

ESTUDIO DE COEFICIENTES ROTODINÁMICOS EN TURBINAS TIPO FRANCIS QUE PRESENTAN FENÓMENOS DE WHIRLING

Autores: Villar Juan I., Scarabino Ana E.

G.F.C.
 Grupo de Fluidodinámica Computacional
 Facultad de Ingeniería – Departamento de Aeronáutica
 Universidad Nacional de La Plata
 Calle 116 y 48
 (1900) La Plata
 Buenos Aires – Argentina

PALABRAS CLAVE
Whirling, Coeficientes Rotodinámicos, Estabilidad de Rotores, Sellos Anulares Turbulentos, Efecto Lomakin, Sellos Laberínticos.

RESUMEN
El objetivo de este trabajo de investigación es determinar los coeficientes estáticos y dinámicos de los laberintos del rodete través de una simulación numérica tridimensional en CFD, basado en los Papers de referencia y en función de los datos de entrada y condiciones de funcionamiento. Estos enfoques dan la tendencia creciente a que se comiencen a utilizar herramientas CFD para calcular las fuerzas presentes en el sistema sujeto a diversas condiciones de operación. Cada modelos permiten en mayor o menor medida estimar la respuesta dinámica del rotor frente al fenómeno de whirling, debido a las limitaciones y ventajas que este impone, estabilizantes o no, convirtiéndolos críticos para el diseño.

INDICE

Resumen e Indice	1
1 Introducción.....	2
2 Parte experimental	3
3 Resultados y Discusión	¡Error! Marcador no definido.
Conclusiones.....	6
Bibliografía	6

1. Modelo estructural - TURBINA DE BELO MONTE

En las siguientes figuras se puede observar el diseño de la Turbina Francis, y en detalle el diseño de los anillos laberintos en Corona.

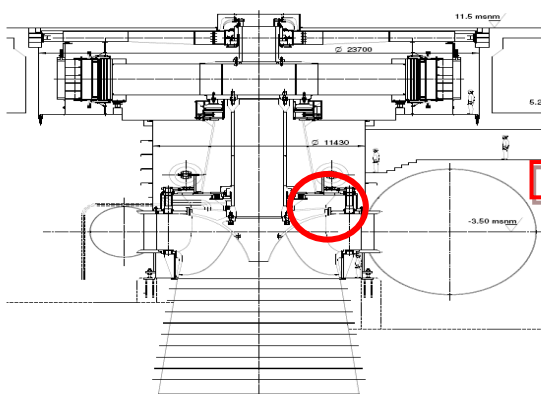


Figura 1. Modelo de Turbina tipo Francis

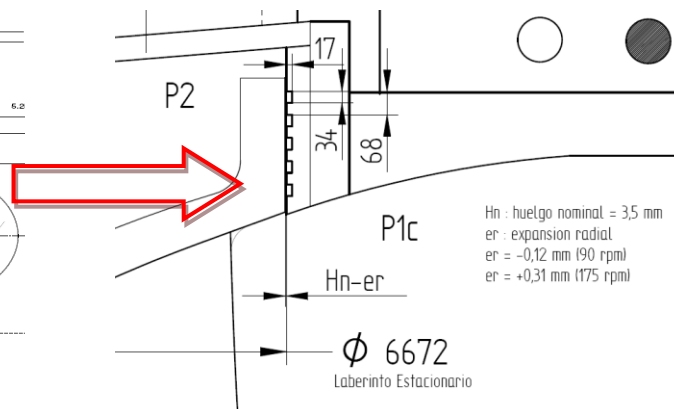
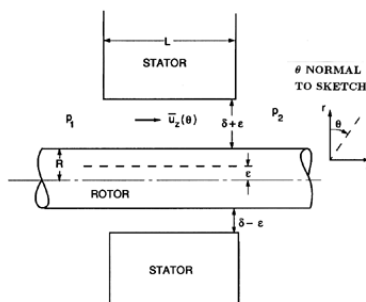
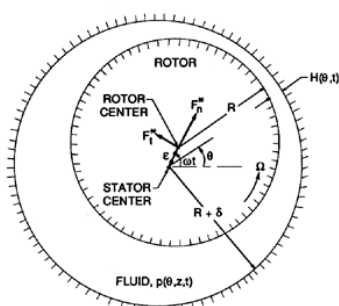


