

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Facultad de Ciencias Exactas

Departamento de Física

LASERES DE RECOMBINACION IONICA.

MODELO ESPACIO TEMPORAL DEL LASER DE CADMIO EXCITADO CON DESCARGAS
DE CATODO SEGMENTADO.

Trabajo de Diploma

ORZI, Daniel Jesús Omar

Director Dr. Jorge Tocho

1990

INDICE

I. <u>Introducción.</u>	
I.1.- Objetivo.....	1
I.2.- Láseres de Recombinación Iónica.....	1
I.3.- Láser de Cadmio excitado con descargas de cátodo segmentado.....	3
I.4.- Modelo Dinámico.....	4
II. <u>Modelo Espacio-Temporal: Consideraciones Teóricas.</u>	
II.1.- Procesos Fundamentales.....	5
II.2.- Densidad Crítica de Electrones.....	13
II.3.- Ganancia de pequeña señal.....	15
II.4.- Ecuaciones para las densidades.....	15
II.5.- Ecuación para la Temperatura Electrónica.....	18
III. <u>Resolución Numérica.</u>	
III.1.- Simetría y Método de resolución.....	20
III.2.- Estabilidad.....	22
III.3.- Condiciones Iniciales y de Contorno.....	24
IV. <u>Resultados y Conclusiones.</u>	
IV.1.- Resultados obtenidos.....	25
IV.2.- Comparación con los datos experimentales.....	28
IV.3.- Conclusiones y Aplicaciones.....	32

Apéndices:

A) Datos Experimentales:.....	34
-Medición de las densidades de especies.....	34
-Determinación de Te.....	35
-Ganancia de la línea 1.43um.....	37
-Pulso de corriente.....	39
B) Gráficos.....	40
C) Cálculos Auxiliares.....	44
<u>Referencias.....</u>	50

I. INTRODUCCION.

I.1. Objetivo.

El objetivo de este trabajo es mejorar el modelo espacio-temporal del funcionamiento del Láser de Cadmio excitado con descargas de cátodo segmentado, desarrollado por el Dr. Mayo Villagran en su Tesis Doctoral (1986). (Ref. 1).

I.2. Láseres de recombinación iónica.

Los láseres de recombinación iónica son aquellos que obtienen inversión de población mediante el proceso de recombinación de iones con electrones en plasmas.

A diferencia de los láseres gaseosos convencionales que utilizan especies ionizadas, en los cuales un gas es transformado en un plasma durante el proceso de excitación, en los láseres de recombinación, un plasma es transformado en un gas en el transcurso del mecanismo de población de los niveles Láser activos.

Para lograr inversión de población, tanto en los láseres gaseosos como en los de recombinación, son necesarias condiciones de desequilibrio del medio activo. Estas condiciones son obtenidas para los láseres gaseosos durante la descarga cuando los electrones son sobrecalentados y la temperatura de los electrones libres T_e es mayor que la temperatura de equilibrio T_i . En los láseres de recombinación las condiciones de desequilibrio ocurren después de finalizada la descarga durante el período de relajación

del plasma, cuando los electrones son super enfriados siendo $T_e < T_i$.

Así, en contraste con el mecanismo de excitación por impacto electrónico directo, en el cual los niveles Láser son poblados principalmente del estado fundamental ("desde abajo"), el régimen de recombinación en un plasma está caracterizado porque estos niveles son predominantemente poblados desde el continuo ("desde arriba") por el flujo de átomos excitados, como resultado de la recombinación electrón-ión.

Es interesante recalcar además que, como este mecanismo de inversión de población es general, puede ser aplicado a una variedad de elementos en diversos estados de ionización y dado que los estados de ionización altos tienen a producir longitudes de onda muy cortas, debido a que sus niveles de energías están inherentemente mas separados, es posible en principio, tener láseres de recombinación que cubran el espectro desde el infrarrojo hasta la región de los rayos X.

Los requisitos para la obtención de emisión estimulada en plasmas, pueden ser logrados en el afterglow de una descarga pulsada en una atmósfera de gas buffer o también, a través del uso de fuentes de ionización externas, tales como haces de electrones o productos de fisión de reactores nucleares. La ventaja de estas últimas técnicas es el desacople entre la producción del plasma y la cinética de los electrones.

I.3. Láser de Cadmio excitado con descargas de cátodo segmentado.

El láser desarrollado por el Dr. Villagran en su Tesis Doctoral corresponde a un láser de cátodo segmentado, cuyo dispositivo consiste básicamente en un número de segmentos delgados (33 segmentos) del metal a lasear (Cadmio), alineados sobre un sustrato aislante (vidrio) dejando entre ellos una pequeña separación (1 mm). Los extremos de esta serie de segmentos son conectados a un circuito de descarga convencional. Cuando se aplica un pulso de alto voltaje y alta corriente, en la separación de cada par de segmentos se forman plasmas de alta densidad de vapor metálico. Una vez formados estos plasmas se expanden hemisféricamente, se enfrían por la presencia de un gas buffer a baja presión y se recombinan obteniendo inversión de población en determinadas regiones del plasma, constituyendo el medio activo de este tipo de láseres..

El arreglo experimental se puede esquematizar en la figura 1:

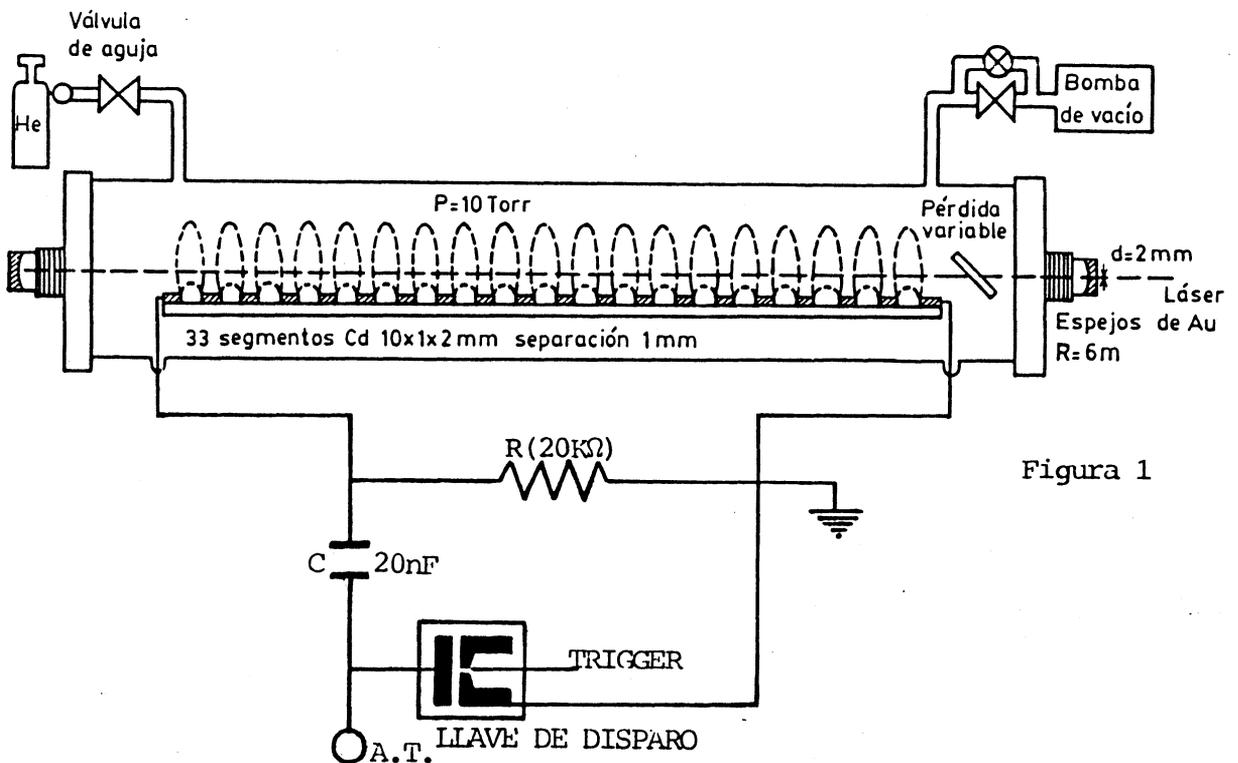


Figura 1

I.4. Modelo Dinámico.

En un modelo del funcionamiento del Láser de Cadmio excitado con descargas de cátodo segmentado, debemos tener en cuenta la dependencia espacio-temporal de las densidades de especies activas, los niveles láser y la temperatura electrónica, considerando los procesos mas importantes que ocurren en el plasma formado en la descarga: difusión, transferencia de carga, recombinación y desexcitaciones radiativo-colisionales. Asi como también para la Ganancia de pequeña señal.

II. MODELO ESPACIO-TEMPORAL.

CONSIDERACIONES TEORICAS.

II.1. Procesos Fundamentales.

Consideraremos ahora, con algunos detalles, los procesos mas importantes que ocurren en el plasma formado en la descarga, a saber:

Difusión.

El fenómeno de difusión es la transferencia de masa de una región del espacio a otra, que ocurre debido a un gradiente en la concentración de material. El flujo es en la dirección opuesta y proporcional a este gradiente, la constante de proporcionalidad es el coeficiente de difusión (D), entonces:

$$\vec{J} = - D \text{ grad } N \quad (\text{II.1})$$

y la ecuación de continuidad permite escribir para la especie μ :

$$\frac{\partial N_\mu}{\partial t} = D_\mu \nabla^2 N_\mu \quad (\text{II.2})$$

Un fenómeno levemente diferente ocurre en los plasmas, donde los iones y electrones se mueven bajo la acción de los gradientes de concentración y de los campos eléctricos producidos por la carga espacial. Las ecuaciones de movimiento de los iones (N_i) y de los electrones (N_e) son:

$$\vec{J}_i = - D_i \text{ grad } N_i - \mu_i N_i \vec{E} \quad (\text{II.3})$$

$$\vec{J}_e = - D_e \text{ grad Ne} - \mu_e \text{ Ne } \vec{E} \quad (\text{II.4})$$

donde $\mu_{i,e}$ representa la movilidad de los iones y de los electrones respectivamente.

En nuestro caso se cumple que $N_i = N_e$, entonces las corrientes de iones y electrones son iguales $|\vec{J}_i| = |\vec{J}_e| = J$ por lo tanto podemos escribir:

$$\vec{J} = - D_a \text{ grad N} \quad (\text{II.5})$$

donde D_a es el coeficiente de difusión ambipolar dado por (ref.2):

$$D_a = \frac{D_i \mu_e + D_e \mu_i}{\mu_e + \mu_i} \quad (\text{II.6})$$

El cual depende fuertemente de la temperatura ya que la temperatura electrónica (T_e) puede diferir de la temperatura iónica (T_i).

Teniéndose una relación entre el coeficiente de difusión y la movilidad de la forma:

$$\frac{D_i}{\mu_i} = \frac{k T_i}{e} \quad \text{y} \quad \frac{D_e}{\mu_e} = \frac{k T_e}{e} \quad (\text{II.7})$$

La ecuación será:

$$D_a = \frac{k}{e} \frac{\mu_i \mu_e}{\mu_i + \mu_e} (T_i + T_e) \quad (\text{II.8})$$

Suponiendo $\mu_e \gg \mu_i$ tenemos:

$$D_a = \frac{D_i}{T_i} (T_i + T_e) \quad (\text{II.9})$$

Utilizando la expresión $D(T,p) = D_0 \frac{T/273}{p/760}$ donde D_0 es el coeficiente de difusión medido a 273°K y a la presión de 1 atm, T es la temperatura del gas en °K y p su presión en torr. Debido a que, tanto la temperatura del gas como la de los iones no es muy elevada en nuestro caso, tendremos para las especies neutras un coeficiente de difusión prácticamente constante, en cambio para los iones:

$$D_i = D_0 \frac{T/273}{p/760} \left(1 + \frac{T_e}{T_i}\right)$$

el valor del coeficiente de difusión puede ser muy grande en los primeros instantes después de la descarga, cuando $T_e \gg T_i \approx T$.

En nuestro caso hemos utilizado:

$$D_{\text{Cd}^+} = D1 = 461 (1 + 10^{-3} T_e)$$

$$D_{\text{He}^+} = D2 = 170 (1 + 10^{-3} T_e)$$

$$D_{\text{Cd}^{++}} = 2 D_{\text{Cd}^+} = D3$$

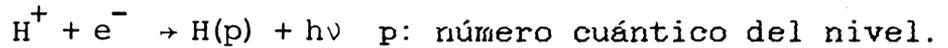
$$D_{\text{Cd}} = D4 = D_{\text{N}_{1,2}} = D5 = 200$$

Donde D se mide en cm^2/seg , T_e en °K y hemos supuesto $T_i = 1000^\circ\text{K}$ y $p = 10$ torr.

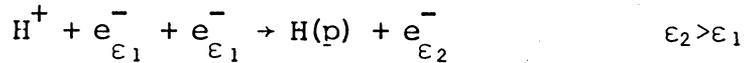
Mecanismos de Recombinación en Plasmas.

La recombinación de electrones e iones involucra normalmente una complicada secuencia de eventos;

a) La energía liberada en una transición desde un estado libre a uno ligado, puede ser radiada mediante un proceso de dos cuerpos:

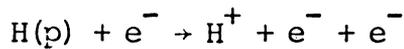


b) puede ser entregada a otro electrón por un proceso de tres cuerpos:



Procesos que, en general, no pueden ser considerados aisladamente.

