrow h -

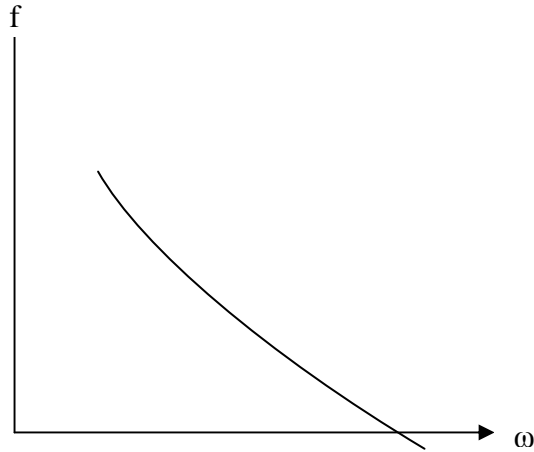


Figura 34: Caso II: función de error decreciente - error negativo

El signo resultante de la expresión $-h_{lm}^T J^T f$ será el siguiente:

$$-(-)(-)(-) = +$$

Caso III:

J + \Rightarrow Función de error creciente (pendiente positiva)

f - \Rightarrow Error menor a cero

El signo de h se deduce a partir de la fórmula:

$$h_{lm} = -\frac{J^T f}{J^T J + \mu I}$$

$$h_{lm} = -\frac{(+)(-)}{(+)(+) + (+)} = (+)$$

$$\Rightarrow h +$$

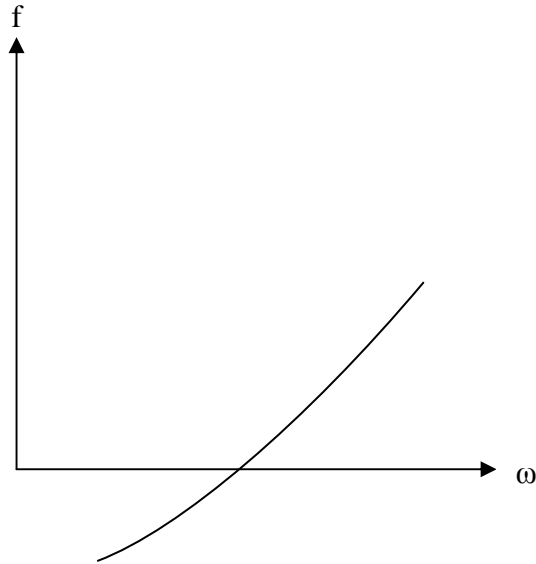


Figura 35: Caso III: función de error creciente - error negativo

El signo resultante de la expresión $-h_{lm}^T J^T f$ será el siguiente:

$$-(+)(+)(-) = +$$

Caso IV:

J - \implies Función de error decreciente (pendiente negativa)

f + \implies Error mayor a cero

El signo de h se deduce a partir de la fórmula:

$$h_{lm} = -\frac{J^T f}{J^T J + \mu I}$$

$$h_{lm} = -\frac{(-)(+)}{(-)(-) + (+)} = (+)$$

$$\implies h +$$

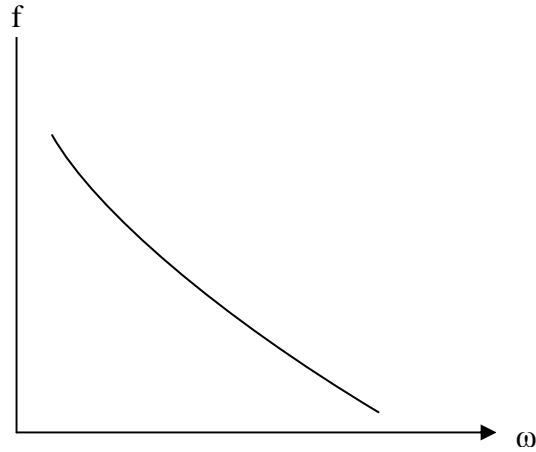


Figura 36: Caso IV: función de error decreciente - error positivo

El signo resultante de la expresión $-h_m^T J^T f$ será el siguiente:

$$-(+)(-)(+) = +$$

Con lo cual se concluye que $-h_m^T J^T f$ toma siempre valores positivos.

Se puede garantizar entonces que como $h_m^T h_m$ y $-h_m^T J^T f$ son positivos, también será positivo $L(0) - L(h_m)$.

CAPÍTULO IV

4. DESARROLLO METODOLÓGICO

4.1 Descripción del área de estudio

El área en la cual se desarrolla el trabajo, corresponde a una región delimitada en función de la distribución espacial de los datos, la misma incluye provincias de la región Sierra y Costa del Ecuador Continental, las cuales se encuentra distribuidas de acuerdo a las siguientes proporciones (*tabla 5* y *tabla 6*):

Provincias de la Región Costa:

Provincia	Área en la zona de trabajo (km ²)	Porcentaje de la zona de trabajo
Esmeraldas	523.61	2.15
Guayas	550.55	2.26
Los Ríos	1659.43	6.82
Manabí	11538.71	47.40
Zona no delimitada	488.04	2.00
TOTAL	14760.34	60.63

Tabla 5: Porcentaje y área en la zona de estudio por provincias de la región costa

Provincias de la Región Sierra:

Provincia	Área en la zona de trabajo (km ²)	Porcentaje de la zona de trabajo
Cotopaxi	2881.92	11.84
Pichincha	3255.57	13.37

Santo Domingo de Los Tsáchilas	3446.65	14.16
TOTAL	9584.14	39.37

Tabla 6: Porcentaje y área en la zona de estudio por provincias de la región sierra

El área total aproximada abarca 24344.48 Km² (*figura 37*), correspondiendo un 60.63 % de la misma a la región costa, en donde se registran las menores altitudes y un 39.37% a la región Sierra, que posee los valores de altitud más altos y un relieve marcadamente irregular. Entre estas dos regiones geográficas, a manera de límite natural, se encuentra atravesando de norte a sur la cordillera de los Andes.

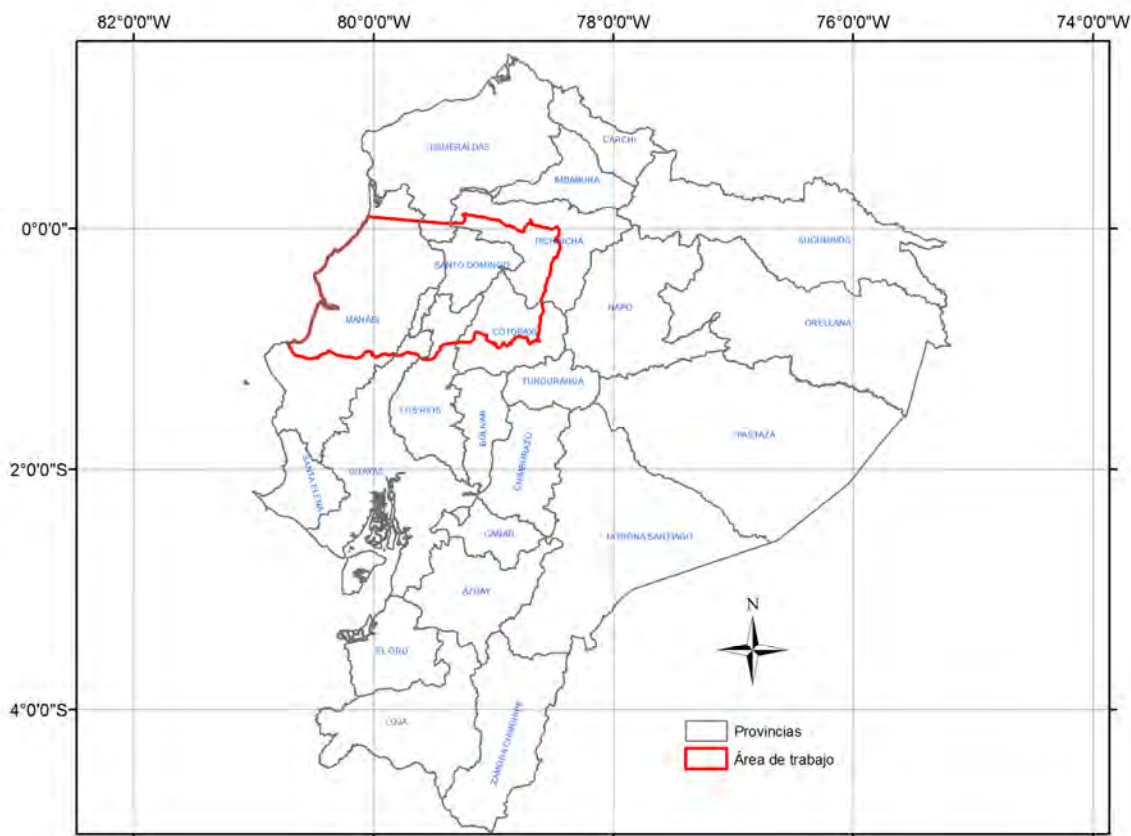


Figura 37: Ubicación del área de estudio

El rango de altitudes en el área de trabajo va aproximadamente desde los 3 hasta los 5245 metros sobre el nivel medio del mar. El modelo digital de elevaciones del área de estudio puede observarse en SRTM (Shuttle Radar Topography Mission; USGS, 2004) con una resolución espacial de 90 m. (*figura 38*).

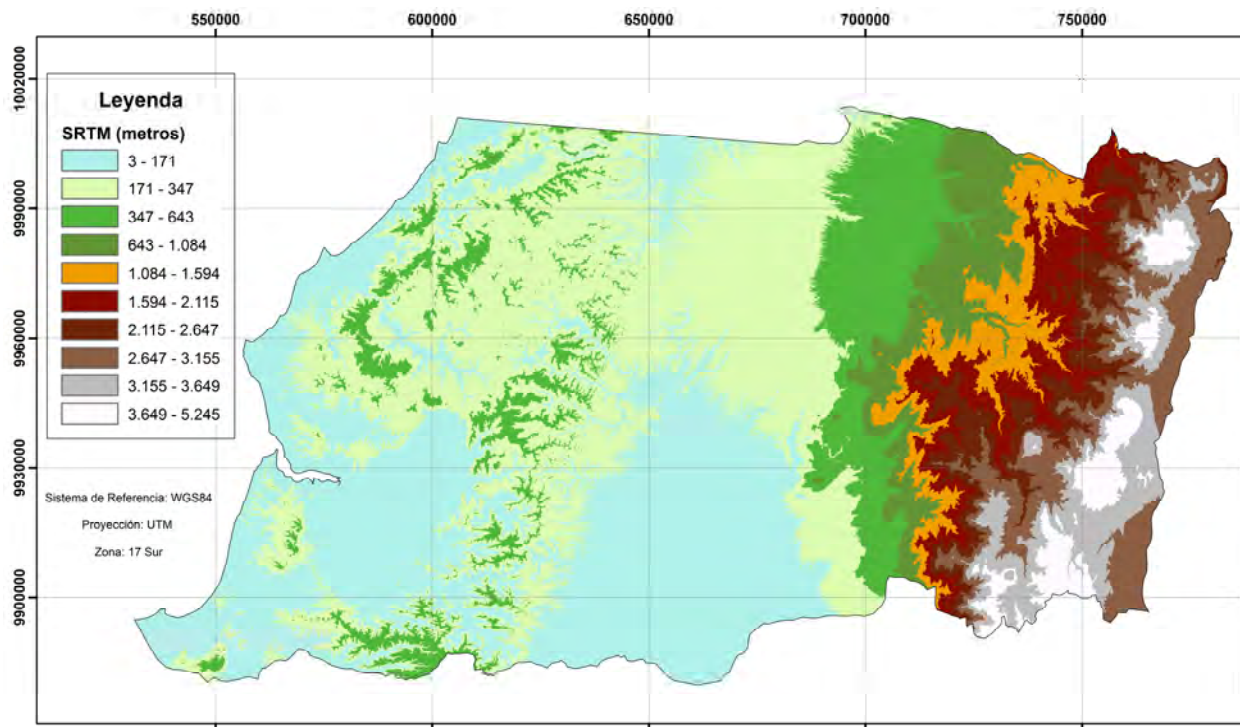


Figura 38: Modelo digital de elevaciones (SRTM)

4.2 Datos necesarios

La información que se requiere para el entrenamiento de la red neuronal consiste en un conjunto de datos puntuales distribuidos regularmente dentro del área de estudio que representan puntos de la red de nivelación nacional en los cuales se ha realizado posicionamiento satelital de precisión, es por lo tanto posible calcular en estos sitios la diferencia existente entre las alturas niveladas y las alturas elipsoidales correspondientes, siendo esta la variable que la red deberá aprender a generalizar.

Dentro del área de estudio se han realizado campañas de nivelación geométrica y trigonométrica por parte del Instituto Geográfico Militar; en el presente estudio (el detalle de las mismas se muestra en **4.3**), con el objetivo de optimizar la calidad en los resultados se usará únicamente aquellos puntos que dispongan de alturas con nivelación geométrica, prescindiendo de aquellos que han sido nivelados por el método trigonométrico ya que este tipo de nivelación no garantiza un nivel de precisión apropiado para el presente trabajo.

Los valores calculados como resultado de la diferencia que se registra entre alturas niveladas y alturas elipsoidales no son “ondulaciones geoidales” propiamente dichas, ya que no se usa para su obtención datos correspondientes a alturas ortométricas, sino valores de alturas niveladas; sin embargo para este trabajo se empleará esta denominación con la finalidad de identificar a la variable que se va a representar mediante el entrenamiento de la red neuronal.

4.3 Datos existentes y nuevas mediciones

Los datos de puntos GPS/nivelación que se han empleado se originan de trabajos de campo previos realizados por el Instituto Geográfico Militar (IGM) y de dos campañas GNSS ejecutadas con motivo de la ejecución de este proyecto. Los nuevos puntos obtenidos sirven para cubrir zonas dentro del área de estudio en las cuales los datos son escasos y fueron tomados en sitios estratégicos sobre puntos de las líneas de nivelación disponibles en el área de trabajo.

Del total de registros GNSS tomados en campo, se consideraron como válidos un total de 15 (**figura 39**), habiéndose aceptado como válidos únicamente aquellos que no sobrepasan los 10 centímetros tanto en precisión horizontal como en precisión vertical. Los puntos fueron obtenidos mediante un posicionamiento estático durante períodos de 150 minutos y empleando un equipo de doble frecuencia relacionado a una estación permanente.

La selección de las placas o hitos de nivelación en donde se realizó el posicionamiento de precisión de los nuevos puntos, estuvo condicionada por la ubicación de las líneas de nivelación y existió el inconveniente adicional de que algunos de los puntos se encuentran destruidos, o su ubicación no permite contar con las condiciones necesarias para que el posicionamiento se pueda realizar con una cobertura de satélites apropiada (cercanía a construcciones, principalmente).

Se empleó un equipo Trimble 5800, tomando como referencia una estación de monitoreo continuo y rastreado con intervalos de 15 segundos por dos horas y media en cada punto. Para realizar el procesamiento se utilizaron efemérides precisas, empleando la doble frecuencia, se

consideraron los modelos de antenas propios del equipo Trimble y se aplicó un ángulo de máscara de 10 grados. Los cálculos fueron realizados en el software comercial “Trimble Business Center (TBC)”

Para realizar el postproceso de los registros tomados en campo, se empleó como base la estación de monitoreo continuo “RIOP”, que forma parte de la red SIRGAS-CON, la misma que se encuentra ubicada en la ciudad de Riobamba a una distancia promedio de los puntos relevados de 170 Km., encontrándose el punto más lejano de la base (C-P-43) a una distancia de aproximadamente 236 Km. Los resultados obtenidos luego del procesamiento de los datos se muestran en la *tabla 7*:

Denominación	Estación base	Latitud (°)	Longitud (°)	h (m)	Precisión horizontal(m)	Precisión vertical(m)	RMS
Q-C-I-66	RIOP	N0°06'02.05414"	O79°06'37.33562"	525.40	0.017	0.052	0.021
VII-L2-23A	RIOP	N0°01'22.26463"	O79°24'05.75561"	231.52	0.022	0.095	0.048
C-P-8	RIOP	S0°10'19.06158"	O79°32'59.82497"	223.61	0.014	0.056	0.019
C-P-24	RIOP	S0°04'58.81027"	O79°43'55.11571"	362.11	0.017	0.060	0.024
C-P-43	RIOP	N0°02'09.92369"	O79°57'02.29782"	277.12	0.023	0.086	0.035
MQ-26-A-J	RIOP	S1°04'12.85066"	O80°29'03.84470"	60.41	0.017	0.051	0.014
VII-L1-7	RIOP	S0°14'40.55202"	O79°15'16.77646"	451.67	0.021	0.080	0.057
VII-L1-59	RIOP	S0°20'35.72554"	O79°47'00.13529"	151.48	0.015	0.047	0.016
II-L6-22	RIOP	S1°02'41.03517"	O79°52'45.29302"	105.74	0.019	0.094	0.023
IX-L4-112	RIOP	S0°56'31.76799"	O79°16'13.90813"	178.70	0.012	0.049	0.020
MOJON TURUPATA	RIOP	S0°57'03.07292"	O78°52'02.68076"	3743.76	0.013	0.046	0.014
MQ-102-AJ	RIOP	S1°01'47.47381"	O79°42'34.79093"	64.69	0.015	0.056	0.017
VIII-E-12 ^a	RIOP	S0°24'17.96341"	O79°33'37.09519"	209.50	0.012	0.039	0.024
VIII-E-34	RIOP	S0°40'16.55122"	O79°36'35.98375"	145.44	0.015	0.052	0.028
VIII-L3-6 ^a	RIOP	S1°05'02.08293"	O79°32'11.13529"	85.48	0.015	0.057	0.024

Tabla 7: Coordenadas y precisiones para los puntos relevados para complementar la información existente

Los puntos se distribuyen en el área de estudio de acuerdo como se muestra en la *figura 39*.

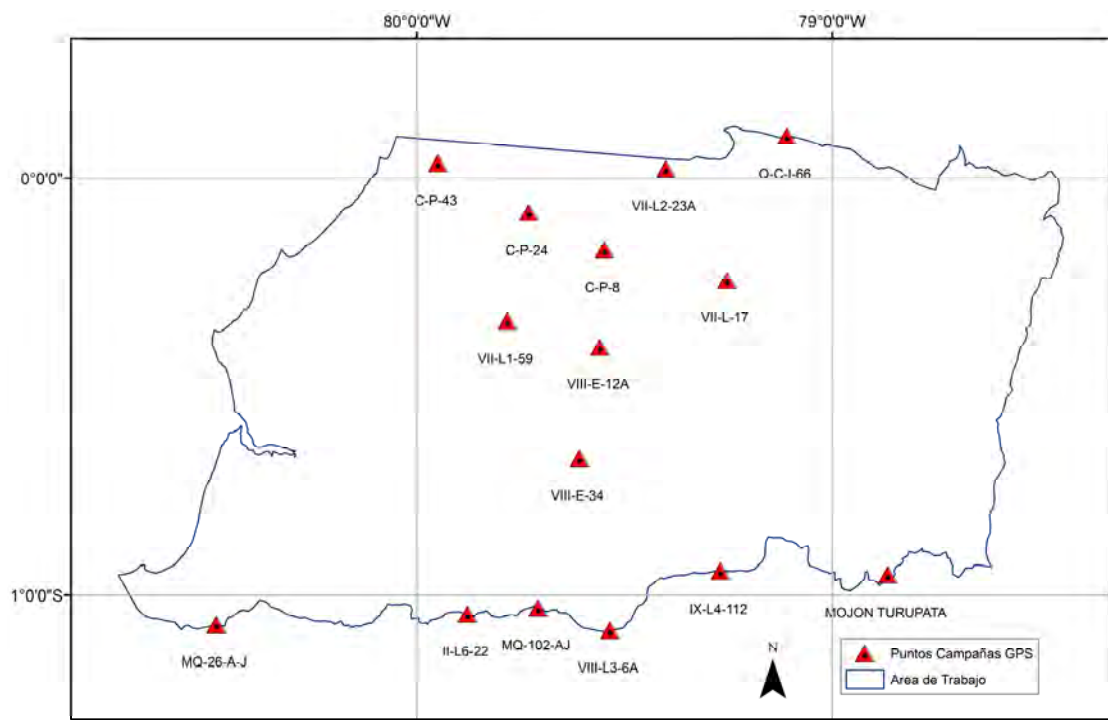


Figura 39: Puntos relevados para complementar la información existente en el área de estudio

Como ya se indicó, estos datos fueron usados como complemento de los que ya había recopilado el IGM en campañas anteriores, los cuales se detallan en la *tabla 8*.

Denominación	Latitud	Longitud	h
MINAYA	S0°57'47.40916"	O80°16'43.53870"	566.98
PE 30365-X	S0°55'53.37854"	O78°37'18.24100"	2789.19
LATACUNGA	S0°48'50.21730"	O78°37'35.38772"	2941.24
PE 10390-X	S0°33'45.24671"	O80°25'59.45120"	16.44
PE 6868-Y	S0°25'30.46678"	O78°47'24.50728"	1548.95
TP-02	S0°21'44.23439"	O78°55'04.18789"	1332.60
COREA	S0°19'40.23138"	O78°31'26.69570"	3156.02
SANDIA TORRE	S0°19'37.45099"	O79°41'46.61855"	369.99
PE 27866-Y	S0°05'45.52069"	O78°31'42.80095"	3148.20
PE 6191-X	S0°03'43.91276"	O78°46'03.85784"	1301.75
PV-2	N0°01'42.82172"	O78°54'02.80325"	1076.21
PE 30437-Y	S0°21'29.46985"	O78°34'13.87261"	3224.90
GPS MACHACHI	S0°30'17.45708"	O78°34'02.53747"	2945.75
PE 6918-Y	S0°26'45.07807"	O78°39'31.55256"	2851.31
PE 31550-X	N0°00'02.24784"	O78°39'54.91404"	1746.68
PUNTO 37	S0°49'15.93160"	O80°12'51.28315"	29.57
PUNTO 82	S0°41'54.02706"	O80°04'38.63190"	31.60
PUNTO 32	S0°46'21.05987"	O80°07'26.93683"	44.60
HI-4	S0°53'15.78811"	O80°04'34.33069"	86.06
PUNTO 95	S0°43'53.48845"	O80°14'34.74247"	26.76
CRUZ LOMA NONO	S0°02'28.88365"	O78°35'37.23115"	3178.47
PE 9897-Y	S0°38'23.70667"	O80°16'53.79085"	25.90
PE 6939-X	S0°33'08.04809'	O78°47'08.26778"	2409.20
PE 6353-X	S0°12'36.15304"	O78°33'11.91701"	3406.11

J-E-L-30	N0°03'51.50524"	O80°03'11.94451"	31.25
M-M-B-65	S1°00'30.30372"	O80°41'12.91358"	116.08
M-M-B-99	S0°45'45.33059"	O80°30'36.17978"	16.46
SV-J-13	S0°25'08.15174"	O80°26'58.62469"	36.33
SV-J-27	S0°15'02.42798"	O80°17'09.65807"	45.80
POZA HONDA	S0°39'08.43649"	O79°19'20.19716"	675.28
OLIMPO	S0°42'40.23007"	O80°07'42.41273"	166.07
CHIHUILPE	S0°17'44.79000"	O79°05'13.04041"	1193.17
SANTA LUCIA	S0°13'29.60674"	O79°05'13.67617"	980.17
M_M_B_76_1	S0°59'11.81159"	O80°34'16.96231"	85.71
MANTA	S0°56'11.74909"	O80°40'16.16887"	35.69
M_M_B_79	S0°55'50.25000"	O80°31'19.86071"	53.90
M_M_B_85	S0°55'04.03745"	O80°26'33.59314"	32.75
PUNTO_13	S0°52'58.74335"	O80°09'19.74488"	64.31
M_M_B_106	S0°44'54.04355"	O80°25'35.59238"	156.69
XXVIII_L2_10	S0°42'18.24714"	O80°18'37.82905"	28.78
B_SV_J_6	S0°40'14.78737"	O80°23'14.69396"	194.40
SA_SV_11A	S0°38'08.10449"	O80°19'48.39143"	34.04
MIRD	S0°34'57.89327"	O79°09'50.31598"	514.94
SV_J_17	S0°22'22.37542"	O80°23'31.07692"	88.91
LOS_COLORADOS	S0°14'59.54312"	O79°12'13.36565"	523.56
J_E_L_12	S0°06'01.68325"	O80°11'36.54802"	566.98
PUNTO 63	S0°48'07.79249"	O80°10'23.05009"	2789.19
TP-01	S0°22'25.75574"	O78°55'21.26759"	2941.24
HOSPITAL DEL SUR	S0°14'40.07227"	O78°32'27.52480"	16.44
PE 6180-X	S0°03'54.30406"	O78°46'53.89032"	1548.95
GPS BASE - 2	S0°40'19.71804"	O79°28'13.31335"	1332.60
J-E-L-10	S0°07'05.30890"	O80°12'36.60257"	3156.02
PE_10255_X	S0°30'51.02557"	O80°26'33.57150"	369.99
PE 30252-Y	S0°52'43.72151"	O78°38'36.42122"	3148.21
PE 7145-X	N0°01'23.21580"	O78°53'52.43100"	1301.75
GPS BASE - 1	S0°41'35.43665"	O79°25'08.82808"	1076.21
M_M_B_76_4	S0°57'49.11134"	O80°32'34.73520"	3224.90

Tabla 8: Coordenadas y precisiones para los puntos preexistentes en el área de estudio

La distribución de los puntos registrados en campañas del IGM se puede observar en la *figura 40*.

