ARBOLES
ARBOLES BINARIOS ORDENADOS. REPRESENTACIÓN Y OPERACIONES

ARBOLES - CONCEPTOS

Características

Cada elemento del árbol se relaciona con cero o más elementos a quienes llama **hijos**.

Si el árbol no está vacío, hay un único elemento al cual se llama **raíz** y que no tiene **padre** (predecesor), es decir, no es hijo de ningún otro.

Todo otro elemento del árbol posee un único padre y es un descendiente (hijo del hijo del hijo, etc.) de la raíz.

ARBOLES - CONCEPTOS

Características

Es una estructura de datos homogénea.

Es una estructura de datos dinámica.

Es una estructura no lineal, ya que cada nodo puede tener 0,1 o más sucesores.

Es una estructura de datos jerárquica.

ABO- OPERACIONES

Operaciones continuación:

- Recorridos posibles
- Mínimo y máximo

OPERACIONES - Inicializar

```
Procedure Inicializar (var a:arbol);
Begin
  a:= nil;
End;
```

ABO - AGREGAR

```
Procedure Agregar ( Var A : arbol;  dato : elemento);        {Recursivo}
Begin
   if A = nil Then begin    { llegué al final de la rama }
                        New( A );
                        A^.dato := dato;
                        A^.izq  := nil;
                        A^.der  := nil;
                      end
  else
   if dato < A^.dato Then Agregar(A^.izq, dato)
  else  Agregar(A^.der, dato);
End;
```

¿Cómo funciona la recursión

¿Cómo se realizan los enganches?

¿Qué ocurre con los repetidos?

¿Qué pasa si los valores insertados están ordenados?

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

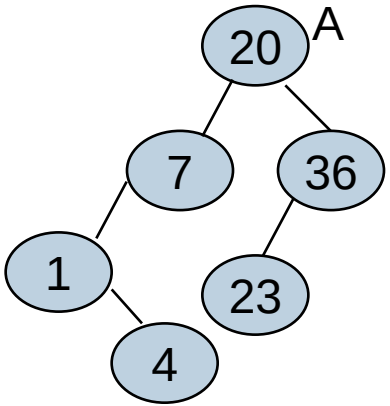
- Recorrido de un árbol: permite desplazarse a través de un árbol en forma tal que, cada nodo sea visitado una y solo una vez.

Existen varios métodos

- **Recorrido En – Orden**
- **Recorrido Pre – Orden**
- **Recorrido Post – Orden**

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

Una opción mas eficiente para el recorrido en orden:

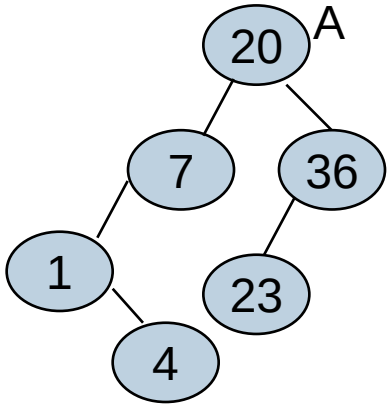



```
Procedure enOrden ( a : arbol );
begin
    if ( a^.izq <> nil ) then enOrden (a^.izq);
    write (a^.dato);
    if ( a^.der <> nil ) then enOrden (a^.der);
 end;
```

Imprime los elementos de menor a mayor

1 4 7 20 23 36

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

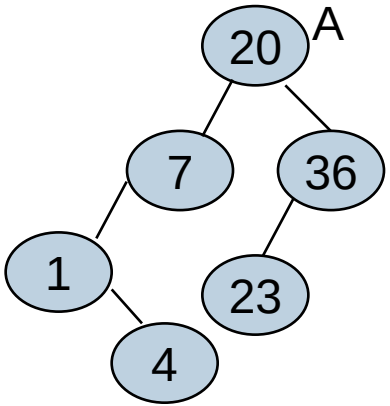


Imprime los elementos de mayor a menor

4 1 7 23 36 20

```
Procedure postOrden ( a : arbol );
begin
   if ( a<> nil ) then begin
                        postOrden (a^.izq)
                        postOrden (a^.der)
                        write (a^.dato)
                      end;
end;
```

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones




```
Procedure preOrden ( a : arbol );
begin
   if ( a<> nil ) then begin
                        write (a^.dato)
                        preOrden (a^.izq)
                        preOrden (a^.der)
                      end;
end;
```

Imprime los elementos en orden jerárquico

20 7 1 4 36 23

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

¿Cómo se localiza el nodo con valor mínimo en un árbol binario de búsqueda en forma recursiva?

