

UN ESTUDIO SOBRE REGISTROS DE REPRESENTACIÓN QUE EMPLEAN DOCENTES DE LA E.P. EN LA RESOLUCIÓN Y ANTICIPACIÓN DE UN PROBLEMA

VARETTONI, MARCOS ¹; ELICHIRIBEHETY, INES²

¹ E. T. R. de Capacitación, Matemática, Educación Primaria. CIIE. Ayacucho. Provincia de Bs As. Argentina.

² NYECYT, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs. As. Paraje Arroyo Seco s/n, Tandil, Argentina.
varrebox@yahoo.com.ar; ielichi@exa.unicen.edu.ar

RESUMEN

Este trabajo estudia desde una perspectiva didáctica las representaciones externas que utilizan docentes de la Educación Primaria cuando resuelven un problema de reparto que podría ser propuesto en sus clases. Se busca indagar los procedimientos que realizan, las anticipaciones que proponen y el sentido de los conceptos matemáticos que serán construidos. Los resultados muestran que la mayoría de los docentes utilizan registros de representación simbólicos-aritméticos para resolver el problema y que en muy pocos casos pueden cotejar más de un sistema de representación.

Palabras clave: registros de representación, resolución de problemas, docentes, educación primaria.

INTRODUCCION

Este trabajo presenta un estudio exploratorio desde una perspectiva didáctica acerca de las representaciones externas que emplean docentes de la Educación Primaria (EP) cuando resuelven algunos problemas y anticipan las posibles resoluciones que podrían realizar sus alumnos al proponérselos en el aula. El propósito es indagar los procedimientos que realizan, –tanto en la resolución como en la anticipación del trabajo de los alumnos- asumiendo que es una instancia de análisis de la práctica indispensable para propiciar el trabajo en el aula con distintos procedimientos de resolución.

Se presentan resultados parciales referidos a la resolución de un problema en una población de N=17 docentes, en el marco de los cursos de capacitación realizados en la Región Educativa 18 de la Provincia de Buenos Aires durante los años 2008 y 2009. El problema surge a partir de las dificultades que manifiestan los docentes en estas instancias de capacitación. Señalan que en la gestión de sus clases tienen dificultades con los diferentes procedimientos y formulaciones que realizan sus alumnos; la manera de relacionar los conceptos matemáticos con las representaciones y la forma de identificar esta información. Estas cuestiones, entre otras, refieren a la compleja relación entre los conceptos matemáticos y sus formas de representación.

Según Panizza (2003), la relación entre objetos de conocimiento y representaciones, articulados con el de adquisición del sentido, es fundamental para la enseñanza de la matemática. Además, son aspectos importantes para una didáctica que tenga en cuenta la especificidad del nivel en el que se desarrolla la enseñanza y el largo proceso que lleva el logro de los aprendizajes.

El Diseño Curricular de la Educación Primaria (Pcia. de Buenos Aires, 2008) alienta el surgimiento de diferentes formas de representar los conocimientos matemáticos como un modo de “hacer matemática en el aula”. Este aspecto prescripto en el diseño curricular no convivirá en las aulas de un día para el otro, depende –entre otros condicionantes– de proyectos de enseñanza elaborados a largo plazo, de las decisiones didácticas que se tomen, de las concepciones que tienen los docentes sobre la enseñanza de la matemática, de su conocimiento sobre la relación entre conceptos matemáticos y representaciones y de la gestión de la clase.

Para la elaboración del presente trabajo se asumen aportes de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval (1993, 1996, 2006) y de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau (1986, 2007). Según Duval (1993) las representaciones semióticas son producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias relaciones de significancia y reglas de funcionamiento. Se pregunta acerca de las condiciones que deben cumplir, por ejemplo, un numeral o un dibujo, para que funcionen como representaciones de los objetos matemáticos correspondientes (número y figura respectivamente), afirmando que para que ello suceda es necesario no cundir al objeto con sus representaciones y a la vez reconocerlo en cada una de ellas.

