

EL CÁLCULO VECTORIAL EN LA FORMACIÓN DEL INGENIERO. UNA PERSPECTIVA DE ALUMNOS DE LOS ÚLTIMOS AÑOS DE LAS CARRERAS: AERONÁUTICA Y CIVIL

Viviana A. Costa¹, Francisco Landerreche¹, Jorge Colman Lerner²

¹IMApEC, Ciencias Básicas, Facultad de Ingeniería, UNLP, La Plata, Buenos Aires, Argentina.

vacosta@ing.unlp.edu.ar

²Departamento de Aeronáutica, Facultad de Ingeniería, UNLP, La Plata, Buenos Aires, Argentina.

Palabras claves: Enseñanza en carreras de ingeniería, Cálculo Vectorial, práctica docente, estrategias didácticas.

Resumen

Esta investigación aborda la problemática de la enseñanza y aprendizaje del Cálculo Vectorial en carreras de Ingeniería. Su estudio y comprensión es esencial para alumnos de estas carreras. Les proporciona herramientas matemáticas básicas que les servirán en la modelización de diversos fenómenos físicos y naturales que podrán ser descriptos matemáticamente por una representación vectorial.

En este trabajo presentamos el análisis de una encuesta realizada a alumnos del último año de las carreras Ingeniería Aeronáutica¹ e Ingeniería Civil (Costa, Landerreche y Colman Lerner, 2012). Seleccionamos la encuesta como instrumento para evaluar la relevancia que estos alumnos le proporcionan a los contenidos del Cálculo Vectorial durante el trayecto de su carrera. Los resultados de la misma nos permiten reflexionar sobre la práctica docente en la enseñanza de esos conceptos.

Introducción

La sociedad actual se encuentra ante una serie de cambios asociados al avance de la tecnología, de la industria y de los requerimientos de la humanidad. Estos están marcando cambios educativos en las distintas disciplinas y en los distintos niveles de enseñanza. En particular, en las últimas décadas, han crecido las numerosas investigaciones que abordan la problemática de la *educación en carreras de ingeniería* y la *enseñanza de la matemática* en estas carreras. Una variedad de congresos, simposios y jornadas, propician un escenario de reflexión sobre la innovación en la formación del ingeniero, para mediar procesos conducentes a la materialización de su perfil académico.

Una rama de las matemáticas que se estudia en las carreras de ingeniería es el *Cálculo Vectorial*. Su origen se encuentra a fines del siglo XVIII y a principios del siglo XIX, fuertemente ligados con los inicios de la *física-matemática*, la *termodinámica*, la *hidrodinámica*, la *mecánica de los fluidos*, la *electricidad*, el *magnetismo*, la *teoría del potencial* y la *Ecuación de Laplace* (Crowe, 1994; Wussing, 1998; Mankiewicz, 2005). La comprensión de los conceptos que involucra, es esencial para alumnos de carreras de ingeniería. Les proporcionará herramientas básicas que los ayudarán en la modelización matemática de diversos *fenómenos físicos* de los sistemas en ingeniería que podrán ser analizados a partir de una representación *vectorial* (Feynman, 1987). Sin embargo, la enseñanza y aprendizaje de los conceptos del *Cálculo Vectorial* no es sencilla debido a la

¹ Parte de este trabajo fue presentado y seleccionado para su exposición en el Congreso Argentino de Ingeniería, Mar del Plata, 2012.

complejidad y alto grado de abstracción de los objetos matemáticos de estudio, por lo que el alumno requerirá de un *pensamiento matemático avanzado* (Azcárate Giménez y Camacho Machín, 2003). Numerosas investigaciones abordan esta problemática, en general desde un contexto más simple como es el *Cálculo* a nivel universitario. Una reseña de estas investigaciones se encuentra en Costa y Arlego (2011). Algunos de los investigadores expresan que la enseñanza tradicional, mecanicista, descontextualizada y técnica, obstaculiza la comprensión de los significados de los objetos matemáticos de estudio y sus vínculos con otras ciencias. Otros presentan diversas *estrategias didácticas* con diversos objetivos y que mejor acompañen el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Una forma de comprender y mejorar este proceso es reflexionar sobre nuestra *práctica docente*. La reflexión sobre la propia práctica docente es la mejor vía posible de formación permanente. Con este fin, hemos considerado conocer la opinión de los alumnos sobre la relevancia que ellos le conceden a los contenidos del Cálculo Vectorial a lo largo de su carrera. Seleccionamos la *encuesta* como instrumento para evaluarla, realizando ésta a grupos de alumnos que estén cursando el último año de las carreras *Ingeniería Aeronáutica e Ingeniería Civil*.