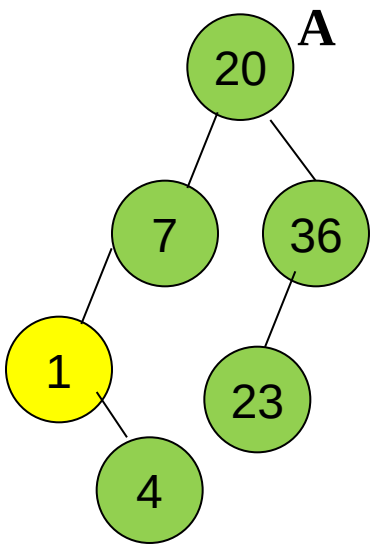
¿Cómo se localiza el nodo con valor máximo en un árbol binario de búsqueda en forma recursiva?

ABO – OPERACIONES – Mínimo

```
Program uno;
Type
  arbol = ^nodo;
  nodo = record
    elem:integer;
    hi:arbol
    hd:arbol
  end;
```

```
{Implementar procedimientos}
Var
a,pundato: arbol; n:integer;
Begin
  inicializar(a); cargar(a);
  pundato:= mínimo(a);
  if (pundato <> nil) then
      write(pundato^.elem);
End.
```

ABO – OPERACIONES – Mínimo



Se comienza el recorrido por la raiz (20).

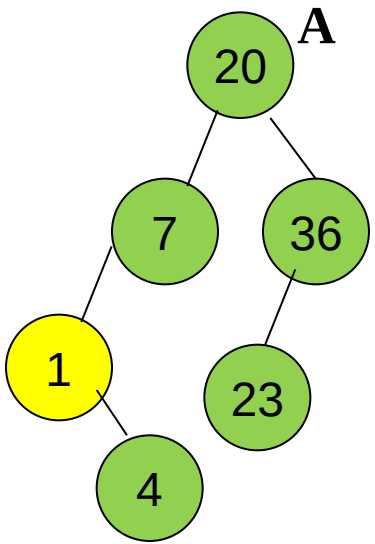
Al tener hijo izquierdo se elige el mismo para seguir el recorrido (7).

Como el 7 también posee hijo izquierdo se toma nuevamente su hijo izquierdo para seguir su recorrido.

Por último como el 1 no posee hijo izquierdo se determina que es el valor más chico del árbol.

Qué ocurre si el arbol es nil?

ABO – OPERACIONES – Mínimo




```
function minimo ( a:arbol): arbol;        {Recursiva}
  begin
    if a=nil then minimo:=nil
    else if a^.izq = nil then  minimo:= a
                                  else minimo:=minimo(a^.izq)
  end;
```

¿Y el máximo?

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

```
Function Buscar_Max ( a:arbol): arbol;        {Iterativa}
  begin
    if a <> nil then
                    while (a^.der<> nil) do
                                a:= a^.der;
    Buscar_max := a;
  end;
```

Operaciones: ABO

Ejercicios que utilizan arboles
Buscar un elemento
Imprimir el contenido de un árbol
Borrar un nodo del árbol

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

Cómo utilizo los algoritmos anteriores para realizar un módulo que devuelva la suma de los elementos del árbol?

```
Program uno;
Type
  arbol….

Var
  a: arbol;
  sum:integer;
Begin
  sum:=0;
  a:=nil;
  cargar (a); {generar árbol}
  sumar (a, sum);
End.
```

```
Procedure sumar (a: arbol; var s: integer);
Begin
  If (a <> nil) then begin
                       s:= s + a^.dato;
                       sumar (a^.hi, s);
                       sumar (a^.hd, s);
                     end;
End.
```

¿Inicialización de s?

El árbol pasado por valor.

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

- Operación Buscar: localiza un elemento X en el árbol

Buscar (A: arbol; x:elemento) : arbol

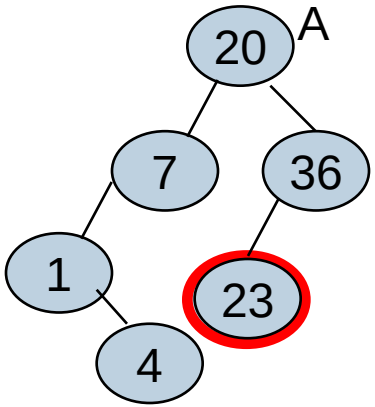
Esta operación retorna un puntero al nodo en el árbol A que tiene valor x o Nil si no existe.

