



Universidad Nacional de La Plata
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

ANÁLISIS DE LA REFLECTIVIDAD SÍSMICA E INDICADORES
ASOCIADOS PARA EL MONITOREO DE RESERVORIOS DE
DIÓXIDO DE CARBONO

Geof. Julián Luis Gómez
Directora: Dra. Claudia L. Ravazzoli

Tesis presentada para obtener el grado académico de
Doctor en Geofísica

LA PLATA, ARGENTINA
MARZO DE 2014

© Julián Luis Gómez, 2014

ANÁLISIS DE LA REFLECTIVIDAD SÍSMICA E INDICADORES
ASOCIADOS PARA EL MONITOREO DE RESERVORIOS DE DIÓXIDO DE
CARBONO

TESIS PRESENTADA EN CUMPLIMIENTO DE LOS REQUISITOS
PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN GEOFÍSICA

en la

FACULTAD DE CIENCIAS ASTRONÓMICAS Y GEOFÍSICAS

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Por: Julián Luis Gómez

Directora: Dra. Claudia L. Ravazzoli

Jurado: Dra. Patricia Gauzellino

Dr. Fabio Zyserman

Dr. J. Germán Rubino

Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas
Universidad Nacional de La Plata
Paseo del Bosque S/N
(1900) La Plata
Argentina

Marzo 2014

© Julián Luis Gómez, 2015.

Resumen

Como es de público conocimiento, grandes cantidades de gases, entre los que se encuentra el dióxido de carbono (CO_2), son liberadas a la atmósfera durante la generación de energía eléctrica, extracción de hidrocarburos y diversos procesos industriales. Estas emisiones pueden provocar un aumento notable y sostenido en el efecto invernadero, provocando cambios climáticos a escala global [1]. A consecuencia de ello, se han diseñado estrategias para la inyección del CO_2 en formaciones geológicas de características especiales, tales como acuíferos salinos profundos, reservorios no rentables de hidrocarburos y depósitos de carbón. Esta práctica, implementada durante las últimas décadas, tiene como fin mitigar las emisiones atmosféricas de los gases y de ese modo estabilizar el efecto invernadero. Estos procedimientos requieren un monitoreo sísmico reiterado en el tiempo (*time-lapse*) para controlar la distribución y estabilidad de los gases inyectados.

Esta Tesis tiene como objetivo principal modelar la reflectividad sísmica de onda compresional e indicadores asociados para analizar su utilidad en el monitoreo de reservorios de CO_2 . Este tema es de gran interés actual en el campo de la Geofísica Aplicada y en la caracterización y monitoreo de reservorios en general.

Principalmente se examina la capacidad de monitorear sísmicamente la saturación de CO_2 , el espesor de la acumulación, el tipo de mezcla de fluidos y la evolución temporal del flujo de CO_2 , analizando las variaciones de los atributos para diferentes ángulos de incidencia y componentes del espectro de frecuencias.

El coeficiente de reflexión generalizado de onda P es obtenido por medio de ecuaciones numéricas que permiten considerar modelos de distinta complejidad. En el caso de un reservorio constituido por un número arbitrario de capas planas, el coeficiente de reflexión es obtenido por el método de la reflectividad, basado en la utilización de matrices propagadoras.

El impacto que tiene el CO_2 en los parámetros litológicos del reservorio y posteriormente en su respuesta sísmica es estimado utilizando modelos de la física de rocas por medio de la sustitución de fluidos para distribuciones homogéneas y heterogéneas. Las propiedades físicas del CO_2 bajo las diferentes condiciones de temperatura y presión en el subsuelo son calculadas mediante ecuaciones de estado adecuadas.

Los modelos utilizados a lo largo de este trabajo están calibrados usando parámetros del acuífero Utsira, del campo Sleipner en el Mar del Norte, en el cual millones de toneladas de CO_2 han sido inyectadas desde 1996. Por su alta porosidad, permeabilidad y condiciones de ubicación geográfica este reservorio es uno de los primeros lugares donde la técnica de captura y almacenamiento de CO_2 ha sido aplicada exitosamente.

La respuesta angular del coeficiente de reflexión es examinada mediante los parámetros *intercept*, gradiente y curvatura derivados de ella. Por medio de estos atributos se

investiga la factibilidad de monitorear el estado físico del CO₂, su saturación y su tipo de mezcla con el agua de formación in situ. Se observa que las mezclas heterogéneas producen coeficientes *intercept* y gradiente más sensibles a los niveles de saturación de CO₂ que las mezclas homogéneas. En este caso, una estimación del estado físico del CO₂ puede ser detectada por medio del crossplot de los parámetros *intercept* y gradiente en función de la saturación de la acumulación. La sensibilidad de los parámetros analizados está limitada por el carácter de los cambios en la velocidad de onda compresional según el contenido de CO₂ introducido al reservorio. Este límite supone que la detección de cambios en la saturación más allá de las saturaciones medias puede ser impracticable. Por otro lado, se analizó la robustez de los indicadores descritos ante la presencia de fracciones variables de metano, gas frecuentemente considerado como impureza en las operaciones de inyección. Asimismo, se analizó la respuesta en presencia de efectos disipativos mediante modelos viscoelásticos apropiados.

La reflectividad en función de la frecuencia es analizada para el caso de acumulaciones finitas de CO₂ con el objeto de monitorear su espesor y evolución a lo largo del tiempo. Para tal fin se consideran tanto casos a saturación espacialmente constante como a saturación variable. Un caso de saturación variable estudiado viene dado por las transiciones de saturación de CO₂. Para estas zonas, se encuentra que la saturación neta puede ser determinada mediante el valor medio del espectro de amplitud de la reflectividad en el rango de las frecuencias sísmicas. El espesor de la acumulación puede estimarse por medio de la frecuencia a la que sucede el primer máximo en el espectro de amplitud; conocida como primer frecuencia pico.

Otro problema considerado en esta Tesis, que involucra estados de saturación variables, consiste en modelar la evolución del flujo vertical del CO₂ a través de la clásica ecuación de Buckley-Leverett. En este caso, se enfatizó en el análisis de la frecuencia pico y se encontró que este atributo espectral permite una estimación robusta del espesor de la acumulación respecto de otros parámetros (tales como saturación y estado físico del CO₂). Además se indagó en la capacidad de este atributo para monitorear la evolución temporal del flujo de CO₂ inyectado. Se encontró que es posible la detección tanto del frente de avance como de la generación de una acumulación de espesor variable. Este atributo puede además dar indicios de la presencia de filtraciones indeseadas dentro de la roca sello.

Cabe mencionar que, si bien el estudio de esta Tesis está orientado a la inyección del CO₂ en agua salada de formación, esto no supone una pérdida de generalidad, ya que el procedimiento puede implementarse en otras formaciones, incluyendo la inyección de CO₂ en petróleo o casos de saturación parcial multifásica, calibrando y adaptando los modelos físicos aquí presentados.

Como conclusión general, se espera que los resultados teóricos encontrados a lo largo de este trabajo sean de ayuda para interpretar las variaciones esperables y observables en los estudios sísmicos *time-lapse* en estos reservorios y para el análisis de su factibilidad.

A mi familia y al mundo que me rodea

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Captura y almacenamiento de CO ₂	1
1.2. Reflectividad sísmica	4
1.3. Descripción de los contenidos	5
2. Teoría	7
2.1. Conceptos generales	7
2.2. Ondas planas armónicas	10
2.3. Efectos disipativos	11
2.4. Modelado de la Reflectividad	13
2.4.1. Semiespacios	15
2.4.2. Una capa de espesor finito	17
2.4.3. Modelo Multicapa	18
2.5. Sustitución de fluidos	24
2.5.1. Mezcla homogénea	26
2.5.2. Mezcla heterogénea	27
2.5.3. Modelo periódico de White et al. (1975)	28
2.6. Propiedades físicas de los fluidos del reservorio	31
2.6.1. Ecuaciones de estado para el CO ₂	32
2.6.2. Propiedades del agua de formación	33
2.7. Ecuación de flujo de Buckley-Leverett	34
3. Comportamiento AVA en una acumulación de CO₂	39
3.1. Introducción	39
3.2. Descripción del Modelo e Hipótesis	40
3.3. Análisis AVA	41
3.3.1. Reflectividad para distintos estados del CO ₂	44
3.3.2. Coeficientes AVA y saturación de CO ₂	47
3.3.3. Influencia de la presión y la temperatura	52
3.3.4. Impurezas de metano	57
3.3.5. Efecto de la elección de una ecuación de estado	66
3.4. Conclusiones del Capítulo	72
4. Reflectividad en una acumulación finita de CO₂	75
4.1. Carácter dispersivo de la reflectividad	75
4.2. Reflectividad para una capa acústica	76
4.3. Descripción del Modelo	78

ÍNDICE GENERAL

4.4.	Respuesta AVA/AVF	80
4.4.1.	Efecto del espesor en la reflectividad	82
4.4.2.	Efecto de la saturación en la reflectividad	83
4.4.3.	Efecto conjunto de la saturación y espesor	86
4.5.	Conclusiones del Capítulo	87
5.	Zonas de transición de saturación de CO₂	91
5.1.	Contexto	91
5.2.	Modelado	92
5.2.1.	El reservorio	94
5.3.	Análisis AVA/AVF	95
5.3.1.	La influencia del espesor	95
5.3.2.	La influencia de la saturación y el tipo de mezcla	99
5.3.3.	Análisis comparativo	104
5.4.	Conclusiones del Capítulo	108
6.	Monitoreo espectral de una acumulación de CO₂	109
6.1.	Introducción	109
6.2.	Frecuencia pico en una capa con CO ₂	110
6.2.1.	Modelado	111
6.2.2.	Reflectividad de una capa con CO ₂	113
6.2.3.	Experimentos	114
6.3.	Monitoreo espectral en un modelo multicapa	118
6.3.1.	Modelado del flujo de CO ₂	118
6.3.2.	Reservorio multicapa	120
6.4.	Conclusiones del Capítulo	125
7.	Conclusiones	127
7.1.	Trabajos a futuro	129
A.	Módulo de Gassmann	131
A.1.	Generalidades de la Teoría de Biot	131
A.2.	Determinación de los módulos poroelásticos	132
A.3.	Obtención del módulo de Gassmann	136
B.	Implementación numérica de la ecuación de Buckley-Leverett	139
B.1.	Método de relajación	139
B.2.	Algoritmo	140
C.	Viscoelasticidad: modelo de Zener	141
C.1.	Modelos mecánicos simples	141
C.2.	Standard linear solid (Zener)	142
D.	La rampa de Wolf	145
D.1.	La ecuación de onda en una rampa de Wolf	145
D.2.	El coeficiente de reflexión a incidencia normal	146

E. Notas complementarias para el método de la reflectividad	149
E.1. Descripción de las matrices M y N	149
E.2. Desplazamientos escalados	150
Agradecimientos	151
Bibliografía	153

Capítulo 1

Introducción

1.1. Captura y almacenamiento de CO₂

Los gases de efecto invernadero forman parte de la atmósfera terrestre y cumplen el rol primordial de atrapar el calor solar para el desarrollo y sustento de la vida. Lamentablemente, el volumen de estos gases ha aumentado sustancialmente como un subproducto de las actividades humanas (Figura 1.1). Las elevadas concentraciones de dichos gases constituyen el motor fundamental del cambio climático actual y su proyección hacia el futuro cercano representa un riesgo tanto para la salud pública [1] como para la biodiversidad terrestre [2].

El dióxido de carbono es un compuesto químico que consiste de dos elementos, un átomo de carbono y dos de oxígeno. Su fórmula molecular es CO₂ y en condiciones normales de presión y temperatura es un gas. Si bien, en comparación el CO₂ no es un gas con gran capacidad de efecto invernadero (como lo son los clorofluorocarbonos), sus enormes volúmenes atmosféricos son la principal causa del calentamiento global actual. El dióxido de carbono y el metano (CH₄) han sido reconocidos por parte de la Environmental Protection Agency (EPA) [1] entre los gases de efecto invernadero de riesgo para el medio ambiente y en consecuencia para el bienestar público.

Con el objeto de estabilizar las concentraciones de gases de invernadero antropogénicas se diseña el *CCS* (carbon capture and storage), procedimiento para capturar y almacenar el CO₂ en el subsuelo. El proceso CCS involucra las etapas de separación, transporte, inyección y almacenamiento de CO₂.

El CO₂ puede ser obtenido y separado como un subproducto de la extracción del petróleo y gas natural, de la combustión en diversos procesos industriales y principalmente de la generación de energía eléctrica [4]. Las cañerías representan actualmente el medio de transporte más viable y utilizado a los fines de la inyección de grandes volúmenes de CO₂ [5].

La etapa final del CCS se basa en la inyección y deposición del dióxido de carbono en formaciones geológicas de características favorables. Los reservorios candidatos deben poseer principalmente alta porosidad, alta permeabilidad y capacidad de almacenamiento. Son también características deseables una roca sello impermeable al paso del CO₂, trampas estructurales; que delimiten la extensión de la migración del CO₂ introducido; y profundidades que garanticen la inyección del dióxido de carbono en estado supercrítico; para maximizar el almacenamiento. El concepto detrás de esta

1. Introducción

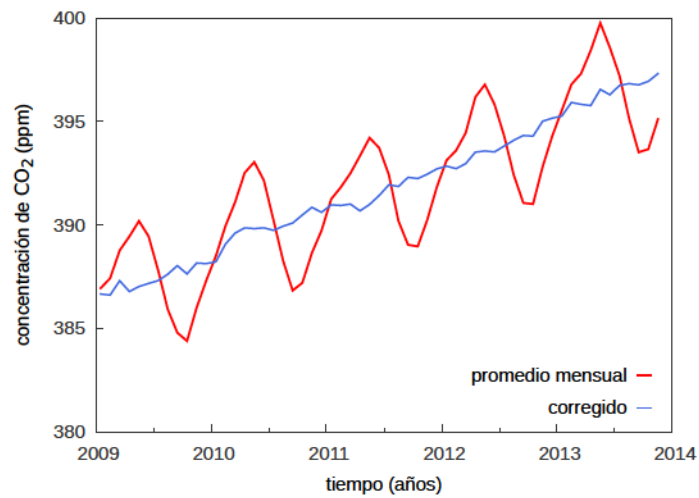


Figura 1.1. Media mensual y corrección por variación estacional de la concentración de CO₂ en la atmósfera entre el período comprendido en la concepción de esta Tesis. La tendencia ascendente es evidente. Datos del Observatorio Mauna Loa, NOAA <http://www.esrl.noaa.gov/gmd/ccgg/trends/>

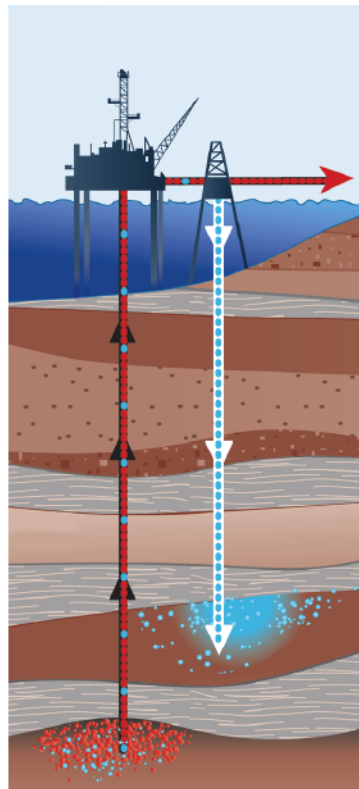


Figura 1.2. Esquema de un almacenamiento de CO₂ en un acuífero salino profundo. Tomado de IPCC Special Report on Carbon dioxide Capture and Storage [3].

estrategia es simple: si los reservorios seleccionados han almacenado, en escala de tiempo geológicos, fluidos e hidrocarburos de forma natural; es de esperar entonces que lo continúen haciendo para las sustancias inyectadas artificialmente por el hombre.

Hay tres tipos principales de reservorios objetivos. Los reservorios de gas natural y petróleo agotados, los cuales son bien conocidos por la exploración y explotación de estos recursos. Los depósitos de carbón no rentables, donde la inyección tendría lugar en un medio de baja permeabilidad. Los acuíferos salinos profundos con alto potencial de almacenamiento (Figura 1.2). Como señalan Picotti et al. [6], si bien existen mayor número de acuíferos que reservorios de hidrocarburos, estos necesitan mayor exploración porque por lo general no han sido estudiados de forma exhaustiva. Los acuíferos con salinidades muy por encima de 5000 mg/L son de poco interés como recursos, ya que habitualmente pueden contener disueltas en el agua de formación sustancias tales como metales tóxicos y material radioactivo [7].

Al ser introducido en un reservorio, tal como un acuífero, el CO₂ se distribuye por el espacio poral de la roca, desplazando a los fluidos naturales, en este caso, agua de formación (*brine*). El dióxido de carbono puede quedar luego confinado en el reservorio por medio de varios mecanismos. En una primer etapa, el CO₂ potencialmente se acumula en trampas estructurales o por debajo de una roca sello de baja permeabilidad en lo que se conoce como *atrapamiento físico o estático* [8; 3]. Este tipo de atrapamiento constituye el principal medio de confinamiento inicial en un reservorio. El cual puede ser debido tanto a trampas estructurales, como fallas y pliegues, como estratigráficas, debidas a procesos deposicionales o diagenéticos [8]. Otra forma de confinamiento es el *atrapamiento residual*, donde la barrera a la migración del dióxido de carbono viene dada por la tensión capilar entre el CO₂ a la saturación residual o irreducible y el agua de formación [8].

En una segunda etapa, el CO₂ inyectado puede además ser disuelto en los fluidos ya presentes del espacio poral, en lo que se conoce como *atrapamiento por disolución*. Como consecuencia de este proceso, en el caso de un acuífero, el agua de formación se torna más ácida (con menor PH), más pesada y tiende a moverse en dirección a la base del reservorio [3; 4]. La mayor acidez del agua a su vez puede provocar reacciones geoquímicas en la formación. Esto da lugar a otro de los mecanismos; el *atrapamiento por mineralización*, que se produce cuando el agua de formación mezclada con dióxido de carbono reacciona químicamente con los minerales que constituyen la matriz de la roca reservorio y la roca sello, produciendo compuestos minerales carbonáticos. Es de destacar que tanto la disolución como la mineralización actúan lentamente y se desarrollan en escalas de tiempo de cientos a miles de años [8]. La retención a largo plazo del CO₂ en el reservorio está dominada principalmente por los entrapamientos mecánico, mineral e hidrodinámico [9].

Otros mecanismos de atrapamiento ocurren durante la adsorción de CO₂ en carbón o en rocas de alto contenido orgánico, en zonas de permafrost y lechos marinos, donde el CO₂ puede cristalizar como hidrato [10] y en la disolución en petróleo en reservorios de recuperación secundaria (EOR, *enhanced oil recovery*) [3]. La recuperación secundaria de petróleo por medio de CO₂ actualmente está centrada en optimizar la producción del hidrocarburo, pero la estrategia puede ser modificada para entrapar simultáneamente grandes volúmenes de CO₂ [11].

A partir de mediados de la década de 1990, el CCS ha sido llevado a cabo a escala

mundial. Algunos de los proyectos más relevantes y actualmente activos lo constituyen Sleipner en el Mar del Norte (Noruega) (Figura 1.3), Weyburn (Canadá) e In Salah (Argelia). Desde 1996 en Sleipner y a partir de 2004 en In Salah, se inyectan anualmente aproximadamente 1 MtCO₂; en Weyburn desde el 2000, se almacena entre 1-2 MtCO₂ por año.

El almacenamiento geológico del CO₂ requiere de un monitoreo adecuado. A los fines de diseñar el proceso de inyección, el control de la distribución geométrica y temporal de esta sustancia es de suma importancia. El monitoreo además cumple el papel de proveer alertas en caso de posibles escapes hacia la superficie, que atenten contra la seguridad ambiental. Para llevar a cabo este control es preciso contar con indicadores adecuados; problema fuertemente vinculado con la física de rocas aplicada. En esta Tesis se considera en particular el problema del monitoreo sísmico de CO₂ en acuíferos salinos.

1.2. Reflectividad sísmica

La esencia de los métodos sísmicos consiste en la generación, propagación y el registro de los campos de ondas que viajan por el subsuelo, lo que constituye una herramienta fundamental en la exploración geofísica. En particular, la respuesta sísmica de reflexión observada en superficie contiene información vinculada a las propiedades físicas de las rocas, de los fluidos porales y a la geometría del subsuelo; lo que determina las propiedades *reflectivas* del medio.

Como es sabido, estos métodos pueden emplearse para la detección, delineación y monitoreo de reservorios de hidrocarburos y otros objetivos exploratorios. Más recientemente, esta técnica se utiliza para el control de repositorios geológicos donde se almacena dióxido de carbono. En particular, el contraste entre las propiedades acústicas de los fluidos del reservorio antes y después de la inyección del CO₂ hace posible la utilización de métodos sísmicos para monitorear la presencia y migración de este gas en el subsuelo. Estos problemas han sido abordados en trabajos fundamentales tales como Carcione et al. [12] y Arts et al. [13; 14], entre otros. Para los reservorios de interés al CCS es importante analizar las variaciones y sensibilidad de velocidades, amplitudes, coeficientes de reflexión y otros atributos sísmicos asociados a la propagación de las ondas.

Partiendo de los trabajos de Knott [15] y Zoeppritz [16], la importancia de la reflectividad sísmica ha sido largamente reconocida por numerosos autores; dando lugar a la publicación de numerosos trabajos para diferentes modelos constitutivos y aplicaciones.

La dependencia observada en las amplitudes de las reflexiones sísmicas vs. ángulo de incidencia (AVA) representan herramientas muy importantes en la caracterización litológica y de fluidos [17]). La dependencia de la reflectividad con la frecuencia (*reflectivity dispersion*) observada en estos problemas y la creciente utilización de métodos de descomposición espectral en los datos sísmicos reales, sugiere además realizar el análisis de estos atributos a distintas frecuencias [18; 19].

En este contexto, el comportamiento de la reflectividad sísmica, en rocas saturadas con mezclas de CO₂ y fluidos de formación, es de gran interés. Sin embargo, hasta el momento no se han realizado estudios exhaustivos de sus propiedades, lo que constituye una importante motivación para este trabajo.



Figura 1.3. Ubicación aproximada del campo Sleipner, donde se encuentra el acuífero de la formación Utsira. Contornos tomados de *Natural Earth*, <http://www.naturearthdata.com>.

La cuantificación del espesor de las acumulaciones de CO_2 es un tópico de importancia puesto que permite controlar la distribución espacial del volumen inyectado. En general las estimaciones se centran en el análisis de la respuesta sísmica de acumulaciones de CO_2 . Sin embargo, por debajo de las mismas suelen existir zonas de transición de saturaciones menores. En tal sentido, se estudia en un Capítulo de la Tesis la reflectividad sísmica asociada a zonas de transición de saturación de dióxido de carbono entre acumulaciones, analizando los cambios de amplitud de las señales y su posible correlación con el espesor y la saturación neta de dichas zonas. En los modelos teóricos se distinguirá el tipo de distribución espacial de los fluidos multifásicos, considerando el caso homogéneo [20] y el caso heterogéneo o *patchy* [21; 22]. Se considerarán casos elásticos y viscoelásticos y los modelos serán calibrados con información del campo Sleipner.

Esta Tesis está orientada a correlacionar el comportamiento de la reflectividad, y magnitudes relacionadas, con el estado físico del CO_2 , su grado de saturación, el espesor de la acumulación, el tipo de distribución de los fluidos y la evolución temporal del CO_2 inyectado.

Los diversos programas utilizados para el desarrollo de la Tesis fueron codificados en FORTRAN-90, GNU/Octave y GNU/Bash, utilizando subrutinas LAPACK para el cálculo de la reflectividad generalizada.

1.3. Descripción de los contenidos

A continuación se presenta un resumen de los conceptos y objetivos contemplados en el cuerpo de la Tesis.

- El **Capítulo 2** introduce el método de cálculo para la reflectividad sísmica, la sustitución de fluidos, las ecuaciones de estado para representar las propiedades físicas del CO_2 y la ecuación para modelar su flujo en un reservorio. Su objetivo es concentrar los fundamentos de la metodología de cálculo en la que se basan

los Capítulos siguientes.

- En el **Capítulo 3** se analiza el coeficiente de reflexión y sus variaciones de amplitud versus ángulo de incidencia (AVA) en el contacto entre un reservorio con CO₂ y una roca sello, modelados como semiespacios. El objetivo será describir el estado de la acumulación, usando como intermediarios a los atributos *intercept*, gradiente y curvatura asociados al AVA. Se analiza la relación de estos atributos con la saturación de CO₂, su estado físico, el tipo de mezcla de los fluidos porales, la temperatura y la presencia de impurezas de CH₄.
- El **Capítulo 4** indaga el comportamiento de la reflectividad para una acumulación finita de CO₂, lo que introduce al espesor de la acumulación como parámetro adicional para el monitoreo. La reflectividad tiene aquí un carácter complejo y dependiente de la frecuencia o *dispersivo*. Además son analizadas la reflectividad en ángulo y en frecuencia en función del espesor de la acumulación y de la saturación de CO₂.
- En el **Capítulo 5** se describe una acumulación de CO₂ donde la saturación del dióxido de carbono inyectado puede variar verticalmente de forma lineal, generando una *zona de transición*. La caracterización de estas zonas con saturación variable puede ser relevante para el monitoreo sísmico de estos reservorios y en la estimación de volúmenes. En particular se analiza que características de la distribución de CO₂ pueden ser observadas considerando el carácter dispersivo de la reflectividad.
- El **Capítulo 6** investiga el atributo espectral denominado *frecuencia pico*, como una herramienta para monitorear la evolución temporal de una acumulación de CO₂. El modelado del flujo del CO₂ se realiza mediante la resolución numérica de la ecuación de Buckley-Leverett para el caso unidimensional. En una primer parte, se analiza la robustez de la frecuencia pico como un indicador del espesor de la acumulación. La aplicabilidad de la frecuencia pico luego se extiende al considerar su capacidad para monitorear la evolución temporal de la distribución de CO₂.
- En el **Capítulo 7** se dan las conclusiones generales de la Tesis y se delinear los trabajos a futuro.

Capítulo 2

Teoría

En este Capítulo se agrupan los conceptos teóricos más importantes y las herramientas de cálculo utilizadas en esta Tesis, los que se encuentran en diversos textos clásicos, como lo son Aki y Richards [23], Brekhovskik [24], Lay y Wallace [25] y Mavko et al. [26], así también publicaciones tales como [22; 27; 28; 29].

2.1. Conceptos generales

Para un medio poroso, la escala *microscópica* involucra longitudes del orden del tamaño del poro [30], mientras que la escala *mesoscópica* comprende longitudes mayores a los tamaños de poro y menores a las longitudes de onda sísmica predominantes [31]. El modelado de los fenómenos de propagación y reflexión de ondas sísmicas usualmente se realiza utilizando los conceptos de la teoría de los medios continuos. En el contexto de esta Tesis esto implica suponer que el comportamiento físico de los sólidos y fluidos que constituyen las rocas es considerado a escala mesoscópica. Este enfoque será adoptado a lo largo de este trabajo y es razonable teniendo en cuenta que las longitudes de las ondas involucradas son varios órdenes mayores que las dimensiones características de los granos minerales y de los poros. Bajo esta condición de homogeneidad a escala mesoscópica es válido considerar el medio multifásico poroso como un *medio efectivo o equivalente*.

La deformación y el movimiento del medio efectivo se describirá entonces mediante un único campo de *desplazamiento*, \mathbf{u} , asociado a un partícula ubicada en un punto $\mathbf{x} = (x, y, z)$ a un tiempo t , de la forma

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = (u_x, u_y, u_z), \quad (2.1)$$

en un sistema de coordenadas cartesiano ortogonal, el que será adoptado de aquí en mas. Como se explicará más adelante, esta descripción (en términos de un único desplazamiento), a su vez supone que no hay movimiento relativo de los fluidos porales respecto de la matriz sólida, lo que restringe el rango de frecuencias aplicable.

Una forma de cuantificar la deformación del cuerpo una vez definido el campo de desplazamientos consiste en introducir el tensor cartesiano simétrico de *deformación lineal*, ε de componentes

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i, j = x, y, z. \quad (2.2)$$

Para analizar las fuerzas internas que actúan mutuamente entre partículas adyacentes se introduce el tensor cartesiano de *tensiones*, de componentes τ_{ij} . Estas componentes están relacionadas con la fuerza por unidad de área que actúa a través de una superficie interna dentro del continuo, cuantificando la fuerza de contacto que ejercen las partículas de un lado del elemento de superficie sobre las partículas del otro lado. Puede demostrarse que este tensor es también simétrico.

La relación entre las componentes de los tensores de tensión y de deformación es una característica fundamental o una *relación constitutiva* del medio considerado. Si un cuerpo, deformado por fuerzas externas vuelve instantáneamente a su condición inicial cuando las fuerzas externas se anulan, se dice que el cuerpo tiene un comportamiento *elástico*. El carácter reversible e instantáneo de la respuesta es una propiedad fundamental de los *medios elásticos* en los cuales las tensiones dependen punto a punto únicamente de las deformaciones en cada instante y no de la historia de las mismas.

La teoría de la elasticidad permite relacionar matemáticamente las deformaciones y los esfuerzos, que bajo la hipótesis de deformaciones infinitesimales, pueden expresarse como combinaciones lineales de las componentes del tensor de deformaciones en la forma

$$\tau_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad (2.3)$$

con $i, j, k, l = x, y, z$ y donde se aplica convención de suma sobre índices repetidos. En esta expresión, denominada *ley de Hooke generalizada*, los elementos de C_{ijkl} dependen de las propiedades del material, pero no de la deformación, con lo cual la relación es lineal.

En la expresión (2.3), la constante de proporcionalidad entre tensiones y deformaciones, C_{ijkl} , es un tensor de cuarto orden (81 elementos), el cual está definido por las propiedades del medio. En efecto, de la simetría de los tensores de tensión y deformación, mediante consideraciones termodinámicas y bajo la suposición de *isotropía*, es decir, cuando la relación entre tensiones y deformaciones no depende de la dirección, es posible deducir que el tensor C_{ijkl} se reduce a sólo dos módulos elásticos independientes, los cuales se denominan *coeficientes de Lamé* y suelen denotarse como λ y μ . De esta forma, la relación entre esfuerzo y deformación para un sólido elástico lineal e isotrópico es de la forma

$$\tau_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (2.4)$$

donde δ denota la función *delta de Kronecker*. El coeficiente μ , se denomina *módulo de rigidez* o de corte y es una medida de la resistencia del material a la deformación debido a esfuerzos de cizalla. El parámetro λ no admite interpretación física directa, aunque está relacionado con el *módulo de volumen* K del material (inverso de la compresibilidad) en la forma

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu. \quad (2.5)$$

Para obtener las ecuaciones de movimiento para las partículas del medio continuo, se considera la conservación de cantidad de movimiento por unidad de volumen para un elemento, es decir, la *segunda ley de Newton*. Además de las fuerzas de contacto entre partículas adyacentes, pueden existir fuerzas entre partículas distantes (por ejemplo, gravitatorias, eléctricas y magnéticas) y las originadas en procesos o fuentes externas. Representando dichas fuerzas por unidad de volumen mediante un vector \mathbf{f} , la ecuación

de movimiento resulta

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = f_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}; \quad (2.6)$$

con $i, j = x, y, z$ y donde se denota con ρ la densidad de masa del material, la cual se asume constante en el tiempo. La expresión (2.6) es el sistema de *ecuaciones diferenciales de movimiento* para un medio continuo.

Si las fuerzas externas o fuentes se suponen nulas se obtiene la ecuación de movimiento homogénea

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}. \quad (2.7)$$

Al sustituir la relación constitutiva (2.4) en la ecuación (2.7) e introduciendo la hipótesis de homogeneidad (propiedades independientes de la posición) se obtiene finalmente la *ecuación vectorial* de movimiento para el medio elástico homogéneo, en el dominio espacio-tiempo, dada por

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + 2\mu) \nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}). \quad (2.8)$$

A partir de la ecuación (2.8), tomando respectivamente la divergencia y el rotor de la misma, es posible obtener dos soluciones, las cuales representan las ondas corpóreas *compresionales* o longitudinales y de *corte* o transversales, que como es usual se denominan *ondas P* y *S*. Con el fin de desacoplar ambos modos de propagación, por medio del *teorema de Helmholtz*, se proponen soluciones a la ecuación (2.8) en la forma:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \nabla \phi + \nabla \times \boldsymbol{\psi}, \quad \text{con} \quad \nabla \cdot \boldsymbol{\psi} = 0. \quad (2.9)$$

El desplazamiento elástico total en cierto punto puede ser expresado entonces como composición de desplazamientos, que se derivan de los potenciales ϕ y $\boldsymbol{\psi}$ para las ondas P y S respectivamente. Dicho de otro modo, el desplazamiento total en un punto puede considerarse la superposición de un campo de desplazamientos irrotacional y un campo isovoluminal.

Operando algebraicamente con las expresiones (2.8) y (2.9), se obtiene [25]

$$\nabla \left[(\lambda + 2\mu) \nabla^2 \phi - \rho \ddot{\phi} \right] + \nabla \times \left[\mu \nabla^2 \boldsymbol{\psi} - \rho \ddot{\boldsymbol{\psi}} \right] = \mathbf{0}. \quad (2.10)$$

Una solución a la ecuación (2.10) resulta de considerar simultáneamente la cancelación de cada término entre corchetes, lo que conduce a las siguientes ecuaciones diferenciales de onda:

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{x}, t) - \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right) \frac{\partial^2 \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.11)$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}, t) - \left(\frac{\rho}{\mu} \right) \frac{\partial^2 \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = \mathbf{0}. \quad (2.12)$$

De esta forma, la solución para la onda compresional resulta de la ecuación de onda escalar para $\phi(\mathbf{x}, t)$ y la solución para la onda de corte por la ecuación vectorial para $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}, t)$ [23; 25].

2.2. Ondas planas armónicas

Como es sabido, las soluciones analíticas más simples de las ecuaciones (2.11) y (2.12) corresponden a la propagación de *ondas planas armónicas* [23; 25]. Dichas soluciones resultan de resolver la ecuación (2.11) mediante el método de separación de variables en el sistema cartesiano, proponiendo funciones exponenciales complejas. De esta manera se obtiene para el potencial de onda P una familia de soluciones de la forma:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \Phi \exp i(\pm\omega t \pm k_{xP}x \pm k_{yP}y \pm k_{zP}z), \quad (2.13)$$

donde Φ es la *amplitud* y los coeficientes k_{xP}, k_{yP}, k_{zP} y ω son las constantes de separación del problema independientes de x, y, z y t . Dichas constantes se relacionan con las propiedades del medio y satisfacen la siguiente igualdad

$$k_{xP}^2 + k_{yP}^2 + k_{zP}^2 = \frac{\omega^2}{\left(\frac{\lambda+2\mu}{\rho}\right)}. \quad (2.14)$$

La ecuación (2.13) representa una onda plana monocromática viajera de *frecuencia* f o *frecuencia angular* $\omega = 2\pi f$, cuyo frente se mueve con *velocidad de fase* (real e independiente de ω)

$$V_P = \frac{\omega}{|\mathbf{k}_P|} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad (2.15)$$

en la dirección del *vector de onda* P, denotado por $\mathbf{k}_P = (k_{xP}, k_{yP}, k_{zP})$, y de módulo $|\mathbf{k}_P| = k_P = \omega/V_P$.

Aki y Richards [23] analizan la importancia de la expresión (2.13) y su generalización. A pesar de su simplicidad, las ondas planas son de gran relevancia pues a cierta distancia de las fuentes generadoras son una buena aproximación, siendo además la base para sintetizar soluciones más generales.

Para resolver la ecuación (2.12), y siguiendo el procedimiento ya descrito para la onda P, se obtiene una expresión análoga para el potencial ψ , resultando una onda de corte plana de velocidad

$$V_S = \frac{\omega}{|\mathbf{k}_S|} = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}; \quad (2.16)$$

y cuyo frente se propaga en la dirección del *vector de onda* S, $\mathbf{k}_S = (k_{xS}, k_{yS}, k_{zS})$, de módulo $|\mathbf{k}_S| = k_S = \omega/V_S$, y cuyas componentes cumplen por lo tanto con

$$k_{xS}^2 + k_{yS}^2 + k_{zS}^2 = \frac{\omega^2}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}. \quad (2.17)$$

Una forma alternativa para resolver las ecuaciones (2.11) y (2.12) consiste en transformarlas al *dominio de las frecuencias* mediante la transformada de Fourier en la variable temporal en la forma:

$$\widehat{\phi}(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\mathbf{x}, t) \exp(-i\omega t) dt \quad (2.18)$$

donde $\widehat{\phi}(\mathbf{x}, \omega)$ es el potencial transformado, cuya antitransformada es

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{\phi}(\mathbf{x}, \omega) \exp(+i\omega t) d\omega; \quad (2.19)$$

en lo que sigue, el símbolo $\hat{\cdot}$ se utiliza para denotar la variable transformada. Aplicando la transformada en la ecuación diferencial (2.11), se obtiene

$$\nabla^2 \hat{\phi}(\mathbf{x}, \omega) + \left(\frac{\rho\omega^2}{\lambda + 2\mu} \right) \hat{\phi}(\mathbf{x}, \omega) = 0. \quad (2.20)$$

Luego, empleando el procedimiento de separación de variables se obtiene una familia de soluciones en la forma de ondas planas, análogas a la relación (2.13), para una componente de frecuencia ω :

$$\hat{\phi}(\mathbf{x}, \omega) = \hat{\Phi}(\omega) \exp i(\pm k_{xP}x \pm k_{yP}y \pm k_{zP}z), \quad (2.21)$$

donde los coeficientes k_{xP} , k_{yP} , k_{zP} dependen de ω a través de la ecuación (2.14). Luego, el análisis de Fourier permite representar los campos de ondas como superposición o síntesis de ondas planas armónicas de distintas amplitudes y frecuencias:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Phi}(\omega) \exp i(\pm k_{xP}x \pm k_{yP}y \pm k_{zP}z + \omega t) d\omega. \quad (2.22)$$

para la onda P y análogamente

$$\psi_l(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\Psi}_l(\omega) \exp i(\pm k_{xP}x \pm k_{yP}y \pm k_{zP}z + \omega t) d\omega, \quad (2.23)$$

para cada componente ψ_l del vector ψ .

La semejanza entre los resultados de las ecuaciones (2.22) y (2.13) implica que trabajar con ondas planas monocromáticas en tiempo equivale a resolver la ecuación de movimiento en el dominio de las frecuencias.

2.3. Efectos disipativos

La hipótesis de comportamiento elástico lineal mencionada previamente equivale a suponer que las ondas sísmicas planas viajan sin modificar su amplitud con la distancia, es decir, sin atenuación. Este modelo a su vez implica que las velocidades de propagación de las ondas sísmicas son independientes de la frecuencia, como se deduce de las ecuaciones (2.15) y (2.16). Sin embargo, la mayoría de los medios reales se aparta de este comportamiento idealizado, debido a la presencia de distintos mecanismos disipativos, como pueden ser, efectos termales, fricción intergranular, movimientos locales de los fluidos porales y heterogeneidades espaciales en la distribución de los mismos. Estos fenómenos se manifiestan como pérdidas de amplitud, dispersión de velocidades y cambio de forma de las ondas sísmicas durante la propagación.

Al ser tan variadas y complejas las fuentes posibles de disipación de energía, cualquier modelo que intente describirlas en forma completa sería de extrema complejidad. Por lo tanto, esta Tesis se restringe a la utilización de *modelos viscoelásticos lineales*, por constituir una herramienta adecuada para representar dichos efectos en el modelado de las reflectividades sísmicas. Para un análisis detallado de esta teoría se recomienda consultar [32; 33] y [34].

La forma general de la relación constitutiva viscoelástica en el dominio de las frecuencias, tiene la forma

$$\hat{\tau}_{ij}(\omega) = M_{ijkl} \hat{\epsilon}_{kl}(\omega), \quad (2.24)$$

donde las componentes de M_{ijkl} son números complejos y dependientes de la frecuencia. Para el caso particular de comportamiento isótropo,

$$\widehat{\tau}_{ij}(\omega) = \lambda_c(\omega)\widehat{\varepsilon}_{kk}(\omega)\delta_{ij} + 2\mu_c(\omega)\widehat{\varepsilon}_{ij}(\omega) \quad (2.25)$$

donde μ_c y λ_c son los *módulos viscoelásticos* complejos y

$$K_c(\omega) = \lambda_c(\omega) + \frac{2}{3}\mu_c(\omega), \quad (2.26)$$

es el módulo viscoelástico de onda plana. La semejanza entre la relación (2.4), correspondiente a la elasticidad lineal, y la expresión (2.25), asociada a la viscoelasticidad en el plano transformado, se denomina *principio de correspondencia*. De este modo, toda solución analítica obtenida para el caso elástico puede extenderse al caso viscoelástico sustituyendo los módulos elásticos por los módulos complejos apropiados [35; 36; 33].

Transformando la ecuación (2.8) e introduciendo la expresión (2.24), se obtiene la ecuación de movimiento en el dominio espacio–frecuencia para el medio viscoelástico:

$$-\rho\omega^2\widehat{\mathbf{u}} = (\lambda_c + 2\mu_c)\nabla(\nabla \cdot \widehat{\mathbf{u}}) - \mu_c\nabla \times (\nabla \times \widehat{\mathbf{u}}). \quad (2.27)$$

Siguiendo el mismo procedimiento que para el caso elástico, se obtienen nuevamente soluciones de onda plana de la forma dada por la fórmula (2.13), donde siguen siendo válidas las relaciones (2.14) y (2.17) mientras se reemplacen los módulos elásticos reales por los módulos viscoelásticos complejos y dependientes de la frecuencia. De este modo, las componentes de los vectores de onda P y S también resultan complejos y dependientes de la frecuencia.

La utilización de las expresiones (2.15) y (2.16) permiten definir las *velocidades complejas*

$$V_P^c = \frac{\omega}{|\mathbf{k}_P|}, \quad V_S^c = \frac{\omega}{|\mathbf{k}_S|}, \quad (2.28)$$

y las velocidades de fase reales, en la forma:

$$V_P^f = \frac{\omega}{\text{Re}\{|\mathbf{k}_P|\}}, \quad V_S^f = \frac{\omega}{\text{Re}\{|\mathbf{k}_S|\}}, \quad (2.29)$$

Como es sabido, el cociente entre las partes real e imaginaria de los distintos módulos tiene un significado físico relevante. En efecto, el *factor de calidad* del medio, definido como la pérdida fraccional de energía por ciclo de oscilación, resulta igual a

$$Q(\omega) = \frac{\text{Re}\{M(\omega)\}}{\text{Im}\{M(\omega)\}}, \quad (2.30)$$

con $M(\omega) = K_c + \frac{4}{3}\mu_c$, el módulo de onda plana. El factor de calidad es una propiedad intrínseca del medio y su inversa cuantifica la disipación en el mismo. Como en un medio sin disipación la parte imaginaria es nula, $Q(\omega)$ tendería a infinito.

En el transcurso de la Tesis se utilizarán dos modelos viscoelásticos clásicos: el Standard Linear Solid o modelo de Zener (Apéndice C) y el modelo periódico de White et al. [37] descrito en la sección 2.5.3.

2.4. Modelado de la Reflectividad

Como se sabe, los coeficientes de reflexión de onda P y S son una medida de los contrastes o variaciones entre los parámetros físicos del medio por donde se propagan las ondas sísmicas. Esta Tesis en particular está centrada en el modelado de la reflectividad de onda P. El comportamiento de dicha reflectividad se analizará en función de características que permitan describir el comportamiento del CO₂ inyectado en un reservorio.

Si bien los reservorios geológicos son estructuras de gran complejidad, las inferencias teóricas que pueden obtenerse de considerar geometrías simples, como capas planas, y medios simplificados, como los medios elásticos o viscoelásticos, conservan la esencia del problema real y resultan sumamente útiles para su interpretación.

El estudio de la reflectividad se asocia habitualmente al caso de una interfaz entre dos semiespacios, donde se consideran los fenómenos de reflexión y transmisión, dados, por ejemplo, por las ecuaciones clásicas de Zoeppritz [16]. Este marco teórico tiene validez cuando las longitudes de las ondas sísmicas son mucho mayores que las heterogeneidades geológicas que atraviesan; como por ejemplo los distintos estratos de una secuencia sedimentaria. En el caso en que los estratos o capas tengan espesores del orden o menores que la longitud de onda sísmica predominante, entran en juego efectos de interferencia constructiva y destructiva entre las ondas reflejadas y transmitidas entre las distintas interfaces. En este caso, el coeficiente de reflexión se aparta del caso clásico de Zoeppritz y es habitual llamarlo *coeficiente de reflexión generalizado* o *reflectividad generalizada* [38]. Los efectos de interferencia entre las múltiples ondas generadas en las interfaces dan lugar a una dependencia de la reflectividad con la frecuencia de la perturbación sísmica, que se conoce como *reflectivity dispersion* [39]. Esta dependencia en frecuencia de la reflectividad puede ser generada además en la interfaz entre dos medios disipativos.

A continuación se presenta la metodología necesaria para obtener la reflectividad en varias situaciones de interés; las cuales serán utilizadas en los Capítulos siguientes. A medida que se avanza en el Capítulo, el modelo que representa al reservorio va aumentando en complejidad. Inicialmente se parte de un modelo de dos semiespacios, luego se estudia un modelo de una capa entre dos semiespacios para terminar con el caso más general de un medio horizontalmente estratificado con un número arbitrario de capas. Este último caso es utilizado luego para simular una acumulación de CO₂ de saturación variable con la profundidad.

En lo que sigue se calcula la reflectividad generada por una onda P plana bidimensional (2D) de frecuencia angular ω y que se propaga en el plano xz . La onda incide con un ángulo θ sobre la interfaz superior de un reservorio horizontalmente estratificado; de propiedades elásticas isótropas y que dependen únicamente de la coordenada vertical z . Esta onda P incidente eventualmente puede dar lugar a ondas P y S reflejadas y ondas P y S transmitidas al medio inferior a la interfaz.

Dado que las ondas consideradas son 2D, se introduce el vector desplazamiento-tensión en la forma,

$$\mathbf{b} = [u_x, u_z, \tau_{zx}, \tau_{zz}]^T, \quad (2.31)$$

donde el superíndice T denota la transposición, u_j a los desplazamientos dados por la

ecuación (2.1) y τ_{zj} a las tensiones dadas por la expresión (2.4) en la dirección $j = x, z$:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= (u_x, 0, u_z), \\ \tau_{zj} &= \lambda u_{k,k} \delta_{zj} + \mu (u_{z,j} + u_{j,z}). \end{aligned} \quad (2.32)$$

Debido a que las tensiones y desplazamientos entre las interfaces del medio son continuas, el vector \mathbf{b} debe serlo también. Entre los medios adyacentes l y $l + 1$ de la estratificación, la condición de continuidad sobre el vector desplazamiento-tensión puede escribirse como

$$\mathbf{b}_l = \mathbf{b}_{l+1}. \quad (2.33)$$

La continuidad de \mathbf{b} es la propiedad principal de la cual se deducen los coeficientes de reflexión y transmisión del medio considerado.

Se halla a continuación la expresión del vector \mathbf{b} que surge de escribir los desplazamientos y tensiones en términos del potencial escalar de onda P y el potencial vectorial de onda S dados por el teorema de Helmholtz (ecuación (2.9)). Esta expresión para \mathbf{b} es sumamente útil en los desarrollos que siguen.

