El concepto de *agreggatum* y su implicancia en la estructura del continuo en el *Pacidius Philalethi*

Federico Raffo Quintana

CONICET - UNQ

En este trabajo me propongo analizar el concepto de *agregado* que Leibniz tiene presente en el diálogo *Pacidius Philalethi* de 1676 y que, si bien es capital en su interpretación general del continuo en este año, allí es considerado en el estudio del movimiento. En este escrito, Leibniz considera su estructura metafísica[1], en la medida en que analiza la naturaleza de dos aspectos centrales involucrados en él, a saber, la mutación y el continuo[2].

El concepto general de movimiento que Leibniz irá desentrañando y justificando a lo largo de esta obra, implica tres nociones fundamentales que lo llevarán a concebirlo como una (1) mutación (2) continua que (3) no es constante en su velocidad. En términos estrictamente leibnizianos, esto último implica que no es uniforme. Cada uno de estos tres conceptos acarrea problemas particulares a resolver y aspectos a dilucidar, así como también los acarrea su consideración en conjunto. Sin embargo, nos centraremos inicialmente en el primero de ellos, esto es, en el de mutación, dado que es en su consideración que se hace presente la noción de agregado.

Leibniz entiende al movimiento, en términos generalísimos, como un tipo particular de mutación, a saber, de lugar[3]. Al mismo tiempo, ella es considerada como el "contacto o

1 Cfr. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 529. Al comienzo del texto, en el margen, Leibniz señala: "Prima de Motu Philosophia".
2 Cfr. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 529. Debajo de lo indicado en la nota anterior, escribe: "Consideratur hic natura mutationis et continui, quatenus motui insunt".
3 Cfr. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 534: "… ego motum esse arbitror: *mutationem loci*...".

La Plata, 28 al 30 de agosto de 2013
ISSN 2250-4494 - web http://jornadasfilo.fahce.unlp.edu.ar

agregado de dos estados opuestos"[4]. En última instancia, entonces, el concepto de movimiento es reducido al de agregado. De allí que Leibniz comprenda la estructura del movimiento de un cuerpo diciendo que es el agregado del último momento de la existencia en el lugar desde el cual se realiza el movimiento y del primer momento de la existencia en el próximo lugar hacia el cual se dirige el cuerpo con su movimiento[5].

Una consecuencia que Leibniz extrae es que no existe 'un único' estado de mutación, esto es, de tránsito, debido a que, supuesto este estado, no pueden evadirse ciertas contradicciones. Leibniz se vale, como ejemplo, del acto de morir. Si a éste se lo entendiera como 'un único' estado, implicaría que en él se viviría (pues quien está muriendo aún vive) y, por la misma razón, no se viviría[6]. Este estado, entonces, debería mediar entre estar vivo y no estar vivo. Pero, haciendo uso del principio de tercero excluido, Leibniz descarta esta posibilidad[7]. Por consiguiente, eliminado el estado de tránsito, la mutación, y con ella la noción de agregado, exige una sucesión de elementos contiguos[8]. Así, en el movimiento, los trayectos no tienen un punto en común y, consecuentemente, en su estructura no puede evitarse la discreción y la contigüidad.

Con esta afirmación Leibniz está acentuando un cambio radical respecto de ciertas ideas suyas de comienzos de la década de 1670. En una carta enviada a Thomas Hobbes en Junio de 1670[9], Leibniz le ha propuesto al inglés justificar la unidad o cohesión de las

4 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 541: "Modo teneamus esse contactum vel aggregatum duorum statuum oppositorum...".
5 Cfr. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 541. "Ergo fateri debes motum corporis ut (...) esse compositum ex novissimo momento existentiae in loco AB a quo fit motus, et primo momento existentiae in loco proximo ad quem fit motus corporis".
6 Cfr. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 535: "Nam satis video, statum aliquem necessario adesse aut abesse, neque simul adesse et abesse, vel nec adesse et abesse".
7 Cfr. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 535: "Tertium nullum est".
8 Cfr. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 537: "Ergo duo momenta se immediate sequi possunt, unum vivendi, alterum non-vivendi".
9 Cfr. *Leibniz a Hobbes*, A II 1, 57-58: "Ego crediderim ad cohaesionem corporum efficiendam sufficere partium conatum ad se invicem, seu motum quo una aliam premit. Quia quae se pr emu nt sunt in conatu penetrationis. Conatus est initium, penetratio unio. Sunt ergo in initio unionis. Quae autem sunt in initio

