

Estimación de la conductividad del cráneo y cuero cabelludo mediante Tomografía de Impedancia Eléctrica

Mariano Fernández-Corazza, Leandro Beltrachini, Nicolás von Ellenrieder, Carlos H. Muravchik

Laboratorio de Electrónica Industrial, Control e Instrumentación (LEICI)
Dto. Electrotecnia, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata
C.C. 91, C.P. 1900, La Plata, Argentina - marianof.corazza@ing.unlp.edu.ar

Palabras clave: EIT, FEM, anisotropía, cráneo, conductividad eléctrica.

1. INTRODUCCIÓN

Conocer los valores de conductividad eléctrica de los tejidos que conforman la cabeza humana es necesario para poder construir modelos confiables que permitan una mayor precisión en la caracterización de fuentes de actividad neuronal. Esto es útil, por ejemplo, en el caso de epilepsias focales, o bien para hallar zonas de actividad neuronal relacionadas con diversos estímulos. Existen técnicas que tratan de resolver este problema de manera no invasiva basándose en mediciones tomadas sobre el cuero cabelludo, pero para utilizarlas es necesario contar con un modelo eléctrico de la cabeza que en muchos casos se reduce a un mapa de la conductividad eléctrica.

EIT es una técnica que se basa en inyectar una pequeña corriente en un cuerpo y medir el potencial eléctrico resultante sobre la superficie mediante un arreglo de sensores [1]. Entre sus diversas aplicaciones, puede ser utilizada para estimar la conductividad eléctrica de la cabeza. El mayor problema es la baja resolución espacial del mapa de conductividad resultante obtenido a partir de EIT. En este trabajo se analiza combinar la información anatómica estructural de imágenes de resonancia magnética (RM), con la técnica de EIT. A partir de las imágenes de RM se segmenta la cabeza en diferentes tejidos, en los que se supone una conductividad eléctrica homogénea. Se utiliza entonces la técnica de EIT para realizar una estimación paramétrica de la conductividad del cuero cabelludo y del cráneo. Este último está mayormente conformado por dos subcapas externas de hueso compacto y una interna de hueso esponjoso que no poseen un espesor uniforme a lo largo del mismo por lo que la conductividad pierde homogeneidad. A su vez existe anisotropía ya que la conductividad tangencial a través de la capa esponjosa es mayor que la transversal o radial [10, 13]. Un fenómeno similar ocurre en el cuero cabelludo donde existen zonas con músculos, los cuales presentan una mayor conductividad en la misma dirección que la de las fibras que los componen [10].

En resumen, se propone utilizar EIT como herramienta no invasiva para estimar una pequeña cantidad de parámetros que son las conductividades homogéneas equivalentes de los principales tejidos de la cabeza, isótropas o anisótropas dependiendo del modelo que se quiera construir. Se obtendría como resultando un mapa de conductividades de excelente resolución espacial, dada por las imágenes de RM, y con valores de conductividades específicos para cada individuo al ser medidos *in vivo*.

2. MÉTODOS

2.1. Modelo Eléctrico de la cabeza

Para este trabajo se plantea un modelo tridimensional de tres capas que representan cerebro, cráneo y cuero cabelludo. Primero se utiliza un modelo esférico que consiste en tres esferas concéntricas representando las capas mencionadas anteriormente, con el radio exterior de 9cm, y los interiores de 8.7cm y 7.8cm, y cada capa está caracterizada por un valor de conductividad global e isótropo. Luego se utiliza un modelo con geometría realista, en donde

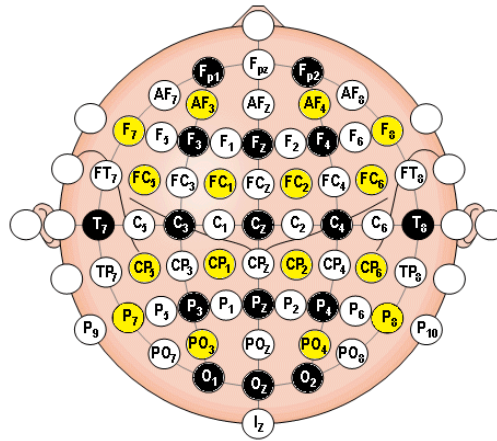


Figura 1: Posicionamiento de los 64 electrodos basado en el sistema 10-10.