Dado a que se consideran los desplazamientos y tensiones sobre el plano xz , para el potencial onda P se toma $\phi = \phi(x, z)$ y para la onda S $\psi = (0, \psi, 0)$. Dado que los desplazamientos producidos por esta onda S están en el plano que involucra a la coordenada vertical z , recibe el nombre de onda o componente SV [25]. La componente que tendría sus desplazamientos confinados en la dirección horizontal y se conoce como onda o componente SH.

En cada capa, las ondas P-SV descendentes \downarrow y ascendentes \uparrow tienen asociados respectivamente los potenciales:

$$\begin{aligned} \phi &= \overset{\downarrow}{\phi} + \overset{\uparrow}{\phi}, \\ \psi &= \overset{\downarrow}{\psi} + \overset{\uparrow}{\psi}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Si los potenciales se expresan como ondas planas según la ecuación (2.13) para las ondas P, y similarmente para las ondas SV, se tiene considerando $z > 0$ en la dirección descendente que

$$\begin{aligned} \phi &= A e^{i(k_x x + k_z P z - \omega t)} + B e^{i(k_x x - k_z P z - \omega t)}, \\ \psi &= C e^{i(k_x x + k_z SV z - \omega t)} + D e^{i(k_x x - k_z SV z - \omega t)}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

donde las amplitudes de los potenciales A, B, C y D son funciones de la frecuencia y el ángulo de incidencia θ . La amplitud del potencial de onda P descendente esta dada por A y por B el de onda P ascendente; C es la amplitud del potencial de onda SV descendente y D el de onda SV ascendente. Las componentes del vector de onda \mathbf{k}_{SV} cumplen debido a la ecuación (2.17) con

$$k_{xSV}^2 + k_{zSV}^2 = \frac{\omega^2}{\left(\frac{\mu}{\rho}\right)}. \quad (2.36)$$

Para la componente horizontal del vector de onda k_{xP}, k_{xSV} se utiliza la notación k_x porque posteriormente, al pedir la continuidad del vector \mathbf{b} para todo x , surge que

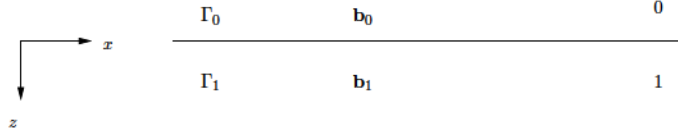


Figura 2.1. Dos semiespacios.

esta componente se mantiene invariante en la interfaz, lo que se conoce como Ley de Snell:

$$k_x = |k_{P,SV}|_l \text{sen } \theta_l = \text{cte}; \quad (2.37)$$

o, similarmente

$$\frac{\text{sen } \theta_l}{V_{P_l}} = \frac{\text{sen } \theta_l}{V_{SV_l}} = p; \quad (2.38)$$

con $p = k_x/\omega$ el parámetro del rayo sísmico [26] y θ_j los ángulos de incidencia, reflexión y transmisión según l sea el semiespacio superior o inferior. A su vez, la componente vertical del vector número de onda esta dada por $k_{zl} = |k_l| \cos \theta_l$. Debido a la Ley de Snell, los términos $e^{i(k_x x - \omega t)}$ de las expresiones de onda plana en la ecuación (2.35) son cancelados al momento de pedir la continuidad del vector \mathbf{b} para todo x y todo t , por lo que no aparecen en los desarrollos posteriores.

Utilizando las expresiones (2.35) en la ecuación (2.9) y reemplazando a continuación en la relación (2.32), se obtiene para el vector \mathbf{b} una descripción de la forma

$$\mathbf{b}(z) = M(z) \Gamma; \quad (2.39)$$

con $\Gamma = (A, B, C, D)^T$ el vector de amplitudes de potencial en la capa considerada.

La matriz M en la ecuación (2.39) puede ser factorizada como

$$M = m E(z), \quad (2.40)$$

con

$$m = \begin{pmatrix} ik_x & ik_x & -ik_{zSV} & ik_{zSV} \\ ik_{zP} & -ik_{zP} & ik_x & ik_x \\ -2\mu k_{zP} k_x & +2\mu k_{zP} k_x & \mu(k_{zSV}^2 - k_x^2) & \mu(k_{zSV}^2 - k_x^2) \\ -(\lambda k_P^2 + 2\mu k_{zP}^2) & -(\lambda k_P^2 + 2\mu k_{zP}^2) & -2\mu k_x k_{zSV} & 2\mu k_x k_{zSV} \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

y

$$E(z) = \text{diag} \left(e^{+ik_{zP} z}, e^{-ik_{zP} z}, e^{+ik_{zSV} z}, e^{-ik_{zSV} z} \right), \quad (2.42)$$

el operador 4×4 de avance de fase. Cabe destacar que tanto la matriz m como el operador $E(z)$ son funciones de la frecuencia y del ángulo de incidencia por medio de las componentes del vector número de onda \mathbf{k}_P (ecuación (2.14)) y \mathbf{k}_{SV} (ecuación (2.36)).

2.4.1. Semiespacios

Si el medio está compuesto por dos semiespacios en contacto, la continuidad de \mathbf{b} dada por la ecuación (2.33) requiere

$$\mathbf{b}_0 = \mathbf{b}_1, \quad z = 0; \quad (2.43)$$

donde los subíndices $l = 0, 1$ se refieren al semiespacio superior e inferior respectivamente (Figura 2.1). Aplicando la descripción dada por la relación (2.39) a los vectores \mathbf{b}_l , se obtiene

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_0(z) &= M_0(z) \Gamma_0, & z \leq 0, \\ \mathbf{b}_1(z) &= M_1(z) \Gamma_1, & z \geq 0; \end{aligned} \quad (2.44)$$

donde el subíndice l implica que los parámetros elásticos de la matriz M_l y las amplitudes en Γ_l pertenecen a la capa l . Utilizando luego la continuidad de \mathbf{b} en la interfaz (ecuación (2.43)) y la expresión matricial (ecuación (2.44)) se deduce

$$\Gamma_0 = M_0^{-1}(0) M_1(0) \Gamma_1. \quad (2.45)$$

A continuación, el sistema de ecuaciones en (2.45) puede ser resuelto para las amplitudes de los potenciales Γ_l . Para el problema considerado, en el medio superior incide una onda P de amplitud A_0 , lo que resulta en ondas P y (siempre que la incidencia no sea normal) SV reflejadas de amplitudes B_0 y D_0 respectivamente. En el semiespacio inferior se transmiten ondas P de amplitud A_1 y SV de amplitud C_1 . Los vectores de amplitud de los potenciales en el sistema (2.45) están dados entonces por $\Gamma_0 = (A_0, B_0, 0, D_0)^T$ y $\Gamma_1 = (A_1, 0, C_1, 0)^T$. Dividiendo por la amplitud del potencial de onda P incidente A_0 , el sistema a resolver es

$$\begin{pmatrix} 1 \\ R_{PP} \\ 0 \\ R_{PS} \end{pmatrix} = M_0^{-1}(0) M_1(0) \begin{pmatrix} T_{PP} \\ 0 \\ T_{PS} \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (2.46)$$

de donde pueden obtenerse los coeficientes de reflexión entre ondas P, $R_{PP} = B_0/A_0$, y de onda P a S, $R_{PS} = D_0/A_0$. Los coeficientes de transmisión de onda P y de onda P a S son $T_{PP} = A_1/A_0$ y $T_{PS} = C_1/A_0$, respectivamente. Resolviendo el sistema (2.46) a distintos ángulos θ se calcula la dependencia angular de la reflectividad, en particular la del coeficiente de reflexión de onda compresional $R_{PP}(\theta)$. Este coeficiente puede ser complejo de existir un *ángulo crítico* θ_c para la interfaz y de considerar incidencias mayores a éste [40]. De la ley de Snell, existe un ángulo crítico para la onda P siempre que $\sin \theta_c = \frac{V_{P0}}{V_{P1}} > 1$, es decir si $V_{P0} < V_{P1}$ [25]. Como en el reservorio considerado en esta Tesis se cumple que la velocidad de propagación de onda P en la roca sello (V_{P0}) es siempre mayor que en la arenisca (V_{P1}), no existe ángulo crítico en este caso. Para el caso de dos semiespacios en contacto, el operador de avance de fase es $E(z = 0) = I$, por lo que no depende de la frecuencia. La igualdad de desplazamientos y tensiones en la interfaz cancela luego la dependencia con ω dada en los elementos de la matriz m por las componentes k_{zP} , k_{zSV} y k_x , ya que los desplazamientos son proporcionales a ω y las tensiones a ω^2 en cada semiespacio. Si los módulos de λ, μ de cada semiespacio no dependen intrínsecamente de ω , se sigue que los coeficientes de reflexión y transmisión dados por la ecuación (2.46) son independientes de la frecuencia.

Los coeficientes de reflexión y transmisión obtenidos de esta forma fueron contrastados y validados con los resultados analíticos de Zoeppritz [16], Lay y Wallace [25] y Mavko et al. [26], entre otros.

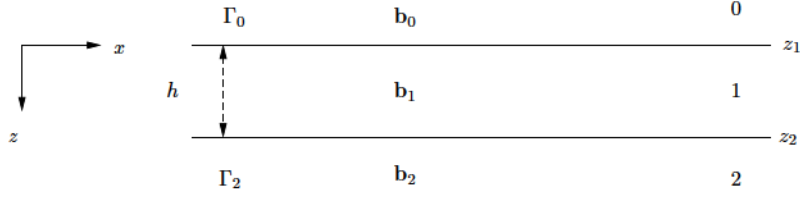


Figura 2.2. Una capa de espesor h entre dos semiespacios.

2.4.2. Una capa de espesor finito

En este caso la continuidad de \mathbf{b} se pide sobre el techo ($z = 0$) y base ($z = z_2$) de la capa de espesor $h = z_2$,

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_0 &= \mathbf{b}_1, & z = 0, \\ \mathbf{b}_1 &= \mathbf{b}_2, & z = z_2, \end{aligned} \quad (2.47)$$

los índices $l = 0, 1, 2$ están asociados al semiespacio superior, la capa y el semiespacio inferior respectivamente (Figura 2.2). Los vectores desplazamiento–tensión en cada medio se pueden escribir como,

$$\mathbf{b}_0(z) = M_0(z) \Gamma_0, \quad z \leq 0, \quad (2.48)$$

$$\mathbf{b}_1(z) = M_1(z) \Gamma_1, \quad 0 \leq z \leq z_2, \quad (2.49)$$

$$\mathbf{b}_2(z) = M_2(z - z_2) \Gamma_2, \quad z_2 \leq z < \infty. \quad (2.50)$$

Para \mathbf{b}_1 es posible hallar una expresión que vincula el valor de \mathbf{b}_1 en el techo con el valor en su base. Para ello, si se escribe

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_1(0) &= M_1(0) \Gamma_1, \\ \mathbf{b}_1(z_2) &= M_1(h) \Gamma_1; \end{aligned}$$

despejando Γ_1 de la primera ecuación y reemplazando en la segunda, resulta

$$\mathbf{b}_1(z_2) = M_1(h) M_1(0)^{-1} \mathbf{b}_1(0) = P_1(h, 0) \mathbf{b}_1(0), \quad (2.51)$$

con $P_1(h, 0) = M_1(h) M_1(0)^{-1}$ la matriz que *propaga* al vector \mathbf{b}_1 desde $z = 0$ hasta $z = z_2$. Para propagar en el sentido opuesto la matriz resulta $P_1^{-1}(h, 0) = M_1(0) M_1(h)^{-1} \equiv P_1(0, h)$.

A partir de la relación (2.51) y de la continuidad de \mathbf{b} (ecuación (2.47)) se obtiene

$$\mathbf{b}_2(z_2) = P_1(h, 0) \mathbf{b}_0(0), \quad (2.52)$$

utilizando la descripción de los vectores desplazamiento–tensión involucrados de la ecuación (2.50) se arriba al sistema

$$\Gamma_2 = M_2^{-1}(0) P_1(h, 0) M_0(0) \Gamma_0. \quad (2.53)$$

La ecuación (2.53) permite obtener, de manera similar al caso de los semiespacios, los coeficientes de reflexión y transmisión. En particular $R_{PP}(\theta, \omega)$ es aquí una función

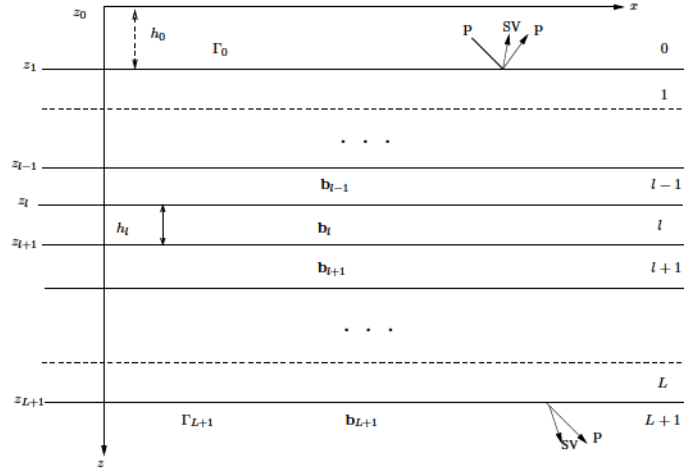


Figura 2.3. Modelo horizontalmente estratificado de L capas entre dos semiespacios.

dependiente de la frecuencia de la onda plana. Resolviendo el sistema (2.53) para distintas frecuencias y ángulos de incidencia se obtiene la dependencia dispersiva y angular de la reflectividad.

Los coeficientes de reflexión obtenidos del sistema de ecuaciones (2.53) fueron contrastados y validados para el caso de un medio sin rigidez (acústico) del trabajo de Liu y Schmitt [38].

2.4.3. Modelo Multicapa

Método de Matrices Propagadoras

El algoritmo que se construye por medio de la aplicación sucesiva de la continuidad de los desplazamientos y tensiones se conoce como *método de matrices propagadoras*. Este método permite calcular los coeficientes de reflexión y transmisión generalizados debidos a un número arbitrario de capas planas horizontales.

Este método fue introducido por Thompson [41] y Haskell [42] para medios elásticos y ha sido extendido, por medio de la teoría de Biot, a medios porosos saturados por Jocker et al. [43]. Una excelente reseña sobre el método se encuentra en Krebes [44].

Según la Figura 2.3, para una capa l del conjunto de L capas se puede escribir

$$\mathbf{b}_l(z) = M_l(z - z_l) \Gamma_l, \quad z_l \leq z \leq z_{l+1}. \quad (2.54)$$

Evaluando la expresión (2.54) en el techo ($z = z_l$) y en la base ($z = z_{l+1}$) de la capa l , por medio del vector de amplitudes Γ_l , se conecta el vector \mathbf{b}_l en la base con el vector en el techo,

$$\mathbf{b}_l(z_{l+1}) = M_l(h_l) M_l^{-1}(0) \mathbf{b}_l(z_l), \quad (2.55)$$

donde $h_l = z_{l+1} - z_l$; resultado análogo a la ecuación (2.51). Escribiendo $P_l(h_l, 0) = M_l(h_l) M_l^{-1}(0)$, y haciendo uso de la continuidad de \mathbf{b} ,

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_l &= \mathbf{b}_{l+1}, & z &= z_{l+1}, \\ \mathbf{b}_l &= \mathbf{b}_{l-1}, & z &= z_l; \end{aligned} \quad (2.56)$$

resulta

$$\mathbf{b}_{l+1}(z_{l+1}) = P_l(h_l, 0)\mathbf{b}_{l-1}(z_l). \quad (2.57)$$

La relación (2.57) vincula a los vectores \mathbf{b} entre capas sucesivas. Al aplicar ahora sobre $\mathbf{b}_{l-1}(z_j)$ la ecuación (2.55) y la continuidad $\mathbf{b}_{l-1}(z_{l-1}) = \mathbf{b}_{l-2}(z_{l-1})$ se obtiene de la ecuación (2.57)

$$\mathbf{b}_{l+1}(z_{l+1}) = P_l(h_l, 0)P_{l-1}(h_{l-1}, 0)\mathbf{b}_{l-2}(z_{l-1}). \quad (2.58)$$

Repetiendo los mismos pasos sobre \mathbf{b}_{l-2} y así sucesivamente, se encuentra la expresión que vincula al vector \mathbf{b} entre la base y el techo del medio estratificado, si $l = L$ en la base del conjunto de capas y $l = 0$ sobre el techo, entonces

$$\mathbf{b}_{L+1}(z_{L+1}) = P_L(h_L, 0)P_{L-1}(h_{L-1}, 0) \cdots P_1(h_1, 0) \mathbf{b}_0(z_1), \quad (2.59)$$

con los semiespacios asociados a los subíndices $L + 1$ y 0 . La relación (2.59) establece un nexo entre el vector \mathbf{b} sobre los extremos de la estratificación horizontal. El vínculo entre las amplitudes de los potenciales en los semiespacios, Γ_{L+1} y Γ_0 , se obtiene al reemplazar los vectores \mathbf{b} involucrados en la expresión (2.59) por la expresión de la ecuación (2.54) correspondiente,

$$\Gamma_{L+1} = M_{L+1}^{-1}(0) P_L(h_L, 0) \cdots P_1(h_1, 0) M_0(h_0) \Gamma_0. \quad (2.60)$$

Para las aplicaciones, se considera $h_0 = 0$ para obtener la reflectividad directamente sobre la interfaz entre el semiespacio superior y el tope de la estratificación ¹. Al igual que en los casos anteriores, se supone que desde el semiespacio superior sólo hay incidencia de ondas P; lo que resulta en ondas P y SV reflejadas; y que en el semiespacio inferior sólo hay ondas P y SV transmitidas. Resulta entonces de la ecuación (2.60) el sistema,

$$\begin{bmatrix} A_{L+1} \\ 0 \\ C_{L+1} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \\ 0 \\ D_0 \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

con

$$\mathbf{H} = M_{L+1}^{-1}(0) P_L(h_L, 0) \cdots P_1(h_1, 0) M_0(0), \quad (2.62)$$

una matriz 4×4 a coeficientes complejos. Dividiendo en el sistema de la ecuación (2.61) por la amplitud del potencial de onda P incidente A_0 , resulta

$$\begin{bmatrix} T_{PP} \\ 0 \\ T_{PS} \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{H} \begin{bmatrix} 1 \\ R_{PP} \\ 0 \\ R_{PS} \end{bmatrix}; \quad (2.63)$$

de donde puede obtenerse, una vez calculada la matriz \mathbf{H} , el coeficiente de reflexión generalizado $R_{PP}(\omega, \theta)$ complejo.

Es interesante notar que el sistema de ecuaciones (2.63) es siempre de la misma dimensión, independientemente del número de capas de la estratificación. Para un

¹La reflectividad a una distancia vertical h_0 de la primer interfaz introduce sólo un cambio en la fase de los coeficientes dado por el operador $E_0(h_0)$.

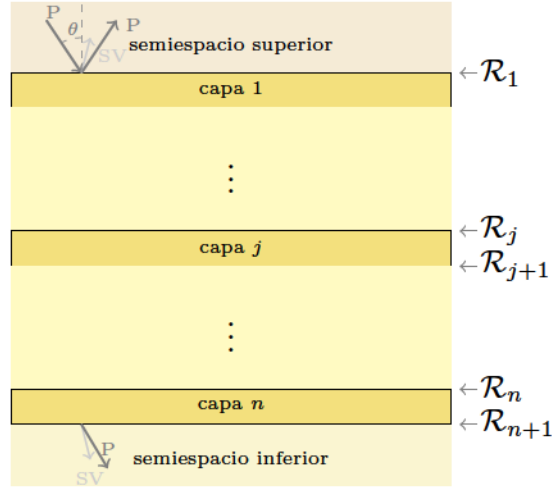


Figura 2.4. Esquema del reservorio para el método de la reflectividad.

médio elástico, donde solo hay ondas P y SV, el sistema es siempre 4×4 ; la dimensión dada por el número de amplitudes de ondas descendentes y ascendentes en cada capa. Esta característica del sistema implica que las amplitudes dentro de las capas que constituyen la estratificación, no se pueden recuperar; pudiendo sólo resolverse para los semiespacios que la contienen.

La implementación numérica del método del propagador, debido a las exponenciales de signos alternantes en el operador matricial E se vuelve inestable hacia altas frecuencias y a espesores considerables [43; 45]. No obstante, en el rango sísmico de frecuencias y espesores considerados en las aplicaciones de esta Tesis, esta característica computacional no reviste mayor inconveniente. El método fue programado y ha sido validado con resultados de [25] para semiespacios y con [38] y [26] para el caso de una capa, como se muestra en [46].

Método de la Reflectividad

Existe una formulación alternativa al método de matrices propagadoras, conocida como el *método de la reflectividad* (reflectivity method) e introducida por Kennet y Kerry [45]. El método es extendido por Pride et al. [47] y Jocker et al. [43] mediante la teoría de Biot, para abarcar el caso de medios poroelásticos. Las ventajas de este método por sobre la formulación de las matrices propagadoras son enumeradas por Krebes [44]; entre ellas se destacan la estabilidad numérica inherente del método y la capacidad de controlar el orden de las ondas múltiples que se generan en la estratificación.

En esta formulación, las matrices de reflexión y transmisión se construyen de forma iterativa. Partiendo desde la base del medio estratificado, se adiciona una capa por iteración hasta alcanzar el tope del reservorio, obteniendo el coeficiente de reflexión y transmisión de todo el conjunto de capas. La recursión viene dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_j &= R_j^d + T_j^u \bar{\mathcal{R}}_{j+1} (I - R_j^u \bar{\mathcal{R}}_{j+1})^{-1} T_j^d, \\ \mathcal{T}_j &= \bar{\mathcal{T}}_{j+1} (I - R_j^u \bar{\mathcal{R}}_{j+1})^{-1} T_j^d; \end{aligned} \quad (2.64)$$

con $j = n, \dots, 1$. \mathcal{R}_j y \mathcal{T}_j son las matrices de reflexión y transmisión generalizada hasta la interfaz j . Los superíndices d (downward) y u (upward) indican las matrices de reflexión y transmisión para los campos de onda descendentes R_j^d, T_j^d y ascendentes R_j^u, T_j^u respectivamente y que son definidas más adelante. I es la matriz identidad y $\bar{\mathcal{R}}_{j+1} = E_j \mathcal{R}_{j+1} E_j$ y $\bar{\mathcal{T}}_{j+1} = \mathcal{T}_{j+1} E_j$, con E_j el operador avance de fase dado por la expresión (2.73).

La recursión utilizada en esta Tesis parte desde la base de la estratificación $j = n$ con la condición de que en el semiespacio inferior sólo hay ondas P-SV transmitidas,

$$\mathcal{R}_{n+1} = R_{n+1}^d = 0, \quad \text{y} \quad \mathcal{T}_{n+1} = T_{n+1}^d = I, \quad (2.65)$$

y continua hasta $j = 1$, que representa el semiespacio superior del modelo, donde incide con un ángulo θ una onda P de frecuencia f (Figura 2.4). Cuando el tope de la estratificación es alcanzado, el coeficiente de reflexión para onda P se obtiene del elemento en la primer fila y primer columna de la matriz de reflexión generalizada: $R_{pp}(f, \theta) = (\mathcal{R}_1)_{1,1}$. Este coeficiente es complejo y función de la frecuencia y del ángulo de incidencia. Resolviendo el algoritmo (2.64) para distintos valores de θ y f se obtiene la dependencia angular y dispersiva de la reflectividad.

Las matrices de reflexión y transmisión de ondas descendentes R_j^d, T_j^d y ascendentes R_j^u, T_j^u dependen de las impedancias y ángulos de reflexión y transmisión de las ondas P y SV en la interfaz j . En forma explícita [26],

$$R_j^d = \begin{pmatrix} \downarrow\uparrow\text{PP} & \downarrow\uparrow\text{SP} \left(\frac{\mathcal{I}_{P(j-1)}}{\mathcal{I}_{S(j-1)}} \right)^{1/2} \\ \downarrow\uparrow\text{PS} \left(\frac{\mathcal{I}_{S(j-1)}}{\mathcal{I}_{P(j-1)}} \right)^{1/2} & \downarrow\uparrow\text{SS} \end{pmatrix}, \quad (2.66)$$

$$T_j^d = \begin{pmatrix} \downarrow\downarrow\text{PP} \left(\frac{\mathcal{I}_{P(j)}}{\mathcal{I}_{P(j-1)}} \right)^{1/2} & \downarrow\downarrow\text{SP} \left(\frac{\mathcal{I}_{P(j)}}{\mathcal{I}_{S(j-1)}} \right)^{1/2} \\ \downarrow\downarrow\text{PS} \left(\frac{\mathcal{I}_{S(j)}}{\mathcal{I}_{P(j-1)}} \right)^{1/2} & \downarrow\downarrow\text{SS} \left(\frac{\mathcal{I}_{S(j)}}{\mathcal{I}_{S(j-1)}} \right)^{1/2} \end{pmatrix}; \quad (2.67)$$

$$R_j^u = \begin{pmatrix} \uparrow\downarrow\text{PP} & \uparrow\downarrow\text{SP} \left(\frac{\mathcal{I}_{P(j)}}{\mathcal{I}_{S(j)}} \right)^{1/2} \\ \uparrow\downarrow\text{PS} \left(\frac{\mathcal{I}_{S(j)}}{\mathcal{I}_{P(j)}} \right)^{1/2} & \uparrow\downarrow\text{SS} \end{pmatrix}, \quad (2.68)$$

$$T_j^u = \begin{pmatrix} \uparrow\uparrow\text{PP} \left(\frac{\mathcal{I}_{P(j-1)}}{\mathcal{I}_{P(j)}} \right)^{1/2} & \uparrow\uparrow\text{SP} \left(\frac{\mathcal{I}_{P(j-1)}}{\mathcal{I}_{S(j)}} \right)^{1/2} \\ \uparrow\uparrow\text{PS} \left(\frac{\mathcal{I}_{S(j-1)}}{\mathcal{I}_{P(j)}} \right)^{1/2} & \uparrow\uparrow\text{SS} \left(\frac{\mathcal{I}_{S(j-1)}}{\mathcal{I}_{S(j)}} \right)^{1/2} \end{pmatrix}; \quad (2.69)$$

con $\mathcal{I}_{P(j)} = I_{P(j)} \cos \theta_j$, $\mathcal{I}_{S(j)} = I_{S(j)} \cos \phi_j$; siendo $I_{P(j)} = \rho_j V_{P(j)}$ y $I_{S(j)} = \rho_j V_{S(j)}$ las impedancias y θ_j, ϕ_j los ángulos de incidencia en la capa j de onda P y onda SV respectivamente. La notación \downarrow denota el campo de ondas incidente y \uparrow el campo de ondas reflejado. Luego, por ejemplo, el término $\downarrow\uparrow\text{PP}$ denota el coeficiente de reflexión entre la amplitud de onda P descendente y onda P ascendente. Estos coeficientes de

reflexión y transmisión se obtienen de la matriz de dispersión o de *scattering*,

$$\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N} = \begin{pmatrix} \downarrow\uparrow & \downarrow\uparrow & \uparrow\uparrow & \uparrow\uparrow \\ \downarrow\uparrow & \downarrow\uparrow & \uparrow\uparrow & \uparrow\uparrow \\ \downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow \\ \downarrow\downarrow & \downarrow\downarrow & \uparrow\downarrow & \uparrow\downarrow \end{pmatrix}, \quad (2.70)$$

con

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} -\operatorname{sen} \theta_{j-1} & -\operatorname{cos} \phi_{j-1} & \operatorname{sen} \theta_j & \operatorname{cos} \phi_j \\ -\operatorname{cos} \theta_{j-1} & -\operatorname{sen} \phi_{j-1} & \operatorname{cos} \theta_j & -\operatorname{sen} \phi_j \\ 2I_{S(j-1)} \operatorname{sen} \phi_{j-1} \operatorname{cos} \theta_{j-1} & I_{S(j-1)}(1 - 2\operatorname{sen}^2 \phi_{j-1}) & 2I_{S(j)} \operatorname{sen} \phi_j \operatorname{cos} \theta_j & I_{S(j)}(1 - 2\operatorname{sen}^2 \phi_j) \\ -I_{P(j-1)}(1 - 2\operatorname{sen}^2 \phi_{j-1}) & I_{S(j-1)} \operatorname{sen} 2\phi_{j-1} & I_{P(j)}(1 - 2\operatorname{sen}^2 \phi_j) & -I_{S(j)} \operatorname{sen} 2\phi_j \end{pmatrix}, \quad (2.71)$$

y

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} \theta_{j-1} & \operatorname{cos} \phi_{j-1} & -\operatorname{sen} \theta_j & -\operatorname{cos} \phi_j \\ \operatorname{cos} \theta_{j-1} & -\operatorname{sen} \phi_{j-1} & \operatorname{cos} \theta_j & -\operatorname{sen} \phi_j \\ 2I_{S(j-1)} \operatorname{sen} \phi_{j-1} \operatorname{cos} \theta_{j-1} & I_{S(j-1)}(1 - 2\operatorname{sen}^2 \phi_{j-1}) & 2I_{S(j)} \operatorname{sen} \phi_j \operatorname{cos} \theta_j & I_{S(j)}(1 - 2\operatorname{sen}^2 \phi_j) \\ I_{P(j-1)}(1 - 2\operatorname{sen}^2 \phi_{j-1}) & -I_{S(j-1)} \operatorname{sen} 2\phi_{j-1} & -I_{P(j)}(1 - 2\operatorname{sen}^2 \phi_j) & I_{S(j)} \operatorname{sen} 2\phi_j \end{pmatrix}. \quad (2.72)$$

En el Apéndice E se presentan estas matrices en términos del parámetro del rayo sísmico.

Como puede observarse, los coeficientes de reflexión y transmisión dados por los elementos de las matrices R_j^u, T_j^u, R_j^d y T_j^d son para desplazamientos de onda P y SV escalados por factores de la forma $(\rho V_P \operatorname{cos} \theta)^{-1/2}$ y $(\rho V_S \operatorname{cos} \phi)^{-1/2}$ respectivamente, que son proporcionales a la raíz cuadrada del flujo de energía (energía \times área $^{-1}$ \times tiempo $^{-1}$) que atraviesa cada interfaz horizontal [23; 26] (Apéndice E). Para estos coeficientes se cumple que su respectiva matriz de dispersión, $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} R^d & R^u \\ T^d & T^u \end{bmatrix}$, es unitaria y hermítica: $\mathbf{S} = \mathbf{S}^* = \mathbf{S}^{-1}$, con $*$ denotando aquí la transposición y conjugación compleja [23]. Esta propiedad es útil para validar la implementación numérica del algoritmo.

La matriz diagonal 2×2 E_j es el operador de avance de fase, el cual concentra y confiere el carácter dependiente de la frecuencia a los coeficientes de reflexión y transmisión,

$$E_j = \operatorname{diag} \left\{ e^{+i\omega q_{P,j} h_j}, e^{+i\omega q_{SV,j} h_j} \right\}, \quad (2.73)$$

con $h_j = z_j - z_{j-1}$. Estos factores de fase conectan los coeficientes de reflexión y transmisión entre las interfaces. Los elementos de esta matriz tienen amplitudes menores a 1, ya que $\operatorname{Im}\{q_{P,SV}\} > 0$ [23; 47] para mantener acotada la energía de la onda [25]. En consecuencia, la recursión del método de la reflectividad es numéricamente estable. En cambio, en el método de las matrices propagadoras el operador de avance de fase está dado por la matriz (2.42) lo que genera, debido a la alternancia de signos en los exponenciales, funciones con amplitudes crecientes y que no son canceladas exactamente en la implementación numérica [45].

A la matriz

$$(I - R_j^u \bar{\mathcal{R}}_{j+1})^{-1} \quad (2.74)$$

se la conoce como el *operador de reverberación* [26]. Recordando el desarrollo

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \dots, \quad (2.75)$$

cada término \mathbf{A}^l de esta sumatoria agrega el efecto de las reflexiones y transmisiones múltiples de orden l . Por ejemplo, la reflexión que corresponde sólo a las ondas primarias se obtiene con

$$(I - R_j^u \bar{\mathcal{R}}_{j+1})^{-1} \approx I; \quad (2.76)$$

el efecto completo de todas las múltiples se obtiene con la expresión exacta del operador de reverberación.

A modo de ejemplo se considera a continuación la aplicación del algoritmo a incidencia normal en un medio sin rigidez. La densidad de cada medio j es ρ_j y la velocidad de onda P es denotada aquí por V_j . En esta situación, dado que no hay ondas SV y la incidencia es normal, las matrices de reflexión y transmisión en cada capa se reducen a escalares, siendo

$$R_j^d = \overset{\downarrow}{\text{P}}\overset{\uparrow}{\text{P}}, \quad T_j^d = \left(\frac{\rho_j V_j}{\rho_{j-1} V_{j-1}} \right)^{1/2} \overset{\downarrow}{\text{P}}\overset{\downarrow}{\text{P}}; \quad (2.77)$$

$$R_j^u = \overset{\uparrow}{\text{P}}\overset{\downarrow}{\text{P}}, \quad T_j^u = \left(\frac{\rho_{j-1} V_{j-1}}{\rho_j V_j} \right)^{1/2} \overset{\uparrow}{\text{P}}\overset{\uparrow}{\text{P}}. \quad (2.78)$$

Los coeficientes $\overset{\downarrow}{\text{P}}\overset{\uparrow}{\text{P}}$, $\overset{\downarrow}{\text{P}}\overset{\downarrow}{\text{P}}$, $\overset{\uparrow}{\text{P}}\overset{\downarrow}{\text{P}}$ y $\overset{\uparrow}{\text{P}}\overset{\uparrow}{\text{P}}$ se obtienen de la matriz de dispersión

$$\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \overset{\downarrow}{\text{P}}\overset{\uparrow}{\text{P}} & \overset{\uparrow}{\text{P}}\overset{\uparrow}{\text{P}} \\ \overset{\downarrow}{\text{P}}\overset{\downarrow}{\text{P}} & \overset{\uparrow}{\text{P}}\overset{\downarrow}{\text{P}} \end{bmatrix} = \frac{1}{\rho_{j-1} V_{j-1} + \rho_j V_j} \begin{bmatrix} \rho_{j-1} V_{j-1} - \rho_j V_j & 2\rho_j V_j \\ 2\rho_{j-1} V_{j-1} & -(\rho_{j-1} V_{j-1} - \rho_j V_j) \end{bmatrix}, \quad (2.79)$$

resultando luego

$$R_j^d = \frac{\rho_{j-1} V_{j-1} - \rho_j V_j}{\rho_{j-1} V_{j-1} + \rho_j V_j}, \quad T_j^d = \frac{2\sqrt{\rho_{j-1} V_{j-1} \rho_j V_j}}{\rho_{j-1} V_{j-1} + \rho_j V_j}, \quad R_j^u = -R_j^d, \quad T_j^u = T_j^d. \quad (2.80)$$

Para los coeficientes dados en la expresión (2.80) se verifica $(R_j^d)^2 + (T_j^d)^2 = 1$, análogamente para R_j^u y T_j^u .

Para el medio considerado la recursión de la expresión (2.64) adopta la forma

$$\mathcal{R}_j = R_j^d + \frac{T_j^u E_j \mathcal{R}_{j+1} E_j}{1 - R_j^u E_j \mathcal{R}_{j+1} E_j} T_j^d, \quad \mathcal{T}_j = \frac{\mathcal{T}_{j+1} E_j}{1 - R_j^u E_j \mathcal{R}_{j+1} E_j} T_j^d, \quad (2.81)$$

con $E_j = e^{i(2\pi f h_j / V_j)}$ para una capa de espesor h_j .

En el caso de una interfaz entre un semiespacio superior de densidad ρ_0 y velocidad V_0 y un semiespacio inferior con densidad ρ_1 y velocidad V_1 , el algoritmo se inicia considerando una capa de espesor h con las mismas propiedades del semiespacio inferior, en cuya interfaz se cumple $\mathcal{R}_2 \equiv R_2^d = 0$ y $\mathcal{T}_2 \equiv T_2^d = 1$, indicando que sólo hay transmisión en el semiespacio inferior ya que la última interfaz tiene sus mismas

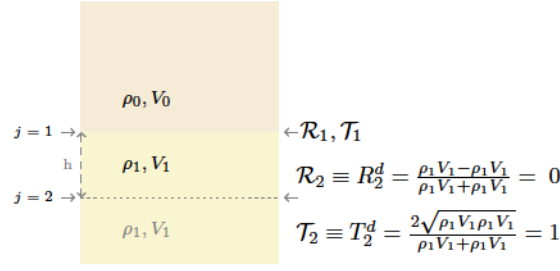


Figura 2.5. Esquema del método de la reflectividad para un semiespacio.

propiedades (Figura 2.5). Luego el algoritmo (2.81) conduce a los coeficiente de reflexión y transmisión entre los semiespacios:

$$\mathcal{R}_1 = R_1^d + \frac{T_1^u E_1 \mathcal{R}_2 E_1}{1 - R_1^u E_1 \mathcal{R}_2 E_1} T_1^d = R_1^d + 0 = \frac{\rho_0 V_0 - \rho_1 V_1}{\rho_0 V_0 + \rho_1 V_1} \quad (2.82)$$

y

$$\mathcal{T}_1 = E_1 T_1^d \equiv T_1^d = \frac{2\sqrt{\rho_0 V_0 \rho_1 V_1}}{\rho_0 V_0 + \rho_1 V_1}, \quad (2.83)$$

si en el término E_1 se toma luego $h \rightarrow 0$ para obtener $E_1 = 1$.

Para el caso de una capa de espesor h y velocidad V_1 entre dos semiespacios, quedan definidos los coeficientes $R_1^d, R_2^d, T_1^d, T_2^d$ y sus respectivos $R_1^u, R_2^u, T_1^u, T_2^u$ por medio de las relaciones en la ecuación (2.80). La recursión (2.81) parte ahora de la condición $\mathcal{R}_3 \equiv R_3^d = 0$ y $\mathcal{T}_3 \equiv T_3^d = 1$ con $E_2 = 1$ de la que se obtiene $\mathcal{R}_2, \mathcal{T}_2$ y luego, con $E_1 = e^{i(2\pi fh/V_1)}$ que da el carácter dependiente de la frecuencia, se calculan los coeficiente de reflexión y transmisión generalizados $\mathcal{R}_1(f), \mathcal{T}_1(f)$ para el modelo de una capa.

En esta Tesis, tanto el método de las matrices propagadoras como el de la reflectividad fueron implementados y validados entre sí y con resultados de distintas publicaciones, tales como [38]. En la versión final de la Tesis, se utilizó la variante del método de la reflectividad. El operador de reverberación dado por la fórmula (2.74) implementado incluye el efecto de todas las múltiples.

Cabe remarcar que si bien el cálculo de la reflectividad generalizada fue descripto para medios elásticos, puede extenderse en forma inmediata al caso viscoelástico bajo las consideraciones realizadas en la Sección 2.3.

Por último, vale señalar que los métodos de matrices propagadoras y de la reflectividad sirven como base para la generación de sismogramas sintéticos de onda plana, como se describe en [44] y [38]. Esta idea fue utilizada en [48] para el modelado numérico de sismogramas y análisis de detectabilidad de CO_2 en un reservorio de EOR con saturación trifásica.

2.5. Sustitución de fluidos

Como se mencionó al inicio de este Capítulo (Sección 2.1), las rocas son medios porosos compuestos y multifásicos. *Compuestos* porque están formados por un conjunto

de minerales ensamblados que forman un esqueleto o matriz y *multifásicos* porque en el espacio no ocupado por la parte sólida, el *espacio poral*, reside algún elemento en estado gaseoso o líquido [49]. Los fluidos porales tienen una gran influencia sobre las distintas propiedades físicas de las rocas, cuya cuantificación es uno de los principales objetivos de la física de rocas.

En tal sentido, la *sustitución de fluidos* es una herramienta que permite estimar el impacto que tiene, en los módulos elásticos y la densidad, por ende en las velocidades sísmicas, la composición del fluido que satura un medio poroso. El proceso de sustitución de fluidos considerado en este trabajo, supone que la roca es homogénea, isótropa y con su espacio poral totalmente conectado; que las presiones porales están en equilibrio y que el fluido no reacciona químicamente con la matriz [50].

Como fue mencionado en la Sección 2.2, en medios homogéneos, elásticos e isótropos, las velocidades de propagación de las ondas sísmicas P y S dependen de sus módulos de volumen, de rigidez y su densidad en la forma:

$$V_P = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}\mu}{\rho}} \quad \text{y} \quad V_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (2.84)$$

donde K y μ representan el módulo de volumen y de corte *efectivos* de la roca porosa saturada, cuya densidad volumétrica ρ resulta

$$\rho = (1 - \phi) \rho_m + \phi \rho_f, \quad (2.85)$$

donde ρ_m es la densidad de los granos minerales, ρ_f la del fluido poral y ϕ la *porosidad*, que es la razón entre los volúmenes del espacio poral al volumen total de la roca. Dado que se considera en esta Tesis el caso de inyección de CO₂ en un acuífero salino, la densidad del fluido poral estará dada por

$$\rho_f = (S_w \rho_w + S_g \rho_g), \quad (2.86)$$

con ρ_w, S_w y ρ_g, S_g la densidad y la *saturación* (la razón entre el volumen del espacio poral ocupado por un fluido al volumen total del espacio poral) del *brine* y del CO₂ respectivamente.

Respecto del módulo de rigidez de la roca, de acuerdo con el resultado de la teoría de Gassmann [20], este parámetro es independiente de la presencia del fluido y es igual al de la roca seca μ_m ,

$$\mu = \mu_m, \quad (2.87)$$

resultado que es discutido en detalle en [51] y deducido en el Apéndice A. La ecuación (2.87) implica que la distribución de fluidos no afecta a la onda S, la cual es sólo sensible al cambio en la densidad de la roca.

El procedimiento clásico para estimar el módulo de volumen efectivo en rocas con distintos tipos de mezclas de fluidos consiste en usar el *modelo de Gassmann* [20] para un fluido poral efectivo u equivalente, cuya densidad y compresibilidad son promediadas a partir de los valores de los fluidos individuales y de sus saturaciones. Este procedimiento es aplicable siempre que los fluidos (por ejemplo *brine*, gas, petróleo, CO₂) se encuentren distribuidos uniformemente en la escala mesoscópica [22]. Cuando esta condición no está asegurada una alternativa útil es dada por el *modelo de Gassmann-Hill*.

2.5.1. Mezcla homogénea

Gassmann [20] demostró que a partir de un experimento de compresión cerrado (*undrained test*) en un medio que se encuentra completamente saturado por un fluido y cuya porosidad es constante, puede obtenerse que el módulo de volumen de la roca saturada tiene la forma (véase Apéndice A):

$$K^G = \frac{K_s - K_m + \phi K_m \left(\frac{K_s}{K_f} - 1 \right)}{1 - \phi - \frac{K_m}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}}, \quad (2.88)$$

denominado *módulo de Gassmann*. En dicha ecuación K_s es el módulo de volumen de los componentes sólidos de la matriz, K_m el de la matriz *seca* y K_f es el módulo de volumen del único fluido poral. Para las aplicaciones de esta Tesis, donde hay tanto *brine* como CO_2 en el espacio poral, se reemplaza el módulo K_f por el módulo efectivo \bar{K}_f ; el cual se calcula por medio del promedio de Wood [52] de los fluidos involucrados,

$$\frac{1}{\bar{K}_f} = \frac{S_w}{K_w} + \frac{S_g}{K_g}, \quad (2.89)$$

suponiendo que la presión en el fluido es uniforme, es decir que las diferencias de presión que resultan entre las distintas fases por el pasaje de una onda sísmica - y que dan cuenta de la naturaleza heterogénea del fluido - han sido compensadas. La ecuación (2.89) es válida entonces en el límite de las bajas frecuencias, donde el fluido tiene el tiempo suficiente para equilibrar las presiones inducidas por la propagación de la onda sísmica [28].

De la expresión (2.88), el módulo elástico de la matriz K_m puede obtenerse según

$$K_m = \frac{K^G \left(\phi \frac{K_s}{K_f} + 1 - \phi \right) - K_s}{\phi \frac{K_s}{K_f} + \frac{K^G}{K_s} - 1 - \phi}. \quad (2.90)$$

Cabe remarcar la utilidad de la expresión (2.90) para la calibración inicial de los modelos numéricos, de la siguiente forma. Dado el módulo de volumen K^G de una roca de porosidad ϕ y composición mineral conocida K_s , saturada completamente por un fluido efectivo de compresibilidad \bar{K}_f , mediante la expresión (2.90), puede obtenerse el módulo de la matriz seca K_m [50]. Luego, a partir de las ecuaciones (2.88) y (2.89) puede obtenerse el módulo de volumen la roca a distintas saturaciones de CO_2 . Esta metodología, donde se utiliza un fluido efectivo por medio del promedio de Wood en la formulación de Gassmann recibe el nombre de *Gassmann-Wood*.

Luego, la sustitución de fluidos consiste en utilizar el valor de K_m dado por la ecuación (2.90) para recalculer el módulo de *bulk* de la roca cuando es saturada por un fluido de otras características o a otra saturación S_g , siempre y cuando se sigan cumpliendo las hipótesis fundamentales a lo largo de todo el proceso. Recalculando la densidad (ecuación (2.85)) y el nuevo módulo de volumen y dado que el módulo de corte no se ve afectado por el fluido en los poros, pueden derivarse las velocidades sísmicas dadas en la fórmula (2.84) necesarias para el cálculo de la reflectividad.

2.5.2. Mezcla heterogénea

La formulación de Gassmann–Wood tiene validez siempre y cuando las fases que residen en el espacio poral se encuentren distribuidas de manera homogénea, de forma tal que durante un período del pasaje de una onda sísmica, las presiones sobre los distintos fluidos tengan tiempo de equilibrarse por medio de un proceso de difusión resultando en un estado uniforme de presiones en el espacio poral.

Si se considera que en el espacio poral las fases se encuentran distribuidas de manera inhomogénea, creando una distribución *patchy* de CO₂ y agua de formación a escalas mesoscópicas, y la frecuencia es lo suficientemente alta como para permitir el equilibrio de las presiones en el espacio poral, el módulo de *bulk* de la roca K^{pat} está dado por el promedio [26; 22; 28],

$$\frac{1}{K^{\text{pat}} + \frac{4}{3}\mu} = \frac{S_w}{K_{\text{sat}-S_w}^G + \frac{4}{3}\mu} + \frac{S_g}{K_{\text{sat}-S_g}^G + \frac{4}{3}\mu} \quad (2.91)$$

donde $K_{\text{sat}-S_w}^G$ y $K_{\text{sat}-S_g}^G$ son los módulos de Gassmann para la roca completamente saturada por agua de formación y por CO₂ respectivamente. Esta última ecuación implica que la presión en cada patch de fluido es constante, pero discontinua entre las interfases que separan cada fluido. En esa situación puede probarse, como hizo Hill [21], que el módulo de rigidez es contante y que el módulo de incompresibilidad de cada patch viene dada por el resultado de la teoría de Gassmann [28], lo que conduce luego al resultado dado por la expresión (2.91). Es importante señalar también que en esta ecuación no hay referencia alguna a la geometría de la distribución de la mezcla en el espacio poral. Esta manera de calcular el módulo de *bulk* de la roca recibe el nombre de *Gassmann–Hill*.

