

DETERMINACIÓN DEL ESTADO TÉRMICO Y TENSIONAL A EDAD TEMPRANA EN ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN MASIVO

Claudio G. Rocco, Rafael Lamattina y E. Ignacio Villa

Departamento de Construcciones, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata
Calle 48 y 115 s/n, (B1900TAG) La Plata, Provincia de Buenos Aires, República Argentina
eivilla@ing.unlp.edu.ar

Palabras clave: hormigón masivo, método de los elementos finitos, métodos totalmente acoplados, métodos secuencialmente acoplados, elasticidad lineal.

INTRODUCCIÓN

Como es sabido, el hormigón es un material ampliamente utilizado en las construcciones civiles debido a que es relativamente económico, tiene alta resistencia a compresión, moderada resistencia a tracción y una alta durabilidad. Este material de naturaleza heterogénea tiene propiedades térmicas, mecánicas, reológicas que lo caracterizan y complejizan su estudio. El mismo se obtiene de la mezcla de cemento, agua, agregados de diferente tamaño y se pueden incorporar aditivos para otorgarle alguna propiedad especial. A diferencia de otros materiales, el hormigón tiene una relación constitutiva entre tensiones y deformaciones que responde a una ley lineal elástica sólo para muy bajos valores de la tensión. Además, a edad temprana dicha relación es fuertemente variable.

Al entrar en contacto el agua y los compuestos del cemento, comienzan a producirse las denominadas reacciones de hidratación que tienen la particularidad de ser exotérmicas. Esto quiere decir que durante el proceso de endurecimiento y fraguado, el material genera calor. Dado que las estructuras se encuentran en contacto con los fluidos del ambiente como el aire y el agua que se encuentran a distinta temperatura, se producen gradientes térmicos entre el exterior y el interior de la pieza. Estos últimos se traducen en deformaciones de la estructura que a su vez generan tensiones en la misma. Según el grado de restricción que posea el elemento estructural, se pueden producir tensiones de tracción que si superan la resistencia a tracción del material, conllevan a la aparición de fisuras con todas las consecuencias que esto supone.

Muchas de las estructuras en las que se emplea el hormigón son de gran tamaño, como por ejemplo presas, pavimentos, muros de contención, etc. En ellas, se utiliza hormigón masivo que se define como aquel que tiene un volumen tal, que las consecuencias de la generación de calor no pueden ser despreciadas. El presente trabajo, constituye una primera aproximación al estudio del problema termo-mecánico del hormigón masivo a través de métodos computacionales. El análisis realizado en este caso es lineal elástico, con flujo de calor **unidireccional** y propiedades térmicas y mecánicas **constantes** en el tiempo.

MODELADO DEL PROBLEMA

Fundamento Teórico

El Método de los Elementos Finitos utiliza (MEF) la discretización espacial y temporal del problema para poder integrar en forma numérica las ecuaciones diferenciales que describen matemáticamente el fenómeno físico. La expresión general que describe el balance térmico en un determinado volumen de control es la que sigue:

$$\int_S q \cdot dS + \int_V r \cdot dV = \int_V \rho \cdot \dot{U} \cdot dV \quad (1)$$

En donde ρ es la densidad del material, \dot{U} es la variación temporal de la energía interna, q es el flujo de calor a través de la superficie de control y r es el calor generado en el volumen de control.

El flujo de calor a través de la superficie S de control está dado por la expresión:

$$q = -\bar{q} \cdot \hat{n} \quad (2)$$

En donde \bar{q} es el vector flujo de calor, y \hat{n} es el versor normal a la superficie S.