El trabajo áulico con diferentes representaciones se considera parte constitutiva de la producción, la enseñanza y el aprendizaje de la matemática con sentido, este aspecto debe vivir en el aula desde los primeros años de la escolaridad. Para que coexistan diversas estrategias de resolución de un concepto matemático, se requiere que la intervención del docente se inicie antes que la propuesta sea llevada al aula. Es la instancia de *anticipación* la que permitirá al docente estudiar las diversas estrategias de resolución que pueden surgir en los problemas, las diferentes

representaciones que pueden utilizar los alumnos, los acuerdos a los que se pretende arribar, entre otros aspectos que de no ser previstos, seguramente estarán lejos de la construcción del sentido de los conocimientos por parte de los alumnos.

MARCO TEORICO

La Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval (1993, 1996) constituye un marco teórico adecuado para los propósitos de este trabajo. Esta teoría se centra en considerar que el funcionamiento cognitivo del pensamiento humano se revela como inseparable de la existencia de una diversidad de registros semióticos de representación. Se identifica una actividad ligada a la producción de representaciones, y otra ligada a la aprehensión conceptual de los objetos representados. Llama *sémiosis* al primer tipo de actividad y *noésis* a la aprehensión conceptual del objeto. Además, postula que la actividad de producción de representaciones es la que permite la comprensión, es decir, la *sémiosis* es la que determina las condiciones de posibilidad de la *noésis*.

En forma general divide a las representaciones en internas (privadas) y externas (visibles y observables públicamente), considerando que estas últimas son por naturaleza semióticas, ya que se producen mediante un sistema de signos y son accesibles a todos los sujetos capaces de interpretar este sistema de signos. Para que un sistema semiótico sea un sistema de representación, según Duval (1993), debe permitir la realización de las tres actividades cognitivas ligadas a la *semiosis*: *la identificación de la presencia de una representación; el tratamiento y la conversión de una representación*.

1. La formación de una representación identificable como una representación de un registro dado: enunciación de una frase (comprensible en una lengua natural dada), dibujo de una figura geométrica, elaboración de un esquema, escritura de una fórmula, etc.

Esta formación implica una selección de rasgos y de datos en el contenido por representar. Esta formación debe respetar ciertas reglas que se asumen por conformidad, es decir no son reglas de producción efectiva, por lo tanto la tarea del sujeto es reconocerlas.

2. El tratamiento de una representación es la transformación de esta representación en el registro mismo donde ha sido formada. El tratamiento es una transformación interna a un registro. El cálculo es un ejemplo de este tipo de actividad.

3. La conversión de una representación es la transformación de una representación en una representación de otro registro conservando la totalidad o solamente una parte del contenido de la representación inicial. La conversión es una transformación externa al registro de partida (el registro de la representación por convertir). Por ejemplo, la ilustración es la conversión de una representación lingüística en una representación figural.

Resulta conveniente aclarar que la conversión de una representación es una actividad cognitiva diferente e independiente de la del tratamiento. Por ejemplo, al realizar un cálculo con números racionales, los alumnos pueden efectuar muy bien la suma de dos números con su escritura decimal o con su escritura fraccionaria, y de ninguna manera pensar en convertir una en la otra (o viceversa) o fracasar en esta conversión. Se constituyen procesos complejos, pasar de un registro de representación a otro (conversión) o representar un objeto de diferentes maneras en un mismo sistema de representación (tratamiento) no es evidente y mucho menos sencillo para los sujetos.

A la vez, se considera que el docente debe propiciar intervenciones específicas que posibiliten tanto el desarrollo de estas actividades en el aula, como también apoyarse en ellas como recurso didáctico para atender a las distintas producciones de sus alumnos.

Este trabajo se propone responder las siguientes preguntas:

- ¿Qué representaciones externas utilizan los docentes en la resolución del problema propuestos?
- ¿Qué anticipaciones realizan los docentes acerca de los posibles procedimientos de resolución que podrían surgir en el aula y qué relaciones establecen entre los mismos?