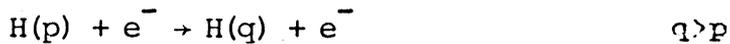
c) Átomos excitados pueden ser reionizados por un proceso inverso al anterior.



d) pueden sufrir desexcitación colisional



d') o excitación



o también

e) emisión radiativa



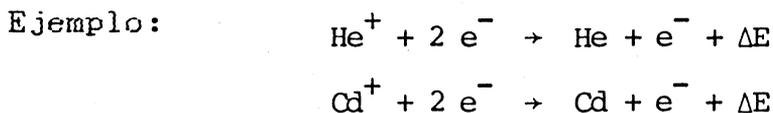
f) absorción de radiación



El término "recombinación radiativa" es comunmente usado en plasmas débiles o ténues, en los cuales la densidad de electrones libres es suficientemente baja como para que los procesos colisionales b) y c) no tengan efectos apreciables.

Es natural introducir el término "recombinación colisional" para los mecanismos activos en plasmas densos donde la densidad de electrones libres es tan alta que los procesos radiativos a), e) y f) pueden ser despreciados frente a los otros procesos. Estos dos mecanismos son casos límites de un proceso complejo denominado "recombinación radiativo-colisional".

Para densidades de electrones altas y baja T_e , el principal canal de recombinación es el de tres cuerpos:



El ritmo de decaimiento de las concentraciones de iones N^{i+} con carga i , después de finalizado el pulso de corriente, es descrito por la siguiente expresión:

$$\left(\frac{dN^{i+}}{dt}\right)_{3c} = -\alpha_{3c} N^{i+} \quad (\text{II.10})$$

Donde α_{3c} es el coeficiente de recombinación de tres cuerpos.

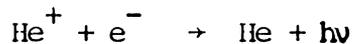
Este coeficiente depende de la temperatura electrónica de la forma: (Ver Apéndice C)

$$\alpha_{3c} = 1.8 \times 10^{-8} Z^3 L Te^{-9/2} Ne \text{ (ref.3)} \quad (\text{II.11})$$

Donde α_{3c} está dado en cm^3/seg , Z es la carga del ión, $L = \ln(Z^2 + 1)^{1/2}$ es el logaritmo de Coulomb y Te está dada en $^{\circ}\text{K}$.

Con respecto a los procesos de colisión de dos cuerpos donde se emite un fotón:

Ejemplo:



Conocido como recombinación radiativa de dos cuerpos, se suceden a un ritmo:

$$\left(\frac{dN^{i+}}{dt}\right)_{2c} = -\alpha_{2c}(Te) N^{i+} Ne \quad (\text{II.12})$$

Donde $\alpha_{2c}(Te)$ es el coeficiente de recombinación de dos cuerpos dado por:

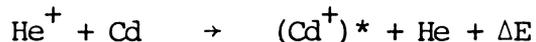
$$\alpha_{2c}(Te) = 2.7 \times 10^{-13} (kTe)^{-3/4} \text{ cm}^3/\text{seg} \quad (\text{II.13})$$

(kTe en eV)

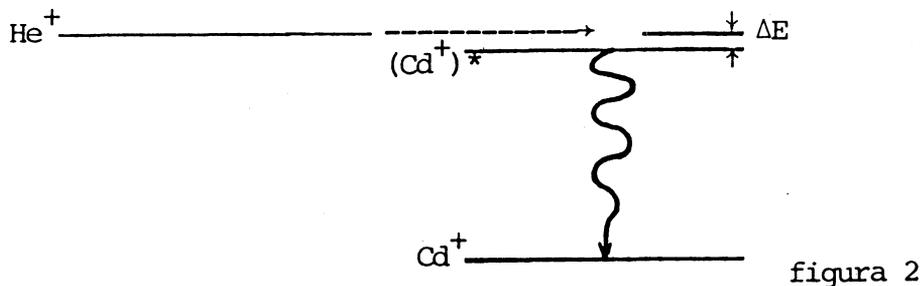
Para una temperatura electrónica típica de 600°K ($0,052\text{eV}$) correspondiente a nuestro caso, el ritmo de recombinación de tres cuerpos es igual al de dos cuerpos para densidades electrónicas de $1,3 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$. Para densidades mayores, la recombinación de tres cuerpos domina debido a la dependencia con Ne^2 y el proceso de recombinación de dos se vuelve despreciable.

Transferencia de carga.

Otro mecanismo a tener en cuenta es el transferencia de carga entre el estado fundamental del ión de He y átomos de Cd:



Representado esquemáticamente en la figura 2, donde $(\text{Cd}^+)^*$ representa niveles de Cd^+ excitados que difiere en una energía ΔE con el estado fundamental del ión de Helio.



He ————— Cd —————

Debido a que la diferencia de energía es pequeña, para varios niveles excitados de Cd^+ ($\Delta E: 512-2025\text{cm}^{-1}$), las reacciones de transferencia de carga presentan una sección eficaz grande $\sigma \sim 3,7 \cdot 10^{-15}\text{cm}^2$. (ref.4)

Gran parte de la energía almacenada en el ión de He es transferida a estos niveles, que a su vez decaen eficientemente por cascada al estado fundamental de Cd⁺.

La constante de transferencia de carga utilizada se calcula por medio de la velocidad medida para los iones $\langle v \rangle \sim 5 \times 10^8 \text{ cm/seg}$ (ref.5), como $k = \sigma \langle v \rangle = 1,85 \times 10^{-17} \text{ cm}^2/\text{seg}$.

Desexcitación Radiativo-Colisional.

Los niveles relevantes para la obtención de emisión estimulada pueden sufrir procesos de excitación y desexcitación por colisiones con electrones (procesos d) y d')). La densidad N_q de un nivel activo cambia de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\frac{dN_q}{dt} = \text{Dex}(p,q) N_e N_p - \text{Dex}(q,p) N_e N_q - N_q/\tau_q \quad (\text{II.14})$$

donde $\text{Dex}(p,q)$ es el coeficiente de excitación colisional si la energía del nivel q es mayor que la energía del p , o el coeficiente de desexcitación colisional si $E_q < E_p$.

Considerando procesos radiativos y colisionales asociados con la desexcitación de los dos niveles Láser tendremos:

La población del nivel Láser superior (N_1) variará de la forma;

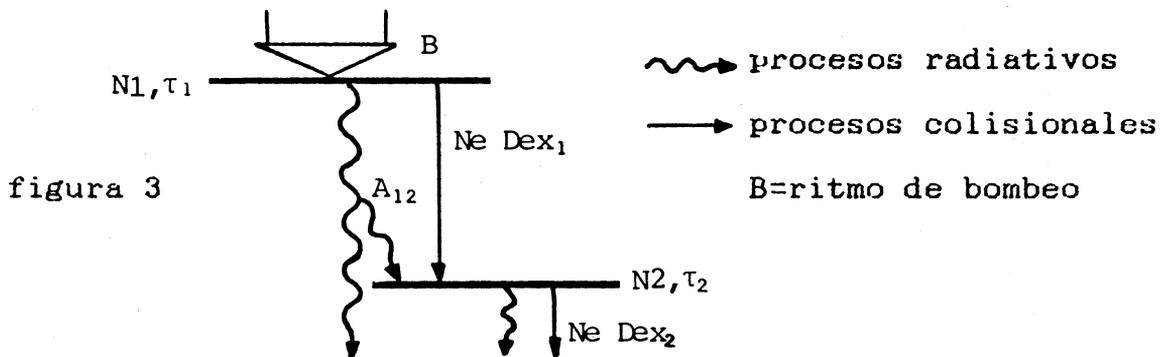
$$\frac{dN_1}{dt} = - \text{Dex}_1 N_e N_1 - N_1/\tau_1 \quad (\text{II.15})$$

donde τ_1 es el tiempo de vida radiativo del nivel y Dex_1 es el coeficiente de desexcitación del mismo.

Para el nivel láser inferior, la población N_2 está dada por:

$$N_2 = \frac{N_1}{1/\tau_2 + Dex_2 Ne} (A_{12} + Ne Dex_1) \quad (II.16)$$

donde A_{12} es la probabilidad de transición óptica entre los niveles y Dex_2 es el coeficiente de desexcitación para el nivel 2. En la figura 3, se muestra un esquema de los procesos de población y desexcitación de los niveles.



II.2. Densidad crítica de electrones.

En su Tesis Doctoral, el Dr. Villagran desarrollo una estimación para la densidad crítica de electrones para la obtención de emisión estimulada en el medio láser activo, incluyendo procesos radiativos y colisionales asociados con la desexcitación de los dos niveles, superior e inferior, de las transiciones láser.

Basándose en la condición de inversión de población,

$$\Delta N = N_1 - N_2 g_1/g_2 > 0 \quad (II.17)$$

donde N_1 y N_2 son las poblaciones de los niveles láser superior e inferior y g_1, g_2 las multiplicidades de los mismos.

Obteniendo la expresión (ref.1):

$$N_e (\text{Dex}_2 g_2 - \text{Dex}_1 g_1) > A_{12} g_1 - g_2 \tau_2^{-1} \quad (\text{II.18})$$

En nuestro caso, la desexcitación colisional del nivel superior es mayor que la del nivel inferior, entonces:

$$\text{Dex}_2 g_2 < \text{Dex}_1 g_1$$

por lo tanto:

$$N_e < \frac{A_{12} g_1 - g_2 \tau_2^{-1}}{\text{Dex}_2 g_2 - \text{Dex}_1 g_1} \quad (\text{II.19})$$

Como además la desexcitación radiativa es mas importante para el nivel láser inferior, tenemos:

$$A_{12} g_1 < g_2 \tau_2^{-1}$$

Por lo tanto N_e debe ser menor que un número positivo, tomando los valores calculados (Apéndice C), obtenemos como valor crítico para N_e en función de T_e ;

$$N_e < 3.5 \times 10^{11} T_e^{1/2} \text{ cm}^{-3}.$$

Veremos mas adelante, que esta condición es satisfecha para los valores típicos de $T_e(10\text{mm})=600^\circ\text{K}$ y $T_e(5\text{mm})=1000^\circ\text{K}$ (Apéndice A) para los tiempos cuando se produce la acción láser. (Ver figura 7)

II.3. Ganancia de pequeña señal.

Para el cálculo de la ganancia de pequeña señal, utilizamos la expresión (ref.6);

$$g_0 = \frac{1}{4\pi} (\ln 2/\pi)^{1/2} \lambda^2 \frac{A_{12}}{\Delta\nu_D} (N_1 - N_2 g_1/g_2) \quad (\text{II.20})$$

Donde g_0 es la ganancia de pequeña señal en el centro de una línea ($\nu = \nu_0$) con ensanchamiento Doppler ($\Delta\nu_0$) igual a:

$$\Delta\nu_D = 2 \nu_0 \left(\frac{2 k T_a \ln 2}{M c^2} \right)^{1/2} \quad (\text{II.21})$$

Con esta expresión obtenemos una ecuación para la ganancia del láser en función de las densidades de los estados láser activos. Para la línea de 1.43 μm tenemos (Apéndice C);

$$g_0 = 2.9 \cdot 10^{-11} (N_1 - N_2) \text{cm}^{-1}$$

II.4. Ecuaciones para las densidades.

En la figura 4, se muestran los principales procesos considerados en nuestro modelo. La separación entre los niveles es arbitraria, dado que el diagrama es solo ilustrativo.