Reemplazando la expresión (2) en la (1) resulta:

$$\int_V \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = - \int_S \bar{q} \cdot \hat{n} \cdot dS + \int_V r \cdot dV \quad (3)$$

Aplicando el teorema de la divergencia en el término subrayado:

$$\int_S \bar{q} \cdot \hat{n} \cdot dS = \int_V \frac{\partial}{\partial x} \cdot q \cdot dV \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (3):

$$\int_V \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = - \int_V \frac{\partial}{\partial x} \cdot q \cdot dV + \int_V r \cdot dV \quad (5)$$

Derivando la expresión, se obtiene la ecuación diferencial:

$$\rho \dot{U} = - \frac{\partial}{\partial x} \cdot q + r \quad (6)$$

Para poder aplicar el FEM, se debe transformar la ecuación para que la integración numérica (comúnmente denominada "débil") sea realizable. El método no resuelve analíticamente las ecuaciones que gobiernan el problema, sino que lo hace a través de la iteración en volúmenes e intervalos temporales discretos. Para lograr dicha transformación se multiplica la ecuación de balance térmico por una variación de temperatura $\delta\theta$:

$$\int_V \delta\theta \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = - \int_V \delta\theta \cdot \frac{\partial q}{\partial x} \cdot dV + \int_V \delta\theta \cdot r \cdot dV \quad (7)$$

A continuación, se aplica la regla de la cadena en el término subrayado:

$$\int_V \delta\theta \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV = \int_V \left(- \frac{\partial}{\partial x} \cdot (q \cdot \delta\theta) + q \cdot \frac{\partial \delta\theta}{\partial x} \right) \cdot dV + \int_V \delta\theta \cdot r \cdot dV \quad (8)$$

y luego, aplicando el Teorema de la Divergencia en el término subrayado, se obtiene:

$$- \int_V \frac{\partial}{\partial x} (q \cdot \delta\theta) \cdot dV = \int_S -\bar{q} \cdot \hat{n} \cdot \delta\theta \cdot dS = \int_S q \cdot \delta\theta \cdot dS \quad (9)$$

Se reemplaza la expresión (9) en la ecuación de balance térmico (8) y acomodando los términos resulta:

$$\int_V \delta\theta \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV - \int_V \frac{\partial \delta\theta}{\partial x} \cdot q \cdot dV = \int_S \delta\theta \cdot q \cdot dS + \int_V \delta\theta \cdot r \cdot dV \quad (10)$$

Esta es una expresión "débil" que puede ser utilizada para aplicar el método como se verá a continuación. El método discretiza el volumen en forma geométrica, e interpola las temperaturas entre los nodos a través de las funciones de forma:

$$\theta = N^N \cdot \bar{\theta}^N \quad (11)$$

En donde $\bar{\theta}^N$ son las temperaturas nodales y $N^N(x)$ son las funciones de interpolación. Utilizando la aproximación de Galerkin, la variación de temperatura también es interpolada a través de las mismas funciones:

$$\delta\theta = N^N \cdot \delta\bar{\theta}^N \quad (12)$$

En el programa Abaqus, las funciones de interpolación son lineales o cuadráticas para elementos uni,bi y tridimensionales. Introduciendo la interpolación y teniendo en cuenta que el flujo de calor se relaciona con el gradiente de temperaturas según la Ley de Fourier:

$$q = -k \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad (13)$$

donde k es la conductividad térmica del material, resulta:

$$\delta \bar{\theta}^N \cdot \left(\int_V N^N \cdot \rho \cdot \dot{U} \cdot dV + \int_V \frac{\partial}{\partial x} N^N \cdot k \cdot \frac{\partial N^N}{\partial x} \cdot \bar{\theta}^N \cdot dV \right) = \delta \bar{\theta}^N \cdot \left(\int_V N^N \cdot r \cdot dV + \int_S N^N \cdot q \cdot dS \right) \quad (14)$$