METODOLOGÍA

Metodología y diseño de la investigación

Se diseñaron cuatro propuestas de trabajo, cada una de las cuales incluye un problema extraído del Diseño Curricular de la Educación Primaria (DGC y E, 2008). Este trabajo se enmarca en un estudio cualitativo. El análisis de datos tuvo un carácter exploratorio, descriptivo e interpretativo. El contexto de realización corresponde a las instancias de Capacitación de la Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires realizadas durante los años 2008 y 2009. Se realizaron en varios distritos de la provincia que pertenecen a la región educativa 18. Como instrumento para recoger los datos se utilizaron pruebas de lápiz y papel que han permitido formular y describir las categorías de análisis, el trabajo a realizar se entregó en uno de los cuatro encuentros que duraba la capacitación, incorporándolo como una actividad de la misma. En esta presentación se analizarán los resultados del Problema 1, para N=17 docentes.

3.1 Análisis y descripción del Problema 1

Problema 1:

“Julián quiere repartir 32 chocolates en partes iguales entre 6 amigos sin que le sobre nada, ¿cuánto le corresponderá a cada uno?”

Consigna de trabajo

a) Resuelva el problema planteado.

b) ¿Cuál es el saber matemático que se quiere enseñar?

c) ¿Cuáles son los posibles procedimientos de resolución que podría emprender un alumno para resolver este problema? Realice un bosquejo de posibles resoluciones que podrían aparecer en su clase de matemática si se propone esta actividad.

El problema está propuesto en el Diseño Curricular como orientación para el contenido “resolver problemas de reparto en los cuales el resultado puede expresarse usando fracciones”. Este tipo de problemas puede ser una situación propicia para trabajar a partir del concepto de división y del análisis del resto, la relación entre fracción y cociente, por lo tanto puede permitir la entrada de las fracciones en la escuela primaria. Dicha relación puede ser establecida a partir de diferentes

procedimientos de resolución y del trabajo que realice el docente para hacer evolucionar los modos espontáneos de resolución.

3.2 Formulación y descripción de categorías de análisis

El estudio de las producciones realizadas se divide en tres ejes:

- Resolución del problema por parte del docente.
- Identificación de los conceptos que permiten resolver el problema.
- Anticipación que realiza el docente de las posibles resoluciones que podrían surgir al proponerle el problema a sus alumnos.

Se construyeron dos tablas para facilitar el análisis de los registros. La primera tabla permite identificar los registros de representación utilizados por los docentes, la identificación de los conceptos matemáticos y los marcos de resolución. Se formularon las siguientes categorías:

- *Registros de representación verbal-escrito (RVD)*: Alude a las resoluciones en lenguaje natural escrito.
- *Registros de representación pictográficas (RPD)*: esta categoría se refiere a la resolución mediante dibujos que intentan representar lo más fielmente posible los elementos involucrados en el problema.
- *Registros de representación icónicos (RID)*: se refiere a la resolución mediante representaciones que no dan cuenta de la cualidad de los elementos involucrados en el problema (bosquejos, líneas, marcas, puntos, cruces, etc.).
- *Registros de representación simbólicos (RSD)*: atiende a aquellas resoluciones en las que utilizan símbolos convencionales utilizados por la matemática.
- *Identifica conceptos matemáticos que permiten resolver el problema (ICMD)*: se refiere a la identificación del problema y las representaciones utilizadas en su resolución con los conceptos matemáticos que son su herramienta de resolución.

La segunda tabla registra las mismas categorías, excepto (ICMD) y agrega una correspondiente a la presencia o ausencia de algún tipo de análisis tendiente a relacionar las distintas resoluciones propuestas para los alumnos (ARA), atendiendo a las actividades de tratamiento y conversión de una representación. En esta tabla se recogió la información de las anticipaciones realizadas por los docentes acerca de posibles resoluciones de los alumnos del problema propuesto.