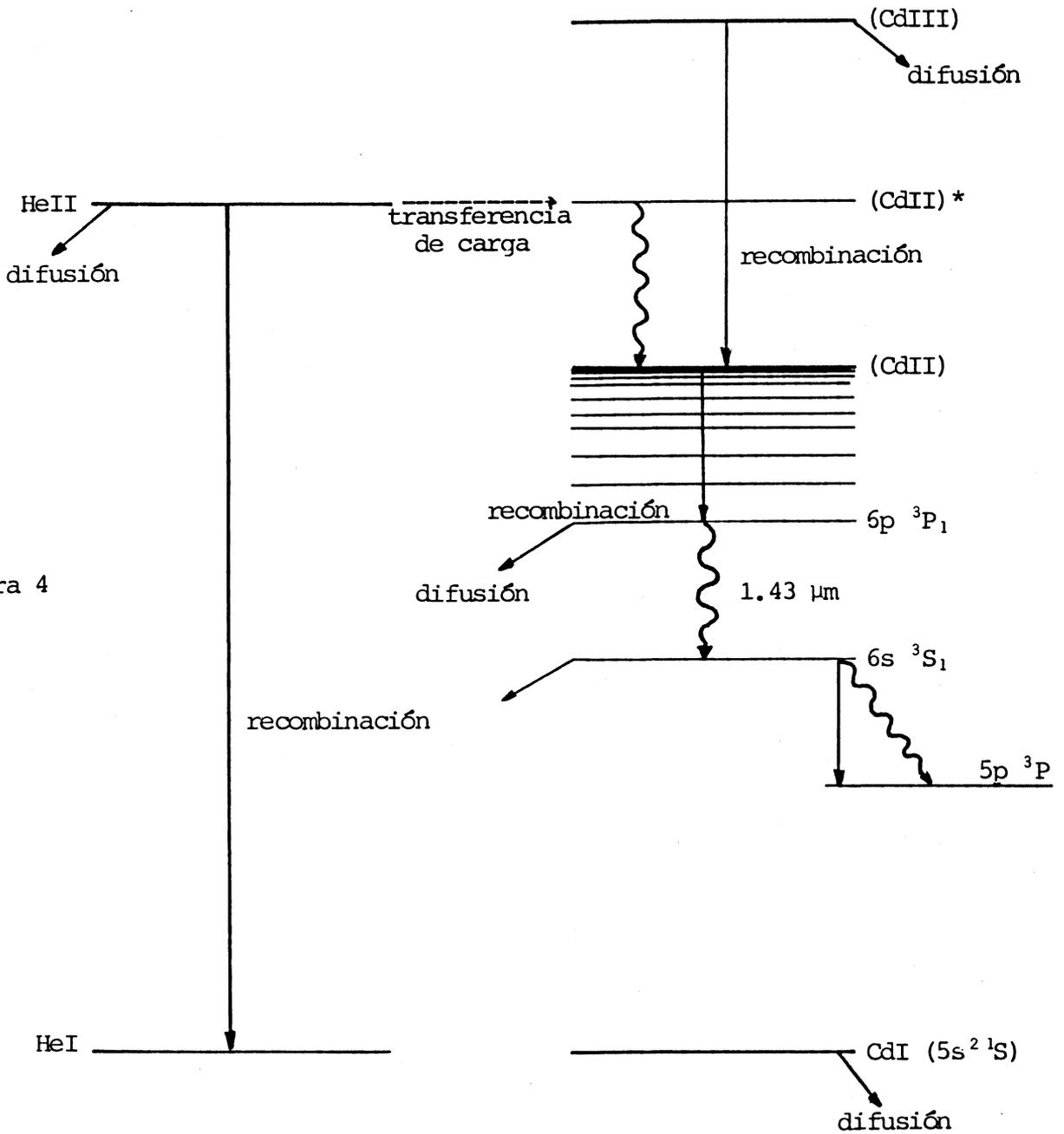


figura 4

En consecuencia las ecuaciones que describen las densidades de los estados fundamentales de los átomos o iones de Cadmio (Cd , Cd^+ y Cd^{++}), del ión de Helio (He^+) y de los niveles láser superior ($N1$) e inferior ($N2$), teniendo en cuenta los procesos de difusión, recombinación, transferencia de carga y decaimiento radiativo-colisional pueden ser escritas como:

$$a) \frac{\partial \text{Cd}^+}{\partial t} = D1 \nabla^2 \text{Cd}^+ - \alpha \text{Cd}^+ \text{Ne}^2 + k \text{Cd} \text{He}^+$$

$$b) \frac{\partial \text{He}^+}{\partial t} = D2 \nabla^2 \text{He}^+ - \alpha \text{He}^+ \text{Ne}^2 - k \text{Cd} \text{He}^+$$

$$c) \frac{\partial \text{Cd}^{++}}{\partial t} = D3 \nabla^2 \text{Cd}^{++} - \alpha' \text{Cd}^{++} \text{Ne}^2$$

$$d) \frac{\partial \text{Cd}}{\partial t} = D4 \nabla^2 \text{Cd} + \alpha \text{Cd}^+ \text{Ne}^2 - k \text{Cd} \text{He}^+ \quad (\text{II.22})$$

$$e) \frac{\partial N1}{\partial t} = D5 \nabla^2 N1 + \alpha \text{Cd}^+ \text{Ne}^2 - N1/\tau_1 - N1 \text{Ne} \text{Dex}_1$$

$$f) \frac{\partial N2}{\partial t} = D5 \nabla^2 N2 + A_{12} N1 + N1 \text{Ne} \text{Dex}_1 - N2/\tau_2 - N2 \text{Ne} \text{Dex}_2$$

$$g) \text{Ne} = \text{He}^+ + \text{Cd}^+ + 2 \text{Cd}^{++}$$

Donde en la última ecuación se iguala la densidad de electrones a la densidad de iones en cualquier punto del espacio y en cualquier tiempo, debido a la neutralidad del plasma.

II.5. Ecuación para la Temperatura Electrónica.

Los coeficientes de difusión, recombinación y desexcitación colisional, dependen de las temperaturas atómicas, iónicas y electrónicas.

Las temperaturas atómicas e iónicas fueron tomadas como constantes ($T_a=600^\circ\text{K}$; $T_i=1000^\circ\text{K}$) mientras que la temperatura electrónica fue calculada mediante la expresión:

$$T_e(r,t) = T_{e0} \exp(-t/\tau) + 750/(r+.25) \quad (\text{II.23})$$

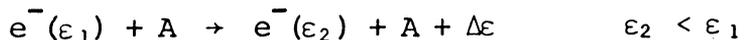
con $\tau=2\mu\text{s}$, t en μs y r en cm .

Esta expresión ajusta datos hallados experimentalmente (Apéndice A) por lo cual está sujeta a errores experimentales, por este motivo se pretendió hallar una ecuación que permita calcular teóricamente la temperatura electrónica para todo el tiempo y en todo el espacio después de la descarga, considerando aquellos procesos por los cuales los electrones varían su energía y por lo tanto su temperatura.

los procesos considerados fueron:

a) Colisiones elásticas.

i) $e^- \rightarrow \text{átomos}$



obteniéndose:

$$\left. \frac{d(3/2 kT_e)}{dt} \right|_{e \rightarrow A} \sim T_e^{1/2} (T_e - T_a)$$

ii) $e^- \rightarrow \text{iones}$



obteniéndose:

$$\left. \frac{d(3/2 kT_e)}{dt} \right|_{e \rightarrow A^+} \sim T_e^{-3/2} (T_e - T_i) N_A^+$$

b) Colisiones inelásticas.



$$\epsilon_2 > \epsilon_1$$

obteniéndose:

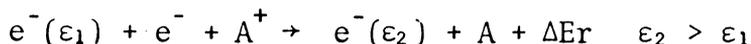
$$\left. \frac{d(3/2 kTe)}{dt} \right|_{inel} \sim Te^{-9/2} Ne^2 E^*$$

A*=átomo excitado

E*=energía del es

tado excitado.

c) Recombinación. (ref.7)



obteniéndose:

$$\left. \frac{d(3/2 kTe)}{dt} \right|_{rec} = \Delta E_{r_i} \alpha_i Ne^2 N^{i+} \sim Te^{-7/2} Ne^2 N^{i+} (\ln(I/kTe)+1)$$

$$\Delta E_{r_i} \approx kTe (\ln(I/kTe)+1)$$

Hallando de esta manera una ecuación para $dTe(r,t)/dt$ con la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{dTe(r,t)}{dt} = & 2/3 k \{ A_0 Te^{-9/2} Ne^2 + A_i Te^{-7/2} Ne^2 N^{i+} (\ln(I/kTe)+1) - \\ & - B_i N^{i+} (Te - T_i) Te^{-3/2} - C_0 Te^{1/2} (Te - T_a) \} \quad (II.24) \end{aligned}$$

Esta, fue calculada integrándola como una ecuación mas al sistema, pero resultó cualitativamente incorrecta, por lo cual, aunque es nuestro interés proseguir estudiando en torno a este tema, se utilizó la ecuación paramétrica indicada anteriormente

III RESOLUCION NUMERICA.

III.1. Simetría y Método de Resolución.

La simetría esférica del plasma formado en la descarga (figura 5), nos permite escribir: $\nabla^2 N = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial N}{\partial r}) = \frac{2}{r} \frac{\partial N}{\partial r} + \frac{\partial^2 N}{\partial r^2}$

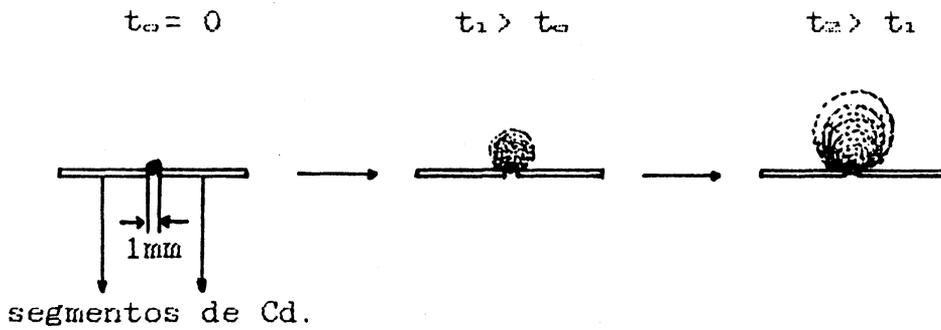


figura 5.

Este sistema de ecuaciones diferenciales acopladas fue resuelto numericamente por el método de diferencias finitas (ref.6), para el intervalo $0 < r < 1.5 \text{ cm}$ y $0 < t < 0.1 \text{ mseg.}$

Discretizando las variables ($r_i = i \Delta r$; $t_n = n \Delta t$, $i = 0, 1, 2, 3, \dots$; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$) formamos una malla del plano (r,t) (figura.6)

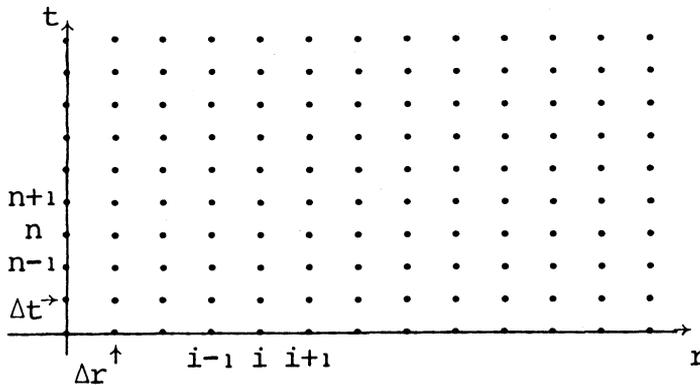


figura 6.

Tomemos, por ejemplo, la ecuación para He^+ .

Notaremos $(\text{He}^+)_{i,n}$ a la densidad de He^+ en la posición r_i , en el instante t_n .

Tomando las aproximaciones:

$$\left(\frac{\partial \text{He}^+}{\partial r}\right)_{i,n} = \frac{(\text{He}^+)_{i,n} - (\text{He}^+)_{i-1,n}}{\Delta r} \quad ; \quad \left(\frac{\partial \text{He}^+}{\partial t}\right)_{i,n+1} = \frac{(\text{He}^+)_{i,n+1} - (\text{He}^+)_{i,n}}{\Delta t}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \text{He}^+}{\partial r^2}\right)_{i,n} = \frac{(\text{He}^+)_{i-1,n} - 2(\text{He}^+)_{i,n} + (\text{He}^+)_{i+1,n}}{(\Delta r)^2}$$

reemplazando y despejando $(\text{He}^+)_{i,n+1}$ obtenemos:

$$\text{He}_{i,n+1}^+ = \frac{\text{He}_{i,n}^+}{Z_{i,n}} + \frac{t D^2}{Z_{i,n}} \left(\frac{2}{r_i} \left[\frac{\text{He}_{i,n}^+ - \text{He}_{i-1,n}^+}{\Delta r} \right] + \left[\frac{\text{He}_{i-1,n}^+ - 2 \text{He}_{i,n}^+ + \text{He}_{i+1,n}^+}{\Delta r^2} \right] \right)$$

Donde $Z_{i,n} = 1 + \Delta t (\text{Ne}_{i,n}^+ \alpha + k \text{Cd}_{i,n})$. (III.1)

Un punto muy importante a considerar es determinar los valores de Δt y Δr para los cuales las soluciones de este tipo de ecuación es estable.

En el trabajo original (ref.1), estos valores fueron determinados por prueba y error, tomando $\Delta r = 0.025 \text{ cm}$ y $\Delta t = 5 \times 10^{-10} \text{ seg}$ para $t < 0.1 \mu\text{s}$ y $\Delta t = 5 \times 10^{-7} \text{ seg}$ para $t > 0.1 \mu\text{s}$.

Con estos valores el programa insumía alrededor de 7 hs de tiempo de máquina (PC-IBM-AT) para su ejecución, lo cual hacía muy difícil (prácticamente imposible) el pretender proseguir el cálculo más allá de los $100 \mu\text{seg}$ como era nuestra intención (Capítulo IV). Por lo cual se analizó la posibilidad de ampliar el intervalo de tiempo Δt , estudiando las condiciones de estabilidad de las soluciones de este tipo de ecuaciones.

III.2. Estabilidad.

Las ecuaciones de difusión, consideradas en este trabajo, son del tipo parabólicas no lineales, cuya forma mas general es:

$$\frac{dU}{dt} = F(r,t,U, \frac{dU}{dr}, \frac{d^2U}{dr^2})$$

Expresada en diferencias finitas:

$$U_{i,n+1} = U_{i,n} + \Delta t F(i\Delta r, n\Delta t, U_{i,n}, \frac{U_{i,n} - U_{i-1,n}}{\Delta r}, \frac{U_{i+1,n} - 2U_{i,n} + U_{i-1,n}}{\Delta r^2}) \quad (III.2)$$

Para obtener información a cerca de la estabilidad de las soluciones, un procedimiento consiste en, primero denotar la solución relevante de (III.2) a la cual incorporamos el efecto de una línea de errores como $U_{i,n} + \epsilon_{i,n}$, donde $U_{i,n}$ es la solución obtenida en ausencia de esos errores, luego linealizar (III.2) en el error $\epsilon_{i,n}$ y finalmente buscar condiciones para la estabilidad de la ecuación linealizada. Omitiendo términos que tendrían potencias y productos de ϵ , tendremos, para el error en el instante t_{n+1} para todo r (ref.6):

$$\epsilon_{i,n+1} = \sum_{m=-1}^1 C_m(i,n) \epsilon_{i+m,n} \quad (III.3)$$

Se puede demostrar que si: a) $C_m(i,n) \geq 0$ ($m=-1,0,1$) $\forall i,n$

$$y: b) \sum_{m=-1}^1 C_m(i,n) \leq 1 \quad (III.4)$$

Entonces $|\epsilon_{i,n+1}| \leq \sum_{m=-1}^1 C_m(i,n) |\epsilon_{i+m,n}| \leq \max_m |\epsilon_{i+m,n}|$

Esto significa que:

Cuando las condiciones (III.4a-b) son satisfechas para todos los valores relevantes de i,n , los errores

propagados por la línea "n+1", de los errores iniciales "n", no pueden exceder el máximo error inicial, por lo tanto la formulación es estable.