las superficies que delimitan los tres tejidos se obtienen mediante imágenes de RM. Si bien mediante esta técnica es posible obtener las geometrías personalizadas para cada individuo, en este trabajo se utiliza el modelo ICBM152, que está basado en el promedio de 152 individuos. De esta forma los resultados que se obtienen pueden considerarse más generales. Para el cerebro, cuya conductividad no se pretende estimar mediante este método, se cuenta con un modelo realista en el cual la distribución de la conductividad es heterogénea y anisótropa, ya que incluye materia gris, blanca y líquido cefalorraquídeo, correspondiente a un promedio de 81 personas [6].

Tanto para el cráneo como para el cuero cabelludo la literatura muestra un amplio rango en los valores de conductividad. Para el cráneo los valores van desde 0.008 S/m hasta 0.04 S/m, mientras que para el cuero cabelludo van de 0.25 S/m a 0.45 S/m (e.g. [10, 5, 3]). En cuanto a la anisotropía del cráneo (cr), una relación tangencial:normal de 10:1 es lo más aceptado [13, 5]. Para el cuero cabelludo (cc) la relación es menor (aproximadamente 1.5:1 [10]) por lo que generalmente se lo modela como isótropo. Para este estudio de simulación se utilizan dos modelos, uno isótropo con conductividades $\sigma_{iso}^{cr} = 0.01$ S/m y $\sigma_{iso}^{cc} = 0.4$ S/m, y otro anisótropo con conductividades tangenciales $\sigma_t^{cr} = 0.015$ S/m y $\sigma_t^{cc} = 0.45$ S/m y radiales $\sigma_r^{cr} = 0.0015$ S/m y $\sigma_r^{cc} = 0.3$ S/m.

La elección del valor de corriente a inyectar en la simulación no es trivial, ya que se desea que se encuentre dentro de los niveles permitidos para ser aplicado sobre pacientes reales en trabajos futuros. En distintos estudios [8, 4] se analiza específicamente la máxima corriente admitida para EIT. El umbral de percepción utilizando electrodos estándar para EEG ronda entre los 100 y 200 μA , volviéndose apenas incómodo a los 400 μA . Se elige entonces 100 μA como valor de corriente para producir simulaciones realistas, valor que además cumple con la norma IEC60601.

Dentro de las combinaciones de pares de electrodos que permite el sistema de posicionamiento estándar 10-10 con 64 electrodos (Fig. 1), se elige para la inyección de la corriente, el par C3-C4 para el cual tanto el ángulo entre ambos electrodos como la cantidad de sensores cercanos son relativamente elevados. En un trabajo anterior se determinó que esta situación es la más apropiada para lograr una buena estimación de las conductividades [3]. Los 62 electrodos restantes son utilizados para medir el potencial eléctrico. En un escenario donde se realicen mediciones sobre pacientes reales sería conveniente obtener mediciones con distintas combinaciones de electrodos para la inyección de la corriente, con el objetivo de obtener un valor robusto frente a posibles variaciones locales.

2.2. Problema Directo

El problema directo consiste en calcular el potencial eléctrico resultante al aplicar la corriente. Se trata de un problema de electromagnetismo con condiciones de borde de Neumann que se puede resolver a partir de las ecuaciones de Maxwell. Para bajas frecuencias, se puede utilizar la aproximación cuasi-estática para reducir la complejidad del problema [1] cuando las frecuencias involucradas están por debajo de $\sim 10kHz$ (para estas frecuencias la longitud de la onda electromagnética sería mucho mayor que las dimensiones de la cabeza). En EIT esto no constituye un problema ya que la frecuencia de trabajo corresponde a la de la onda de corriente inyectada, que puede elegirse arbitrariamente.