Figura 2. Turbina Detalle - Laberinto Lado Corona

1 Introducción

El objetivo de este trabajo de investigación es determinar los coeficientes estáticos y dinámicos de los laberintos del rodete, en banda y corona, a través de una simulación numérica tridimensional en CFD, basado en los Papers de referencia disponibles y en función de los datos de entrada y condiciones de funcionamiento indicados en el presente documento. El estudio de Coeficientes roto dinámicos en turbinas Tipo Francis que presentan fenómenos de whirling, deviene del estudio de las fuerzas roto dinámicas a que se ve sometido el eje de rotación de la turbo máquina como consecuencia del movimiento excéntrico (ε) de dicho eje. Las fuerzas que el fluido imparte al rotor en el plano perpendicular al eje de rotación son las llamadas fuerzas roto dinámicas o fuerzas radiales (referidas a una terna polar local) y son debidas al desplazamiento y movimiento del eje de rotación (consideramos dicho desplazamiento lo suficientemente pequeño como para que un modelo de perturbación lineal sea adecuado). Típicamente el eje rotará con una excentricidad media que produce la aparición de fuerzas fluido dinámicas que contrarrestan el peso del rotor y otras fuerzas radiales. Es importante reconocer que las fuerzas que el fluido impone no solo resultan en fuerzas restitutivas cuando el flujo en el anulo está dominado por efectos viscosos, que predominan a números de Reynolds $Re_{\Omega} \ll 1$. Dónde $Re_{\Omega} = \Omega R \delta / \nu$, $Re_V = V \delta / \nu$ y $Re_{\omega} = \omega R \delta / \nu$. Lamentablemente no solo esto sucede, en caso de que el signo de las fuerzas fluido dinámicas se revierte, tiende a magnificar la excentricidad en lo que se suele llamar efecto Bernoulli o inercial. La presión en el fluido decrece donde el huelgo H entre rotor y estator o alojamiento es más pequeña ($H = \delta - \varepsilon$), consecuentemente habrá una fuerza neta en el rotor en la dirección del desplazamiento.



En un sello corto ($L \ll R$) o rodamiento el efecto predominante de la perturbación es causar variaciones circunferenciales en la velocidad axial del fluido, que causa el efecto Lomakin, donde $\bar{u}(\theta)_z$ es causada por ΔP_{1-2} y $\bar{u}(\theta)_z$ es la velocidad media promediada sobre el hueco. El efecto Lomakin es causado por variaciones circunferenciales en las perdidas de entrada del flujo, en el lado con menor huelgo las perdidas serán menores debido a que $\bar{u}(\theta)_z$ allí es menor. Consecuentemente la presión será mayor en el lado en que el huelgo es menor resultando en una fuerza restitutiva debido a la distribución de presiones circunferencial. El efecto Lomakin resulta en una fuerza fluidodinámica inducida que conduce a una rigidez positiva ($K > 0$). Los efectos presentes de Lomakin y Bernoulli compiten entre si para definir la rigidez K del sistema mientras la geometría cambia.

Mientras el rotor se aparta de su posición nominal, las fuerzas reactivas generadas por el fluido pueden ser vinculadas al desplazamiento, la velocidad y la aceleración usando un sistema de 2 grados de libertad, mediante un modelo masa resorte amortiguador.

$$-\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & d \\ -d & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M & m \\ -m & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Donde, $[M]$ Matriz masa; $[D]$ Matriz Amortiguamiento; $[K]$ Matriz rigidez; X e Y movimiento del rotor relativo al estator; F_x y F_y son componentes de la fuerza reactiva aplicada sobre el rotor. Para cada condición de funcionamiento se requiere obtener la rigidez de los sellos para la situación cuasi estática, caracterizado por los coeficientes K y k , y el comportamiento

dinámico caracterizado por los coeficientes de rigidez (K, k) de amortiguamiento (D, d) y de inercia (M, m). En casi todas las mediciones experimentales hechas en turbo máquinas las matrices resultan ser antisimétricas, y por tanto invariantes ante rotaciones. Conocer Las fuerzas del fluido variantes para las distintas condiciones de operación y de movimiento del rotor nos permite describir las matrices $[M]$, $[K]$ y $[D]$ a partir de la ecuación (1).