En estado estacionario $\dot{U} = 0$. En estado transitorio, la ecuación anterior además de ser integrada espacialmente, debe ser integrada en forma temporal. Para ello, el programa utiliza el siguiente operador:

$$\dot{U}_{t+\Delta t} = \frac{(U_{t+\Delta t} - U_t)}{\Delta t} \quad (15)$$

Introduciendo el operador (15) en la ecuación de balance térmico (14) resulta:

$$\frac{1}{\Delta t} \cdot \int_V N^N \cdot \rho \cdot (U_{t+\Delta t} - U_t) \cdot dV + \int_V \frac{\partial}{\partial x} N^N \cdot k_{t+\Delta t} \cdot \frac{\partial}{\partial x} N^N \cdot \bar{\theta}^N_{t+\Delta t} - \int_V N^N \cdot r_{t+\Delta t} \cdot dV - \int_S N^N \cdot q_{t+\Delta t} \cdot dS = 0 \quad (16)$$

Este sistema de ecuaciones no lineal es resuelto mediante un método de Newton modificado. Una vez calculadas las temperaturas nodales, se procede al cálculo de las deformaciones. Ambos parámetros están relacionados a través del coeficiente de expansión térmica del material (α):

$$\varepsilon^{th} = \alpha(\theta) \cdot (\theta - \theta^0) - \alpha(\theta^i) \cdot (\theta^i - \theta^0) \quad (17)$$

En donde $\alpha(\theta)$ es el coeficiente de expansión térmica, θ es la temperatura en t, θ^i es la temperatura en el tiempo t-i, θ^0 es la temperatura de referencia para el coeficiente de expansión térmica en la cual la deformación es nula. Finalmente, utilizando la relación constitutiva de Hooke, se calculan las tensiones.

Análisis Térmico

Se trabajó modelando bloques de hormigón de 2m x 1m x 1m en los que el flujo de calor sólo ocurre en la dirección Y. El hormigón tiene las siguientes propiedades térmicas:

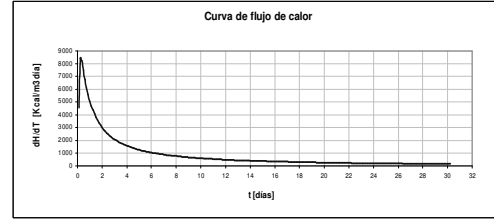
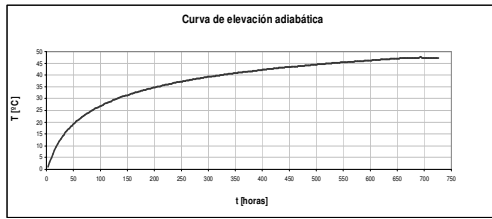
PROPIEDAD	SÍMBOLO	VALOR	UNIDAD
DENSIDAD	ρ	2.40E-05	N/mm ³
CONDUCTIVIDAD TÉRMICA	K	5.79E-07	kcal/mm.s.°C
CALOR ESPECÍFICO	c	0.023	kcal/N.°C
COEFICIENTE DE CONVECCIÓN H°-AIRE	h	3.33E-09	kcal/mm ² .s.°C
CONDUCTIVIDAD DE LA INTERFAZ	Kb	5.79E-07	kcal/mm ² .s.°C
TEMPERATURA INICIAL	T0	20.00	°C
TEMPERATURA AMBIENTE	Ta	25.00	°C

El parámetro Kb se estimó a partir de una expresión propuesta en el manual de Abaqus:

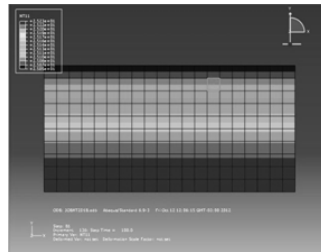
$$k_b = \frac{k_{liner}}{t_{liner}} \quad (19)$$

En donde k_{liner} es la conductividad de la interfaz (considerada igual a la del hormigón), y t_{liner} es el espesor de la interfaz (considerado igual a 1mm). Se considera que por ser de pequeño espesor, la masa y por lo tanto la energía interna de la interfaz puede ser despreciada. Se introdujo una curva de generación de calor obtenida a partir del registro de temperaturas de un ensayo adiabático.