Para las mezclas *patchy* el módulo de *bulk* de la roca resulta cambiar de forma más suave en función de la saturación del gas, en contraposición a la mezcla homogénea de la teoría de Gassmann–Wood, donde puede variar abruptamente hacia saturaciones bajas [28]. Los experimentos en laboratorio muestran que las distribuciones heterogéneas de fluidos porales conducen a velocidades de onda P mayores que las mezclas homogéneas [53]. Tal como se demuestra en [22], la formulación de Gassmann–Wood y la de Gassmann–Hill representan límites inferiores y superiores para las velocidades sísmicas. La transición de una mezcla homogénea a una *patchy* se da por un fenómeno dispersivo, de naturaleza distinta al contemplado por la teoría de Biot y del *squirt flow* [22].

Entre los factores que pueden intervenir para generar una distribución *patchy* se pueden mencionar la heterogeneidades propias de las rocas, la permeabilidad, la movilidad, la gravedad [22], la historia del movimiento del fluido [54] (por ejemplo, si la fase gaseosa desplaza a la líquida o viceversa) y las diferencias de viscosidad entre los fluidos, tales como el *fingering* [55] – debido a la penetración de un fluido menos viscoso en uno de mayor viscosidad.

Para distinguir entre las distribuciones de fluido homogénea e inhomogénea, siguiendo el criterio de Mavko y Mukerji [22], se utiliza la longitud característica de difusión,

$$L_c = \sqrt{\frac{D}{\omega}}, \quad (2.92)$$

siendo D el coeficiente de difusividad, el que bajo ciertas condiciones puede aproximarse como²

$$D \approx \frac{\kappa K_f}{\phi \eta_f}, \quad (2.93)$$

siendo κ la permeabilidad absoluta y η_f la viscosidad y K_f el módulo de volumen del fluido poral de mayor viscosidad, según el criterio mencionado. De este modo, cuando los fluidos están mezclados a escalas menores que L_c la distribución puede considerarse homogénea. Cuando cada uno de los fluidos porales ocupa regiones de dimensiones mayores que L_c , su distribución se considera tipo *patchy*. La mezcla heterogénea o *patchy* significa entonces que el espacio poral está constituido por regiones mesoscópicas completamente saturadas por cada uno de los fluidos constituyentes.

La frecuencia que se obtiene de la ecuaciones (2.93) y (2.92) $\omega_c \approx D/L_c^2$ marca la transición entre las teorías de Gassmann–Wood y Gassmann–Hill [22; 28]. Se asume además para la validez del modelo de sustitución de fluidos descrito que las frecuencias consideradas son del orden sísmico, estando por debajo de las frecuencias donde los efectos dispersivos que tienen lugar a escala poral de la teorías de Biot [28] y del *squirt flow* (movimiento del fluido poral normal a la dirección de compresión) son importantes y que las respectivas longitudes de onda no son comparables con el tamaño de las heterogeneidades [22].

Para el caso de la arenisca Utsira y para una frecuencia de $f = 100$ Hz, si $L_c^2 = \frac{\kappa K_f}{\eta_f \omega}$ resultan $L_c = 20 - 34$ cm para el *brine* (la fase de mayor viscosidad) y $L_c = 8 - 15$ cm para el CO_2 si la permeabilidad es $\kappa = 1 - 3 \times 10^{-12}$ m² respectivamente [56]. El resto de los parámetros ($\phi = 0.37$, $K_{\text{CO}_2} = 0.08$ GPa, $\eta_{\text{CO}_2} = 4.40 \times 10^{-5}$ Pa s, $K_w = 2.305$ GPa, $\eta_w = 0.25 \times 10^{-3}$ Pa s) provienen de [57]. Si se asume un tamaño de heterogeneidad $L_c = 0.5$ cm, la frecuencia para la cual se da la transición entre mezcla homogénea a *patchy* se halla a $f_c = 16 - 47$ Hz para las permeabilidades consideradas.

Alternativamente, considerando las diferencias significativas entre las estimaciones en la velocidad resultantes de los modelos de Gassmann–Wood y de Gassmann–Hill, y dada además la incertidumbre acerca de la distribución espacial de los fluidos dentro de la formación, para el cálculo de los parámetros elásticos resulta razonable utilizar el promedio entre los valores K^G obtenido de la expresión (2.88) y K^{pat} de la ecuación (2.91), lo que sería equivalente a una mezcla intermedia. El procedimiento de sustitución de fluidos así planteado permite luego simular el impacto del CO_2 en las velocidades y parámetros sísmicos del reservorio en situaciones realistas.

2.5.3. Modelo periódico de White et al. (1975)

El modelo periódico unidimensional de White et al. [37] explica la atenuación y la dispersión de velocidades de las ondas sísmicas compresionales en un medio poroelástico estratificado de dos láminas que se alternan periódicamente; saturadas cada una de ellas por fluidos de distinta compresibilidad. La escala de la estratificación se supone mucho menor que las longitudes de onda involucradas en el medio. La atenuación y dispersión de velocidades tienen su origen en el movimiento relativo de la fase fluida respecto de la matriz rocosa, el cual es inducido por la diferencia de presiones

²La expresión (2.93) puede deducirse a partir del resultado publicado en [26] (pag. 392), despreciando las variaciones de la porosidad con la presión poral.

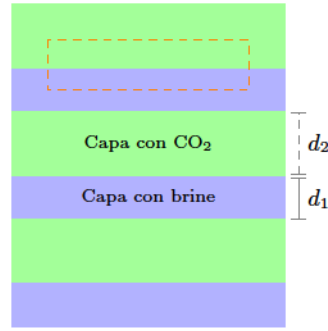


Figura 2.6. Laminación alternante de capas con CO_2 y *brine* del modelo de White periódico. En línea punteada se indica el volumen equivalente sellado.

generada por las ondas compresionales. Si los fluidos en el espacio poral tienen módulos de incompresibilidad muy distintos, el flujo inducido puede ser importante en el rango de frecuencias sísmicas [58]. El medio puede contener en principio distintas heterogeneidades mesoscópicas, dadas ellas por la propiedades de cada lámina: como son la porosidad, el módulo de los granos minerales, el módulo de corte, el módulo de la matriz rocosa y la permeabilidad; o bien por las propiedades de los fluidos, como su densidad, incompresibilidad, viscosidad y saturación. La teoría obtiene el módulo dinámico de onda plana a incidencia normal y perpendicular a la estratificación E , el cual es complejo y función de la frecuencia y del cual se deducen la velocidad compleja y el factor de calidad. Por medio del modelo de White es posible dar una conexión al valor del módulo de *bulk* de la roca para una mezcla homogénea de fluidos dada por la teoría de Gassmann–Wood hacia bajas frecuencias, con su valor para una mezcla *patchy* dada por la teoría de Gassmann–Hill hacia altas frecuencias sísmicas [59]. La simetría del modelo implica que no hay flujo relativo en la mitad de cada lámina [37] o equivalentemente que el modelo puede considerarse tanto como una laminación periódica o un volumen elemental cuyos bordes superior e inferior se extienden hasta las mitades de un par de laminas y están sellados [28] (Figura 2.6).

Se detallan a continuación las ecuaciones que conforman el modelo. La notación seguida es la empleada por [58] y [60]. El módulo dinámico de onda plana E puede expresarse como el producto de un módulo real E_0 y un número complejo b ,

$$E = E_0 b. \quad (2.94)$$

El primer coeficiente en (2.94) está dado por

$$E_0 = \left(\frac{p_1}{E_{G1}} + \frac{p_2}{E_{G2}} \right)^{-1}; \quad (2.95)$$

con

$$p_j = \frac{d_j}{d_1 + d_2}, \quad (2.96)$$

que representa la saturación del fluido en el medio de láminas alternantes. d_j es el espesor de la lámina y K_{Gj} su módulo de Gassmann dado en la Sección 2.5.1. Los subíndices $j = 1, 2$ representan los dos diferentes medios porosos saturados del modelo.

2. Teoría

La ecuación (2.95) representa el módulo de onda plana hacia las altas frecuencias sísmicas donde los gradientes de presión en el espacio poral no tienen tiempo de ser equilibrados.

El segundo coeficiente de la expresión (2.94) viene dado por,

$$b = \left(1 + (I_1 g_1 + I_2 g_2)^{-1}\right)^{-1}. \quad (2.97)$$

Aquí, para cada una de las láminas,

$$I_j = q_j \coth\left(\frac{q_j}{2}\right) \quad (2.98)$$

y

$$g_j = \frac{K_{Ej}}{2E_0(r_2 - r_1)^2 p_j}, \quad (2.99)$$

dados

$$q_j = \sqrt{i\omega s_j} \quad \text{y} \quad s_j = \frac{\eta_j d_j^2}{K_{Ej} k_j}, \quad (2.100)$$

con $\omega = 2\pi f$ la frecuencia angular y f la frecuencia. η_j es la viscosidad y k_j la permeabilidad de la capa j .

Omitiendo el subíndice j , el resto de los parámetros viene dados por

$$r = \frac{\alpha M}{E_G}, \quad (2.101)$$

que es la razón de la tensión de fluido de la onda P a la tensión normal total;

$$K_E = \frac{E_m M}{E_G}, \quad (2.102)$$

un módulo efectivo y

$$E_m = K_m + \frac{4}{3}\mu, \quad (2.103)$$

es el módulo de onda P en la roca seca. K_m es el módulo de volumen de la matriz seca, μ es el módulo de rigidez y

$$M = \left(\frac{\left(1 - \frac{K_m}{K_s}\right) - \phi}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} \right)^{-1}, \quad (2.104)$$

donde K_s y K_f son, respectivamente, los módulos de volumen de los granos minerales y del fluido.

Cuando las propiedades litológicas en un medio que alterna *brine* y gas son iguales, la frecuencia para la cual hay un máximo en la atenuación se da aproximadamente en [61]

$$f_m = \frac{8k_1 K_{E1}}{\pi \eta_1 d_1^2}, \quad (2.105)$$

siendo el índice 1 la capa que contiene agua de formación.

Obtenido el módulo de onda plana dinámico E y si ρ es la densidad del medio poroelástico, la velocidad compleja es $V = \left(\frac{E}{\rho}\right)^{-1/2}$, la velocidad de fase es luego $V^f = \text{Re}\left(\frac{1}{V}\right)^{-1}$ y el factor de calidad es $Q = \frac{\text{Re}(E)}{\text{Im}(E)}$ [58].

White [62] desarrolló además otro modelo, donde las heterogeneidades mesoscópicas en el espacio poral vienen dadas por esferas de gas dentro del espacio poral de la roca. Este modelo no ha sido considerado en este trabajo ya que una de sus hipótesis implica que las esferas no interactúan [63], lo que supone una limitación a la saturación máxima de gas en el modelo, la cual es próxima al 50 % [12].

Para concluir esta sección, vale remarcar que de aquí en adelante los efectos de la disolución del CO_2 en *brine* se consideran despreciables [27; 12], dado que dichos fenómenos ocurren en escalas de tiempo de cientos a miles de años [8]. No obstante, cuando el CO_2 es inyectado en reservorios con petróleo, dichos efectos no pueden ser ignorados; como fue analizado en [12] y posteriormente en [64; 48]. Las variaciones en los módulos elásticos de la roca seca K_m y μ_m debidos a cambios en la presión efectiva (dada por la diferencia entre la presión de confinamiento y la presión poral), por ejemplo, al evaluar distintos casos de presión poral en el Capítulo 3, tampoco son consideradas en la Tesis. Esta variabilidad podría ser tomada en cuenta al describir estos módulos como funciones de la presión efectiva [12; 65].

2.6. Propiedades físicas de los fluidos del reservorio

Como fue mencionado, en las aplicaciones de esta Tesis las rocas reservorio se encuentran saturadas por mezclas de dióxido de carbono y agua salada de formación, cuyas propiedades dependerán de la temperatura y presión en el subsuelo. A continuación se describirán entonces las ecuaciones utilizadas para calcular los módulos de volumen K_g y K_w y las densidades ρ_g, ρ_w correspondientes a ambos fluidos.

Según las condiciones in situ de presión y temperatura, el dióxido de carbono puede encontrarse en el subsuelo bajo distintos estados tales como gaseoso, líquido y supercrítico. El *punto crítico* para el CO_2 ocurre a una temperatura $T_c = 31.1^\circ\text{C}$ y una presión de $P_c = 7.39$ MPa [8]. A temperaturas $T > T_c$ y presiones $P > P_c$ el CO_2 se halla en estado *supercrítico*, siendo compresible como un gas pero con la densidad de un líquido. Este estado es favorable para el entrapamiento subterráneo del CO_2 , debido a que el CO_2 supercrítico puede llenar el volumen poral disponible en la roca con efectos mínimos de flotabilidad [66]. Habitualmente, en los entrapamientos de CO_2 ocurren temperaturas y presiones cerca del punto crítico [67]. Como señala Bachu [66], la profundidad a la cual ocurren las condiciones supercríticas son altamente variables y dependientes de la temperatura en superficie y del gradiente geotérmico local.

Las propiedades físicas correspondientes al CO_2 para distintos estados de presión y temperatura se pueden obtener de ecuaciones de estado (EoS, por sus siglas en inglés) desarrolladas para gases reales; tales como las de van der Waals [68] o Peng-Robinson [69; 70]; así también como de otras específicas para el CO_2 , como son las de Duan et al. [71] o Span y Wagner [72].

2.6.1. Ecuaciones de estado para el CO₂

Ecuación de van der Waals

La ecuación de estado de *van der Waals* [68] representa el comportamiento de los gases reales. Esta ecuación depende de dos parámetros a y b y viene dada por [61]

$$(P + a\rho_g^2)(1 - b\rho_g) - \rho_g RT = 0, \quad (2.106)$$

siendo P la presión del gas en Pa, T la temperatura en Kelvin y ρ_g la densidad del gas en kg/m³. $R = 8.314472 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ es la constante del gas. El coeficiente a se conoce como parámetro de atracción y es una corrección sobre la presión respecto de la atracción entre las moléculas del gas; la cual se asume aquí como una constante. El parámetro b se conoce como covolumen y es una corrección sobre el volumen molar debido al espacio ocupado por las moléculas [73].

Tanto a como b dependen del gas considerado. Para el CO₂ los parámetros son $a = 0.359 \text{ Pa m}^6/\text{mol}^2$ y $b = 42.7 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$; donde un mol de CO₂ es igual a 44 g. La densidad ρ_g puede obtenerse de la ecuación (2.106) resolviendo un polinomio de grado 3.

Si se supone que la compresión de las ondas sísmicas sobre el gas, debido a su corta duración, es un proceso adiabático [27], el módulo de *bulk* del gas puede calcularse por medio de la compresibilidad adiabática c_s

$$K_g = \frac{1}{c_s}. \quad (2.107)$$

La compresibilidad adiabática está relacionada con la compresibilidad isotérmica c_T por $c_s = c_T/\gamma$, donde γ es la razón entre los calores específicos. Para un gas poliatómico como el dióxido de carbono se toma aquí $\gamma = 4/3$ [61]. La compresibilidad isotérmica del gas se obtiene de la EoS (2.106) a través de

$$c_T = \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial \rho_g}{\partial P}; \quad (2.108)$$

y el módulo de volumen del gas, por medio de las relaciones (2.107) y (2.108), resulta

$$K_g = \gamma \rho_g \frac{\partial P}{\partial \rho_g}. \quad (2.109)$$

Ecuación de Peng y Robinson

La ecuación de *Peng-Robinson* [69; 70] es otra relación biparamétrica en a y b y está dada por

$$P + \frac{a(T, w)}{v(v+b) + b(v-b)} - \frac{RT}{v-b} = 0, \quad (2.110)$$

siendo $v = m/\rho_g$ el volumen molar y m la masa de un mol de gas. En esta ecuación el parámetro a es función de la temperatura y del factor acéntrico w . Resolviendo esta ecuación cúbica en v se obtiene la densidad del gas ρ_g . La selección de la raíz apropiada se hace considerando el número de fases en el sistema [69].

Los coeficientes a y b se obtienen de los valores en el punto crítico T_c, P_c ,

$$\begin{aligned} a(T_c) &= 0.457235529 R^2 T_c^2 / P_c, \\ b(T_c) &= 0.0777960739 R T_c / P_c, \end{aligned} \quad (2.111)$$

mediante

$$\begin{aligned} a(T, w) &= a(T_c) \left[1 + c \left(1 - \sqrt{\frac{T}{T_c}} \right) \right]^2, \\ b &= b(T_c); \end{aligned} \quad (2.112)$$

con $c = 0.37464 + 1.54226 w - 0.26992 w^2$ para $w < 0.491$ [70]. El factor acéntrico considerado para el CO₂ es $w = 0.225$ [74].

El módulo de volumen se obtiene de la ecuación (2.109). Para la razón entre los calores específicos γ se utiliza la expresión de Picotti et al. [6],

$$\gamma = 1.37 + \frac{11.29}{P_r + 6} + \frac{15.55}{(P_r + 1.3)^2} - 38.89 \exp[-1.25(P_r + 1)], \quad (2.113)$$

con $P_r = P/P_c$ la presión reducida. La fórmula (2.113) resulta de ajustar los datos experimentales de Wang y Nur [75], utilizando la forma funcional que Batzle y Wang [27] proponen para el cociente de los calores específicos del metano.

Ecuación de Duan et al.

La ecuación de estado de *Duan et al.* [71] depende de 15 parámetros a_1, \dots, a_{15} y es válida para predecir el comportamiento del CO₂ sobre el rango de presiones entre $0 < P < 800$ MPa y temperaturas entre $0 < T < 1000^\circ$. Su estructura es

$$\begin{aligned} 1 + \frac{a_1 + a_2/T_r^2 + a_3/T_r^3}{V_r} + \\ \frac{a_4 + a_5/T_r^2 + a_6/T_r^3}{V_r^2} + \frac{a_7 + a_8/T_r^2 + a_9/T_r^3}{V_r^4} + \\ \frac{a_{10} + a_{11}/T_r^2 + a_{12}/T_r^3}{V_r^5} + \frac{a_{13}}{T_r^3 V_r^2} (a_{14} + \frac{a_{15}}{V_r^2}) \exp\left(-\frac{a_{15}}{V_r^2}\right) - \frac{P_r V_r}{T_r} = 0. \end{aligned} \quad (2.114)$$

donde $T_r = T/T_c$ es la temperatura reducida y $V_r = v/V_c$ el volumen reducido para $V_c = RT_c/P_c$. Los a_i para el CO₂ se encuentran listados en [71]. La EoS (2.114) se resuelve para V_r , de donde se obtiene luego la densidad del gas. El módulo de *bulk* se obtiene de la misma manera que en los casos anteriores por medio de la ecuación (2.109) y tomando $\gamma = 4/3$.

2.6.2. Propiedades del agua de formación

Para el agua salada de formación o *brine* [27] se utilizan las relaciones empíricas dadas por Batzle y Wang [27]. Las mismas se obtienen a partir del ajuste polinomial de datos experimentales obtenidos para mezclas de agua y cloruro de sodio. La densidad del agua dulce ρ_w en g/cm³ está dada por

$$\begin{aligned} \rho_w(P, T) = 1 + 1 \times 10^{-6} (-80T - 3.3T^2 + 0.00175T^3 + 489P \\ - 2TP + 0.016T^2P - 1.3 \times 10^{-5}T^3P - 0.333P^2 - 0.002TP^2). \end{aligned} \quad (2.115)$$

Si se supone que no hay otras sales minerales en la solución a excepción del cloruro de sodio con *salinidad* S , dada en ppm/10⁶, la densidad del *brine* en g/cm³ es luego

$$\rho_B(P, T, S) = \rho_W + S\{0.668 + 0.44S + 1 \times 10^{-6}[300P - 2400PS + T(80 + 3T - 3300S - 13P + 47PS)]\}. \quad (2.116)$$

Para la velocidad de onda P en agua pura V_W , se utiliza la expresión

$$V_W(T, P) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^3 w_{ij} T^i P^j, \quad (2.117)$$

que es válida hasta los 100° C y alrededor de los 100 MPa. Los 20 parámetros w_{ij} se pueden encontrar en [27]. Para considerar los efectos de la salinidad, la velocidad del *brine* V_w es calculada mediante

$$V_w(T, P, S) = V_W + S(1170 - 9.6T + 0.055T^2 - 8.5 \times 10^{-5}T^3 + 2.6P - 0.0029TP - 0.0476P^2) + S^{1.5}(780 - 10P + 0.16P^2) - 820S^2; \quad (2.118)$$

finalmente, el módulo de compresibilidad del *brine* es estimado luego de

$$K_B = \rho_w V_w^2. \quad (2.119)$$

2.7. Ecuación de flujo de Buckley-Leverett

Como se mencionó en la Introducción, uno de los objetivos de la Tesis consiste en analizar las características de la reflectividad sísmica en acumulaciones de CO₂ así también como sus variaciones, problema relacionado con el monitoreo sísmico temporal. Para este análisis, es necesario modelar la evolución temporal de la distribución del CO₂ luego de la inyección, determinando los valores de la saturación S_g en función de la posición y del tiempo.

La física que describe el flujo de un fluido bifásico en un medio poroso puede ser aproximada por medio de la ley de conservación de la masa a través del medio poroso, la ley de Darcy y expresiones para la presión capilar y la saturación total de fluidos. En términos matemáticos, esto se expresa mediante las siguientes ecuaciones [4; 76; 77]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\phi \rho_l S_l)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_l \mathbf{v}_l) &= 0; \\ \mathbf{v}_l(S_l) &= -\frac{k_{rl}(S_l)}{\eta_l} \mathbf{K} \nabla (p_l + \rho_l g z); \quad l = w, g \\ p_g - p_w &= p_c(S_g); \\ S_w + S_g &= 1. \end{aligned} \quad (2.120)$$

donde ϕ es la porosidad del medio, ρ_l , S_l y \mathbf{v}_l son la densidad, saturación y velocidad del fluido; k_{rl} , η_l y p_l son la permeabilidad relativa, viscosidad y presión de la fase l respectivamente. El índice $l = w$ se refiere al agua de formación (*brine*) y $l = g$ al dióxido de carbono. \mathbf{K} denota al tensor de permeabilidad absoluta, g es el módulo del campo gravitatorio terrestre en superficie y p_c la presión capilar.

Para un medio isotrópico rígido, tanto la porosidad como las permeabilidades absolutas y relativas se asumen independientes del tiempo y el tensor \mathbf{K} se vuelve un escalar, denotado aquí por κ . Además, si se asume que los parámetros hidráulicos del medio varían solo en la dirección vertical z , que los fluidos son incompresibles³ y su densidad no varía con la posición, entonces la conservación de la masa y la ley de Darcy pueden escribirse en la dirección z como

$$\phi(z) \frac{\partial S_l}{\partial t} + \frac{\partial v_l}{\partial z} = 0; \quad (2.121)$$

$$v_l = -\frac{k_{rl}}{\eta_l} \kappa(z) \left(\frac{\partial p_l}{\partial z} + \rho_l g \right). \quad (2.122)$$

Siguiendo a Mouche et al. [77], si se introduce la velocidad de flujo total

$$v = v_g + v_w, \quad (2.123)$$

y si se suman las ecuaciones (2.121) para el gas y el *brine*,

$$\phi(z) \frac{\partial (S_g + S_w)}{\partial t} + \frac{\partial (v_g + v_w)}{\partial z} = 0, \quad (2.124)$$

dado que $S_g + S_w = 1$, resulta $\frac{\partial v}{\partial z} = 0$, luego $v = v(t)$, indicando que la velocidad total depende únicamente del tiempo [77].

En Utsira la migración vertical del CO_2 se debe principalmente a la diferencia entre las densidades del CO_2 y el agua de formación [57]. Si se describe la migración como un fenómeno de flotabilidad entonces $v = 0$ [76]. Esto significa que en cada punto del medio, la suma de las velocidades de las fases gaseosa y líquida son cero; es decir que tienen sentidos opuestos. Se toma aquí que el CO_2 fluye en la dirección z ascendente y el agua de formación en sentido contrario.

Si se asume la condición de flotabilidad y se utilizan las expresiones de los flujos para el gas y el *brine* dados por la expresión (2.122), puede escribirse el flujo del gas en términos de la presión capilar, $p_c = p_g - p_w$, como [77; 78]

$$v_g(S_g, z) = \frac{1}{\eta_w} \frac{k_{rg}(S_g) k_{rw}(S_g)}{k_{rg}(S_g) + \frac{\eta_g}{\eta_w} k_{rw}(S_g)} \kappa(z) \left[(\rho_w - \rho_g) g - \frac{\partial p_c}{\partial z} \right]. \quad (2.125)$$

Definiendo la *función de flujo fraccional*,

$$f(S_g) = \frac{k_{rg}(S_g)}{k_{rg}(S_g) + M k_{rw}(S_g)}; \quad (2.126)$$

donde $M = \frac{\eta_g}{\eta_w}$ es la razón entre las viscosidades; es posible expresar finalmente el flujo de la fase gaseosa de la siguiente manera

$$v_g = \frac{1}{\eta_w} f(S_g) k_{rw}(S_g) \kappa(z) \left((\rho_w - \rho_g) g - \frac{\partial p_c}{\partial z} \right). \quad (2.127)$$

³El impacto de la hipótesis de incompresibilidad del CO_2 , adoptada en numerosos trabajos para simulaciones de flujo simplicadas, podría cuantificarse comparando numéricamente los resultados que se obtienen a partir de la formulación de Buckley-Leverett con los derivados de simuladores generales existentes para flujo multifásico en reservorios. Dicho análisis no se ha encontrado en la literatura y está fuera de los objetivos de esta Tesis.

La expresión (2.127) agrupa los dos agentes que actúan en la migración vertical del CO₂: la gravitación y la capilaridad [76]. La ecuación 1D para la evolución de la distribución vertical de la saturación de CO₂ en un medio poroso de la expresión (2.121) puede escribirse por medio de la ecuación (2.127) entonces por

$$\phi(z) \frac{\partial S_g}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{\eta_w} f(S_g) k_{rw}(S_g) \kappa(z) \left((\rho_w - \rho_g)g - \frac{\partial p_c}{\partial z} \right) \right] = 0. \quad (2.128)$$

Si se define la *función de flujo global* [77],

$$F(S_g, z) = \frac{1}{\eta_w} f(S_g) k_{rw}(S_g) \kappa(z) \left((\rho_w - \rho_g)g - \frac{\partial p_c}{\partial z} \right), \quad (2.129)$$

la ecuación (2.128) puede escribirse luego también como

$$\phi(z) \frac{\partial S_g(t, z)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} F(S_g, z) = 0, \quad (2.130)$$

la cual es una notación muy utilizada en la literatura para describir ecuaciones diferenciales que provienen de leyes de conservación.

En las aplicaciones de esta Tesis, se asume que la porosidad es constante en el reservorio, luego $\phi(z) = \phi$, en concordancia con los trabajos de [76; 77]. Esta hipótesis sugiere que la influencia de la porosidad respecto de la permeabilidad en el flujo es despreciable.

Para resolver esta ecuación para la fase del CO₂, es necesario contar con una expresión para las permeabilidades y la presión capilar. Para las permeabilidades relativas, pueden emplearse las conocidas expresiones de Brooks-Corey [79],

$$\begin{aligned} k_{rw}(S_g) &= (1 - S_{eg})^{\frac{2+3\lambda}{\lambda}}, \\ k_{rg}(S_g) &= S_{eg}^2 \left[1 - (1 - S_{eg})^{\frac{2+\lambda}{\lambda}} \right]; \end{aligned} \quad (2.131)$$

donde λ es el parámetro de distribución de tamaño de poro (≈ 0.2 para un medio heterogéneo y ≈ 3 para un medio homogéneo [80]) y

$$S_{eg} = \frac{S_g - S_{rg}}{1 - S_{rg} - S_{rw}} \quad (2.132)$$

es la saturación efectiva de gas. S_{rw} y S_{rg} representan las saturaciones residuales de agua de formación y CO₂, las que deben verificar $S_{rw} + S_{rg} < 1$. La presión capilar puede ser modelada mediante la combinación de la función de Leverett [81] y la ley de Brooks-Corey en la forma

$$p_c(S_g, z) = \sigma \sqrt{\frac{\phi}{\kappa(z)}} (1 - S_{eg})^{-1/\lambda}, \quad (2.133)$$

siendo σ la tensión interfacial entre el agua de formación y el dióxido de carbono. A los fines prácticos σ se determina por medio de la *presión de entrada*, $P_0 = \sigma \sqrt{\frac{\phi}{\kappa}}$ [77], la cual es la presión mínima para la cual comienza el desplazamiento del *brine* (fase mojante) por medio del CO₂ (fase no mojante) [4].

Una medida de la importancia relativa de los efectos capilares a la flotabilidad está dada por el número de capilaridad [77]

$$N_c = \frac{\sigma \sqrt{\frac{\phi}{\kappa_0}}}{(\rho_w - \rho_g)gH}, \quad (2.134)$$

donde H es un espesor característico, como puede ser la del reservorio de interés y κ_0 es una permeabilidad característica del medio. Como puede apreciarse, es de esperar que N_c sea pequeño a la escala del reservorio, porque H es relativamente mayor. Los lineamientos de la implementación numérica de la ecuación de Buckley-Leverett utilizada en esta Tesis se presentan en el Apéndice B.

Capítulo 3

Comportamiento AVA en una acumulación de CO₂

En este Capítulo se estudia el comportamiento AVA teórico de un reservorio inyectado con dióxido de carbono. El objetivo será describir el estado de la acumulación, usando como intermediarios a los atributos *intercept*, gradiente y curvatura derivados de la respuesta AVA. Se analizará la relación y sensibilidad de estos atributos con la saturación de CO₂, su estado físico, el tipo de mezcla de los fluidos porales, la temperatura, presión y la presencia de impurezas de metano. Parte del análisis desarrollado en este Capítulo forma parte de la publicación [64] y una síntesis de estos resultados ha sido publicado en [82].

3.1. Introducción

La dependencia de la amplitud de las reflexiones sísmicas con la distancia entre la fuente y el receptor (*offset*) (AVO, *amplitude variation with offset*), o equivalentemente, las variaciones en la amplitud con el ángulo de incidencia (AVA) son herramientas ampliamente utilizadas para la caracterización de la litología de los reservorios y sus fluidos [17; 83]. Como señalan Avseth et al. [17] esta técnica surgió a partir del trabajo publicado por Ostrander en 1984 [84], quien demostró que es factible que la presencia de gas en una arenisca debajo de un sello de lutita cause una variación de amplitud con el *offset* observable en datos sísmicos de *pre-stack*. Al año siguiente Shuey [85] lo confirmó matemáticamente mediante aproximaciones de las ecuaciones de Zoeppritz [16].

Basándose en estas ideas, Brown et al. [86] sugieren un método AVO para detectar y monitorear la saturación de CO₂ en entrapamientos geológicos. En el trabajo se muestra que la variación en los coeficientes de la respuesta AVO, antes y después de la inyección del gas tienen alta probabilidad de ser sísmicamente detectables. Posteriormente, Hardage y Silva [87] introducen un modelo AVO para identificar la interfaz entre el CO₂ y el agua de formación. Sin embargo, en dichos trabajos no se toma en cuenta la variabilidad de los parámetros que están involucradas en el problema del entrapamiento de CO₂. En este Capítulo, considerando distintos grados de saturación y diferentes condiciones de presión poral y temperatura, se modela la reflectividad sísmica compresional en el tope de una acumulación que contiene una mezcla de CO₂

con agua de formación. El modelo propuesto permite conducir un análisis paramétrico de la sensibilidad de los coeficientes AVA a variables de interés de un reservorio CCS. Se analiza también el efecto de la presencia de impurezas de metano (CH₄) dentro del volumen de CO₂ inyectado. Por último, se considera la variabilidad asociada puramente a la elección de la ecuación de estado para representar el comportamiento in situ del CO₂.

3.2. Descripción del Modelo e Hipótesis

Los coeficientes AVA comúnmente utilizados en la interpretación de amplitudes sísmicas reflejadas se derivan y definen a partir del coeficiente de reflexión compresional para una *única interfaz*. Esto corresponde a un modelo de dos semiespacios elásticos homogéneos e isotrópos en contacto y formando una interfaz plana.

En este Capítulo, se analiza entonces la reflectividad para un modelo de dos semiespacios presentada en la Sección 2.4.1 para dos semiespacios. El semiespacio superior, desde donde inciden las ondas, lo constituye la roca sello. El semiespacio inferior está compuesto por una arenisca porosa parcialmente saturada por una mezcla de agua de formación y CO₂ en distintos estados físicos. El coeficiente de reflexión de onda P para este modelo, denotado por R_{pp} , bajo la hipótesis de comportamiento elástico y dado que no hay ángulo crítico, será una función real del ángulo de incidencia, saturación y demás parámetros característicos del CO₂.

Para las aplicaciones, los parámetros que definen al reservorio se toman de los publicados para la formación Utsira; una arenisca cuarzosa, limpia y poco consolidada, de alta porosidad y permeabilidad [57]. Esta formación alberga un acuífero salino profundo con muy buena capacidad de almacenamiento. La roca sello es parte de la formación Nørdland y está formada por lutitas y arcillitas homogéneas y de muy baja permeabilidad, de mineralogía compuesta principalmente por cuarzo, mica, calcita y feldespatos [88; 57].

Para calibrar los modelos se utilizaron los valores de velocidades y densidades medidas previo a la inyección de CO₂ (saturación total de *brine*) en la formación Utsira, reportados en [19]. Los mismos se detallan en la Tabla 3.1. Para la arenisca, se asume una porosidad del $\phi = 37\%$ y un módulo de volumen de granos sólidos $K_s = 36.9$ GPa de acuerdo con [57]. Utilizando la Tabla 3.1, y las expresiones (2.84), (2.85) y la relación (2.90), resultan un módulo de corte $\mu = 0.84$ GPa, una densidad de granos sólidos $\rho_m = 2.64$ g/cm³ y un módulo de matriz seca $K_m = 2.57$ GPa. La densidad y módulo de volumen del *brine* utilizados son respectivamente $\rho_w = 1040$ kg/m³ y $K_w = 2.305$ GPa según [57].

Se considera que el CO₂ puede distribuirse tanto de forma homogénea como en forma *patchy* en el espacio poral del semiespacio que representa a la arenisca originalmente saturada con agua de formación, mediante la utilización de la teoría ya descrita en el Capítulo 2. La ocurrencia de un tipo u otro de distribución dependerá de las propiedades petrofísicas y condiciones de presión capilar del medio.

Los valores de la densidad y el módulo de volumen del *brine* para las presiones in situ de presión y temperatura son calculados con los resultados empíricos de Batzle y Wang [27] considerando una salinidad de 50000 ppm y la ecuación de estado (EoS) de Peng-Robinson para representar al CO₂ (Capítulo 2). Sobre el final de este Capítulo

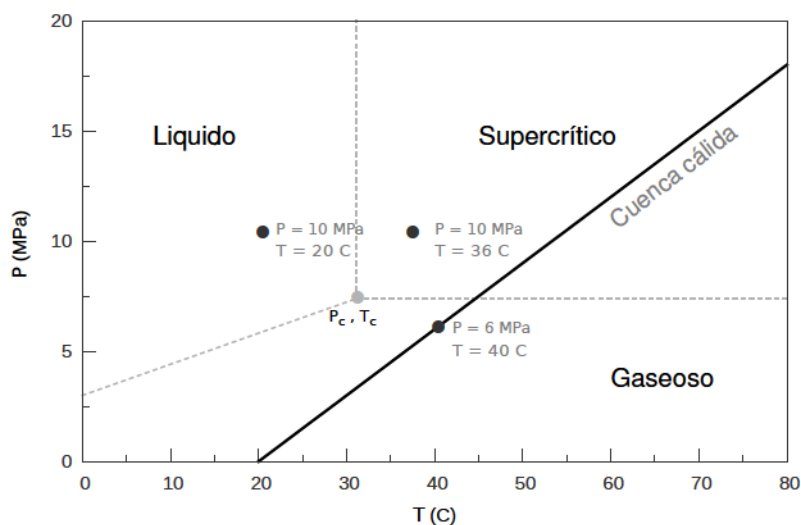


Figura 3.1. Diagrama esquemático de presión (P) vs. temperatura (T) para el CO_2 (adaptado de [66] y [6]). Los puntos indican los pares de presión y temperatura utilizados para calcular las propiedades del CO_2 en los estados líquido, supercrítico y gaseoso. Se muestra también la ubicación del punto crítico (P_c, T_c).

se hace un análisis sobre la influencia de la elección de la EoS en el cálculo de los coeficientes AVA.

3.3. Análisis AVA

El análisis de las variaciones de la reflectividad con el ángulo de incidencia permiten inferir propiedades del reservorio, tanto litológicas como de la naturaleza de los fluidos atrapados. Se investiga a continuación si los coeficientes AVA pueden entonces ser empleados para monitorear una acumulación de CO_2 .

En los ejemplos se considera que la roca reservorio alberga una mezcla de CO_2 y agua de formación a distintas saturaciones y condiciones termodinámicas. En este trabajo se toman tres puntos de presión y temperatura, donde el CO_2 se encuentra en estado gaseoso, supercrítico o líquido. Para el estado gaseoso se considera una presión poral de $P = 6$ MPa y una temperatura de $T = 40$ °C, una condición representativa de una cuenca cálida a profundidades por debajo de 1 Km [66]. El caso supercrítico se obtiene tomando $P = 10$ MPa y $T = 36$ °C, un estado característico del reservorio Utsira. El estado líquido se obtiene para $P = 10$ MPa y $T = 20$ °C, que representa un caso posible para una cuenca fría a una profundidad de 1 Km. Los puntos considerados se muestran en el diagrama de fases del CO_2 de la Figura 3.1. En la Figura 3.1 también se indica las condiciones de cuenca cálida [66]. Suponiendo una relación lineal entre presión y temperatura, la cuenca cálida se da cuando la trayectoria $P(T)$ está hacia la derecha del punto crítico y pasa por los estados gaseoso y supercrítico. Los parámetros físicos de los fluidos porales para estos estados se listan en la Tabla 3.2.

En la Figura 3.2 se muestran los efectos en la velocidad de onda P de la arenisca Utsira, para los tres estados del CO_2 considerados en la Tabla 3.2, su saturación y

3. Comportamiento AVA en una acumulación de CO₂

Litología	V_p [m/s]	V_s [m/s]	ρ [kg/m ³]
Roca sello	2270	850	2100
Arenisca	2050	640	2050

Tabla 3.1. Velocidades y densidades para la roca sello y la arenisca del acuífero del campo Sleipner en el caso previo a la inyección de CO₂. Los valores son tomados de [19].

Estado físico	CO ₂ (Peng-Robinson)	CO ₂ (Duan)	CO ₂ (van der Waals)	Agua de formación (Batzle & Wang)
Gaseoso				
$T = 40$	$K_g = 0.0089$	$K_g = 0.0049$	$K_g = 0.0050$	$K_w = 2.5986$
$P = 6$	$\rho_g = 0.1532$	$\rho_g = 0.1498$	$\rho_g = 0.1421$	$\rho_w = 1.0287$
Supercrítico				
$T = 36$	$K_g = 0.0372$	$K_g = 0.0261$	$K_g = 0.0199$	$K_w = 2.6234$
$P = 10$	$\rho_g = 0.6376$	$\rho_g = 0.7064$	$\rho_g = 0.4907$	$\rho_w = 1.0304$
Líquido				
$T = 20$	$K_g = 0.1376$	$K_g = 0.0931$	$K_g = 0.0464$	$K_w = 2.5009$
$P = 10$	$\rho_g = 0.8331$	$\rho_g = 0.8535$	$\rho_g = 0.5652$	$\rho_w = 1.0360$

Tabla 3.2. Propiedades físicas del CO₂ y del agua de formación a diferentes condiciones termodinámicas. La temperatura está en Celsius y la presión en MPa, los módulos de *bulk* están dados en GPa y las densidades en g/cm³. Para el CO₂ se utilizan distintas ecuaciones de estado ([71; 69; 68]). Las propiedades del agua de formación se calculan según la relación empírica de Batzle y Wang [27].

el tipo de mezcla que forma con el agua de formación. En la Figura 3.2-a la mezcla de los fluidos es homogénea mientras que en la 3.2-b la mezcla es *patchy*. Como se desprende de estos resultados, la sensibilidad a los cambios en la saturación de CO₂ son mucho menores para la mezcla homogénea. Para ésta mezcla, a partir de un valor de saturación próximo al 20 %, la velocidad se vuelve a los fines prácticos insensible a la saturación (casos líquido y supercrítico) o toma valores similares con otros niveles de saturación menores (caso gaseoso), perdiendo por ello su carácter unívoco. Para la mezcla heterogénea se observa una mejor sensibilidad para todo el rango de saturaciones y el carácter unívoco es conservado.

La Figura 3.3 muestra el cambio en la velocidad de onda P en función de la saturación de CO₂ supercrítico para ambos tipo mezcla. Se observan más claramente las diferencias en el comportamiento de la velocidad según el tipo de distribución. A modo de ejemplo, y tal como señala la línea punteada horizontal en la Figura 3.3, un cambio del 70 % en V_p (de 2120 a 1480 m/s) puede estar vinculado a una saturación de 80 % para una mezcla heterogénea o a una saturación mucho menor, del 10 % en la mezcla homogénea. La sensibilidad de los coeficientes AVA estará fuertemente ligada, entonces, al carácter del tipo de mezcla que se produce entre el CO₂ y el agua de formación. Este comportamiento es una variable fundamental en el diseño de estrategias de monitoreo, donde una predicción acertada de los cambios en la respuesta geofísica producidos por

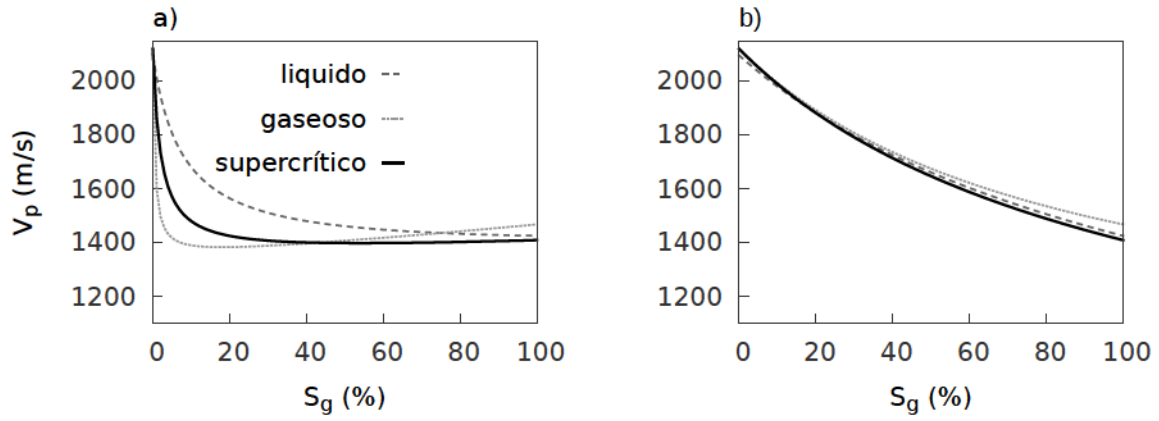


Figura 3.2. Velocidad de onda P en la arenisca vs. saturación de CO₂ para la mezcla agua de formación/CO₂ a diferentes estados del CO₂. En a) la mezcla de los fluidos es homogénea y en b) la mezcla es *patchy*.

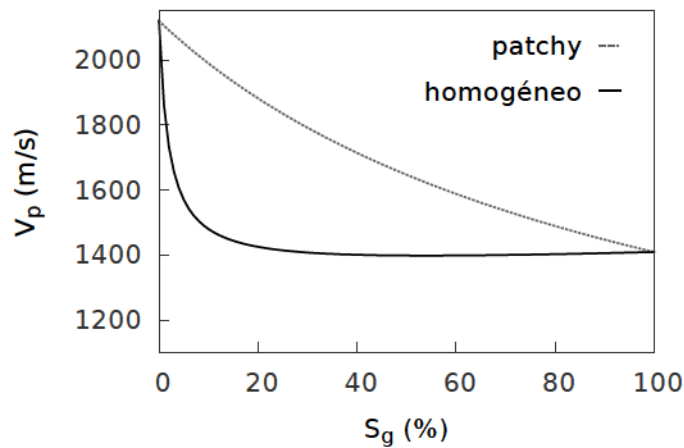


Figura 3.3. Velocidad de onda P en la arenisca vs. saturación de CO₂ para el estado supercrítico. Se consideran los casos donde la mezcla de los fluidos es homogénea y *patchy*.

la inyección del CO₂ es fundamental.

Coeficientes AVA

Para ángulos de incidencia pequeños, $\theta \leq 30^\circ$, se asume que el coeficiente de reflexión de onda P puede ser ajustado mediante la aproximación de tres términos debida a Shuey [85]:

$$R_{pp}(\theta) \approx A + B \sin^2 \theta + C (\tan^2 \theta - \sin^2 \theta), \quad (3.1)$$

donde el coeficiente A se conoce como *intercept*, B *gradiente* [89] y C *curvatura* [90]. El coeficiente *intercept* es igual al coeficiente de reflexión a incidencia normal y es controlado por el contraste en impedancia acústica entre ambos medios. El gradiente está relacionado con los contrastes en densidad y velocidades sísmicas [17]. La curvatura adquiere importancia hacia ángulos grandes y cerca de los ángulos críticos [26].

Para el modelo de semiespacios considerado, y debido a que la inyección de CO₂ reduce la velocidad de onda P (Figura 3.2), es de esperar que la respuesta AVA pertenezca a las clases II, III o IV de la clasificación estándar modificada de Castagna et al. [89]. Ésta clasificación se construye en base a los coeficientes A y B . En particular, la *clase II* está caracterizada por $|A| < 0.02$ y $B < 0$, pudiendo por ello agrupar casos con coeficientes a incidencia normal tanto positivos como negativos. La *clase III* viene definida por $A, B < 0$ y con coeficiente A de mayor magnitud que los de la Clase II. En esta clase se espera que la reflectividad se vuelva más negativa a medida que aumenta el ángulo de incidencia. La *clase IV* queda definida por $A < 0$ y $B > 0$, donde se observa hacia ángulos pequeños una disminución en la magnitud de la reflectividad.

El análisis de la sensibilidad de los coeficientes A , B y C en función de la saturación de CO₂ se hace mediante un ajuste de cuadrados mínimos de la ecuación (3.1), para $\theta \leq 30^\circ$, al coeficiente de reflexión $R_{pp}(\theta)$ calculado por el método de la reflectividad.

En las secciones siguientes se realizan una serie de experimentos numéricos con el objetivo de determinar la sensibilidad que presentan los coeficientes AVA respecto de la saturación S_g de CO₂, así también como esta sensibilidad se ve afectada según el estado termodinámico del dióxido de carbono y el tipo de distribución de los fluidos porales. También es analizada la influencia que tiene en estos coeficientes la presencia de metano.