2 Parte Experimental

El enfoque convencional de este problema cuando $Re_{\Omega} \ll 1$ es utilizar la ecuación aproximada de Reynolds de fluido dinámica para una película delgada, que para el presente contexto resulta en un fluido contenido entre dos cilindros circulares, de modo que dicha ecuación resulta en

$$\frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(H^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 6\mu \left\{ 2 \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta} (HU) \right\}$$

Donde (r, θ, z) son coordenadas radial, circunferencial y axial respectivamente, esta ecuación una vez resuelta tiene por solución la distribución de presiones del fluido sobre el rotor $P(\theta, z, t)$ (promediada en dirección radial sobre el huelgo, para una separación entre rotor y estator dada por $H(\theta, t)$, y una velocidad U del cilindro interior ($U = \Omega R$).

Una excentricidad, ε , a una frecuencia de whirling ω lleva a una separación H dada por $H(\theta, t) = \delta - \varepsilon \cos(\omega t - \theta)$ de modo que substituyéndola en la anterior queda una expresión para $P(\theta, z, t)$ de forma tal que integrando la misma sobre el rotor se tienen las fuerzas roto dinámicas que el mismo experimenta y a partir de estas los roto dinámicos vinculados a estas por (1).

$$\begin{Bmatrix} F_n \\ F_t \end{Bmatrix} = R \int_0^L \int_0^{2\pi} p \begin{Bmatrix} -\cos(\omega t - \theta) \\ \text{sen}(\omega t - \theta) \end{Bmatrix} d\theta dz$$

Este modelo simple que considera perturbaciones lineales en el cual se asume para $\varepsilon \ll \delta$ el primer término de la ecuación de Reynolds es predominante dado que se asume que las perturbaciones mayormente ocurren en la dirección circunferencial más que en la axial que puede despreciarse junto con los términos de orden superior en ε , mientras que si se asume que las perturbaciones mayormente ocurren en la dirección axial más que en la circunferencial dará como resultado aquellos otro set de valores para p, F_n^*, F_t^* y C^* mientras los valores $K^* = c^* = M^* = m^* = 0$.

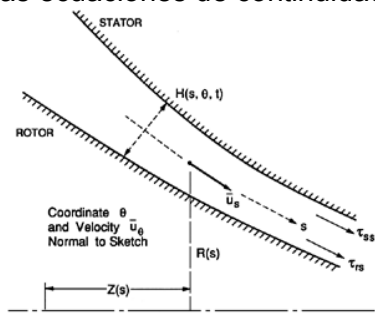
Se ha encontrado que ocurren violentos movimientos del eje cuando la velocidad del eje del rotor Ω alcanza dos veces su valor crítico del eje, esta es la respuesta dinámica del sistema cuando F_t se vuelve positiva, Condiciones similares ocurren a elevados Re_{Ω} . Es decir que si $\text{sign}(F_t) = \text{sign}(\omega)$, entonces será rotodinámicamente desestabilizante, mientras que si se da el caso contrario el sistema tenderá a la estabilidad. Este primer modelo lineal prueba ser típicamente estable pero resulta estar lejos del rango de operación de la Turbina Francis, para lo cual se considero un otro modelo.

Modelos Semi analíticos: Sellos Anulares turbulentos.

En sellos anulares el flujo es usualmente turbulento debido al alto número de Reynolds Re_{Ω} en el cual operan. Para identificar y modelar la rotodinámica de sellos turbulentos se usaron modelos similares a las ecuaciones de lubricación de Reynolds. Estas emplean las velocidades $\bar{u}_z(z, \theta)$ y $\bar{u}_{\theta}(z, \theta)$ que son promediadas sobre el huelgo. Fue Childs en 1983 quien publicó una versión revisada del modelo que surgía de estas consideraciones y utilizó una generalización geométrica del mismo modelo para examinar la roto dinámica de las corrientes de fuga de flujos descarga-succión alrededor de los impulsores de bombas centrífugas y resultó más conveniente incluir una forma más general de análisis.

En la siguiente figura se representa un corte lateral del rotor centrífugo, de forma tal que se describe le movimiento del fluido en coordenadas intrínsecas según el eje meridional del huelgo dadas por $Z(s)$ y $R(s)$ con $0 < s < L$ donde la coordenada s está medida a lo largo del meridiano del huelgo.