partes de los cuerpos apelando a su interpenetración al chocar. Al penetrarse, dice, las partes estarían en el mismo punto del espacio, y entonces tendrían un extremo en común. De acuerdo a la definición aristotélica de continuo, la cual Leibniz sostiene, partes así unidas darían lugar a un cuerpo continuo (pues, según Aristóteles, dos cosas son continuas si tienen un extremo en común)[10]. Pero en el contexto del *Pacidius Philalethi* Leibniz tiene bien en clara la imposibilidad que esto conlleva. En este sentido, ella es llevada al extremo en el terreno metafísico, cuando analiza la situación de las mentes que corresponden a tales partes corporales: "(…) de donde se sigue que los pensamientos de una y otra [mente] se confunden, y que cada una de ellas recordará simultáneamente tanto esta como aquella, lo que quizá no puede suceder"[11].

El hecho de que Leibniz apele a principios lógicos para justificar que no se da un tercer estado es sumamente importante desde el punto de vista de la articulación y distinción entre los distintos ámbitos del conocimiento. Leibniz nota que, para valerse de la geometría en el terreno de la física, es necesario establecer un conocimiento intermedio que los conecte a ambos, que dé razón del 'tránsito de la Geometría a la Física', y que sea, consecuentemente, una ciencia tal que, como él dice, conecte "la especulación con la praxis"[12]. En su contexto histórico se concebía a esta ciencia como un saber abstracto

---

unionis, eorum initia vel termini sunt unum. Quorum Termini sunt unum seu τα εσχαντα εν, ea etiam Aristotele definitore non jam contigua tantum, sed continua sunt, et vere unum corpus, uno motu mobile. Has contemplationes, si quid veri habent, non pauca in theoria motus novare, facile agnoscis. Restat probem quae se *premunt* esse in conatu penetrationis. Premere est conari in locum alterius adhuc inexistentis. Conatus est initium motus. Ergo initium existendi in loco in quem corpus conatur. Existere in loco in quo existit aliud est penetrasse".

10 "Así, por ejemplo, en *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 537: "Memini Aristotelem quoque Contiguum a Continuo ita discernere, ut *Continua* sint quorum extrema unum sunt, *Contigua* quorum extrema simul sunt" (*Pacidius Philalethi*, A VI 3, 537). También puede verse la *Theoria motus abstracti* A VI 2, 266.

11 *Notizen zur Wissenschaft und Metaphysik*, A VI 3, 393: "sequetur ex solo attactu coalescere in unum has duas mentes, quia vacuum nullum interiectum est, unde sequetur utriusque cogitationis confundi, et utramque simul et hanc et illam se meminisse, quod fortasse nec fieri potest".

12 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 531: "Si mihi talium inexperto sententiam dicere permittitis, asseverarim a Geometria ad Physicam difficilem transitum esse, et desiderari scientiam de motu, quae materiam formis, speculationem praxi connectat (...)".

acerca del movimiento, el cual era conocido bajo el nombre de "foronomía". El tránsito se dirige, consecuentemente, desde la geometría, pasando por la foronomía, hacia la física. Lo que, sin embargo, articula los tres órdenes, es lo que Leibniz llama un 'método verdadero'[13] con cuya aplicación se puede deducir, de los datos naturales, todo lo que es posible deducir de ellos, análogamente a como sucede en la aritmética y la geometría. Leibniz entiende a este método como una lógica, esto es, como una "ciencia de las razones generales"[14], la cual, aplicada a las figuras, da lugar a la geometría, y aplicada a las "cosas caducas y corruptibles" da lugar a la foronomía. Parafraseando a Galileo, Leibniz concluye: "Y así, como rectamente dijo un egregio filósofo de nuestro siglo que la Geometría es Lógica Matemática, así también afirmaré audazmente que la Foronomía es Lógica Física"[15].