El Cálculo Vectorial en el escenario académico de una Facultad de Ingeniería

Nos centramos en la enseñanza y aprendizaje del *Cálculo Vectorial* en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata (FI UNLP), en particular en las carreras de *Ingeniería Aeronáutica e Ingeniería Civil*. Estas carreras son unas de las 12 especialidades que se dictan en la FI UNLP. En cuanto a la formación del ingeniero aeronáutico en esta facultad, se espera que tenga competencias, entre otras, en las siguientes áreas: Estructuras, Mecánica de Fluidos y Aerodinámica, Mecánica de vuelo, Propulsión, Aviónica y Sistemas del avión, y Aeropuertos y Operaciones; poniendo énfasis en: proyecto estructural, mantenimiento de aeronaves y mecánica de fluidos. Del *ingeniero civil* se espera que tenga competencias en las siguientes áreas: estudio, factibilidad, proyecto, dirección, inspección construcción, operación y mantenimiento de edificios, obras civiles y de arte, instalaciones hidromecánicas, obras viales y ferroviarias y previsión sísmica. Se busca que sea capaz de desarrollar aptitudes que le permitan atender los problemas de la ingeniería optimizando el uso de los recursos humanos y materiales, respetando el medio ambiente.

En el contexto de la FI UNLP, las asignaturas se distribuyen en tres Áreas y una Complementaria. El Área Básica (CB), conformada por las materias básicas de *matemática, física y química*; el Área Tecnológica Básica (TB); el Área Tecnológica Aplicada (TA) y asignaturas complementarias (CO). En particular, los contenidos relativos al *Cálculo Vectorial*, se comienzan a estudiar en el CB en un curso llamado Matemática B en el segundo semestre del primer año de todas las carreras. El eje conceptual de Matemática B y su secuenciación, es el proceso de integración, en una y varias variables, series numéricas, ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y Cálculo Vectorial. Estos últimos se estudian en las dos últimas unidades de la asignatura y sus contenidos son los de: funciones vectoriales de una variable, representación paramétrica de curvas, estudio de la variación de una curva, campos vectoriales, rotor, divergencia, propiedades, campo gradiente, integral de línea, trabajo, circulación, teorema de Green, independencia del camino de la integral de línea, campos conservativos, superficies, área de una superficie, integral sobre una superficie, integral de flujo, teoremas de Stokes y Gauss, y sus aplicaciones.

Encuesta: análisis y discusión

Seleccionamos la *encuesta* como instrumento que tiene por objetivo el de evaluar la relevancia que los alumnos le proporcionan a los contenidos del Cálculo Vectorial, durante el

trayecto de su carrera y cuales conceptos de este campo ellos consideran que han sido fundamentales.

Realizamos la encuesta a dos grupos de alumnos. El grupo G1, formado por alumnos del último año de la carrera Ingeniería Aeronáutica (N1=25), y el grupo G2, formado por alumnos del último año de la carrera Ingeniería Civil (N2=4). La realización de la encuesta fue en ambos casos: presencial, escrita, voluntaria y anónima. Para contestar la encuesta los alumnos dispusieron de una hoja en la que estaban impresos las preguntas y un anexo, con los contenidos del Cálculo Vectorial y del plan de estudios de sus carreras respectivas como guía para la selección de las respuestas. La encuesta consta de cuatro preguntas abiertas y de un ítem final para comentarios (Tabla 1). Para el análisis de los resultados de la encuestas, éstas se numeraron y dado que las preguntas son abiertas, se clasificaron las respuestas en categorías para luego armar una matriz de datos en el software Excel.