RESULTADOS

Análisis de las resoluciones de los docentes

Las resoluciones de los docentes que participaron en esta investigación referidas al Problema 1 se apoyan en sus conocimientos sobre la división y su sentido relacionado con las situaciones de reparto. En la mayoría de los trabajos predomina la categoría de los registros de representación simbólicos N=13 con respecto a otro tipo de sistema de representación. Los protocolos de la Figura 1 ejemplifican los registros (RSD):

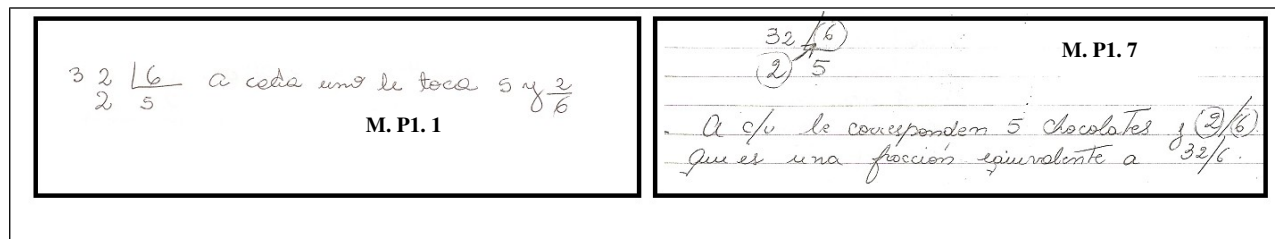


Figura 1: Resolución del problema

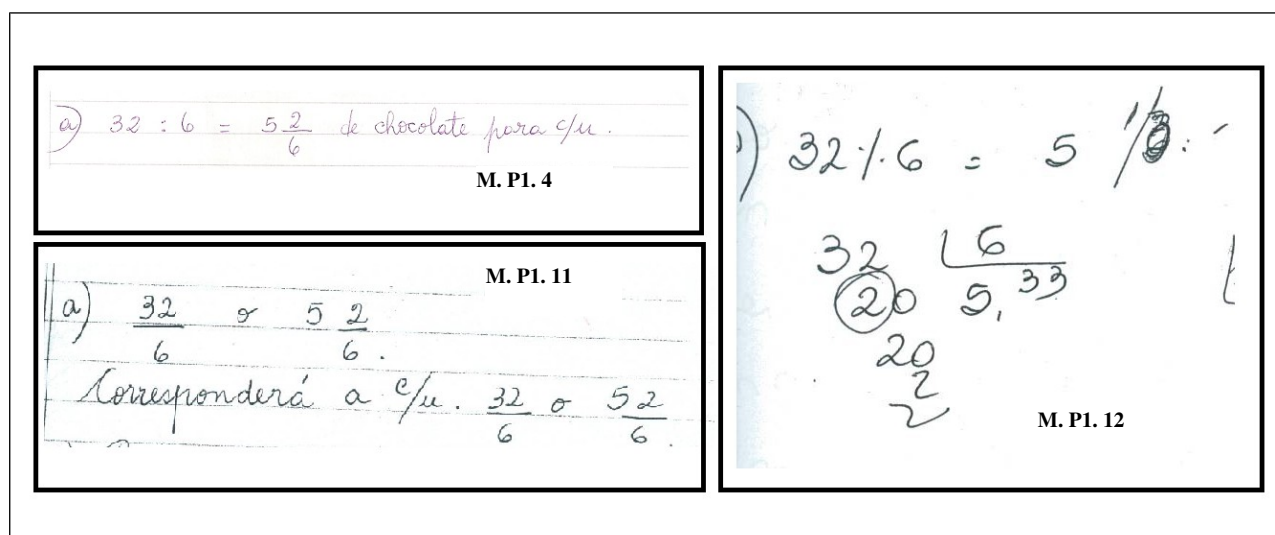


Figura 2: Resolución del problema

Se observa en las resoluciones de los docentes de la Figura 2, el uso del algoritmo de la división, la escritura fraccionaria y la escritura decimal. En la mayoría de los protocolos prevalecen las categorías (RSD) y (RVD) como registros de representación. De acuerdo con Duval (1996), se infiere que los docentes utilizaron el cálculo como una forma de tratamiento propio de las escrituras simbólicas. Si bien la conversión es una actividad cognitiva diferente e independiente de la del tratamiento, se deduce que $\frac{32}{6}$; $5\frac{2}{6}$; $5\frac{1}{3}$; $5,33\dots$; tienen una significación operatoria diferente pero representan al mismo número. Entonces, se puede inferir en el protocolo M.P1.11 una conversión de registros de la escritura decimal a la escritura fraccionaria de la representación del mismo número. La conversión requiere, según Duval (1993) que el sujeto haya percibido de la diferencia entre lo que Frege llamaba el sentido y la referencia de los símbolos o de los signos.