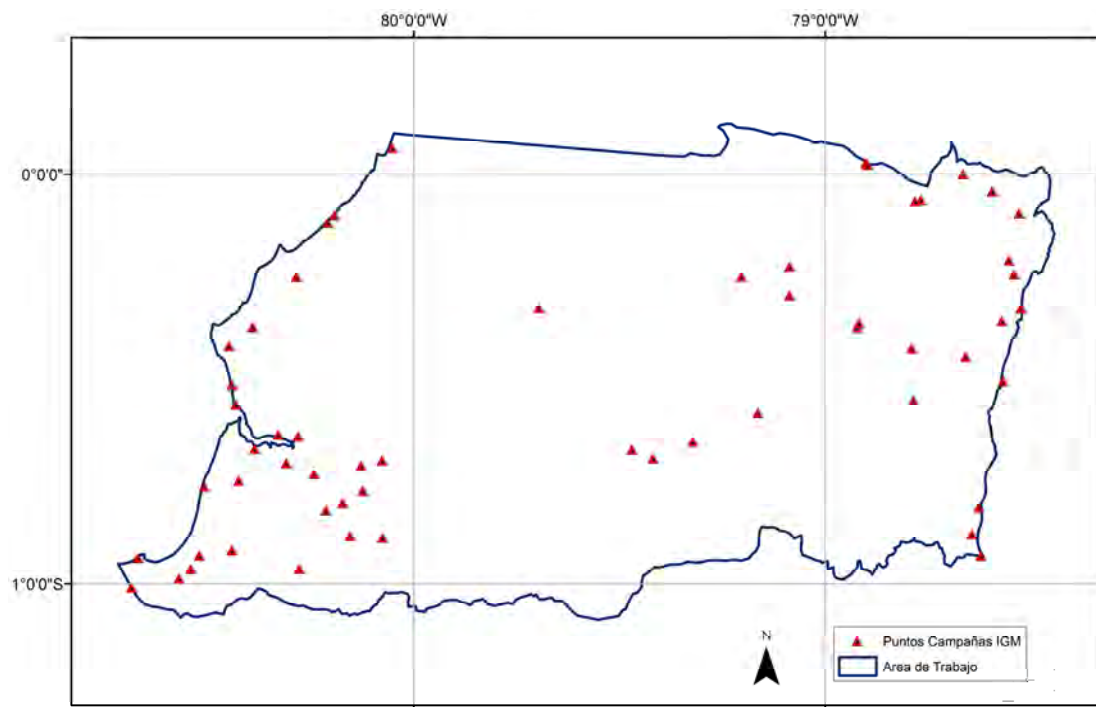


Figura 40: Puntos preexistentes en el área de estudio

La totalidad de puntos GPS/Nivelación que se usó para realizar el entrenamiento de la red neuronal artificial se observa en la *figura 41*.

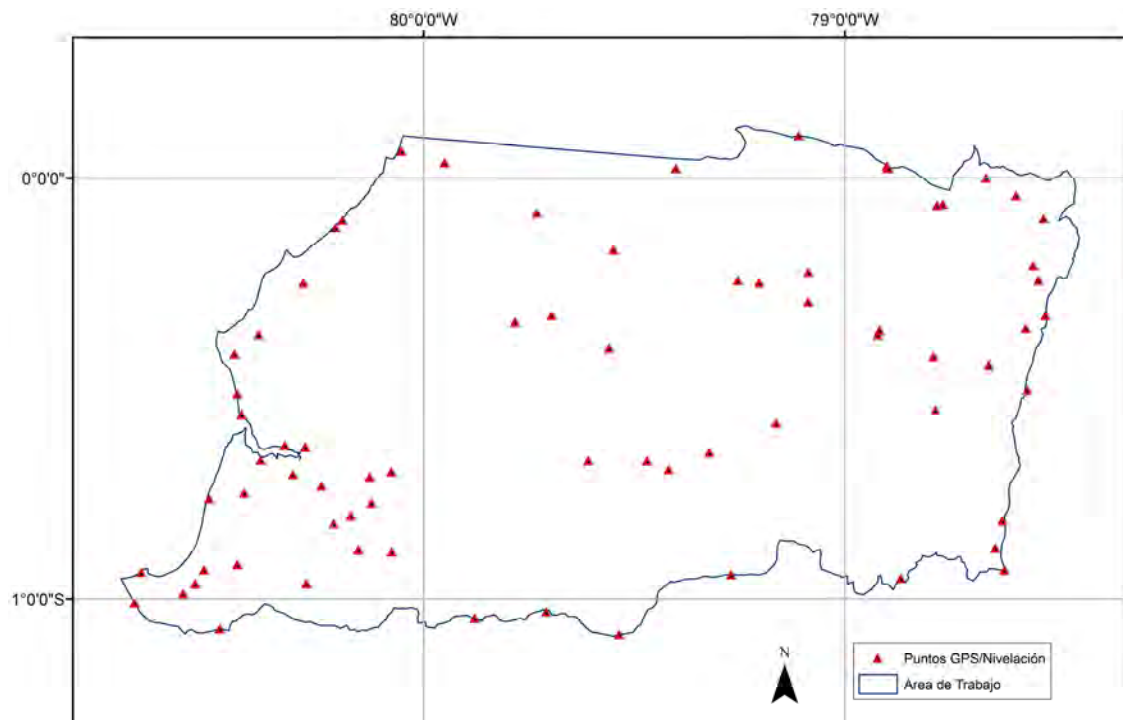


Figura 41: Totalidad de puntos disponibles en el área de estudio

El conjunto de los datos que se emplearon para realizar el entrenamiento de la red neuronal artificial se puede apreciar en la *tabla 9*.

Denominación	Latitud	Longitud	h	H	N
MINAYA	S0°57'47.40916"	O80°16'43.53870"	566.97	551.02	15.94
PE 30365-X	S0°55'53.37854"	O78°37'18.24100"	2789.17	2761.72	27.45
LATACUNGA	S0°48'50.21730"	O78°37'35.38772"	2941.22	2913.57	27.65
PE 10390-X	S0°33'45.24671"	O80°25'59.45120"	16.42	2.84	13.59
PE 6868-Y	S0°25'30.46678"	O78°47'24.50728"	1548.93	1522.88	26.06
TP-02	S0°21'44.23439"	O78°55'04.18789"	1332.58	1307.92	24.66
COREA	S0°19'40.23138"	O78°31'26.69570"	3156.00	3128.04	27.96
SANDIA TORRE	S0°19'37.45099"	O79°41'46.61855"	369.97	352.97	17.00
PE 27866-Y	S0°05'45.52069"	O78°31'42.80095"	3148.20	3120.45	27.75
PE 6191-X	S0°03'43.91276"	O78°46'03.85784"	1301.73	1276.18	25.55
PV-2	N0°01'42.82172"	O78°54'02.80325"	1076.19	1052.12	24.08
PE 30437-Y	S0°21'29.46985"	O78°34'13.87261"	3224.89	3197.21	27.68
GPS MACHACHI	S0°30'17.45708"	O78°34'02.53747"	2945.74	2917.87	27.86
PE 6918-Y	S0°26'45.07807"	O78°39'31.55256"	2851.29	2823.74	27.56
PE 31550-X	N0°00'02.24784"	O78°39'54.91404"	1746.67	1720.37	26.30
PUNTO 37	S0°49'15.93160"	O80°12'51.28315"	29.55	14.20	15.35
PUNTO 82	S0°41'54.02706"	O80°04'38.63190"	31.58	15.70	15.88
PUNTO 32	S0°46'21.05987"	O80°07'26.93683"	44.58	28.90	15.68
HI-4	S0°53'15.78811"	O80°04'34.33069"	86.04	69.55	16.49
PUNTO 95	S0°43'53.48845"	O80°14'34.74247"	26.74	11.74	15.00
CRUZ LOMA NONO	S0°02'28.88365"	O78°35'37.23115"	3178.46	3151.23	27.23
PE 9897-Y	S0°38'23.70667"	O80°16'53.79085"	25.88	11.25	14.63
PE 6939-X	S0°33'08.04809"	O78°47'08.26778"	2409.18	2382.70	26.48
PE 6353-X	S0°12'36.15304"	O78°33'11.91701"	3406.11	3378.31	27.80
J-E-L-30	N0°03'51.50524"	O80°03'11.94451"	31.25	16.30	14.95
M-M-B-65	S1°00'30.30372"	O80°41'12.91358"	116.07	101.40	14.67
M-M-B-99	S0°45'45.33059"	O80°30'36.17978"	16.45	2.61	13.84
SV-J-13	S0°25'08.15174"	O80°26'58.62469"	36.32	22.83	13.49
SV-J-27	S0°15'02.42798"	O80°17'09.65807"	45.79	31.33	14.46
POZA HONDA	S0°39'08.43649"	O79°19'20.19716"	675.26	654.59	20.67
OLIMPO	S0°42'40.23007"	O80°07'42.41273"	166.06	150.36	15.70
CHIHUILPE	S0°17'44.79000"	O79°05'13.04041"	1193.15	1170.31	22.84
SANTA LUCIA	S0°13'29.60674"	O79°05'13.67617"	980.15	957.44	22.71
M_M_B_76_1	S0°59'11.81159"	O80°34'16.96231"	85.70	70.67	15.04
MANTA	S0°56'11.74909"	O80°40'16.16887"	35.68	21.57	14.11
M_M_B_79	S0°55'50.25000"	O80°31'19.86071"	53.89	38.97	14.92
M_M_B_85	S0°55'04.03745"	O80°26'33.59314"	32.75	17.54	15.21
PUNTO_13	S0°52'58.74335"	O80°09'19.74488"	64.30	48.26	16.04
M_M_B_106	S0°44'54.04355"	O80°25'35.59238"	156.69	142.41	14.28
XXVIII_L2_10	S0°42'18.24714"	O80°18'37.82905"	28.77	14.01	14.76
B_SV_J_6	S0°40'14.78737"	O80°23'14.69396"	194.40	180.24	14.16
SA_SV_11A	S0°38'08.10449"	O80°19'48.39143"	34.03	19.60	14.44
MIRD	S0°34'57.89327"	O79°09'50.31598"	514.94	492.35	22.58
SV_J_17	S0°22'22.37542"	O80°23'31.07692"	88.90	75.12	13.78
LOS COLORADOS	S0°14'59.54312"	O79°12'13.36565"	523.55	501.42	22.13
J_E_L_12	S0°06'01.68325"	O80°11'36.54802"	30.83	16.22	14.60
PUNTO 63	S0°48'07.79249"	O80°10'23.05009"	28.72	13.24	15.48
TP-01	S0°22'25.75574"	O78°55'21.26759"	1347.57	1322.87	24.70
HOSPITAL DEL SUR	S0°14'40.07227"	O78°32'27.52480"	2951.82	2924.02	27.80
PE 6180-X	S0°03'54.30406"	O78°46'53.89032"	1345.91	1320.51	25.40
GPS BASE - 2	S0°40'19.71804"	O79°28'13.31335"	114.14	94.67	19.48
J-E-L-10	S0°07'05.30890"	O80°12'36.60257"	29.13	14.58	14.55
PE_10255_X	S0°30'51.02557"	O80°26'33.57150"	22.23	8.75	13.48

PE 30252-Y	S0°52'43.72151"	O78°38'36.42122"	2887.37	2859.79	27.58
PE 7145-X	N0°01'23.21580"	O78°53'52.43100"	1081.99	1057.88	24.11
GPS BASE - 1	S0°41'35.43665"	O79°25'08.82808"	165.81	146.06	19.75
M_M_B_76_4	S0°57'49.11134"	O80°32'34.73520"	109.69	94.62	15.07
Q-C-I-66	N0°06'02.05423"	O79°06'37.33556"	525.38	503.22	22.17
VII-L2-23A	N0°01'22.26472"	O79°24'05.75557"	231.51	212.30	19.21
C-P-8	S0°10'19.06151"	O79°32'59.82493"	223.60	205.66	17.94
C-P-24	S0°04'58.81019"	O79°43'55.11565"	362.10	345.58	16.52
C-P-43	N0°02'09.92378"	O79°57'02.29777"	277.11	261.64	15.47
MQ-26-A-J	S1°04'12.85057"	O80°29'03.84464"	60.40	44.74	15.66
VII-L1-7	S0°14'40.55194"	O79°15'16.77640"	451.66	430.04	21.62
VII-L1-59	S0°20'35.72545"	O79°47'0.13524"	151.47	134.72	16.75
II-L6-22	S1°02'41.03509"	O79°52'45.29298"	105.73	87.92	17.81
IX-L4-112	S0°56'31.76790"	O79°16'13.90807"	178.69	158.49	20.19
MOJON TURUPATA	S0°57'03.07282"	O78°52'02.68072"	3743.75	3716.12	27.63
MQ-102-AJ	S1°01'47.47372"	O79°42'34.79087"	64.68	46.93	17.74
VIII-E-12A	S0°24'17.96332"	O79°33'37.09516"	209.48	190.96	18.53
VIII-E-34	S0°40'16.55112"	O79°36'35.98369"	145.43	126.85	18.58
VIII-L3-6A	S1°05'02.08284"	O79°32'11.13526"	85.47	67.42	18.05

Tabla 9: Coordenadas y valores de ondulación geoidal para la totalidad de puntos disponibles en el área de estudio

Los datos de altura nivelada y altura elipsoidal permiten calcular los valores de ondulación geoidal en cada punto. Esta información complementada con las coordenadas geodésicas horizontales de cada uno de los puntos, conforman el conjunto de entrenamiento de la red neuronal; de esta forma los parámetros de posición constituyen las entradas de la red y los valores de ondulación geoidal sus salidas correspondientes. El objetivo del entrenamiento de la red será alcanzar un nivel de generalización que haga posible estimar valores de ondulación geoidal en puntos de posición conocida.

4.3.1 Homogenización de Sistemas de referencia para el conjunto de datos

Las coordenadas de los puntos provenientes de las campañas del IGM se encuentran referidas a un dátum SIRGAS, elipsoide GRS80 y época de referencia 1995.4; ya que el Ecuador se encuentra enlazado al Sistema de Referencia Geocéntrico para las Américas – SIRGAS, el cual se basa en el ITRF94, época de referencia 1995.4.

La estación de monitoreo continuo empleada para el posicionamiento relativo de los puntos de las nuevas campañas GNSS (RIOP), pertenece a la red SIRGAS-CON y sus soluciones semanales están referidas al IGS05, por lo tanto, las coordenadas obtenidas en las campañas GNSS realizadas para complementar los datos existentes están referidas a un dátum IGS05, elipsoide WGS84 y época de referencia 2010.7 y 2011.1.

Con la finalidad de homogeneizar los datos del conjunto de entrenamiento de la red neuronal, es decir tanto los existentes que provienen de las campañas realizadas previamente por el Instituto Geográfico Nacional y los nuevos puntos obtenidos en las nuevas campañas, fueron transformados al sistema de referencia ITRF05 época de referencia 2011.1.

Para realizar la conversión se empleó el programa “Transformación de Coordenadas con ITRF’s y Épocas de Referencia utilizando 7 y 14 parámetros de transformación” (Santacruz y Tierra, 2011) y el “Modelo de Velocidades para América del Sur y el Caribe” VEMOS 2009 (Drewes y Heidbach 2009).

Al encontrarse el sistema SIRGAS basado en ITRF94, para transformar las coordenadas de los puntos provenientes de las campañas del IGM, es necesario realizar una conversión entre sistemas de referencia ITRF, es decir de ITRF94 a ITRF05 y adicionalmente considerar un modelo de velocidades para llevarlos a la nueva época, de 1995.4 a 2011.1.

La relación existente entre los ITRFs fue determinada por el IERS (International Earth Rotation and Reference Systems Service), mediante 7 parámetros, 3 traslaciones, 3 rotaciones y un factor de escala, haciendo referencia al modelo de Helmert. Una mayor exactitud en la transformación entre marcos de referencia se consigue considerando la variable *tiempo* dentro de los cálculos, esto quiere decir que es posible realizar transformaciones de coordenadas para diferentes marcos de referencia añadiendo 7 variables que representan las variación en el tiempo de los 7 parámetros de traslación, rotación y factor de escala.

Por su parte, el IGS05 es una solución, basada en ITRF05, pero considerando únicamente estaciones GPS, para lo cual se han utilizado 130 estaciones GPS. El sistema IGS05 se utiliza desde la semana GPS 1400 (5 de Noviembre de 2006), y se calculó con calibraciones de antena absolutas, esto quiere decir que esta solución procesa con un modelo absoluto y no relativo, como ha sucedido en versiones de ITRFs previas, incluido ITRF05, (Zurutuza, 2009).

La transformación de coordenadas IGS05 al ITRF05 se puede realizar usando transformación de 7 parámetros (3 rotaciones, 3 traslaciones y 1 factor de escala) y también con una transformación de 14 parámetros si se considera la variación en el tiempo de las traslaciones y rotaciones.

4.4 Definición de los subconjuntos de entrenamiento

De un total de 72 puntos considerados para el entrenamiento de la red neuronal artificial (RNA), 57 corresponden a aquellos obtenidos por el IGM y 15 a los obtenidos en campañas GNSS realizadas para complementar la información en donde los datos eran escasos dentro del área de estudio,.

Para realizar el entrenamiento de la RNA, es necesario definir tres subconjuntos del total de datos disponibles, un grupo de datos para el entrenamiento propiamente dicho, otro conjunto de validación y un tercer conjunto de test. Los datos del conjunto de entrenamiento son empleados para realizar el ajuste de los pesos sinápticos, en base a la comparación de sus salidas deseadas y las salidas que genera la red, los datos del conjunto de validación proporcionan una idea de hasta qué punto la red es capaz de generalizar, esto significa que los datos del conjunto de entrenamiento ingresan iterativamente a la red durante el entrenamiento mientras la modificación en los pesos sinápticos repercute en una reducción de los errores que genera la misma para los datos del conjunto de validación; es por este motivo que se considera que los datos de validación participan en el aprendizaje de la RNA y no son un indicador absoluto de la capacidad de generalización de la misma.

Por lo tanto se hace necesario contar con un conjunto de datos que no se encuentren involucrados de ninguna forma en el proceso de aprendizaje de la RNA, de tal forma que los errores que se generen para estos datos, brinden una estimado sin sesgos de la capacidad de generalización de la red, a este subconjunto se lo conoce como datos de test.

Se emplearon 58 datos para el conjunto de entrenamiento, 7 para validación y 7 para test (**figuras 42,43**), los datos de validación y test fueron escogidos basándose en los criterios de representatividad y significancia al igual que para los datos de entrenamiento.

La totalidad de datos disponibles para el aprendizaje de la red, será el principal condicionante para definir el número de elementos con que cuente cada subconjunto, el número de datos de entrenamiento determina la cantidad de información disponible para que la red pueda obtener el aprendizaje, por su parte los datos de los subconjuntos de validación y test aportan información importante sobre la capacidad de generalización que alcanza la red durante el entrenamiento, de

tal forma que si se destina un número elevado en proporción al total de datos disponibles para los subconjuntos de validación y test, se limitará la cantidad de información con que se cuenta para realizar el entrenamiento de la red.

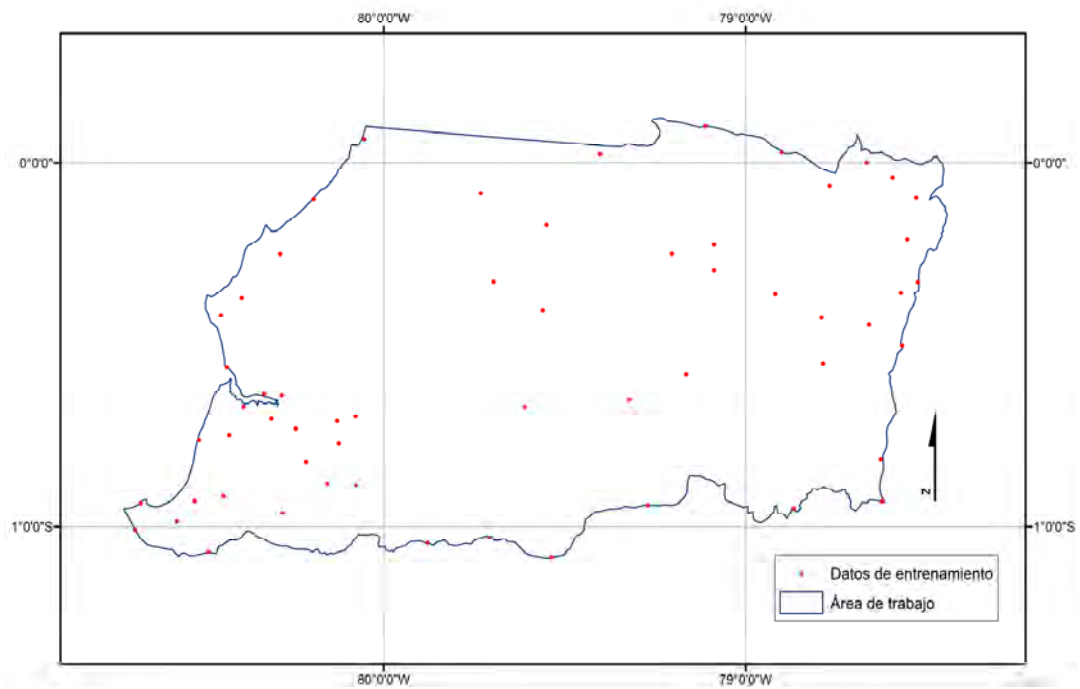


Figura 42: Puntos GPS/nivelación para el subconjunto de entrenamiento de la RNA

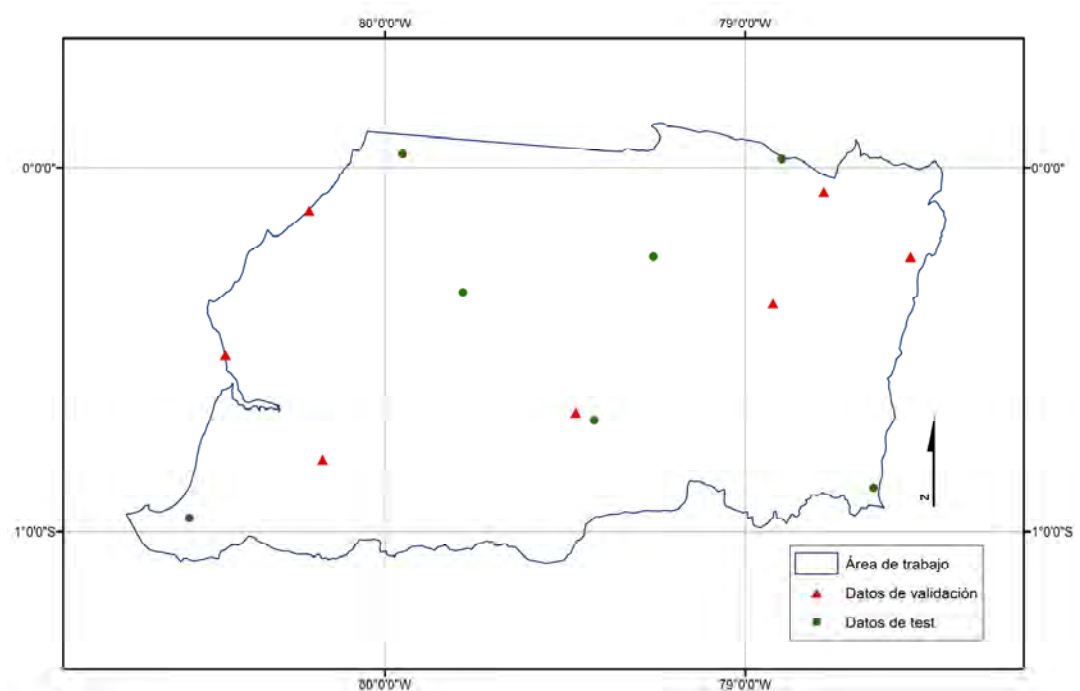


Figura 43: Puntos GPS/nivelación para el subconjunto de validación y test de la RNA

4.5 Entrenamiento de la red neuronal artificial

El entrenamiento de una red neuronal se lo hace siguiendo un procedimiento de prueba-error, esto quiere decir que se realiza variaciones en la arquitectura de la RNA y en los parámetros que definen las características del proceso de aprendizaje, con la finalidad de ir registrando en cada cambio el desempeño de la RNA. Parámetros como el número de épocas, determina la cantidad máxima de iteraciones en el entrenamiento de la RNA; la meta establece el valor que se desea alcanzar en los errores que genera la RNA; y el tiempo de entrenamiento define el lapso máximo durante el cual se realizará el proceso iterativo.