Partiendo de $\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$, el campo eléctrico \vec{E} puede ser expresado como $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi$. Además, la densidad de corriente \vec{J} es proporcional al campo eléctrico [11], $\vec{J} = \sigma\vec{E}$, donde σ es la conductividad eléctrica del medio representada por un tensor. Aplicando la divergencia a la densidad de corriente y teniendo en cuenta que dentro del volumen Ω la misma es cero (no hay fuentes de corriente), y que, por el contrario, sobre la superficie $\delta\Omega$ se encuentran la fuente y el sumidero de corriente orientadas en dirección normal a la superficie, el problema queda definido por

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \left(\sigma(\vec{x}) \vec{\nabla}\Phi(\vec{x}) \right) = 0 & \text{en } \Omega \\ \sigma \left(\vec{\nabla}\Phi(\vec{x}) \right) \cdot \hat{n} = \vec{J} & \text{en } \delta\Omega \end{cases}, \quad (1)$$

donde $\vec{x} = (x, y, z)$ representa un punto genérico del espacio. En un modelo esférico, este problema puede resolverse analíticamente utilizando polinomios de Legendre y coordenadas esféricas [11, 7, 3]. Para resolver el problema utilizando una forma de cabeza realista se recurre al método de elementos finitos (FEM).

Como se busca cumplir con la primera condición de (1), se propone una función de peso ω que satisfaga

$$\int_{\Omega} \omega \vec{\nabla} \left(\sigma(\vec{x}) \vec{\nabla}\Phi(\vec{x}) \right) d\Omega = 0, \quad (2)$$

lo que se conoce como el método de residuos pesados, en donde Φ es el potencial que se quiere calcular. Aplicando propiedades del gradiente y de la divergencia, la expresión (2) puede escribirse como

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla}(\omega\sigma\vec{\nabla}\Phi)d\Omega - \int_{\Omega} \vec{\nabla}\omega \cdot \sigma \cdot \vec{\nabla}\Phi d\Omega = 0, \quad (3)$$

conocida como la formulación débil del problema. Luego, aplicando el Teorema de Green al primer término, se obtiene

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla}\omega \cdot \sigma \cdot \vec{\nabla}\Phi d\Omega = \int_{\delta\Omega} \omega \underbrace{\sigma \vec{\nabla}\Phi \cdot \hat{n}}_{\vec{J}} d(\delta\Omega). \quad (4)$$

Para resolver estas integrales, se discretiza el volumen en tetraedros y se aplica una interpolación lineal dentro de ellos (FEM de primer orden). La integral de volumen de (4) se resuelve para cada elemento de la discretización, obteniendo una matriz K_e (llamada matriz elemental) para cada tetraedro, y el conjunto ensamblado de todas las K_e forma la llamada matriz de rigidez K del problema. Esta matriz es de $n \times n$, donde n es la cantidad de puntos (vértices de tetraedros) de la discretización. Se logra así linealizar el problema quedando de la forma $KU = F$, donde U es el vector incógnita formado por el potencial eléctrico en los vértices (de $n \times 1$) y F es el vector independiente. Es posible demostrar que F está formado por todos ceros salvo $+I$ y $-I$ en los elementos ubicados en los puntos de inyección de la corriente. Más detalles de la resolución de la integral de volumen pueden encontrarse en [2]. Allí se llega a que la matriz elemental queda expresada según la formulación matricial

$$K_e = \frac{B^T \sigma B}{36V}, \quad (5)$$

donde B es una matriz de transformación de 3×4 que depende de la ubicación de los vértices del tetraedro y V es el volumen del mismo. En el caso isótropo, el tensor de conductividad viene dado por $\sigma = \sigma_{iso}I_3$, donde I_3 es la matriz identidad de 3×3 . El tensor de conductividad es diferente para el caso anisótropo. Para poder expresarlo como