Con respecto a la categoría (RID), el protocolo M. P1.15 de la Figura 3 es un ejemplar de esta categoría:

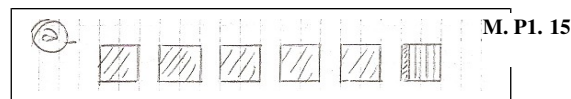


Figura 3: Resolución del problema

Este registro de representación constituye la única respuesta al problema planteado. Se infiere que los docentes no perciben el objetivo del problema y confunden el registro de representación con los conceptos matemáticos involucrados.

Con escasa presencia en la muestra estudiada se presenta la categoría (RPD). Los protocolos M.P1.5 y M.P1.3 de la Figura 4 representan la respuesta al Problema 1, muy próximas a las que pueden realizar sus alumnos en sus primeros intentos por resolver este tipo de problemas.

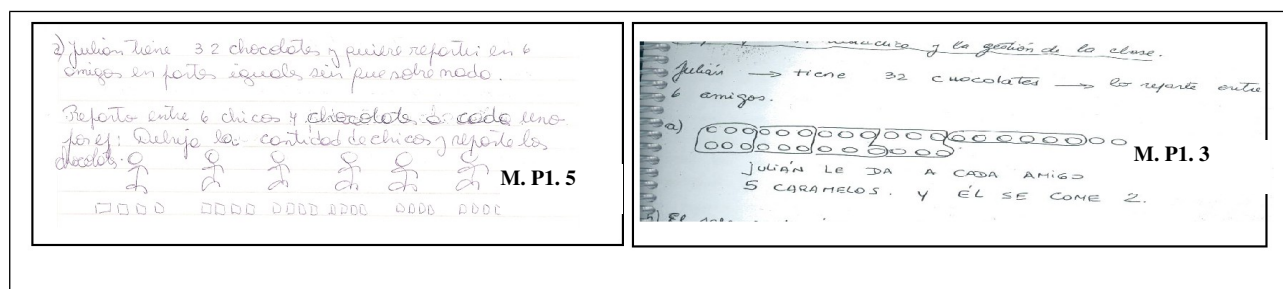


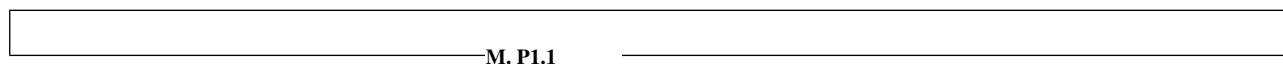
Figura 4: Resolución del problema

Se presenta en estos casos una ilustración que es una conversión de una representación en lenguaje natural en una representación pictográfica. En M.P1.5 el nuevo registro conserva sólo una parte del contenido de la representación inicial, reparte sólo 4 chocolates a cada amigo. Se infiere que ambas resoluciones intentaron posicionarse directamente en el trabajo que podrían realizar los alumnos y no desde la resolución del docente.

Con respecto a los resultados de la categoría Identifica Conceptos Matemáticos que permiten resolver el problema (ICMD) $N=8$ de los docentes, no explicitan claramente cuál es o cuáles son los conceptos matemáticos que permiten resolver el problema (conocimiento que sería objeto de enseñanza a partir del problema planteado). Asimismo, se lo relaciona con la tarea involucrada en el problema (reparto) e inclusive se encuentran presentes conceptos que no tienen relación con la situación o directamente no intervienen en la resolución.

Mientras que, $N=9$ de los docentes para esta categoría, pudo identificar la relación entre el sentido del problema y los conceptos matemáticos que son herramienta de solución, identificación que es posible asociar con los contenidos establecidos en el diseño curricular del nivel y no con los procedimientos de resolución (ya que aparecen redactados en forma textual al Diseño Curricular).