La arquitectura óptima de la RNA también se determina en base a un conjunto de pruebas, las cuales permiten definir principalmente el número de capas que tendrá la red, la cantidad de neuronas en las capas ocultas y las funciones de transferencia para cada una de las capas; el número de neuronas en la capa de entrada y en la capa de salida se define por la naturaleza del problema y las variables que influyen en el mismo.

La arquitectura de la RNA, los parámetros que participan durante el entrenamiento y el algoritmo de aprendizaje se incluyen dentro de un script desarrollado por el autor de la tesis (*ANEXO 4: Script para el entrenamiento de las redes neuronales artificiales*) y permite automatizar el proceso iterativo de ajuste de los pesos sinápticos y los bias; el script funciona bajo plataforma MATLAB (The MathWorks Inc., 2010).

Las entradas correspondientes a los datos de entrenamiento, validación y test son sometidas a una normalización con media cero y desviación estándar uno, con el objetivo de reescalar sus valores numéricos y lograr de esta forma que todas las variables que se incluyen en el problema estén representadas por un rango de valores con una distribución homogénea.

La normalización de las entradas y targets para el entrenamiento de la RNA se realiza mediante la aplicación de la *ecuación 4.1*:

$$y = \left(x - \bar{x} \right) * \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_x} \right) + \bar{y} \quad (4.1)$$

Estableciendo un valor de media cero y desviación estándar 1, la expresión anterior queda de la siguiente manera:

$$y = \left(x - \bar{x} \right) * \left(\frac{1}{\sigma x} \right) \quad (4.2)$$

En donde "x" son los valores sin normalizar e "y" son los valores normalizados.

Se realizó el entrenamiento de dos redes neuronales, una de ellas con entradas Latitud – Longitud – Altura Elipsoidal y la otra con entradas Este – Norte.

4.6 Entrenamiento y arquitectura de la red neuronal artificial latitud – longitud – altura elipsoidal.

El proceso de aprendizaje de la red neuronal con entradas latitud - longitud - altura elipsoidal se lo realizó probando con modificaciones en la arquitectura de la red y en los parámetros de entrenamiento (método prueba - error), hasta que se consiguió minimizar los errores que genera la red para los datos de validación y test. Para esto se emplearon 58 datos en el conjunto de entrenamiento, 7 para validación y 7 para test, experimentando con diferentes arquitecturas de red, realizando variaciones en el número de neuronas de la capa oculta y de las funciones de transferencia, el método de prueba - error permite establecer la mejor arquitectura para la red neuronal en función de los errores que genera la misma.

Debido a que el proceso de aprendizaje de la red neuronal se realiza en base del conjunto de entrenamiento normalizado, los estadísticos resultantes están calculados a partir de esos datos y no son comparables con los estadísticos que se calculan en función de los datos desnormalizados. En la **tabla 10** se muestra los resultados del entrenamiento tanto para los datos normalizados como para los datos sin normalización.

Errores para los datos de entrenamiento sin normalizar (metros)		Errores para los datos de entrenamiento normalizados
Máximo	0.063	0.014
Mínimo	-0.075	-0.012
Media	0.000	2.471e-005
Desviación Estándar	0.025	0.005
MSE	0.001	2.214e-005
Errores para los datos de validación sin normalizar (metros)		Errores para los datos de validación normalizados
Máximo	0.024	0.012
Mínimo	-0.061	-0.005
Media	-0.007	0.001
Desviación Estándar	0.034	0.007
MSE	0.001	3.964e-005
Errores para los datos de test sin normalizar (metros)		Errores para los datos de test normalizados
Máximo	0.072	0.012
Mínimo	-0.062	-0.014
Media	-0.007	0.001
Desviación Estándar	0.051	0.010
MSE	0.002	8.302e-005

Tabla 10: Estadísticos para los datos de entrenamiento, validación y test de la RNA [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]

El proceso iterativo finaliza cuando el error medio cuadrático que se genera para los datos de validación interrumpe su decrecimiento en seis iteraciones consecutivas (validation checks), los errores que se generan durante el entrenamiento de la red se calculan para cada conjunto de aprendizaje después de cada iteración, consistiendo cada iteración en el ingreso de todos los ejemplos del conjunto de entrenamiento. Los errores medios cuadráticos que se obtuvieron durante las 16 iteraciones realizadas hasta que se sucedió el aprendizaje de la red, se detallan en la *tabla 11*.

Iteración	Entrenamiento (MSE)	Validación (MSE)	Test (MSE)
0	9.263	7.475	5.556
1	0.135	0.140	0.077
2	0.051	0.048	0.090
3	0.026	0.016	0.015
4	0.020	0.011	0.017
5	0.004	0.002	2.415e-003
6	0.003	0.003	2.471e-003
7	7.524e-005	1.062e-004	8.216e-005
8	2.290e-005	4.021e-005	5.701e-005
9	2.248e-005	3.985e-005	6.994e-005
10	2.214e-005	3.964e-005	8.302e-005
11	2.179e-005	4.008e-005	9.983e-005
12	2.140e-005	4.158e-005	1.235e-004
13	2.095e-005	4.455e-005	1.568e-004
14	2.046e-005	4.943e-005	2.020e-004
15	1.994e-005	5.659e-005	2.597e-004
16	1.939e-005	6.621e-005	8.302e-005

Tabla 11: Errores medios cuadráticos obtenidos durante las 16 iteraciones para los conjuntos de entrenamiento, validación y test de la RNA [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]

Durante el entrenamiento se establece un gradiente para la función de error en cada iteración, estos valores se muestran en la *tabla 12*.

Iteración	Gradiente
0	20.134
1	1.869
2	0.512
3	0.363
4	0.364
5	0.274
6	0.314
7	0.038
8	0.001
9	3.076e-004
10	2.948e-004
11	2.988e-004
12	3.587e-004
13	4.968e-004
14	7.473e-004
15	1.139e-003
16	1.657e-003

Tabla 12: Gradientes de la función de error para cada una de las iteraciones en el entrenamiento de la RNA [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]

El entrenamiento óptimo de la RNA se consiguió en 16 iteraciones, lográndose el mejor desempeño de la red en la iteración número 10 con un valor del error medio cuadrático (MSE) calculado sobre valores normalizados de $3.964e-005$ para el conjunto de validación, $2.214e-005$ para los datos de entrenamiento y $8.302e-005$ en los datos de test; en la **figura 44** es posible apreciar como los errores en los subconjuntos de entrenamiento, validación y test disminuyen paulatinamente conforme avanza el proceso iterativo.

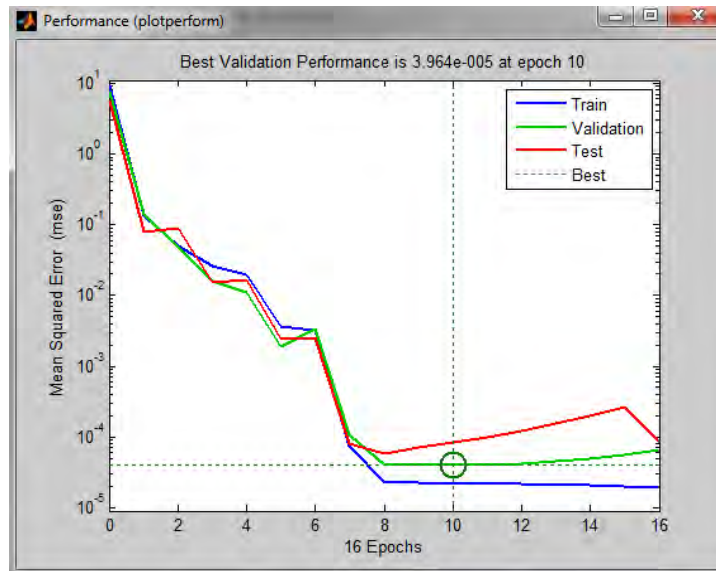


Figura 44: Minimización de errores en los subconjuntos de entrenamiento, validación y test para la RNA [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]

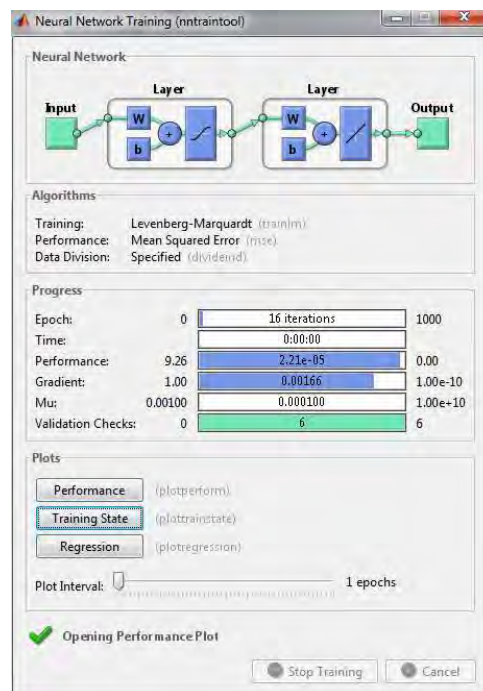


Figura 45: Parámetros de entrenamiento de la RNA [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]

Para el caso de la red neuronal que tiene como entradas latitud – longitud – altura elipsoidal, se estableció luego del procedimiento de prueba - error una arquitectura de red de tres capas interconectadas completamente y con 24 neuronas en la capa oculta (**figura 46**); el algoritmo de aprendizaje usado fue el de Levenberg – Marquardt, para la capa oculta se definió una función de transferencia tangente sigmoideal y para la capa de salida una función de transferencia lineal. Para el entrenamiento de la red se fijó dentro del script de entrenamiento un número máximo de 1000 épocas, como meta el valor de cero, y el tiempo de entrenamiento ilimitado. La función de error a minimizar por medio del algoritmo de entrenamiento es el error medio cuadrático (MSE).

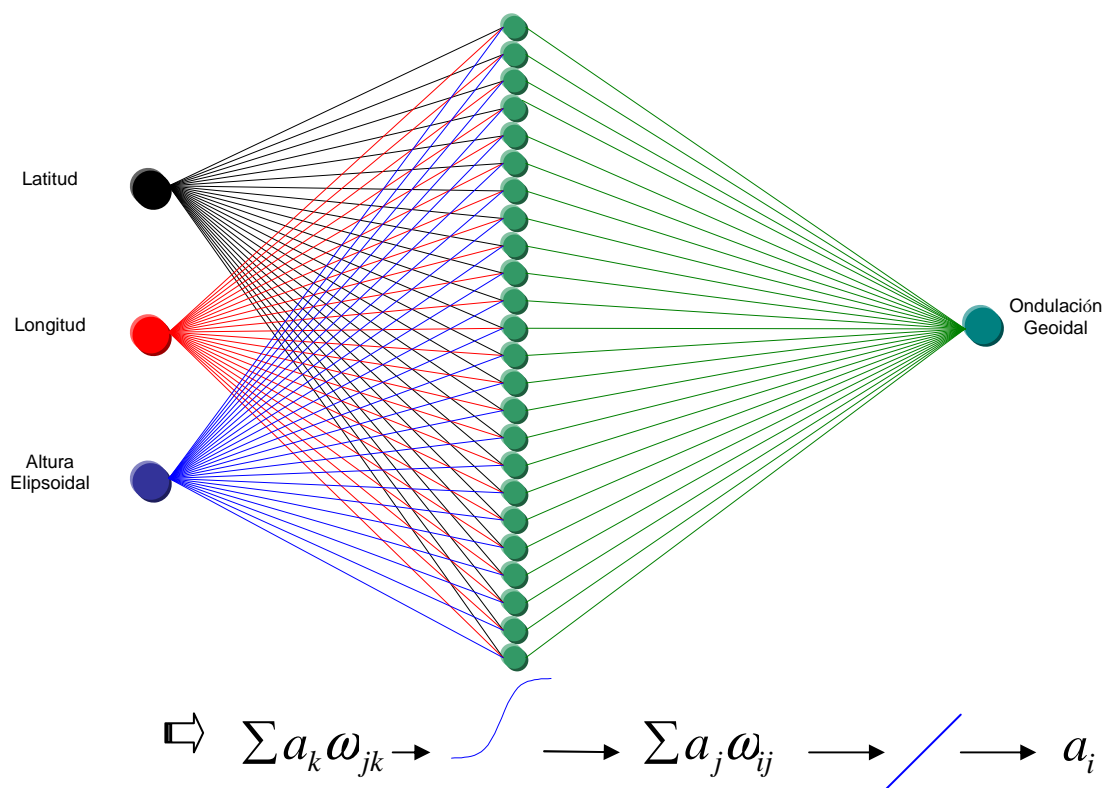


Figura 46: Diseño de la red neuronal artificial empleada para la forma [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]

Los parámetros de la red o pesos sinápticos que se establecieron luego del aprendizaje de la misma se muestran en la **tabla 13** y **tabla 14**; los bias están detallados en la **tabla 15** y **tabla 16**.

PESOS SINÁPTICOS ENTRE LA CAPA DE ENTRADA Y LA CAPA OCULTA				
		Neuronas de la capa de entrada		
		1	2	3
Neuronas de la capa oculta	1	-0,080	2,100	2,095
	2	-0,588	-2,117	2,275
	3	-1,192	1,692	-1,503
	4	0,630	-0,562	-1,539
	5	-1,221	-1,166	-1,557
	6	-1,304	-1,632	1,838
	7	-1,472	0,184	-1,687
	8	0,311	-0,836	2,076
	9	-0,915	1,406	1,284
	10	-2,227	1,984	-0,185
	11	-1,207	0,302	-1,957
	12	-1,608	4,447	-1,050
	13	0,193	0,306	-2,749
	14	1,104	-1,898	1,064
	15	1,623	0,160	2,441
	16	-2,574	0,068	-0,890
	17	0,230	2,162	-0,281
	18	-0,238	2,147	0,740
	19	-0,474	2,162	1,584
	20	1,299	-0,223	-3,143
	21	-0,182	-1,175	0,338
	22	-0,006	2,026	-2,102
	23	0,443	-1,268	2,359
	24	0,240	0,961	2,764

Tabla 13: Pesos sinápticos obtenidos entre la capa de entrada y la capa oculta para la RNA [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]

PESOS SINÁPTICOS ENTRE LA CAPA OCULTA Y LA DE SALIDA		
		Neuronas de la capa de salida
		1
Neuronas de la capa oculta	1	0.365
	2	-0.511
	3	0.324
	4	-0.395
	5	0.207
	6	-0.276
	7	-0.199
	8	0.235
	9	0.387
	10	-0.045
	11	-0.088
	12	-0.191
	13	0.435
	14	-0.383
	15	0.005
	16	0.005
	17	0.332
	18	-0.392
	19	0.711

	20	-0.375
	21	-0.177
	22	-0.293
	23	0.506
	24	-0.381

Tabla 14: Pesos sinápticos obtenidos entre la capa oculta y la capa de salida para la RNA [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]

BIAS PARA LA CAPA OCULTA		
Neuronas de la capa oculta	1	2.463
	2	2.174
	3	4.878
	4	-1.472
	5	4.921
	6	0.055
	7	3.982
	8	-3.699
	9	-0.668
	10	1.582
	11	2.604
	12	2.16
	13	2.16
	14	-0.383
	15	0.013
	16	-0.339
	17	-1.352
	18	-2.595
	19	-3.377
	20	4.244
	21	-1.102
	22	-0.797
	23	2.628
	24	1.985

Tabla 15: BIAS para la capa oculta en la RNA [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]

BIAS PARA LA CAPA DE SALIDA		
Neuronas en la capa de salida	1	-0.100

Tabla 16: Bias para la capa de salida en la RNA [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]

4.7 Entrenamiento y arquitectura de la red neuronal artificial este – norte.

De la misma forma que en el caso de la red neuronal con tres entradas: [Latitud Longitud Altura Elipsoidal], para la red neuronal de dos entradas [Este Norte], se emplea para el entrenamiento de la red 58 datos para el conjunto de entrenamiento, 7 para validación y 7 para test. Debido a

que las entradas en este caso deben estar en la forma [Este Norte], las coordenadas de los puntos disponibles son proyectadas a un sistema "Universal Transverse de Mercator" (UTM) para la zona 17S. Con este conjunto de datos se procede a emplear el método de prueba - error, con diferentes arquitecturas de red, realizando variaciones tanto en el número de neuronas en la capa oculta como en las funciones de transferencia, hasta que se define la arquitectura óptima para la red neuronal en función de los errores que genera la misma.

Los estadísticos resultantes del proceso de aprendizaje calculados sobre los datos normalizados y sin normalizar se muestran en la *tabla 17*.

Errores para los datos de entrenamiento sin normalizar (metros)		Errores para los datos de entrenamiento normalizados
Máximo	0.065	0.0150
Mínimo	-0.078	-0.0124
Media	0.001	-0.000
Desviación Estándar	0.020	0.004
MSE	0.000	1.474e-005
Errores para los datos de validación sin normalizar (metros)		Errores para los datos de validación normalizados
Máximo	0.029	0.018
Mínimo	-0.092	-0.006
Media	-0.010	0.002
Desviación Estándar	0.049	0.008
MSE	0.002	5.686e-005
Errores para los datos de test sin normalizar (metros)		Errores para los datos de test normalizados
Máximo	0.084	0.015
Mínimo	-0.079	-0.016
Media	-0.007	0.001
Desviación Estándar	0.061	0.012
MSE	0.003	0.000

Tabla 17: Estadísticos para los datos de entrenamiento, validación y test de la RNA [Este Norte]

Los errores cuadráticos medios fueron variando durante el proceso iterativo de aprendizaje de acuerdo a los valores que se detallan en la *tabla 18*:

Iteración	Entrenamiento (MSE)	Validación (MSE)	Test (MSE)
0	7.034	8.447	11.364
1	0.063	0.082	0.017
2	0.012	0.014	0.010
3	1.392e-003	0.002	0.002
4	1.105e-003	0.001	5.843e-004
5	2.376e-004	5.558e-004	4.470 e-004
6	1.016e-004	5.627e-004	4.194 e-004
7	7.518e-005	5.325e-004	3.775e-004
8	6.413e-005	5.022e-004	3.469e-004
9	5.622e-005	4.755e-004	3.172e-004
10	5.010e-005	4.486e-004	2.938e-004
11	4.500e-005	4.201e-004	2.737e-004
12	4.055e-005	3.895e-004	2.531e-004
13	3.671e-005	3.572e-004	2.305e-004
14	3.345e-005	3.243e-004	2.065e-004
15	3.073e-005	2.925e-004	1.826e-004
16	2.849e-005	2.631e-004	1.603e-004
17	2.663e-005	2.366e-004	1.407e-004
18	2.507e-005	2.133e-004	1.244e-004
19	2.438e-005	8.994e-005	1.041e-004
20	1.690e-005	6.441e-005	1.179e-004
21	1.474e-005	5.686e-005	1.188e-004
22	1.365e-005	5.836e-005	1.146e-004
23	1.320e-005	6.115e-005	1.126e-004
24	1.295e-005	6.367e-005	1.184e-004
25	1.277e-005	6.573e-005	1.367e-004
26	1.261e-005	6.744e-005	1.707e-004
27	1.246e-005	6.894e-005	1.188e-004

Tabla 18: Errores medios cuadráticos obtenidos durante las 27 iteraciones para los conjuntos de entrenamiento, validación y test de la RNA [Este Norte]

Durante el entrenamiento se establece un gradiente para la función de error en cada iteración (*tabla 19*):

Iteración	Gradiente
0	13.151
1	0.780
2	0.292
3	0.089
4	0.109
5	0.035
6	0.013
7	0.002
8	1.271e-003
9	1.166e-003
10	1.020e-003
11	8.898e-004
12	7.880e-004
13	7.088e-004
14	6.368e-004
15	5.564e-004
16	4.644e-004
17	3.701e-004

18	2.843e-004
19	3.804e-003
20	2.837e-003
21	2.190e-003
22	1.327e-003
23	8.713e-004
24	6.589e-004
25	5.478e-004
26	4.796e-004
27	4.310e-004

Tabla 19: Gradientes de la función de error para cada una de las iteraciones en el entrenamiento de la RNA [Este Norte]

El proceso iterativo para el entrenamiento de la red terminó en la época 27, lográndose el mejor desempeño de la red en la iteración 21 con un error medio cuadrático en los datos de validación de $5.686e-005$, $1.474e-005$ para entrenamiento y $1.188e-004$ para test; todos estos valores calculados en base a datos normalizados (*figura 47*).

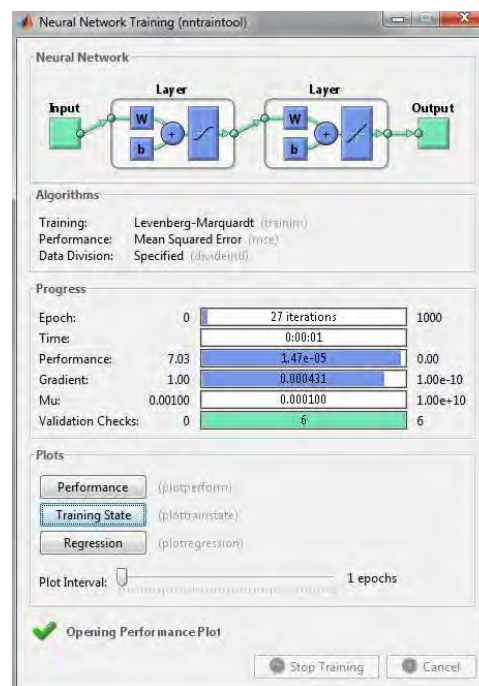


Figura 47: Parámetros de entrenamiento de la RNA [Este Norte]

En la *figura 48* se puede apreciar como los valores de error medio cuadrático decrecen conforme avanza el proceso iterativo.

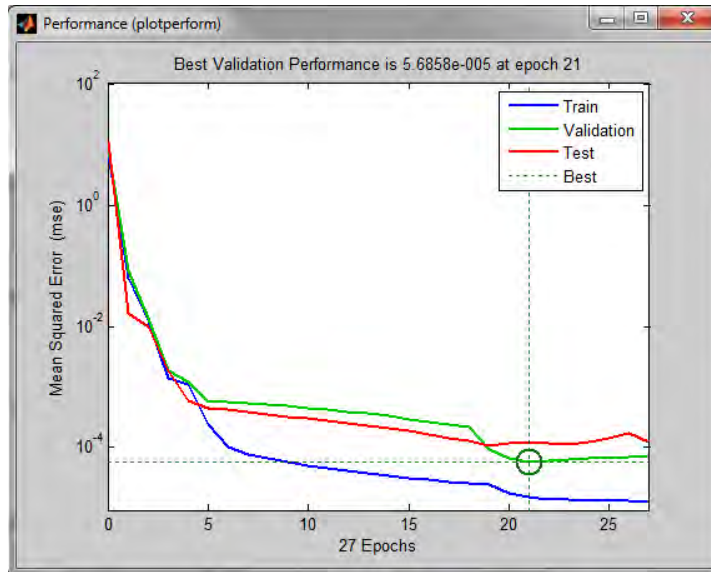


Figura 48: Minimización de errores en los subconjuntos de entrenamiento, validación y test para la RNA [Este Norte]

El desempeño óptimo de la red neuronal de dos entradas [Este Norte] se consiguió durante el procedimiento de prueba error con una arquitectura de las mismas características que la que se definió para la red con tres entradas [Latitud Longitud Altura Elipsoidal), se estableció una red de tipo feedforward de tres capas interconectadas completamente y con 24 neuronas en la capa oculta (*figura 49*); el algoritmo de aprendizaje usado fue el de Levenberg – Marquardt, para la capa oculta se definió una función de transferencia tangente sigmoidea y para la capa de salida una función de transferencia lineal. Para el entrenamiento de la red se fijó dentro del script de entrenamiento un número máximo de 1000 épocas, como meta el valor de cero, y el tiempo de entrenamiento ilimitado. La función de error a minimizar por medio del algoritmo de entrenamiento es el error medio cuadrático (MSE).