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_t & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_t & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_r \end{pmatrix}, \quad (6)$$

es necesario un cambio de base de la canónica (B_c) a una que tenga dos elementos en dirección tangencial a la superficie y el otro en dirección radial (B_{tr}). Para trabajar con modelos equivalentes, es deseable que las trazas del tensor isótropo y anisótropo sean iguales ($tr(\sigma) = 2\sigma_t + \sigma_r = 3\sigma_{iso}$), lo cual fue tenido en cuenta al escoger los valores de conductividad del modelo. Como los parámetros que se desean estimar son la conductividad tangencial y la radial, la matriz elemental se divide en dos submatrices K_{et} y K_{er} :

$$K_e = \frac{1}{36V} B^T M \sigma M^{-1} B = \frac{B^T M}{36V} \left(\sigma_t \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \sigma_r \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) M^{-1} B = \sigma_t K_{et} + \sigma_r K_{er}, \quad (7)$$

donde M es la matriz cambio de base de la base B_{tr} a la canónica. Una discretización conveniente es aquella en la que la posición de los 64 electrodos coincide con vértices de tetraedros ya que FEM logra una mejor convergencia en los nodos.

Luego del ensamblado de todos los elementos, quedan definidos los sistemas de ecuaciones lineales:

$$(K^{cer} + \sigma_{iso}^{cr} K^{cr} + \sigma_{iso}^{cc} K^{cc}) \cdot U = F, \quad (8)$$

$$(K^{cer} + \sigma_t^{cr} K_t^{cr} + \sigma_r^{cr} K_r^{cr} + \sigma_t^{cc} K_t^{cc} + \sigma_r^{cc} K_r^{cc}) \cdot U = F, \quad (9)$$

tanto para el modelo isótropo (8) como para el anisótropo (9). Las matrices de rigidez K , K_t y K_r para las tres zonas (cer : cerebro, cr : cráneo y cc : cuero cabelludo) son de $n \times n$ donde n es la cantidad de nodos del mallado. Como se ha mencionado, para el modelo de geometría realista, K^{cer} es obtenida a partir del modelo heterogéneo y anisótropo del mapa de conductividad interno al cráneo. De acuerdo a la cantidad de elementos de la discretización del volumen, el número de puntos n puede ser muy elevado, por lo que debe aprovecharse el carácter ralo de la matriz de rigidez de FEM. Para resolver el sistema de (8) y (9) se utiliza un algoritmo de gradientes biconjugados estabilizado [14] especialmente apto para trabajar con este tipo de matrices.

2.3. Problema Inverso

Para resolver el problema inverso, es decir la estimación de los parámetros de conductividad a partir de las mediciones de potencial eléctrico en los sensores, se plantea un ajuste por mínimos cuadrados

$$\min_{\sigma^{cr}, \sigma^{cc}} \left\{ \sum_{i=1}^{(m-2)} (V_i - \Phi_i(\sigma^{cr}, \sigma^{cc}))^2 \right\}, \quad (10)$$

donde V_i es el potencial medido en el sensor i mientras que Φ_i es el potencial calculado según lo descrito en la sección anterior para el mismo sensor. Luego, $(m - 2)$ es la cantidad de sensores que equivale a la cantidad de electrodos m (64 en este caso) excluyendo los dos nodos de inyección de corriente. Para el problema isótropo las variables a estimar son dos, mientras que para el problema que incluye el fenómeno anisótropo son cuatro. En este trabajo el potencial medido por los sensores es simulado adicionando a la solución del problema directo ruido blanco de media nula y varianza $1\mu V$, el cual modela el ruido electrónico de los amplificadores

y el ruido electroquímico generado en a interfaz electrodo–piel. Además, el cerebro presenta actividad eléctrica normal que puede ser detectada por los electrodos, lo que significaría para esta aplicación de EIT un ruido adicional con picos de aproximadamente $20\mu V$. Sin embargo, este ruido puede ser desafectado de la corriente inyectada es perfectamente conocida.