3.3.1. Reflectividad para distintos estados del CO₂

La Figura 3.4 muestra el comportamiento AVA general ($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) para los tipos de mezcla homogénea (3.4-a) y *patchy* (3.4-b). Se grafica el caso previo a la inyección, donde $S_g = 0\%$, como también los tres estados de CO₂ considerados en la Figura 3.1 para una saturación de $S_g = 50\%$. El caso previo a la inyección graficado corresponde a los valores de $T = 36^\circ \text{ C}$ y $P = 10 \text{ MPa}$, el cual es similar al resto de los otros estados de presión y temperatura considerados en la Tabla 3.2. El coeficiente de reflexión de ondas P a incidencia normal es en este caso de -0.063 ; este valor puede ser verificado directamente con las entradas de la Tabla 3.1. Las curvas para el caso supercrítico son similares a las publicadas por Ghaderi y Landrø [91] para la arenisca Utsira. El cambio brusco en R_{pp} al introducir el CO₂ se debe al aumento en el contraste de impedancia

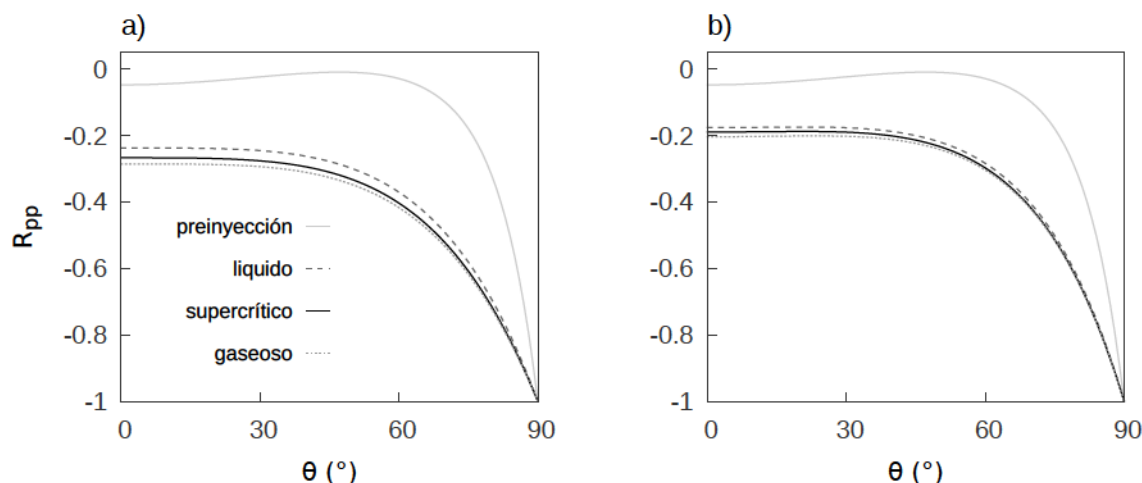


Figura 3.4. Coeficiente de reflexión R_{pp} en función del ángulo de incidencia θ para tres estados del CO_2 y para el estado previo a la inyección. Se considera $S_g = 50\%$. En a) la mezcla de los fluidos porales es homogénea, en b) *patchy*.

acústica del reservorio. Este efecto también se atribuye en menor medida a que el CO_2 inyectado se encuentra libre, sin efectos de solubilidad en el agua de formación.

Los estados gaseoso, supercrítico y líquido considerados producen curvas AVA muy similares para las mezclas consideradas. A razón de ello, la discriminación del estado in situ del CO_2 no parece ser posible.

Las Figuras 3.5, 3.6 y 3.7 muestran la sensibilidad de las curvas AVA en el rango de ángulos intermedios, $\theta < 50^\circ$, a la saturación de CO_2 . El estado preinyección se presenta por la línea punteada. Las demás curvas se calculan para cambios del 10% en la saturación, siendo de un gris más oscuro a medida que la saturación aumenta y en negro para el caso $S_g = 100\%$.

De estas Figuras se observa que la respuesta AVA está controlada por el tipo de mezcla de fluidos porales, siendo el efecto de la saturación de CO_2 mucho mayor para las distribuciones tipo *patchy*. Para la mezcla homogénea hay un leve aumento de la sensibilidad a bajas saturaciones cuando el dióxido de carbono es líquido. También se observa para estas mezclas que el cambio en la reflectividad disminuye sustancialmente a medida que el espacio poral se satura con CO_2 . Esto último no ocurre de forma tan marcada en la mezcla *patchy*. La sensibilidad de R_{pp} a los cambios en la saturación entonces se mantiene en la mezcla no homogénea y se degrada en la mezcla homogénea a medida que el reservorio se satura de dióxido de carbono. Este comportamiento está controlado por la variación de la velocidad V_P con S_g .

La capacidad de monitorear los cambios en la saturación depende sustancialmente del tipo de mezcla que se genera entre el CO_2 inyectado y el fluido original del reservorio. En este contexto, las mezclas *patchy* presentan a priori mayor sensibilidad a los fines del monitoreo sísmico. Como se deduce también de estas Figuras, distintos tipos de mezcla, producen a diferentes saturaciones el mismo *intercept*, pero no por ello el mismo carácter AVA. Por ejemplo, para el caso supercrítico de la Figura 3.6, tanto la mezcla homogénea con $S_g = 20\%$ como la *patchy* para $S_g = 80\%$ comparten el mismo *intercept* (Figura 3.8-a) pero distinto gradiente (Figura 3.8-b). Lo mismo ocurre para el caso líquido para

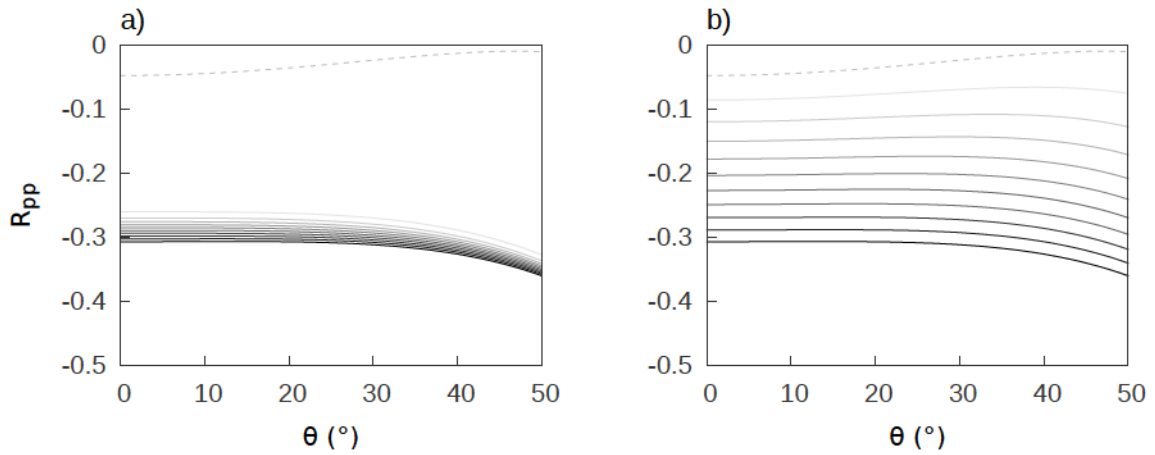


Figura 3.5. Coeficiente de reflexión R_{pp} en función del ángulo de incidencia θ para diferentes saturaciones de CO₂ en estado *gaseoso*. En a) la mezcla de los fluidos porales es homogénea, en b) la mezcla es heterogénea. La línea punteada es el caso $S_g = 0\%$, las curvas siguientes representan saltos sucesivos de 10% en la saturación con la línea más oscura para $S_g = 100\%$.

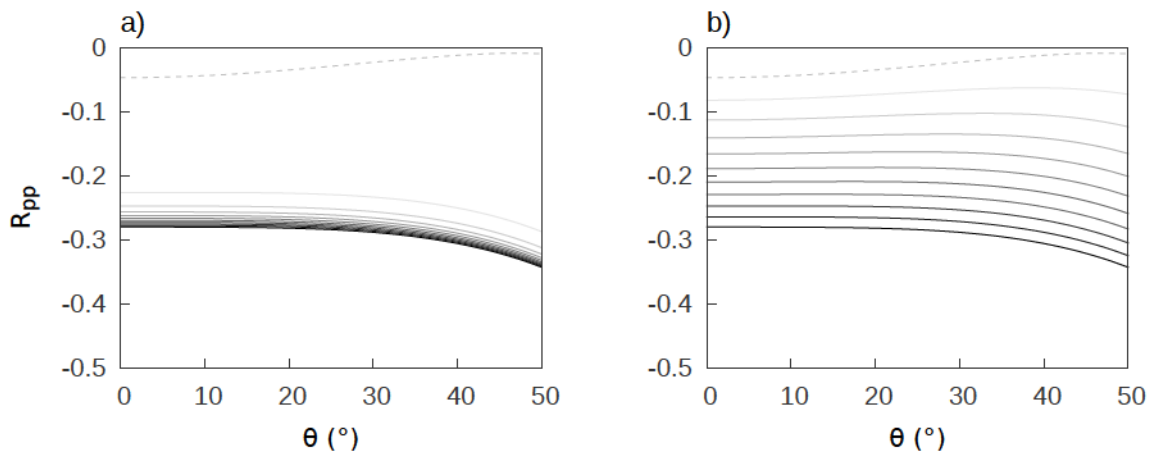


Figura 3.6. Coeficiente de reflexión R_{pp} en función del ángulo de incidencia θ para diferentes saturaciones de CO₂ en estado *supercrítico*. En a) la mezcla de los fluidos porales es homogénea, en b) la mezcla es heterogénea. La línea punteada es el caso $S_g = 0\%$, las curvas siguientes representan saltos sucesivos de 10% en la saturación con la línea más oscura para $S_g = 100\%$.

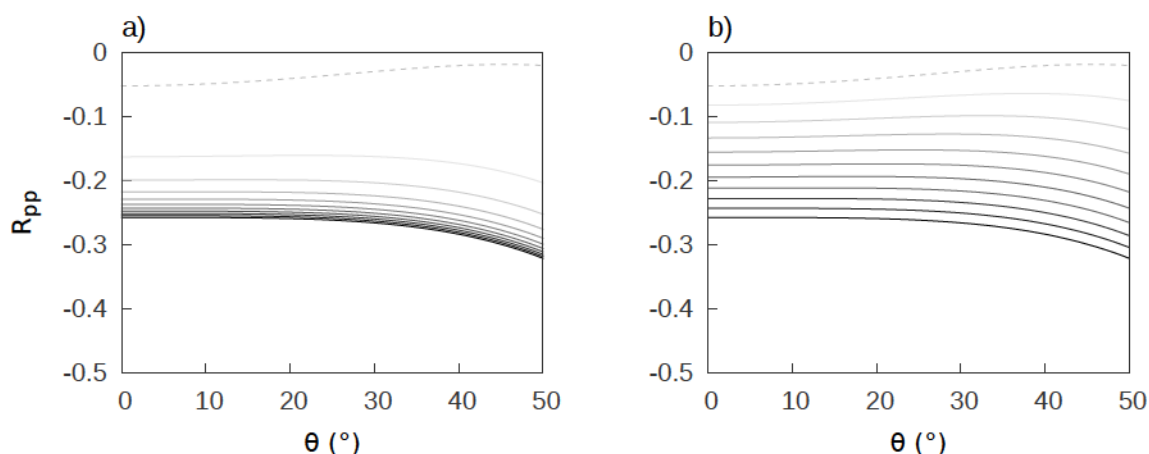


Figura 3.7. Coeficiente de reflexión R_{pp} en función del ángulo de incidencia θ para diferentes saturaciones de CO_2 en estado líquido. En a) la mezcla de los fluidos porales es homogénea, en b) la mezcla es heterogénea. La línea punteada es el caso $S_g = 0\%$, las curvas siguientes representan saltos sucesivos de 10% en la saturación con la línea más oscura para $S_g = 100\%$.

$S_g = 10\%$ en la mezcla homogénea y $S_g = 50\%$ en la *patchy* (Figura 3.7). La respuesta AVA puede entonces ayudar a distinguir el tipo de mezcla en estos casos.

La sensibilidad de los coeficientes A , B y C a la saturación de CO_2 será el objeto de estudio de la siguiente sección.

3.3.2. Coeficientes AVA y saturación de CO_2

El cambio a lo largo del tiempo de la respuesta AVA, o *time-lapse* AVA, de un reservorio puede ser empleado para caracterizar e interpretar el movimiento de los fluidos en reservorios [92]. En esta sección se analiza el comportamiento de los coeficientes AVA a la saturación de CO_2 .

Una aplicación del *time-lapse* AVA se basa en obtener el crossplot de los coeficientes A y B de distintos reflectores en distintos momentos, de donde se buscan patrones y tendencias asociadas con los distintos tipos de fluidos, tales como gas o petróleo. Del crossplot A versus B de la Figura 3.9, puede verse como la respuesta AVA considerada en la sección anterior transita desde la clase IV para el estado previo a la inyección, o a bajas saturaciones, a la clase III hacia saturaciones mayores. En el caso de mezcla *patchy* (Figura 3.9-b) a medida que aumenta la saturación se distinguen las trayectorias que pertenecen a los distintos estados del CO_2 . Esto no sucede en las mezclas homogéneas. Nuevamente, tal como fue observado en la sección anterior, se pone de manifiesto que la capacidad de discriminar el estado in situ del CO_2 depende fuertemente del tipo de distribución de los fluidos porales.

En las Figuras 3.10 y 3.11 se muestran los coeficientes A , B y C en función del grado de saturación de CO_2 , para los estados líquido, supercrítico y gaseoso; como también según el tipo de mezcla entre los fluidos porales.

El parámetro *intercept* A es el único que muestra un carácter decreciente y monótono

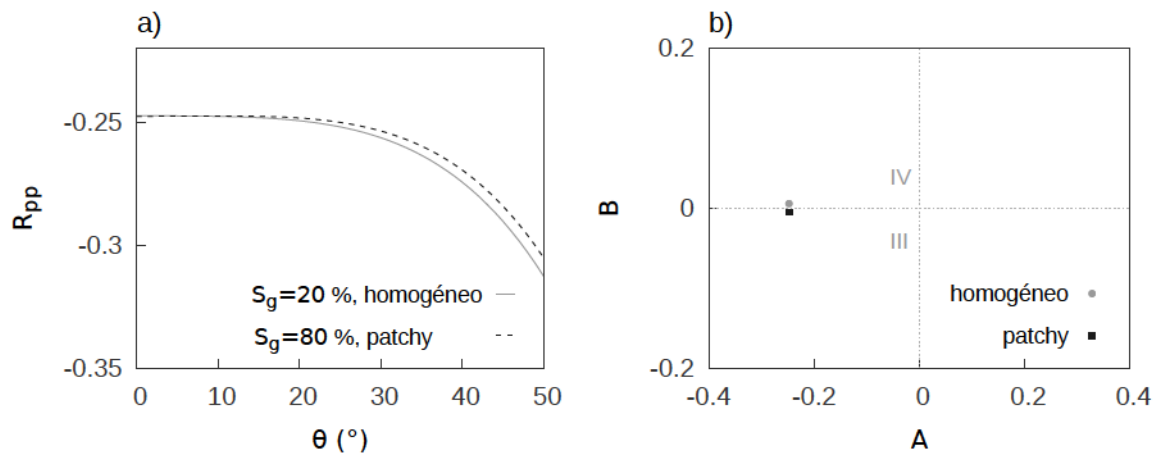


Figura 3.8. a) Coeficiente de reflexión R_{pp} en función del ángulo de incidencia θ para mezcla homogénea y *patchy* en estado supercrítico. b) Crossplot entre el *intercept* y el gradiente. Se señalan las clases III y IV de la clasificación AVA estándar. Si bien el *intercept* A no puede distinguir el tipo de mezcla, la respuesta AVA si lo hace.

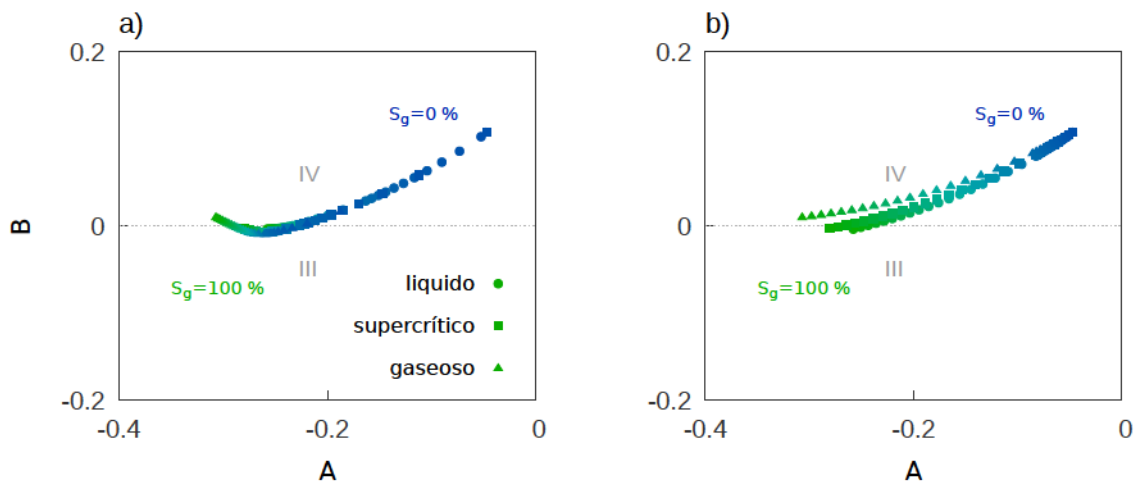


Figura 3.9. Crossplot entre los parámetros *intercept* A y gradiente B para distintos estados del CO₂ variando la saturación de gas. En a) la mezcla de los fluidos porales es homogénea, en b) la mezcla es *patchy*. Se señalan además las clases III y IV de la clasificación AVA estándar. Los puntos están tomados para un intervalo de saturación del 1% para $S_g \leq 10\%$ y luego a un intervalo de 10% para $S_g \leq 100\%$.

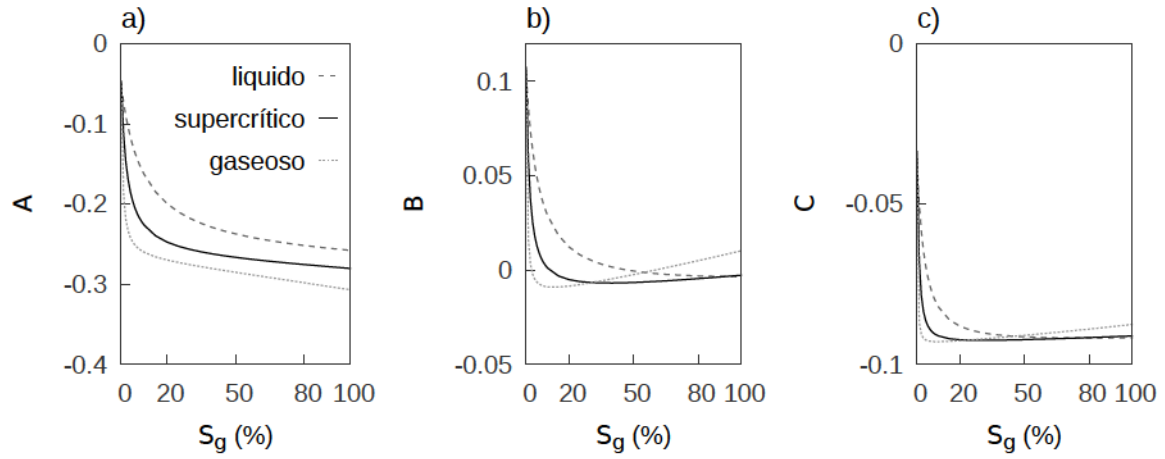


Figura 3.10. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos *homogénea*. a) *Intercept*, b) gradiente y c) curvatura.

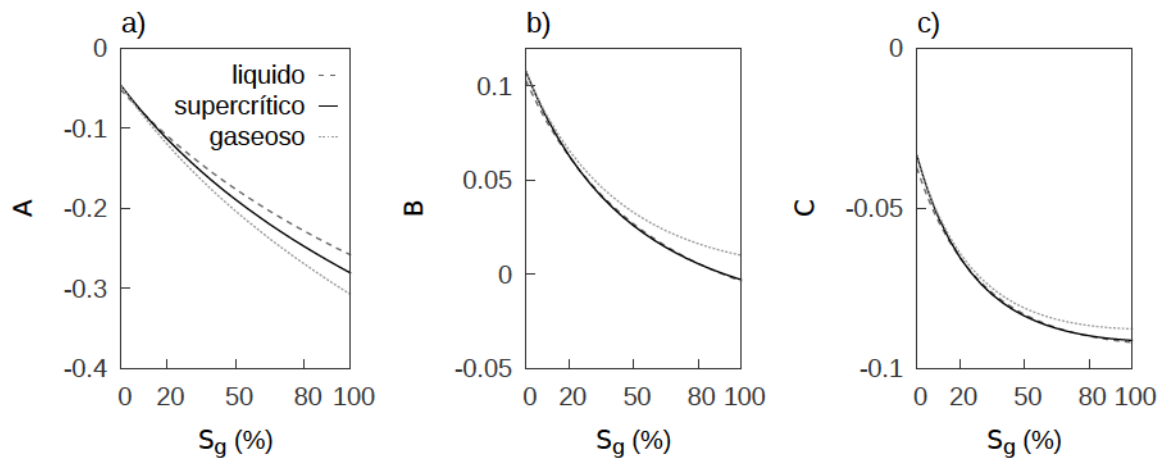


Figura 3.11. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos *patchy*. a) *Intercept*, b) gradiente y c) curvatura.

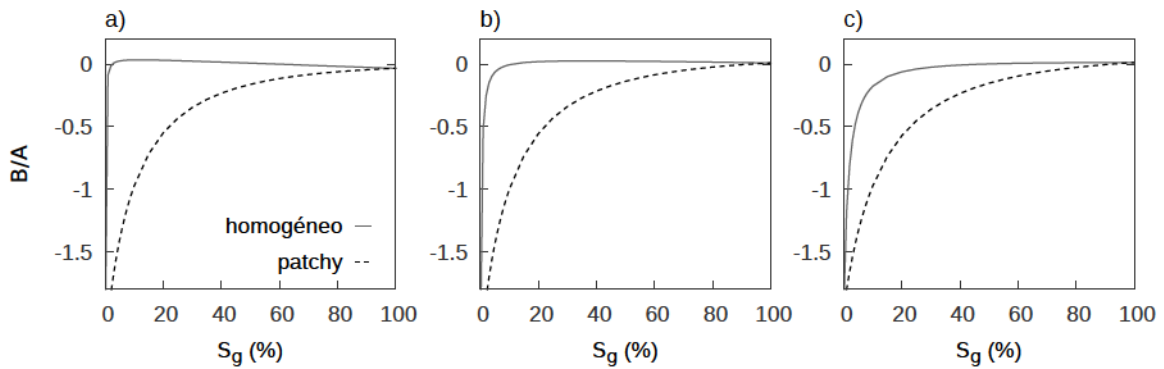


Figura 3.12. Parámetros B/A en función de la saturación de CO₂ y del tipo de mezcla de fluidos porales. a) CO₂ gaseoso, b) CO₂ supercrítico y c) CO₂ líquido.

para ambos tipos de mezcla y los tres estados físicos del CO₂. En el caso de la mezcla homogénea, este parámetro tiende a disminuir su sensibilidad con la saturación. Esto se debe al comportamiento de la velocidad de onda P, la cual estabiliza su disminución con la saturación a medida que ésta aumenta. En los estados supercrítico y gaseoso la sensibilidad disminuye considerablemente a partir de $S_g \approx 20\%$ y $S_g \approx 10\%$ respectivamente. Para el estado líquido, la disminución en la sensibilidad no es tan marcada como en el resto de los otros estados. El rango de mayor variación se extiende aquí hasta $S_g \approx 30\%$.

El gradiente B , presenta para el caso líquido un comportamiento similar al parámetro *intercept*. Para la mezcla homogénea (Figura 3.10-b), se observa para el caso supercrítico un decrecimiento similar al *intercept* para $S_g < 20\%$; para $S_g > 20\%$ el parámetro aumenta mínimamente con la saturación. La correlación con la saturación se pierde entonces a partir de $S_g = 20\%$. Lo mismo ocurre para el caso gaseoso, donde el cambio en la tendencia se da para una saturación menor ($S_g < 10\%$), presentando luego una tendencia creciente más marcada que para el caso supercrítico. Para el CO₂ líquido, el cambio de signo en B señala que la saturación de CO₂ supera un cierto límite, en este caso del 20%. Para el resto de los estados tal distinción no es posible debido que, a los fines prácticos, $B < 0$ una vez introducido el dióxido de carbono en el reservorio. Para el caso de mezcla *patchy*, la tendencia decreciente en B se conserva en todo el rango de saturaciones. Con excepción del caso gaseoso, el cambio de signo en el gradiente permitiría discernir entre saturaciones $S_g < 80\%$ y $S_g > 80\%$.

La curvatura C , comparada con los coeficientes A y B , es de una sensibilidad mucho menor para el caso de mezcla homogénea; donde para $S_g > 20\%$ la variación es prácticamente despreciable. Para la mezcla *patchy*, la sensibilidad es aceptable; reduciéndose cuando $S_g > 50\%$ para los tres estados considerados.

En la Figura 3.12 se grafica el atributo B/A en función de la saturación de gas para los tres estados del CO₂. Ésta Figura pone en evidencia que las mezclas *patchy* son más propicias para el monitoreo sísmico que las homogéneas. En las mezclas homogéneas la variaciones significativas en B/A se dan a saturaciones por debajo de $S_g = 5\%$. Para la mezcla *patchy* este límite de la sensibilidad se corre hacia saturaciones del orden

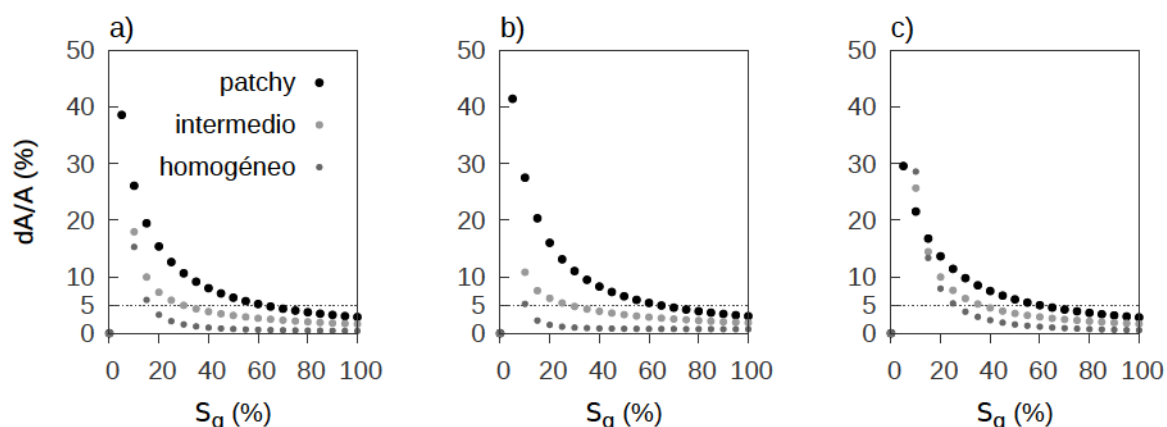


Figura 3.13. Variación porcentual del coeficiente A en función de la saturación de CO_2 y del tipo de mezcla de fluidos porales. a) CO_2 gaseoso, b) CO_2 supercrítico y c) CO_2 líquido. La línea horizontal marca el límite de detectabilidad.

de 40%. Para el caso líquido (Figura 3.12-c) el monitoreo de la saturación se puede extender sobre un rango superior: $S_g < 15\%$ para la mezcla homogénea y $S_g < 60\%$ en la mezcla *patchy*. El cambio de signo en B/A en la mezcla no homogénea marca el paso por saturaciones mayores que 80%. Para las mezclas homogéneas, B/A presenta un cambio de signo únicamente para el caso líquido, que indica el paso hacia saturaciones mayores de 20%. En el resto de los estados es $B/A > 0$ para $S_g > 0$, estando el cambio de signo vinculado únicamente a la presencia del CO_2 .

Los coeficientes AVA analizados muestran en términos generales una pérdida de sensibilidad a medida que la saturación de CO_2 aumenta. Los cambios son siempre más marcados en el caso de mezcla *patchy*. Esta limitación en la sensibilidad también ha sido observada para Sleipner en el trabajo de Rubino et. al [31].

En el trabajo de Brown et al. [86] se menciona que cambios en los coeficientes AVA del orden de 5% pueden ser considerados como *detectables*. Usando este valor como límite inferior por la sensibilidad, en la Figura 3.13 se presenta la variación porcentual del coeficiente *intercept*, $dA/A = \frac{A(S_{g_{i+1}}) - A(S_{g_i})}{A(S_{g_i})}$, para cambios en la saturación $S_{g_{i+1}} - S_{g_i} = \Delta S_g = 5\%$ y $S_{g_i} = (i - 1)\Delta S_g$, con $i = 1, \dots, 20$. Para los estados del CO_2 gaseoso (Figura 3.13-a) y supercrítico (Figura 3.13-b), la variación porcentual cae por debajo del 5% cuando las saturaciones son $S_g > 10\%$ en la mezcla homogénea y para $S_g > 60\%$ en el caso de distribución *patchy*. Para una mezcla intermedia, donde se toma el promedio de la incompresibilidad para los extremos de las mezclas homogénea y *patchy*, la sensibilidad está por debajo del límite del 5% para $S_g > 30\%$. Para el CO_2 líquido (Figura 3.13-c) los límites para la mezcla homogénea e intermedia se extienden ligeramente siendo $S_g > 20\%$ y $S_g > 40\%$ respectivamente. Resultados similares son encontrados considerando la variaciones porcentuales de los coeficientes B y C , pero sobre un rango menor para las sensibilidades. Para B , $S_g > 10\%$ en los tres estados. Para el coeficiente C , en las mezclas homogénea e intermedia, es $S_g > 5\%$ para CO_2 gaseoso y supercrítico y $S_g > 15\%$ en caso líquido. Para la mezcla *patchy*, este valor se

extiende hasta $S_g > 30$ en los tres estados.

Es posible concluir que un análisis AVA basado en los cambios de los coeficientes AVA, y principalmente A , puede ser empleado para obtener información de la saturación de CO₂ de la acumulación; en particular para saturaciones bajas. De los estados físicos analizados, el más favorable para el monitoreo de la saturación es el líquido, donde la sensibilidad a los cambios en la saturación se extiende sobre un rango levemente mayor que en los otros estados. De los tipos de mezcla de fluidos considerados, la mezcla *patchy* presenta la mayor amplitud en la variación de los coeficientes AVA.

3.3.3. Influencia de la presión y la temperatura

La estimación de los valores de la densidad y módulo de volumen in situ del CO₂ es de gran importancia para una acertada aplicación de la sustitución de fluidos en el modelo. Como es sabido, estos parámetros son muy sensibles a la temperatura y a la presión. En ésta sección se consideran las incertezas en la temperatura y la presión poral en el acuífero Utsira, con el fin de analizar su influencia final en la sensibilidad de los coeficientes AVA.

Una relación lineal entre la presión y la temperatura in situ puede ser obtenida asumiendo que la presión poral a una profundidad z es hidrostática, es decir $P = \rho_B g z$, donde ρ_B es la densidad del agua de formación y g el módulo del campo gravitatorio en superficie. Considerando además una temperatura en superficie T_0 y un gradiente geotérmico G , tal que $T = T_0 + Gz$ sea también lineal, se obtiene la relación entre la presión y temperatura:

$$P(T) = \left(\frac{\rho_B g}{G} \right) (T - T_0). \quad (3.2)$$

De la trayectoria de la cuenca cálida de la Figura 3.1 que pasa por el estado gaseoso del CO₂, se toman los puntos $T_0 = 20$ °C, $P = 0$ MPa y $T = 40$ °C y $P = 6$ MPa para construir la relación lineal $P(T)$ de la ecuación 3.2. En particular se analiza el efecto en los coeficientes A , B y C para el rango de temperaturas $30^\circ \leq T \leq 50^\circ$.

La Figura 3.22-a muestra un decrecimiento en la velocidad del sonido en el CO₂ para la trayectoria de presión y temperatura considerada. Si bien ésta variación en la velocidad del CO₂ es relativamente importante, esto no supone un cambio significativo en la reflectividad, como se muestra en la Figura 3.14. Esto último se debe a que la velocidad de la roca reservorio está dominada principalmente por la matriz rocosa.

En las Figuras 3.15 y 3.16 se muestra el efecto que tiene la presión y la temperatura consideradas sobre los coeficientes AVA. Como muestran los resultados, la sensibilidad de los parámetros para ambos tipos de mezcla no es importante. El gradiente es el parámetro levemente más afectado, presentando una pequeña sensibilidad al estado termodinámico hacia saturaciones superiores al 50 %.

En Utsira el rango de variabilidad de la temperatura, desde el tope de la acumulación hasta el punto de inyección, se estima en unos 27° C a 37°C respectivamente. Lejos de la zona por donde se introduce el gas puede considerarse una presión próxima a los 10 MPa. Los cambios en la presión poral debidos al proceso CCS en Utsira no son importantes debidos a la gran permeabilidad y porosidad que caracterizan a la arenisca [91].

La Figura 3.17 se muestra la velocidad del sonido y la impedancia del CO₂ sobre la trayectoria $P = 10$ MPa. Como se observa, si bien existe una variación en la veloci-

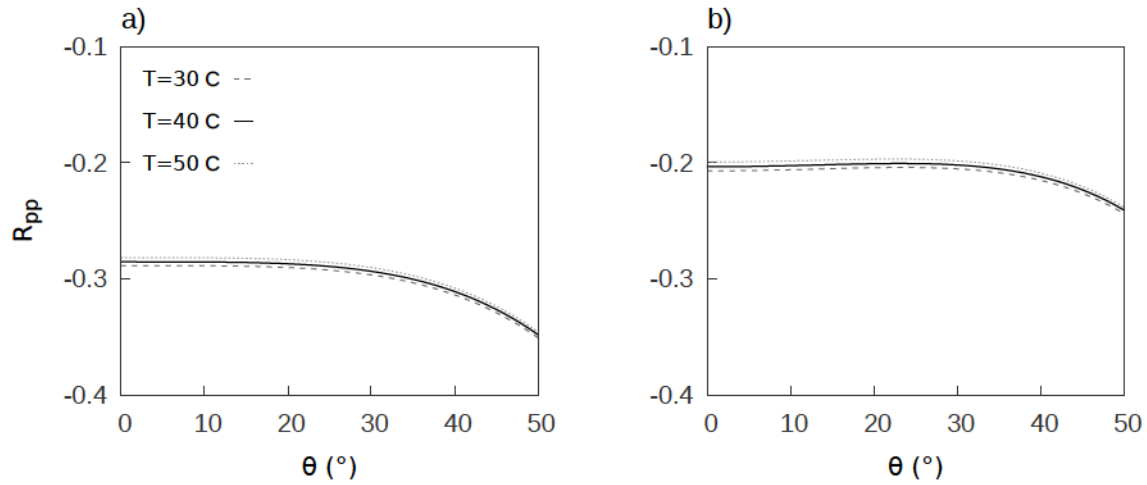


Figura 3.14. Coeficiente de reflexión R_{pp} en función del ángulo de incidencia θ para tres temperaturas sobre la trayectoria $P(T)$ para una cuenca cálida. Para simplificar el gráfico, sobre la trayectoria $P(T)$ asumida se toman tres puntos: $T = 30^\circ \text{ C}$, 40° C y 50° C que corresponden a la presiones $P = 3 \text{ MPa}$, 6 MPa y 9 MPa respectivamente. Se considera $S_g = 50\%$. En a) la mezcla de los fluidos porales es homogénea, en b) *patchy*.

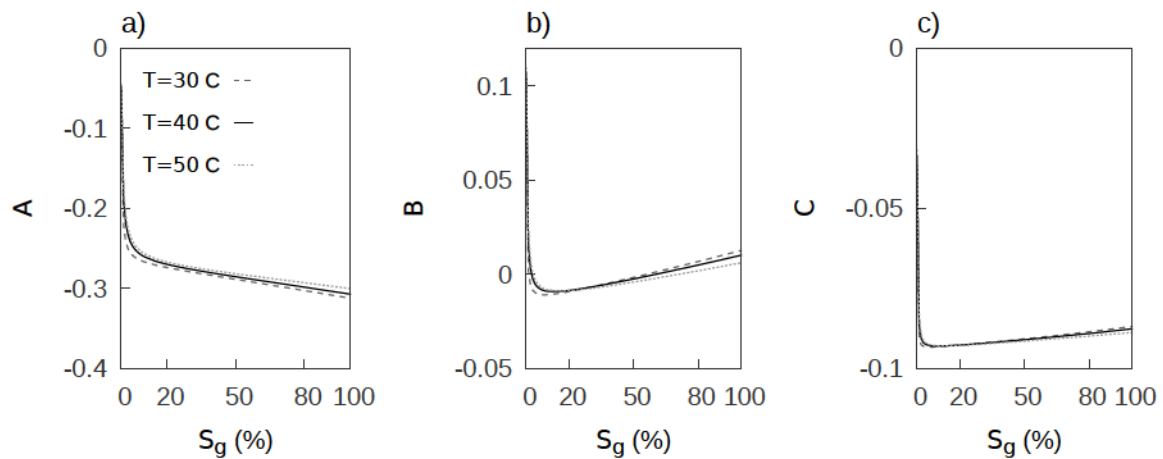


Figura 3.15. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales homogénea para valores $T, P(T)$ según la cuenca cálida del diagrama de presión y temperatura para el CO_2 . a) *Intercept*, b) *gradiente* y c) *curvatura*.

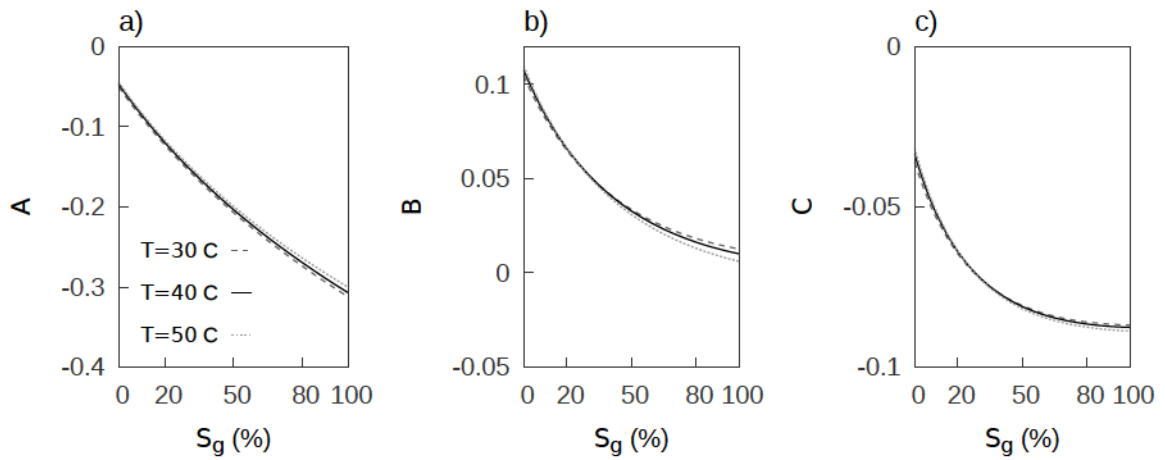


Figura 3.16. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales tipo *patchy* para valores $T, P(T)$ según la cuenca cálida del diagrama de presión y temperatura para el CO₂. a) *Intercept*, b) *gradiente* y c) *curvatura*.

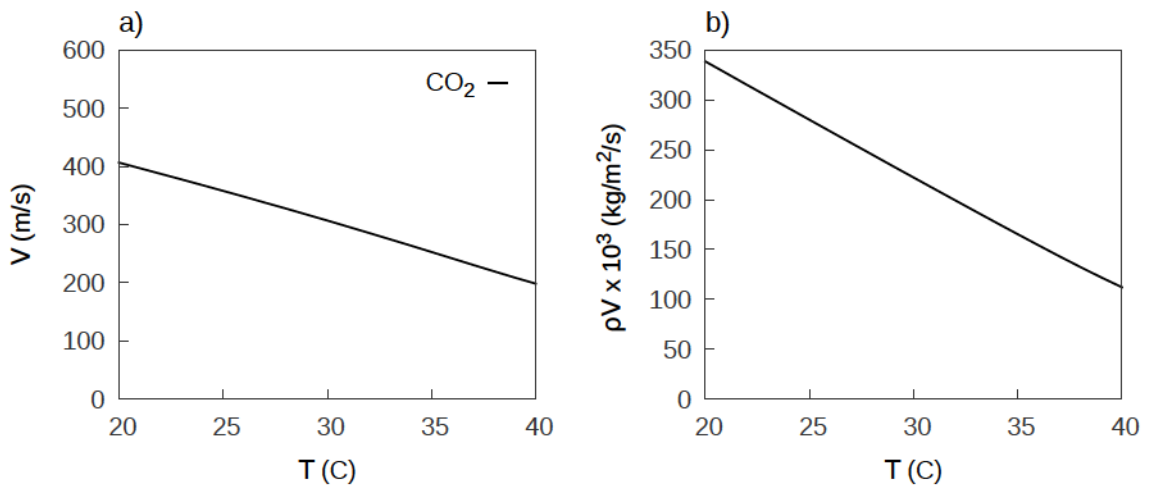


Figura 3.17. a) Velocidad del sonido y b) impedancia para el CO₂ sobre la trayectoria $P = 10$ MPa.

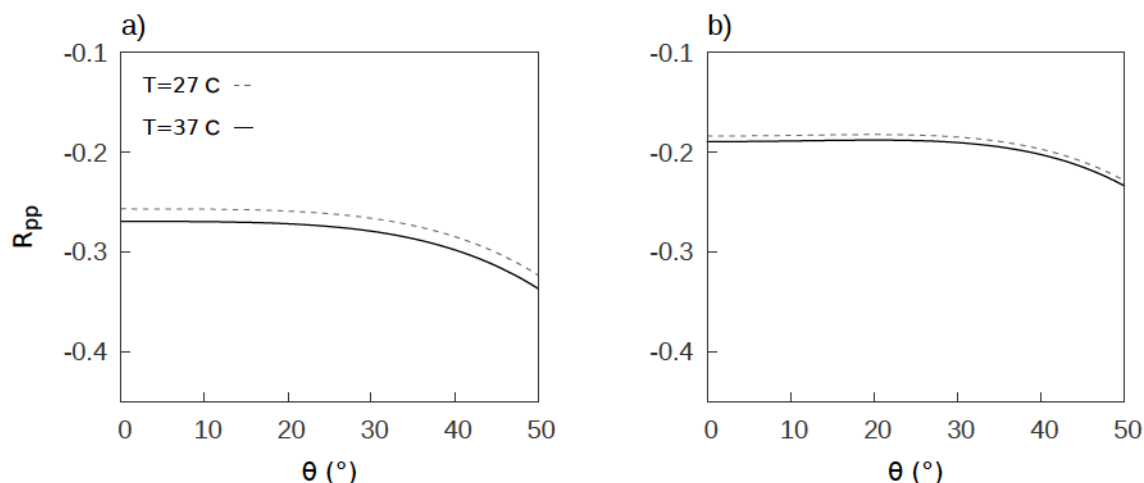


Figura 3.18. Coeficiente de reflexión R_{pp} en función del ángulo de incidencia θ para $P = 10$ MPa y $T = 27^\circ\text{ C}$, 37° C . Se considera $S_g = 50\%$. En a) la mezcla de los fluidos porales es homogénea, en b) *patchy*.

dad e impedancia, los mismos afectan levemente a los parámetros elásticos de la roca saturada. La Figura 3.18 muestra la curva AVA sobre los extremos del rango de temperatura considerado. Las Figuras 3.19 y 3.20 presentan la correspondiente variación en los coeficientes AVA. Como puede ser observado en estas Figuras, para la situación de Utsira cambios en la respuesta AVA podrían ocurrir para saturaciones intermedias en distribuciones homogéneas. El parámetro *intercept* para la mezcla homogénea muestra una sensibilidad mayor que sobre la trayectoria de la cuenca cálida. Para la mezcla *patchy* la sensibilidad sobre ambas trayectorias es similar.

Para analizar esto último en mayor detalle, la Figura 3.21 muestra el parámetro *intercept* a distintas saturaciones para la trayectoria $P = 10$ MPa y $20^\circ \leq T \leq 40^\circ$. Como es posible observar, el parámetro se hace más negativo hacia temperaturas mayores; siendo mayor en la mezcla homogénea. Sobre esta tendencia, en la mezcla homogénea (Figura 3.21-a), el parámetro pierde sensibilidad sobre la saturación de CO_2 a medida que la temperatura aumenta. Es decir, y tal se indica por las flechas verticales de la Figura, la amplitud de variación en A entre el caso $S_g = 10\%$ y $S_g = 100\%$ se hace cada vez menor. En la mezcla *patchy* (Figura 3.21-b) la sensibilidad con S_g se conserva sobre el rango de temperatura considerado. Como ya fue observado previamente, la amplitud de la variación de este parámetro con la saturación es mayor que para el caso homogéneo. A los fines de un análisis de sensibilidad, es posible afirmar que en la mezcla homogénea se puede sobrestimar la sensibilidad del parámetro A si la temperatura in situ no se conoce con precisión. Por ejemplo, la variación con la saturación a 27° C se reduce en un 40% a los 37° C . En cambio, para la mezcla *patchy*, no es necesario conocer la temperatura del reservorio con gran exactitud para estimar el rango de variación esperado de A con la saturación de CO_2 . Tanto para la temperatura de 27° como de 37° , la amplitud de la variación de A en la mezcla homogénea aumenta con la temperatura y es del 5%.

Los resultados de ésta sección señalan que la variabilidad introducida por la situación termodinámica in situ no influye radicalmente sobre el monitoreo de la saturación de

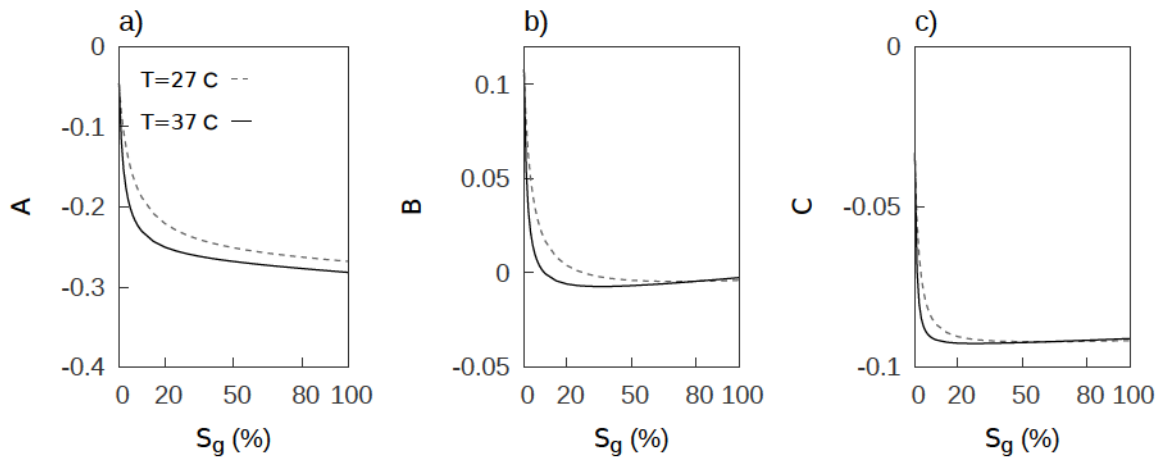


Figura 3.19. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos homogénea cuando $P = 10$ MPa y $T = 27^\circ$ C, 37° C. a) *Intercept*, b) *gradiente* y c) *curvatura*.