Para nuestro caso, de las condiciones (III.4a-b), obtuvimos las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
 \text{i) } \Delta r &\leq r_i/2 \quad \rightarrow \quad r_i \geq 2 \Delta r \quad i=2,3,4,\dots \\
 \text{ii) } \frac{\Delta t}{\Delta r^2} &\leq \frac{D^{-1}}{2} \left(1 - \frac{\Delta r}{r_i} \right)^{-1} \quad \text{(III.5)}
 \end{aligned}$$

Utilizando estos resultados se pudo ampliar el paso en los incrementos temporales Δt , sin que los resultados divergieran, teniendo además en cuenta que el cambio en el paso no modifique apreciablemente los resultados para intervalos de tiempo mas pequeños, los cuales representan una mejor iteración de los resultados (se obtuvo un error relativo del orden de 10^{-4}), esto ocasionó una disminución del tiempo de máquina en un factor de aproximadamente seis.

Se utilizaron los siguientes incrementos:

- $\Delta t_1 = 5 \cdot 10^{-10}$ seg para $t < 0.1 \mu s$
- $\Delta t_2 = 5 \cdot 10^{-9}$ seg para $0.1 \mu s < t < 5 \mu s$
- $\Delta t_3 = 1 \cdot 10^{-8}$ seg para $5 \mu s < t < 6 \mu s$
- $\Delta t_4 = 2 \cdot 10^{-8}$ seg para $6 \mu s < t < 11 \mu s$
- $\Delta t_5 = 5 \cdot 10^{-8}$ seg para $t > 11 \mu s$

III.3. Condiciones Iniciales y de Contorno.

Las condiciones iniciales (a) y de contorno (b,c y d) utilizadas fueron

$$a) Ni(r,t=0) = Ni_0 \exp(-r^2/4.3 \cdot D^{-3} \text{ cm}^2)$$

$$b) Ni(r=0,t) = \begin{cases} Ni(r=0,t=0) & \text{para } t < t_0 \\ 2Ni(r=\Delta r,t) - Ni(r=2\Delta r,t) & \text{para } t > t_0 \end{cases}$$

$$c) Ni(r=\Delta r,t) = \begin{cases} Ni(r=\Delta r,t=0) & \text{para } t < t_0 \\ Ni(r=\Delta r,t) & \text{para } t > t_0 \end{cases}$$

$$d) Ni(r=5\text{cm},t) = 0$$

Las condiciones de contorno b) y c) representan la chispa provocada en la descarga, la cual suponemos de ancho aproximado Δr y duración efectiva t_0 , por lo cual las densidades se mantienen iguales a su valor inicial, tanto en el origen como para $r = \Delta r$, en un intervalo de tiempo $\Delta t = t_0$.

Las constantes Ni_0 (densidades iniciales de las distintas especies), Te_0 (temperatura electrónica inicial) y t_0 (tiempo efectivo de la chispa) fueron introducidas como parámetros ajustables a datos experimentales. Las influencias de cada una de estas variables se discute mas adelante.

IV. RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

IV.1. Resultados obtenidos.

Los resultados numéricos obtenidos pueden ser sintetizados graficando las densidades de especies, los niveles láser activos y la ganancia de pequeña señal en función de la posición (altura sobre los segmentos) para distintos instantes de tiempo.

La ganancia también fue graficada en función del tiempo para la distancia de 7 mm.

En lo que sigue analizaremos en particular los resultados obtenidos para la densidad de electrones y para la ganancia de la línea 1.43 μ m.

En la figura 7, se muestra la expansión de los electrones a medida que transcurre el tiempo para determinadas condiciones iniciales.

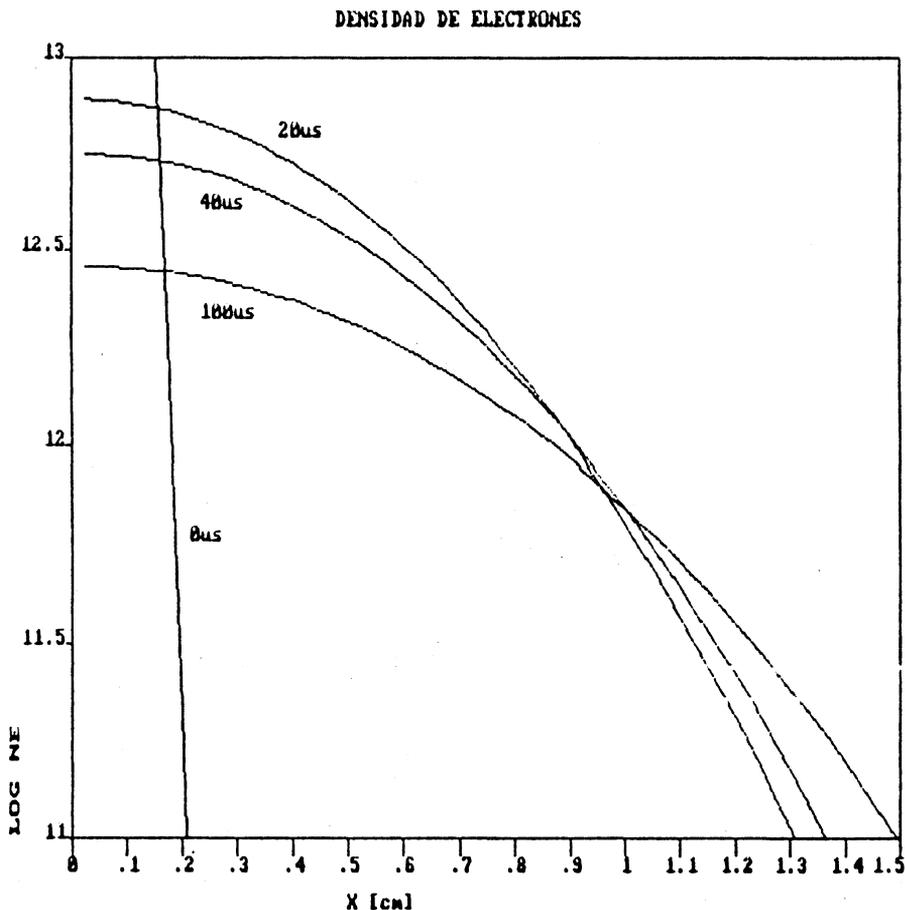


Figura 7

Esta expansión junto a las colisiones elásticas producen el enfriamiento en los primeros μseg después de finalizado el pulso de corriente. En este tiempo, el cambio en el volumen del plasma y la diferencia entre la temperatura electrónica y la temperatura atómica e iónica es máxima. (Ver: Apéndice A)

En las figuras 8 y 9, se muestra la ganancia de la línea $1.43\mu\text{m}$ en función del tiempo para idénticas condiciones iniciales pero diferentes condiciones de contorno, a la distancia de $r=7\text{mm}$ y hasta $500\mu\text{seg}$.

En la figura 8, la condición de contorno usada, como vimos en III.3., simula una chispa pulsada de $t_0=0.45\mu\text{seg}$ de duración, en cambio en la figura 9, la descarga se mantiene continuamente encendida.

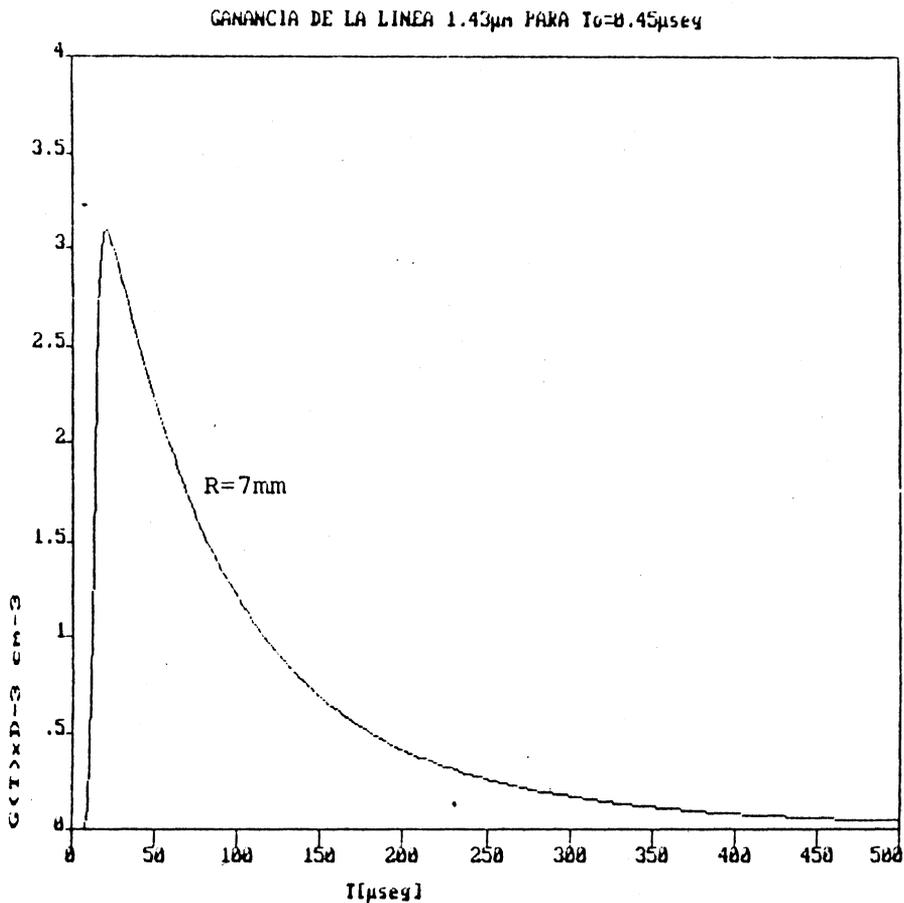


Figura 8

GANANCIA DE LA LINEA 1.43 μ m PARA $T_0=500\mu$ seg

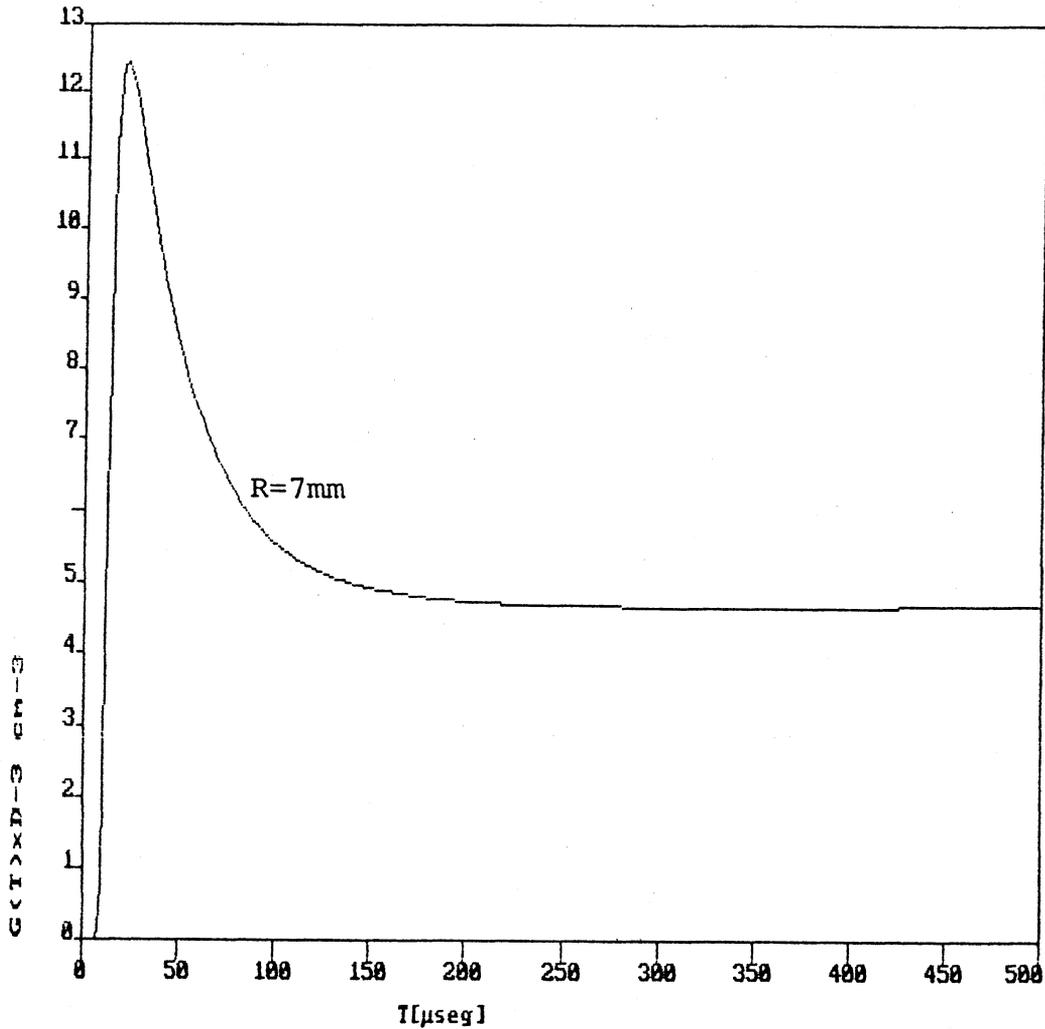


Figura 9

En este último caso vemos que, además de ser su máximo apreciablemente mayor que en el caso pulsado, el sistema se estabiliza después de los 200 μ seg manteniéndose la ganancia en un valor alto y aproximadamente constante, lo cual nos indica que este modelo podría ser usado también para describir una descarga continua.