Pero la conexión entre estos tres órdenes también le demanda remarcar la especificidad de cada uno. En este sentido, por ejemplo, Leibniz debe preguntarse si así como el movimiento es un agregado, así también lo son los entes correspondientes a la geometría. La respuesta también es un quiebre respecto de ciertas ideas suyas previas. Antes de 1676, Leibniz supo establecer cierta correspondencia entre una línea y el trayecto de un movimiento, de manera tal que si la explicación de un movimiento demanda la existencia de puntos indivisibles o infinitesimales en acto, también lo demandará una línea[16]. Sin embargo, en el *Pacidius Philalethi* se observa a un Leibniz decidido a negar que las líneas sean un agregado de puntos. Para esto, se vale de dos argumentos: uno para mostrar que la línea no puede componerse de un número finito de puntos y otro para negar

13 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 531: "...methodi verae...".
14 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 532: "...Scientia rationum generalium...".
15 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 533: "Itaque quemadmodum recte Geometriam esse Logicam Mathematicam egregius nostri seculi philosophus dixit, ita Phoronomiam esse Logicam Physicam audacter asseverabo".
16 Así, por ejemplo, en *De minimo et maximo*, A VI 3, 98: "Esto linea *ab* percurrenda aliquo motu. Cum possit aliquod intelligi initium motus in illa linea, initium etiam lineae hoc initio motu percurri intelligetur, esto illud initium *ac*".

que se componga de un número infinito de ellos. No es nuestra intención desarrollar estos argumentos[17], pero sí señalar que su conclusión es que las líneas no se componen en absoluto de puntos puesto que sus partes no existen en acto[18]. Con esto en mente, en el texto *Numeri infiniti* Leibniz indica que aquello que es anterior a sus partes, y que por tanto *puede* tener partes, debe ser entendido como un *todo*[19]. Asimismo, diferenció el concepto de todo justamente de aquello que tiene partes en acto, y por consiguiente que es posterior a ellas, es decir, el agregado[20].

Sin embargo, la diferencia y especificidad de los objetos de los distintos órdenes de conocimiento también tiene un significado ontológico. Otra tesis sumamente influyente que Leibniz enuncia en este mismo año, es que las líneas (y las entidades matemáticas en general) no son entes reales[21]. En este sentido, indicar que el trayecto de un movimiento es *lineal* no es algo que deba entenderse con exactitud geométrica. Se trata de entes que no son reales sino ficticios. Samuel Levey grafica esto indicando que la estructura del movimiento es, dicho en términos contemporáneos, fractal[22]. Consecuentemente, Leibniz ya no establece aquella correspondencia entre líneas y movimientos: una línea es un todo, un movimiento es un agregado.

---

17 Véase *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 548-551.

18 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 550: "Unde constat lineas ex punctis non componi".

19 Cfr. *Numeri infiniti*, A VI 3, 503: "Videtur Totum esse etiam quod non habet partes modo habere possit. Totum est, cum ex uno fieri possunt plura".

20 Cfr. *Numeri infiniti*, A VI 3, 503: "Quod reapse divisum est seu Aggregatum, nescio an dici possit unum".

21 Así, por ejemplo, en *De motu et materia*, A VI 3, 495, dice: "Videtur ergo dicendum: Relationum, quae sunt Entia, tum vera, cum a nobis cogitantur, ut sunt numeri, lineae seu distantiae, aliaque id genus; non esse numerum, nam perpetuis semper reflexionibus possunt multiplicari, adeoque nec sunt Entia realia, possibiliave nisi cum cogitantur"; a su vez, en *Numeri infiniti*, A VI 3, 498: "Circulus aliaque id genus, Entia fictitia sunt".

22 Cfr. LEVEY, Samuel, "The Interval of Motion in Leibniz's *Pacidius Philalethi*", *NOÛS*, Vol. 47, No. 3, 2003, p. 393: "Not only does the discussion of the folded tunic provide a heuristic for thinking about the interval of motion in terms of its shape or structure, but also, from a contemporary perspective, it allows us to identify the interval of motion itself and the divided continuum in general as natural prototypes for a class of geometrical objects known as *fractals* that might indeed seem to occupy a space between the purely discrete and the purely continous".