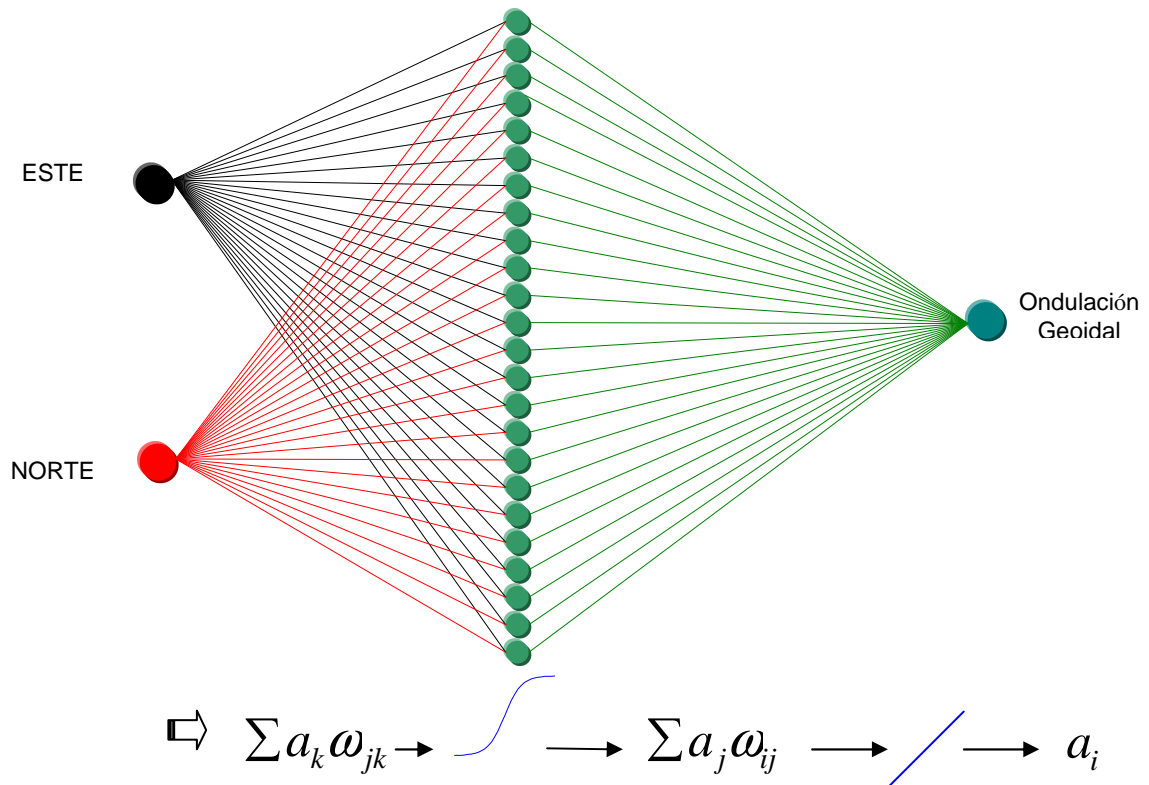


Figura 49: Diseño de la red neuronal artificial empleada para la forma [Este Norte]

Después de realizado el entrenamiento de la red se obtuvieron los pesos sinápticos (*tabla 20* y *tabla 21*) y bias (*tabla 22* y *tabla 23*):

PESOS SINÁPTICOS ENTRE LA CAPA DE ENTRADA Y LA OCULTA			
		Entradas de la RNA	
		1	2
Neuronas de la capa oculta	1	4.280	0.031
	2	4.533	-0.369
	3	-4.534	-0.459
	4	3.182	2.5
	5	-3.926	0.73
	6	-3.536	2.741
	7	3.075	-3.151
	8	1.575	-3.712
	9	-3.437	-0.352
	10	-4.816	0.106
	11	2.630	-3.113
	12	3.184	-3.537
	13	0.429	4.276
	14	3.929	1.334
	15	-1.719	3.528
	16	-0.609	4.36
	17	-3.621	-0.594
	18	-1.512	4.314

	19	-2.586	3.175
	20	-4.395	1.83
	21	-3.857	2.983
	22	-0.967	4.06
	23	-2.332	-3.257
	24	2.539	4.054

Tabla 20: Pesos sinápticos obtenidos entre la capa de entrada y la capa oculta para la RNA [Este Norte]

PESOS SINÁPTICOS ENTRE LA CAPA OCULTA Y LA DE SALIDA		
		Neuronas de la capa de salida
Neuronas de la capa oculta		1
	1	0.599
	2	-0.402
	3	-0.062
	4	0.174
	5	-0.550
	6	0.297
	7	0.179
	8	0.054
	9	-0.727
	10	0.157
	11	0.482
	12	-0.382
	13	0.104
	14	0.121
	15	-0.181
	16	-0.132
	17	-0.184
	18	0.127
	19	-0.240
	20	-0.182
	21	0.373
	22	-0.138
	23	-0.350
24	-0.315	

Tabla 21: Pesos sinápticos obtenidos entre la capa oculta y la capa de salida para la RNA [Este Norte]

BIAS PARA LA CAPA OCULTA		
Neuronas de la capa oculta	1	-7.295
	2	-6.295
	3	5.468
	4	-6.339
	5	4.462
	6	2.745
	7	-2.994
	8	-2.646
	9	1.530
	10	2.245
	11	-0.112
	12	0.073

	13	-1.218
	14	1.372
	15	-2.327
	16	-1.786
	17	-2.570
	18	-3.663
	19	-4.488
	20	-4.417
	21	-4.822
	22	-5.818
	23	-5.322
	24	6.135

Tabla 22: BIAS para la capa oculta de la RNA [Este Norte]

BIAS PARA LA CAPA DE SALIDA		
Neuronas en la capa de salida	1	0.638

Tabla 23: BIAS para la capa de salida en la RNA [Este Norte]

4.8 Implementación de herramienta informática para el cálculo de ondulaciones geoidales.

Una vez que las redes neuronales han sido entrenadas, los parámetros libres de la red o pesos sinápticos ajustados pueden ser empleados para la estimación de la variable en nuevos puntos, para que sea posible realizar esta tarea por parte de un usuario, se hace necesario contar con una herramienta informática que automatice los cálculos. Por este motivo se diseñó un ejecutable en plataforma MATLAB que proporciona la posibilidad de obtener desde la red neuronal entrenada, valores estimados de ondulación geoidal, mediante dos formatos de carga de entradas: [Este Norte] y [Latitud Longitud Altura elipsoidal] (*figura 50*).



Figura 50: Interfaz gráfica de usuario - ventana principal

La herramienta cuenta con dos opciones para ingresar los datos, la opción manual en la que se lo hace punto a punto y la opción automática por medio de la cual es posible leer un archivo tipo ASCII en el que constan los "inputs" (*figura 51*).



Figura 51: Interfaz para entrada manual de datos

Mediante esta aplicación se puede ingresar valores de entrada en los formatos [Este Norte] y [Latitud Longitud Altura elipsoidal] para un punto (*figura 52*), obteniéndose como resultado el valor estimado de ondulación geoidal como salida de la RNA entrenada.



Figura 52: Interfaz para entrada manual de datos

En caso de que se disponga de un número considerable de puntos para los cuales se requiera obtener el valor de ondulación geoidal estimado, es conveniente usar la modalidad de ingreso de datos en forma automática (*figura 53*), para esto se requiere incluir las entradas a la RNA en un formato tipo ASCII.

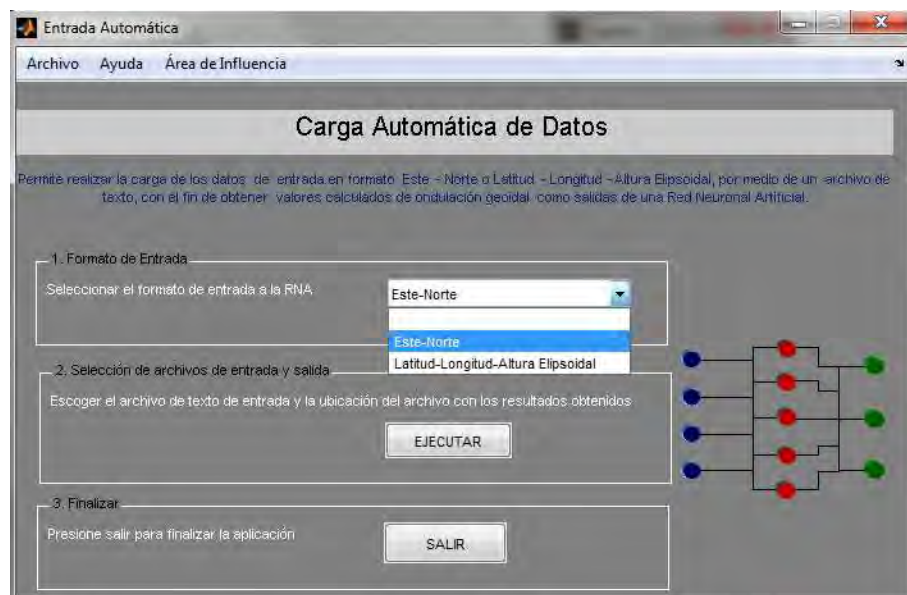


Figura 53: Interfaz para entrada automática de datos

Luego de elegir el formato de entrada y de ejecutar el programa, se dispone de la opción de direccionar el archivo ASCII de entrada y posteriormente el fichero en el cual se conservarán las salidas generadas por la red (*figura 54* y *figura 55*).

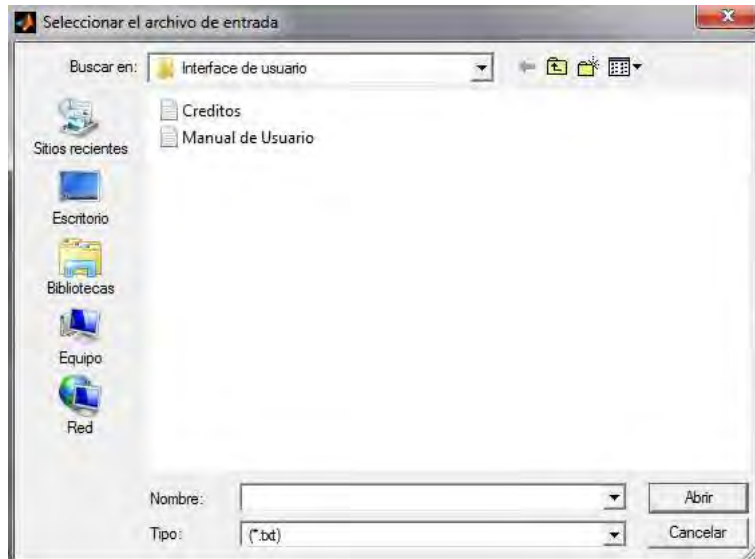


Figura 54: Selección de archivo de entrada

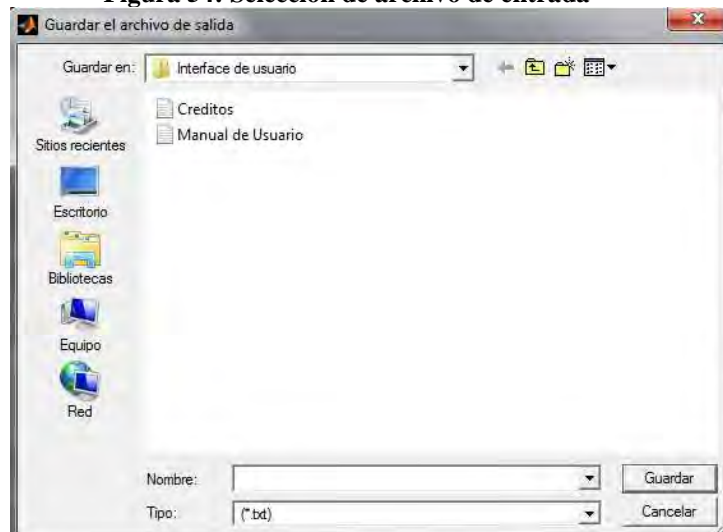


Figura 55: Guardar archivo de salida

El menú "Área de Influencia" incluye un mapa de ubicación del área de estudio (*figura 56*), este aspecto es de importancia debido a que las redes neuronales artificiales se entrenaron con datos pertenecientes a esta zona y por lo tanto los datos de entrada para los cuales se requiera obtener las salidas estimadas por la red, también deberán corresponderse con puntos que se encuentren dentro del área de influencia, considerando el hecho de que el aprendizaje de las redes neuronales fue realizado en base a patrones de entrenamiento propios de la zona de estudio.



Figura 56: Interfaz para navegación en el mapa de ubicación del área de influencia

La interfaz de usuario también permite acceder a un mapa de ubicación del área de influencia en forma ampliada (*figura 57*).

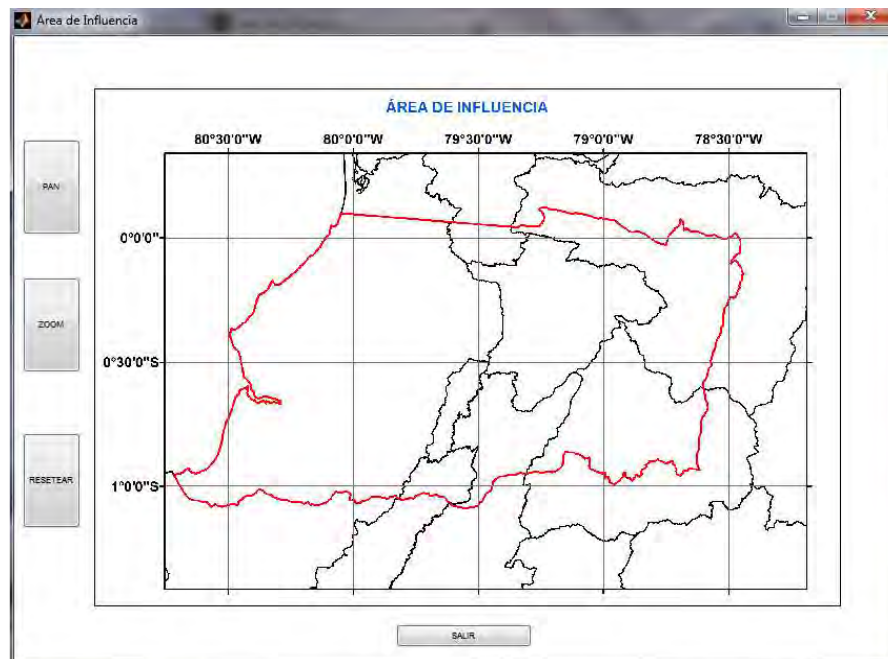


Figura 57: Interfaz para navegación en el mapa de ubicación ampliado del área de influencia

4.9 Generación de una malla de ondulaciones geoidales

Una vez que la herramienta informática ha sido implementada, es posible hacer uso de la misma para calcular valores estimados de ondulación geoidal sobre una malla de puntos equidistantes ubicados dentro del área de estudio (*figura 58*). Por ser un número de puntos considerable se usa la herramienta de carga automática de datos.

La red neuronal que se emplea para generar la malla de ondulaciones geoidales es aquella que admite entradas en el formato [Este Norte], ya que los puntos que la constituyen no cuentan con valores de altura elipsoidal.

Se definió una distancia de mil metros entre los puntos de la malla y fueron generados mediante una herramienta SIG.

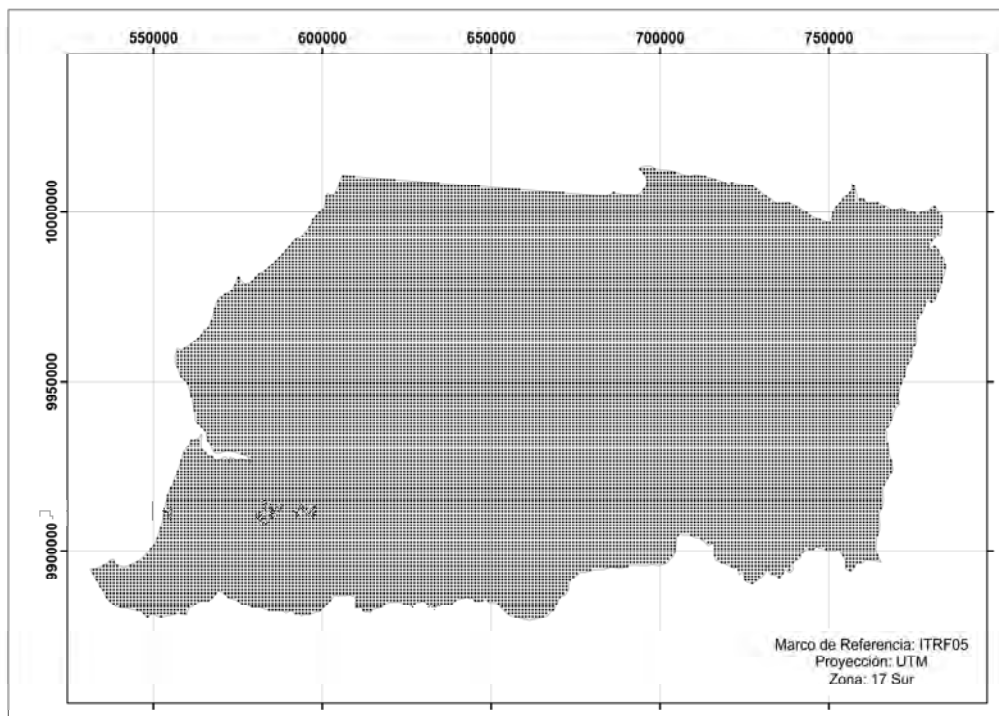


Figura 58: Malla de puntos en el área de trabajo

La malla contiene un total de 6083 puntos, para los cuales se calculó valores de ondulación geoidal mediante la red neuronal artificial [Este Norte], el resultado de este procedimiento se puede apreciar en la *figura 59*.

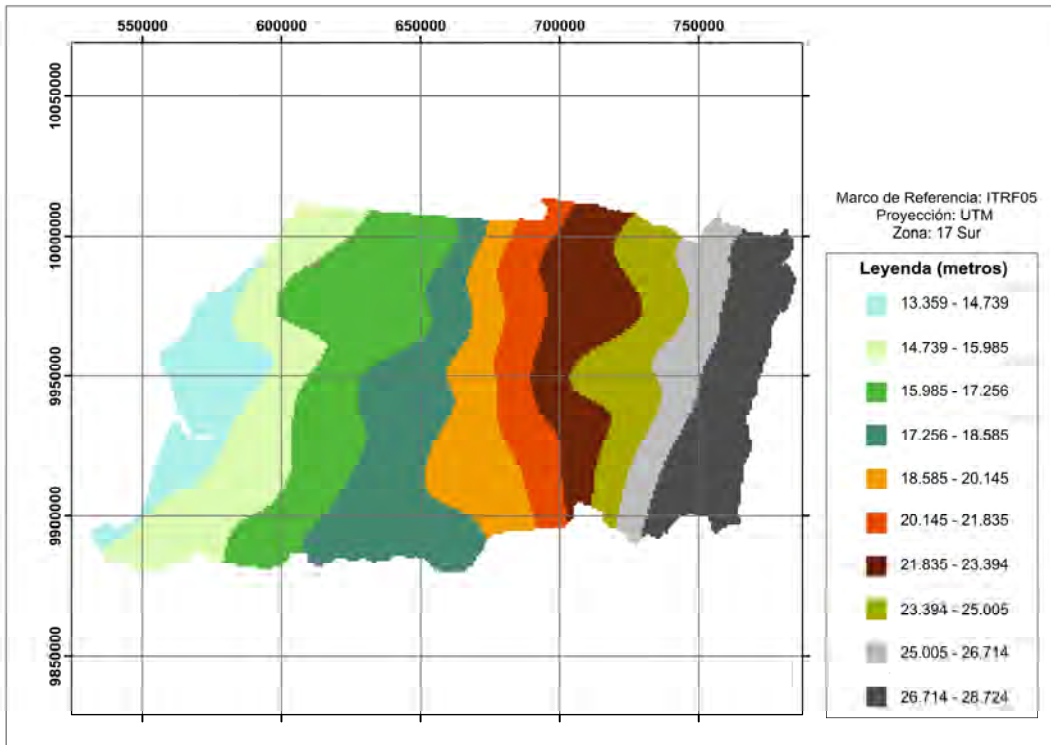


Figura 59: Malla de ondulaciones geoidales

Realizando una interpolación por el método de Kriging a partir de los puntos de la malla, se obtiene un mapa de isólinas como el que se muestra en la *figura 60*, las curvas se encuentran espaciadas cada 0.5 metros.

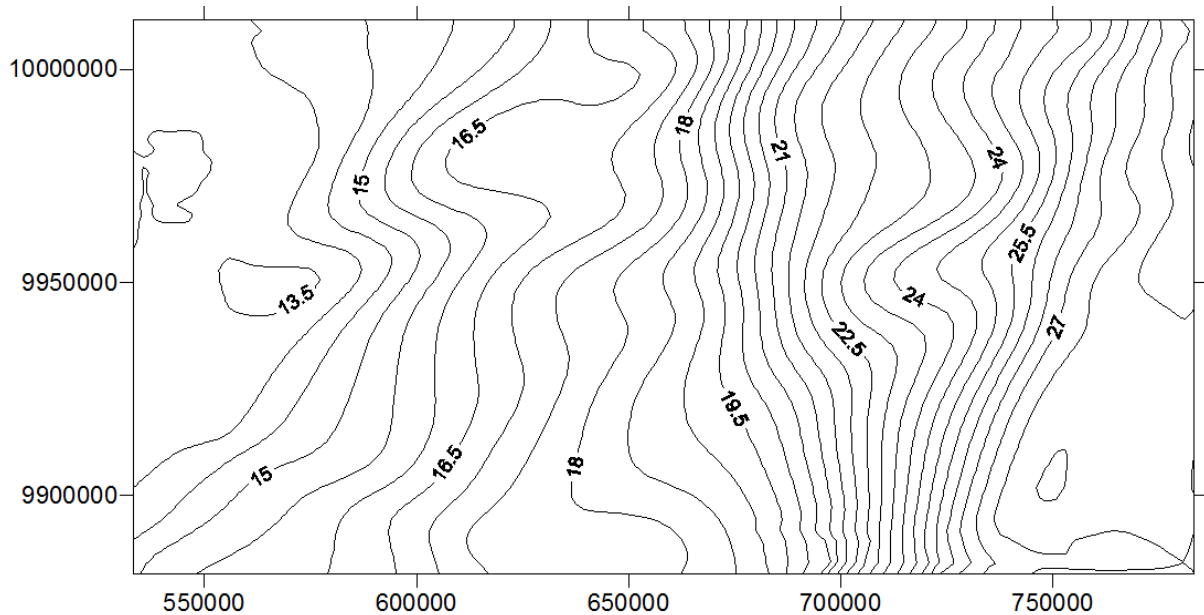


Figura 60: Isólinas de ondulación geoidal

CAPITULO V

5. RESULTADOS

5.1 Análisis de resultados

Los resultados obtenidos mediante las redes neuronales son evaluados al ser contrastados con los obtenidos mediante otros modelos geoidales. En la presente tesis se comparó el desempeño de las redes neuronales con el que tienen modelos geopotenciales como el EGM 96 y el EGM 2008, además también se considero para este análisis dos modelos de geoide locales, el uno obtenido por el método remover - restaurar (método gravimétrico) con interpolación por kriging para generación de mallas gravimétricas; y otro modelo que se basa en la técnica de interpolación de mínimos cuadrados colocación (Least Square Collocation).