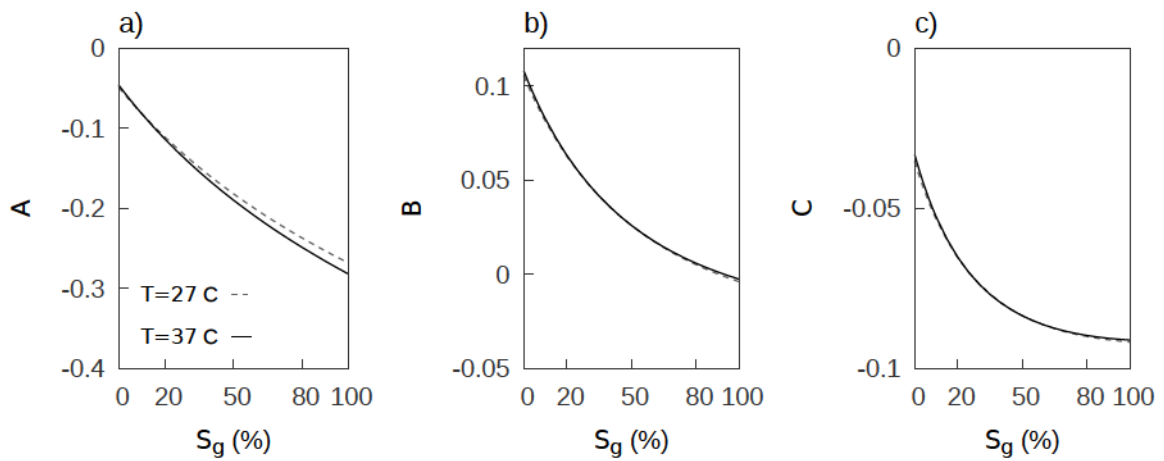


Figura 3.20. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos tipo *patchy* cuando $P = 10$ MPa y $T = 27^\circ$ C y 37° C. a) *Intercept*, b) *gradiente* y c) *curvatura*.

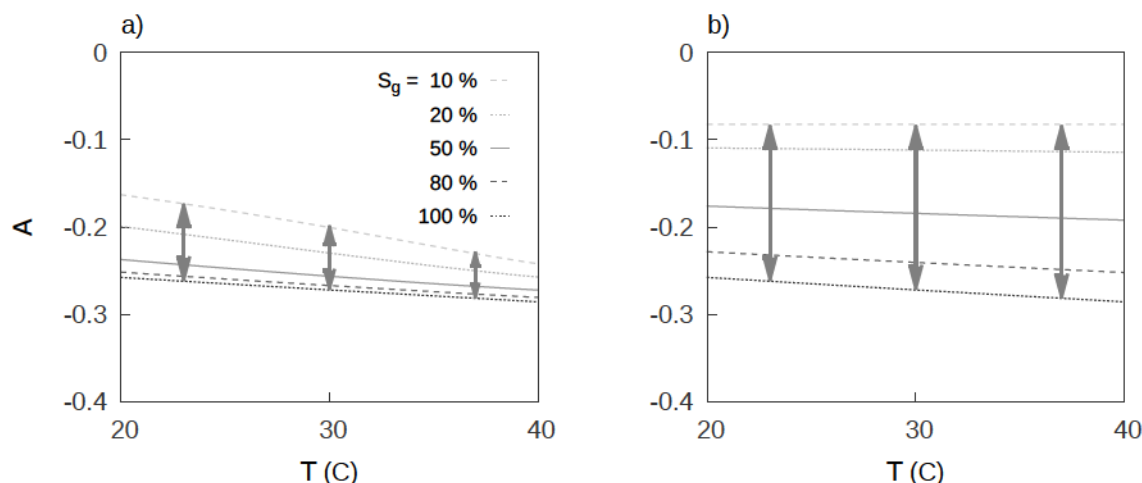


Figura 3.21. Parámetro *intercept* A en función de la temperatura y para distintas saturaciones de gas sobre la trayectoria $P = 10$ MPa y $20^\circ\text{C} \leq T \leq 40^\circ\text{C}$. a) Mezcla homogénea, b) mezcla *patchy*.

CO_2 en la acumulación. Para el caso del acuífero Utsira, si la mezcla de fluidos se presume homogénea, una acertada calibración de las condiciones termodinámicas in situ permitiría evaluar correctamente la sensibilidad de los coeficientes AVA con la saturación de CO_2 .

3.3.4. Impurezas de metano

El CO_2 capturado de procesos de conversión de energía contiene por lo general un amplio rango de impurezas (CH_4 , CO , O_2 , entre otros) que alteran el diseño y la operación del CCS [93]. En el caso de Sleipner proporciones de metano en porcentajes muy bajos son inyectadas junto al CO_2 [94]. En esta sección, el interés está en determinar si la inclusión de impurezas de CH_4 afecta sustancialmente la sensibilidad modelada de los parámetros A , B y C para la saturación de CO_2 puro. Cabe mencionar que a mayor número de fases componentes en la mezcla de fluidos, mayor puede ser la discrepancia con el modelo termodinámico que representa el comportamiento de la mezcla [93], efecto que no es contemplado en el siguiente análisis.

Se considera que el volumen de gas introducido al reservorio contiene una fracción f_{CH_4} de metano (CH_4). Para el CH_4 , la densidad y su módulo de volumen se obtienen de la ecuación de Peng-Robinson. Para esta sustancia el punto crítico está situado en $T_c = -82.6^\circ\text{C}$ y $P_c = 4.64$ MPa; su masa molar corresponde a 16 gr y su factor acéntrico es $w = 0.0115$ [6]. La razón entre los calores específicos se toma de la expresión de Batzle y Wang [27]:

$$\gamma = 0.85 + \frac{5.6}{P_r + 2} + \frac{27.1}{(P_r + 3.5)^2} - 8.7 \exp[-0.65(P_r + 1)]. \quad (3.3)$$

La sustitución de fluidos se efectúa considerando las teorías de Gassmann–Wood y Gassmann–Hill del Capítulo 2 para tres fluidos porales: el agua de formación a la saturación S_w , el CO_2 a una saturación $S_{\text{CO}_2} = (1 - f_{\text{CH}_4}) S_g$ y el CH_4 a una saturación

3. Comportamiento AVA en una acumulación de CO₂

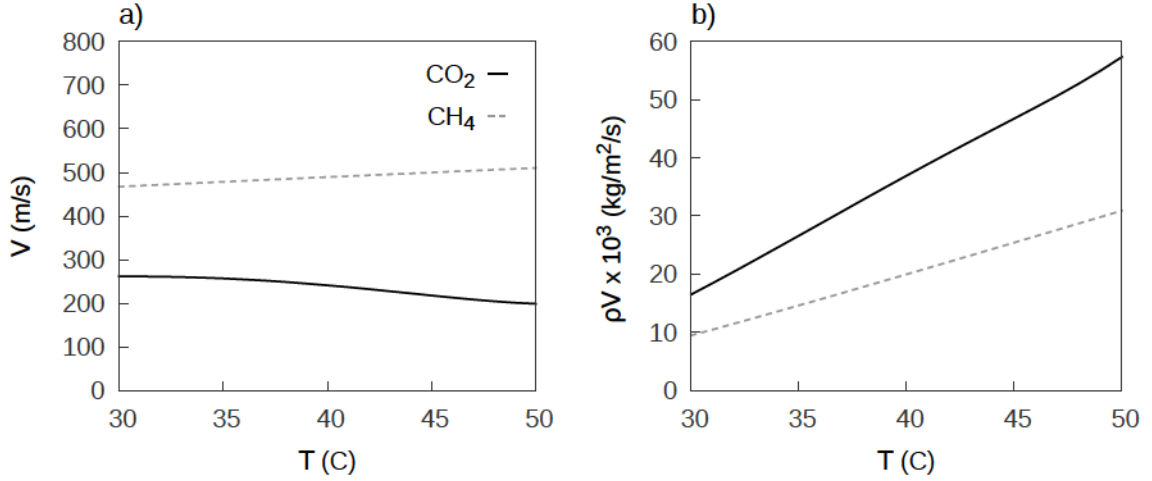


Figura 3.22. a) Velocidad del sonido y b) impedancias para el metano (CH₄) y CO₂ sobre la trayectoria $P(T)$ de la cuenca cálida.

$S_{CH_4} = f_{CH_4} S_g$, tales que $S_w + S_{CO_2} + S_{CH_4} = 1$. Los parámetros del CH₄ para los tres estados del CO₂ se presentan en la Tabla 3.3. Para la distribución homogénea la incompresibilidad del fluido efectivo se calcula mediante el promedio de Wood

$$\frac{1}{\bar{K}_f} = \frac{S_w}{K_w} + \frac{S_{CO_2}}{K_g} + \frac{S_{CH_4}}{K_{CH_4}}, \quad (3.4)$$

siendo su densidad $\rho_f = S_w \rho_w + S_{CO_2} \rho_{CO_2} + S_{CH_4} \rho_{CH_4}$. El módulo de volumen de la roca saturada se halla luego por medio de la teoría de Gassmann–Wood.

Para la distribución *patchy*, el módulo de *bulk* de la roca saturada es dada por la teoría de Gassmann–Hill,

$$\frac{1}{K^{\text{pat}} + \frac{4}{3}\mu} = \frac{S_w}{K_{\text{sat}-S_w}^G + \frac{4}{3}\mu} + \frac{S_{CO_2}}{K_{\text{sat}-S_{CO_2}}^G + \frac{4}{3}\mu} + \frac{S_{CH_4}}{K_{\text{sat}-S_{CH_4}}^G + \frac{4}{3}\mu}, \quad (3.5)$$

con $K_{\text{sat}-S_{CH_4}}^G$ el módulo de Gassmann para la roca completamente saturada por CH₄.

Estado	$T = 40$ y $P = 6$	$T = 36$ y $P = 10$	$T = 20$ y $P = 10$
	$K_{CH_4} = 0.0097$	$K_{CH_4} = 0.0175$	$K_{CH_4} = 0.0174$
	$\rho_{CH_4} = 0.0408$	$\rho_{CH_4} = 0.0729$	$\rho_{CH_4} = 0.0801$

Tabla 3.3. Parámetros físicos para el gas metano (CH₄) según la ecuación de Peng-Robinson. Los estados de presión y temperatura son los de la Tabla 3.2. La temperatura está en Celsius y la presión en MPa, los módulos de *bulk* están dados en GPa y las densidades en g/cm³.

En la Figura 3.22-a se muestra la velocidad del sonido en el metano y en el dióxido de carbono puros para la trayectoria $P(T)$ de la cuenca cálida considerada en la Sección 3.3.3. Como puede observarse, la velocidad del CH₄ es mayor que la del CO₂. Sin embargo, la impedancia del CH₄ es menor que la del CO₂ debido a su densidad

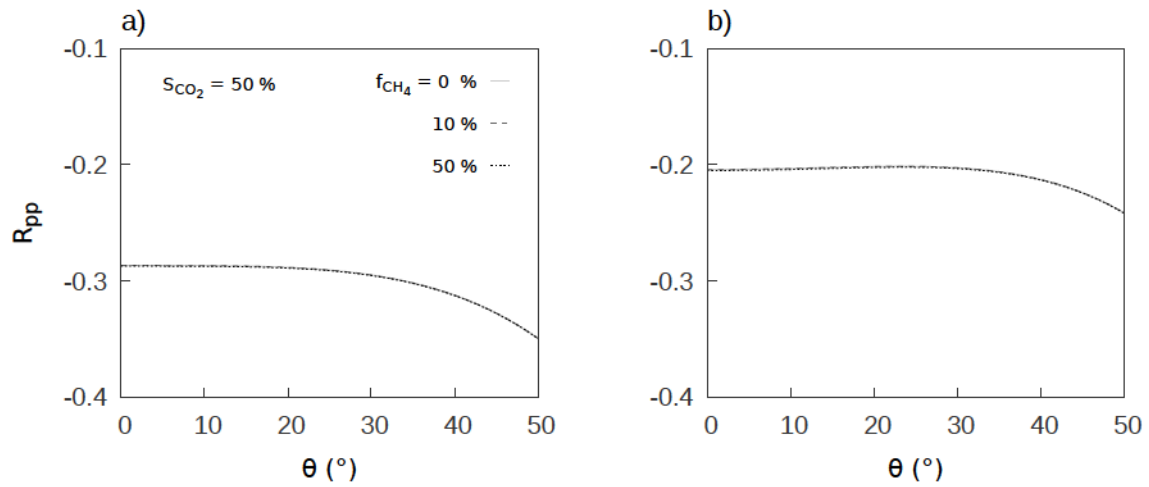


Figura 3.23. Coeficiente de reflexión R_{pp} en función del ángulo de incidencia θ para CO_2 en estado *gaseoso* con $S_{CO_2} = 50\%$ y fracción de CH_4 f_{CH_4} en aumento. En a) la mezcla de los fluidos porales es homogénea, en b) es *patchy*. Las curvas a distintas fracciones de metano se superponen.

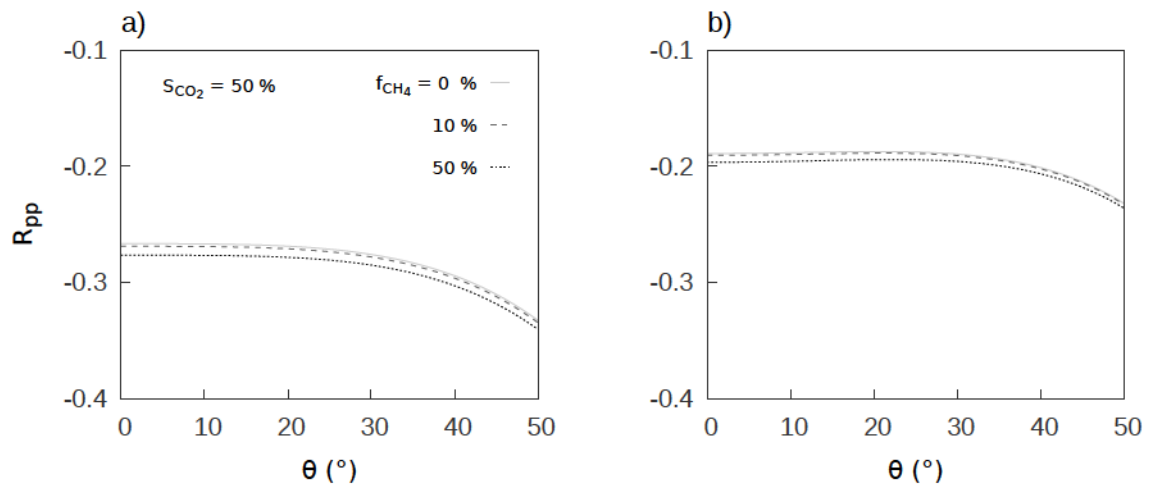


Figura 3.24. Coeficiente de reflexión R_{pp} en función del ángulo de incidencia θ para CO_2 en estado *supercrítico* con $S_{CO_2} = 50\%$ y fracción de CH_4 f_{CH_4} en aumento. En a) la mezcla de los fluidos porales es homogénea, en b) es *patchy*.

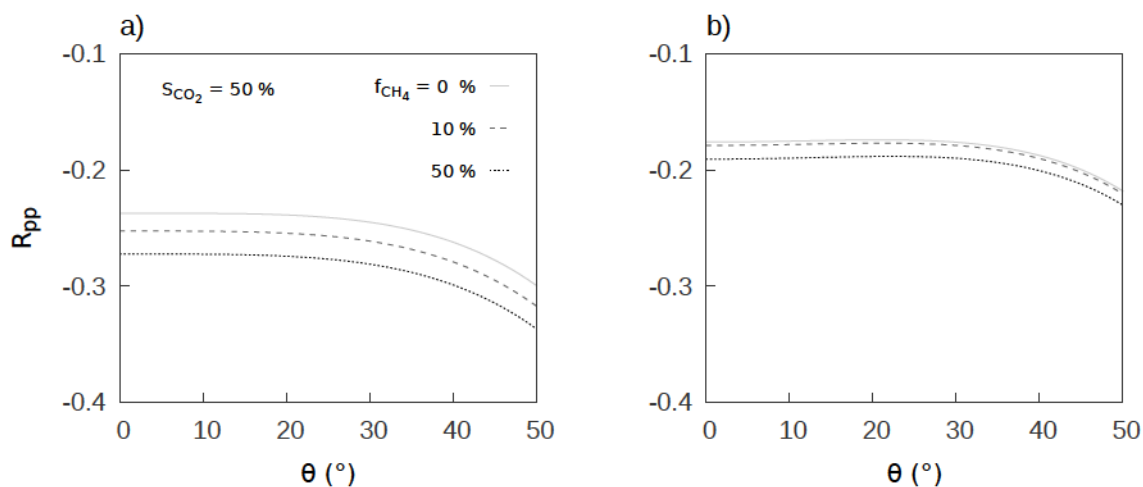


Figura 3.25. Coeficiente de reflexión R_{pp} en función del ángulo de incidencia θ para CO₂ en estado líquido con $S_{CO_2} = 50\%$ y fracción de CH₄ f_{CH_4} en aumento. En a) la mezcla de los fluidos porales es homogénea, en b) es *patchy*.

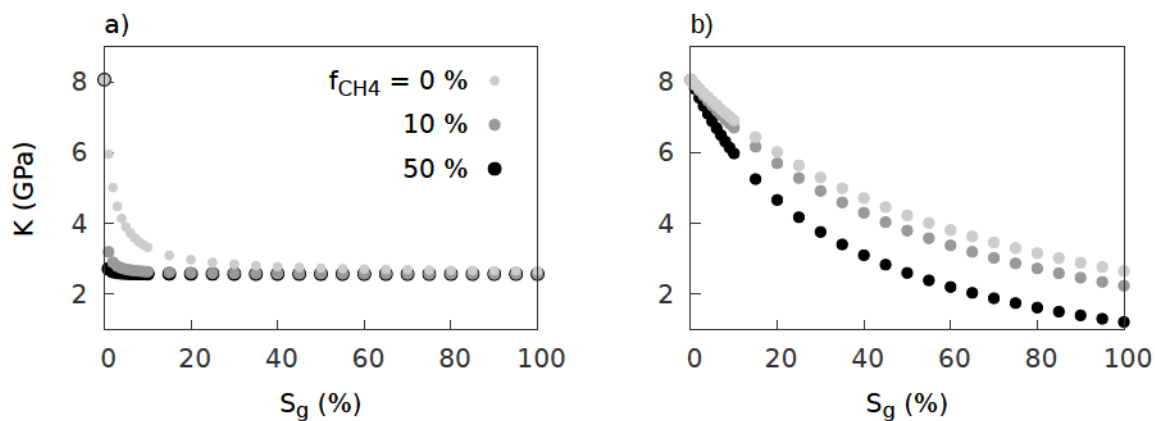


Figura 3.26. Comportamiento de la incompresibilidad de la arenisca K para mezcla a) homogénea y b) *patchy* de CO₂ supercrítico, brine y CH₄ a distintas fracciones f_{CH_4} .

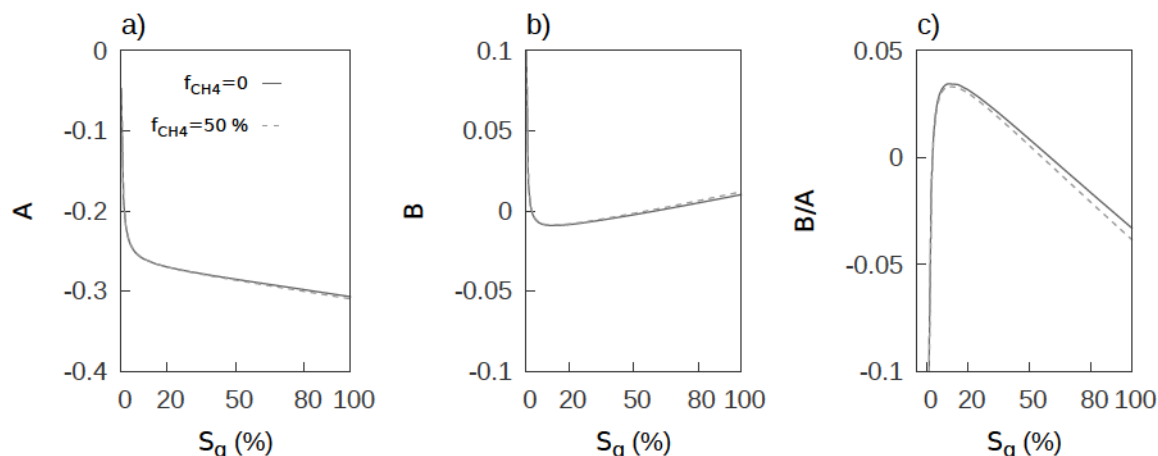


Figura 3.27. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales homogénea con CO_2 en estado *gaseoso* y CH_4 con $f_{\text{CH}_4} = 0.5$. a) *Intercept*, b) gradiente y c) atributo compuesto B/A .

más baja (Figura 3.22-b). Las Figuras 3.23, 3.24 y 3.25 muestran el coeficiente de reflexión a distintas fracciones de metano, para los tres estados considerados de presión y temperatura y para $S_g = 50\%$. Como se observa, para ambos tipos de mezcla el porcentaje de CH_4 en el volumen de CO_2 inyectado no tiene gran efecto en la respuesta AVA; siendo el CO_2 en estado líquido el más sensible de los casos considerados. Como se desprende también de estos gráficos, la magnitud de la reflectividad aumenta a medida que la fracción de CH_4 también lo hace. La Figura 3.26 muestra los efectos del metano en la incompresibilidad de la arenisca Utsira para el caso de inyección de CO_2 en estado supercrítico. El aumento en la reflectividad de la Figura 3.24 se debe entonces a que la incompresibilidad de la roca disminuye por la presencia del metano – aumentando por ello el contraste de impedancias entre la roca sello y el acuífero. El efecto en la incompresibilidad de la arenisca debido la inclusión de impurezas de CH_4 en el volumen inyectado de gas es más importante en una distribución *patchy* (Figura 3.26-b) que en una homogénea (Figura 3.26-a). Interpretaciones similares valen para los otros dos estados del dióxido de carbono.

En la Figuras 3.27, 3.28 y 3.29 se muestran los coeficientes A y B para una mezcla homogénea con y sin metano. El parámetro curvatura en todos los casos no presenta cambios sustanciales y por ello se decide en su lugar mostrar el atributo compuesto B/A , que realza los efectos de la incorporación de CH_4 .

El CH_4 se asume con fracción de $f_{\text{CH}_4} = 0.5$ sobre el volumen de gas inyectado y se consideran los tres estados del CO_2 : gaseoso, supercrítico y líquido respectivamente. Las curvas para fracciones menores de CH_4 quedan comprendidas en el interior de las curvas graficadas. Para CO_2 en estado gaseoso la influencia de las impurezas de metano pasa desapercibida, aún para la alta fracción de metano considerada. La sensibilidad aumenta para el caso supercrítico y es máxima en el estado líquido. El coeficiente *intercept* es el más afectado por la presencia de CH_4 , siendo siempre menor que para el caso con CO_2 puro. Este cambio en A , no obstante, no afecta sustancialmente la amplitud de su sensibilidad los cambios en la saturación del gas inyectado; su capacidad de monitoreo no está, por lo tanto, comprometida. Sólo para CO_2 en estado líquido

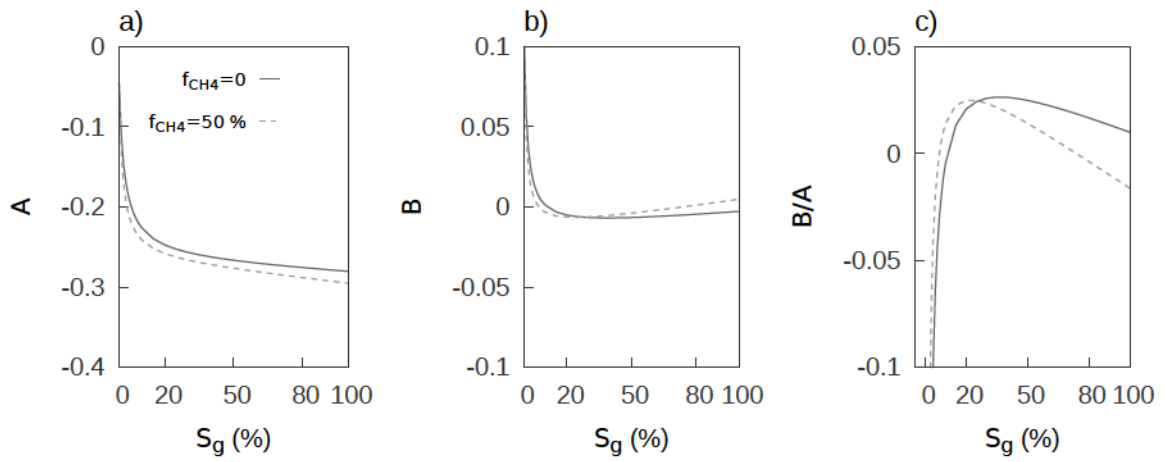


Figura 3.28. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales homogénea con CO₂ en estado *supercrítico* y CH₄ con $f_{CH_4} = 0.5$. a) *Intercept*, b) *gradiente* y c) *atributo compuesto B/A*.

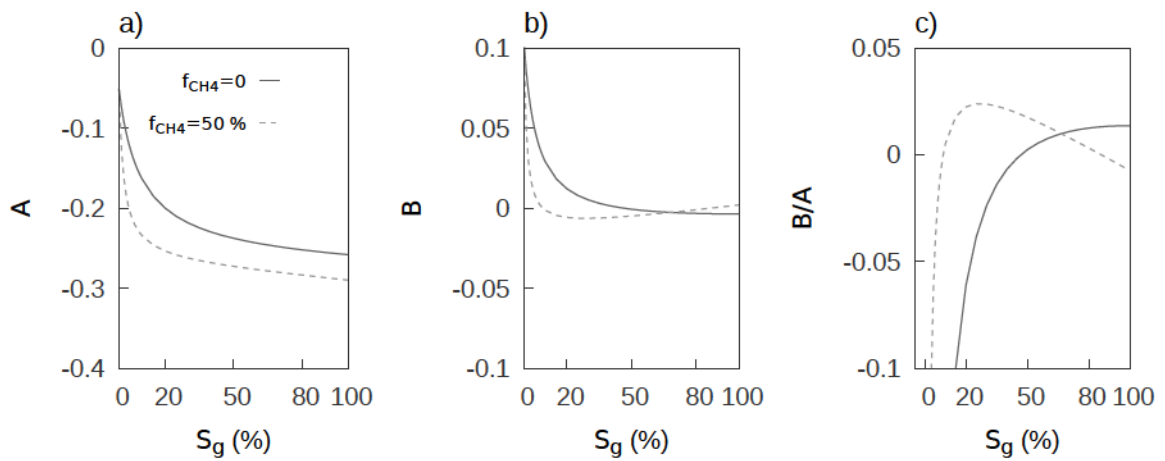


Figura 3.29. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales homogénea con CO₂ en estado *líquido* y CH₄ con $f_{CH_4} = 0.5$. a) *Intercept*, b) *gradiente* y c) *atributo compuesto B/A*.

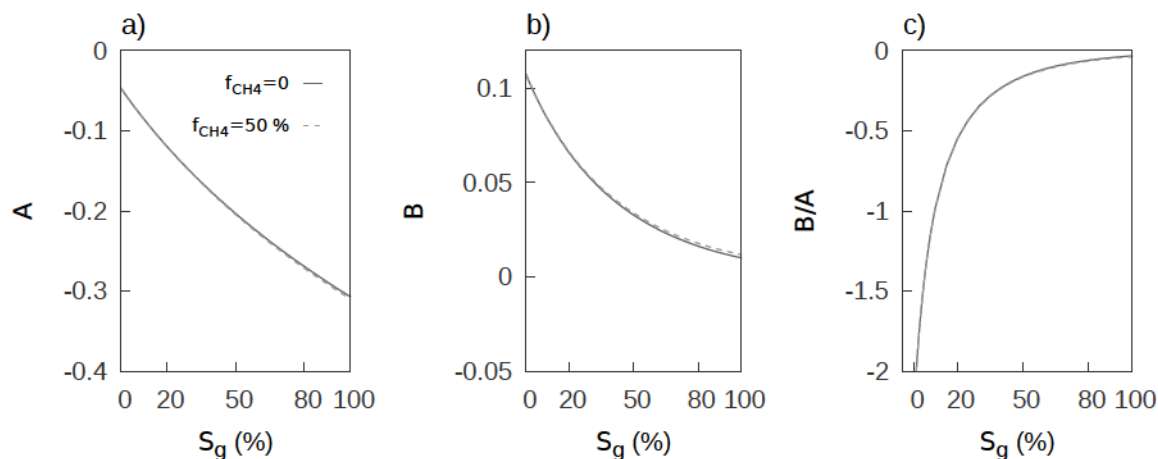


Figura 3.30. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales *patchy* con CO_2 en estado *gaseoso* y CH_4 con $f_{CH_4} = 0.5$. a) *Intercept*, b) gradiente y c) atributo compuesto B/A .

y para muy altas fracciones de metano, se hace necesario modelar la presencia de la impureza en el espacio poral con el objeto de estimar apropiadamente la saturación del gas inyectado a través del parámetro A .

El atributo B/A presenta el efecto conjunto sobre los parámetros A y B que tiene el CH_4 . Para el caso gaseoso (Figura 3.27-c), los cambios son despreciables. En estado supercrítico (Figura 3.28-c) se observa una mayor sensibilidad, a medida que aumenta la saturación del gas inyectado. Esto es así porque para $S_g > 10\%$ la curva con metano tiene una amplitud de variación mayor que el caso $f_{CH_4} = 0$. En el caso líquido (Figura 3.29-c), la sensibilidad se reduce para las bajas saturaciones y aumenta a partir de $S_g = 20\%$. Entonces, la presencia de CH_4 en este estado aumenta, al igual que en el caso supercrítico, la capacidad de B/A de monitorear niveles de saturación $S_g > 20\%$. La capacidad de monitoreo de los coeficientes AVA en mezcla homogénea no se ve por lo tanto reducida ni comprometida por la inclusión de CH_4 .

Para el caso de distribución *patchy*, las Figuras 3.30, 3.31 y 3.32 muestran, de forma similar al caso anterior, una influencia mínima de las impurezas para el caso gaseoso y un aumento de la sensibilidad en los casos supercrítico y líquido. Tanto A y B son afectados en forma similar. El atributo compuesto B/A no presenta variación sustancial para ninguno de los tres casos considerados.

De manera similar a lo realizado para la Figura 3.13 se calcula la variación porcentual del parámetro *intercept* para cambios progresivos del 5% en la saturación del gas inyectado. Como se desprende de la Figura 3.33 para CO_2 supercrítico, y de la Figura 3.34, para CO_2 líquido, los cambios en la sensibilidad por la presencia de metano no son mayores. El caso líquido muestra el mayor cambio porcentual, en particular para la mezcla homogénea (Figura 3.34-a). El estado gaseoso del CO_2 no presenta prácticamente variación, razón por la cual no es graficado.

Es posible concluir en esta sección que la presencia de bajas fracciones de CH_4 en el volumen de CO_2 no representa, respecto del caso de inyección de CO_2 sin impurezas, una alteración significativa en la sensibilidad de los coeficientes A y B a los cambios en la saturación del gas inyectado.

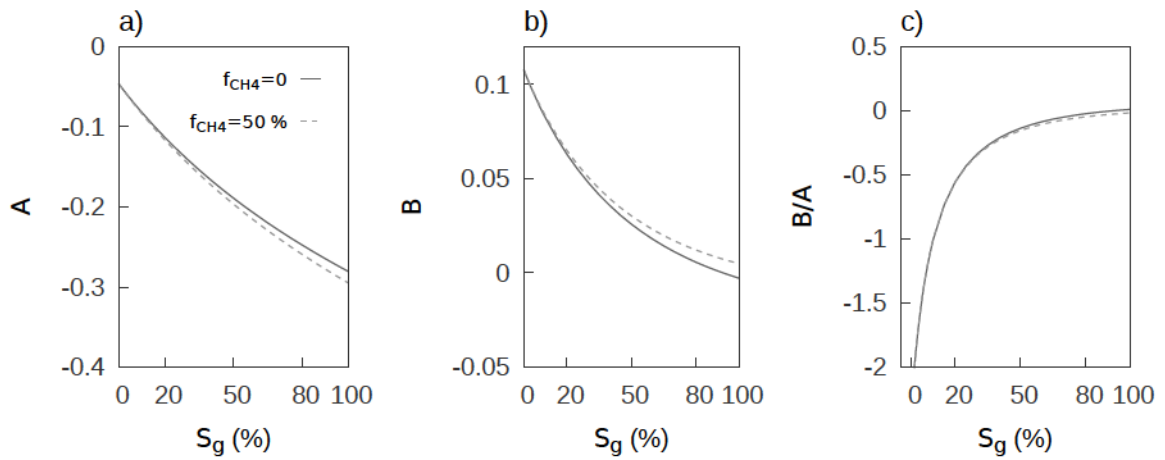


Figura 3.31. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales *patchy* con CO₂ en estado *supercrítico* y CH₄ con $f_{CH_4} = 0.5$. a) *Intercept*, b) *gradiente* y c) *atributo compuesto B/A*.

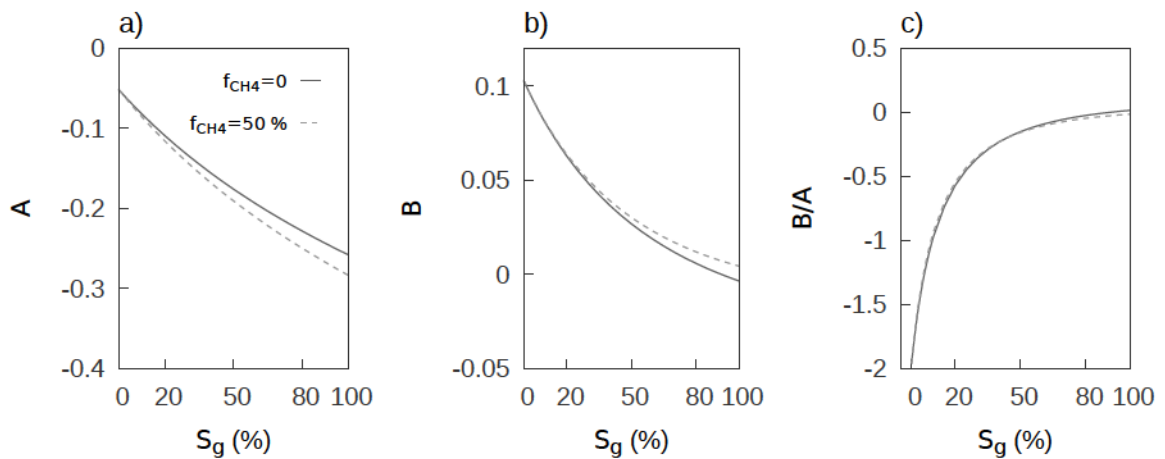


Figura 3.32. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales *patchy* con CO₂ en estado *líquido* y CH₄ con $f_{CH_4} = 0.5$. a) *Intercept*, b) *gradiente* y c) *atributo compuesto B/A*.

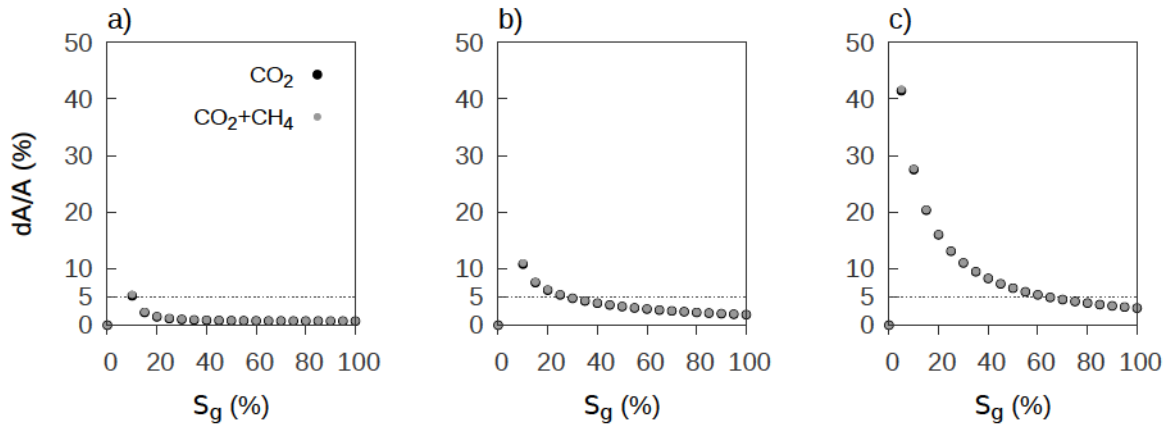


Figura 3.33. Variación porcentual del coeficiente A en función de la saturación de CO_2 *supercrítico* puro y con $f_{\text{CH}_4} = 0.5$. a) Mezcla homogénea, b) intermedia y c) *patchy*. La línea horizontal marca el límite de detectabilidad.

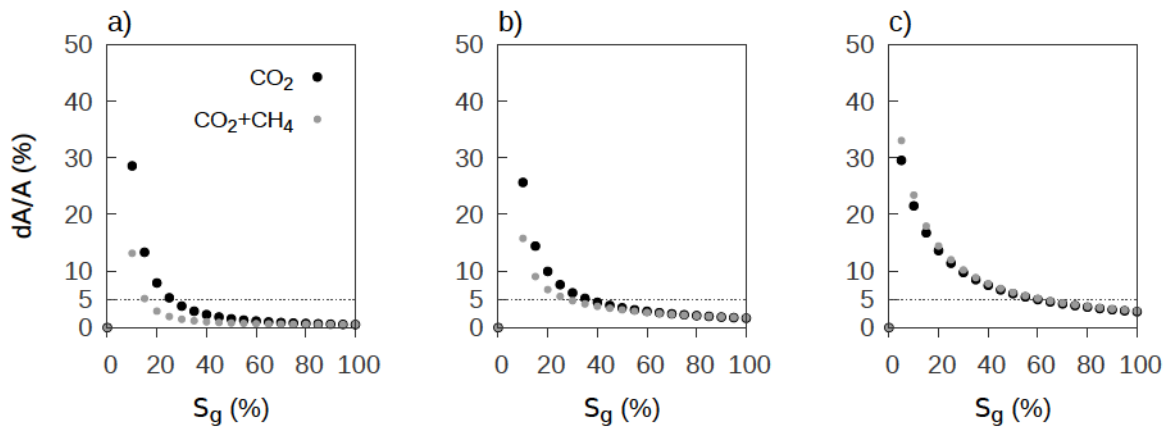


Figura 3.34. Variación porcentual del coeficiente A en función de la saturación de CO_2 *líquido* puro y con $f_{\text{CH}_4} = 0.5$. a) Mezcla homogénea, b) intermedia y c) *patchy*. La línea horizontal marca el límite de detectabilidad.

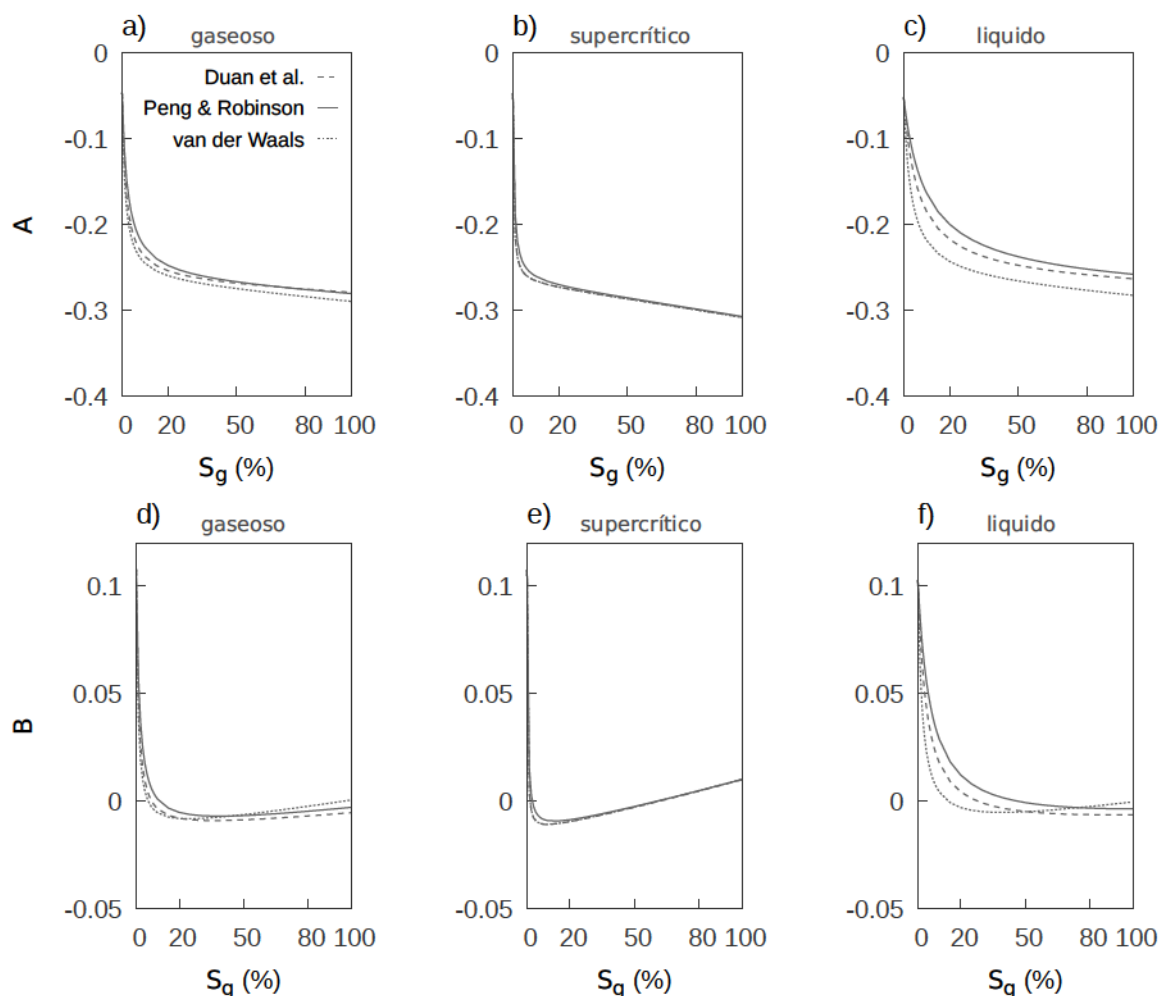


Figura 3.35. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales homogénea utilizando para cada estado las EoS de van der Waals (línea a trazos cortos), Peng-Robinson (línea a trazos largos) y Duan et al. (línea llena). a), b) y c) *intercept*. d), e) y f) *gradiente*.

3.3.5. Efecto de la elección de una ecuación de estado

Del análisis de la literatura geofísica existente, no parece haber un consenso sobre que ecuación de estado (EoS) es la más apropiada para representar las propiedades del CO₂ en el rango de temperaturas y presiones que imperan en los reservorios geológicos. A modo de ejemplo, la ecuación de van der Waals es empleada en Carcione et al. [12], tanto para el CO₂ como para el CH₄, por presentar diferencias aceptables respecto de datos experimentales sobre el rango de presiones y temperaturas de interés. Para modelar las mismas sustancias, la ecuación de Peng-Robinson es elegida por Picotti et al. [6], debido a que presenta una performance similar o superior a ecuaciones de estado de mayor complejidad.

En las Figuras 3.35 y 3.36 se presentan los coeficientes AVA en función de la saturación de CO₂ utilizando las ecuaciones de estado de van der Waals [68], Peng-Robinson [69] y Duan et al. [71] para los tres estados del CO₂ considerados en la Tabla 3.2.

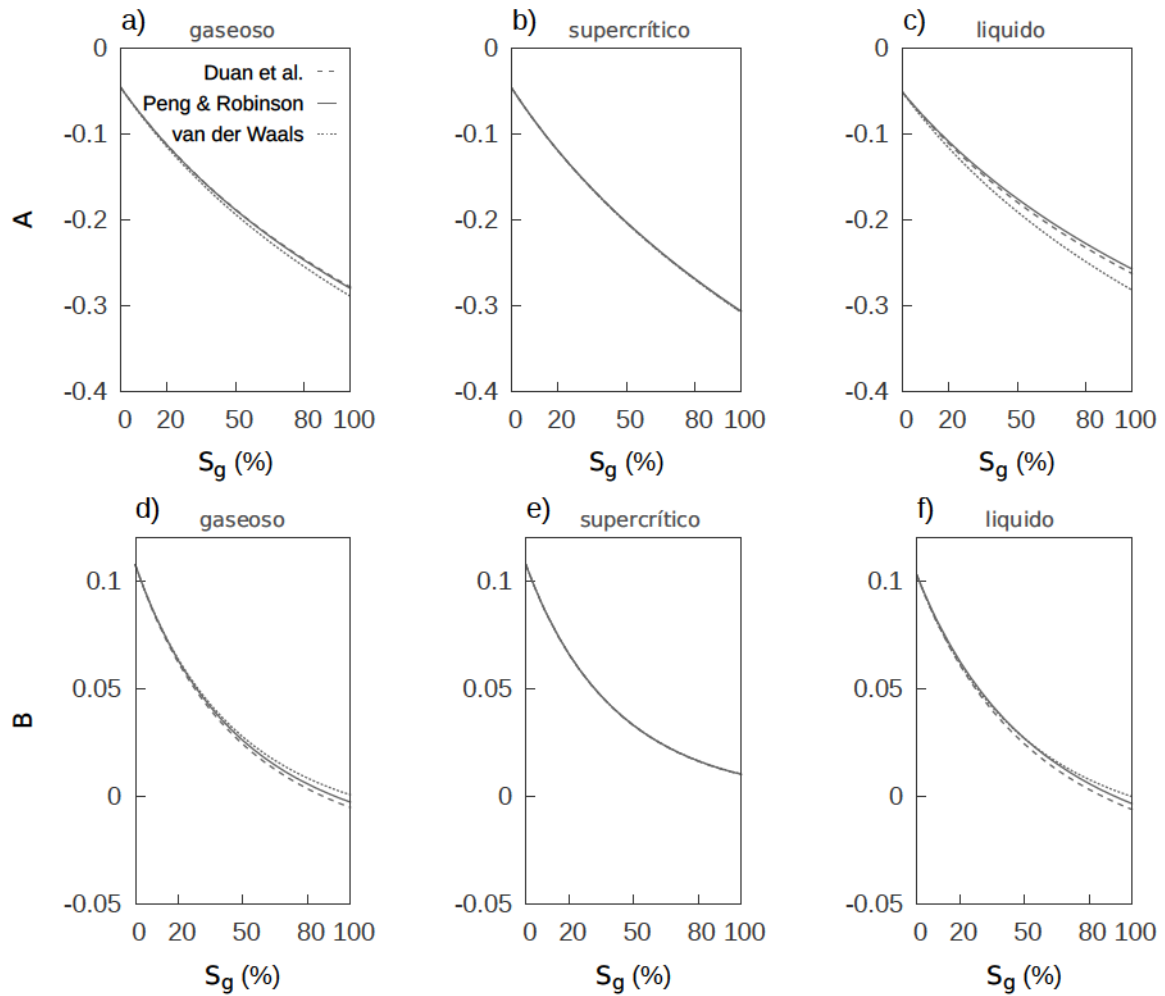


Figura 3.36. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales heterogénea utilizando para cada estado las EoS de van der Waals (línea a trazos cortos), Peng-Robinson (línea a trazos largos) y Duan et al. (línea llena). a), b) y c) *intercept*. d), e) y f) *gradiente*.