Los protocolos M.P1.1; M.P1.7 y M.P1.5 de la Figura 5 evidencian lo señalado anteriormente.



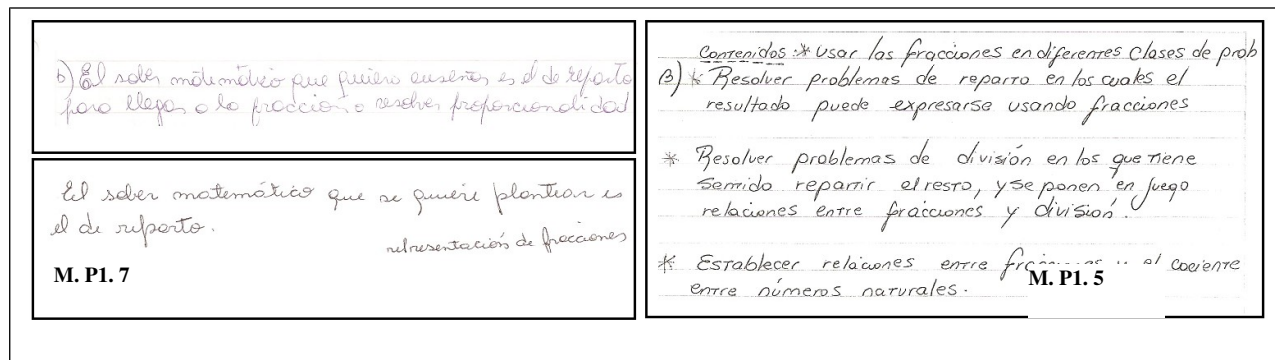


Figura 5: Identificación de conceptos relacionados con el problema

Análisis de las anticipaciones

En relación a las anticipaciones respecto de las posibles resoluciones de los alumnos del Problema 1, en la mayoría de las producciones se considera que los alumnos se apoyarán en representaciones pictográficas o icónicas que permitan realizar el reparto o recurrirán al algoritmo de la división. En este último caso se reconoce que la dificultad estará relacionada con el análisis del resto, anticipándose que en los primeros acercamientos de los alumnos a estos problemas el mismo quedará sin repartir.

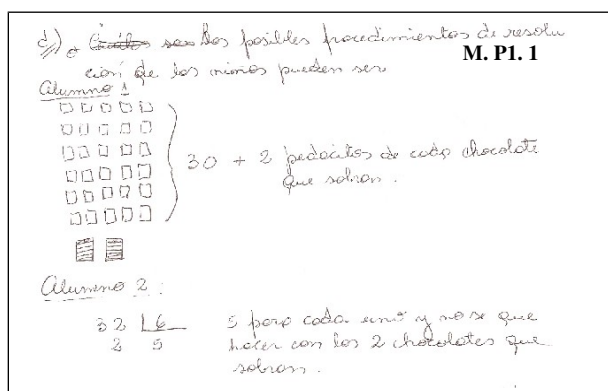


Figura 6: Anticipación de resoluciones de los alumnos

Los protocolos M.P1.1 y M.P1.6 permiten establecer que los docentes anticipan que los alumnos recurrirán a representaciones icónicas (rectángulos que representan los chocolates) que les permitirán realizar el reparto o se apoyarán en el algoritmo de la división, recursos de resolución que se encuentran relacionados con los procedimientos utilizados por ellos mismos al resolver este problema. En M.P1.2 se intentan realizar aproximaciones desde la resolución mediante dibujos o desde el algoritmo de la división a la representación en forma fraccionaria del cociente obtenido. Pero en el análisis considera conocimientos que seguramente no estarán disponibles en los alumnos en sus primeras resoluciones como son las fracciones equivalentes.