El algoritmo utilizado para resolver la minimización sin restricciones planteada como solución del problema inverso, es el método de Nelder-Meal [12]. Debido a que las conductividades no son del mismo orden, se realizó un cambio de escala previo, para ayudar así a la convergencia del método.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En primer lugar se validó el método FEM mediante la comparación con el resultado analítico en un modelo esférico, lográndose un error menor al 3% en el cálculo del potencial eléctrico con 23000 tetraedros, y aun menor al aumentar el número de tetraedros.

Para el modelo de geometría realista se discretizó el volumen en casi 495 mil tetraedros, de los cuales 137 mil, 43 mil y 315 mil corresponden al cuero cabelludo, cráneo y cerebro respectivamente. La Fig. 2 muestra el potencial eléctrico sobre un corte coronal de la cabeza para el caso isótropo (*izq*) y para el modelo esférico de tres capas con los mismos valores de conductividad, puntos de inyección equivalentes y sobre el mismo corte (*der*). Se observa una marcada correlación entre la resolución del problema directo en geometría realista utilizando FEM y la solución analítica en el modelo esférico de tres capas.

Para caracterizar la calidad de la solución del problema inverso se simularon 100 conjuntos de mediciones con diferentes realizaciones del ruido, estimando las conductividades tanto del problema isótropo como del anisótropo para cada conjunto. Como puntos iniciales para el algoritmo se eligieron valores aleatorios con distribución uniforme entre 0.95 y 1.05 del valor esperado. El resultado de la estimación se muestra en la Tabla 1, en donde la primer fila muestra la media, la segunda la desviación estándar y la tercera el coeficiente variacional (CV) que se obtiene al dividir la desviación estándar por la media, y representa una desviación estándar relativa.

Para analizar estos resultados es conveniente separarlos de acuerdo al modelo. En el caso isótropo, se estimaron dos conductividades equivalentes isótropas (cráneo y cuero cabelludo). Los resultados de la Tabla 1 muestran que se logra el objetivo con una desviación estándar entre 3 y 4 órdenes de magnitud menores que la media y coeficientes de variación que muestran similar dispersión para ambos parámetros. Para el caso anisótropo la calidad de la estimación

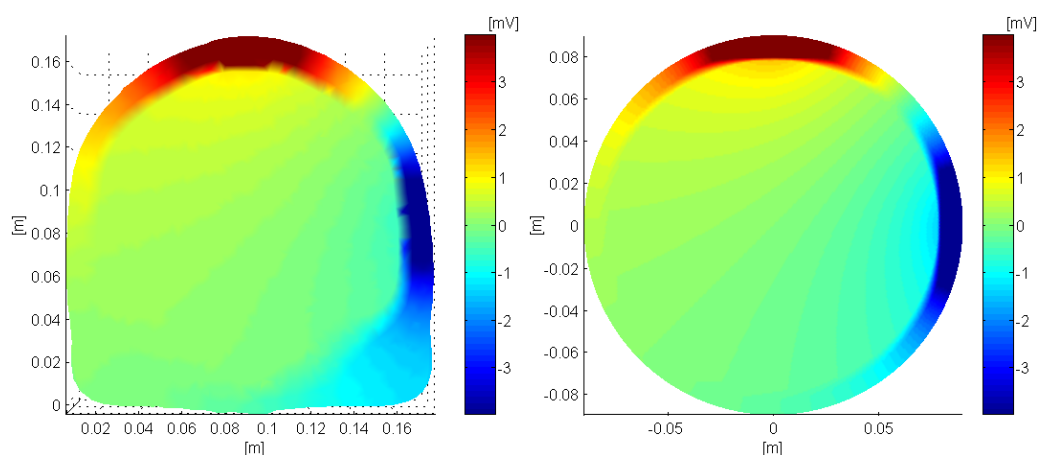


Figura 2: Potencial eléctrico sobre un corte coronal del modelo realista (*izq*) y del modelo esférico (*der*).

Tabla 1: Conductividades estimadas: media, desviación estándar y coeficiente variacional.