3. Comportamiento AVA en una acumulación de CO₂

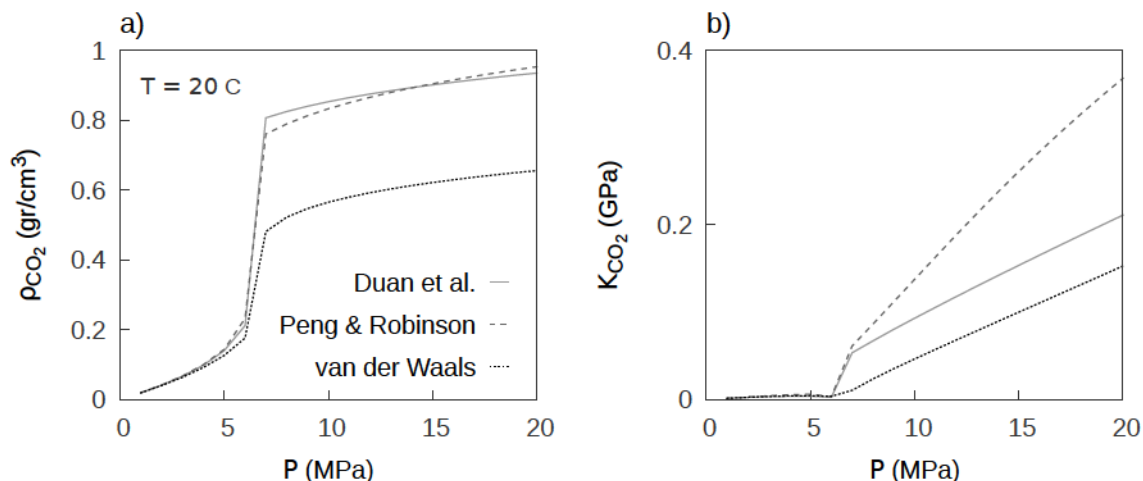


Figura 3.37. a) Densidad y b) Módulo de volumen para el CO₂ según diferentes ecuaciones de estado para $T = 20^\circ \text{C}$ y $0 < P \leq 20$ MPa.

Como es posible observar, la mezcla homogénea presenta la mayor sensibilidad a la EoS implementada. Para los estados gaseoso y supercrítico, los coeficientes AVA muestran una alta coherencia sobre todo el rango de saturaciones. Las diferencias más importantes ocurren para el estado líquido, donde tanto A como B pueden ser subestimados al usar la ecuación de van der Waals; sin embargo las diferencias relativas están sobre el segundo decimal. Las curvas de los coeficientes AVA muestran la tendencia inherente de la EoS de van de Waals a apartarse cada vez más a medida que el CO₂ abandona el estado gaseoso. Los coeficientes para Duan et al. son coherentes con los de Peng-Robinson, siendo siempre menores.

Estos resultados puede ser contrastados con la Figuras 3.37 y 3.38, donde se calculan los parámetros físicos del CO₂ para las EoS consideradas. En la Figura 3.37 el CO₂ pasa del estado gaseoso al líquido. En la Figura 3.38 pasa del gaseoso al supercrítico. En estas Figuras se observa que a pesar de su simplicidad, la ecuación de van der Waals da buenos resultados a bajas presiones; mientras el CO₂ se encuentra en estado gaseoso sus resultados son más coherentes con el resto de las EoS implementadas. También puede apreciarse la consistencia entre las EoS de Duan et al. y Peng-Robinson sobre la densidad del CO₂. El módulo de volumen para la ecuación de Peng-Robinson es mayor que para la ecuación de Duan. Ésta diferencia se debe a que la ecuación implementada de Peng-Robinson considera un ajuste sobre datos experimentales para obtener la razón de los calores específicos γ . Si bien las diferencias en la estimación del módulo de volumen del CO₂ parecen importantes, su influencia final sobre los coeficientes AVA, como se desprende de los gráficos, es pequeña.

La Figura 3.39 muestra la densidad y módulo de volumen del CO₂ en las condiciones de presión y temperatura en el campo Sleipner para diferentes ecuaciones de estado. Si bien las propiedades del CO₂ son distintas, los cambios en los coeficientes AVA no modifican los resultados, tanto para mezcla homogénea (Figura 3.40) como mezcla *patchy* (Figura 3.41).

De las Figuras 3.40 y 3.41 se observa nuevamente que la coherencia entre los coeficientes AVA dados por las EoS consideradas depende del estado in situ al que se encuentre el

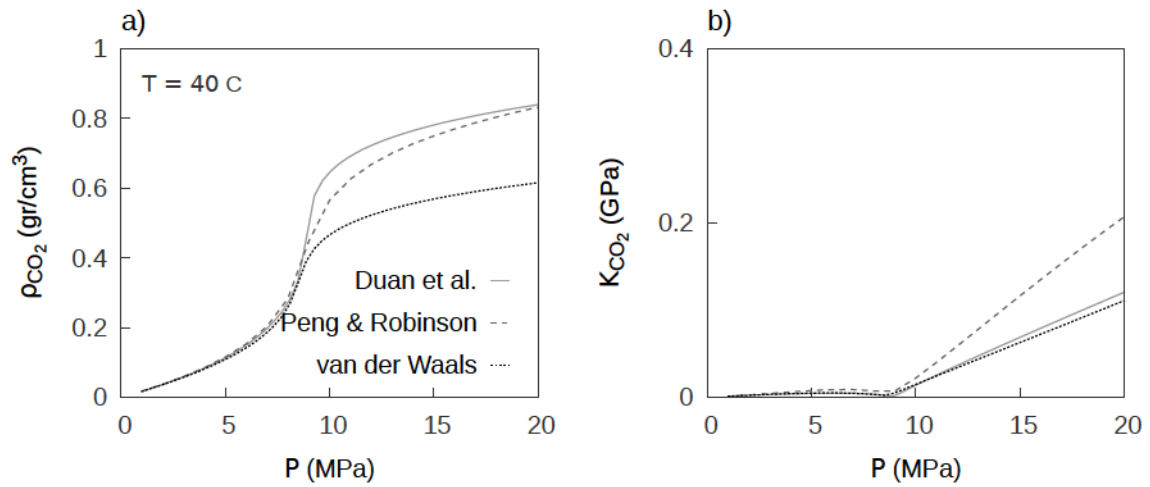


Figura 3.38. a) Densidad y b) Módulo de volumen para el CO_2 según diferentes ecuaciones de estado para $T = 40^\circ \text{C}$ y $0 < P \leq 20$ MPa.

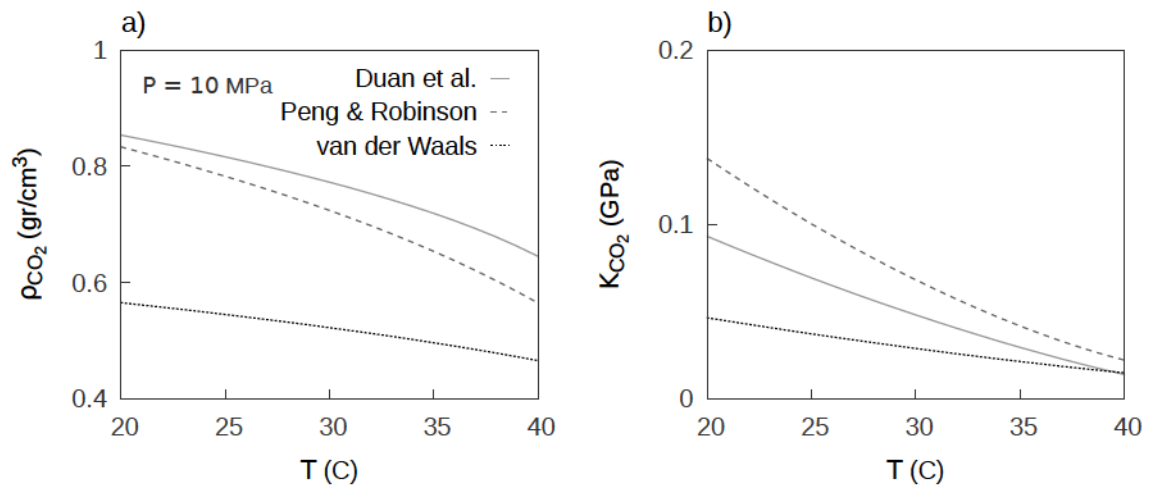


Figura 3.39. a) Densidad y b) Módulo de volumen para el CO_2 según diferentes ecuaciones de estado para el caso de Sleipner, donde $P = 10$ MPa y $20 < T < 40^\circ \text{C}$.

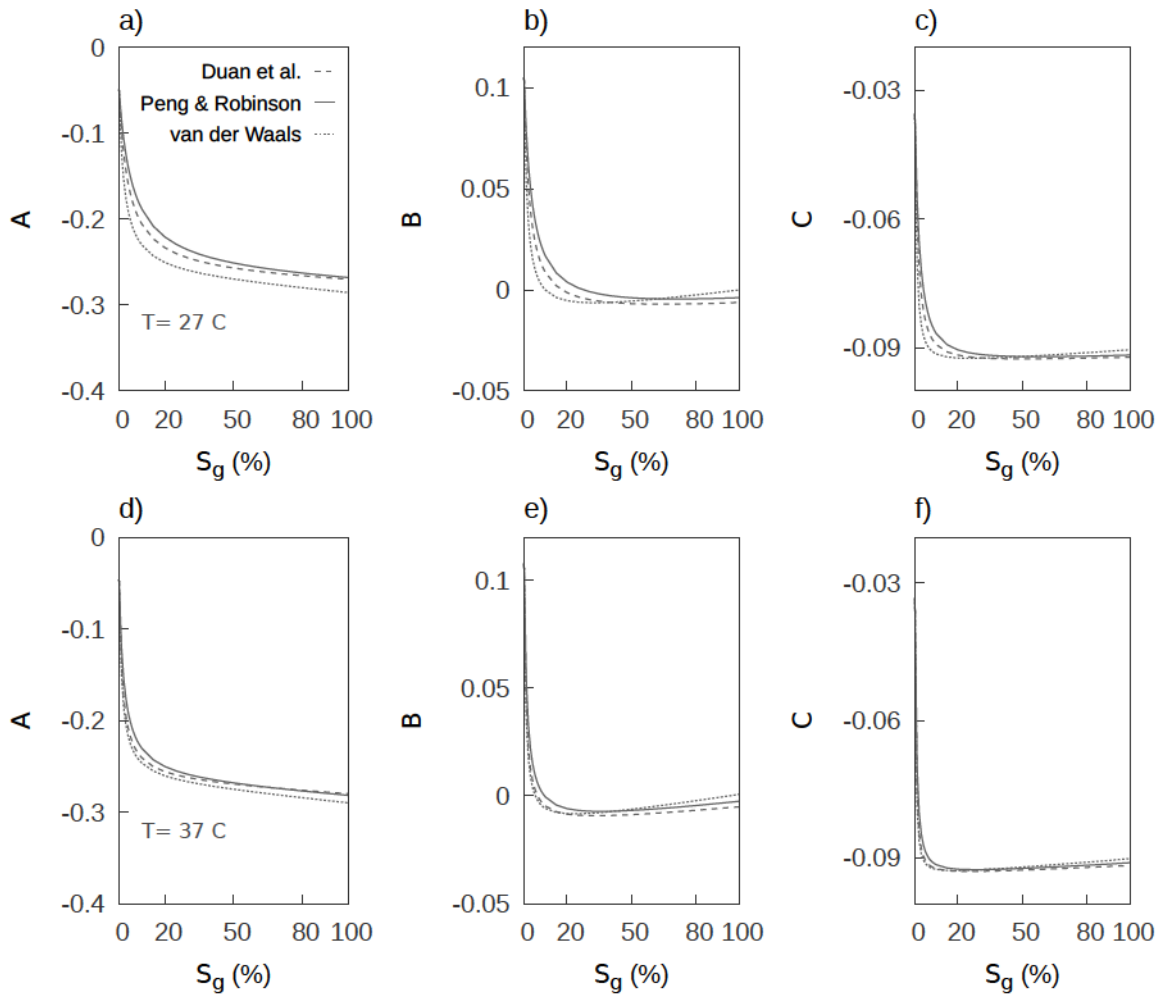


Figura 3.40. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales homogénea para la trayectoria $P = 10$ MPa para distintas EoS: van der Waals (línea a trazos cortos), Peng-Robinson (línea a trazos largos) y Duan et al. (línea llena). a) *Intercept*, b) *gradiente* y c) *curvatura* a $T = 27^\circ\text{C}$. d) *Intercept*, e) *gradiente* y f) *curvatura* a $T = 37^\circ\text{C}$.

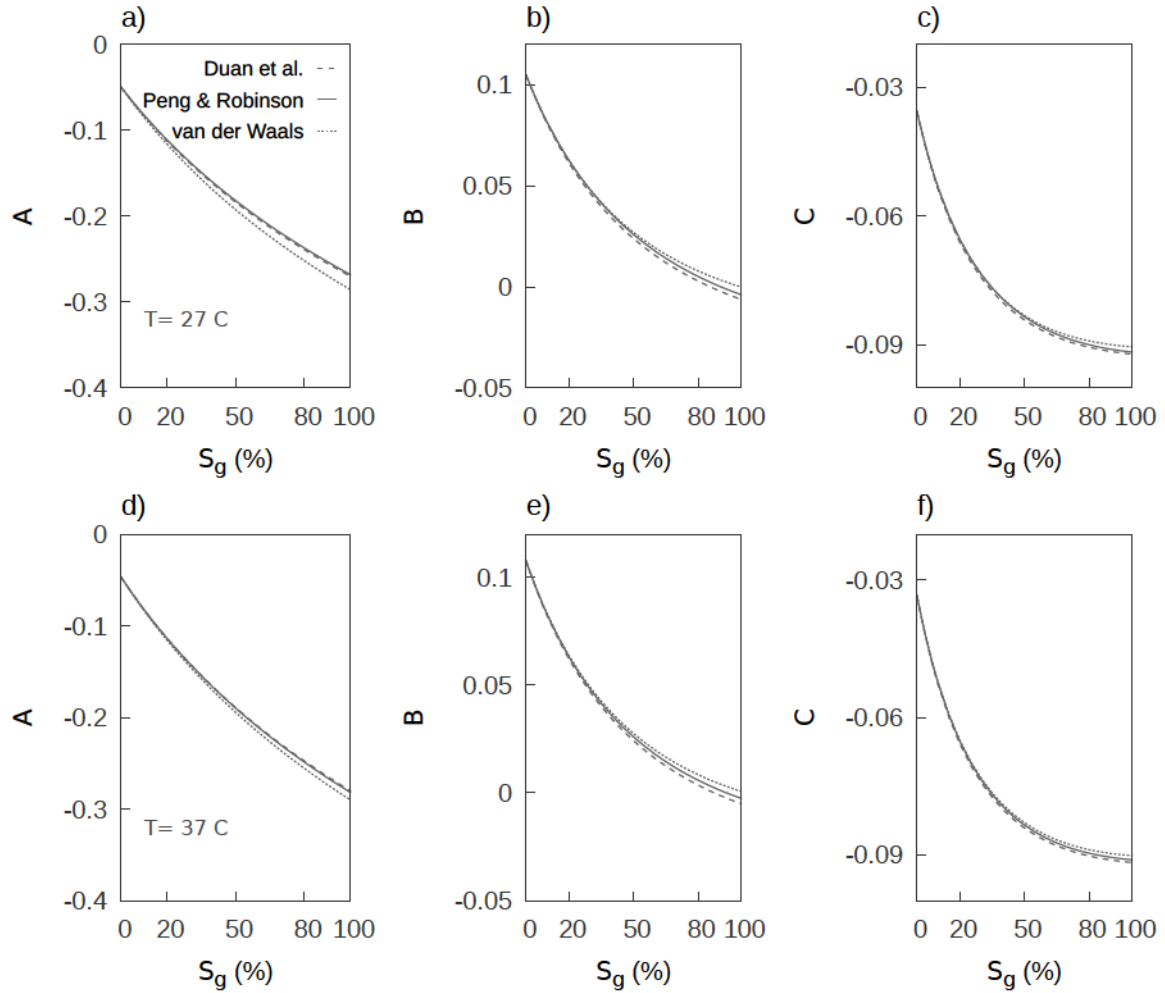


Figura 3.41. Parámetros AVA para una mezcla de fluidos porales *patchy* para la trayectoria $P = 10$ MPa para distintas EoS: van der Waals (línea a trazos cortos), Peng-Robinson (línea a trazos largos) y Duan et al. (línea llena). a) *Intercept*, b) gradiente y c) curvatura a $T = 27^\circ\text{C}$. d) *Intercept*, e) gradiente y f) curvatura a $T = 37^\circ\text{C}$.

CO₂. Para $T = 27^\circ \text{C}$ el CO₂ es líquido, y para $T = 37^\circ \text{C}$ es supercrítico. Al pasar entre estas temperaturas, tal como se ve en la Figura 3.39, la coherencia entre la EoS aumenta.

De estos experimentos se concluye que para las aplicaciones sísmicas, la elección de una ecuación de estado no es de gran impacto para el modelado de la reflectividad. Por lo general, cuando el CO₂ se encuentra en estado supercrítico o gaseoso puede ser suficiente la EoS de van der Waals.

3.4. Conclusiones del Capítulo

En este Capítulo se analizó el comportamiento del coeficiente de reflexión para ondas P en función del ángulo de incidencia sobre el tope de una acumulación plana de CO₂. El modelo está basado en el acuífero salino Utsira. Se han considerado distintas situaciones termodinámicas y tipos de mezcla para las sustancias involucradas en el espacio poral del reservorio. Luego, por medio de una aproximación de tres términos para la reflectividad, se analizó el comportamiento y sensibilidad de los coeficientes *intercept* A , gradiente B y curvatura C como atributos para monitorear la saturación de CO₂ en la acumulación.

En los ejemplos considerados, el modelo predice en general una escasa variación de la reflectividad vs. ángulo (para $\theta < 30^\circ$), con gradientes pequeños. Según el valor de saturación en la acumulación, la respuesta AVA transita entre las clase IV y III de la clasificación modificada de Castagna et al. [89]. A bajas saturaciones, la curva AVA es de clase IV y hacia saturaciones mayores puede terminar en la clase III, según el estado del CO₂.

La reflectividad es más sensible al grado de saturación de CO₂ si la mezcla de los fluidos porales es *patchy*.

Los parámetros *intercept* y gradiente generalmente tienen un carácter decreciente con la saturación de CO₂, al menos sobre el intervalo de bajas saturaciones. De los tres coeficientes AVA, solo A y B presentan cambios porcentuales detectables en función de la saturación. El atributo compuesto B/A puede ser luego utilizado para monitorear, en cierto rango, la saturación de dióxido de carbono.

Los coeficientes AVA presentan una pérdida de sensibilidad hacia saturaciones medias y altas. Esto último supone una limitación importante para cuantificar el grado de saturación del reservorio utilizando atributos AVA. Ésta pérdida en la sensibilidad está fuertemente vinculada con el comportamiento que presenta la velocidad de onda P de la arenisca con la saturación de CO₂. El rango de saturaciones donde estos parámetros varían sustancialmente es mucho menor para mezclas homogéneas que para mezclas del tipo *patchy*. El límite a partir del cual estos coeficientes dejan de ser prácticos para monitorear está en $S_g \approx 40\%$ para mezclas *patchy* o $S_g \approx 10 - 20\%$ para mezclas homogéneas, estando este límite vinculado con el estado in situ del CO₂.

La influencia de la temperatura y presión poral sobre un rango esperado de temperaturas en el caso de Utsira no reporta mayores cambios en la reflectividad o los coeficientes AVA derivados de ella. Esto último indica que no es necesario contar con una buena aproximación de la temperatura in situ del reservorio a los fines del modelado.

La presencia de impurezas de metano en el volumen de gas inyectado no afecta

sustancialmente la estimación de la saturación a través de los coeficientes AVA. El efecto del CH_4 se hace importante sólo en altas fracciones sobre CO_2 en estado líquido.

La elección de una ecuación de estado para modelar el CO_2 no tiene mayor influencia en los resultados de este Capítulo, salvo quizá en casos donde el CO_2 es líquido. Para estados gaseosos y supercríticos, la relativamente sencilla ecuación de van der Waals es una buena opción para simular el comportamiento de este gas.

Capítulo 4

Reflectividad en una acumulación finita de CO₂

En este Capítulo se modela una acumulación de CO₂ por medio de una capa plana de espesor finito y se indaga en el comportamiento de su reflectividad. La introducción del espesor de la acumulación conduce a que la reflectividad, a diferencia de lo que ha sido analizado en el Capítulo 3, presente un carácter dependiente de la frecuencia o *dispersivo*. En particular, y debido a la geometría del problema, se observa que la reflectividad en función de la frecuencia presenta un patrón de máximos y mínimos relacionado con el espesor de la capa.

Esto conduce naturalmente al estudio del comportamiento AVA para frecuencias fijas y al análisis de la *amplitud vs. frecuencia (AVF)* para ángulo fijos. Para este modelo se analizará además la dependencia con la saturación S_g y el espesor h de la acumulación. La relación entre la frecuencia del primer máximo en la amplitud de la reflectividad y el espesor, constituye luego el punto de partida del Capítulo 6. La temática desarrollada en este Capítulo forma parte de las publicaciones [95] y [96].

4.1. Carácter dispersivo de la reflectividad

Como se analizará a lo largo de este Capítulo, el comportamiento de la reflectividad para una capa entre dos semiespacios tiene un carácter dispersivo, es decir, dependiente de la frecuencia de la señal sísmica, aún bajo la hipótesis de comportamiento elástico. La dispersión en este caso está controlada por la velocidad de propagación en la capa y por su espesor. Este último gobierna los efectos de interferencia destructiva y constructiva entre las ondas ascendentes y descendentes que tienen lugar en el interior de la capa.

Diversos autores han analizado el comportamiento dispersivo de la reflectividad. En particular, Lange y Almoghrabi [97] estudian la respuesta AVO de una capa fina y muestran que la misma, debido a la presencia de reflexiones múltiples, puede ser significativamente diferente que la esperada para semiespacios en contacto. Estos autores también observan la variación de la frecuencia pico con el *offset* para ondas P y S. Esta característica es propuesta como un criterio para discriminar litologías y contenido de fluidos. Juhlin y Young [98] comparan la respuesta AVO de un modelo de semiespacios y una capa fina. En este trabajo se indica que los efectos de la dispersión debida a la interferencia no puede despreciarse cuando el contraste de impedancia del reservorio es

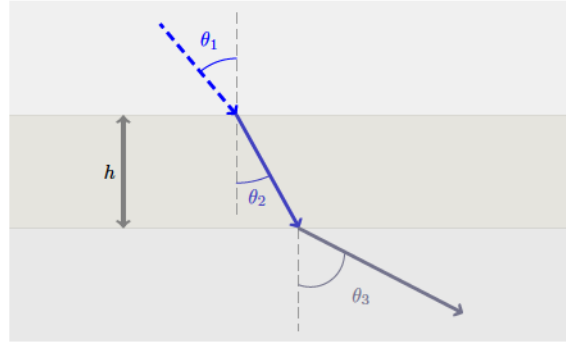


Figura 4.1. Modelo de una capa de espesor h entre dos semiespacios, los ángulos de incidencia y transmisión son indicados.

importante.

Por otro lado, Liu y Schmitt [38] analizan la respuesta AVO para una capa fina en un medio elástico y acústico. Estos autores señalan que las ecuaciones de Zoeppritz [16] representan una simplificación del modelo de una capa que desprecia gran parte de sus propiedades sísmicas características. El carácter en frecuencia y en ángulo de incidencia es utilizado por Ren y Goloshubin [99] para discriminar el tipo de fluido poral en modelos de una capa. Chadwick et al. [100] y Sturton et al. [101] utilizan la descomposición espectral y coeficientes AVO optimizados [102] con el fin de clasificar acumulaciones y delinear espesores de la acumulación tope de CO₂ en Sleipner. Con el fin de estudiar características asociadas a la atenuación y dispersión de velocidad en el AVO espectral, Liu et al. [103], exploran la reflectividad de la interfaz entre un medio no dispersivo y un medio dispersivo con saturación inhomogénea de gas y agua de formación. Liner [39] realiza una recopilación de los efectos dependientes de la frecuencia en la sísmica de exploración.

En el contexto del monitoreo de dióxido de carbono, la dependencia en frecuencia ha sido empleada, entre otros, por Williams y Chadwick [19] para mejorar la estimación de espesores y velocidades y por Rubino et al. [104] para la delimitación de zonas con baja concentración de CO₂.

4.2. Reflectividad para una capa acústica

Para indagar sobre la relación entre el espesor de la capa, la velocidad y el carácter dispersivo de la reflectividad, es sumamente útil considerar la expresión analítica para la reflectividad de onda P en un medio elástico y sin rigidez (acústico) de una capa entre dos semiespacios [24; 38]

$$R_L(f, \theta_1) = \frac{i(Z_2^2 - Z_1 Z_3) \sin(k_{z2} h) + (Z_3 - Z_1) Z_2 \cos(k_{z2} h)}{i(Z_2^2 + Z_1 Z_3) \sin(k_{z2} h) + (Z_3 + Z_1) Z_2 \cos(k_{z2} h)}, \quad (4.1)$$

con $k_{z2} = |k_2| \cos \theta_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta_2$, la componente vertical del vector número de onda, de módulo $|k_2|$ en el medio 2 y $\lambda = V_2/f$. $Z_j = V_j \rho_j / \cos \theta_j$, ρ_j la densidad, V_j la velocidad de onda P, y θ_j el ángulo de las ondas en el medio $j = 1, 2, 3$ (Figura 4.1).

Las velocidades y ángulos están vinculados por la Ley de Snell:

$$\frac{\sin \theta_1}{V_1} = \frac{\sin \theta_2}{V_2} = \frac{\sin \theta_3}{V_3}, \quad (4.2)$$

donde para simplificar la notación $\theta_1 \equiv \theta$. La reflectividad dada por fórmula (4.1) tiene un carácter periódico y dependiente de la frecuencia f pues $|k_2| = \frac{2\pi f}{V_2}$. De los argumentos de las funciones trigonométricas involucradas en la ecuación (4.1), se desprende que la periodicidad está controlada por el espesor h , la velocidad de la capa V_2 y el ángulo de incidencia θ_1 [97]. Cabe destacar que en la ecuación (4.1) no hay ninguna hipótesis respecto de la magnitud de h , siendo esta expresión válida entonces tanto para capas finas como para capas gruesas.

La reflectividad tiene mínimos o *notchs* cuando [38]

$$k_{z2} h = \frac{2\pi h}{\lambda} \cos \theta_2 = m\pi, \quad m \in \mathbb{N}; \quad (4.3)$$

reduciéndose al valor

$$R_L(f, \theta) = \frac{Z_3 - Z_1}{Z_3 + Z_1}, \quad (4.4)$$

que es independiente de la frecuencia e igual al coeficiente de reflexión entre los semiespacios que contienen a la capa. De particular interés es expresar la condición dada por la ecuación(4.3) en términos de las frecuencias. Dado que $\lambda = V_2/f$, las frecuencias donde se producen los notchs o mínimos están dadas por

$$f_n^m = m \frac{V_2}{2h \cos \theta_2}. \quad (4.5)$$

Por otro lado, de la periodicidad impuesta por las funciones trigonométricas, puede verificarse que las *frecuencias de tuning* o *frecuencias pico* donde ocurren los máximos de interferencia constructiva pueden encontrarse como los puntos medios entre pares de frecuencias para mínimos consecutivos f_n^m, f_n^{m+1} . Las frecuencias pico están dadas entonces por

$$f_p^{m+1} = f_n^m + \frac{f_n^{m+1} - f_n^m}{2} = \frac{f_n^{m+1} + f_n^m}{2} = \left(\frac{1 + 2m}{2} \right) \frac{V_2}{2h \cos \theta_2}. \quad (4.6)$$

A incidencia normal ($\theta_1 = \theta_2 = 0$), la *primer frecuencia pico* se da en $m = 0$, y resulta

$$f_p = \frac{V_2}{4h}. \quad (4.7)$$

En términos del tiempo doble de tránsito a incidencia normal en la capa, $\Delta t = \frac{2h}{V_2}$, se obtiene

$$f_p = \frac{1}{2\Delta t}. \quad (4.8)$$

La relación (4.8) o (4.7) es utilizada para estimar espesores temporales a partir de la frecuencia pico en las trazas sísmicas. Un ejemplo de su aplicación en un reservorio CCS se puede encontrar en el trabajo de Williams et al. [19].

Cabe recordar que un límite *práctico* para la resolución sísmica vertical viene dado por la expresión $\lambda/4$, siendo λ la longitud de onda predominante de la señal [105; 106]

Fluido	ρ (kg/m ³)	K (GPa)
CO ₂	637	0.037
agua de formación	1040	2.305

Tabla 4.1. Propiedades de los fluidos en el medio poral. Los parámetros del CO₂ son calculados según la ecuación de estado de Peng y Robinson para $T = 36^\circ \text{C}$ y $P = 10 \text{MPa}$. Los valores del agua de formación son tomados de Williams y Chadwick [19].

y $\lambda/4$ el valor donde la amplitud de la señal alcanza un máximo por interferencia constructiva¹. Como indican Avseth et al. [17], si el espesor h de la capa es mayor que $\lambda/4$ las dos interfaces que la definen pueden identificarse separadamente; cuando $h < \lambda/4$ tal distinción no es tan evidente. Si bien Widess [107] emplea el valor $\lambda/8$ como límite de la resolución, Puryear y Castagna [106] señalan que este resultado es válido para un caso particular, donde tanto la base como el techo de la capa son semiespacios idénticos y la impedancia en la capa es constante, sugiriendo por ello el límite menos restrictivo de $\lambda/4$. Liu y Schmitt [38] consideran que una capa como *fina* si su espesor cumple $\lambda/4 \leq h < \lambda$ y como *ultrafina* si $h < \lambda/4$.

Si se toma la variación relativa de la frecuencia pico $\Delta f_p/f_p$, de la ecuación (4.7) se deduce [108]

$$\frac{\Delta f_p}{f_p} = \frac{\Delta V_2}{V_2} - \frac{\Delta h}{h}; \quad (4.9)$$

lo que relaciona la variación de la frecuencia pico con los cambios en velocidad y espesor de la acumulación. De la ecuación (4.9) se observa que la frecuencia pico varía en el mismo sentido que la velocidad, pero en sentido opuesto a los cambios en espesor. Por lo tanto, f_p disminuye tanto si la velocidad así lo hace o si aumenta el espesor. Además puede observarse que la magnitud del cambio relativo es del mismo orden que la magnitud del cambio en velocidad y espesor.

4.3. Descripción del Modelo

El modelo de reservorio estudiado en este Capítulo corresponde al ilustrado en la Figura 2.2, donde el semiespacio superior, desde donde inciden las ondas, representa la roca sello. La capa de espesor h representa la arenisca Utsira parcialmente saturada por mezcla de agua de formación y CO₂. El semiespacio inferior es la misma arenisca totalmente saturada con agua de formación. Los parámetros que describen a estos medios son los mismos que fueron utilizados en el Capítulo 3 (Sección 3.2).

El CO₂ se encuentra en estado supercrítico ($T = 36^\circ \text{C}$ y $P = 10 \text{MPa}$) representativo de las condiciones en el acuífero de Utsira [57]. Los parámetros del CO₂ son calculados según la ecuación de estado de Peng y Robinson y están dados, junto a los del agua de formación, en la Tabla 4.1.

¹Puede probarse que para $h = \lambda/4$ ocurre un máximo para el módulo de la reflectividad dada por la ecuación (4.1).

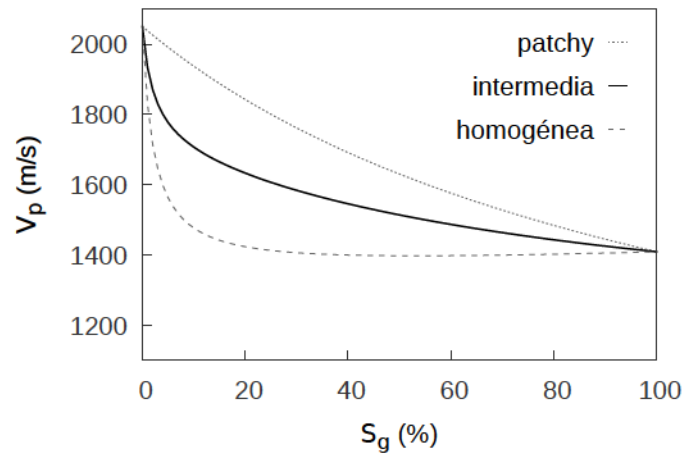


Figura 4.2. Velocidad de onda P en función de la saturación S_g de CO_2 para mezcla homogénea, inhomogénea y mezcla intermedia, obtenida de promediar sobre los casos anteriores. El CO_2 se encuentra en estado supercrítico.

La Figura 4.2 presenta la velocidad de onda P en función de la saturación de CO_2 , para las mezclas homogénea (según el límite de Gassmann) e inhomogénea (límite de Hill). Como el tipo de distribución de los fluidos porales in situ no es conocida, en este Capítulo se considera la velocidad que se obtiene de promediar sobre estas dos situaciones, como se mencionó en la Sección 2.5. De esta forma se está considerando un tipo de mezcla intermedia para el reservorio. Cabe señalar que este modelo de velocidad es consistente con el presentado por Williams y Chadwick [19]. La velocidad varía desde 2050 m/s para $S_g = 0\%$ a 1410 m/s para $S_g = 100\%$.

Para el cálculo del coeficiente de reflexión generalizado de este modelo se utiliza el método de la reflectividad introducido en el Capítulo 2, para comportamiento elástico y viscoelástico. El coeficiente R_L obtenido de esta forma tiene en cuenta el efecto conjunto entre las conversiones de modo entre ondas P y ondas SV. A incidencia normal este coeficiente es idéntico al resultado analítico dado por la ecuación (4.1) para el caso acústico.

Teniendo en cuenta que una distribución de fluidos heterogénea puede dar lugar a fenómenos de atenuación y dispersión mesoscópicos [31], una alternativa simple para incluir estos efectos en el comportamiento de la reflectividad, consiste en utilizar el modelo viscoelástico de Zener [32], (Apéndice C). Este modelo es atractivo por su sencillez y su capacidad para simular los efectos de atenuación y dispersión de velocidades en la propagación de ondas sísmicas en medios reales.

Para estos experimentos la frecuencia de resonancia para el modelo de Zener es ubicada en 10 Hz, para simular resultados de trabajos más específicos sobre el tema, tales como los de Rubino et al. [109] y Quintal et al. [110]. En particular, los últimos autores utilizan el modelo de Zener para aproximar el comportamiento en frecuencia de medios poroelásticos.

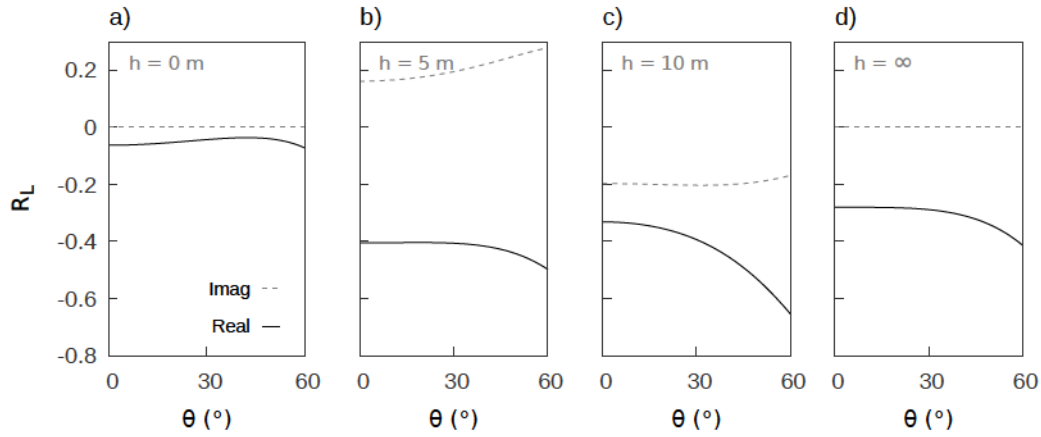


Figura 4.3. Partes real e imaginaria de la reflectividad compleja $R_L(f, \theta)$ en función de θ para $f = 50$ Hz y $S_g = 100\%$. La reflectividad es compleja cuando $0 < h < \infty$.

4.4. Respuesta AVA/AVF

A continuación se analiza el comportamiento de la reflectividad en función del ángulo de incidencia y de la frecuencia a distintos espesores. Cabe recordar que el análisis AVA tradicional, al utilizar en principio el resultado de Zoeppritz de la reflectividad para semiespacios, no considera efectos de interferencia ni dispersión. Esta metodología, entonces, puede ser analizada en rigor para acumulaciones de CO₂ cuyos espesores son mayores que las longitudes de onda involucradas en la propagación de las ondas, en cuyo caso no hay efectos de interferencia [98]. Sin embargo esto no implica necesariamente que estos efectos no puedan ser analizados en la amplitud del dato sísmico por medio de los coeficientes de Zoeppritz (ver por ejemplo el trabajo [106]).

En la Figura 4.3 se muestra el coeficiente de reflexión R_L a distintos espesores de la acumulación de CO₂ para $S_g = 100\%$ a la frecuencia de $f = 50$ Hz. Para esta frecuencia y para la velocidad de onda P en la acumulación a la saturación dada; $V_2 \approx 1410$ m/s; la longitud de onda es $\lambda = V_2/f \approx 28$ m, y la resolución vertical es aproximadamente $\lambda/4 = 7$ m. Por lo tanto, la capa de espesor $h = 5$ m está por debajo y la capa $h = 10$ m por encima de esta resolución.

En las Figuras 4.3-a (correspondiente al estado previo a la inyección) y 4.3-d, R_L es real. En las Figuras 4.3-b y 4.3-c el AVA depende de la frecuencia. La respuesta AVA de una capa como se observa en estos casos, puede diferenciarse significativamente de la respuesta AVA esperada para un semiespacio con CO₂ (Figura 4.3-d).

Para el caso de incidencia normal, la Figura 4.4 muestra el módulo de la reflectividad en función de la frecuencia. Para $0 < h < \infty$ la periodicidad de la curva AVF está asociada al espesor de la capa h y a su velocidad. Dado el valor de V_2 para $S_g = 100\%$, puede verificarse que el primer máximo se ubica en $f_p \approx 70$ Hz para $h = 5$ m y en $f_p \approx 35$ Hz para $h = 10$ m de acuerdo con la ecuación (4.7). Como ya fue mencionado, sobre los mínimos, la reflectividad toma un valor dado por el contraste de impedancias entre los semiespacios, con lo cual la capa se vuelve sísmicamente invisible [38].

El carácter conjunto AVA y AVF de la reflectividad puede apreciarse en la Figura 4.5, correspondiente a una acumulación de 10 m de espesor y una saturación de 100%

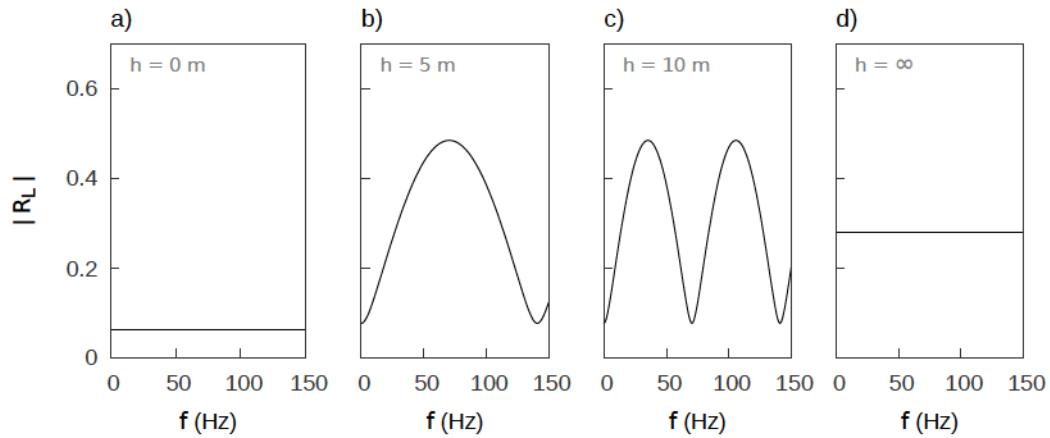


Figura 4.4. Módulo de la reflectividad $|R_L(f, \theta)|$ en función de la frecuencia para $\theta = 0^\circ$ y $S_g = 100\%$. El CO_2 está en estado supercrítico. Para $0 < h < \infty$ la reflectividad es compleja y el período de la curva AVF está asociado al espesor de la capa h y a su velocidad.

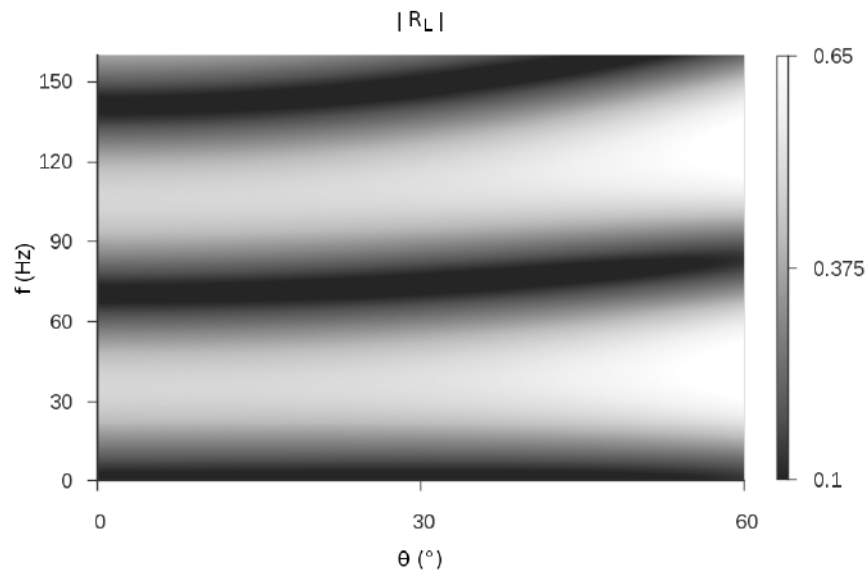


Figura 4.5. Módulo de la reflectividad $|R_L(f, \theta)|$ en función de la frecuencia y del ángulo de incidencia para una acumulación con $h = 10$ m y $S_g = 100\%$.

de CO₂.

La coordenada en el eje de las frecuencias de los máximos en la reflectividad se mantiene prácticamente constante sobre el rango de ángulos $\theta \leq 30^\circ$. Esto sugiere que las estimaciones de espesor dadas por f_p serán independientes del ángulo de incidencia si este es pequeño.

4.4.1. Efecto del espesor en la reflectividad

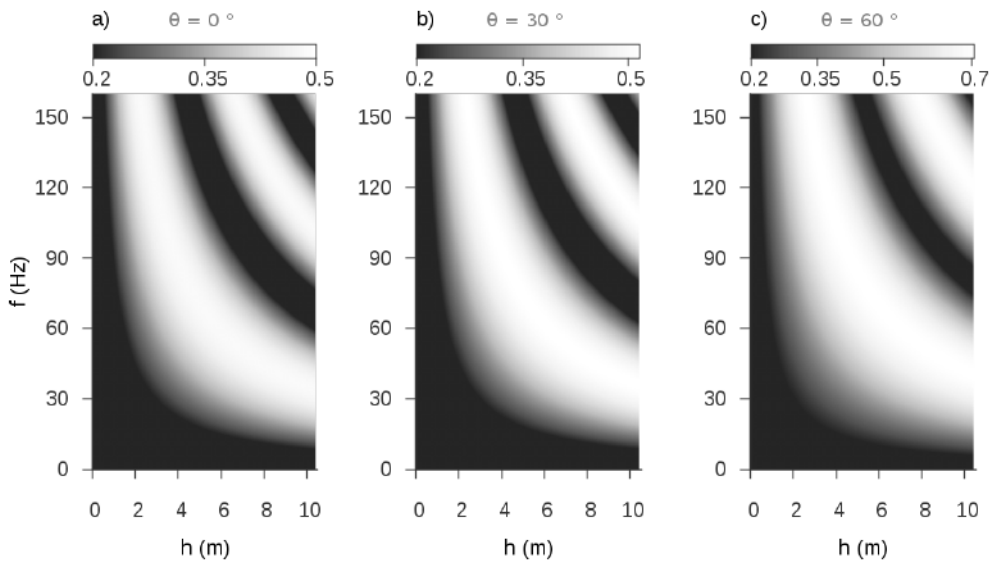


Figura 4.6. Módulo de la reflectividad $|R_L(f, \theta)|$ en función de la frecuencia para distintos espesores de capa h . a) incidencia normal, b) $\theta = 30^\circ$ y c) $\theta = 60^\circ$. La curva que describe el primer máximo a incidencia normal sigue la tendencia $f_p = \frac{V_2}{4h}$.

La Figuras 4.6-a, 4.6-b y 4.6-c presentan la respuesta de la reflectividad en función de la frecuencia y el espesor h , para ángulos $\theta = 0, 30, 60^\circ$. Se observa claramente que en los máximos se establece una relación recíproca entre espesores y frecuencias, de acuerdo con la relación teórica (4.6). El espesor de la capa puede ser luego estimado de la forma tradicional obteniendo la frecuencia f_p donde la reflectividad tiene un máximo. A modo de ejemplo, a incidencia normal (Figura 4.6-a) y para frecuencias próximas a 35–40 Hz el primer máximo ocurre en $h \approx 8$ m, como es reportado en Chadwick et al. [100] para el tope de la acumulación de CO₂ en Utsira. Como se observa en la Figura 4.7, los efectos de atenuación y dispersión viscoelásticos incluidos en los cálculos mediante un modelo de Zener para $Q_p = 30$, $Q_s = 100$ y frecuencia de resonancia de 10 Hz (Figura 4.8), no modifican la estimación del espesor de capa a través de la frecuencia pico. La ubicación de los máximos en la reflectividad ocurren sobre las mismas frecuencias, siendo sus valores de amplitud menores que en el caso elástico debido a la atenuación. Para analizar esta comparación en detalle la Figura 4.13 muestra la primer frecuencia pico

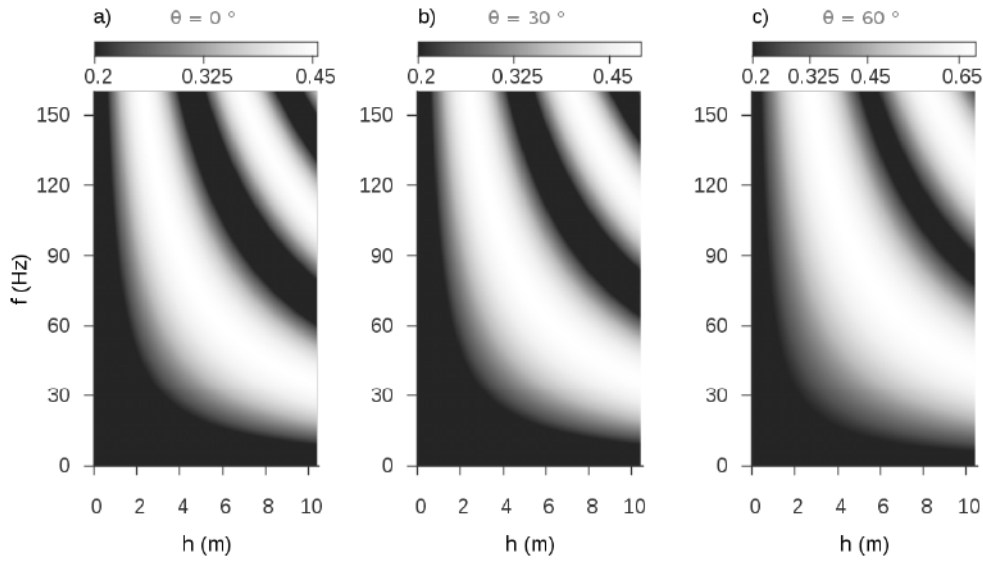


Figura 4.7. Módulo de la reflectividad $|R_L(f, \theta)|$ en función de la frecuencia para distintos espesores de capa h . a) incidencia normal, b) $\theta = 30^\circ$ y c) $\theta = 60^\circ$. Se considera atenuación y dispersión en la capa con CO_2 .

f_p de la reflectividad a incidencia normal en función del espesor h de la acumulación para los casos elástico y viscoelástico considerados en esta sección. Los cambios en la frecuencia pico no son importantes respecto del caso elástico; siendo el apartamiento respecto de la curva teórica $f_p(h)$ mínimo. Como se observa, para espesores bajos, la frecuencia pico de la reflectividad puede estar muy por encima del rango sísmico habitual.