La elevación adiabática de temperatura implica que no existe intercambio de calor entre el sistema y el entorno, lo cual es válido para las zonas nucleares del hormigón masivo.

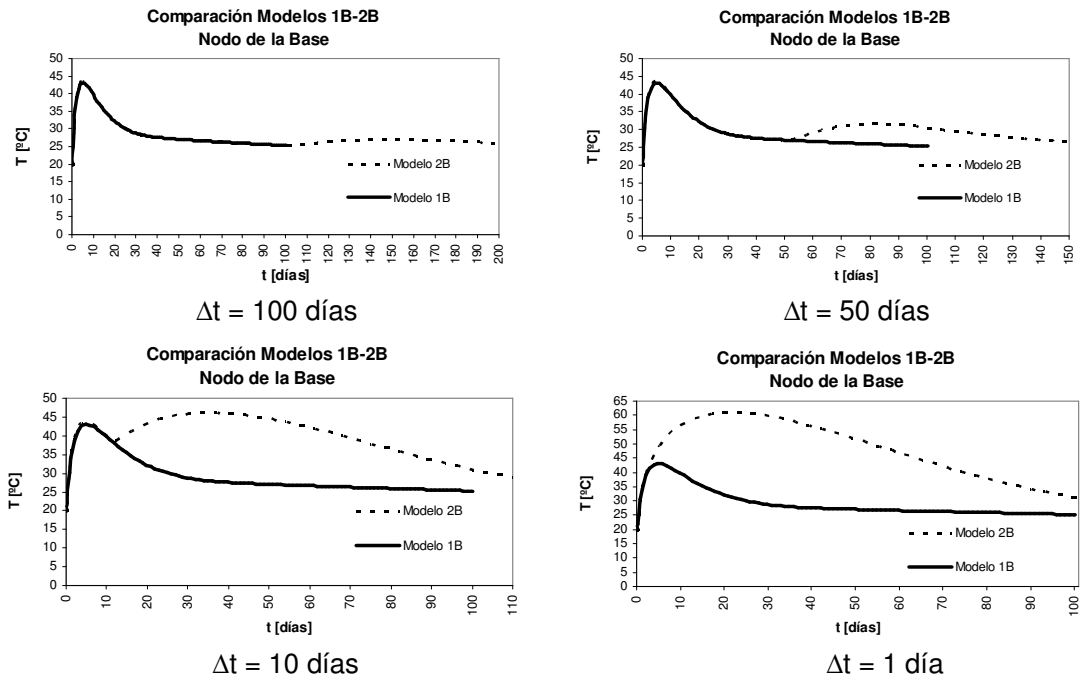


En un comienzo se trabajó con una malla de elementos finitos refinada en la zona de máximo flujo de calor (superior), pero luego se observó que se obtenían iguales resultados con una malla más gruesa de menor cantidad de elementos, lo que permite un ahorro computacional y de tiempo. Se corrieron 6 casos en total, la mitad de ellos fueron modelos 2D y la otra mitad 3D. En ellos se trabajó con 1, 2 y 5 bloques en serie.



Resultados

Un análisis interesante es estudiar cómo influye en la evolución de las temperaturas, el intervalo de tiempo entre la colocación de los bloques (secuencia de hormigonado). A continuación se detallan los gráficos en los que es posible observar que a menor Δt entre bloques, mayor es el 2do pico de temperatura:



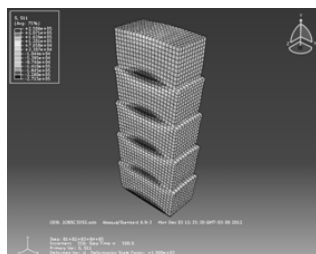
Análisis Tensional

Para esta segunda parte del trabajo, se utilizó el mismo material que tiene las siguientes propiedades mecánicas:

PROPIEDAD	SÍMBOLO	VALOR	UNIDAD
COEFICIENTE DE DILATACIÓN TÉRMICA	α	1.20E-05	1/°C
MÓDULO DE ELASTICIDAD	E	27000.00	N/mm ²
COEFICIENTE DE POISSON	ν	0.30	-
RESISTENCIA MEDIA A LA COMPRESIÓN	f_{cm}	20.00	N/mm ²
RESISTENCIA MEDIA A LA TRACCIÓN	f_{tm}	1.60	N/mm ²

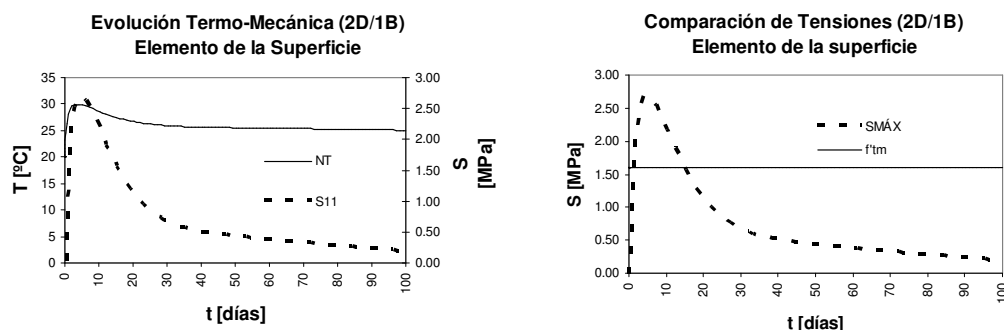
El programa ABAQUS, cuenta con dos tipos de procedimientos para el análisis de problemas termo- mecánicos. Uno de ellos es el denominado Fully Coupled Analysis (Análisis Totalmente Acoplado), en el cual el campo de tensiones depende del campo de temperaturas y a su vez el campo de temperaturas depende del estado tensional del cuerpo: $\sigma = f(\theta) \wedge \theta = f(\sigma)$. Este tipo de análisis se da en problemas de deformación plástica de metales, fenómenos donde interviene fuertemente la fricción entre superficies, etc. Aunque no se trata del caso en estudio, tiene la ventaja de que los modelos son mucho más directos y fáciles de compilar. Por otra parte, el costo computacional es mayor.

El segundo tipo de procedimientos que ofrece el programa es el Sequentially Coupled Analysis (Análisis Secuencialmente Acoplado), en el cual el campo de tensiones depende del campo de temperaturas, pero este último no depende del primero: $\sigma = f(\theta) \wedge \theta \neq f(\sigma)$. Este es el caso del proceso termo-mecánico de endurecimiento del hormigón, sin embargo este procedimiento requiere el armado de dos modelos por separado, uno de transferencia de calor en el cual se obtienen las temperaturas nodales como OUTPUT, y otro de análisis mecánico en la cual se ingresan dichas temperaturas como INPUT y se obtiene como OUTPUT las tensiones y deformaciones. En este segundo análisis se corrieron 12 casos, la mitad de ellos mediante procedimientos totalmente acoplados (FC), y la otra mitad secuencialmente acoplados (SC). También se dividió en modelos 2D/3D y se trabajó con 1,2 y 5 bloques en serie.



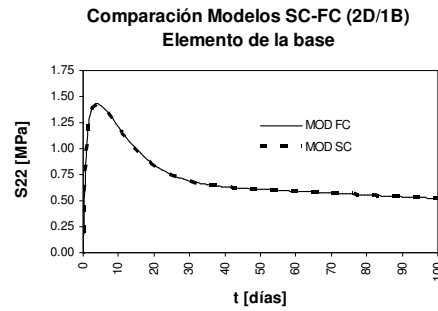
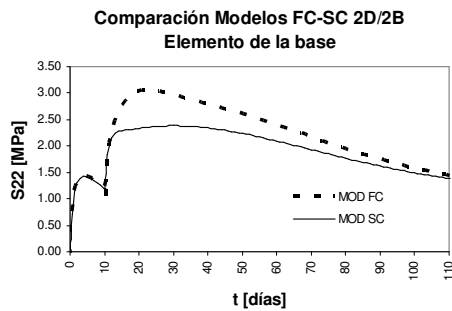
Resultados