Nro. de pregunta	Pregunta
1	¿Cuáles conceptos del Cálculo Vectorial, considera que fueron relevantes, para usted, al abordar los contenidos de las materias siguientes a Matemática B en su carrera?
2 a	¿Cuáles contenidos del Cálculo Vectorial que se enseñaron en Matemática B, son los que más utilizó, como herramienta matemática en otras asignaturas?
2 b	¿En cuáles asignaturas, y en que medida (mucho, poco)?
3	¿Cuáles contenidos del Cálculo Vectorial que se enseñaron en el curso de Matemática B, hubiese necesitado que se enseñaran con mayor profundidad?
4	¿Para la enseñanza de esos contenidos, cuáles metodologías de enseñanza considera que favorecerían la comprensión de los conceptos?

Tabla 1. Modelo de la encuesta.

Pregunta 1

La primer pregunta de la *encuesta* tiene por objetivo el conocer por parte de los estudiantes cuáles conceptos estudiados en Matemática B relativos al Cálculo Vectorial consideran que fueron relevantes al abordar las materias posteriores. Para contestar esta pregunta los alumnos subrayaron en el anexo que disponían con la encuesta los conceptos por ellos seleccionados, que naturalmente podían ser más de uno. Las respuestas del grupo de los alumnos del G1, se agruparon en las categorías mostradas en la Figura 1.

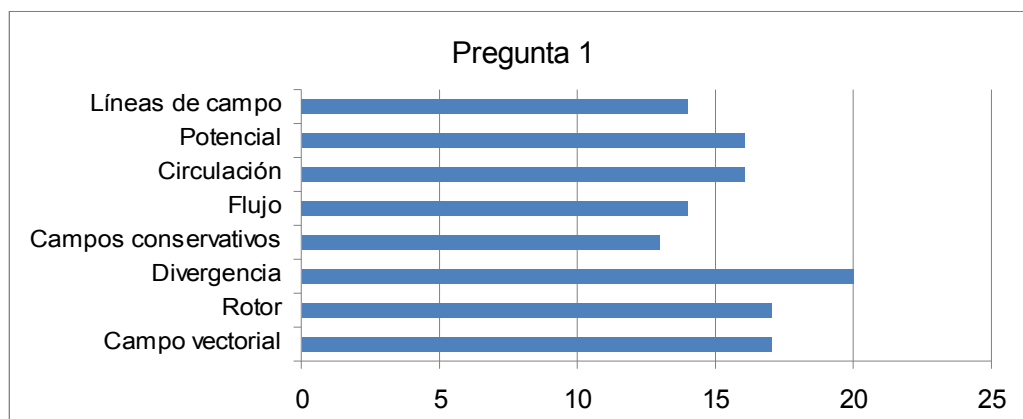


Fig. 1. Respuestas del G1 a la pregunta 1. Cantidad de alumnos versus concepto elegido.

Los alumnos del G2 seleccionaron el concepto, estudio de la *variación de una curva: curvatura*.

Pregunta 2

En cuanto a la pregunta 2a), se consulta, sobre cuáles contenidos del Cálculo Vectorial que se estudiaron en Matemática B, son los que más utilizó como *herramienta matemática* en otras asignaturas. Las respuestas se agruparon en las categorías observadas en la Figura 2, para el G1. En la categoría “*cálculo de integrales*” agrupamos las respuestas correspondientes a “*integrales de flujo*” e “*integrales de línea*”. Los alumnos del grupo G2, sólo seleccionaron: *cálculo de integrales y líneas de campo*.

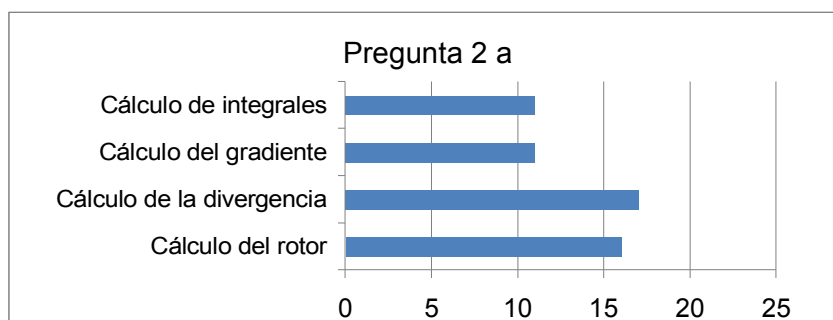


Fig. 2. Respuestas del G1 a la pregunta 2a). Cantidad de alumnos versus herramienta matemática.