Se presentan una solución recursiva y una solución iterativa

La versión iterativa de la operación Buscar devuelve un valor booleano que indica si el dato se encuentra o no en el árbol.

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

Supongamos que se quiere buscar el valor 23.



¿Qué debe devolver si el árbol está vacío?

¿Para que sirve que sea un ABB?

Empiezo recorriendo el árbol por su raíz, como no es el valor buscado se compara 20 < 23, por lo tanto la búsqueda debe continuarse por el subárbol derecho a 20.
Luego se compara 36 con 23, como no es el valor buscado y 23 < 36 se debe buscar por su árbol izquierdo.
Al comparar 23 = 23 se devuelve ese nodo.

¿Si el elemento que buscábamos es 24 hasta donde recorro?

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

Solución Recursiva

```
Function Buscar (a:arbol; x:elemento): arbol;
 begin
  if (a=nil) then Buscar:=nil
             else if (x= a^.dato) then Buscar:=a
                                  else
                                   if (x < a^.dato) then
                                                      Buscar:=Buscar(a^.izq ,x)
                                                    else
                                                      Buscar:=Buscar(a^.der ,x)
end;
```

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

Solución Iterativa

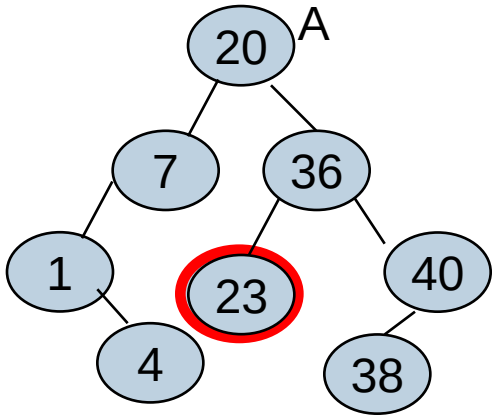
```
Function Buscar ( A : arbol; Dato:itemType): Boolean;
{ Retorna True si Dato es un nodo del árbol, False en caso contrario}

 Var auxi : arbol;
    Begin
     auxi := A;
     while (auxi <> nil) and (auxi^.dato <> Dato) do
           if Dato < auxi^.dato Then auxi := auxi^.izq
                                Else auxi := auxi^.der;
     Buscar := (auxi <> nil );
 End;
```

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

Borrado de un nodo del árbol

Se deben considerar diferentes situaciones:

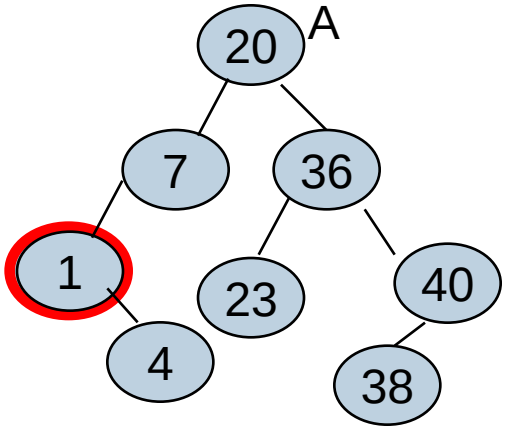


1. Si el nodo es una hoja

✓Se puede borrar inmediatamente (actualizando direcciones)

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

2. Si el nodo tiene un hijo

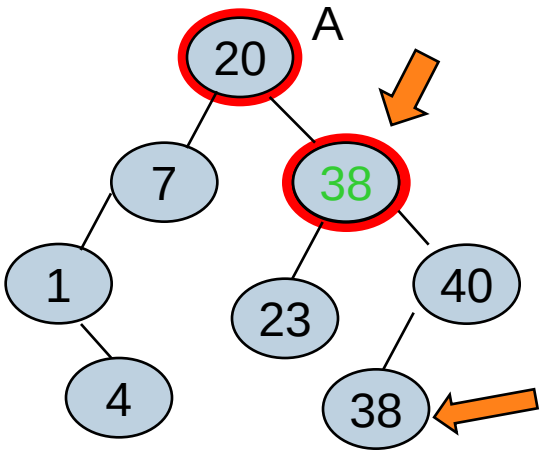


- Si **el nodo tiene un hijo**, el nodo puede ser borrado después que su padre actualice el puntero al hijo del nodo que se quiere borrar.