IV.2. Comparación con los datos experimentales.

Las densidades iniciales de las especies activas (CdII_0 , HeII_0 , CdIII_0 y CdI_0), fueron introducidas como parámetros para ajustar las medidas experimentales de las densidades de CdI y CdII, efectuadas a 5 y 10mm por encima de los segmentos y a 40µseg después del disparo, como así también, la medida de la ganancia de la línea 1.43µm efectuada a 7mm y a 40µseg. (Ver: Apéndice A)

Los resultados se muestran en las figuras 10, 11 y 12.

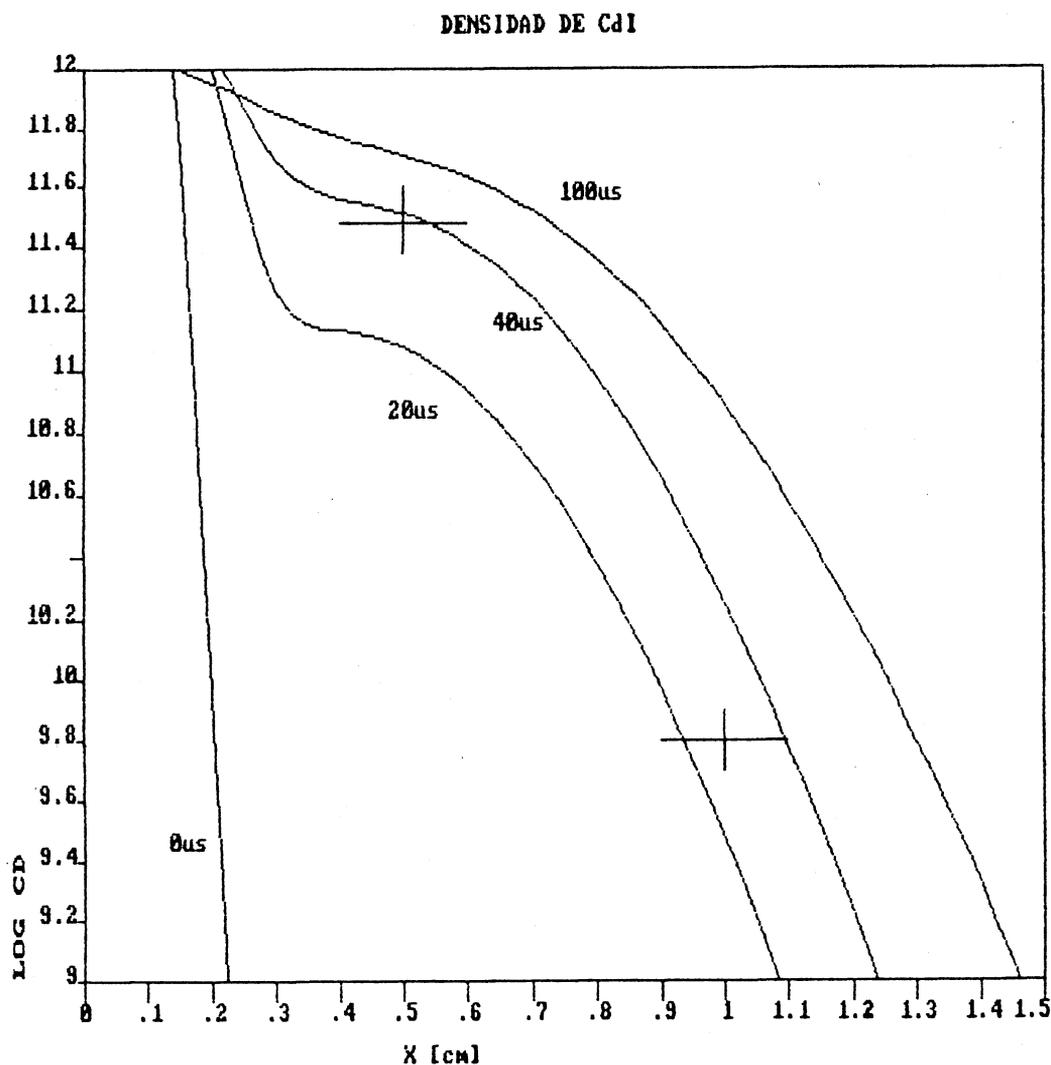


figura 10

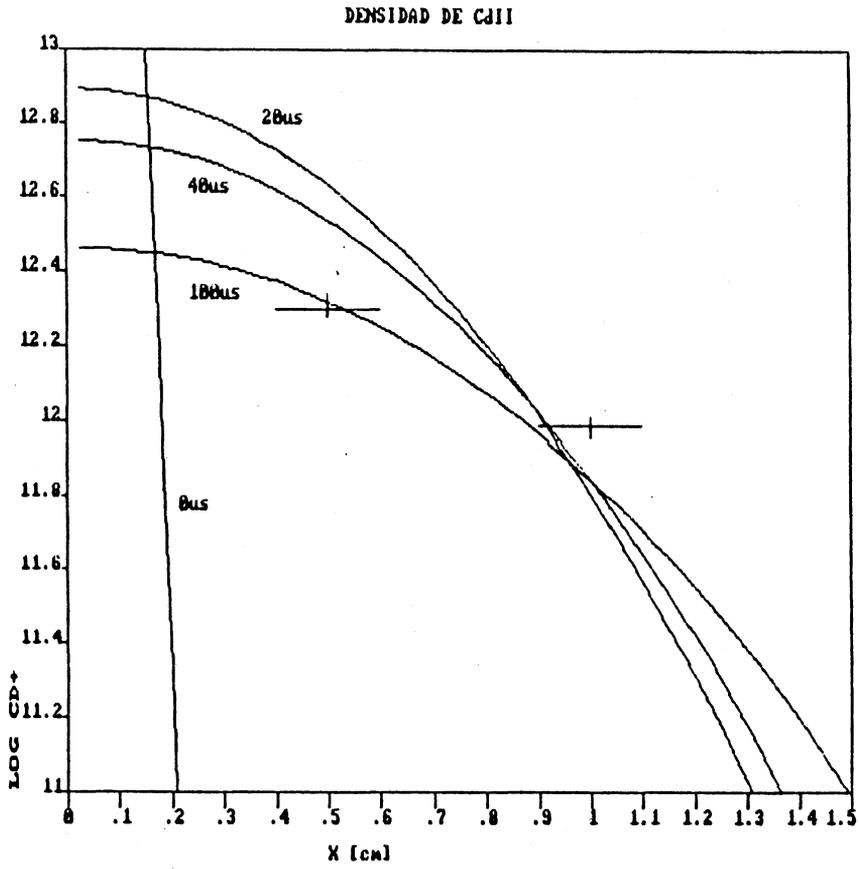


figura 11.

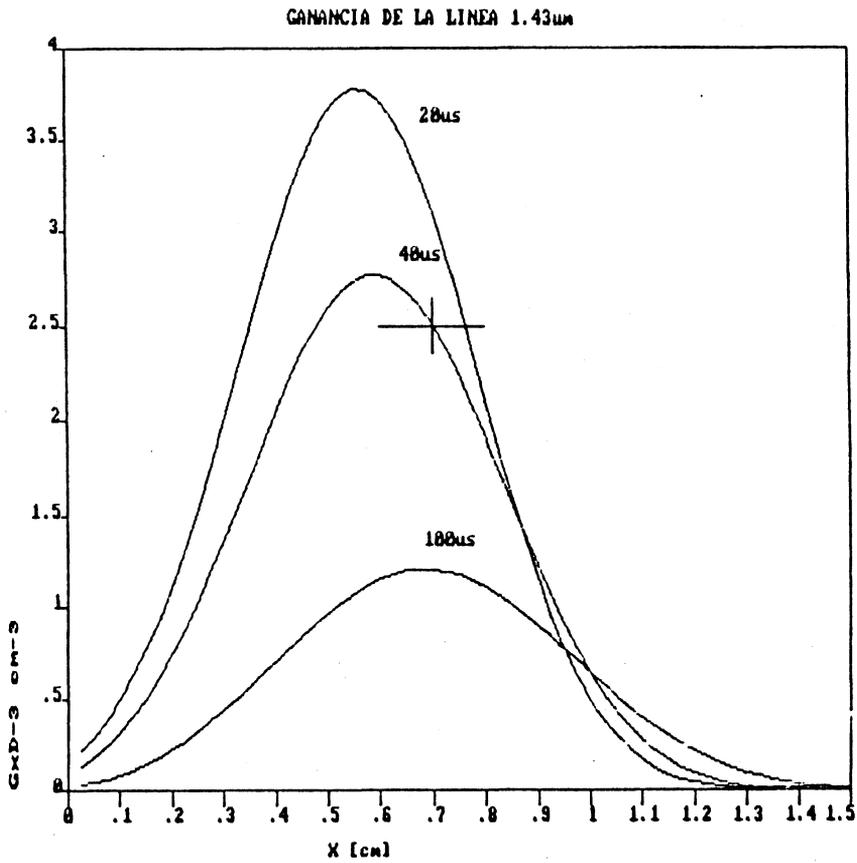


figura 12.

Un análisis de este ajuste nos permite decir que; las densidades de CdI, CdII y HeII no modifican sustancialmente los valores calculados para la ganancia. Si variamos la temperatura inicial T_{e0} , lo cual puede verse en la figura 13, donde se ha variado este parámetro de $5 \cdot D+4$ a $10 \cdot D+4$ K, observamos que una disminución de T_{e0} implica una baja sensible en las ganancias calculadas.

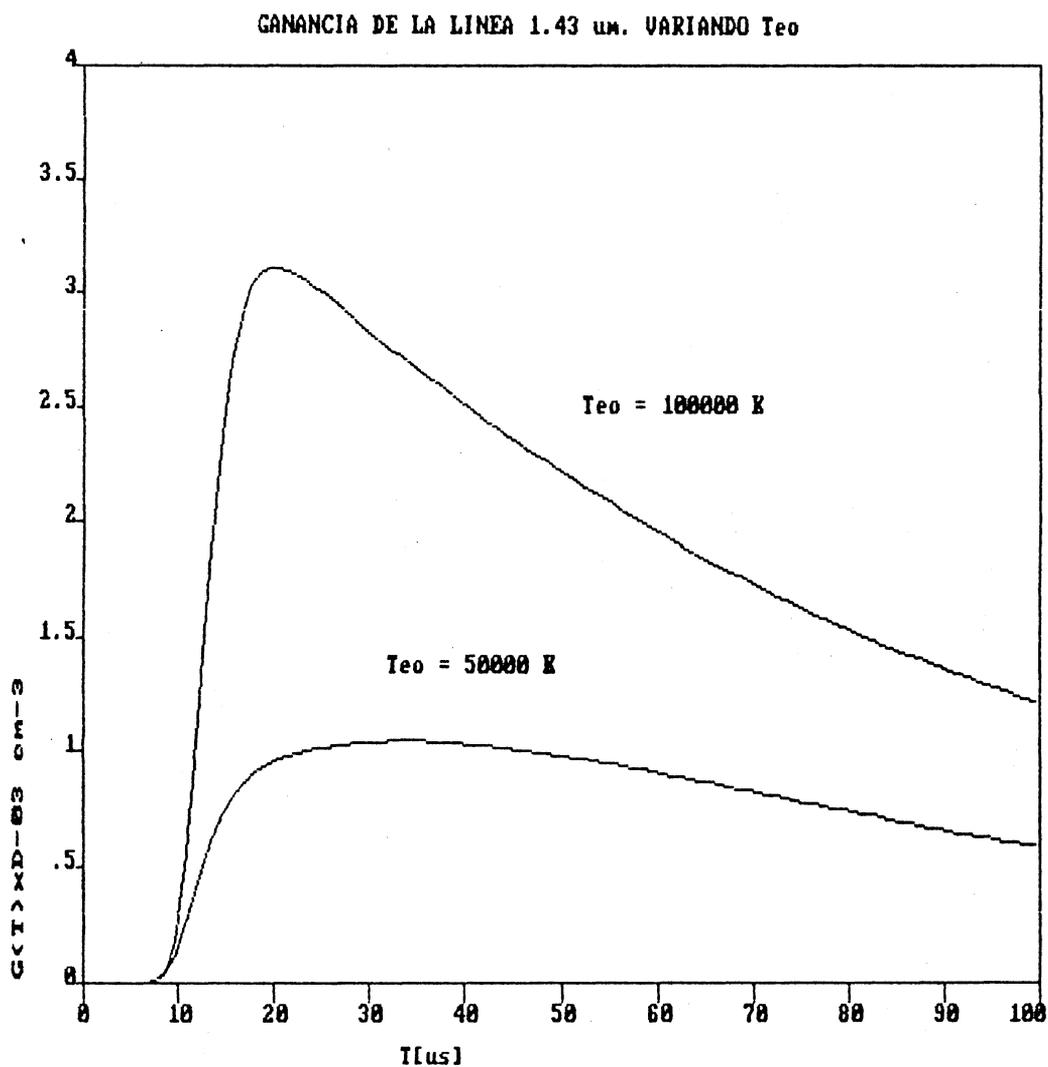


figura 13

En este trabajo utilizaremos el valor $T_{e0} = 10 \cdot D + 4$ K de acuerdo con los resultados experimentales en plasmas similares (ref.9).