Uno de los problemas más difíciles que se desprenden del análisis del movimiento se sigue de considerar cómo deben ser interpretadas las partes agregadas. Lo primero que Leibniz debe hacer es negar que ellas sean mínimas. De acuerdo a lo que Leibniz sugiere en otros textos de esta época[23], los mínimos pueden ser presentados, brevemente, como *unidades últimas* que son *todas iguales entre sí*. En este sentido si se dice, por ejemplo, que el espacio se compone de "puntos" o "lugares", a ellos se los está interpretando como mínimos[24].

La introducción de este problema en el estudio del movimiento se involucra con el tercer elemento que entra su definición, a saber, el de la uniformidad. Una composición de unidades mínimas es una consecuencia necesaria si se afirma que el movimiento es *uniforme*. La justificación de esto se encuentra en una de las tesis más importantes que Leibniz sostiene respecto del movimiento, a saber: que hay una proporcionalidad entre la velocidad de un movimiento y el espacio ocupado por el ente móvil. De este modo, si se consideran dos cuerpos moviéndose a velocidad desigual en un mismo instante, el espacio ocupado por el cuerpo más veloz será mayor[25]. Por consiguiente, si la velocidad es constante, los espacios serán iguales entre sí. Dada la proporcionalidad del espacio y el tiempo, si el movimiento es uniforme, los espacios recorridos serían todos iguales entre sí. Consecuentemente, serían mínimos.

23 Por una parte, (1) los mínimos son aquello "que no tiene magnitud o partes" (A VI 2, 264). Justamente por no tener partes, ellos no pueden dividirse. Por otra parte, (2) los mínimos son todos iguales entre sí. Esta característica se infiere de una cuestión que Leibniz analiza en *De materia, de motu, de minimis, de continuo* (A VI 3, 470). Allí, suponiendo que se afirman mínimos en el continuo, se pregunta si resta aún en el continuo otra cosa no mínima. Esta 'otra cosa', dirá, debe ser necesariamente mayor que un mínimo, pues no puede ser menor (sino no estaríamos hablando justamente de "mínimos") ni puede ser igual, porque en ese caso sería un mínimo. De allí se desprende, entonces, que los mínimos son iguales entre sí.

24 Debe tenerse en cuenta que, negando la existencia de los mínimos, los puntos son interpretados de otra manera, a saber: como extremos.

25 Esta idea ya se encuentra presente en los desarrollos de *Theoria motus abstracti*, A VI 2, 266: "*Punctum puncto, conatus conatu maior est, instans vero instanti aequale*, unde tempus exponitur motu uniformi in linea eadem (…)".

Para clarificar esta idea, consideremos dos pasajes del *Pacidius Philalethi*:

1. «Si el movimiento presente es un agregado de dos existencias, será continuado de muchas. Pues asumimos [que es] continuo y uniforme»[26]

2. «Las diversas existencias son [tales] de diversos momentos y puntos. Y mientras duren en todo el tiempo y el lugar no son sino otras y otras existencias seguidas inmediatamente unas a otras, y por lo tanto no serán sino momentos y puntos seguidos inmediatamente unos a otros en el tiempo y el lugar»[27]

Leibniz reconoce que debe negar la existencia de mínimos, pues su afirmación lleva a contradicciones tales como que un todo es igual a una parte suya[28]. La solución, en el terreno del movimiento, estará dada, como decíamos, por la negación de su *uniformidad*[29]. Un movimiento uniforme sólo puede considerarse en abstracto[30], pero el movimiento real no se mantiene nunca uniforme. Consecuentemente, los trayectos espaciales recorridos nunca serán iguales entre sí. Y por tanto, no serán mínimos.