Árboles Binarios Ordenados - Operaciones

3. Si el nodo tiene dos hijos

Se asume una estrategia...



1. Se busca el valor a borrar (ej 36).
2. Se busca y selecciona el hijo mas a la izquierda del subárbol derecho del nodo a borrar (o el hijo mas a la derecha del subárbol izquierdo). ¿Por qué?
3. Se intercambia el valor del nodo encontrado por el que se quiere borrar
4. Se llama al borrar a partir del hijo derecho con el valor del nodo encontrado. ¿Qué característica tiene ese nodo encontrado?

Árboles Binarios Ordenados - Borrado

```
Procedure Borrar ( x:elemento;  var a: arbol;  var ok:boolean);
  Var
     aux : arbol;
  begin
    if a=nil then ok:=false
    else  begin
       if (x<a^.dato) then Borrar(x,a^.izq,ok) {Busco en el subarbol izquierdo}
       else if (x>a^.dato) then Borrar (x,a^.der,ok) {Busco en el sub.derecho}
                                  else begin  {solo hijo a derecha}
                                                if a^.izq =nil then begin
                                                                      aux := a;
                                                                      a := a^.der;
                                                                dispose (aux);
                                                     end
```

Árboles Binarios Ordenados - Borrado

```
                                    else{solo hijo a izquierda}
                                  if a^.der =nil then begin
                                        aux := a;
                                        a := a^.izq;
                                        dispose (aux);
                                       end
                          {2 hijos. Reemplazo con el más pequeño de la derecha}
                                      else begin
                                        aux := buscar_Min(a^.der)
                                        a^.dato := aux^.dato;
                                       Borrar(a^.dato,a^.der,ok);
                                        End
                    End
End
```

```
Procedure Borrar ( x:elemento;  var a: arbol;  var ok:boolean);
 Var
   aux : arbol;
 begin
  if a=nil then ok:=false
  else  begin
    if (x<a^.dato) then Borrar(x,a^.izq,ok) {Busco en el subarbol   izquierdo}
    else if (x>a^.dato) then Borrar (x,a^.der,ok) {Busco en el sub.derecho}
                        else begin  {solo hijo a derecha}
                                          if a^.izq =nil then begin
                                                aux := a;
                                                a := a^.der;
                                               dispose (aux);
                                                  end
                                 else{solo hijo a izquierda}
                                    if a^.der =nil then begin
                                                aux := a;
                                                a := a^.izq;
                                                dispose (aux);
                                               end
                                          {2 hijos. Reemplazo con el más pequeño de la derecha}
                                               else begin
                                                aux := buscar_Min(a^.der)
                                                a^.dato := aux^.dato;
                                              Borrar(a^.dato,a^.der,ok);
                                              End
                    End
End
```

Repaso de Estructuras de datos conocidas hasta el momento

Estructuras de Datos - Características

1. Tienen un comportamiento propio

2. Soportan operaciones

- ➔ **propias**
- ➔ **generales**

Repaso de Estructuras de datos conocidas hasta el momento

3. Representan una colección de elementos que desde el punto de vista del dispositivo donde residen pueden ser:

- **persistentes**
  - **archivos (no los estudiamos acá…)**
- **volátiles**
  - **arreglos**
  - **registros**
  - **conjunto**
  - **listas enlazadas**
  - **árboles**
  - **string**

Repaso de Estructuras de datos conocidas hasta el momento

4. **La colección de elementos pueden ser:**
   - **homogéneos**
     - **arreglos**
     - **conjunto**
     - **listas enlazadas**
     - **árboles**
     - **string**
   - **heterogéneos**
     - **registros**

Repaso de Estructuras de datos conocidas hasta el momento

5. Se pueden implementar de forma:

- **estática**
- **dinámica**

6. Se accede a sus elementos de manera:

- **secuencial**
- **directa**

ARBOLES - CONCEPTOS

LISTAS SIMPLES	ARBOLES
Homogénea	Homogénea
Dinámica	Dinámica
Un sucesor para c/nodo	Múltiples sucesores p/c/ nodo
Un solo predecesor	Un solo predecesor
Lineal	Estructura jerárquica