σ	Media [S/m]	Desv. Est. [S/m]	CV
σ_{iso}^{cc}	3.999e-1	2.064e-4	5.161e-4
σ_{iso}^{cr}	1.000e-2	8.204e-6	8.4043e-4
σ_t^{cc}	4.4993e-1	2.7409e-4	6.0919e-4
σ_r^{cc}	3.0561e-1	1.3988e-2	4.5772e-2
σ_t^{cr}	1.5140e-2	6.1270e-4	4.0468e-2
σ_r^{cr}	1.4993e-3	4.7423e-6	3.1629e-3

(dada por el CV) de la conductividad tangencial del cuero cabelludo y radial del cráneo fue similar al caso isótropo, pero la estimación de la conductividad tangencial del cráneo y radial del cuero cabelludo fue de peor calidad. La razón es que el potencial sobre la superficie es comparativamente más sensible a las variaciones de las conductividades tangencial en el cuero cabelludo y radial en el cráneo que a las otras.

4. CONCLUSIONES

La combinación de imágenes de RM junto con EIT permite la estimación paramétrica de las conductividades en vez de la obtención de un mapa de conductividades basado sólo en EIT, el cual presentaría una muy baja resolución espacial.

Como trabajo futuro, se planea el desarrollo de un equipo de EIT para obtener mediciones reales. Se pretende estudiar la influencia de tener estas mediciones para la resolución de localización de fuentes de actividad neuronal, utilizando modelos generales y personalizados. También se estudiará el efecto de la suposición de electrodos puntuales, y se buscarán cotas generales para la varianza en la estimación de los parámetros de conductividad.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] R.H. Bayford. Bioimpedance tomography (electrical impedance tomography). *Annu. Rev. Biomed. Eng.*, 8:63–91, 2006.
- [2] L. Beltrachini, N. von Ellenrieder, y C.H. Muravchik. Análisis del problema directo en EEG sobre medios anisótropos: formulación matemática y simulación mediante fem. En *Asociación Argentina de Mecánica Computacional*, vol 27, pags 3267–3282, 2008.
- [3] M. Fernández Corazza, N. von Ellenrieder, y C.H. Muravchik. Estimation of electrical conductivity of a layered spherical head model using electrical impedance tomography. Enviado a SABI, 2011.
- [4] C.F. Dalziel. Electric shock hazard. *IEEE Spectr.*, 9(2):41–50, 1972.
- [5] J.F. Abascal et. al. Use of anisotropic modelling in electrical impedance tomography; description of method and preliminary assessment of utility in imaging brain function in the adult human head. *Neuroimage*, 43(2):258–68, 2007.
- [6] S. Mori et. al. Stereotaxic white matter atlas based on diffusion tensor imaging in an ICBM template. *Neuroimage*, 40:570–582, 2008.
- [7] E. Frank. Electric potential produced by two point current sources in a homogeneous conducting sphere. *J. Appl. Phys.*, 23(11):1225–1228, 1952.
- [8] O. Gilad, L. Horesh, y D.S. Holder. Design of electrodes and current limits for low frequency electrical impedance tomography of the brain. *Med. Biol. Eng. Comput.*, 45:621–633, 2007.
- [9] D.S. Holder. Electrical impedance tomography of brain function. *World Automation Congress*, 2008.
- [10] Lior Horesh. PhD thesis, University College London, 2006.
- [11] John David Jackson. *Classical Electrodynamics Second Edition*. John Wiley & Sons, 1975.
- [12] J.C. Lagarias, J.A. Reeds, M.H. Wright, y P.E. Wright. Convergence properties of the Nelder-Mead simplex method in low dimensions. *SIAM J. Opt.*, 9(1):112–147, 1998.
- [13] S. Rush y D. Driscoll. Current distribution in the brain from surface electrodes. *Anesthesia and analgetica*, 47(6):717–723, 1968.
- [14] H.A. van der Vorst. BI-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of BI-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.*, 13(2):631–644, 1992.