A continuación se observa la historia de temperaturas y tensiones del modelo

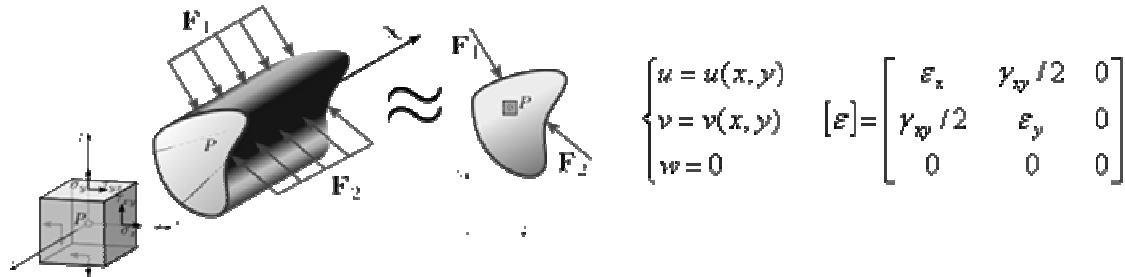


Es interesante observar en el gráfico de la derecha, que para el caso de un único bloque, la resistencia a tracción ya es superada en el material.

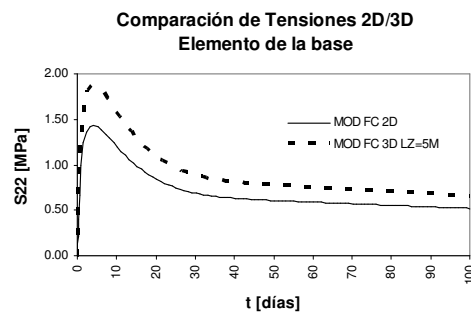
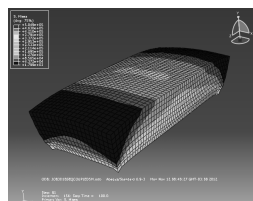
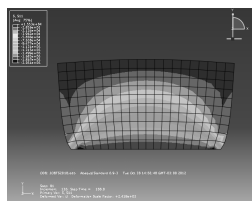
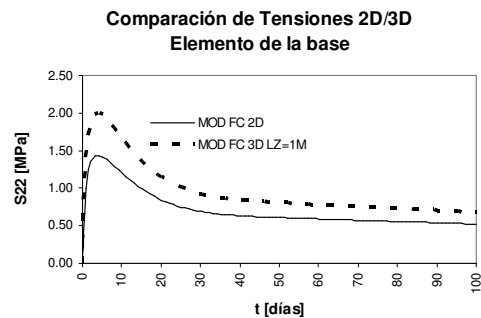
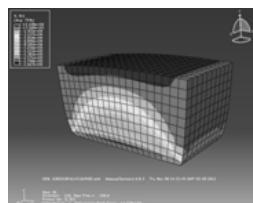
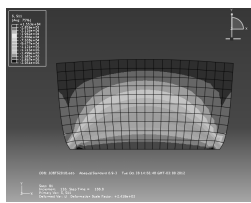
Durante el análisis de los modelos con más de un bloque, se encontró que existen diferencias en las tensiones entre los procedimientos FC y SC. Esto podría deberse a que la interfaz entre bloques introduce alguna inestabilidad en el modelo acoplado:

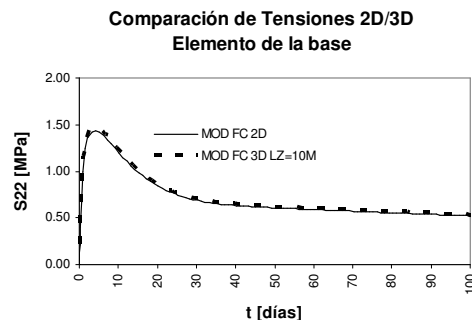
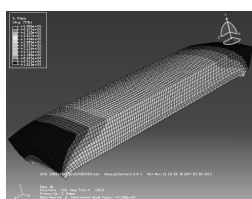
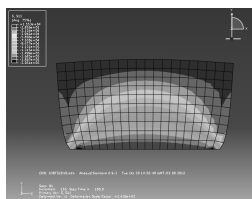


La aplicación de un modelo bidimensional siempre es conveniente, puesto que el cálculo, el costo computacional y el tiempo se reducen. Sin embargo, para poder representar la realidad (que siempre es tridimensional) a través de un modelo bidimensional, se deben cumplir las hipótesis de las deformaciones planas:



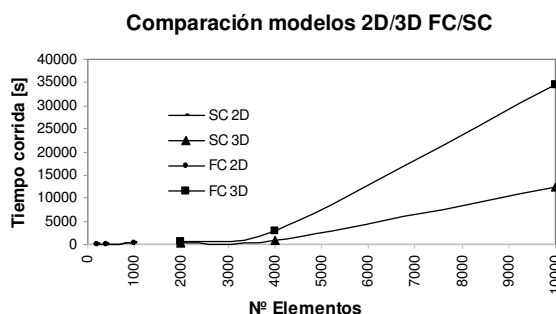
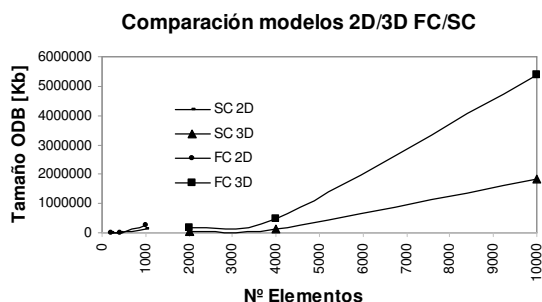
Un modelo de deformación plana, puede aplicarse en estructuras en las que una dimensión es mucho mayor que las otras dos, con lo cual se pueden despreciar las deformaciones en dicha dirección. A continuación se presentan 3 modelos de longitudes crecientes (1m, 5m, 10m) en donde se observa la creciente coincidencia de los valores tensionales:





CONCLUSIONES

- El MEF puede constituir una herramienta muy útil para predecir la evolución térmica de una estructura de hormigón masivo y a partir de allí tomar las medidas correspondientes para mitigar la aparición de este tipo de fisuras.
- Un modelo lineal elástico como el presentado en este trabajo, permite obtener una noción del campo de tensiones de un elemento estructural, pero no aporta información sobre la aparición o la propagación de una fisura. La incorporación de un modelo de fisura cohesiva supone un avance en esta cuestión.
- Se debe prestar atención en la elección de un procedimiento FC o SC, debido a las diferencias en los resultados y costos computacionales que se obtienen con cada uno.



- Al considerar un análisis mediante un modelo bidimensional, debe prestarse atención al hecho de que la estructura real respete las hipótesis de la elasticidad plana.
- En este trabajo, se consideró que las propiedades del material permanecen constantes. Esto no es representativo del hormigón, ya que como se dijo es un material que evoluciona fuertemente a edad temprana. Un avance en esta cuestión sería incluir la variación temporal de dichas propiedades y de las condiciones de contorno como la temperatura ambiente.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ABAQUS, Theory Manual Version 6.9, Hibbit, Karlsson and Sorensen Inc, 2009.
- [2] CEB-FIP 90 Code Model
- [3] American Concrete Institute. ACI-207 Mass Concrete (1998)
- [4] Thermal studies of mass concrete structures. Technical Letter N° 1110-2-542 US Army Corps of Engineer
- [5] "Concreto, Estructura, Propiedades e Mareriais". Metha y Monteiro
- [6] "Problemas térmicos evolutivos en presas de hormigón". Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid. España.