La Figura 4.10 presenta el módulo de la reflectividad en función del ángulo de incidencia para distintos espesores de la acumulación. La acumulación tiene una saturación de 100% de CO_2 . De forma similar a como es observado por Chadwick et al. [100], a medida que el espesor de la capa aumenta la reflectividad crece hasta llegar a un máximo. Este máximo ocurre a un espesor relacionado con la frecuencia a la que se hacen los gráficos (17 Hz, 35 Hz y 75 Hz) por $f = V_2/4h$. La reflectividad luego disminuye y toma valores similares a capas de menor espesor.

4.4.2. Efecto de la saturación en la reflectividad

En la Figura 4.11 se grafica el módulo de la reflectividad $|R_L|$ en función de la frecuencia y la saturación de CO_2 de la acumulación, a distintos ángulos de incidencia. Los máximos de $|R_L|$ se disponen sobre la región de saturaciones altas, debido a que el contraste de impedancias entre la roca sello, la capa y el semiespacio inferior se maximiza allí. La sensibilidad con la saturación varía con la frecuencia. Si las frecuencias están próximas a la frecuencia pico f_p , para el espesor considerado de la acumulación

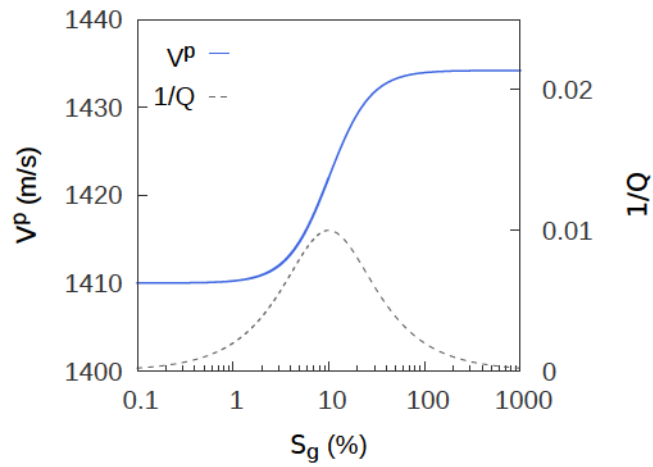


Figura 4.8. Velocidad de fase de onda P V^P e inverso del factor de calidad Q para el caso viscoelástico de Zener con $Q_p = 30$, $Q_s = 100$ y frecuencia de resonancia de 10 Hz. La saturación de CO₂ es 100 %.

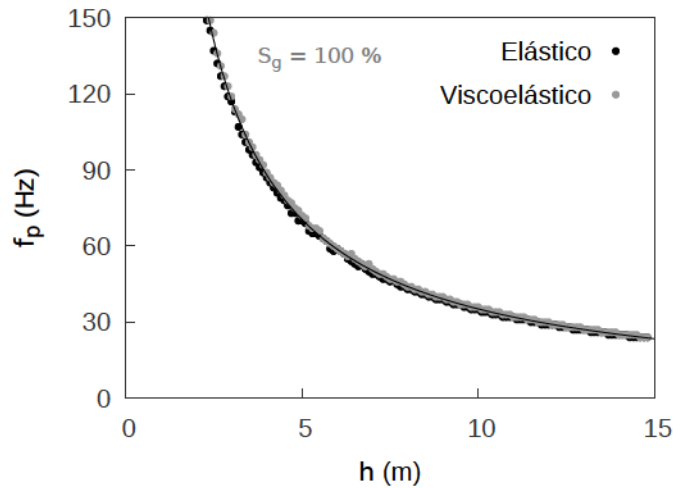


Figura 4.9. Primer frecuencia pico f_p de la reflectividad a incidencia normal en función del espesor h de la acumulación para el caso elástico y el caso viscoelástico ($Q_p = 30$ y $Q_s = 100$). Se muestra también en línea llena la curva teórica $f_p(h) = \frac{V_2}{4h}$. La saturación de CO₂ es 100 %.

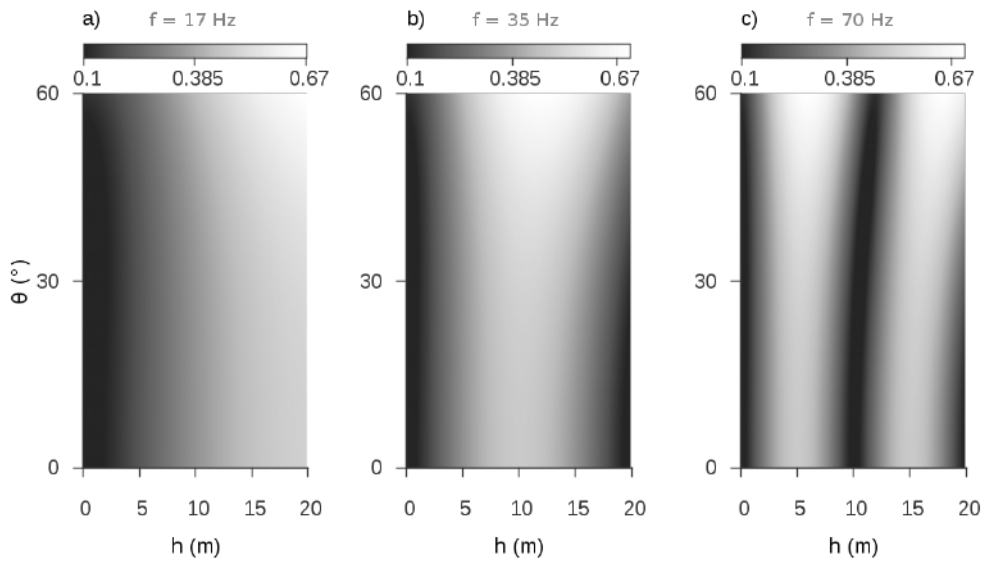


Figura 4.10. Módulo de la reflectividad $|R_L(f, \theta)|$ en función del ángulo de incidencia para distintos espesores de capa h . Se consideran tres frecuencias, a) $f = 17$ Hz, b) $f = 35$ Hz y c) $f = 70$ Hz. La frecuencias consideradas dan la ubicación del máximo en h .

($h = 10$ m), la sensibilidad es mayor. La presencia de notchs en la reflectividad (zonas oscuras) puede observarse claramente en las tres Figuras.

El comportamiento de la reflectividad con el ángulo de incidencia es similar al caso a incidencia normal, aunque la ubicación de los máximos se desplaza levemente hacia frecuencias un poco mayores que f_p para $\theta = 0^\circ$, de acuerdo con lo que predice la relación (4.6). Se concluye que la sensibilidad con la saturación se observa mejor sobre bandas de frecuencias en el entorno de las frecuencias pico. El caso con atenuación, no graficado, arroja las mismas conclusiones.

La Figura 4.12 presenta a $|R_L|$ en función de la saturación y el ángulo de incidencia para distintas frecuencias. Para bajas frecuencias (17 y 35 Hz) la reflectividad aumenta para saturaciones y ángulos altos, con carácter AVA bastante constante. Sin embargo para una frecuencia mayor (70 Hz) el comportamiento muestra cambios importantes. La ocurrencia de un notch, como muestra la Figura 4.11, minimiza la reflectividad en la Figura 4.12-c para ángulos entre 0 y 30° .

Como la primer frecuencia pico es proporcional a la velocidad de la capa, según la ecuación (4.7), y dado que la velocidad disminuye con la saturación de CO_2 (Figura 4.2), la f_p se desplaza hacia frecuencias menores a medida que la saturación aumenta. La Figura 4.13 presenta la variabilidad esperada en la curva f_p vs. espesor para todo el rango de saturaciones. A un espesor fijo, la variación de f_p (indicada por las flechas verticales) introducida por la saturación desde $S_g = 0\%$ hasta $S_g = 100\%$, es en todos los casos del 30%. Esta sensibilidad, como indica la ecuación (4.9), está asociada al

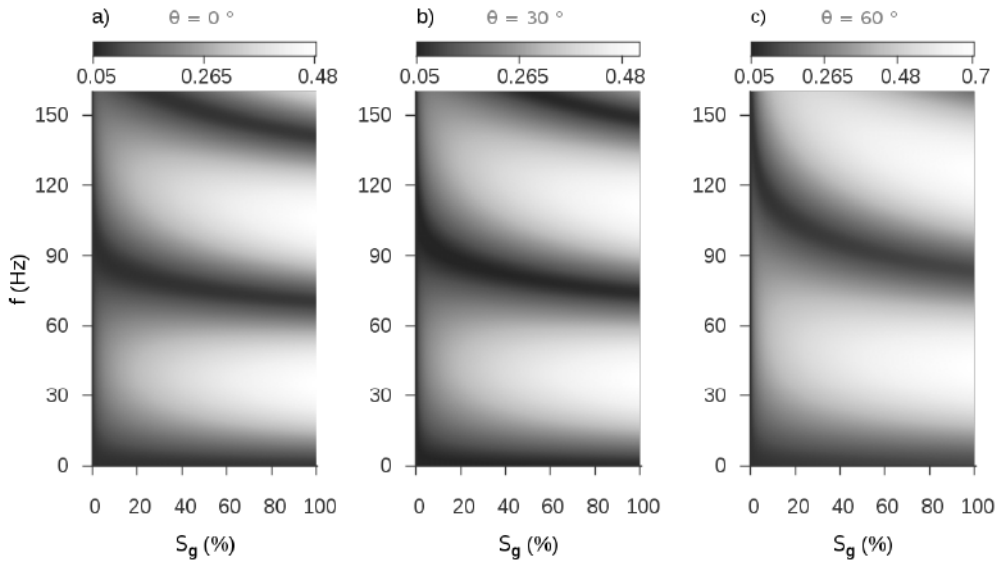


Figura 4.11. Módulo de la reflectividad en función de la frecuencia para distintas saturaciones de CO₂ en la acumulación de espesor $h = 10$ m. a) incidencia normal, b) $\theta = 30^\circ$ y c) $\theta = 60^\circ$. La sensibilidad con S_g varía con la frecuencia. Los máximos a incidencia normal ocurren para múltiplos de la frecuencia pico asociada con el espesor, $f_p = V_2/4h$.

cambio en la velocidad de onda P en el reservorio. En particular, la caída en la frecuencia pico para una acumulación de $h = 10$ m se muestra en la Figura 4.14. Para $S_g = 0\%$ el máximo ocurre en los 50 Hz y para $S_g = 100\%$ sobre los 35 Hz. El corrimiento es del 30% (15 Hz) y es igual al esperado por la variación porcentual en V_p .

4.4.3. Efecto conjunto de la saturación y espesor

La Figura 4.15 presenta el módulo del coeficiente de reflexión a incidencia normal y a distintas frecuencias, en función del espesor y la saturación de la acumulación de CO₂. Cada gráfico presenta una región de máxima reflectividad. Este máximo ocurre hacia las saturaciones altas, debido a que el contraste de impedancias crece con la saturación y sobre espesores dados por la relación (4.7). A medida que la frecuencia aumenta, y como es de esperar, el máximo se corre hacia capas de menor espesor. Las frecuencias de la Figura fueron elegidas en base a $f_p/2, f_p$ y $2f_p$, con $f_p = V_p/4h = 35$ Hz, para una capa de espesor $h = 10$ m y una velocidad de 1410 m/s. En 4.15-a el espesor de tuning se encuentra hacia los 20 m, en 4.15-b sobre los 10 m y en 4.15-c sobre los 5 m.

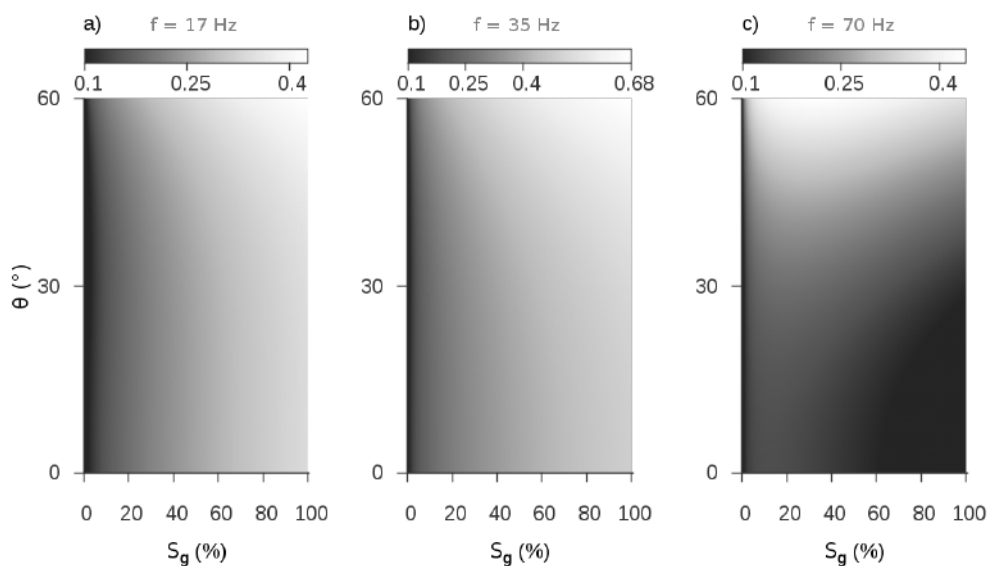


Figura 4.12. Módulo de la reflectividad $|R_L(f, \theta)|$ en función de la saturación de CO_2 S_g y el ángulo de incidencia θ para la acumulación de espesor $h = 10$ m. Se consideran tres frecuencias, a) $f = 17$ Hz, b) $f = 35$ Hz y c) $f = 70$ Hz.

4.5. Conclusiones del Capítulo

Dado que la caracterización del espesor de la acumulación de CO_2 es de particular importancia para el monitoreo sísmico del gas atrapado, en este Capítulo se introdujo dicho parámetro en el modelado. El carácter dispersivo del coeficiente de reflexión de onda P es analizado en función del espesor de la acumulación. Del comportamiento periódico de la reflectividad y la ubicación de sus máximos, surge el atributo espectral de la frecuencia pico como herramienta para la caracterización del espesor de la acumulación. Se prueba que la frecuencia pico es un atributo que, para ángulos pequeños, a distintas saturaciones, y en medios anelásticos, no presenta variaciones significativas en su comportamiento respecto al espesor de la capa. En el Capítulo 6 se volverá a analizar este atributo.

Cabe remarcar que para implementar el análisis AVF con datos reales es muy importante remover previamente en la etapa de procesamiento el efecto que tiene la fuente sísmica sobre la reflectividad [18].

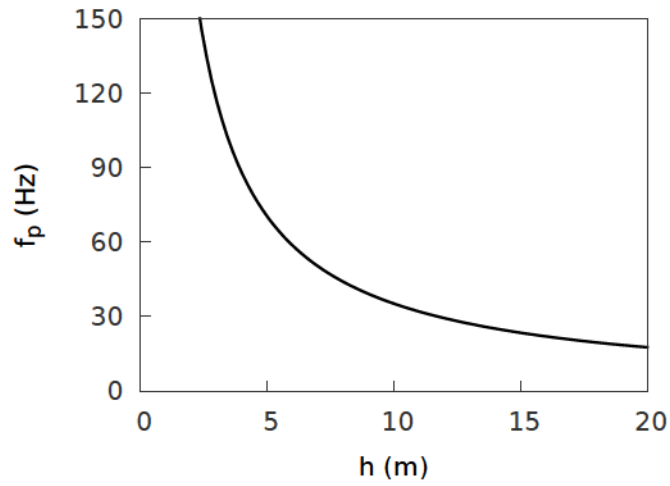


Figura 4.13. Efecto del espesor h y de la saturación S_g sobre f_p a incidencia normal . La variación (flechas verticales) debida a la saturación es del 30 % para todos los espesores.

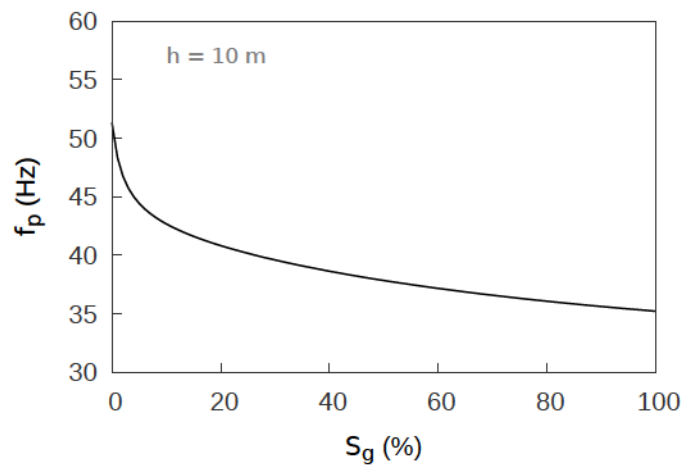


Figura 4.14. Variación de la primera frecuencia pico f_p a incidencia normal en función de la saturación S_g de CO₂ para una acumulación de espesor $h = 10$ m.

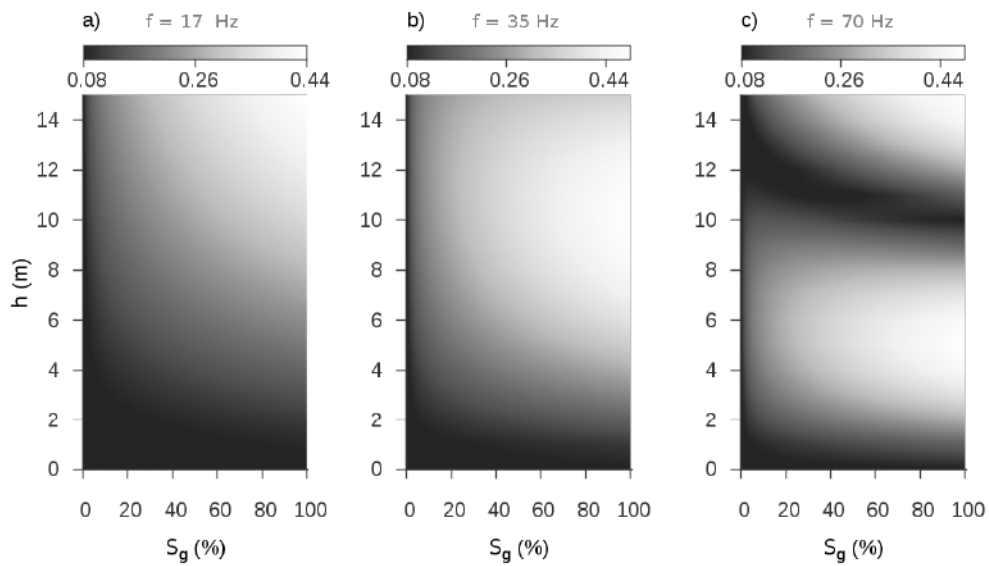


Figura 4.15. Módulo de la reflectividad $|R_L(f, \theta)|$ a incidencia normal en función del espesor h y saturación S_g de la acumulación. Se consideran tres frecuencias, a) $f = 17$ Hz, b) $f = 35$ Hz y c) $f = 70$ Hz.

Capítulo 5

Zonas de transición de saturación de CO₂

El monitoreo sísmico de dióxido de carbono se basa principalmente en el estudio de las características de la reflexión provenientes de sus acumulaciones. Esto se debe a su alto contraste de impedancia y a la buena relación señal/ruido en las reflexiones que generan. Sin embargo, por debajo de las acumulaciones pueden existir zonas de saturaciones menores, o de CO₂ *difuso*, las cuales cumplen un rol importante en la propagación de ondas en el reservorio y en la estimación del volumen total de dióxido de carbono atrapado, entre otros [57]. La caracterización de zonas con saturación de CO₂ verticalmente variable, de ahora en más llamadas *zonas de transición*, puede ser entonces relevante para el monitoreo. Dado que estas zonas no han sido estudiadas en detalle el objetivo de este Capítulo es analizar su reflectividad. Los resultados de esta parte de la Tesis fueron publicados en [111] y [112].

5.1. Contexto

Wolf [113] define a las zonas de transición como regiones de un reservorio en las cuales los parámetros elásticos de las rocas son funciones continuas de la posición. En su trabajo, Wolf presenta la expresión analítica para el coeficiente de reflexión de un región donde la densidad se mantiene constante y la velocidad de las ondas P varía linealmente con la profundidad. Más tarde, Bortfeld [114], bajo las mismas hipótesis de Wolf, obtiene el mismo resultado al considerar la zona de transición en velocidad como el límite de una secuencia de capas de velocidad constante. Wuenschel [115] utiliza las zonas de transición como herramienta para validar un código de generación de sismogramas sintéticos. En su trabajo se aplica un método de matrices propagadoras para obtener el coeficiente de reflexión de la zona de transición en velocidad. En el trabajo de Gupta [116], la reflectividad para una zona de transición de densidad y velocidad variable, para distintos ángulos de incidencia es obtenida mediante un desarrollo numérico. Los autores Justice y Zuba [117] estudiaron la caracterización sísmica de las reflexiones de zonas de transición en ambientes de permafrost. Mas recientemente, Liner y Bodmann [118] exploran la dependencia en frecuencia de zonas de transición lineales en la velocidad, con el objeto de detectar su presencia en datos sísmicos reales. Como estos autores indican apropiadamente, el análisis espectral, al indagar sobre las carac-

terísticas de la dependencia en frecuencia de la reflectividad, proporciona un indicador adicional para la interpretación sísmica de estas regiones.

La ausencia de un análisis para zonas de transición debidas a la inyección de CO₂ es la motivación del presente Capítulo. En esta parte de la Tesis se analiza el comportamiento AVA y AVF de la reflectividad de estas zonas. Este análisis muestra que las zonas de transición se comportan de manera diferente a zonas con variación lineal en la velocidad, o zonas donde la distribución de CO₂ es constante verticalmente. El origen de estos resultados se debe al efecto no lineal que tiene el dióxido de carbono en los parámetros elásticos de las rocas.

Este Capítulo comienza con una revisión al método de modelado propuesto y se da una descripción del modelo utilizado para una zona de transición de CO₂. A continuación se presenta un análisis de la reflectividad en los dominios AVA y AVF para un reservorio geológico de dióxido de carbono basado nuevamente en el acuífero Utsira. Este análisis abarca el impacto - en la reflectividad de las ondas P - que tiene la saturación efectiva de CO₂, del espesor de la zona de transición y del tipo de mezcla de los fluidos que residen en el espacio poral de la roca reservorio. Por último, se contrastan las respuestas espectrales de la zona de transición modelada con una zona de transición lineal en la velocidad a densidad constante.

5.2. Modelado

Las zonas de transición donde la densidad es constante y la variación de velocidad de propagación de las ondas sísmicas es lineal con la profundidad, conocidas generalmente como *rampas de Wolf* [118], han sido estudiadas en la literatura geofísica omitiendo el análisis de los parámetros de las rocas responsables de su generación. En este Capítulo se considera una zona de transición generada por la variación vertical en la saturación de CO₂ en el espacio poral de la roca reservorio. Esta distribución vertical de dióxido de carbono induce una zona de transición que se caracteriza por un perfil de velocidad no lineal. Se asume que la migración de CO₂ es puramente controlada por flotabilidad y que la permeabilidad del reservorio es homogénea e isótropa, lo que resulta en un campo de saturación de CO₂ lateralmente constante. La respuesta de las propiedades elásticas de las rocas al cambio de saturación se calcula mediante la sustitución de fluidos (Capítulo 2). Según el tipo de mezcla de entre el CO₂ y el agua de formación, se utiliza la formulación de Gassmann–Wood (mezcla homogénea) o de Gassmann–Hill (mezcla *patchy*) consideradas en el Capítulo 2. Considerando las diferencias significativas entre las estimaciones en la velocidad dadas por ambas formulaciones, y dada además la incertidumbre en el carácter del tipo de mezcla in situ en el acuífero del campo Sleipner, se considera razonable tomar inicialmente para cada saturación el valor medio entre ambas velocidades. Debido a que la solubilidad del dióxido de carbono en agua de formación es prácticamente despreciable en la escala de tiempo de años [8; 27] sus efectos no son tomados en consideración. La densidad y el módulo de *bulk* del CO₂ son calculados mediante la EoS de Peng y Robinson detallada en el Capítulo 2. Los propiedades análogas para el agua de formación son tomadas del trabajo de Chadwick et al. [57].

Se considera el reservorio de interés formado por una secuencia de capas planas elásticas. La reflectividad de la zona de transición es obtenida por el método de la

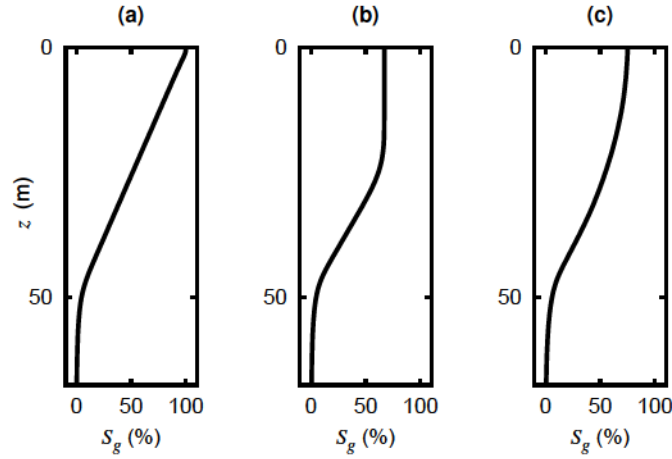


Figura 5.1. Perfiles de la distribución de la saturación de CO_2 en función de la profundidad z . a) perfil lineal. b) perfil lineal que además contiene una capa con saturación constante. b) perfil cuadrático. La saturación global de todos los casos es $\bar{S}_g = 50\%$.

reflectividad descrito en el Capítulo 2. Cada capa componente de la zona de interés tendrá sus velocidades sísmicas y densidad dadas por el nivel de saturación de CO_2 según la ley de variación vertical asumida. Se propone en este Capítulo un perfil vertical lineal de la saturación, que es simple pero representativo de este tipo de ambientes. Este perfil está basado en las simulaciones con simetría axial presentadas por Chadwick et al. [119] para la arenisca Utsira, donde se muestran que zonas de alta acumulación de CO_2 son acompañadas por regiones que presentan una progresiva disminución en la saturación con la profundidad.

El perfil vertical de saturación de CO_2 , $S_g(z)$, donde $z \geq 0$ es la profundidad y $z = 0$ marca el tope de la transición, se asume dado por una función lineal a trozos que satisface

$$\frac{1}{h} \int_0^h S_g(z) dz = \bar{S}_g, \quad (5.1)$$

con $S_g(z \geq h) = 0$. El espesor de la zona de transición es h (Figura 5.2) y su saturación promedio de CO_2 es \bar{S}_g . Luego es posible describir el perfil por medio de la ley (5.1) como

$$S_g(z) = 2\bar{S}_g \left(1 - \frac{z}{h}\right), \quad (5.2)$$

para $0 \leq z \leq h$. Utilizando la expresión (5.2) para una dada \bar{S}_g y un espesor h , es posible analizar de forma independiente los efectos vinculados con el nivel de saturación promedio de la zona de transición y su espesor, siempre que $\bar{S}_g \leq 50\%$. Cabe destacar, que además del modelo lineal de saturación, otros perfiles de distribución similar de CO_2 han sido considerados, como los que se muestran en las Figuras 5.1-b y 5.1-c. Como la reflectividad asociada a estos modelos no se diferencia de manera substancial del perfil lineal asumido y graficado en la Figura 5.1-a, los alcances de las conclusiones de este Capítulo son válidas para una familia de curvas similares.

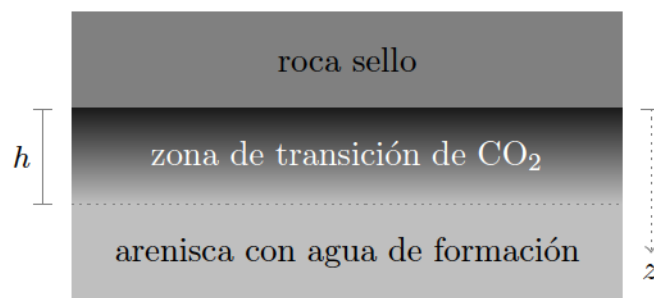


Figura 5.2. Esquema del reservorio. Por debajo de la roca sello se encuentra una zona de transición de CO₂ con espesor h . Debajo de la misma hay un semiespacio de arenisca completamente saturada por agua de formación.

5.2.1. El reservorio

Tal como en los Capítulos previos, se modela el efecto de la acumulación de CO₂ en el acuífero salino Utsira. Para este reservorio, el modelo de distribución del dióxido de carbono consiste de una región con alta saturación de CO₂ por debajo de la base de la roca sello o por debajo de barreras de espesor muy fino de roca de baja permeabilidad y posiblemente fracturadas. Existen además zonas de menor saturación entre estas barreras y por debajo de la acumulación principal en el tope del reservorio [14; 57]. De acuerdo con el método de la reflectividad utilizado en este Capítulo, el semiespacio superior del modelo representa la roca sello Nørdland, mientras que el semiespacio inferior consiste en la arenisca Utsira completamente saturada con *brine*. Por debajo del sello se asume que el CO₂ inyectado forma en la arenisca una zona de transición de espesor h , representado por un conjunto de 40 capas con igual espesor con saturación de CO₂ variable y que disminuye según la ecuación (5.2) (Figura 5.2). La densidad del dióxido de carbono y su módulo de *bulk* son calculados a una temperatura de 36°C y una presión de 10 MPa, para simular las condiciones supercríticas del CO₂ inyectado en Sleipner. Para obtener esto se utiliza la EoS de Peng y Robinson (Capítulo 2). Para estas condiciones de presión y temperatura, se espera que la EoS implementada arroje resultados levemente superiores a otras EoS [6]. Los parámetros del agua de formación son tomados de [57]. Las propiedades de los fluidos porales son luego las mismas que las presentadas en la Tabla 4.1 del Capítulo 4. La calibración del modelo es la misma que la descrita en el Capítulo 3

La Figura 5.3 muestra el promedio entre las velocidades de onda P dadas por las formulaciones de Gassmann–Wood y Gassmann–Hill, densidad e impedancia acústica de onda P en función de la profundidad z . En esta Figura, la saturación de dióxido de carbono es del 100 % debajo de la roca sello y disminuye linealmente hasta 0 % a una profundidad de $h = 50$ m, dando una saturación neta de CO₂ de 50 %. Todas las curvas muestran un cambio evidente en el tope de la transición como resultado del contraste entre la roca sello y la arenisca saturada con gas. La zona de transición desarrolla un cambio continuo en los parámetros, que termina cuando se alcanza la zona libre de CO₂. La velocidad de onda P dentro de la transición varía entre 1420 m/s en el tope, donde $S_g = 100\%$ y 2050 m/s en la base de la zona de transición donde

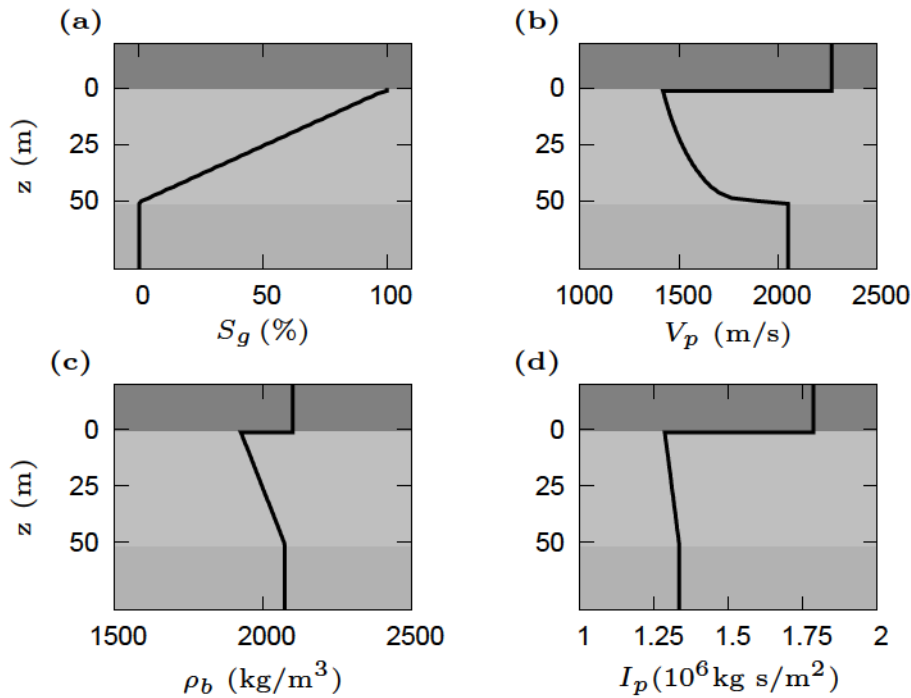


Figura 5.3. (a) saturación de CO_2 , (b) velocidad de onda P, (c) densidad *bulk* y (d) impedancia acústica de onda en función de la profundidad z . La transición tiene un espesor de 50 m y una saturación global de 50 %.

$S_g = 0\%$, en acuerdo con [57]. La densidad *bulk* de la arenisca ρ_b también aumenta con la profundidad, pero su variación total no es tan marcada como en la velocidad. Lo mismo se cumple para la impedancia acústica I_P .

5.3. Análisis AVA/AVF

Habiendo introducido la metodología y el modelo de reservorio, se inicia el análisis de la sensibilidad AVA/AVF de la reflectividad asociada a la zona de transición de CO_2 . Los parámetros de interés cuya influencia en la reflectividad de ondas P será estudiada, son el espesor h , la saturación global o neta \bar{S}_g y el tipo de mezcla de fluidos, homogénea o *patchy*, en la zona de transición.

5.3.1. La influencia del espesor

Como primer experimento, se analiza la sensibilidad a los cambios en h , asumiendo una saturación global fija de $\bar{S}_g = 50\%$. Para una frecuencia dominante de 50 Hz y el perfil mostrado en la Figura 5.3-b, las longitudes de onda P, $\lambda = V_P/f$, se encuentran en el rango de 28 a 41 m. Para la misma frecuencia, la longitud de onda P en la roca sello es de 45 m. En este experimento, se consideran espesores por debajo y por encima de estas longitudes.

En la Figura 5.4-a y 5.4-b se compara la respuesta AVA para transiciones con $h = 10$ m, 25 m y 50 m. En los tres casos, la parte real de la reflectividad generalizada de

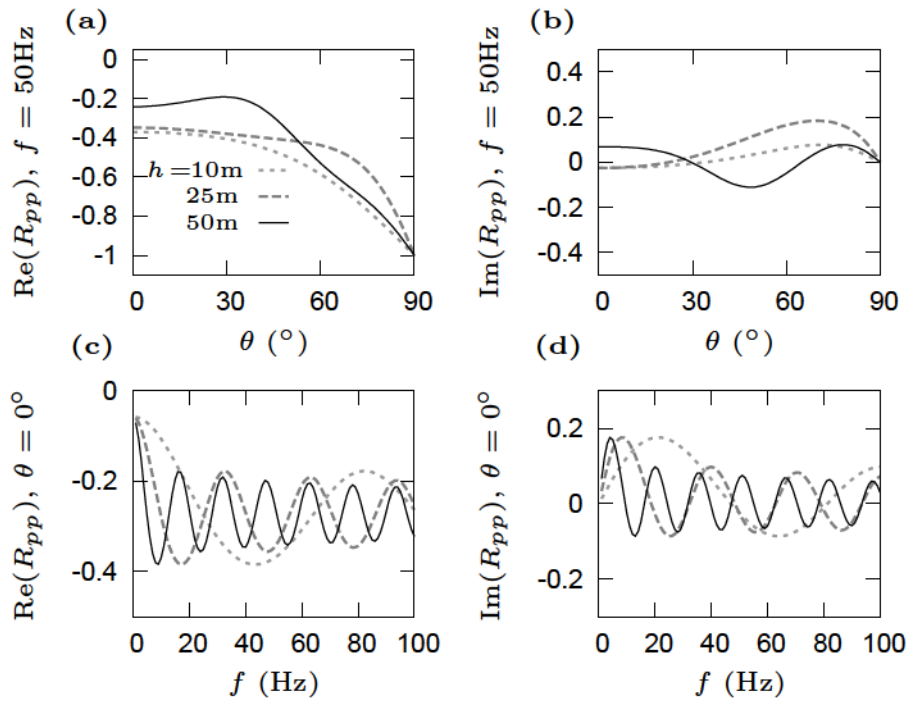


Figura 5.4. Efecto del espesor de la zona de transición h en AVA (a y b) y AVF (c y d) para $\bar{S}_g = 50\%$.

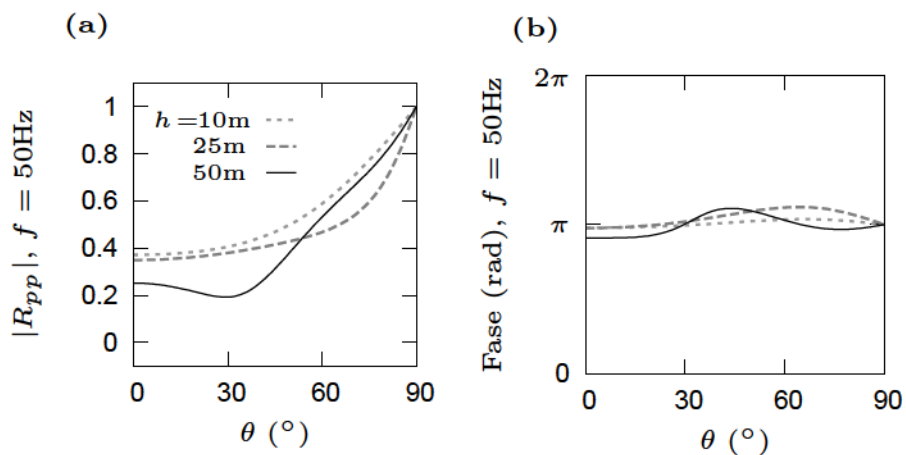


Figura 5.5. Efectos del espesor de la zona de transición en AVA: (a) módulo y (b) fase. La saturación neta de CO₂ es $\bar{S}_g = 50\%$

onda P es negativa. Esto está relacionado con la disminución en impedancia acústica por debajo de la roca sello, lo que da un comportamiento similar a un AVA de clase III, según la clasificación tradicional definida en el Capítulo 3. La Figura 5.5 muestra la misma respuesta AVA pero en módulo y fase. Debido a que, para ángulos pequeños, las partes reales de la reflectividad no fluctúan alrededor de cero y las parte imaginarias (mostradas en 5.4b) muestran pequeña variación, los cambios de fase introducidos por la transición en las ondas incidentes son prácticamente independientes del ángulo de incidencia.

La reflectividad para transiciones finas ($h < \lambda$), donde, en este caso $h = 10$ y 25 m, son claramente diferentes del caso de la transición gruesa ($h > \lambda$) $h = 50$ m. Los efectos de interferencia en estos casos generan un coeficiente de reflexión importante. Sin embargo, las curvas AVA no muestran sensibilidad notoria con el espesor de la zona de transición, en particular para ángulos pequeños ($\theta < 30^\circ$). Esta falta de sensibilidad puede ser vinculada al análisis de Justice y Zuba [117] y Wolf [113], quienes notaron las dificultades en la detección de una estratificación cuando las longitudes de onda involucradas son demasiado largas comparadas con el espesor total.

Para el caso de espesor de $h = 50$ m, se observa en la Figura 5.4-a que, aunque la zona de transición de CO_2 puede ser sísmicamente resuelta, la parte real de R_{pp} tiene un módulo menor que en el caso de las capas con espesores menores consideradas, debido a la falta de interferencia constructiva.

Los cambios en la amplitud del coeficiente de reflexión con la frecuencia mostrados en las Figuras 5.4-c y 5.4-d ponen de manifiesto un carácter del tipo seno cardinal similar al esperado para rampas de Wolf [117; 113] (Apéndice D), pero sin la disminución exponencial hacia altas frecuencias [118].

A pesar que la respuesta AVA sobre el rango de ángulos pequeños para las transiciones finas son similares para una dada frecuencia fija, cuando se considera el carácter de su reflectividad en frecuencia, los efectos del espesor se vuelven evidentes: las curvas AVF muestran una periodicidad distintiva para estos espesores. Mientras que para las zonas de espesor fino, los lóbulos en las Figuras 5.4-c y 5.4-d son anchos, a medida que el espesor de la transición se incrementa, la respuesta AVF se vuelve cada vez más oscilatoria en el rango sísmico $f < 100$ Hz; moviéndose los picos hacia frecuencias menores. Este efecto está también presente en las rampas de Wolf [118]. El carácter oscilatorio en R_{pp} es debido a efectos de interferencia entre ondas descendentes y ascendentes que tienen lugar en la zona de transición, tal como fuera descrito en el Capítulo 4. Esta periodicidad explica además la relación recíproca que existe entre el espesor y los máximos en el módulo de la reflectividad en el dominio de la frecuencia; relación que fue también considerada en el Capítulo 4 y será tratada en mayor detalle en el Capítulo 6. El comportamiento periódico además induce cierta ambigüedad en los resultados, ya que para algunas combinaciones de frecuencia y espesor, coeficientes de reflexión similares son esperables. Como puede verse en las Figuras 5.6 y 5.7, resultados similares resultan de considerar otros perfiles de saturación en función de la profundidad, como los representados en la Figura 5.1-b y 5.1-c.

Siguiendo lo descrito en el Capítulo 4, una estimación del espesor de la zona de transición puede ser obtenida, como se muestra en la Figura 5.8, si de los resultados en las Figuras 5.4-c y 5.4-d se relacionan la frecuencia pico f_p donde $|R_{pp}(f)|$ tiene un máximo con el espesor h . Como se observa en la Figura, para espesores finos esta

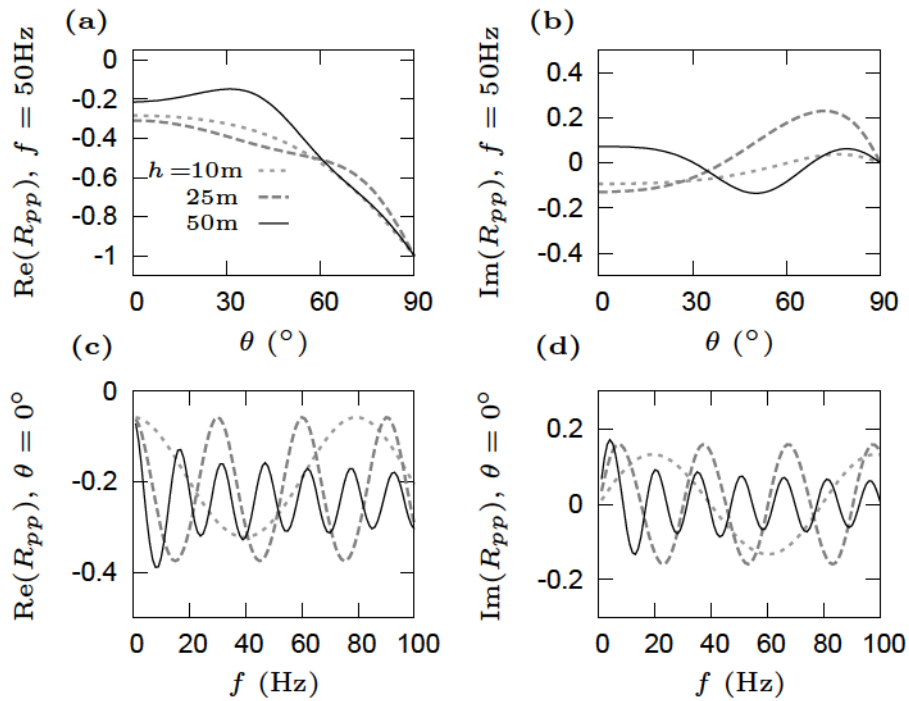


Figura 5.6. Efectos del espesor h para la zona de transición de la Figura 5.1-b en AVA (a y b) y AVF (c y d) para $\bar{S}_g = 50\%$.

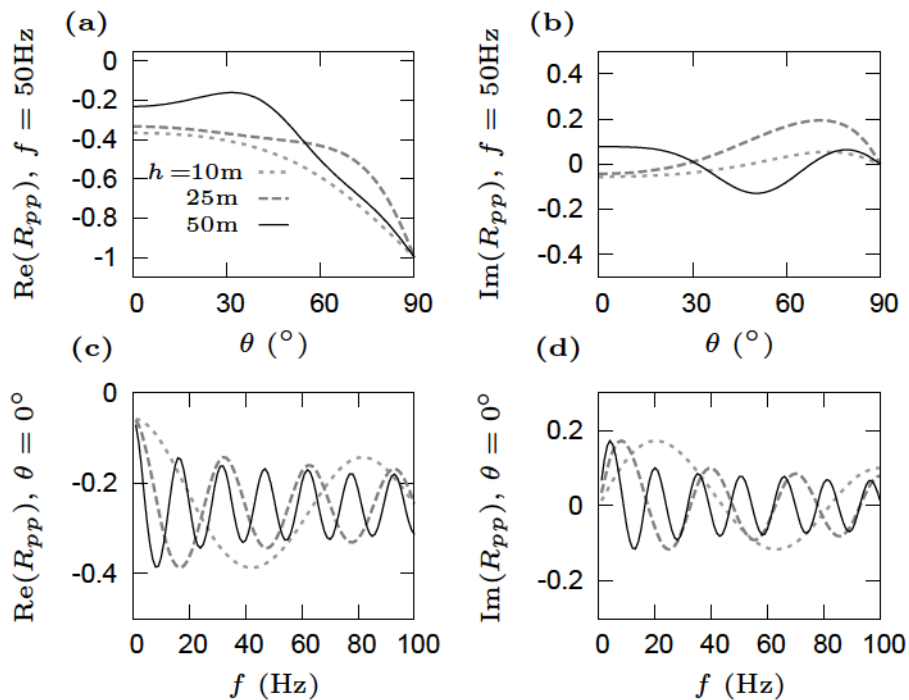


Figura 5.7. Efectos del espesor h de la zona de transición de la Figura 5.1-c en AVA (a y b) y AVF (c y d) para $\bar{S}_g = 50\%$.

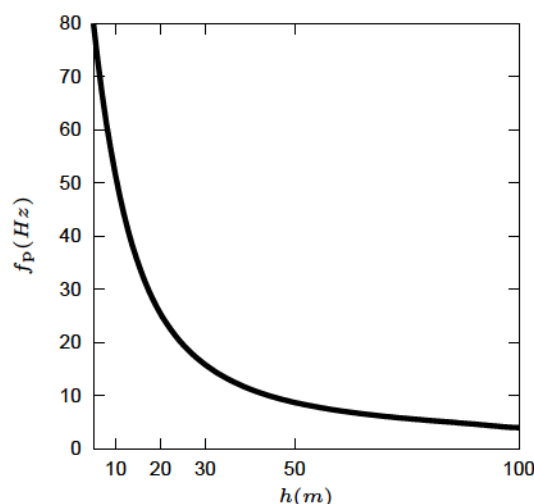


Figura 5.8. La primera frecuencia pico f_p en función del espesor de la zona de transición h . La saturación global de CO_2 es $\bar{S}_g = 50\%$.

frecuencia pico sigue unívocamente los espesores de la zona de transición. Cuando $h > 50$ m la sensibilidad de la curva disminuye y se alcanzan frecuencias muy bajas, menores a los 10 Hz.