La variación del huelgo se describe en términos de $H(s, \theta, t)$ cuyo valor no perturbado es $\delta(s)$. Las ecuaciones que gobiernan el flujo son promediadas sobre el huelgo, esto conduce a las ecuaciones de continuidad de la forma y a las ecuaciones de cantidad de movimiento



$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}(H\bar{u}_s) + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \theta}(H\bar{u}_\theta) + \frac{H}{R} \frac{\partial R}{\partial s} \bar{u}_s &= 0 \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\tau_{ss}}{\rho H} + \frac{\tau_{sr}}{\rho H} - \frac{\bar{u}_\theta^2}{R} \frac{dR}{ds} + \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial t} + \frac{\bar{u}_\theta}{R} \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial \theta} + \bar{u}_s \frac{\partial \bar{u}_s}{\partial \theta} \\ -\frac{1}{\rho R} \frac{\partial p}{\partial \theta} = \frac{\tau_{\theta s}}{\rho H} + \frac{\tau_{\theta r}}{\rho H} + \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial t} + \frac{\bar{u}_\theta}{R} \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial \theta} + \bar{u}_s \frac{\partial \bar{u}_\theta}{\partial s} + \frac{\bar{u}_\theta \bar{u}_r}{R} \frac{\partial R}{\partial s} \end{aligned}$$

El enfoque usado por Hirs (1973) es empleado para determinar las tensiones de corte turbulentas τ_{SS} y $\tau_{\theta S}$ aplicadas al estator por el fluido en direcciones s y θ respectivamente y las tensiones τ_{SR} y $\tau_{\theta R}$ aplicadas al rotor.

$$\frac{\tau_{SS}}{\rho \bar{u}_s} = \frac{\tau_{\theta S}}{\rho \bar{u}_\theta} = \frac{A_s \bar{u}_s}{2} \left[1 + \left(\frac{\bar{u}_\theta}{\bar{u}_s} \right)^2 \right]^{\frac{m_s+1}{2}} (Re_s)^{m_s}; \quad \frac{\tau_{SR}}{\rho \bar{u}_s} = \frac{\tau_{\theta R}}{\rho (\bar{u}_\theta - \Omega R)} = \frac{A_r \bar{u}_s}{2} \left[1 + \left\{ \frac{(\bar{u}_\theta - \Omega R)}{\bar{u}_s} \right\}^2 \right]^{\frac{m_\theta+1}{2}} (Re_s)^{m_\theta}$$

Donde el valor del número de Reynolds en dirección meridional $Re_s = \frac{H\bar{u}_s}{\nu}$ y las constantes A_s , A_r , m_s y m_θ son elegidos para ajustar la información y los datos disponibles sobre las tensiones de corte turbulentas. Childs elije los siguientes típicos valores para dichas constantes $A_s = A_r = 0,0664$; $m_s = m_\theta = -\frac{1}{4}$. Luego, el huelgo, la presión y las velocidades son modeladas dividiéndolas en componentes medias (de subíndice 0) que se corresponderían con la ausencia de whirling, mas una pequeña componente de perturbación lineal (de subíndice 1) debida a la excentricidad ϵ , y rotando a una frecuencia de whirling ω :

$$H(s, \theta, t) = H_0(s) + \epsilon Re \{ H_1(s) e^{i(\theta - \omega t)} \}; \quad p(s, \theta, t) = p_0(s) + \epsilon Re \{ p_1(s) e^{i(\theta - \omega t)} \}$$

$$\bar{u}_s(s, \theta, t) = \bar{u}_{s0}(s) + \epsilon Re \{ \bar{u}_{s1}(s) e^{i(\theta - \omega t)} \}; \quad \bar{u}_\theta(s, \theta, t) = \bar{u}_{\theta0}(s) + \epsilon Re \{ \bar{u}_{\theta1}(s) e^{i(\theta - \omega t)} \}$$

Estas ecuaciones sustituidas en las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento resultan en un set de ecuaciones para el flujo medio para las cantidades $(p_0, \bar{u}_{s0}, \bar{u}_{\theta0})$ y un segundo set de ecuaciones para las cantidades $(p_1, \bar{u}_{s1}, \bar{u}_{\theta1})$; aquellos términos de orden cuadrático u orden superior en ϵ son despreciados. Luego es necesario resolver ambos sets de ecuaciones numéricamente para poder evaluar las presiones, y luego las fuerzas sobre el rotor. Para una geometría simple de un sello anular plano, se tiene $R(s) = R$, $H_0(s) = \delta$; $s = z$ y $H_1(s) = 1$ y en el cual $\bar{u}_{s0} = \frac{Q}{2\pi R \delta} = V$.