En relación a la pregunta 2b), los alumnos seleccionan las asignaturas de la carrera en las que consideran utilizaron los conceptos del Cálculo Vectorial y además indicaban si los habían utilizado “mucho” o “poco”. En la Tabla 2 se observan estos resultados. En negrita se hallan las respuestas en las que más del 50% de los alumnos marcó con “mucho”.

Área	Grupo 1	Grupo 2
CB	Física II, Física III y Estadística	Física II
TB	Mecánica de los Fluidos I y II, Vibraciones, Mecánica Racional , Motores alternativos, Estructuras I, Estructuras II, Estructuras III, Termodinámica, Electrotecnia	Topología, Estructuras, Hidráulica I y II
TA	Aerodinámica General I y II , Estructuras IV, Estructuras V, Control y Guiado, y Mecanismos y sistemas de aeronaves	Hormigón Armado I y II Obras Hidráulicas Construcciones Metálicas

Tabla 2. Respuestas a la pregunta 2b). Cantidad de alumnos versus asignatura donde utilizaron los conceptos.

Pregunta 3

La pregunta 3 se refiere a *¿Cuáles contenidos del Cálculo Vectorial que se enseñaron en el curso de Matemática B, hubiese necesitado que se enseñaran con mayor profundidad?*

El 75% de los alumnos menciona que “*los contenidos del Cálculo Vectorial estudiados en Matemática B fueron dados en profundidad y les permitieron abordar las asignaturas siguientes*”. El 20% de esos alumnos además mencionó que los conceptos de “rotor” y “divergencia” deberían estudiarse en mayor profundidad. El resto de los alumnos, no responde.

Pregunta 4

La pregunta 4 tiene por objetivo conocer la opinión de los alumnos sobre su valoración de cuales *estrategias didácticas* implementadas en un curso favorecerían la comprensión y vinculación de los conceptos estudiados. Los resultados de este punto de la encuesta servirían de reflexión para mejorar la *práctica docente*. Para el G1, las respuestas a esta pregunta fueron diversas y las agrupamos en tres categorías que se observan en la Figura 3. Todos los alumnos del G2, respondieron que preferiría como *estrategia didáctica* para el estudio de los conceptos mencionados, ejemplos aplicados a la física e ingeniería.

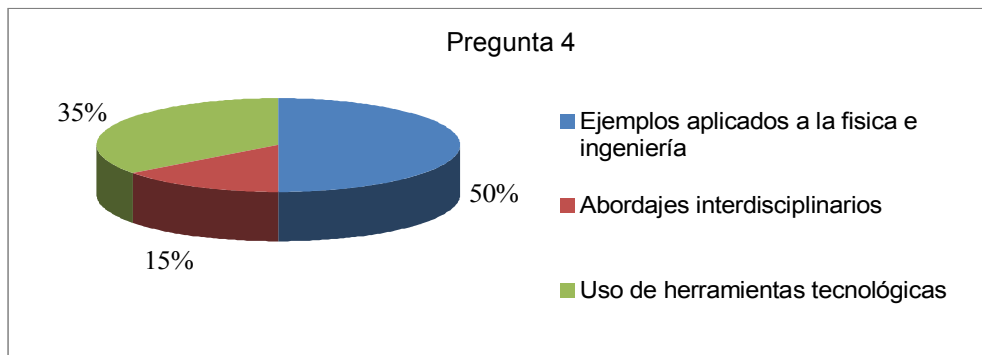


Fig. 3. Porcentajes de las estrategias didácticas seleccionadas por los alumnos del G1.

Comentarios expresados por los alumnos

En cuanto al punto correspondiente a comentarios, algunos alumnos expresaron: *“Aplicaciones a la ingeniería. Más énfasis y por ende práctica en los temas de más uso en la carrera”, “Más ejemplos concretos, los cuales sean útiles en materias posteriores”, “Luego de dar un tema, invitar a un profesor de la materia donde se aplica lo visto y que dé ejemplos de aplicación”, “Mostrar cuales aplicaciones tendrá dicha herramienta en la ingeniería, explicar el concepto y el manejo y desarrollo práctico enseñarlo en software”, “Aplicación práctica continua y a gran escala. No se puede pretender que alguien palpe lo que es la ingeniería a través de un montón de cuadernos, fotocopias y PDF’s. La ingeniería es una disciplina fundamentalmente práctica. Sin esto no se puede aspirar a una gran calidad de ingenieros”, “Demostrar que el rotor/divergencia, entre otros, se pueden aplicar a algo que existe y que es una herramienta de uso y no un tema más de examen”.*