La situación es completamente diferente para $CdII_0$, una concentración inicial elevada de esta especie resulta en una sobre estimación para la ganancia en relación con los valores medidos.

Con respecto a las densidades iniciales de los estados láser activos ($N1_0$ y $N2_0$) se toman igual a la densidad inicial del estado fundamental CdI_0 .

Otro parámetro que influye mucho en los resultados es el tiempo efectivo de duración de la descarga, t_0 . Este fue tomado igual al ancho FWHM² de 450 nseg del pulso de corriente generado por el circuito de descarga (Ver Apéndice A).

Los valores para las condiciones iniciales utilizadas en el cálculo se presentan en la tabla I siguiente:

Te_0 (°K)	Cd_0^+ (cm^{-3})	Cd_0^{++} (cm^{-3})	Cd_0 (cm^{-3})
10×10^4	1.35×10^{15}	5×10^8	1×10^{14}
He_0^+ (cm^{-3})	$N1_0$ (cm^{-3})	$N2_0$ (cm^{-3})	Δt_0 (μ seg)
8×10^{10}	1×10^{14}	1×10^{14}	0.45

Tabla I

1. FWHM: Ancho total a mitad del máximo.

IV.3. Conclusiones y Aplicaciones.

Este modelo describe el funcionamiento del láser de cadmio excitado con descargas de cátodo segmentado, prediciendo valores para las densidades de especies y ganancia de la línea $1.43\mu\text{m}$, acordes con los valores experimentales calculados por el Dr. Villagran (ref.1), según vimos en la sección anterior.

Con respecto al cumplimiento de los objetivos propuestos para este trabajo, en el desarrollo matemático, se ha obtenido una relación general para los máximos incrementos Δx y Δt que aseguran la estabilidad de las soluciones de estos sistemas de ecuaciones diferenciales acopladas resueltas, en espacio y tiempo, por el método de diferencias finitas. (Ver III.2.)

En la parte física, se han propuesto condiciones de contorno que simulan la chispa formada en la descarga pulsada, las cuales se ha demostrado pueden representar también una descarga continua. (Ver III.2. y IV.1.)

En este sentido podemos ver dos diferencias apreciables entre este modelo de descarga de ancho y tiempo finito y el modelo desarrollado por el Dr. Villagran, el cual considera densidades constantes en el origen de coordenadas; primeramente, la estimación de las densidades iniciales de iones y átomos neutros (ver IV.2) nos permite decir que el modelo del Dr. Villagran predice densidades de iones y átomos de Cadmio de aproximadamente uno a dos órdenes mayores que nuestro cálculo.

APENDICES

A) Datos experimentales.

En esta sección describiremos en forma sucinta los métodos y los resultados experimentales obtenidos por el Dr. Villagran en su tesis doctoral, cabe decir que estos datos no han sido modificados sino solo tomados como base experimental de los cálculos teóricos realizados en este trabajo.

- Medición de la densidad de especies.

La densidad de los estados fundamentales de CdI y CdII consideradas, fueron determinadas midiendo el coeficiente de absorción para transiciones resonantes (técnica de absorción resonante). (ref.10)

La expresión para el coeficiente de absorción máximo (k_0) en función de las densidades de los niveles de la transición resonante utilizada es: (ref.11)

$$k_0 = \frac{2}{\Delta\nu_D} \left| \frac{\ln 2}{\pi} \right| \frac{\lambda_0^2}{8\pi} A_{si} N_i \frac{g_s}{g_i} (1 - \frac{g_i N_s}{g_s N_i}) \quad (A.1)$$

donde A_{si} es el coeficiente A de Einstein para la transición de frecuencia ν desde el nivel s (con población N_s y peso estadístico g_s) al nivel i (con población N_i y peso estadístico g_i), suponiendo $g_s N_s \ll g_i N_i$ y conocidos los tiempos de vida de los niveles, se pueden obtener las densidades de los estados fundamentales i de CdI y CdII. Estas fueron determinadas a 5 y 10mm sobre los segmentos, usando las transiciones resonantes de 3261 Å y 2288 Å en el CdI y de 2144 Å y 2265 Å del CdII.

En la tabla II se muestran las densidades de los estados fundamentales de CdI y CdII, obtenidas a partir de los coeficientes de absorción, en un plasma de 1cm de longitud, para las transiciones resonantes antes mencionadas y a 40 μ seg después de finalizado el pulso de corriente.

	Cd I			Cd II		
	λ (Å)	k_o (cm ⁻¹)	(cm ⁻³)	λ (Å)	k_o (cm ⁻¹)	(cm ⁻³)
5mm	3261	0.11±0.03	(3±1)x10 ¹¹	2144	0.93±0.05	(2.0±0.1)x10 ¹²
10mm	2288	0.11±0.02	(6±1)x10 ⁹	2265	2.92±0.04	(9.8±0.1)x10 ¹¹

Tabla II

- Determinación de Te.

La temperatura electrónica, parámetro importante en los láseres de recombinación, ya que la ganancia del láser depende fuertemente de esta, fue determinada por el método de intensidades relativas en una serie espectral del HeI, el cual, por ser de diagnóstico espectroscópico, tiene la ventaja de ser no perturbativo.

Este método se basa en que, bajo condiciones de equilibrio termodinámico local, las densidades de varios estados excitados son proporcionales al producto de sus pesos estadísticos, con los

exponentes negativos de los cocientes de la energía de excitación y la energía térmica kT . De acuerdo a esto, la temperatura es inversamente proporcional al logaritmo del cociente de las intensidades de líneas que surgen de diferentes niveles superiores.

$$k T_e = - \Delta E(n',n) (\ln(\lambda'^3 n'^3 I_{n'} / \lambda^3 n^3 I_n))^{-1} \quad (A.2)$$

Donde se ha utilizado la aproximación que la fuerza del oscilador disminuye con n^{-3} ; $\Delta E(n',n)$ es la diferencia de energía entre los niveles n y n' , y λ y λ' son las longitudes de onda de la radiación originada desde los niveles mencionados.

Las condiciones de equilibrio termodinámico local (ref.12), imponen la restricción que solo los niveles con $n \geq 6$ estarán en un 10% en equilibrio con los vecinos, por lo cual se midieron las intensidades relativas de cuatro líneas pertenecientes a la serie $2s^3S \rightarrow np^3P$ del HeI para $n=6;7;8;9$. (2829.076 Å, 2763.804 Å, 2723.191 Å y 2696,119 Å). (ref.1)

Se determino de este modo la temperatura electrónica entre 20 y 100µseg después de finalizado el pulso de corriente.

En la figura 14 se muestra la evolución temporal de la temperatura electrónica para dos regiones del plasma, situadas a 5 y 10mm sobre los segmentos.

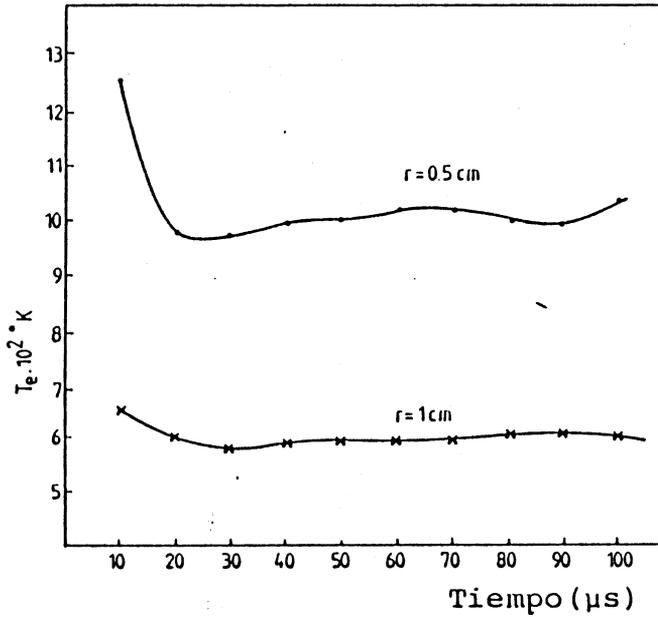


figura 14

Donde se observa que la temperatura es relativamente constante en los tiempos en los que se produce la oscilación láser ($\approx 40\mu s$) y puede verse también el enfriamiento en la expansión del plasma.

- Ganancia de la línea 1.43μm.

La ganancia de pequeña señal para la línea 1.433μm del CdI, fue medida ajustando la intensidad del láser, cuando la placa de pérdida variable (Ver figura 1) es rotada alrededor del ángulo de Brewster.

Para una línea ensanchada inhomogeneamente la intensidad dentro de la cavidad es: (ref.13)

$$I = I_S \frac{G_0^2 - \gamma^2}{\gamma^2} \quad (A.3)$$

donde la pérdida total γ es producida por la reflexión en la placa γ_R y por el agujero de acople en el espejo de salida γ_A .

$$\gamma = \gamma_R + \gamma_A \quad (\text{A.4})$$

Cuando la placa está ubicada en el ángulo de Brewster, $\gamma_R = 0$ y la intensidad alcanza su valor máximo I_m . La figura 15 muestra los resultados para I/I_m , cuando la placa es rotada un ángulo α alrededor del ángulo de Brewster.

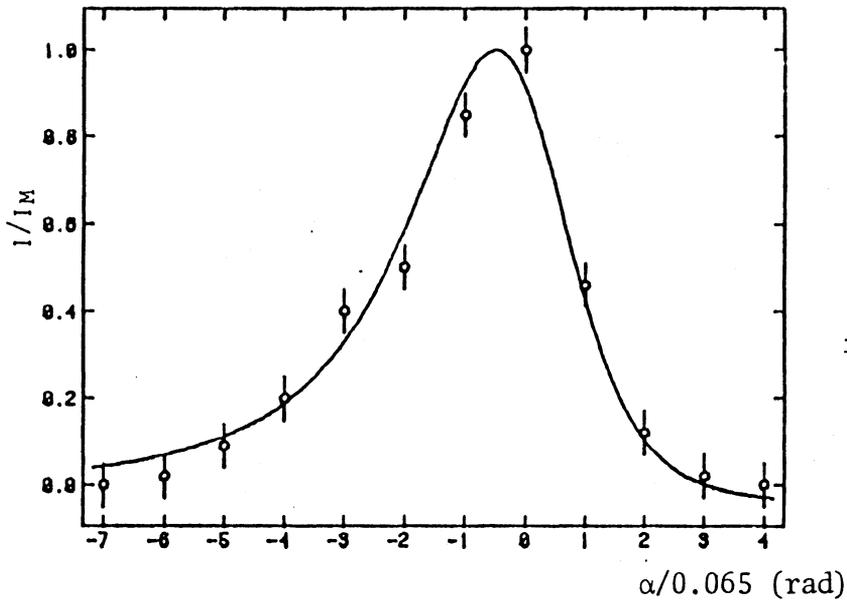


figura 15

Minimizando las pérdidas, el mejor ajuste está dado por los valores: $\gamma_A = 0.02 \pm 0.002$ y $G_m = 0.09 \pm 0.003$

Para una longitud del medio activo de 36cm, la ganancia por unidad de longitud es $g_m = (2.5 \pm 0.08) * 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$.

- Pulso de corriente.

El pulso de corriente formado en la descarga, puede verse directamente de un oscilograma como el que se muestra en la figura 16.

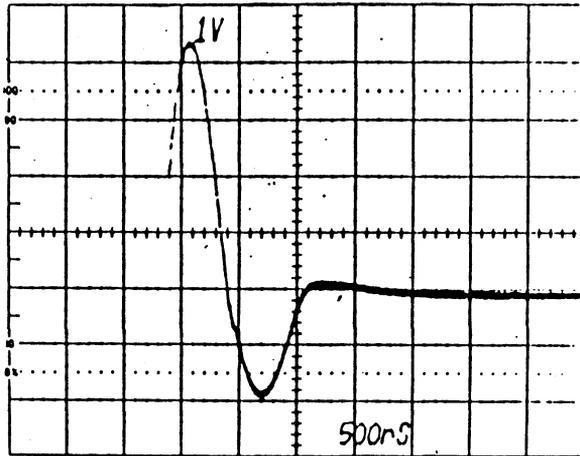


figura 16

La amplitud del pulso de corriente es 420 A y su ancho FWHM es 450nseg. Se observa que la baja inductancia del circuito permite obtener pulsos bien amortiguados, solo se observan dos semiciclos y el segundo tiene una amplitud menor que la mitad de la del primero.