Donde Q es el caudal volumétrico; Childs (1983) fue capaz de obtener soluciones analíticas para ambos sets de ecuaciones tanto las de valor medio como las de la perturbación. La evaluación de las fuerzas roto dinámicas, conduce a los siguientes coeficientes roto dinámicos:

$$K = \left(\frac{2\Delta p^T}{\rho V^2} \right) \phi^2 \frac{R}{2\lambda_1 L} \left[\mu_0 - \mu_2 \left(\frac{L}{2\phi R} \right)^2 \right]; \quad C = 2k = \left(\frac{2\Delta p^T}{\rho V^2} \right) \frac{\phi \mu_1}{2\lambda_1}; \quad M = c = \left(\frac{2\Delta p^T}{\rho V^2} \right) \frac{L \mu_2}{2\lambda_1 R}$$

↑ Efecto Lomakin ↑ Efecto Bernoulli

Donde ϕ es el coeficiente de flujo ($\phi = \frac{V}{\Omega R} = Re_V/Re_\Omega$), y Δp^T es la caída de presión total a través del sello y dónde λ, μ_0, μ_1 y μ_2 están dadas por

$$\frac{2\Delta p^T}{\rho V^2} = 1 + C_{EL} + 2\lambda_2; \quad \mu_0 = \frac{5\lambda_2^2 \mu_5}{2(1+C_{EL}+2\lambda_2)}; \quad \mu_1 = \frac{2\lambda_2\{\mu_5+\frac{1}{2}\lambda_2\mu_4(\mu_5+\frac{1}{6})\}}{1+C_{EL}+2\lambda_2}; \quad \mu_2 = \frac{\lambda_2(\mu_5+\frac{1}{6})}{1+C_{EL}+2\lambda_2};$$

$$\mu_4 = \frac{(1+7\phi^2)}{(1+4\phi^2)}; \quad \mu_5 = \frac{(1+C_{EL})}{2(1+C_{EL}+\mu_4\lambda_2)}; \quad \lambda_1 = 0,0664(Re_V)^{-\frac{1}{4}} \left\{1 + \frac{1}{4}\phi^2\right\}^{\frac{3}{8}}; \quad \lambda_2 = \lambda_1 L/\delta$$

Y Donde C_{EL} es el coeficiente de perdida dado por Yamada (1962).

3. Resultados y Discusión :

Considerando nuestros datos geométricos y de operación los siguientes

Ω [$\frac{rad}{s}$]	f [Hz]	$\omega = 2\pi f$ [$\frac{rad}{s}$]	ΔP [Pa]	L [m]	R [m]	ε [m]	δ [m] 0,10%
9,424777961	10	62,83185307	405300	70,3901	3	0,000875	0,0035

v [m^2/s]	Q Caudal y [Kg/s]	Área trasversal del sello [m^2]	C_{el}	$1+C_{el} + 2\lambda_2$
0,000001003	1013,85	0,065973446	0,1	181,3614728

Así Pues Definido Δp^T , luego C_{EL} quedan definidos μ_5 y luego μ_0, μ_1 y μ_2 , estando μ_4 dado por las condiciones de operación, lo mismo que λ_1, λ_2 y ϕ pues.

Parámetros independientes $\mu_4 = f(\phi), \lambda_1 = f(Re_V, \phi), \lambda_2 = f(\lambda_1, L/\delta), \mu_5 = f(C_{EL}, \mu_4, \lambda_2)$

Parámetros dependientes $\mu_2 = f(\lambda_2, \mu_5, C_{EL}), \mu_1 = f(\mu_5, \mu_4, C_{EL}, \lambda_2), \mu_0 = f(C_{EL}, \mu_5, \lambda_2)$

En definitiva, para nuestras condiciones de operación

ϕ	λ_1	λ_2	μ_4	μ_5	μ_6	μ_1	μ_2
0,543515778	0,004482	90,13073638	1,406222	0,004302	0,481752	10,77318	0,084966

Y los coeficientes roto dinámicos serán

m	K	k	C	c	M
0	-0,038684342	1121,151017	2242,302033	763,4369971	763,4369971

Los mismos resultan ser desestabilizantes en dirección radial a la luz del valor $K < 0$, lo cual indica un predominio del efecto de Bernoulli sobre el Efecto de Lomakin. Este es el resultado de aplicar el modelo descrito semi-analítico para las condiciones de operación dadas, que en rigor consideran no las fuerzas rotodinámicas sino las tensiones corte sobre el rotor y estator así como la las presiones existentes entre entrada y salida.