De aquí Leibniz se ve obligado a redefinir el concepto de punto, de manera tal que no sea interpretado como un mínimo. Los puntos, dice, son *extremos* de las cosas. En este sentido, sostiene: "Si una esfera toca un plano el punto es el lugar del contacto"[31], de modo

26 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 546. "Si motus praesens est aggregatum duarum existentiarum, erit continuatus plurium. Nam continuum sumsimus atque uniformem"
27 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 546-7. "Existentiae autem diversae diversorum sunt momentorum atque punctorum. Et toto tempore atque loco durantibus non nisi aliae atque aliae existentiae sunt sese inmediate sequentes, ergo non nisi momenta atque puncta se inmediate sequentia in tempore ac loco erunt".
28 Véanse los argumentos a los que se remite en la nota 17.
29 Cfr. *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 563: "At nobis hic sermo est non de linea aliqua uniformi continua, in qua duo eiusmodi puncta sibi immediata *B* et *D* ne sumi quidem potuissent, sed de linea *AC* iam actu in partes secta, a natura, quia ponimus mutationem ita factam, ut uno momento existeret mobile in unius eius partis *AB* extrema *B*, et altero in alterius partis *DC* extremo *D*".
30 Así, en *Demonstratio Substantiarum Incorporearum* de 1672, A VI 3, 81, indica: "Esto spatio *ab*, in eo ferri intelligatur corpus *C* motu uniformi et horae spatio pervenire ex *a* in *b*, necesse est semihorae spatio pervenire in *d* et spatio quadrantis in *e* semiquadrantis in *f* et et sic perpetuo subdividendo in eadem ratione locum et tempus". También en *De minimo et maximo. De corporibus et mentibus* A VI 3, 98: "Ponatur enim tempore *ab* percurri spatium *ad* motu uniformi, ergo dimidio temporis *ae* dimidium spatii *af* absolvetur, et millesima parte temporis, millesima spatii etc. ergo indivisibili temporis, indivisibilis spatii, cum tempus et spatium proportionaliter dividantur".
31 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 562-563: "Si probas, Pacidi, dicemus puncta nulla esse, antequam designentur; Si sphaera planum tangat punctum esse locum contactus (...)".

tal que formalmente no existen puntos más allá del contacto, ni con anterioridad a él. El punto *resulta* del contacto. De este modo, "indivisibles no son las partes sino los extremos de las partes"[32].

Así, el movimiento no puede ser interpretado como un agregado de puntos ya que si ellos son extremos, solamente pueden darse inmediatamente dos puntos, uno después de otro, a saber, los extremos de las cosas que están inmediatas. A decir de Leibniz, "Y sin duda [pueden] asignarse infinitos puntos y momentos, pero nunca en la misma línea inmediatamente entre sí más de dos"[33]. Notemos que el hecho de que el movimiento se defina como un agregado de "dos" estados opuestos no es casual, en el sentido de que esto señala que no puede haber más de dos inmediatos entre sí. Y, por esto mismo, ellos no componen el continuo. De allí que Leibniz vea la posibilidad de presentar una imagen novedosa con la cual graficar el continuo, al señalar que no debe entendérselo como granos de arena (el cual sería el caso si se lo entendiera como compuesto de mínimos) sino como los pliegues de una túnica, pues, dice Leibniz, "aunque los pliegues infinitos en número se hagan unos menores que otros, no por ello el cuerpo se disuelve en puntos o mínimos"[34]. Leibniz distingue, consecuentemente, que una cosa es estar dividido en mínimos y otra estar dividido sin fin, puesto que la división sin fin no admite una última parte, cosa que no puede decirse del estar dividido en mínimos[35].

32 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 566: "(...) quia indivisibilia non partes, sed partium extrema sunt".
33 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 565: "Et momenta quidem atque puncta assignari infinita sed nunquam in eadem linea immediata sibi plura duobus (...)".
34 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 555: "itaque licet plicae numero infinitae alias aliis minores fiant, non ideo corpus unquam in puncta seu minima dissolvetur".
35 Cfr. *De veritatibus, de mente, de Deo, de Universo*, A VI 3, 513. "Itaque aliud est sine fine divisum et in minima divisum esse. Scilicet pars ultima erit nulla".