Conclusiones

Las opiniones de los alumnos encuestados pone de manifiesto la importancia que tienen los conceptos del Cálculo Vectorial en sus trayectos académicos. En particular para los alumnos de ingeniería aeronáutica el estudio de las herramientas que involucra esta rama de la matemática es esencial para ellos, y así lo presentan. Esto se observa en la cantidad de conceptos por ellos seleccionados y la cantidad de asignaturas donde los utilizaron. En particular las asignaturas de Mecánica Racional y Mecánica de los Fluidos, que conforman la base de la formación del ingeniero aeronáutico en una de sus áreas de competencia.

En cuanto a las *estrategias didácticas* elegidas por los alumnos en la encuesta, que los ayudarían en la comprensión de los conceptos, más de la mitad de ellos mencionan la importancia de vincular los temas de estudio con ejemplos concretos de la *física e ingeniería*.

De lo expuesto en este trabajo, consideramos importante que los actores encargados de la enseñanza e investigación educativa de los conceptos matemáticos, en particular en este caso los vinculados al Cálculo Vectorial, reflexionen sobre su *práctica docente*. Se

pregunten, como expresa Gascón (2010) en un contexto más amplio: *¿Cuáles conceptos del Cálculo Vectorial son de mayor importancia en la formación del alumno de ingeniería? ¿Cómo enseñar esos conceptos, para conseguir que los alumnos elaboren por sí mismos estrategias de resolución de problemas no rutinarios? ¿Cómo diseñar estrategias didácticas que permitan vincular los conceptos relativos al Cálculo Vectorial entre las diferentes áreas? ¿Cómo organizar un proceso de estudio que provoque la vinculación de las diferentes dimensiones de la actividad matemática universitaria, desde el trabajo más rutinario hasta la resolución de problemas “abiertos” y “creativos”?* La reflexión es un punto de partida para el desarrollo de *estrategias didácticas* acordes y atentas a las necesidades actuales del alumno de ingeniería, según sea su especialidad, y de lo que de éste se espera.

Agradecimientos. Este trabajo ha sido desarrollado dentro del marco del Proyecto de Incentivos de la Universidad Nacional de La Plata: “Estrategias didácticas en Ciencias Básicas. Investigación de nuevos escenarios educativos basados en TICs”. 11/I148. Agradecemos a los alumnos que participaron voluntariamente de la encuesta.

Referencias

AZCÁRATE JIMÉNEZ C. y CAMACHO MACHÍN M. (2003). Sobre la Investigación en Didáctica del Análisis Matemático. Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, No. 2, 135.

COSTA V. A. y ARLEGO M. (2011). *Enseñanza del cálculo vectorial en el contexto de la ingeniería: una revisión bibliográfica*. Actas del I Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática - ICIECyM. II Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática - II ENEM . Tandil: Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires, pp. 88-94. <http://iciecymiienem.sites.exa.unicen.edu.ar/actas>

COSTA V. A., LANDERRECHE F. y COLMAN LERNER J. (2012). *El Cálculo Vectorial en la formación del ingeniero aeronáutico: una perspectiva de alumnos del último año de la carrera*. Libro de Trabajos Seleccionados del Primer Congreso Argentino de Ingeniería. Mar del Plata.

CROWE M. (1994). *A history of vector analysis: The Evolution of the Idea of a Vectorial System*. Courier Dover Publications.

FEYNMAN R. P. (1987). *Física, Volumen II (Electromagnetismo y materia)*. Massachusetts: Addison-Wesley Iberoamericana.

GASCÓN J. (2010). Del Problem Solving a los Recorridos de Estudio e Investigación. Crónica del viaje colectivo de una comunidad científica. *Revista Iberoamericana de educación matemática*. Nro. 22. 8-35.

MANKIEWICZ R. (2005). *Historia de las Matemáticas, del cálculo al caos*. Editorial Paidós, colección orígenes, en rústica. 141-147

WUSSING H. (1998). *Lecciones de historia de las matemáticas*. Siglo XXI de España Editores. 226-229.