El análisis realizado para los distintos modelos se basa en el cálculo de estadísticos simples en función de los errores que generan sobre los siete puntos test que se emplearon durante el entrenamiento de las RNA's, obteniéndose de esta forma una idea de su desempeño en la estimación de la variable. En la **tabla 24** se muestra el detalle de dicho análisis:

Ondulaciones Geoidales estimadas por diferentes métodos y sus errores en puntos test													
ESTACION	N	Ondulaciones geoidales (m)						Errores (m)					
		RNA LLh	RNA EN	EGM96	EGM08	LSC	Grav.	RNA LLh	RNA EN	EGM96	EGM08	LSC	Grav.
PE 30252-Y	27,579	27,519	27,624	28,197	26,269	27,657	25,565	0,060	-0,045	-0,618	1,310	-0,077	2,015
PE 7145-X	24,105	24,115	24,134	22,937	23,933	24,061	23,575	-0,010	-0,029	1,168	0,172	0,044	0,531
CP43	15,465	15,537	15,405	14,729	14,921	15,960	17,424	-0,072	0,060	0,736	0,544	-0,496	-1,959
VII-L1-59	16,753	16,691	16,732	16,452	16,394	17,032	18,471	0,062	0,021	0,301	0,359	-0,279	-1,719
VII-L1-7	21,621	21,574	21,705	20,150	20,942	20,927	21,308	0,047	-0,084	1,471	0,679	0,694	0,313
GPS BASE - 1	19,746	19,766	19,667	18,716	19,122	19,208	19,730	-0,020	0,079	1,030	0,624	0,538	0,015
M_M_B_76_4	15,067	15,088	15,020	13,960	14,501	15,026	17,255	-0,021	0,047	1,107	0,566	0,041	-2,188

Máximo	0,062	0,079	1,471	1,310	0,694	2,015
Mínimo	-0,072	-0,084	-0,618	0,172	-0,496	-2,188
Media	0,007	0,007	0,742	0,608	0,066	-0,427
Desviación Estándar	0,051	0,061	0,704	0,355	0,423	1,567

Tabla 24: Ondulaciones geoidales estimadas por diferentes métodos y sus errores en puntos test

Los valores de ondulación geoidal para los modelos geopotenciales EGM2008 - Earth Gravitational Model 2008 (Pavlis N. K., et al, 2008.) (**figura 61**) y EGM96 - Earth Gravitational Model 1996 (Lemoine et al., 1998) (**figura 62**) fueron calculados empleando aplicaciones que

permiten la obtención directa de dichos valores (NIMA EGM96 Calculator Version 1.0, Alltrans y EGM2008 Calculator, respectivamente), de igual forma para el método de mínimos cuadrados colocación (*figura 63*), se cuenta con un ejecutable que permite el cálculo de ondulaciones geoidales en base al ingreso de las coordenadas de cada punto (*Echeverría, A., Tierra, A., 2010*). Para el caso del geoide gravimétrico (*Jijón y Tierra, 2008*), es necesario utilizar un método de interpolación intermedio que toma como insumos puntos para los cuales se ha calculado valores de ondulación por dicho método, la técnica de interpolación usada fue kriging (*figura 64*).

Los errores en la estimación de la variable comparados con los que se calcularon para los otros métodos en los puntos test, fueron siempre menores cuando se empleó redes neuronales artificiales, registrándose errores máximos comprendidos entre 8 y 9 centímetros.

Para la generación del geoide gravimétrico al cual se hace referencia en este texto, se emplearon 11017 puntos de gravedad distribuidos en el Ecuador Continental, que permitieron obtener un modelo de ondulaciones geoidales para todo el país.

A breves rasgos se puede indicar que el procedimiento seguido para el cálculo de ondulaciones geoidales consta de las siguientes etapas: cálculo de la anomalía resultante de la condensación de Helmert, cálculo de la corrección por terreno, cálculo de las anomalías de gravedad de aire libre, cálculo de anomalías de la gravedad efecto indirecto, cálculo de ondulaciones geoidales debido al efecto indirecto, cálculo de ondulaciones geoidales residuales, cálculo de ondulaciones geoidales por la técnica remover-restaurar. (*Jijón y Tierra, 2008*)

Debido a que para la representación continua de ondulaciones geoidales por el método gravimétrico se usó un método de interpolación paramétrico (kriging), se observa en dicha representación cierta discontinuidad al enfocarnos en una zona más pequeña del territorio nacional que constituye el área de estudio del presente trabajo de investigación. El desempeño del método de estimación de variables se ve limitado por la distribución espacial de los datos discretos.

Para la elaboración del modelo de ondulaciones geoidales por el método de mínimos cuadrados colocación (LSC) se utiliza 108 puntos GPS/nivelación (método geométrico) en un área de estudio que abarca gran parte del territorio nacional, en la cual la distribución de datos permitía la realización del trabajo. (*Echeverría y Tierra, 2010*). Para la presente tesis se cuenta con un

mayor número de puntos dato que con los que se contaba cuando se generó el modelo por LSC, debido a nuevas campañas realizadas por el IGM y por las realizadas con efecto de la ejecución de este proyecto.

El método de mínimos cuadrados colocación se diferencia del método general de interpolación por mínimos cuadrados, en que además de los parámetros y residuales de observación, permite estimar otras variables aleatorias de gran interés en problemas geodésicos.

La solución por mínimos cuadrados colocación es una de las mejores estimaciones lineales insesgadas de los parámetros y señales que se pueden obtener de datos dispersos, por ser una estimación lineal insesgada mínima varianza. (Sevilla, 1987)

Para la generación de los distintos modelos geoidales en el área de trabajo, se usó para todos los casos la malla de puntos equidistantes (1km).

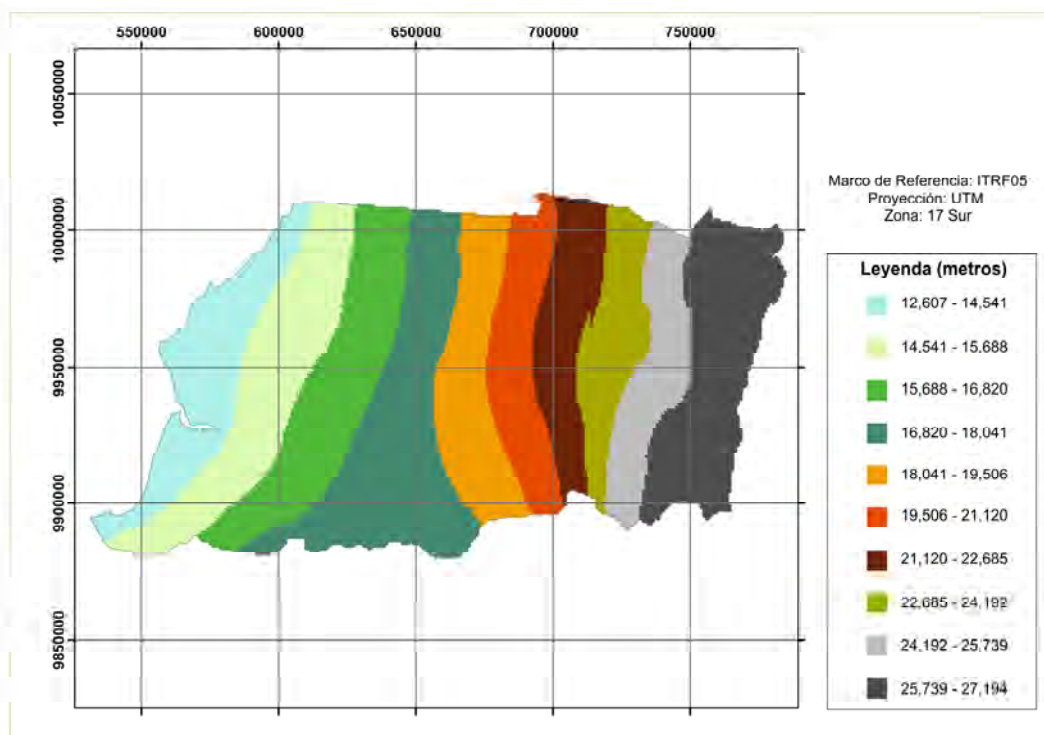


Figura 61: Modelo geoidal EGM2008 en el área de estudio

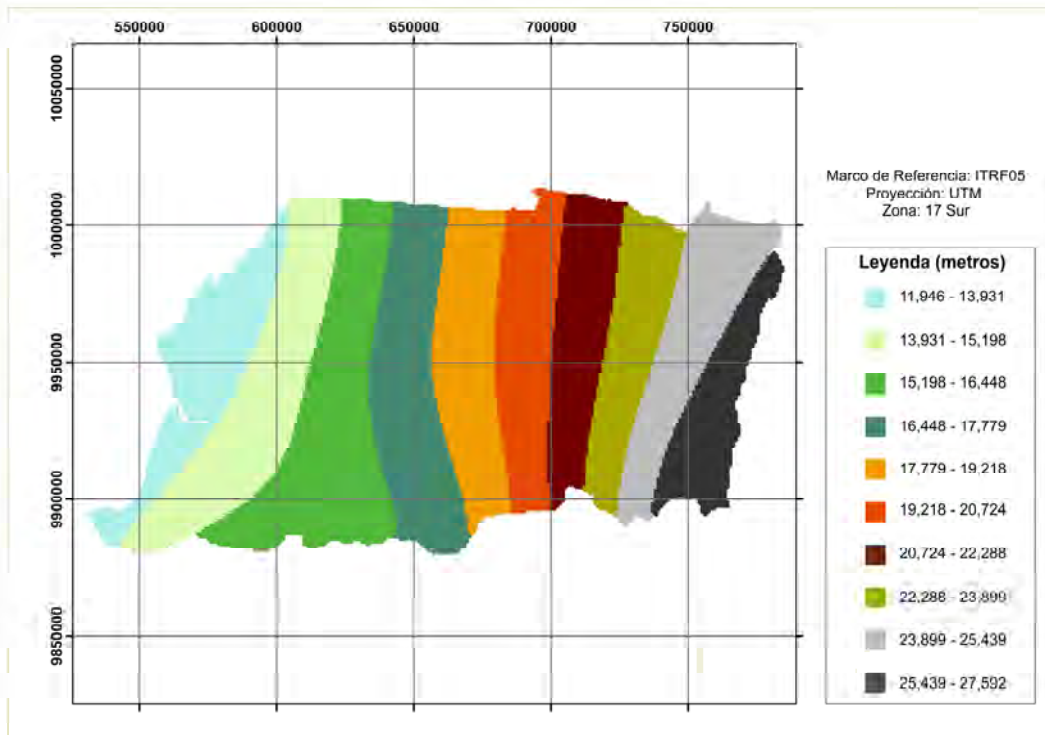


Figura 62: Modelo geoidal EGM96 en el área de estudio

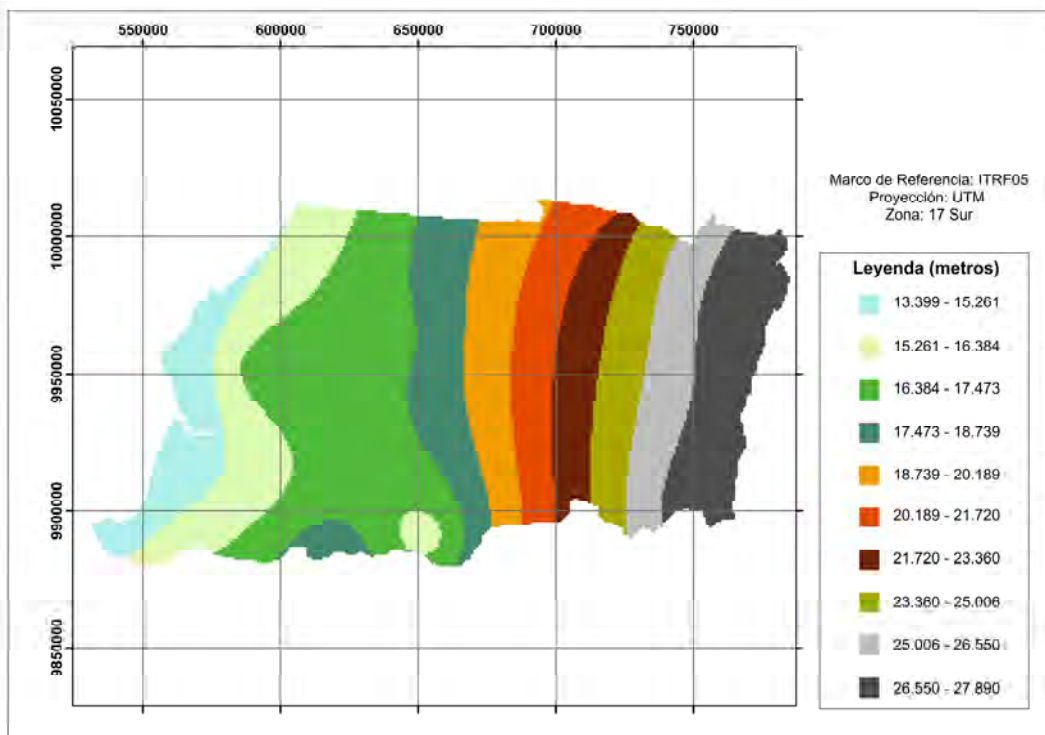


Figura 63: Modelo geoidal por mínimos cuadrados colocación (LSC) en el área de estudio

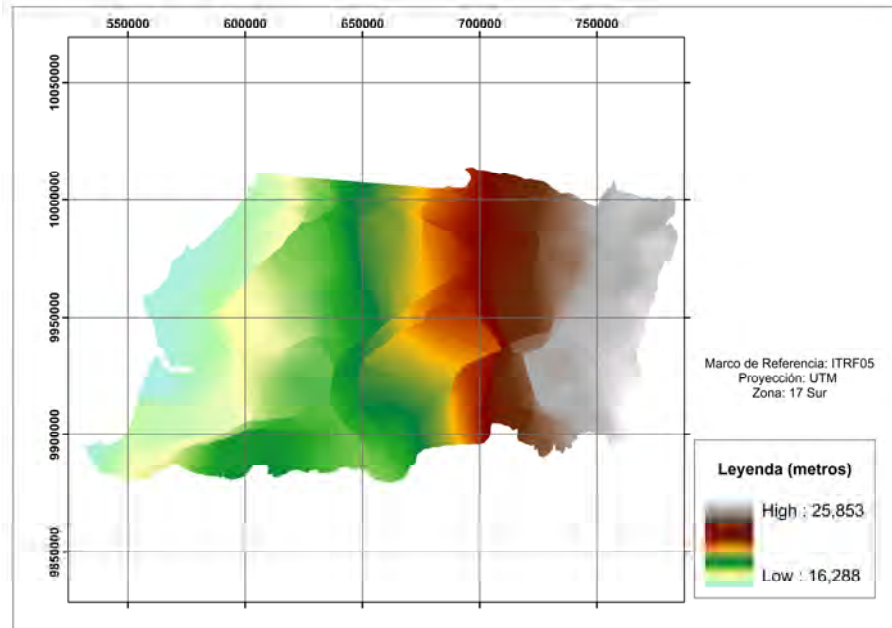


Figura 64: Modelo geoidal por el método gravimétrico en el área de estudio

Los errores que se obtienen en los puntos test empleando redes neuronales en el formato [Este Norte] no superan los 0.09 m y para el formato [Latitud Longitud Altura Elipsoidal] no sobrepasan los 0.08m. (*Tabla 24*). Recurriendo a un proceso de interpolación por "mínima curvatura" es posible aproximar la distribución de errores dentro del área de estudio que generan las redes neuronales entrenadas partiendo de puntos test (*figura 65, figura 66*).

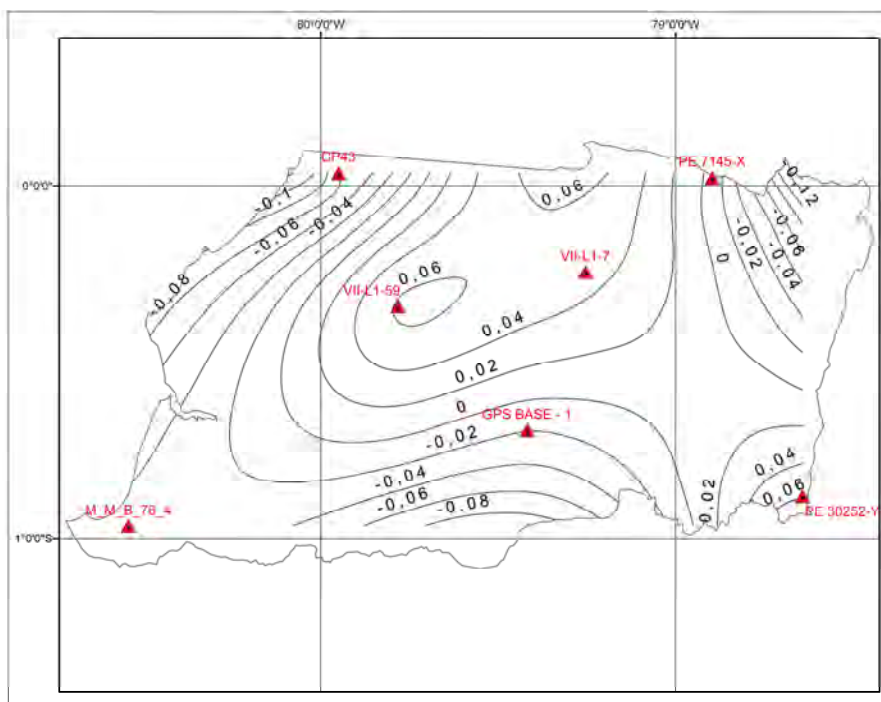
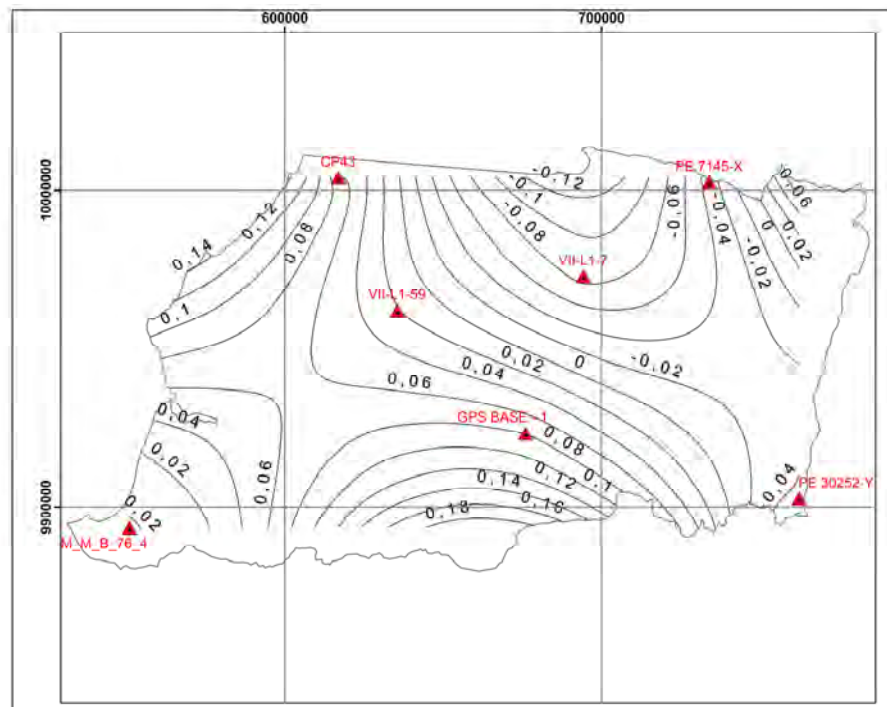


Figura 65: N RNA [LLh] Vs. N observado en puntos test. (Marco de Referencia ITRF05)



**Figura 66: N RNA [EN] Vs. N observado en puntos test.
(Marco de Referencia ITRF05, Proyección UTM 17 S)**

Es importante resaltar el hecho de que al agregar una variable de entrada a la red neuronal para su entrenamiento (altura elipsoidal), la RNA adquiere un aprendizaje que discrimina de mejor forma el comportamiento de la variable que se desea estimar (ondulación geoidal). El entrenamiento de la red neuronal con tres variables de entrada RNA [latitud longitud altura elipsoidal] se diferencia del entrenamiento con dos entradas [Este Norte], en que en el primer caso los errores generados por la red al ser comparados con datos de test disminuyen considerablemente. La adición de una nueva entrada proporciona a la RNA la posibilidad de relacionar el fenómeno estudiado con otra variable y aprender la forma en que se interrelacionan, consiguiendo con esto un entrenamiento más robusto y obteniendo como consecuencia una reducción en los errores de la red neuronal.

Dentro del análisis de los resultados obtenidos, es importante estudiar las diferencias que se establecen entre el modelo generado para este trabajo mediante el uso de una red neuronal artificial y los modelos existentes y desarrollados por medio de otras técnicas. Para esto se genera una representación gráfica de dichas diferencias, acompañada de un cuadro de parámetros estadísticos que muestra las discrepancias entre los métodos en forma numérica.

Para realizar la comparación, se generan por medio de los modelos EGM08, EGM96, Mínimos Cuadrados Colocación y Redes Neuronales Artificiales [Este Norte], valores de ondulación geoidal para una malla de puntos equidistantes (1km), obteniéndose un total de 24343 puntos para la estimación de la variable. Para el caso del geoide gravimétrico se cuenta con una superficie de tipo ráster generada a través de un proceso de interpolación (kriging) de puntos dentro del área de estudio para los cuales se conoce dicha información. Es importante resaltar el hecho de que las diferencias existentes entre los modelos comparados, se explican porque se ha empleado distintas metodologías para su obtención, pero también se debe considerar que un modelo local tiende a ser más exacto que otro de características regionales o globales debido a que el nivel de precisión contenido en la información empleada para su generación es mucho más alto. En otras palabras, la magnitud de los errores que genera un modelo, no está relacionada únicamente con el desempeño que tiene el método empleado para su obtención, sino también con la exactitud y precisión de los datos que se utilizan como fuente de información para su conformación.

A continuación se muestra en forma gráfica las diferencias que se obtienen al comparar los modelos del geoide: ‘Mínimos Cuadrados Colocación’ (*figura 67*), ‘Geoide Gravimétrico para el Ecuador Continental’ (*figura 68*), ‘EGM96’ (*figura 69*) y ‘EGM2008’ (*figura 70*) con el modelo Red Neuronal Artificial [Este Norte]; la comparación de los modelos antes citados con el modelo Red Neuronal Artificial [Latitud Longitud Altura Elipsoidal] no es factible de ser realizado ya que en este formato, la red neuronal necesita el ingreso de valores para la altura elipsoidal de cada uno de los puntos de la malla.