Ajustando este pulso por cuadrados mínimos mediante la expresión de la corriente i en función del tiempo y de los parámetros R y L a determinar:

$$i = \frac{V}{\omega L} \sin \omega t \exp(-Rt/2L) \quad (A.5)$$

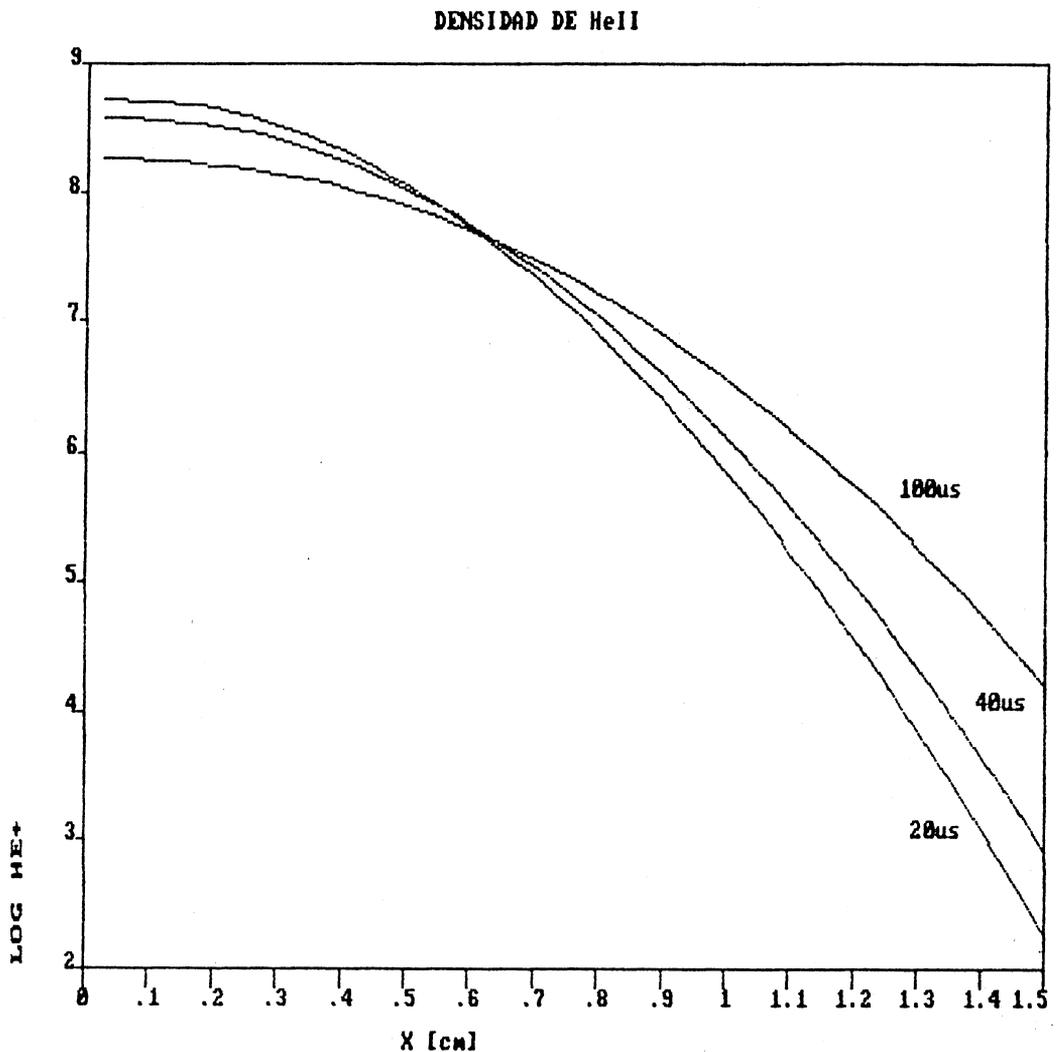
donde $\omega^2 = 1/LC - (R/2L)^2$, V es la tensión de la carga (V=8kV) y C la capacidad del capacitor (C=20nF), se obtuvieron los valores:

$$L = 2.21 \pm 0.08 \mu\text{H}$$

$$R = 7.08 \pm 0.13 \Omega$$

B) Gráficos.

En lo que sigue presentaremos los resultados gráficos para las densidades de HeII, CdIII, N1 y N2, para los parámetros que optimizan los valores calculados a los experimentales descritos en la sección A), los cuales no han sido mostrados con anterioridad.



DENSIDAD DE CdIII

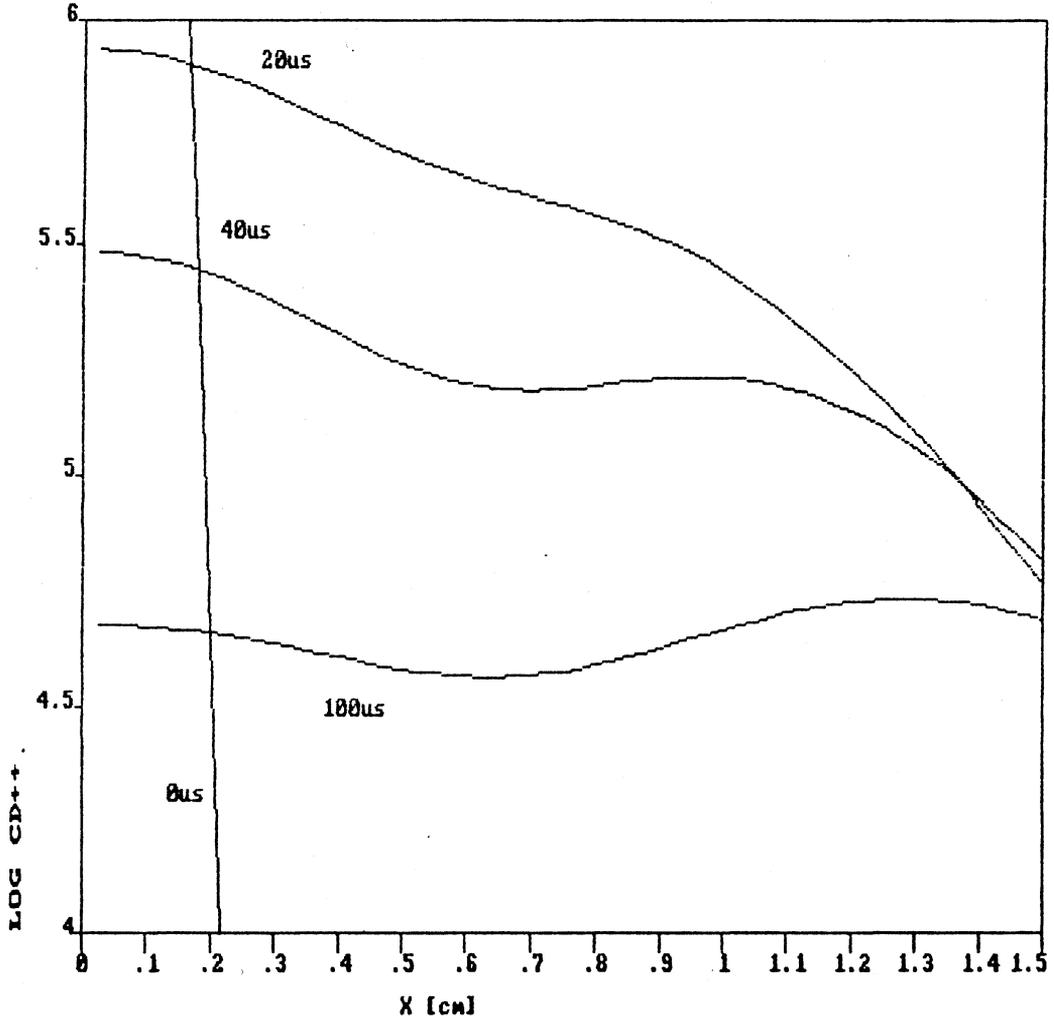


Figura 18

DENSIDAD DEL NIVEL LASER SUPERIOR

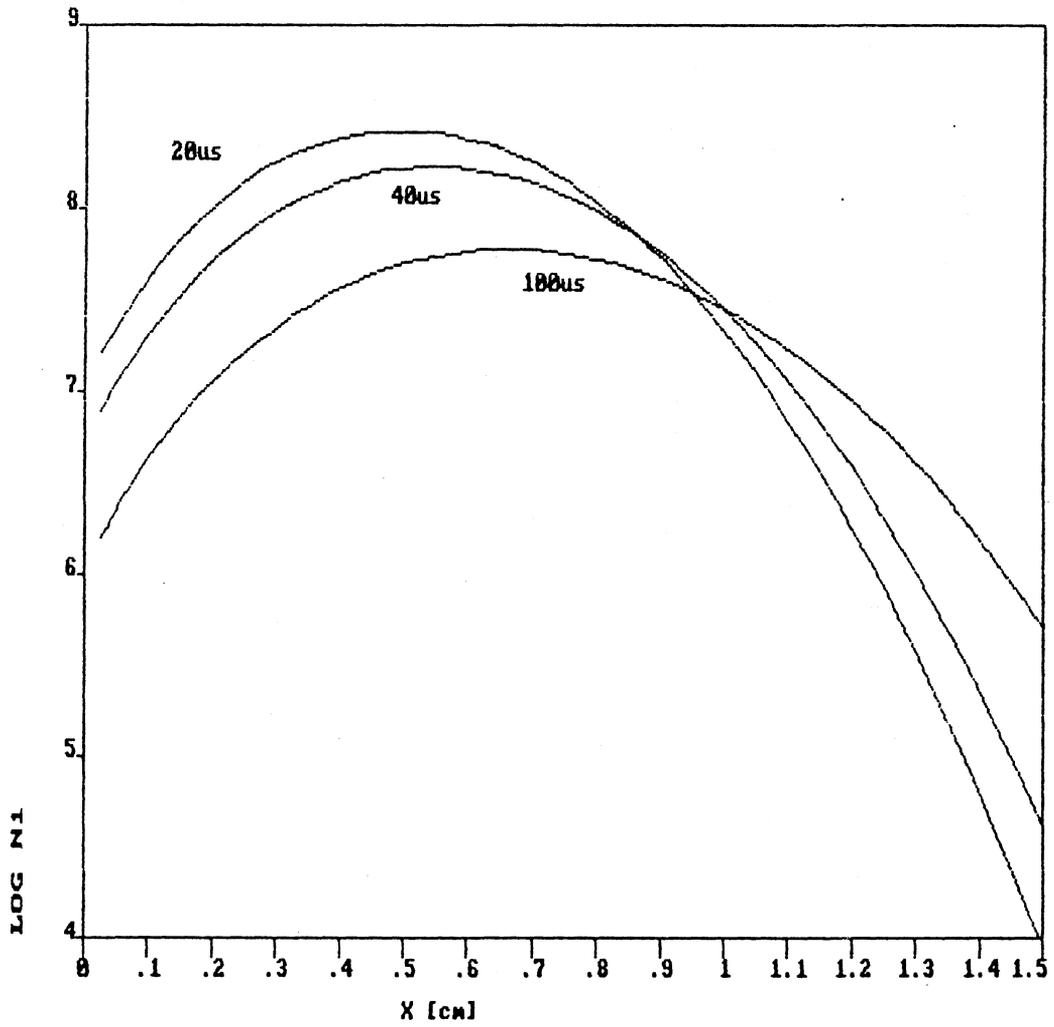


Figura 19

DENSIDAD DEL NIVEL LASER INFERIOR

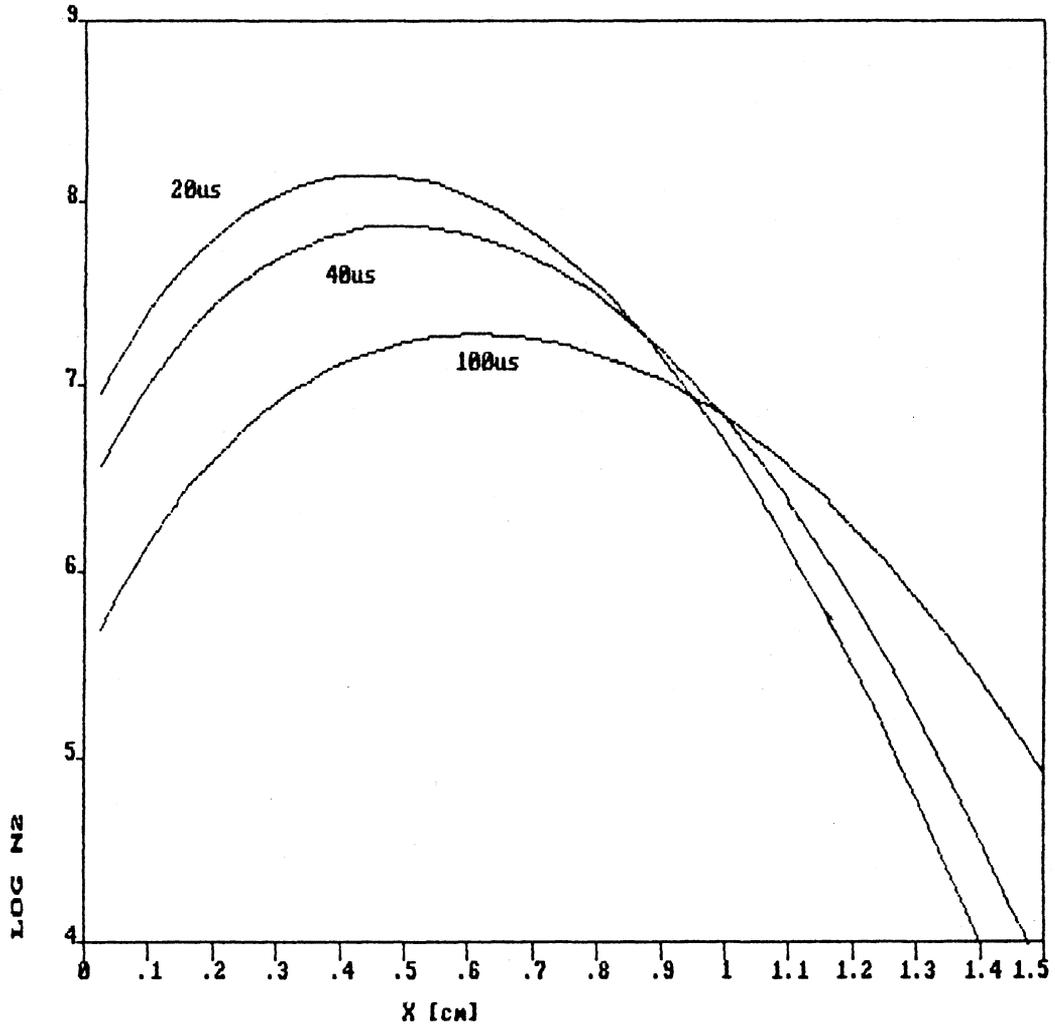


Figura 20

C) Cálculos auxiliares.

i) Coeficiente de recombinación de tres cuerpos.