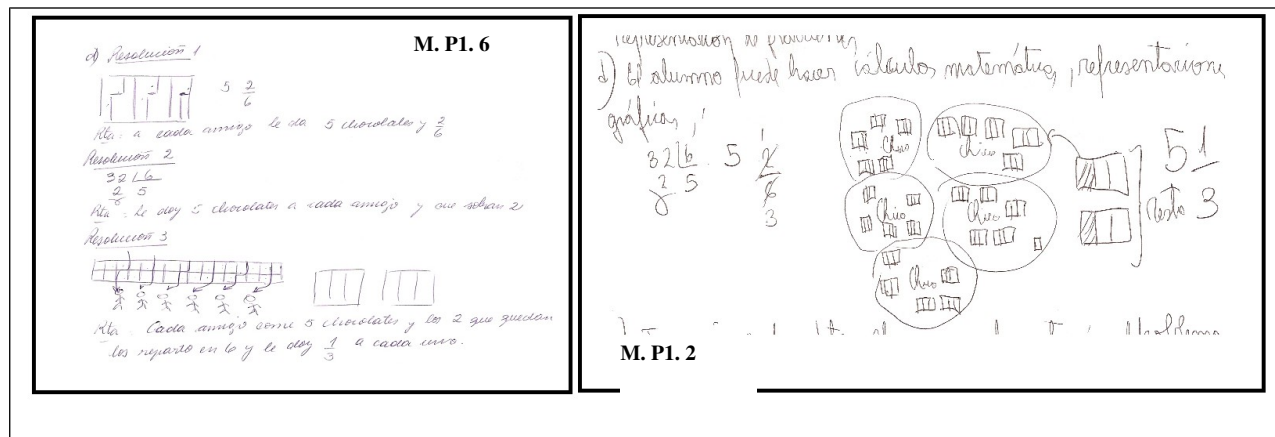


Figura 7: Anticipación de resoluciones de los alumnos

En todos los casos no se realiza un tratamiento sobre alguna de esas representaciones que permita relacionarla con las demás o acercarla a las del concepto que se pretende enseñar. Seguramente, la ausencia de los aspectos señalados reduce considerablemente el valor didáctico de la instancia de anticipación.

Con referencia a la categoría Registros de Representación Verbal – escrito (RVA), los docentes utilizan sólo este registro, para anticipar sobre posibles resoluciones de sus alumnos. Este recurso quizás puede ser una de las causas de las dificultades que se les presentan para analizar, reconocer y permitir evolucionar diferentes representaciones surgidas en el aula, pues la información que puede obtenerse de esas expresiones no permite tomar decisiones que admitan intervenir y gestionar la clase.

Se considera la necesidad de partir de representaciones gráficas - pictográficas o icónicas (predominantemente estas últimas)- para producir escrituras simbólicas relacionadas con los conceptos puestos en juego en la resolución, este aspecto se manifiesta tanto en los procedimientos de los docentes como en los que se prevén para los alumnos.

Se observa en los siguientes protocolos M.P1.3 y M.P1.4 la Categoría (RVA):

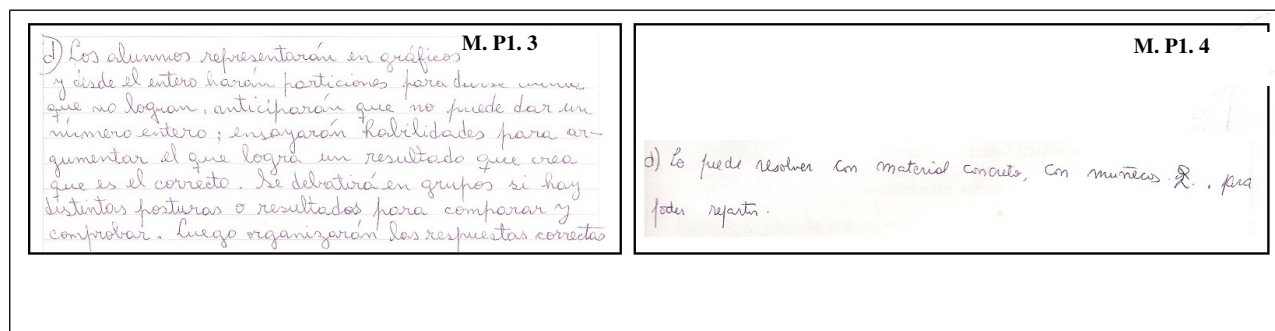


Figura 8: Anticipación de resoluciones de los alumnos

Los registros analizados permiten establecer que, en general, las resoluciones de los docentes sirvieron de apoyo para la anticipación de los procedimientos de los alumnos. Esto permite inferir

que los docentes no consideran diferencias en relación a los conocimientos disponibles entre ellos y los alumnos.