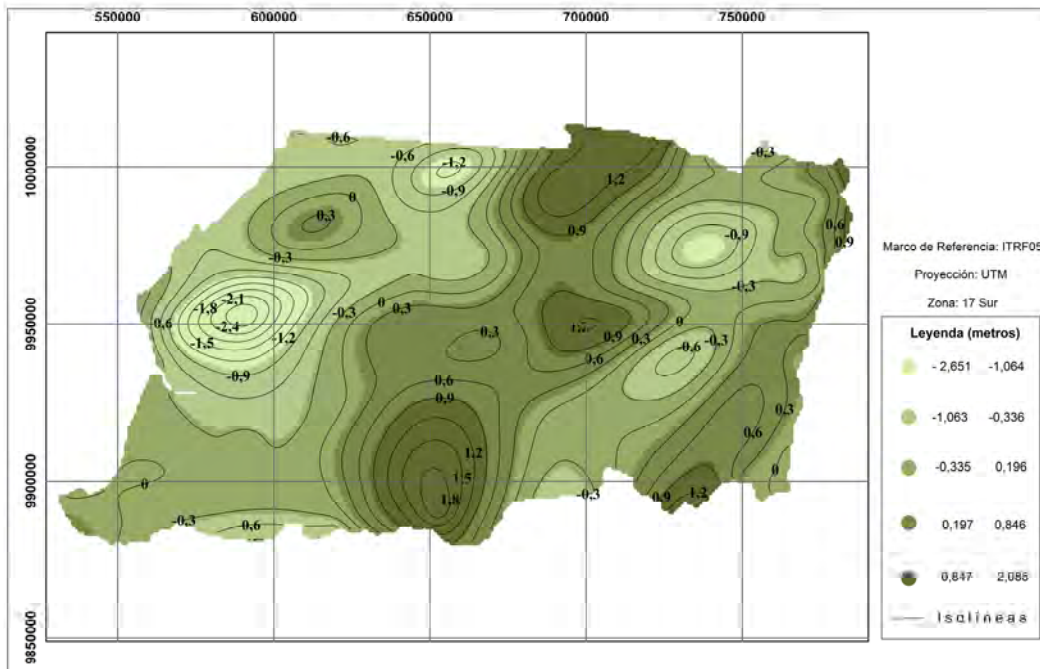


Figura 67: Diferencias entre el modelo geoidal por mínimos cuadrados colocación (LSC) y el modelo RNA (red neuronal artificial). Isolíneas cada 0.3 metros

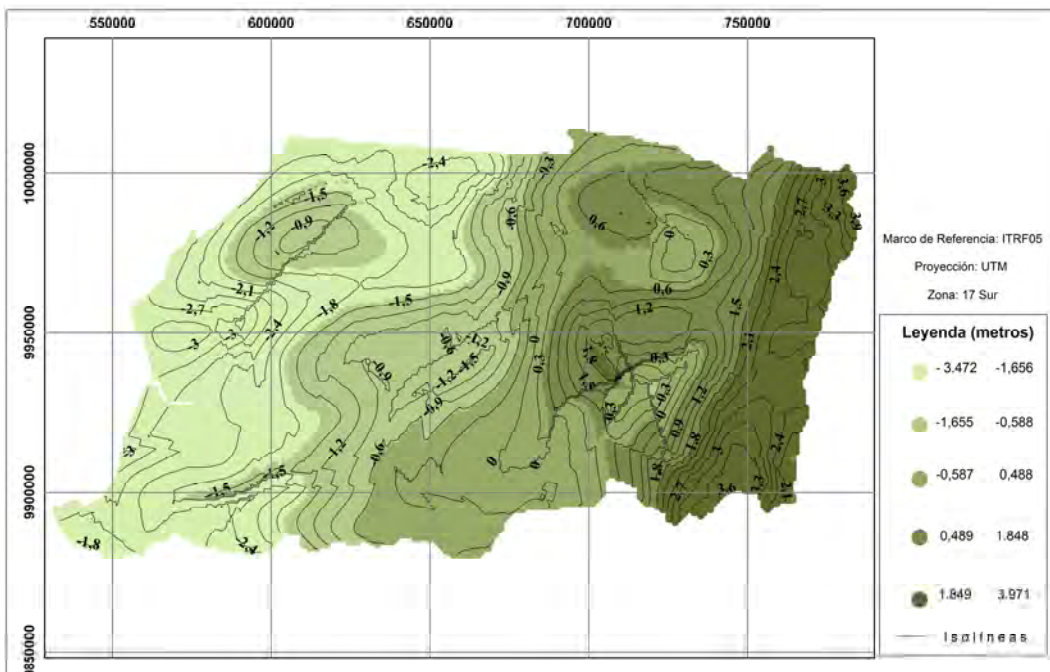


Figura 68: Diferencias entre el modelo geoidal gravimétrico y el modelo RNA (red neuronal artificial). Isolíneas cada 0.3 metros

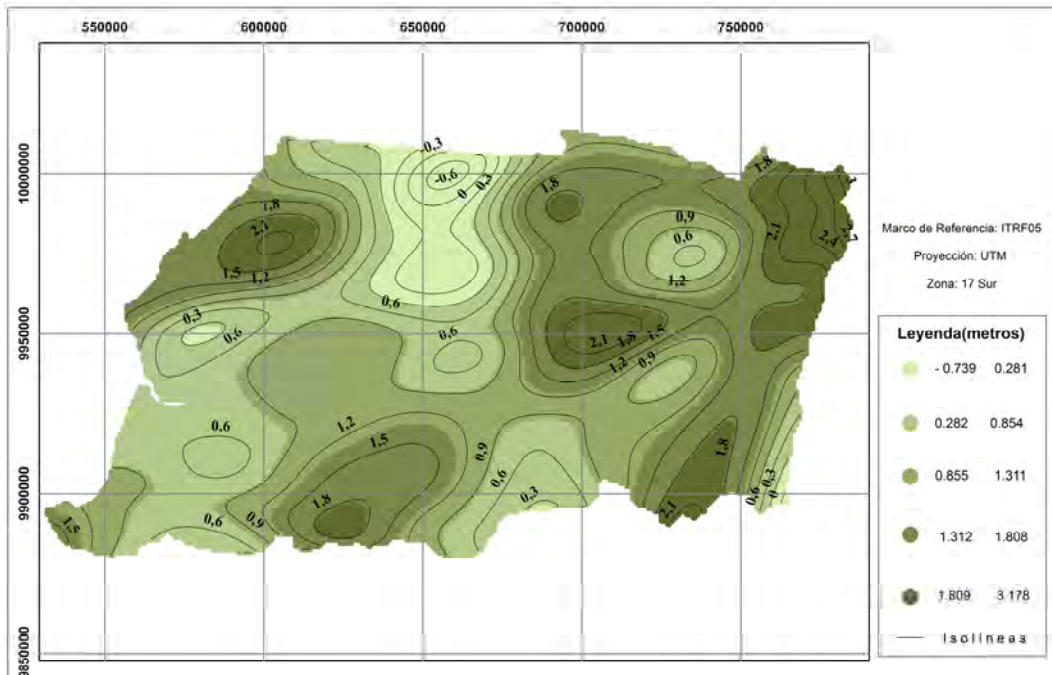


Figura 69: Diferencias entre el modelo geopotencial EGM96 y el modelo RNA (red neuronal artificial). Isolíneas cada 0.3 metros

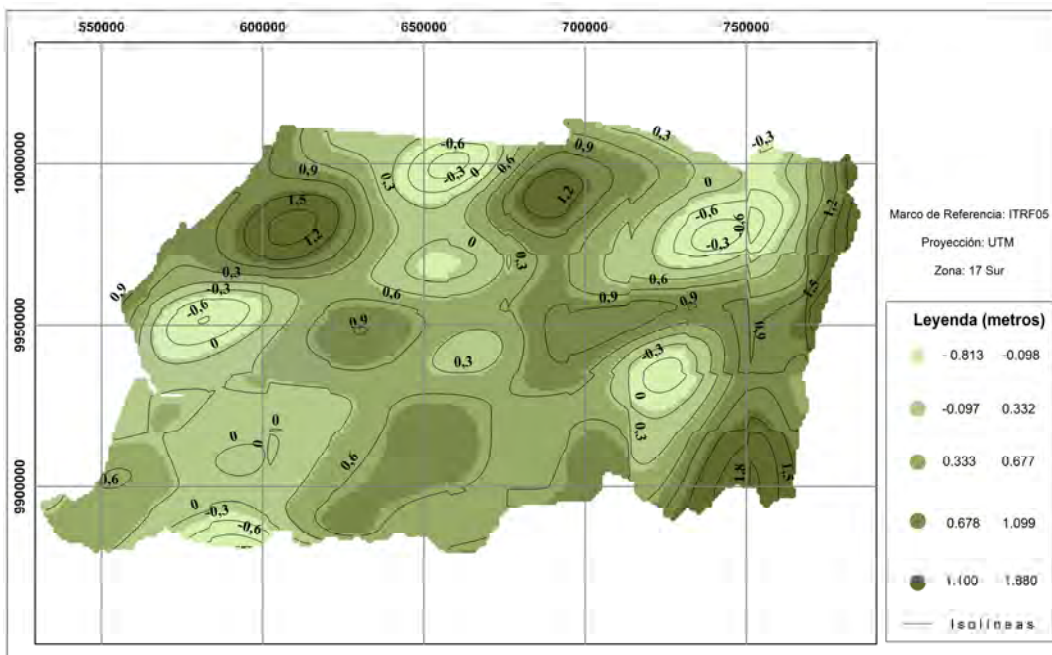


Figura 70: Diferencias entre el modelo geopotencial EGM2008 y el modelo RNA (red neuronal artificial). Isolíneas cada 0.3 metros

Los estadísticos calculados en base a los residuales que se obtienen al comparar el modelo Red Neuronal Artificial [Este Norte] con LSC, modelo gravimétrico, EGM96 y EGM2008, se muestran en la *tabla 25*.

Modelo	Desviación estándar (m)	Valor medio (m)	Extremo superior (m)	Extremo inferior (m)
LSC	0,693	0,040	2,085	-2,651
Gravimétrico	1,626	-0,395	3,971	-3,472
EGM96	0,579	1,119	3,178	-0,739
EGM2008	0,447	0,480	1,880	-0,813

Tabla 25: Estadísticos para los residuales en la comparación de modelos

Basándose en los estadísticos mostrados en la tablas 25, se puede afirmar que las diferencias más notorias en la comparación del modelo de ondulaciones geoidales con redes neuronales [Este Norte] con otros modelos, se registran en el modelo gravimétrico, estas discrepancias se pueden explicar por el hecho de que este último se trata de un modelo que emplea otro tipo de datos para su generación (información gravimétrica); el mismo razonamiento puede ser empleado para analizar las diferencias calculadas con respecto a los modelos geopotenciales EGM2008 y EGM96, sin embargo en estos modelos las discrepancias con respecto del modelo para RNA's son menos marcadas.

Finalmente tratándose del modelo LSC, se registran las mínimas diferencias de los cuatro modelos utilizados para la comparación. Es importante observar que este método genera un modelo local y además se fundamenta en la interpolación de ondulaciones geoidales que se han obtenido por el método geométrico.

CAPITULO VI

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 Conclusiones

- El empleo de redes neuronales artificiales demuestra ser una herramienta apropiada en la estimación del comportamiento del geoide, al ser comparada con otros métodos cuando se dispone de datos dispersos.
- La incorporación de una nueva variable como la altura elipsoidal a manera de entrada en el conjunto de entrenamiento de la red neuronal aporta considerablemente en el proceso de aprendizaje, consiguiéndose de esta forma un incremento en la capacidad de generalización que alcanza la misma.
- Es factible pensar en la adición de otras variables relacionadas con el fenómeno estudiado, como por ejemplo gravedad, anomalías gravimétricas, desviaciones de la vertical, etc. con la finalidad de incrementar la cantidad de información de que dispone la red neuronal para lograr su aprendizaje.
- Es importante que los datos disponibles para realizar el entrenamiento de la red neuronal sean representativos, es decir, es necesario que la información contenida por estos abarque la mayor cantidad de patrones que definan el rango real de valores que pueden presentar las variables intervinientes dentro del área de estudio.
- Los datos de test y validación deben ser representativos y significativos al igual que los del conjunto de entrenamiento, de tal forma que los resultados obtenidos en la evaluación del desempeño de la red sean consistentes.
- La metodología propuesta en el presente trabajo para un área determinada, es replicable en otras zonas, siempre y cuando se disponga de un conjunto de datos de entrenamiento adecuado.

- La precisión de los datos empleados para el entrenamiento de la red neuronal condiciona la calidad que se tendrá en las salidas proporcionadas por la misma luego de su entrenamiento.
- La red neuronal artificial de mejor aprendizaje, se determina en base a un proceso de prueba error, es decir se adopta como óptima a aquella red que durante el entrenamiento logra un mejor desempeño en cuanto se refiere a la minimización los errores.
- Con el método GPS/nivelación y redes neuronales artificiales fue posible obtener un modelo geoidal local que representa las observaciones disponibles de ondulación geoidal mejor que 0.09 m.

6.2 Recomendaciones

- El mantenimiento de la red de nivelación nacional en Ecuador es un aspecto de fundamental importancia para el establecimiento de un sistema de referencia vertical.
- Propender al cálculo de los números geopotenciales a nivel local y regional para hacer factible la obtención de alturas ortométricas y normales.
- Una distribución homogénea de puntos dato en Ecuador, permitiría realizar el entrenamiento de una red neuronal artificial que pueda generar valores para la variable estimada en la totalidad del territorio nacional.
- Las redes neuronales entrenadas en el presente trabajo, garantizan salidas que se encuentren dentro del margen de errores calculados únicamente para puntos que se localicen dentro del área de estudio, debido a que el aprendizaje de las redes se realizó en base a patrones de entrenamiento que se registran dentro de la misma.

REFERENCIAS

- Barreto, J. (1990). Introdução às Redes Neurais Artificiais. Departamento de Informática e de Estadística – Florianópolis.
- Basogain, X. (2008). Redes Neuronales Artificiales y sus Aplicaciones. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Escuela Superior de Ingeniería de Bilbao, Bilbao – España.
- Chacón M. y Tierra A. (2010). Predicción de ondulaciones geoidales a través de una red neuronal artificial en un área del Distrito Metropolitano de Quito. Escuela Politécnica del Ejército – Centro de Investigación Científica. Sangolquí, Ecuador.
- Domínguez, F. (1997). Topografía Abreviada 12^o edición. Madrid -España.
- Díaz, J. (1998). Introducción a los métodos numéricos para la solución de ecuaciones. Universidad de Cádiz.
- Drewes, H. and O. Heidbach (2009). The 2009 horizontal velocity model for South America and the Caribbean. Submitted to C. Pacino et al. (Eds.). IAG Scientific Assembly “Geodesy for Planet Earth”. Buenos Aires, August 31 to September 4, 2009. IAG Symposia.
- Echeverría, A. y Tierra, A. (2010): Generación de un modelo de ondulaciones geoidales del Ecuador continental mediante Mínimos Cuadrados Colocación (LSC). Escuela Politécnica del Ejército – Centro de Investigación Científica. Sangolquí, Ecuador.
- Grossberg S. (1991). Pattern Recognition by Self-Organizing Neural Networks. Massachusetts Institute of Technology.
- Haykin, S. (2001). Redes Neurais, Princípios e Prática, Segunda Edição, Editorial Bookman, Título original: Neural Networks. Hamilton, Ontário, Canadá.
- Hebb, D. (1949). The Organization of Behavior: a neuropsychological theory. (New York: John Wiley and Sons).
- Heiskanen W. y Moritz H. (1967). Physical Geodesy. Freeman and Company, San Francisco.
- Hernández, N. (2004). Redes de Neuronas Artificiales en Oceanografía. Facultad de Matemáticas – Universidad de Sevilla.
- Hofmann, B. y Helmut W. (2005). Physical Geodesy. Institut für Navigation und Satellitengeodäsie - Technische Universität Graz, Graz, Austria.
- Instituto Geográfico Militar, Ecuador (2005). Proyecto SIRGAS Ecuador. Edición digital: http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol09/08_Leiva_Ecuador.pdf. Reuniones técnicas SIRGAS, Caracas, Venezuela.
- Isasi, P. y Galván, I. (2004). Redes de Neuronas Artificiales. Un Enfoque Práctico, Editorial Pearson Educación S.A. Madrid España.

Jijón, M. y Tierra, A. (2008). Determinación de ondulaciones geoidales residuales del Ecuador Continental. Escuela Politécnica del Ejército. Centro de Investigaciones Científicas. Sangolquí, Ecuador.

Lemoine, F. y Kenyon, S., Factim, J., Trimmer, R., Pavlis, N., Chinn, D., Cox, C., Klosko, S., Luthcke, M., Torrence, M., Wang, Y., Williamson, R., Pavlis, E., Rapp, H. y Olson, T., (1998). The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96; NASA Technical Paper NASA/TP1998206861, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, USA.

McCulloch W. y Pitts W. (1943). A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *Bulletin of Mathematical Biophysics* 5: 115-133.

Madsen, K. Nielsen, H. y Tingleff, O. (2004). Methods for non-linear least squares problems. Technical University of Denmark.

Martín del Brío, B. y Sanz, A. (1997). *Redes Neuronales y Sistemas Borrosos, introducción, teoría y práctica*.

MATLAB version 7.10.0. (2010). Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.

Minsky, P. (1969). *Perceptrons an introduction to computational geometry*. MIT Press. Cambridge.

Morgan, D. y Scofield, C. (1991). “*Neural Networks and Speech Processing*”, Kluwer Academic Publishers.

NIMA EGM96 Calculator Version 1.0 - David L. Couch, Geodesist National Imagery and Mapping Agency; AllTrans EGM2008 Calculator - Hans-Gerd Duenck-Kerst.

Paredes, N. (1986): Determinación del dátum vertical en La Libertad, Ecuador. *Acta Oceanográfica del Pacífico*. INOCAR, Guayaquil, Ecuador.

Pavlis N. K., S. A. Holmes, S., Kenyon y J. K. Factor. (2008): An Earth Gravitational Model to degree 2160: EGM2008. EGU General Assembly 2008. Vienna, Austria.

Ruiz, F. (2010). *Elementos de Geofísica*. Instituto Geofísico Sismológico “Ing. F. Volponi” Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Universidad Nacional de San Juan, Argentina.

Rumelhart y Hinton, Williams (1986). Learning Representations by back-propagating errors. *Nature*, 323, 533–36.

Santacruz, A. y Tierra, A. (2010). Transformación de Coordenadas con ITRF’s y Épocas de Referencia utilizando 7 y 14 parámetros de transformación. Escuela Politécnica del Ejército. Centro de Investigaciones Científicas. Sangolquí, Ecuador.

Sevilla, M. (1987). *Colocación Mínimos Cuadrados*. Instituto de Astronomía y Geodesia. Universidad Complutense de Madrid. Madrid - España.

Tierra, A. (2003). Metodología para a Geração da Malha de Anomalias Gravimétricas para obtenção de Geoide Gravimétrico Local a partir de Dados Esparsos. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas). Departamento de Geomática. Universidade Federal do Paraná. Curitiba – Brasil.

USGS (2004). Shuttle Radar Topography Mission, Global Land Cover Facility, University of Maryland, College Park, Maryland, February 2000.

Zurutuza, J. (2009). Primmer Taller Técnico sobre Cartografía y Topografía: Nuevas Infraestructuras de Referencia, Sietemas Tridimensionales.

ANEXOS

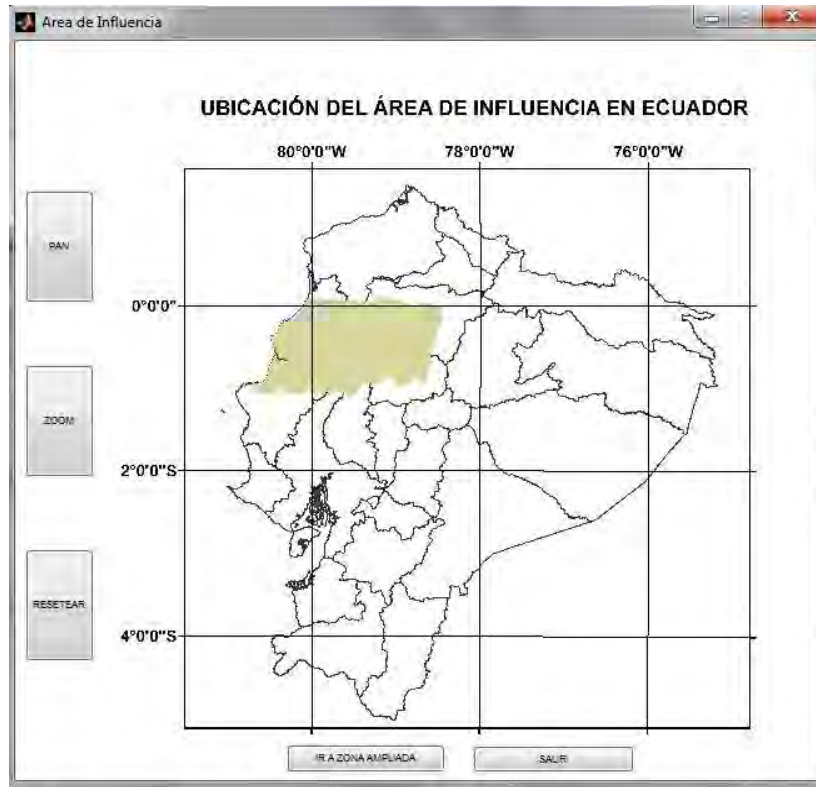
ANEXO 1: MANUAL DE USUARIO: CÁLCULO DE ONDULACION GEOIDAL CON REDES NEURONALES ARTIFICIALES

Ventana principal:



La ventana principal de la aplicación contiene el acceso para la entrada automática y para la entrada manual de datos, además también incluye el menú [Archivo Ayuda Área de Influencia]. En el menú “Ayuda” se encuentra los créditos de la aplicación y el manual de usuario para el manejo de la misma. En el menú “Área de Influencia” se muestra un mapa de ubicación de la zona en la cual se realizó en entrenamiento de la RNA.

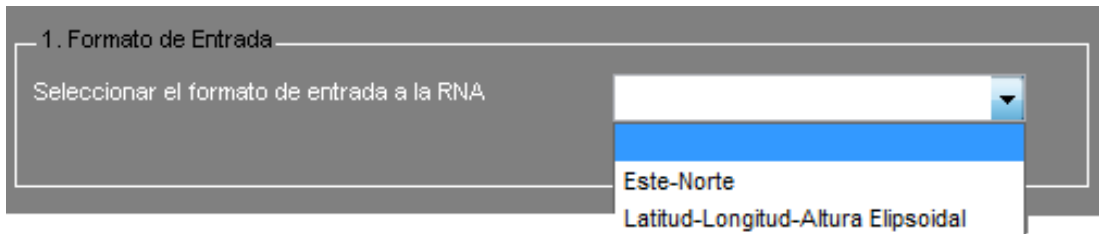




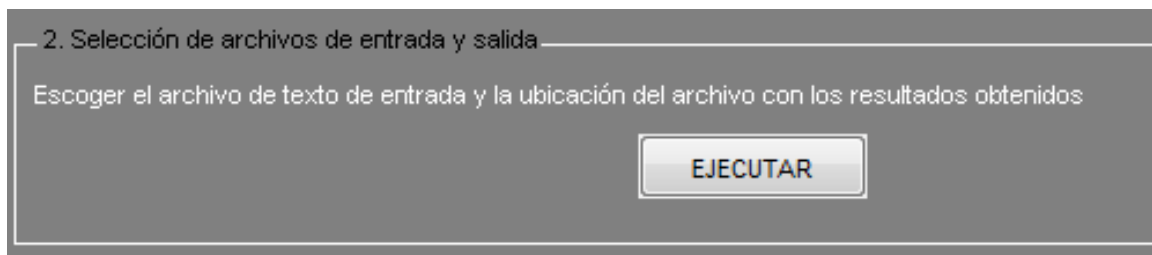
Entrada automática:



La entrada automática de datos permite el ingreso de las entradas desde un archivo de texto (*.txt) en formato: [Este Norte] o [Latitud Longitud Altura Elipsoidal], esta selección se realiza en la pestaña [1] **Formato de Entrada**.

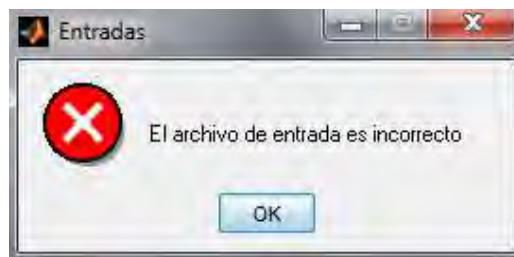


Una vez se ha elegido el formato de entrada se ejecuta la aplicación desde la pestaña [2] **Selección de archivos de entrada y salida**. En primera instancia se solicita direccionar el archivo de entrada, e inmediatamente después de esto se direcciona el archivo de salida, el cual al igual que el de entrada será de tipo *.txt.



Es importante considerar que el archivo de texto de entrada deberá contar con dos columnas de datos para el caso de entradas [Este Norte] y de tres columnas para las entradas del tipo [Latitud Longitud Altura Elipsoidal]. Adicionalmente se debe considerar que el separador de decimales es el punto.

Si el archivo que se pretende ingresar como entrada no cuenta con las características requeridas, el sistema mostrará un mensaje como el siguiente:



Luego de registrarse una entrada correcta y de haberse direccionado el archivo de salida, el sistema genera el siguiente mensaje:



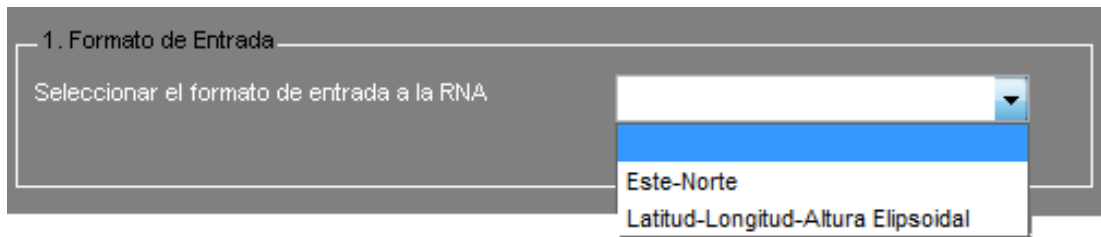
El archivo de salida contiene en la última columna los valores de ondulación calculados por la red neuronal artificial y en las primeras columnas las entradas para los puntos ingresados.