Hacia el final del *Pacidius Philalethi* Leibniz ofrece una imagen muy completa de la compleja trama en la cual se involucra el movimiento, junto con el espacio, el tiempo y la materia, con la cual propongo concluir este trabajo:

> Pero valdría la pena considerar la armonía de la materia, del tiempo y del movimiento. Así pues, opino: no hay ninguna porción de materia que no esté dividida en acto en muchas partes, y así, no hay ningún cuerpo tan exiguo en el cual no haya un mundo de infinitas criaturas. Del mismo modo, no hay ninguna parte del tiempo en la [cual] no suceda alguna mutación o movimiento en alguna parte o punto del cuerpo. Y así, ningún movimiento dura lo mismo a lo largo de un espacio o tiempo cuanto se quiera exiguo; y así como [lo está] el cuerpo, así también tanto el espacio como el tiempo estarán en acto subdivididos al infinito. Y no hay ningún momento del tiempo que no esté asignado en acto o que no contenga una mutación, esto es, que no sea fin del viejo estado o comienzo del nuevo en algún cuerpo. No por ello, sin embargo, se admitirá que o un cuerpo o el espacio están divididos en puntos o el tiempo en momentos, puesto que los indivisibles no son partes sino extremos de las partes. Por lo cual, aunque todas las cosas estén subdivididas, no se resuelven, sin embargo, en mínimos[36] (A VI 3, 565-66).

Bibliografía de consulta

ARTHUR, Richard T. W. "Actual Infinitesimals in Leibniz's Early Thought", en *The Philosophy of the Young Leibniz, Studia Leibnitiana Sonderhefte 35*, ed. Mark Kulstad, Mogens Laerke and David Snyder, 2009, pp. 11-28. Puede encontrarse digitalmente en

36 *Pacidius Philalethi*, A VI 3, 565-66: "Sed operae pretium erit considerare materiae temporis et motus harmonium. Itaque sic sentio: nullam est portionem materiae quae non in plures partes actu sit divisa, itaque nullum corpus esse tam exiguum in quo non sit infinitarum creaturarum mundus. Similiter nullam esse temporis partem in [qua] non cuilibet corporis parti vel puncto aliqua obtingat mutation vel motus. Nullum itaque motum eundem durare, per spatium tempusve utcunque exiguum; itaque ut corpus ita et spatium et tempus actu in infinitum subdivisa erunt. Neque ullum est momentum temporis quod non actu assignetur, aut quo mutation non contingat, id est quod non sit finis veteris aut initium novi status in corpore quovis; non ideo tamen admittetur aut corpus vel spatium in puncta dividi, aut tempus in momenta, quia indivisibilia non partes, sed partium extrema sunt; quare etsi onmia subdividantur, non tamen in minima usque resolventur".

http://www.humanities.mcmaster.ca/~rarthur/articles/actual-infinitesimals.pdf [última consulta: 29 de julio de 2013].

— "Leibniz's Actual Infinite in Relation to his Analysis of Matter", próximamente en *Leibniz on the interrelations between mathematics and philosophy*, ed. Norma Goethe, Philip Beeley and David Rabouin, Springer, Archimedes Series, 2012. Versión digital en: http://www.humanities.mcmaster.ca/~rarthur/articles/lairam-final-corrected3.pdf [última consulta: 20 de Agosto de 2013]

LEIBNIZ, G. W., *Sämtliche Schriften und Briefe*, Akademie-Verlag, Darmstadt, 1923; Leipzig, 1938; Berlin, 1950 y ss. (Citado como A).

— *The Labyrinth of the Continuum. Writings on the Continuum Problem, 1672-1686*, textos seleccionados, traducidos y editados e introducción elaborada por Richard T. W. Arthur, Yale University Press, New Haven y Londres, 2001.

— *De summa rerum. Metaphysical Papers, 1675-1676*, traducción e introducción de G. H. R. Parkinson, Yale University Press, New Haven y Londres, 1992.

— *Obras filosóficas y científicas*, Editorial Comares, Granada, 2007 y ss.

LEVEY, Samuel, "The Interval of Motion in Leibniz's *Pacidius Philalethi*", *NOÛS*, Vol. 47, No. 3, 2003, p. 371-416.

LODGE, Paul, "Leibniz's notion of an Aggregate", En *British Journal for the History of Philosophy*, Vol. 9 No. 3, 2001, 467–486.