CONCLUSIONES

El presente trabajo se ocupó de indagar las representaciones externas que utilizan los docentes en la resolución de problemas, las anticipaciones que proponen y el sentido de los conceptos matemáticos que serán construidos.

A partir del análisis realizado se pudo describir las representaciones externas que utilizan los docentes. Para responder a las cuestiones planteadas en este estudio, se propuso el primer problema para el contenido *“resolver problemas de reparto en los cuales el resultado puede expresarse usando fracciones”*.

Acerca de este problema se puede inferir entre otros aspectos, que la mayoría de los docentes emplean el algoritmo de la división e indican el cociente en forma fraccionaria, como registro de representación externa. También el resultado es expresado como fracción o número mixto, en estos casos la relación es sólo enunciada en términos de equivalencia, *“a cada uno le corresponde 5 chocolates y $\frac{2}{6}$ que es una fracción equivalente a $\frac{32}{6}$ ”*.

Algunos docentes se apoyan en otro sentido de las fracciones, en el significado parte-todo, esta posibilidad es considerada en dos trabajos como único recurso de resolución. Es importante tener en cuenta que en estos casos también es posible –de acuerdo a las particiones realizadas- obtener diferentes escrituras fraccionarias asociadas a las mismas (y por lo tanto convertir de diferentes maneras un registro figurativo en un registro simbólico).

También surgieron resoluciones muy particulares, algunas de ellas por su proximidad a las que realizan los alumnos en sus primeros intentos por resolver estos problemas y otras, por utilizar representaciones decimales del cociente obtenido, expresión que no corresponde al sentido del problema analizado. En ambos casos no se identificaron procedimientos que atiendan a la posible evolución de las representaciones empleadas o a la discusión de la pertinencia de los resultados obtenidos.

En una gran parte de los trabajos analizados no se explicitan los conceptos matemáticos que permiten resolver la situación (conocimiento que sería objeto de enseñanza a partir del problema planteado) o directamente se lo relaciona con la tarea involucrada en el problema (reparto), inclusive se encuentran presentes conceptos que no tienen relación con la situación o directamente no intervienen en la resolución.

Los resultados evidencian que muchas de las dificultades que tienen los docentes para anticipar los procedimientos de los alumnos están vinculadas con sus propios reparos para elaborar registros de representaciones de la situación planteada y reconocer las nociones que intervienen.

Aunque se sabe que en la enseñanza de la matemática se debe propiciar el uso e integración de las diferentes formas de representación desde los primeros años de la escolaridad, y se proponen problemas como los utilizados en este trabajo como ejemplares de los distintos contenidos a trabajar, pareciera insuficiente y dificultoso para que se traslade al aula. Ante esta problemática surgen nuevas cuestiones: ¿cómo distingue el docente los conceptos matemáticos y sus

representaciones?, ¿cómo se trabaja en el aula para que surjan las distintas representaciones? Se espera continuar con la reflexión iniciada en este trabajo para atender a estas cuestiones planteadas y a otras nuevas que puedan surgir a partir de estos estudios.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* V. 7(2) 33-115.

Brousseau, G. (2007), *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, Buenos Aires, Libros del Zorzal.

D.G.C. y E. (2008). *Diseño Curricular para la educación primaria*, D.G.C. y E., Pcia. de Buenos Aires.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, Estrasburgo.

Duval, R. (1996). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 16 (3): 349-382.

Duval, R. (2006). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques?, *Relime* Vol. 9, extra No. 1.

Panizza, M. (2003). Reflexiones generales acerca de la enseñanza de la matemática. En Panizza M. (comp.), *Enseñar matemática en el Nivel Inicial y el Primer Ciclo de la EGB*, Buenos Aires, Ed. Paidós.