Entrada Manual

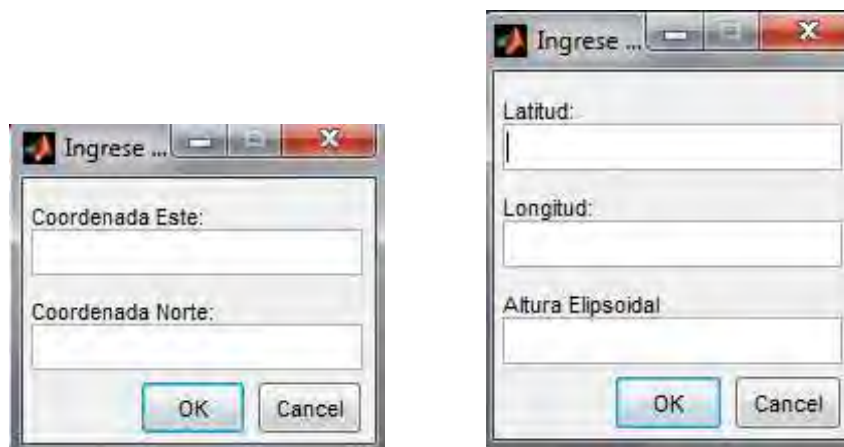
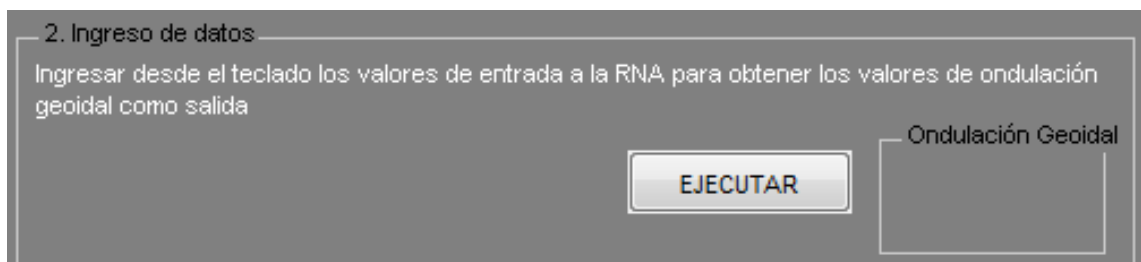


En la carga manual de datos, al igual que en la entrada automática, es posible realizar las entradas en formato [Este Norte] y [Latitud Longitud Altura Elipsoidal], y se ingresa los datos desde el teclado.

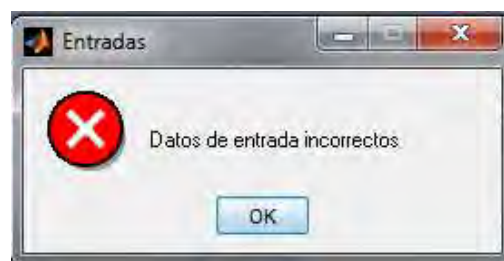
En la pestaña [1] Formato de Entrada se selecciona el tipo de entrada:



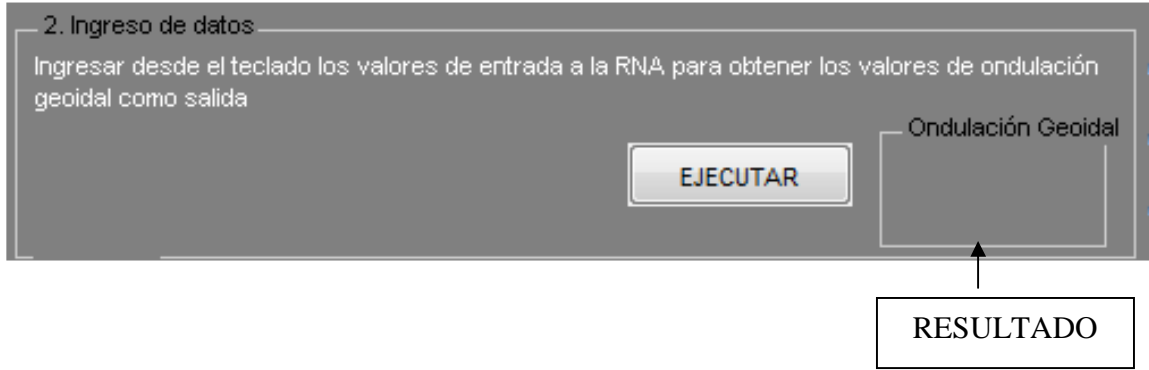
En la pestaña [2] Ingreso de Datos se puede ejecutar el despliegue de las ventanas para el ingreso de los datos.



Las entradas deben estar en formato numérico, y el separador de decimales es el punto. En caso de que las entradas sean incorrectas el sistema desplegará el siguiente mensaje:



El resultado se muestra dentro de la pestaña [2] Ingreso de Datos, en la parte derecha.



ANEXO 2: DESCRIPCIÓN DE LAS CAMPAÑAS GNSS REALIZADAS

CAMPAÑA GNSS I

DIA 1

Fecha:

6 de septiembre de 2010

Inicio de recorrido:

Quito

Fin de recorrido:

Santo Domingo

Número de puntos rastreados:

Dos

Nombre de los puntos:

Primer punto: Q-C-I-66

Segundo punto: VII-L2-23A

Tiempo de rastreo:

Primer punto: 2:30 horas

Segundo punto: 2:30 horas

Descripción del recorrido:

Partiendo de la ciudad de Quito por la vía Quito – La Independencia, se realiza el rastreo del primer punto ubicado entre Pedro Vicente Maldonado y Puerto Quito; posteriormente en la vía Santo Domingo – Quinindé – Esmeraldas se realiza el rastreo del segundo punto entre La Concordia y La Independencia. Luego de haber hecho el rastreo de los dos puntos correspondientes a este día, el destino final es la ciudad de Santo Domingo.

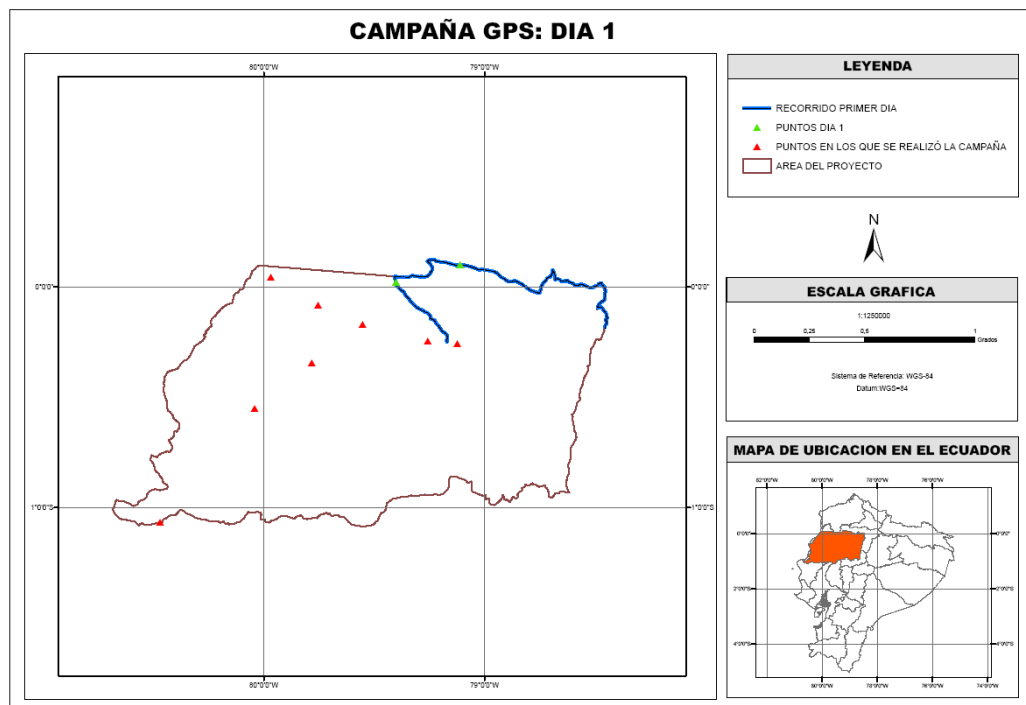
Distancia aproximada recorrida:

208 Km.

Tiempo aproximado del recorrido:

8 horas

Representación gráfica del recorrido:



DIA 2

Fecha:

7 de septiembre de 2010

Inicio de recorrido:

Santo Domingo

Fin de recorrido:

Santo Domingo

Número de puntos rastreados:

Dos

Nombre de los puntos:

Primer punto: IX-L1-95

Segundo punto: VII-L1-7

Tiempo de rastreo:

Primer punto: 2:30 horas

Segundo punto: 2:30 horas

Descripción del recorrido:

Partiendo de la ciudad de Santo Domingo por la vía Aloag – Santo Domingo, se realiza el rastreo del primer punto ubicado entre Tandapi y Alluriquín; el segundo punto es rastreado en la vía Santo

Domingo – Zapallo – Limón entre Santo Domingo y Las Delicias. Después de realizado el posicionamiento de los dos puntos llega a la ciudad de Pedernales para el día siguiente trabajar en los puntos más cercanos a esta localidad.

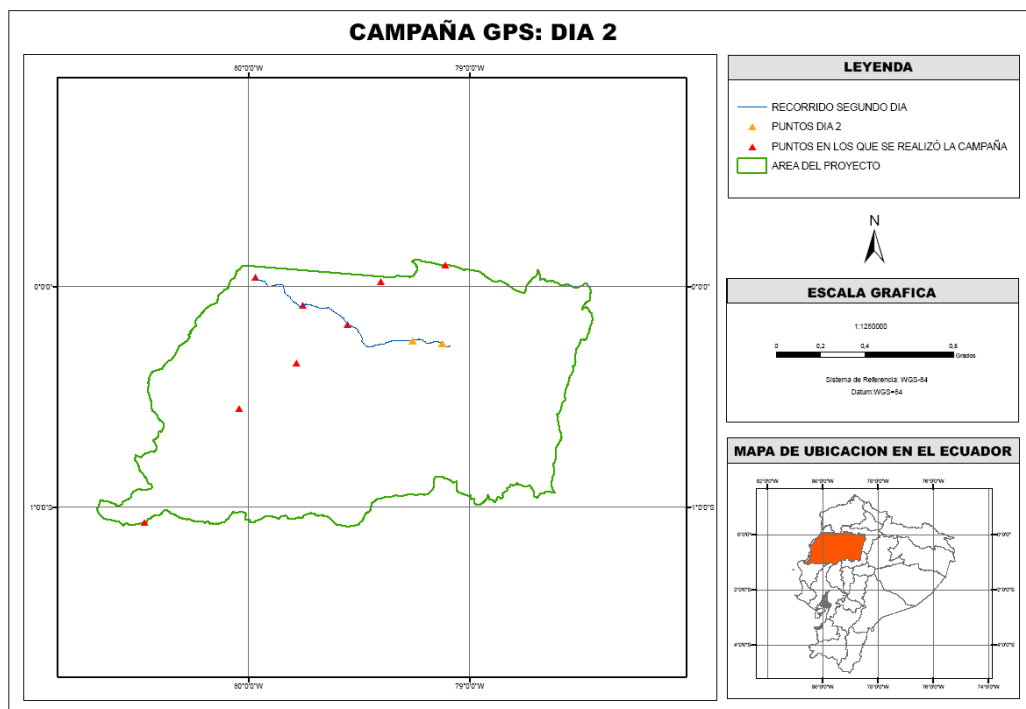
Distancia aproximada recorrida:

123 Km.

Tiempo aproximado del recorrido:

10 horas

Representación gráfica del recorrido:



DIA 3

Fecha:

8 de septiembre de 2010

Inicio de recorrido:

Pedernales

Fin de recorrido:

Santo Domingo

Número de puntos rastreados:

Tres

Nombre de los puntos:

Primer punto: C-P-43

Segundo punto: C-P-24

Tercer punto: C-P-8

Tiempo de rastreo:

Primer punto: 2:30 horas

Segundo punto: 2:30 horas

Tercer punto: 2:30 horas

Descripción del recorrido:

Partiendo de la ciudad de Pedernales en la carretera El Carmen - Pedernales, se realiza el rastreo del primer punto ubicado entre Las Mercedes y Pedernales; el segundo punto está ubicado de igual manera que el punto uno entre Las Mercedes y Pedernales, en el sitio Nueva Unión; por su parte el tercer punto se localiza en la carretera El Carmen – Puerto Nuevo entre Las Mercedes y Santa Rosa. Después de realizado el posicionamiento de los tres puntos se retorna a la ciudad de Santo Domingo.

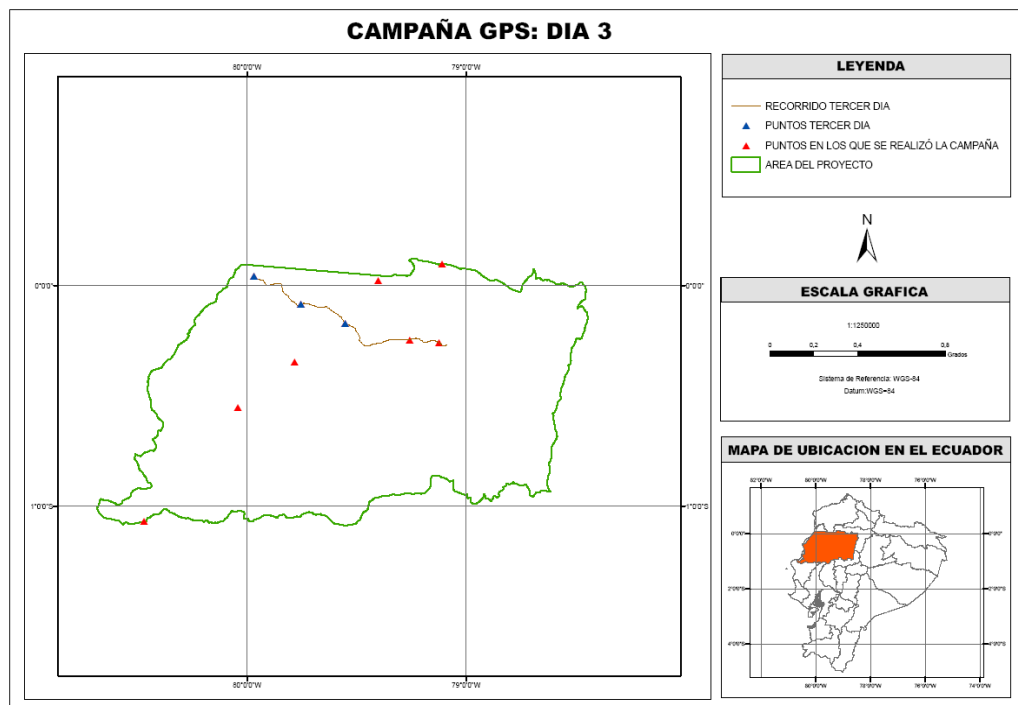
Distancia aproximada recorrida:

119 Km.

Tiempo aproximado del recorrido:

11 horas

Representación gráfica del recorrido:



DIA 4

Fecha:

9 de septiembre de 2010

Inicio de recorrido:

Santo Domingo

Fin de recorrido:

Portoviejo

Número de puntos rastreados:

Dos

Nombre de los puntos:

Primer punto: VII-L1-59

Segundo punto: P-D-64A

Tiempo de rastreo:

Primer punto: 2:30 horas

Segundo punto: 2:30 horas

Descripción del recorrido:

Partiendo de la ciudad de Santo Domingo en la carretera Santo Domingo – Zapallo - Limón, se realiza el posicionamiento del primer punto cuya placa se encuentra empotrada en la vereda del puente sobre el “Río Quiñones”; el segundo punto está ubicado en la carretera Chone – Limón entre Ricaurte y Pavón. Una vez se concluye el trabajo de posicionamiento de estos dos puntos, se llega a la ciudad de Portoviejo desde la cual se facilita el inicio del recorrido del día siguiente.

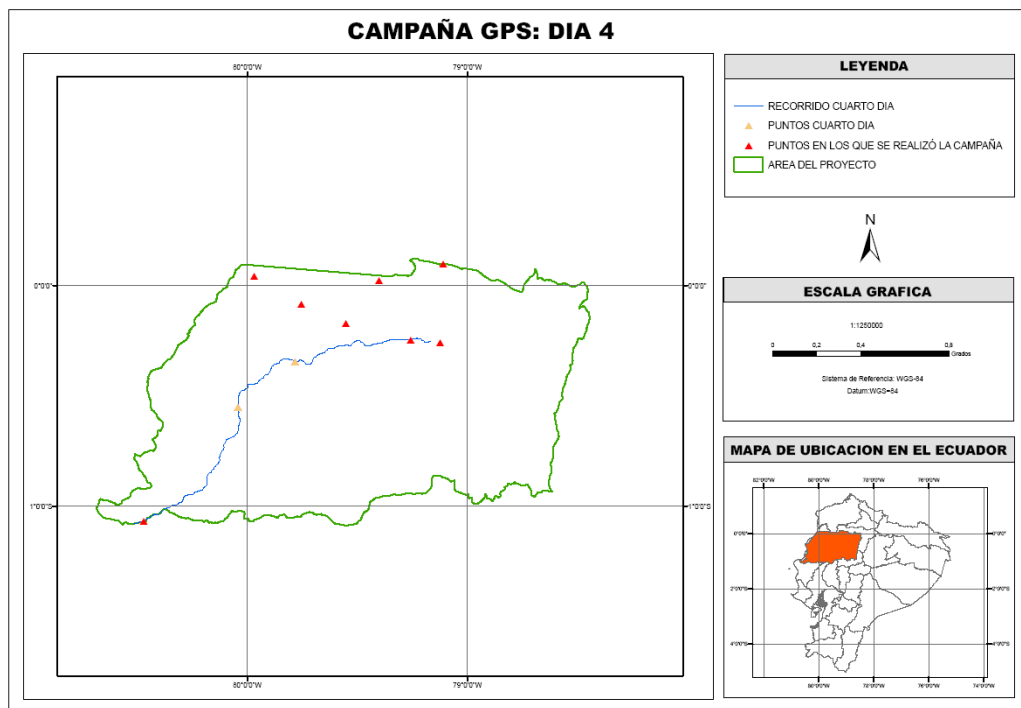
Distancia aproximada recorrida:

212 Km.

Tiempo aproximado del recorrido:

12 horas

Representación gráfica del recorrido:



DIA 5

Fecha:

10 de septiembre de 2010

Inicio de recorrido:

Portoviejo

Fin de recorrido:

Quito

Número de puntos rastreados:

Uno

Nombre de los puntos:

Primer punto: M-Q-26-AJ

Tiempo de rastreo:

Primer punto: 2:30 horas

Descripción del recorrido:

Partiendo de la ciudad de Portoviejo en la carretera Manta – Portoviejo – El Empalme, se realiza el posicionamiento del único punto en el día 5. Después de esto se emprende el retorno a la ciudad de Quito, debido a la considerable distancia que es necesario recorrer para ello.

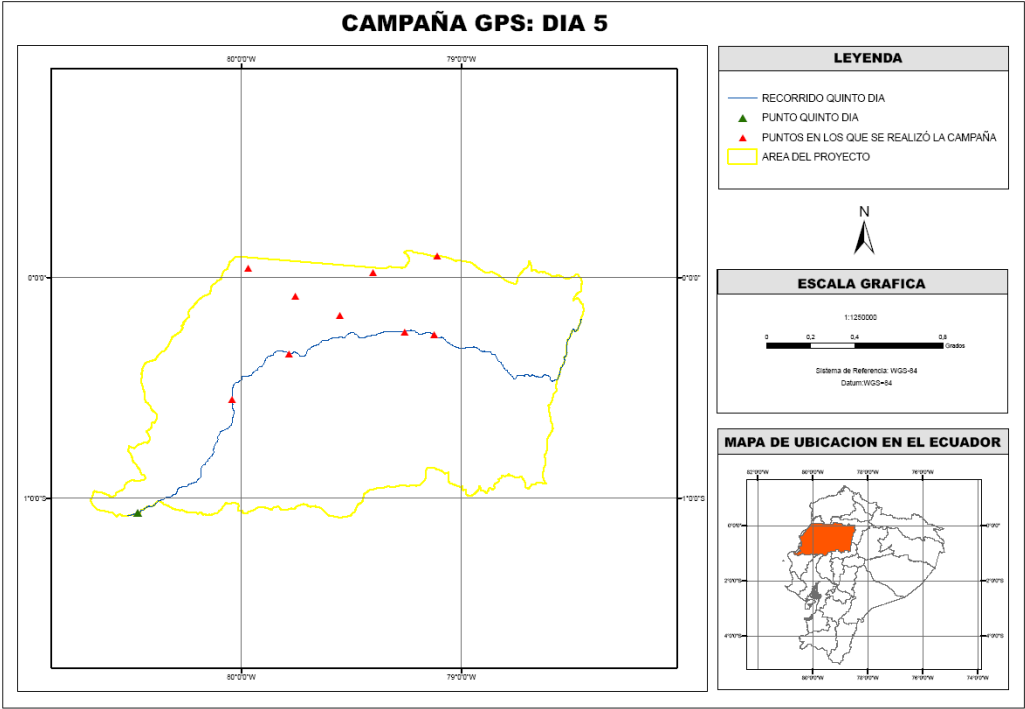
Distancia aproximada recorrida:

333 Km.

Tiempo aproximado del recorrido:

11 horas

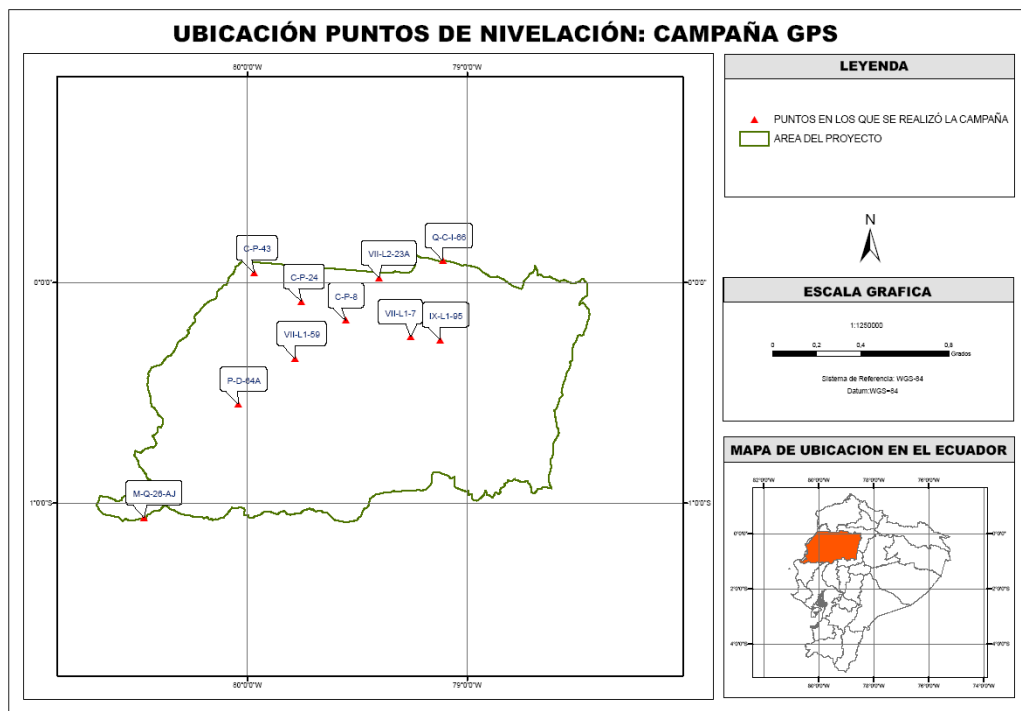
Representación gráfica del recorrido:



TABULACIÓN DE PUNTOS DE NIVELACIÓN DE PRIMER ORDEN QUE FORMAN PARTE DE LA CAMPAÑA GNSS I:

Punto	Ubicación	Tipo	Latitud (aproximada)				Longitud (aproximada)			
			°	'	"		°	'	"	
Q-C-I-66	Pedro Vicente Maldonado	Placa	0°	06'	2.1"	N	79°	06'	37.2"	W
VII-L2-23A	La Concordia	Placa	0°	00'	22.4"	N	79°	24'	5.3"	W
IX-L1-95	Santo Domingo	Hito	0°	15'	29.93"	S	79°	07'	25.96"	W
VII-L1-7	Santo Domingo	Placa	0°	14'	40.51"	S	79°	15'	26.16"	W
C-P-43	Pedernales	Hito	0°	02'	45.5"	N	79°	58'	7.7"	W
C-P-24	Chone	Placa	0°	05'	3.4"	S	79°	45'	16.6"	W
C-P-8	El Carmen	Hito	0°	10'	14.3"	S	79°	33'	10.2"	W
VII-L1-59	Flavio Alfaro	Placa	0°	20'	36.31"	S	79°	47'	1.32"	W
P-D-64A	Chone	Hito	0°	33'	0.53"	S	80°	2'	31.2"	W
M-Q-26-AJ	Portoviejo	Placa	1°	03'	54.66"	S	80°	28'	13.83"	W

REPRESENTACION GRAFICA DE PUNTOS DE NIVELACIÓN DE PRIMER ORDEN QUE FORMAN PARTE DE LA CAMPAÑA GNSS I:



CAMPAÑA GNSS II

DIA 1

Fecha:

14 de febrero de 2011

Inicio de recorrido:

Quito

Fin de recorrido:

Quevedo

Número de puntos a ser rastreados:

Dos

Nombre de los puntos:

Primer punto: Mojón Turulata. Parroquia Zumbahua, cantón Pujilí. Provincia Cotopaxi.

Segundo punto: IX-L4-85. Parroquia Pilaló, cantón Pujilí. Provincia Cotopaxi.