Modelo numérico

Siguiendo el método de cálculo de coeficientes propuesto Por Athavale & Hendricks (1996) la perturbación en la ubicación del rotor es usada para generar fuerzas reactivas en el fluido y subsecuentemente coeficientes rotodinámicos. El modelo considera variaciones del flujo tanto en direcciones axiales como circunferenciales pero los valores en dirección radial son integrados para obtener los valores medios. Luego las ecuaciones de flujo son perturbadas para resultar en un set de ecuaciones para el flujo estático y otro para las perturbaciones en el flujo. Con un movimiento prescrito pequeño del rotor las variables de perturbación son calculadas y las presiones integradas sobre la superficie del rotor para generar una fuerzas

reactivas del fluido mientras que curvas apropiadas se ajustan al grafico de Fuerzas vs Frecuencia de whirling para obtener los coef rotodinámicos.

Se empezó por analizar el diversos casos cuasi-estáticos de desplazamiento del rotor en dirección radial, pudiendo verificar algunos resultados obtenidos experimentalmente y mediante simulación numéricas por otros investigadores citados validando las modelización y consideraciones realizadas.

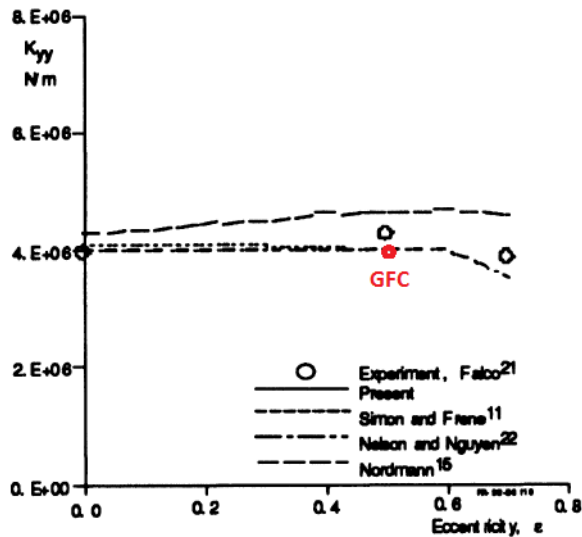


FIGURE 10 Direct stiffness coefficient, K_{yy} , eccentric annular seal

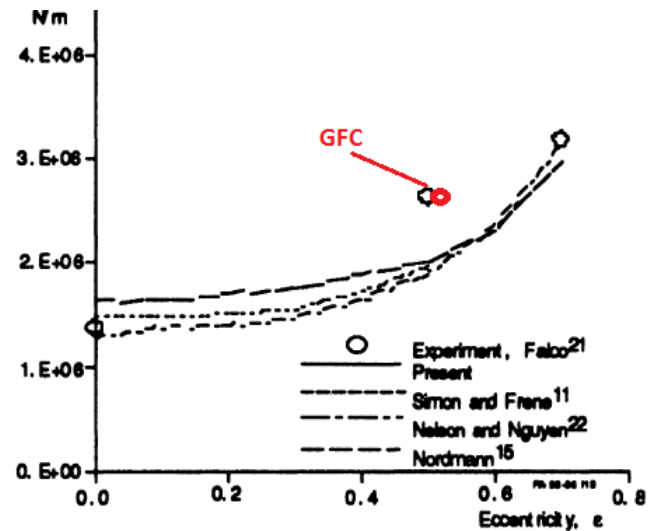


FIGURE 13 Cross coupled stiffness coefficient, K_{zy} , eccentric annular seal

Conclusiones

Queda por modelizar el proceso completo de whirling a diversas relaciones entre Ω y ω .

El proceso de análisis todavía está lejos de concluir dado que solo considera casos de matrices antisimétricas exclusivamente lo cual si bien constituye el caso más general no es el único posible.

Puede verse que también se obtienen valores principales de la componente Hidrostática de la matriz rigidez que son desestabilizantes para el sistema redundando en la posterior interferencia mecánica entre rotor y estator para algunas configuraciones operativas.

6. Referencias

1. M.M.ATHAVALE, R.C.HENDRICKS: "A Small Perturbation CFD Method for Calculation of Seal Rotordynamic Coefficients,1996.
2. K. Graf & T. Staubli, "Comparison of two id models for rotordynamic coefficients of labyrinth seals". ETH Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, 1990.
3. R. Gordon Kirk, "Fluid-Film Bearings, Seals and Rotor Stability" Mechanical Engineering department, Virginia Politechnic Institute and State University; 2000?
4. C. Brennen, Radial and Rotordynamic Forces, Hydrodynamics of pumps, ISBN 0-19-856442-2 (Oxford University Press)