Un átomo en un estado de energía ligado E_n puede ser ionizado por impacto electrónico o transferido a otro estado ligado por colisiones inelásticas con electrones o por transiciones radiativas. Si la probabilidad de transición colisional del nivel n al nivel $n-1$ es C_{n-1} el principio de balance detallado (ref.14), permite calcular la probabilidad del proceso inverso que está dada por:

$${}^{n-1}C_n = {}^nC_{n-1} (g_n/g_{n-1}) \exp (-E_{n,n-1}/kT) \quad (C.1)$$

Si n se incrementa, la probabilidad de la transición hacia arriba crece con respecto a la probabilidad de transición hacia abajo. Existirá por lo tanto un nivel crítico n^* en el cual los dos procesos sean igualmente probables.

El nivel crítico se calcula de la igualdad:

$$(g_n/g_{n-1}) \exp (-E_{n,n-1}/kT) = 1 \quad (C.2)$$

donde se hace $n=n^*$. Para hidrógeno, suponiendo $n^* \gg 1$, resulta:

$$E_n = 13.6\text{eV}/n^2 \quad (C.3)$$

de donde;

$$(n^*)^2 \approx (13.6\text{eV}/kT) \quad \text{o} \quad E_{n^*} \approx kT \quad (C.4)$$

Un electrón con energía E que pasa a una distancia d_w (parámetro

de impacto) de un electrón ligado, transfiere una energía E_w dada por la teoría clásica de Thomson (ref.15).

$$d_s = e^4 E^{-1} (E_s^{-1} - E^{-1}) \quad (C.5)$$

La sección eficaz de ionización para el nivel n es d_n cuando E_w es reemplazado por E_n en (C.5). Multiplicando por la función de distribución de la energía de los electrones e integrando, el ritmo de ionización para el nivel n está dado por:

$$C_{nn}^\infty = N_n Ne \pi e^4 \sqrt{8/\pi m} (kT)^{-3/2} \int_{x_n}^{\infty} (x_n^{-1} - x^{-1}) \exp(-x) dx \quad (C.6)$$

donde $x=E/kT$. Con $E=kT$, el valor de la integral es aproximadamente $(2/5)x_n \exp(-x_n)$, así:

$$C_{nn}^\infty = (4/5) \pi e^4 \sqrt{2/\pi m kT} E_n^{-1} \exp(-E_n/kT) N_n Ne \quad (C.7)$$

El ritmo del proceso inverso, se obtiene sustituyendo para N_n el valor dado por la ecuación de Saha (ref.16), ya que en el equilibrio estos dos ritmos deben ser iguales. Sumando sobre n , desde $n=1$ hasta $n=n^*$ se obtiene el ritmo de recombinación. Con valores numéricos:

$$- \partial Ne / \partial t = \alpha Ne^2 = 4.2 \times 10^{-29} (kT)^{-2} Ne^3 \sum n^4$$

donde kT está dada en eV. Como $n^* \gg 1$, la suma puede ser reemplazada por una integral y sustituyendo n^* según (C.4) se obtiene

finalmente:

$$\alpha_{3C} \approx 5.6 \times 10^{-27} (kT)^{-9/2} \text{ Ne cm}^3/\text{seg} \quad (\text{C.9})$$

A bajas densidades electrónicas, la suposición que las probabilidades de transiciones radiativas se tornan despreciables en la vecindad de n^* no tiene ya validez, y se pueden esperar coeficientes de recombinación mayores que los predichos por la ecuación (C.9). El coeficiente total de recombinación a bajas temperaturas debe ser tomado como:

$$\alpha = \alpha_C + \alpha_R \quad (\text{C.10})$$

donde α_C es dado por la ecuación (C.9) y α_R por (ref.16):

$$\alpha_R \approx 2.7 \times 10^{-13} (kT)^{-3/4} \text{ cm}^3/\text{seg}$$

La dependencia de α_C con la temperatura y densidad electrónica es esencialmente correcta no así su valor numérico, debido a las suposiciones y aproximaciones involucradas en su obtención.

Si bien los cálculos precedentes fueron realizados para helio o hidrógeno, pueden ser aplicados razonablemente a otros átomos simplemente ionizados o moléculas, especialmente a bajas temperaturas, donde los procesos importantes ocurren en estados hidrogenoides altamente excitados.

ii) Coeficiente de desexcitación radiativo-colisional.

Probabilidad de transición y tiempos de vida.

Para estimar los coeficientes de desexcitación colisional, $D_{ex}(q,p)$, del nivel q al p ($E_q > E_p$) partimos de los valores calculados por Bates (ref.17) para el proceso inverso, esto es, la excitación colisional $p \rightarrow q$, que para niveles hidrogénicos de iones de carga Z , ocurre con un ritmo dado por:

$$Ex(p,q) = 4.75 \times 10^{-5} \frac{p^2 q^2}{q^2 - p^2} \frac{f(p,q)}{z^2 T_e^{1/2}} \exp - \left(\frac{RhcZ (q^2 - p^2)}{p^2 q^2 kT_e} \right) \quad (C.11)$$

donde $f(p,q)$ es la inversa de la fuerza del oscilador, T_e la temperatura electrónica y R la constante de Rydberg.

Esta expresión puede ser generalizada para un ión no hidrogénico, haciendo:

$$RhcZ \frac{q^2 - p^2}{p^2 q^2} = E_q - E_p = \Delta E \quad (C.12)$$

Se obtiene así, para la ecuación (C.11) el siguiente resultado:

$$Ex(p,q) = 1.04 \times 10^{-12} \frac{f(p,q)}{\Delta E \sqrt{T_e}} \exp - (\Delta E/kT_e) \quad (C.13)$$

que puede ser escrita en función de las probabilidades de transición usando la expresión (ref.12):

$$A_{qp} = \frac{0.6670}{\lambda^2} \text{ cm}^2/\text{seg} \ g_p/g_q \ f(p,q) \quad (C.14)$$

de donde:

$$Ex(p,q) = 1.55 \times 10^{-18} \lambda^2 g_p/g_q \frac{A_{qp}}{\Delta E \sqrt{T_e}} \exp - (\Delta E/kT_e) \quad (C.15)$$

La expresión para la desexcitación $q \rightarrow p$, puede entonces calcularse como:

$$\text{Dex}(q,p) = 1.55 \times 10^{-18} \lambda^2 / \Delta E A_{qp} T_e^{-1/2} \quad (\text{C.16})$$

donde se ha utilizado el principio de balance detallado (ref.14) que relaciona las probabilidades de transiciones ascendentes y descendentes:

$$\frac{\text{Dex}(q,p)}{\text{Ex}(p,q)} = \frac{g_p}{g_q} \exp(\Delta E/kT_e) \quad (\text{C.17})$$

sustituyendo ΔE por hc/λ en (C.16) obtenemos:

$$\text{Dex}(q,p) = 7.69 \lambda^3 A_{qp} T_e^{-1/2} \quad (\text{C.18})$$

donde λ está dada en cm.

Los procesos de desexcitación para los niveles láser activos considerados, se representan en la figura 21.

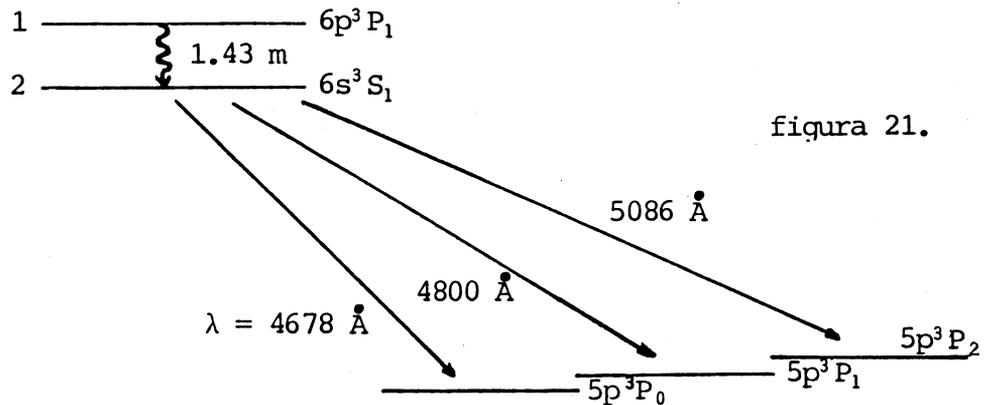


figura 21.

Calculando las probabilidades de transición a partir de (C.14), usando los valores determinados por V.A.Zilitis (ref.18) para los

f(p,q), tenemos para los coeficientes de desexcitación para los niveles láser activos:

$$\text{Dex}_1 = 3.27 * D - 4 \text{cm}^3 / \text{seg} \text{ Te}^{-1/2}$$

$$\text{Dex}_2 = 8.50 * D - 5 \text{cm}^3 / \text{seg} \text{ Te}^{-1/2}$$

Del mismo modo usando $\tau \equiv \left(\sum_{f \neq i} A_{if} \right)^{-1}$ para los tiempos de vida, hallamos:

$$\tau_1 = 6.87 * D - 8 \text{ seg}$$

$$\tau_2 = 1 * D - 8 \text{ seg}$$

REFERENCIAS

- (1) Mayo Villagran, Tesis Doctoral, U.N.L.P., (1986).
- (2) S.C. Brown, "Basic Data of Plasma Physics", The MIT Press, Cambridge 1967.
- (3) V.V.Zhukov, E.L.Latush, V.S.Mikhalevskii and M.F.Sem, Sov. J. Quantum Electron, 7, 704 (1977).
- (4) V.A.Kartazaev and Yu.A.Tolmachev, Opt. Spectr. (URSS), 45, 620 (1978).
- (5) W.T.Silfvast and O.R.Wood II, Opt. Lett., 7, 34 (1981).
- (6) C.S.Wilett, "An Introduction to Gas Lasers: Population Inversion Mechanisms", Pergamon Press, Oxford (1974).
- (7) M.A.Gusinov, J.B.Gerardo and J.T.Verdeyen, Phys. Rev., 149, 91 (1966).
- (8) F.B.Hildebrand, "Finite-Difference Equations and Simulations", Prentice Hall, INC, Englewood Cliffs, New Jersey.
- (9) V.N.Kolesnikov, "The Arc Discharge in Inert Gases", Proc. of the P.N.Lebedev Phys. Inst., Cons. Bureau, N.Y.(1966).
- (10) A.C.C.Mitchell and M.W.Zemansky, "Resonance Radiation and Excited Atoms", Cambridge University Press (1964).
- (11) J.A.Harrison, Proc. Phys. Soc., 73, 841 (1969).
- (12) H.R.Griem, Phys. Rev., 131, 1170 (1963).

- (13) W.Dentroder, "Laser Spectroscopy", Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York, p 262, 1981.
- (14) S.Gasiorowicz, "Quantum Physics", Wiley, New York 1974.
- (15) J.J.Thompson, Phil. Mag., 47, 337 (1924).
- (16) C.W.Allew, "Astrophysical Quantities", The Athlone Press, London 1955.
- (17) D.R.Bates, A.E.Kingston and R.W.P.M=Whiter, Proc. R. Soc. London A, 267, 297 (1962).
- (18) V.A.Zilitis, Opt. Spectr., 31, 86 (1971).

AGRADECIMIENTOS.

Al Dr. Jorge O. Tocho por la dirección y el aporte de las ideas fundamentales para la realización de este trabajo.

Al Dr. Mario Garavaglia por la confianza depositada en mí y su apoyo constante.

A todos los integrantes del Centro de Investigaciones Ópticas por hacerme sentir como en mi casa, y en especial al grupo láser por su compañerismo.

A la CC. Nelly Cap por su aporte decisivo en el desarrollo numérico de este trabajo.

Por último, a todos los que de alguna u otra forma me ayudaron en la concreción de este trabajo.