Tiempo de rastreo:

Primer punto: 2:30 horas

Segundo punto: 2:30 horas

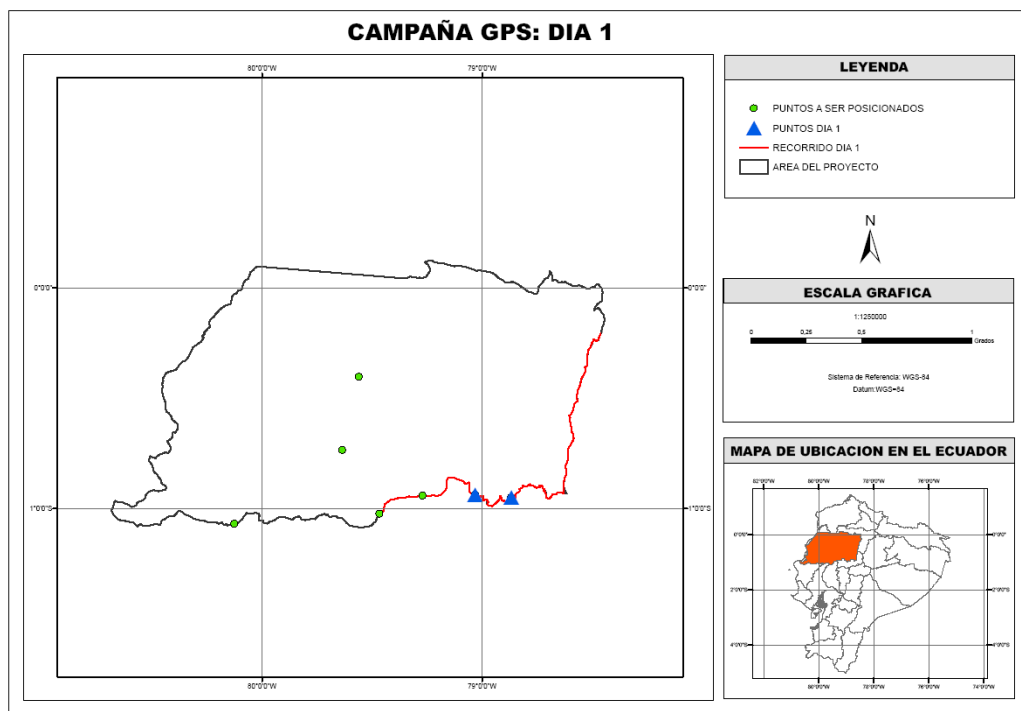
Descripción del recorrido:

Partiendo de la ciudad de Quito por la vía Quito – Latacunga – Apagua - Quevedo, se realizará el rastreo del primer punto ubicado entre Pujilí y Zumbahua; posteriormente sobre la misma vía Latacunga – Apagua – Quevedo se realizará el rastreo del segundo punto entre Pilalo y La Esperanza. Luego de haber hecho el rastreo de los dos puntos correspondientes a este día, el destino final es la ciudad de Quevedo.

Distancia aproximada recorrida:

230 Km.

Representación gráfica del recorrido:



DIA 2

Fecha:

15 de febrero de 2011

Inicio de recorrido:

Quevedo

Fin de recorrido:

Quevedo

Número de puntos rastreados:

Dos

Nombre de los puntos:

Primer punto: Hito Quevedo. Parroquia Quevedo. Cantón Quevedo. Provincia Los Ríos.

Segundo punto: IX-L4-112. Parroquia La Maná. Cantón La Maná. Provincia Cotopaxi.

Tiempo de rastreo:

Primer punto: 2:30 horas

Segundo punto: 2:30 horas

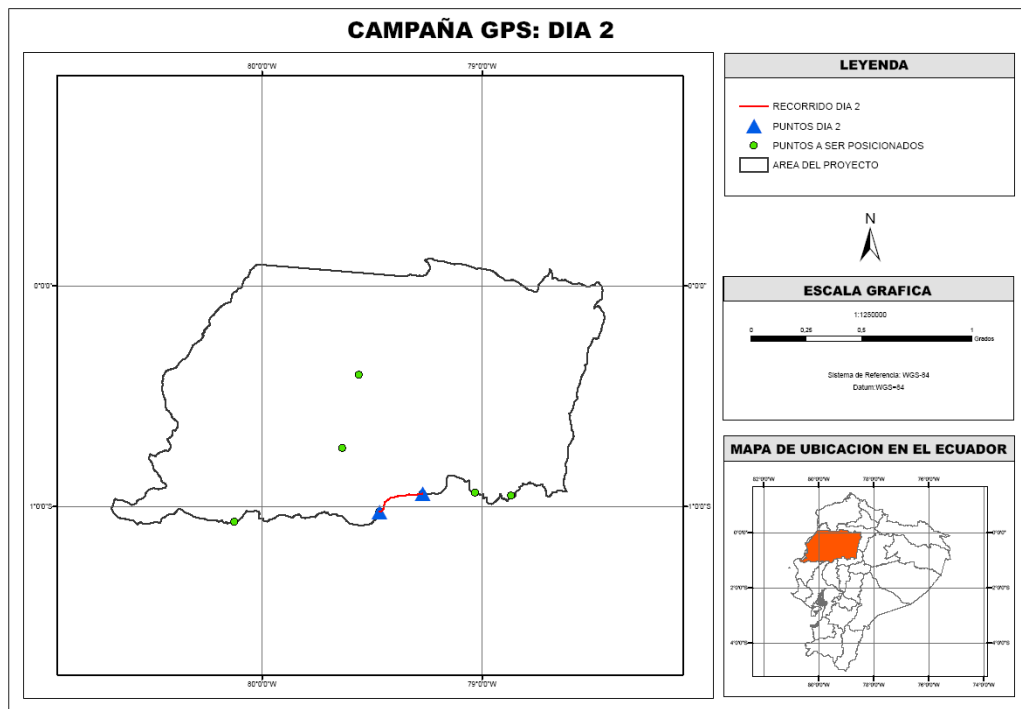
Descripción del recorrido:

Partiendo de la ciudad de Quevedo por la carretera Quevedo – El Empalme, se realizará el posicionamiento del primer punto ubicado entre las calles 7 de octubre y la Sexta; el segundo punto es rastreado en la vía Apagua - Quevedo entre La Maná y Valencia. Después de realizado el posicionamiento de los dos puntos se regresará a la ciudad de Quevedo para el día siguiente iniciar el recorrido desde esta localidad.

Distancia aproximada recorrida:

53 Km.

Representación gráfica del recorrido:



DIA 3

Fecha:

16 de febrero de 2011

Inicio de recorrido:

Quevedo

Fin de recorrido:

Quevedo

Número de puntos a ser rastreados:

Dos

Nombre de los puntos:

Primer punto: M-Q-56. Parroquia San Plácido. Cantón Portoviejo, Provincia Manabí.

Segundo punto: VIII-E-39. Parroquia Manga del Cura. Cantón Manga del Cura. Provincia: Zona no delimitada.

Tiempo de rastreo:

Primer punto: 2:30 horas

Segundo punto: 2:30 horas

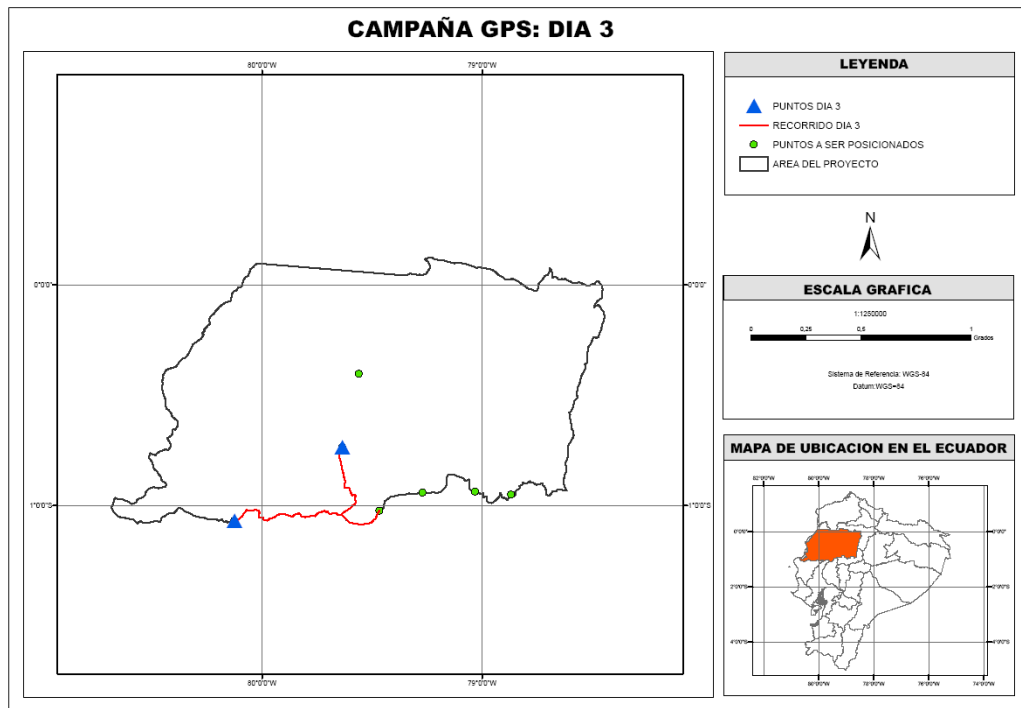
Descripción del recorrido:

Partiendo de la ciudad de Quevedo en la carretera Manta – Portoviejo – El Empalme, se rastreará el primer punto del día, el cual se encuentra entre San Plácido y Kilómetro 103; el segundo punto está ubicado en la carretera Santa María – Río Peripa, entre Santa María y Santa Teresa. Después de posicionar los dos puntos se retorna a la ciudad de Quevedo, establecida como centro de operaciones.

Distancia aproximada recorrida:

260 Km.

Representación gráfica del recorrido:



DIA 4

Fecha:

17 de febrero de 2011

Inicio de recorrido:

Quevedo

Fin de recorrido:

Quito

Número de puntos rastreados:

Uno

Nombre de los puntos:

Primer punto: VIII-E-12A. Parroquia El Carmen. Cantón El Carmen. Provincia Manabí.

Tiempo de rastreo:

Primer punto: 2:30 horas

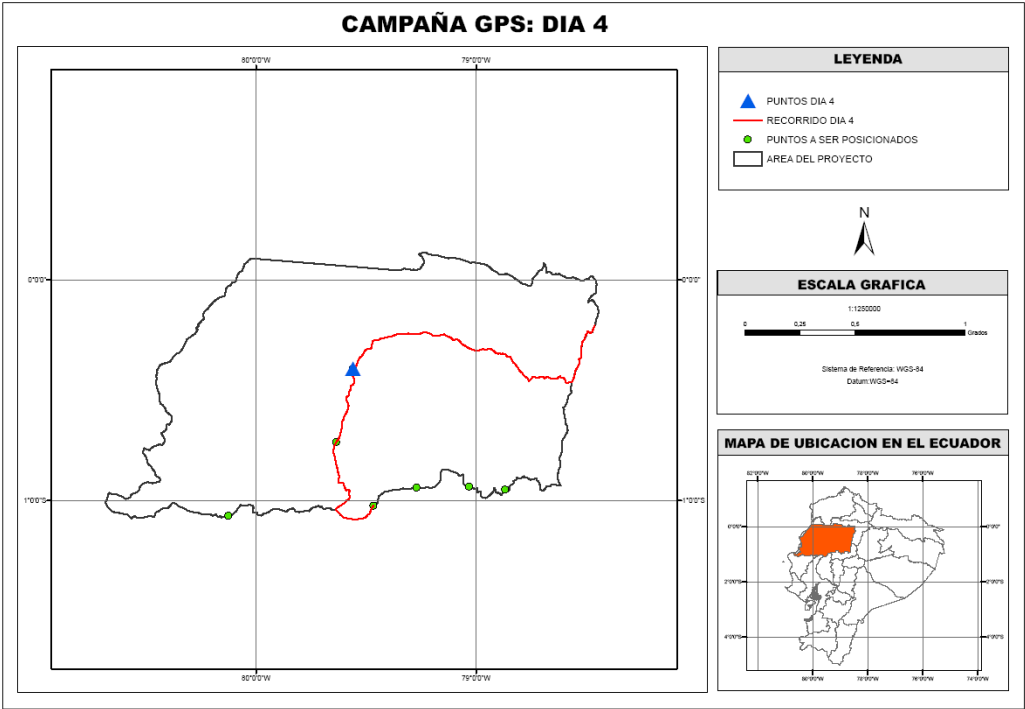
Descripción del recorrido:

Partiendo de la ciudad de Quevedo en la carretera El Carmen – Parroquia Guayas – El Empalme, se realiza el posicionamiento del primer punto entre El Porvenir y El Campamento, posterior a esto se inicia el retorno a la ciudad de Quito con lo cual finaliza la campaña GPS.

Distancia aproximada recorrida:

280 Km.

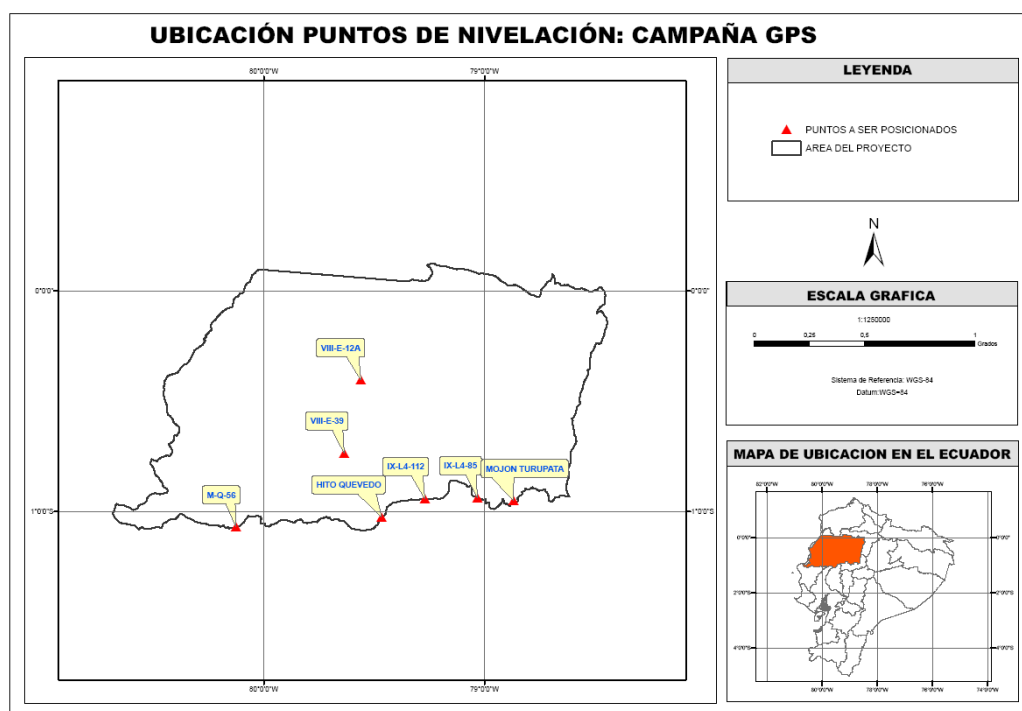
Representación gráfica del recorrido:



TABULACIÓN DE PUNTOS DE NIVELACIÓN DE PRIMER ORDEN QUE FORMAN PARTE DE LA CAMPAÑA GPS:

Punto	Ubicación	Tipo	Latitud (aproximada)				Longitud (aproximada)			
			°	'	''	S	°	'	''	W
Mojón Turupata	Pujilí	Mojón	0°	57'	3.57''	S	78°	52'	5.78''	W
IX-L4-85	Pujilí	Placa	0°	56'	14.77''	S	79°	01'	56.58''	W
Hito Quevedo	Quevedo	Hito	01°	01'	27.8''	S	79°	28'	01.4''	W
IX-L4-112	La Maná	Placa	0°	56'	31.00''	S	79°	16'	14.00''	W
M-Q-56	Portoviejo	Hito	1°	04'	12.16''	S	80°	07'	33.27''	W
VIII-E-39	El Carmen	Hito	0°	44'	7.75''	S	79°	38'	8.30''	W
VIII-E-12A	El carmen	Hito	0°	24'	13.04''	S	79°	33'	36.57''	W

REPRESENTACION GRAFICA DE PUNTOS DE NIVELACIÓN DE PRIMER ORDEN QUE FORMAN PARTE DE LA CAMPAÑA GNSS II:



ANEXO 3: Formato de Monografía de Control Vertical

**INSTITUTO GEOGRAFICO NACIONAL
MONOGRAFIA DE CONTROL VERTICAL**

PROYECTO:

DENOMINACION:

PROVINCIA:

CANTON:

PARROQUIA:

RECINTO:

MONUMENTACION:

NIVELACION:

ALTURA (m):

ORDEN:

MOJON:

HITO:

PLACA:

CLAVO:

LATITUD:

LONGITUD:

GRAVEDAD (mGal):

DESCRIPCION:

GRAFICO:

OBSERVACIONES:

ANEXO 4: Script para el entrenamiento de las redes neuronales artificiales

```
clear all

format long g
load EN.txt; % Recupera la matriz de entrada
load N.txt; % Recupera la matriz de salida deseada
load VALEN.txt; % datos de evaluación para a RNA
load VALN.txt;% Recupera los datos a ser predichos sin escalar
load TESTEN.txt; % Datos de test
load TESTN.txt; % datos de comprobación de los puntos test

%_____

P=EN'; %coloca el archivo "EN" como traspuesta de la matriz en la variable "P" que contiene
valores de latitud, longitud y altura elipsoidal para los datos de entrenamiento
T=N'; % coloca el archivo "N" como traspuesta de la matriz en la variable "T" que contiene
valores de ondulación geoidal para los datos de entrenamiento
E=VALEN'; %coloca el archivo "VALEN" como traspuesta de la matriz en la variable "E" que
contiene valores de este y norte para los datos de validación
S=VALN'; % coloca el archivo "VALN" como traspuesta de la matriz en la variable "S" que
contiene valores de ondulación geoidal para los datos de validación
tese=TESTEN'; % coloca el archivo "TESTEN" como traspuesta de la matriz en la variable "tese"
que contiene valores de latitud, longitud y altura elipsoidal para los datos de test

[pnor,pp]=mapstd(P); % normailiza la matriz "P", almacena en "pnor" la matriz normailizada y en
"pp" los parámetros de la normalización

[tnor,tp]=mapstd(T); % normailiza la matriz "T", almacena en "tnor" la matriz normalizada y en "tp"
los parámetros de la normalización

enor=mapstd('apply',E,pp); % aplica los parámetros de normalización para las entradas a la matriz
"E",que son las entradas para los datos de validación y almacena los resultados de la normalización
en la matriz "enor"

Val.P=enor; %la matriz "enor" es transferida al componente "Val.P" de la matriz
compuesta "Val"

snor=mapstd('apply',S,tp); %aplica los parámetros de normalización para las salidas a la matriz "S",
que son las salidas para los datos de validación y almacena los resultados de la normalización en la
matriz "snor"

Val.T=snor; %la matriz "snor" es transferida al componente "Val.T" de la matriz
compuesta "Val"
```

```
tesenor=mapstd ('apply',tese,pp); %aplica los parámetros de normalización para las estradas a la
matriz "tese", que son las entradas para los datos de test y almacena los resultados de la
normalización en la matriz "tesenor"
```

```
Test.P=tesenor; %la matriz "tesenor" es transferida al componente "Test.P" de la matriz
compuesta "Test"
```

```
test_N_nor=mapstd ('apply',test_N,tp); %aplica los parámetros de normalización para las estradas a
la matriz "tese", que son las entradas para los datos de test y almacena los resultados de la
normalización en la matriz "tesenor"
```

```
Test.T=test_N_nor; %la matriz "tesenor" es transferida al componente "Test.E" de la
matriz compuesta "Test"
```

```
% Estructura de la Red Neuronal Artificial
```

```
% _____
```

```
net=newff(minmax(pnor),[24 1],{'tansig' 'purelin'},'trainlm')% crea una red neuronal artificial feed
forward, considera los valores máximos y mínimos de la matriz de los valores de entrada de los
datos de entrenamiento ("pnor"), se define el número de neuronas en la capa oculta y el número de
neuronas en la capa de salida, también se define las funciones de transferencia de la capa oculta y la
capa de salida y el algoritmo de entrenamiento de la red.
```

```
% _____
```

% PROCESO DE ENTRENAMIENTO

```
net.trainParam.epochs = 1000; % determina el número máximo de épocas o iteraciones en el
entrenamiento de la RNA.
```

```
net.trainParam.show = 1; % define el intervalo de muestra del proceso de entrenamiento.
```

```
net.trainParam.goal= 0; % define la meta en el entrenamiento de la RNA.
```

```
net.trainParam.time= inf; % define el tiempo de duración del entrenamiento de la RNA.
```

```
net = init(net); % inicializa a la RNA
```

```
[net,tr] = train(net,pnor,tnor,[],[],Val,Test) % realiza el entrenamiento de la RNA, toma como
argumentos la RNA definida ("red"),la matriz normalizada de los datos de entrada para el conjunto
de entrenamiento ("pnor")la matriz normalizada de los datos de salida del conjunto de
entrenamiento ("tnor"),la matriz compuesta por los datos normalizados de entrada ("Val.P") y salida
("Val.T") del conjunto
de validación ("Val") y la matriz compuesta por los datos normalizados de entrada ("Test.P")del
conjunto de test ("Test").
```

```
plotperf(tr); % plotea el desempeño del entrenamiento de la RNA.
```

```

Y1=sim(net,pnor); % genera salidas en la RNA entrenada, tomando como entradas los datos
normalizados de entrada del conjunto de entrenamiento("pnor")
save redn.mat; % guarda en un archivo .mat ("RNA.mat") los parámetros de la RNA entrenada
net;

hold on;
peso1=net.iw{1}; % coloca en la matriz "peso1" los pesos obtenidos para la capa oculta de la RNA
entrenada

peso2=net.lw{2}; % coloca en la matriz "peso2" los pesos obtenidos para la capa de salida de la
RNA entrenada



---


% Coloca en un vector los bias de la capa oculta BIAS1, y de la capa de salida BIAS2

bias1=net.b{1}; % coloca en la matriz "bias1" los bias obtenidos para la capa oculta de la RNA
entrenada.

bias2=net.b{2}; % coloca en la matriz "bias2" los bias obtenidos para la capa de salida de la RNA
entrenada.

% _____

% EVALUACION DE LA RNA ENTRENADA EN LOS PUNTOS DE CONTROL

Yval=sim(net,enor); % Se obtiene las ondulaciones geoidales normalizadas correspondientes a los
datos de entrada del conjunto de validación por medio de la RNA entrenada y las coloca en la
variable "Yval"

Ytes=sim(net,tesenor); % Se obtiene las ondulaciones geoidales normalizadas correspondientes a los
datos de entrada del conjunto de test
por medio de la RNA entrenada y las coloca en la variable "Yval"
% _____

ondent=mapstd('reverse',Y1,tp);

ondval=mapstd('reverse',Yval,tp); % desnormaliza las ondulaciones normalizadas del conjunto de
validación ("Yval"), aplicando los parámetros de normalización para las salidas ("tp"), y coloca los
resultados en la matriz "ondval"

ondtest=mapstd('reverse', Ytes,tp); % desnormaliza las ondulaciones normalizadas del conjunto de
test ("Ytest"), aplicando los parámetros
de normalización para las salidas ("tp")y coloca los resultados en la matriz "ondtest"

```

```
ondentcol=ondent';
```

```
ondtestcol= ondtest'; % coloca en la matriz "ondtestcol" la traspuesta de la matriz "ondtest" que  
contiene los valores de ondulación geoidal  
desnormalizados obtenidos de la RNA para las entradas del conjunto de test.
```

```
ondvalcol=ondval'; % coloca en la matriz "ondvalcol" la traspuesta de la matriz "ondval" que  
contiene los valores de ondulación geoidal desnormalizados obtenidos de la RNA para las entradas  
del conjunto de validación.
```

```
difent=ondentcol - N;
```

```
diftest=ondtestcol-TESTN; % almacena en la matriz "diftest" las diferencias entre los valores de  
ondulación geoidal proporcionados por la RNA para los datos de entrada del conjunto de test y los  
valores de ondulación geoidal provenientes de los datos de salida para el conjunto de test.  
difval=ondvalcol-VALN; % almacena en la matriz "difval" las diferencias entre los valores de  
ondulación geoidal proporcionados por la RNA para los datos de entrada del conjunto de validación  
y los valores de ondulación geoidal provenientes de los datos de salida para el conjunto de  
validación  
%%-----
```