Tal como fue observado en [82], el CO_2 disperso puede introducir una leve sobreestimación del espesor de la acumulación por medio de la curva $f_p(h)$ asociada. Esta discrepancia puede llevar posteriormente a una estimación errónea del volumen del gas atrapado.

A continuación, se estudian los efectos en la reflectividad debido al contenido global de saturación de CO_2 y a su tipo de mezcla con el agua de formación del reservorio. Para asegurar que la transición sea sísmicamente detectable, se considerará a la zona de transición de $h = 50$ m para satisfacer $\lambda < h$ en todo el reservorio.

5.3.2. La influencia de la saturación y el tipo de mezcla

En la Figura 5.9 se presentan los efectos en la reflectividad generalizada debidos a la saturación global de CO_2 de la zona de transición. La presencia del dióxido de carbono es claramente evidente cuando se compara los resultados con el caso previo a la inyección $\bar{S}_g = 0\%$. Como es posible observar en las Figuras 5.9-a y 5.9-b, para la componente de 50 Hz, los efectos de la saturación en AVA no son pronunciados para ángulos de incidencia por debajo de 45° . La respuesta AVA en términos de módulo y fase se muestra en la Figura 5.10.

En las Figuras 5.9-c y 5.9-d se grafica la respuesta AVF, donde para la parte real se aprecia claramente los efectos de la saturación global.

La respuesta AVA de la Figura 5.9-a presenta un máximo cerca de $\theta = 60^\circ$ para $\bar{S}_g = 10\%$, que se desplaza cerca de 30° cuando $\bar{S}_g = 50\%$. Para ángulos grandes, $\theta > 30^\circ$, la parte real del coeficiente de reflexión se vuelve cada vez más negativa a medida que la saturación global se incrementa. Pequeños cambios de fase con el ángulo ocurren en la componente de 50 Hz, ya que tanto la parte real como la imaginaria de

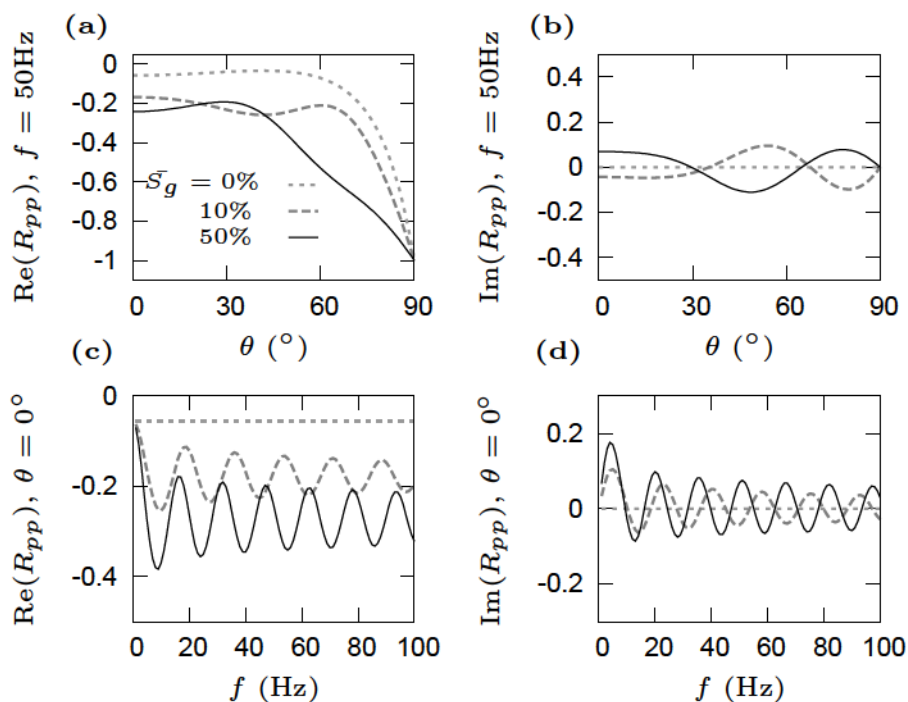


Figura 5.9. Efectos de la saturación promedio de CO₂ de la zona de transición \bar{S}_g en AVA (a y b) y AVF (c y d). La transición tiene un espesor de $h = 50$ m.

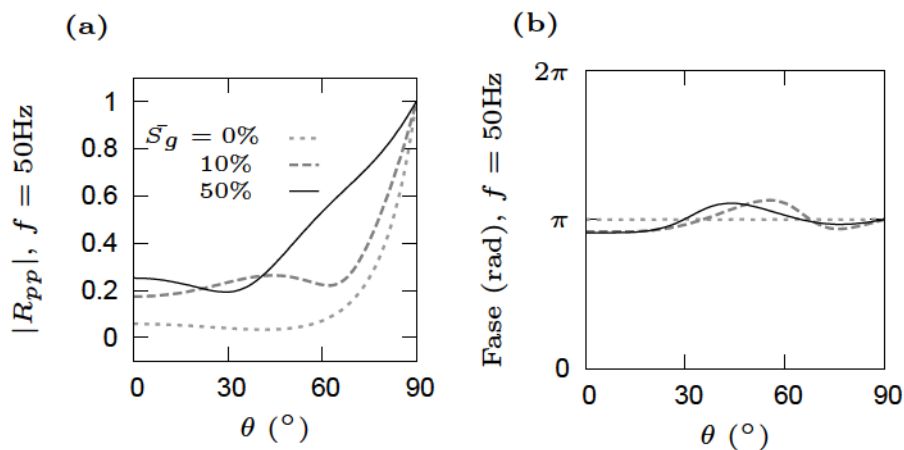


Figura 5.10. Efectos de la saturación promedio de CO₂ de la zona de transición \bar{S}_g en AVA: a) módulo y b) fase. La transición tiene un espesor de $h = 50$ m.

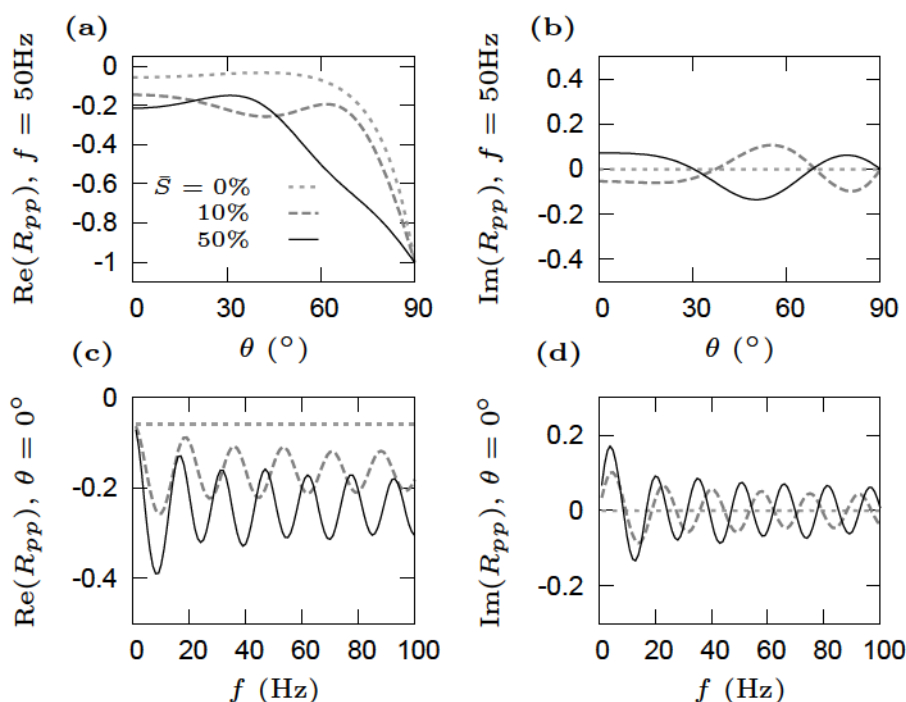


Figura 5.11. Efectos de la saturación promedio de CO_2 de la zona de transición \bar{S}_g en AVA (a y b) y AVF (c y d) asociados a la Figura 5.1-b.

R_{pp} , graficadas en las Figuras 5.9-a y 5.9-b, se comportan de manera similar a aquellas de la Figura 5.4. Como es de esperar, cuando $\bar{S}_g = 0\%$, no hay zona de transición presente en el reservorio y el coeficiente de reflexión se vuelve real. En este caso el valor del coeficiente viene dado por la solución clásica de Zoeppritz [16] para dos semiespacios. En las Figuras 5.11 y 5.12, se observa que resultados similares se obtienen al considerar los perfiles de saturación presentados en las Figuras 5.1-b y 5.1-c.

Es interesante notar, tal como puede apreciarse en la Figura 5.9-c, que el valor medio de la parte real de la reflectividad, $\langle \text{Re}\{R_{pp}(f)\} \rangle$, puede ser utilizado como una medida del grado de saturación global en la zona de transición. Esto se presenta en la Figura 5.13, donde el promedio de la parte imaginaria de la reflectividad también es graficado. De las Figuras 5.4-c y 5.14-c, se observa que la parte real de la reflectividad en frecuencia oscila sobre valores similares cuando cambian el espesor y el tipo de mezcla. De ello se desprende que el promedio en frecuencia de la reflectividad es prácticamente independiente del espesor de la zona de transición como del tipo de mezcla de los fluidos porales. Resultados análogos se cumplen de considerar el promedio sobre el módulo de la reflectividad.

La Figura 5.14 prueba que la reflectividad es sensible al tipo de mezcla que tiene lugar en el espacio poral de la roca reservorio. El tipo de mezcla *patchy* presenta amplitudes menores de AVF, un decaimiento más marcado y curvas AVA más suaves que el caso de mezcla homogénea y el caso intermedio. Este comportamiento se debe a las diferencias en los perfiles de velocidad con la saturación, que para el caso de mezcla inhomogénea disminuye casi de manera lineal con S_g . En este caso, la variación en la velocidad se asemeja al de una rampa de Wolf, lo que explica la similitud en

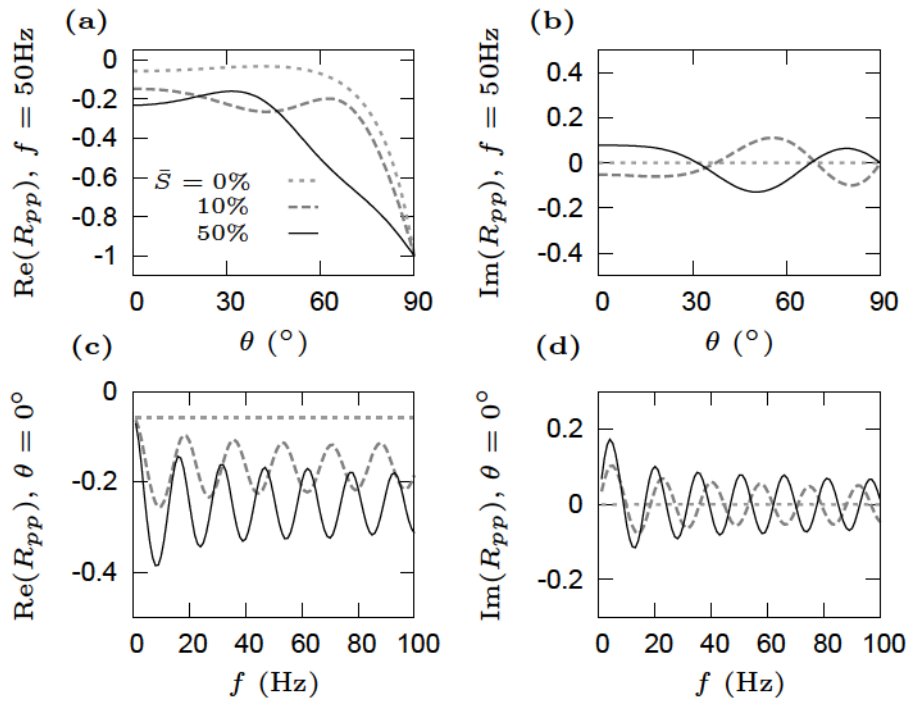


Figura 5.12. Efectos de la saturación promedio de CO₂ de la zona de transición \bar{S}_g en AVA (a y b) y AVF (c y d) asociados a la Figura 5.1-c.

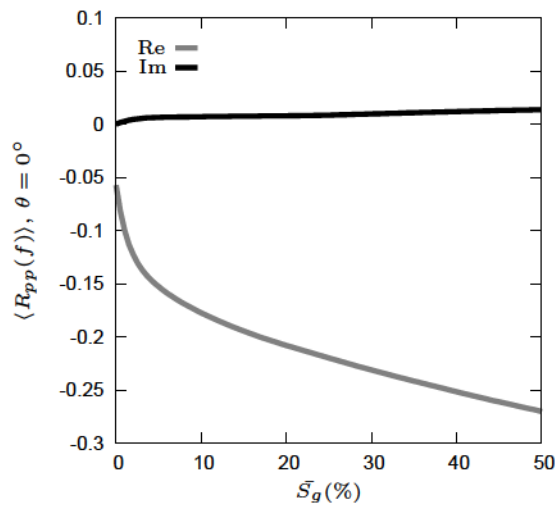


Figura 5.13. El valor medio de las partes real e imaginaria de $R_{pp}(f, \theta = 0^\circ)$ para el rango de frecuencias entre 0 y 100 Hz y su dependencia con la saturación global de CO₂. La transición tiene un espesor de $h = 50\text{ m}$.

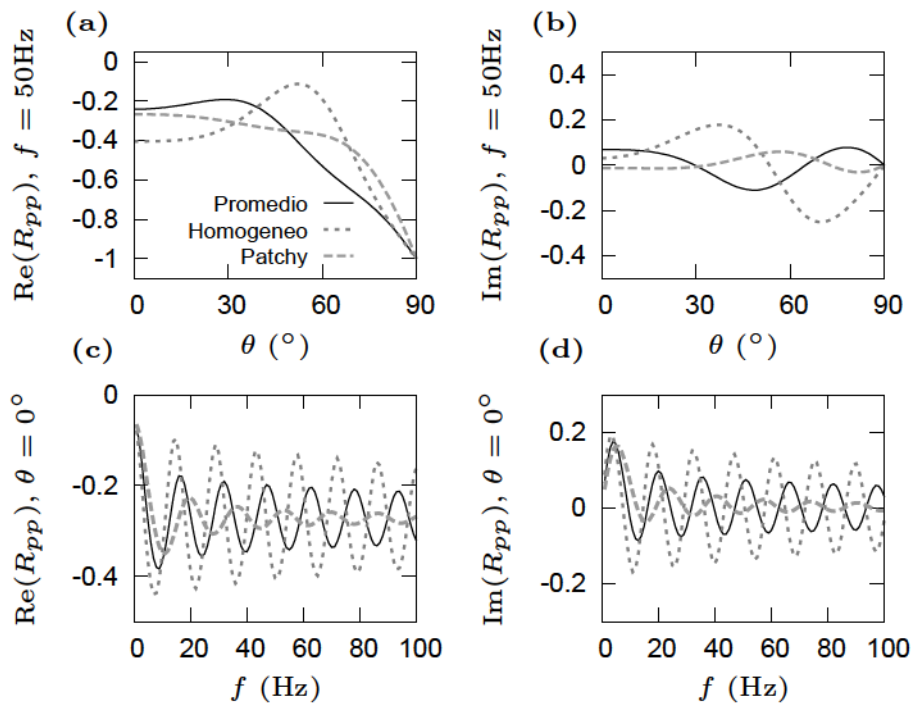


Figura 5.14. Efecto del tipo de mezcla de fluidos porales en AVA para $f = 50$ Hz (a y b) y AVF a incidencia normal. La zona de transición tiene $\bar{S}_g = 50\%$ y espesor $h = 50$ m. El resultado de promediar las velocidades dadas por los tipo de mezcla también se presenta.

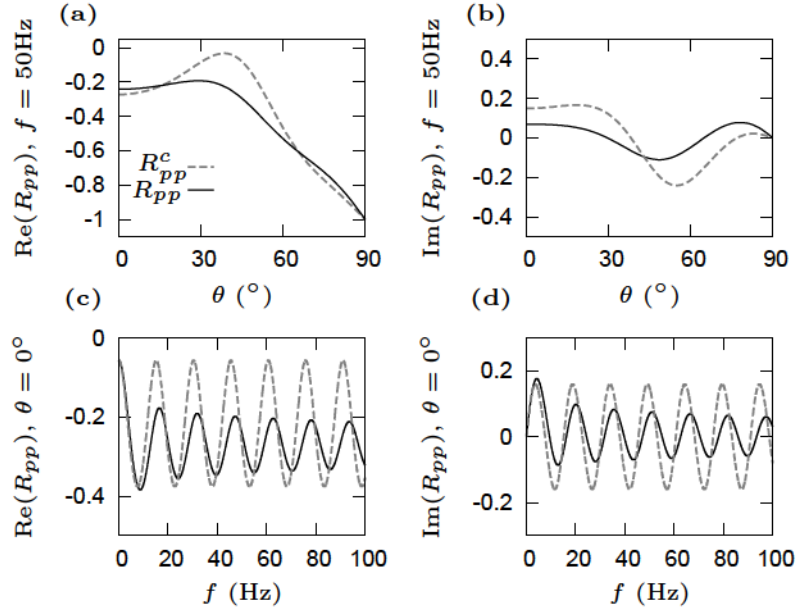


Figura 5.15. Respuestas AVA y AVF para la parte real e imaginaria del coeficiente de reflexión en la zona de transición R_{pp} y una zona con saturación constante de CO₂ R_{pp}^c . En ambos casos $h = 50$ m y $\bar{S}_g = 50\%$.

su comportamiento AVF, como puede ser observado comparando las Figuras 5.14-c y 5.16-b.

Para frecuencias $f < 10$ Hz, debido a su longitud de onda comparativamente larga, las curvas AVF en las Figuras 5.9, 5.14 y 5.15 son similares. Como era de esperar, de manera similar a lo sucede para el caso de una capa (ecuación (4.1)) para $f = 0$ Hz no hay efecto de la transición en la reflectividad y las curvas AVF se reducen al coeficiente de reflexión a incidencia normal de la interfaz entre la roca sello y la arenisca completamente saturada por *brine*.

Para completar la caracterización de la zona de transición, en la siguiente sección se contrasta su reflectividad con la de una zona de saturación constante de CO₂ y con una rampa de Wolf.

5.3.3. Análisis comparativo

En esta sección se compara el coeficiente de reflexión a incidencia normal para la transición respecto al caso de una capa, denotado por R_{pp}^c , de saturación constante e igual a \bar{S}_g y al caso de una rampa de Wolf; para la cual existe una fórmula analítica para el coeficiente de reflexión a incidencia normal, R_{pp}^w (Apéndice D). Se considera en particular la zona de transición de $h = 50$ m y $\bar{S}_g = 50\%$ de la Figura 5.3.

Como puede apreciarse de las Figuras 5.15-a y 5.15-b, la respuesta AVA de la reflectividad de la zona de transición es claramente diferente a la de una zona con CO₂ constante, a excepción del caso de incidencia normal para la parte real. El cambio monótono en los parámetros físicos en la zona de transición genera una respuesta AVA más suave y de baja amplitud tanto en las parte real como imaginaria de R_{pp}

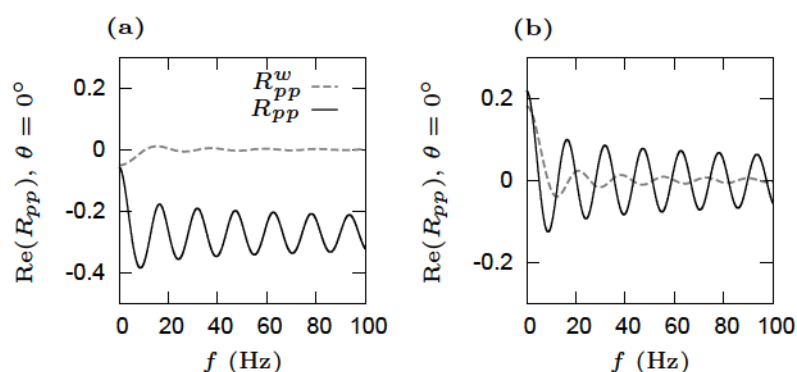


Figura 5.16. Respuesta AVF de la parte real del coeficiente de reflexión a incidencia normal, R_{pp} , para la zona de transición de $h = 50$ m y $\bar{S}_g = 50\%$ y una rampa de Wolf R_{pp}^w . (a) la roca sello es el primer semiespacio del modelo. (b) el tope de la zona de transición es el primer semiespacio del modelo.

respecto del caso a saturación constante. En el dominio de las frecuencias, se observa en las Figuras 5.15-c y 5.15-d que la reflectividad a incidencia normal de la zona de transición muestra un decaimiento en amplitud sostenido que no está presente para el caso de la capa. Es posible observar además que hacia bajas frecuencias ($f < 10$ Hz) la reflectividad de la transición tiene prácticamente el mismo comportamiento en amplitud que la reflectividad de la capa de espesor equivalente R_{pp}^c .

Para comparar la respuesta en frecuencia AVF de la zona de transición con la que resulta de una rampa de Wolf, en la Figura 5.16 se presentan la reflectividad que resulta de asumir dos posibles modelos de velocidad lineal de onda P con la profundidad. Por brevedad, sólo las partes reales son graficadas.

En un primer caso, mostrado en la Figura 5.16-a, la rampa de Wolf conecta de manera lineal y a lo largo de $h = 50$ m a la velocidad en la roca sello con la velocidad en la arenisca Utsira saturada por *brine*. Como consecuencia, el carácter no lineal del perfil de velocidad que es inducido por el CO_2 (Figura 5.3-b) es ignorado. La reflectividad obtenida es luego muy diferente a la de un reservorio con una transición de CO_2 . Así utilizada, la rampa de Wolf es entonces poco práctica a los fines del modelado.

En el caso de la Figura 5.16-b, se considera un modelo en donde el semiespacio superior tiene las mismas propiedades que el tope de la zona de transición, es decir las que se derivan de $S_g(0) = 100\%$. En esta situación, como la rampa de Wolf ahora conecta la velocidad de la arenisca completamente saturada con CO_2 con la arenisca completamente saturada por agua de formación, comparte la misma tendencia de velocidad que la zona de transición no lineal. Como es posible observar, la reflectividad de la rampa de Wolf ofrece, para este caso, una mejor aproximación a la reflectividad debida a la transición. Ambas partes reales de la reflectividad presentan las oscilaciones

con carácter de seno cardinal esperadas para las rampas de Wolf. La reflectividad para $f = 0$ Hz es diferente, ya que en la rampa de Wolf, como la densidad se considera constante, este valor está dado directamente por el contraste entre las velocidades de 1420 m/s en el tope y 2050 m/s en la base de la acumulación.

El decaimiento con la frecuencia y la ubicación de los notchs en frecuencia son también distintos. Dado que la caída de la reflectividad en frecuencia para la zona de transición de CO₂ no es exponencial - como sí lo es para la rampa de Wolf - las oscilaciones en el módulo de la reflectividad estarán presentes en un rango mayor de frecuencias que la esperada para una rampa. Es de esperar luego que un criterio de identificación de zonas de transición, como el propuesto por Liner et al. [118], basado en la ubicación de mínimos (*notches*) en el módulo de la reflectividad acompañados de una fuerte disminución en amplitudes ya por encima del primer notch, no resulte adecuado.

En esta sección se ha visto que la periodicidad en la respuesta AVF de la zona de transición de CO₂ se asemeja a la de una capa con saturación constante, mientras que la atenuación en amplitud a la de una rampa de Wolf. Cabe destacar que una caracterización completa del comportamiento espectral de la zona de transición no es obtenida por ninguna de estas simplificaciones.

Estos resultados permiten concluir que los métodos de detección basados en la identificación de patrones en la respuesta AVF de zonas de transición en la velocidad lineales, como las propuestas por [118], deben ser modificadas en el caso de zonas de transición de CO₂.

Por último, se ilustra el efecto que los diferentes modelos de reflectividad hasta aquí considerados tienen en el espectro de amplitud de una ondícula sísmica. Estos espectros se obtienen por medio del producto de los espectros de amplitud de la ondícula sísmica y el espectro de amplitud del coeficiente de reflexión complejo vinculado con el CO₂ [117]. Para la ondícula se considera una función de Ricker de frecuencia central $f_c = 50$ Hz, cuyo espectro de amplitud está dado por [120] (Figura 5.17-a)

$$B(f) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{f}{f_c} \right)^2 \exp \left(-\frac{f^2}{f_c^2} \right). \quad (5.3)$$

En la Figura 5.17 son comparados los espectros resultantes debido a la zona de saturación constante de CO₂, la rampa de Wolf y la zona transición de CO₂ considerada en este Capítulo. Estos gráficos representan el espectro de una sección de traza sísmica, donde, en una ventana de interés, se destaca el carácter local de la geología del reservorio [18]. Los gráficos ha sido escalados para apreciar más claramente los cambios.

Como se observa, los cambios en el espectro amplitud de la ondícula (Figura 5.17-a) debidos a la rampa de Wolf en la Figura 5.17-b, son mucho más marcados que los producidos por la zona de saturación constante y la transición no lineal. En estos gráficos es posible reconocer que la rampa de Wolf se comporta como un filtro rechaza bandas, suprimiendo completamente la reflectividad en varias frecuencias dentro del rango sísmico. También se percibe que la componente de la frecuencia central de la ondícula incidente se mueve hacia bajas frecuencias, en concordancia con lo observado por Justice y Zuba [117]. Estos efectos no son observados en las Figuras 5.17-c y 5.17-d. La zona de transición de la saturación de CO₂ presenta la mínima distorsión en el espectro de la ondícula incidente, seguida por la zona de saturación constante.

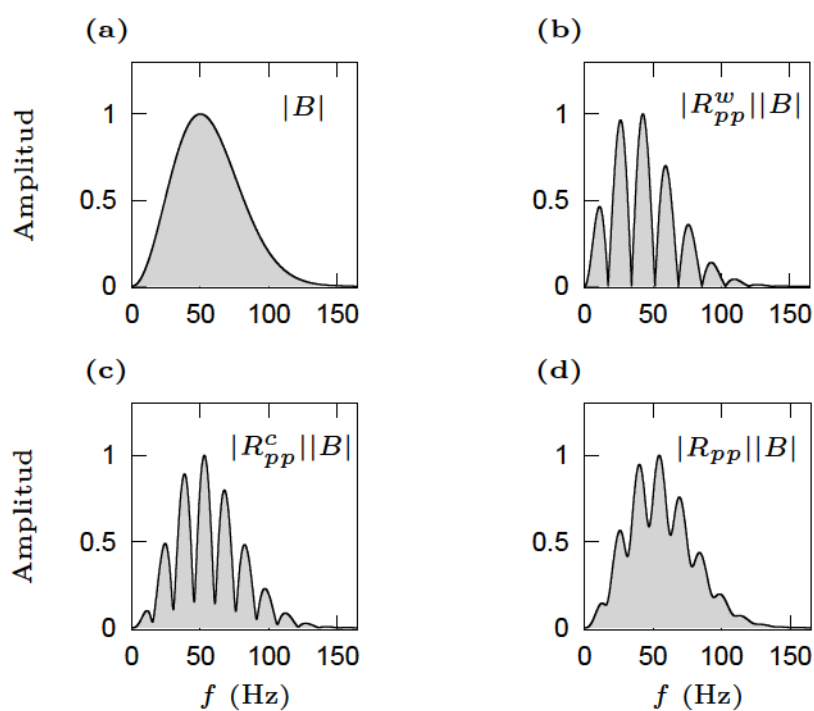


Figura 5.17. (a) Espectro de amplitud normalizado a incidencia normal que resulta de una ondícula de Ricker de 50 Hz de espectro B que se refleja de un reservorio para los casos: b) una rampa de Wolf, R_{pp}^w , donde el tope de la transición se considera como el semiespacio superior del modelo. c) una capa con saturación constante de CO_2 , R_{pp}^c . d) La zona de transición considerada

5.4. Conclusiones del Capítulo

En este Capítulo se presentó un estudio paramétrico, en los dominios del ángulo de incidencia y en frecuencia, de la reflectividad sísmica generalizada para un reservorio CCS que presenta una zona de transición en la saturación de CO₂. Para los distintos casos analizados se remarca:

- Debido al comportamiento AVF de la reflectividad, una estimación de los espesores de la zona transición puede ser factible mediante el seguimiento de la frecuencia pico f_p . Esta estimación se empobrece hacia transiciones largas, ya que las frecuencias sísmicas involucradas en su detección son bajas.
- La reflectividad promediada en el rango de frecuencias sísmicas muestra una buena correlación con la saturación global de CO₂ en la transición. Este atributo es independiente del espesor de la zona de transición, así como del tipo de mezcla de los fluidos porales.
- La saturación global de dióxido de carbono afecta de manera simultánea la respuesta AVA y AVF. La presencia de CO₂ en el reservorio, respecto al caso preinyección, es claramente detectable. Sin embargo, una pérdida en la sensibilidad para mapear cambios posteriores en el contenido de CO₂ de la transición es esperable, a medida que la saturación de este gas aumenta en el reservorio.
- La caracterización del tipo de mezcla de fluidos, con la ayuda de las curvas AVA y AVF parece ser practicable, al menos teóricamente. El tipo de mezcla tiene una importante influencia en la amplitud y en la dependencia con la frecuencia de la reflectividad.
- El modelado de la reflectividad de zonas de transición de CO₂ utilizando las formulaciones analíticas de Wolf o la de una capa de saturación neta equivalente no son adecuados para modelar el carácter completo de la respuesta espectral AVF.
- El espectro de amplitud resultante bajo la incidencia de una ondícula para la zona de transición es similar al de una capa de saturación constante de CO₂. Las características esperables para una rampa de Wolf, como el corrimiento a baja frecuencia del espectro y el filtrado selectivo de frecuencias no son características dominantes y distintivas de estas zonas.

Estos resultados sugieren que las zonas de transición de CO₂ estudiadas en este Capítulo, para fines de detección y monitoreo, pueden ser caracterizadas mediante el análisis conjunto AVA/AVF, pudiendo ser la saturación global de CO₂, su espesor y el tipo de mezcla, estimados por la componente espectral de la reflectividad.

Por último se destaca que este tipo de análisis no se limita a zonas donde la saturación varía de forma lineal con la profundidad. La metodología presentada en este Capítulo puede ser extendida para otras distribuciones de dióxido de carbono, siempre que las mismas puedan ser representadas mediante un número finito de capas de saturación constante.

Capítulo 6

Monitoreo espectral de una acumulación de CO₂

La *frecuencia pico* es una herramienta ampliamente utilizada para la estimación de espesores y detección de hidrocarburos. En este Capítulo se analizará el comportamiento de este atributo espectral para entrampamientos de CO₂. En una primer parte, se comprueba que la estimación de espesores por medio de la frecuencia pico es en gran medida independiente de variables como la saturación neta y estado físico del CO₂. Esto último prueba que este atributo espectral es un indicador robusto del espesor. En la segunda parte, se extiende la aplicabilidad de la frecuencia pico al considerar su capacidad de monitorear la evolución temporal de una acumulación de CO₂. La acumulación de CO₂ se considera *patchy*, y a diferencia de lo analizado en el Capítulo 5, considera efectos de atenuación y dispersión de velocidades, para lo cual se emplea la formulación del modelo periódico de White (Capítulo 2). Resultados de este Capítulo fueron publicados en [121] y [122].

6.1. Introducción

La estimación sísmica de los espesores de estratos geológicos a partir del atributo espectral de la primer frecuencia pico, f_p , ha sido ampliamente implementada en reservorios convencionales [106; 123; 124; 125]. Si bien este atributo ha sido recientemente empleado con éxito para datos reales del campo Sleipner [19], no se encuentra hasta la fecha un análisis de su sensibilidad en el contexto CCS. Este hecho motivó en una primera instancia a analizar su comportamiento en entrampamientos geológicos de dióxido de carbono.

Además de la frecuencia pico, cabe destacar que otras metodologías espectrales han sido también analizadas en la literatura para el acuífero Utsira. Un ejemplo de ello viene dado por el trabajo de Rubino y Velis [31] en el cual, por medio de un método de inversión de la respuesta AVA sintética de acumulaciones finas de CO₂, se indaga en la caracterización de sus espesores y velocidades de onda P.

Considerando que los parámetros principales que definen una acumulación de CO₂ son su espesor y saturación, se indaga, en una primera parte, si la frecuencia pico puede diferenciar los efectos del espesor de los efectos de la saturación en la reflectividad sísmica del reservorio. Luego, para evaluar el impacto que tiene en la estimación del

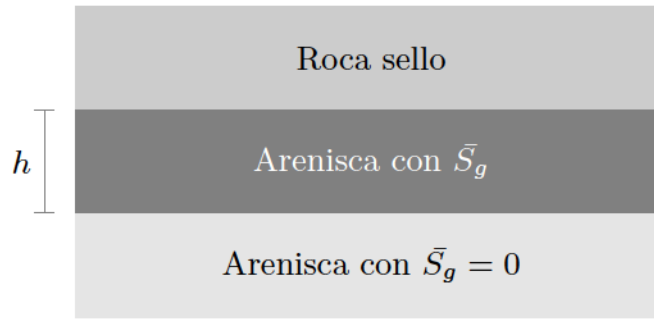


Figura 6.1. Una capa de arenisca con saturación de CO₂ entre dos semiespacios. En este modelo se evalúa la frecuencia pico como estimador del espesor h de la capa.

espesor el estado del CO₂, se calcula la sensibilidad de este atributo para tres estados del dióxido de carbono. La primer parte de este Capítulo concluye con un análisis de la influencia de los efectos de atenuación mesoscópica sobre f_p . La segunda parte está dedicada a analizar si el cálculo de la frecuencia pico, a lo largo del tiempo, puede servir como herramienta *time-lapse* para el monitoreo de la distribución del CO₂ inyectado. Los casos considerados en esta segunda parte del Capítulo sugieren además que la frecuencia pico utilizada de esta manera puede utilizarse como diagnóstico para la detección de filtraciones en la roca sello.

6.2. Frecuencia pico en una capa con CO₂

El atributo de la frecuencia pico, como estimador de espesor se sustenta en el carácter periódico en frecuencia de la reflectividad de una capa entre dos semiespacios, denotada por R_L , y la relación de dicha periodicidad con el espesor.

Como se observó en el Capítulo 4, de la periodicidad del módulo de la reflectividad de onda P, $|R_L|$, pueden ser deducidas las frecuencias donde la reflectividad presenta sus máximos o picos. La ecuación (4.7) señala que, a incidencia normal, la frecuencia pico relacionada con el *primer* máximo en la reflectividad está dada por

$$f_p = \frac{V_L}{4h}, \quad (6.1)$$

si V_L es la velocidad de la capa y h su espesor [19]. En esta sección se considera un reservorio basado en el acuífero Utsira ya introducido en los Capítulos 3 y 4. El modelo está conformado por una capa plana entre dos semiespacios elásticos. El primer semiespacio (medio 1) consiste en una roca sello con los parámetros de la roca Nørdland. La capa consiste en una arenisca Utsira de espesor h y saturación neta de CO₂ \bar{S}_g . El semiespacio inferior consiste de la arenisca Utsira completamente saturada con agua de formación. La Figura 6.1 ejemplifica la situación. Las velocidades sísmicas y densidades para la roca sello y la arenisca son vienen dadas en la Tabla 3.1.

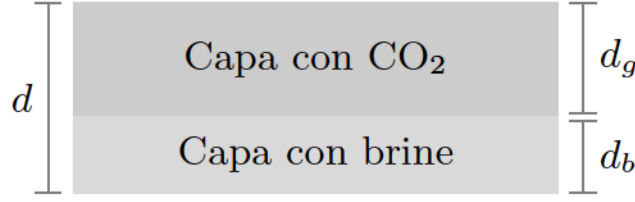


Figura 6.2. Esquema del modelo elemental de White. El medio superior es una capa completamente saturada por CO₂. El medio inferior está completamente saturado por agua de formación.

6.2.1. Modelado

Los efectos de atenuación y dispersión de velocidades de las ondas sísmicas debido a heterogeneidades mesoscópicas de CO₂ en Utsira han sido contemplados por Rubino y Velis [31]. Por otro lado, Quintal et al. [110] sugieren que el modelo de White periódico [37] es una opción razonable para modelar los efectos de atenuación y dispersión en medios con una distribución *patchy* de fluidos. En este Capítulo se implementa el modelo de White periódico con el objetivo de contemplar los efectos viscoelásticos en la arenisca Utsira vinculados a la presencia de una distribución tipo *patchy* en su espacio poral.

El modelo representativo de White implementado está compuesto por una capa completamente saturada de CO₂ de espesor d_g y una capa completamente saturada por agua de formación (*brine*) de espesor d_b , siendo $d = d_g + d_b$ el espesor de la muestra elemental de White, situación esquematizada en la Figura 6.2 para mayor claridad.

Para tener en cuenta la variabilidad y sensibilidad asociadas con el contenido de CO₂ de la capa modelada, así como también la falta de conocimiento sobre la saturación real in situ, se genera un modelo aleatorio para esta propiedad. Para ello, dada una saturación S_g comprendida en el intervalo [10 %, 90 %], se genera una secuencia de N saturaciones aleatorias

$$S_j = S_g + \epsilon_j \Delta S \quad (6.2)$$

entre $[S_g - \Delta S, S_g + \Delta S]$, donde ϵ_j es un número aleatorio entre $[-1, 1]$ y $j = 1, \dots, N$. De esta manera, la densidad *bulk* para cada una de las muestras representativas de White asociadas es calculada por

$$\rho_j = \phi (S_j \rho_g + (1 - S_j) \rho_b) + (1 - \phi) \rho_m, \quad (6.3)$$

donde, ϕ es la porosidad de la arenisca, ρ_g y ρ_b son las densidades del CO₂ y el agua de formación según [57] presentadas en la Tabla 6.1. La densidad de los granos minerales para la arenisca es $\rho_m = 2.64 \text{ g/cm}^3$ y es obtenida del Capítulo ?? al igual que el resto de los parámetros petrofísicos necesarios para en la formulación de White.

Dado que la saturación de CO₂ de la muestra elemental de White viene expresada en términos de $S_g = d_g/d$, para una saturación S_j se calcula el espesor de las capas de CO₂ y *brine* mediante $d_g = S_j d$ y $d_b = d - d_g$ respectivamente. En los experimentos, se considera el espesor $d = 0.5 \text{ m}$ como una constante y $\Delta S = 10 \%$.

Para cada S_j se calcula, a cada frecuencia f , el módulo dinámico de onda plana de White $E_j(f, S_j)$ y se promedian luego los resultados para obtener el módulo \bar{E} ,

Propiedad	Valor	Unidad
Porosidad de la arenisca ^b , ϕ	0.37	[-]
Permeabilidad de la arenisca ^a , κ_1	1×10^{-12}	[m ²]
Permeabilidad de la roca sello ^c , κ_2	5×10^{-14}	[m ²]
Densidad del <i>brine</i> ^b , ρ_b	1040.0	[kg/m ³]
Densidad del CO ₂ ^b , ρ_g	700.0	[kg/m ³]
Viscosidad del <i>brine</i> ^d , η_w	0.25×10^{-3}	[Pa s]
Viscosidad del CO ₂ ^d , η_g	4.38×10^{-5}	[Pa s]
Saturación residual del <i>brine</i> ^c , S_{rb}	0.20	[-]
Saturación residual del CO ₂ ^c , S_{rg}	0.05	[-]
Distribución del tamaño de poro ^c , λ	2	[-]

Tabla 6.1. Parámetros del reservorio multicapa. Los datos fueron tomados de ^aChadwick et al. [56], ^bChadwick et al. [57] ^cHayek et al. [76] y ^dMouche et al. [77].

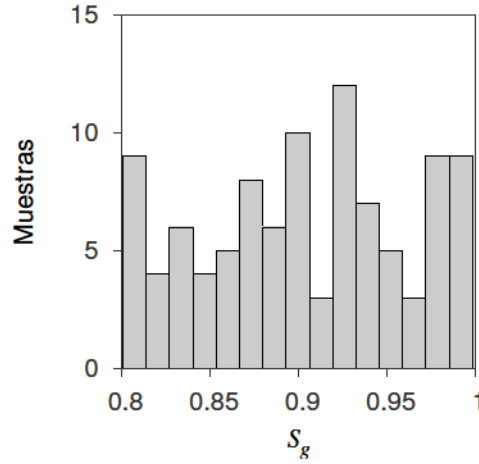


Figura 6.3. Histograma para las saturaciones aleatorias S_j consideradas para generar el caso $\bar{S}_g = 90\%$. En este caso 100 saturaciones aleatorias entre 80% y 100% fueron consideradas.

asociado a la saturación neta de CO₂,

$$\bar{S}_g = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N S_j, \quad (6.4)$$

que representa a la capa. Para los experimentos que siguen, se toma $N = 100$. Un histograma para el caso particular $\bar{S}_g = 90\%$ se muestra en la Figura 6.3.

Dados el módulo de onda plana de White y la densidad *bulk* de la roca $\bar{\rho}$; que resulta de promediar la ecuación (6.3); la velocidad compleja de onda P se obtiene de

$$V(f, \bar{S}_g) = \sqrt{\frac{\bar{E}}{\bar{\rho}}}, \quad (6.5)$$

la velocidad de fase de onda P resulta luego

$$V^p(f, \bar{S}_g) = \left(\text{Re} \left\{ \frac{1}{V} \right\} \right)^{-1}, \quad (6.6)$$

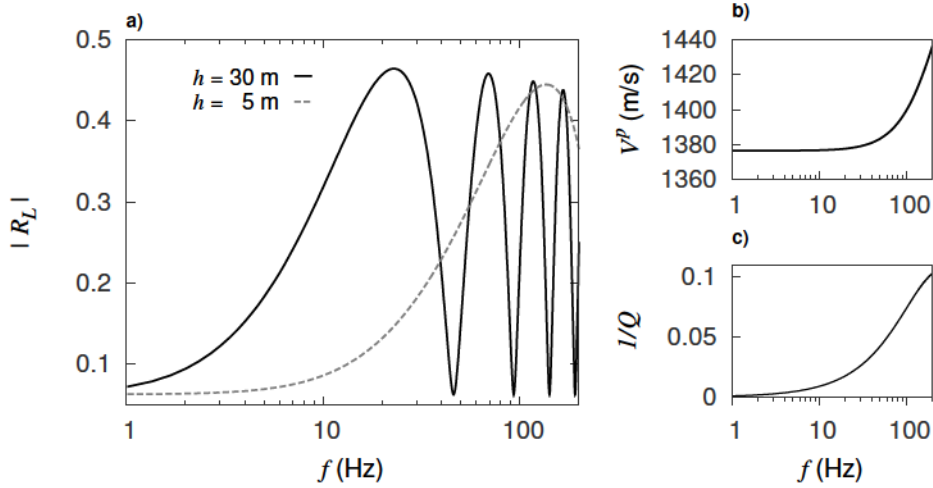


Figura 6.4. (a) Amplitud del coeficiente de reflexión a incidencia normal $|R_L|$ para capas con espesor de $h = 30$ m y $h = 5$ m. La saturación neta de CO₂ es $\bar{S}_g = 60\%$. (b) Velocidad de fase V^p de la onda P y (c) inverso del factor de calidad $1/Q$.

y el factor de calidad está dado por

$$Q(f, \bar{S}_g) = \frac{\text{Re}\{\bar{E}\}}{\text{Im}\{\bar{E}\}}, \quad (6.7)$$

siguiendo a Carcione [32]. La frecuencia pico \bar{f}_p se obtiene luego de $|R_L(S)|$. Tratamientos similares han sido utilizados por otros autores como Quintal et al. [110] y Rubino et al. [104]. Se remarca que en el modelo de White, la frecuencia a la cual el inverso del factor de calidad $1/Q$ tiene un pico está inversamente relacionada con el cuadrado de la longitud de la capa con *brine* (por ser el fluido más viscoso en este caso) del modelo elemental d_g [61]. Como este espesor, en la implementación de este Capítulo, está en función de la saturación del CO₂, este pico es una función además de la saturación global \bar{S}_g .

6.2.2. Reflectividad de una capa con CO₂

Para obtener el coeficiente de onda P complejo a incidencia normal de la capa entre dos semiespacios, R_L , en esta sección se utiliza la expresión (4.1).

Los efectos en la amplitud de la reflectividad (Figura 6.4-a) de la dispersión de velocidades y de la atenuación pueden observarse en las Figuras 6.4-b y 6.4-c respectivamente. Hacia altas frecuencias sísmicas y $h = 30$ m se puede apreciar una disminución de la amplitud de $|R_L|$ debida al carácter de disipación del medio. Además puede observarse como el primer máximo de la reflectividad se mueve hacia frecuencias mayores cuando h disminuye.

En las aplicaciones que siguen se asume que los efectos de la ondícula sobre la reflectividad (*wavelet overprint*) han sido suprimidos satisfactoriamente; por ejemplo, por medio del *spectral balancing* [18]. Esta etapa es parte del procesamiento regular para el análisis espectral de los datos sísmicos. De otra forma, la curva de \bar{f}_p versus

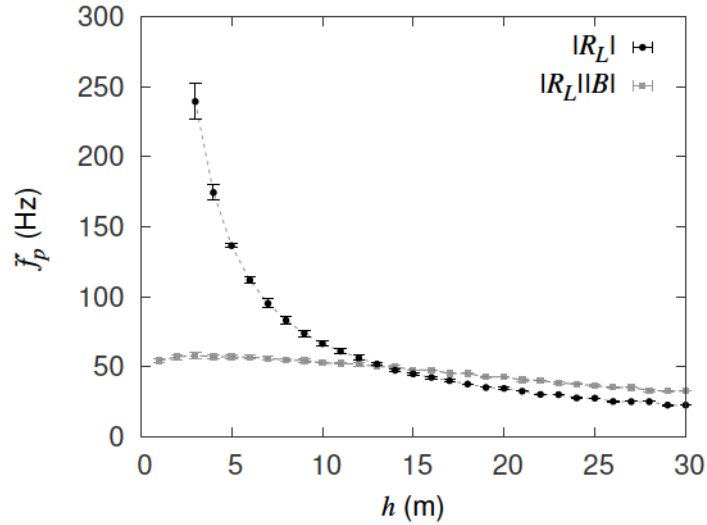


Figura 6.5. Frecuencia pico \bar{f}_p y espesor h de la capa. Cada punto representa un promedio sobre $10\% \leq \bar{S}_g \leq 90\%$. Las líneas verticales muestran la dispersión respecto del valor medio. La frecuencia pico fue obtenida respecto de la reflectividad de la capa $|R_L|$ (puntos negros). f_p fue obtenido de la reflectividad afectada por una ondícula de Ricker de 50 Hz con espectro de amplitud $|B|$ (puntos grises).

el espesor de capa presenta el efecto superpuesto de la ondícula y de la reflectividad propia de la capa R_L , lo que conlleva un detrimento en la estimación del espesor de la capa de interés por medio de la frecuencia pico. Si bien es pertinente mencionar la hipótesis de la remoción de los efectos de la ondícula en este Capítulo, la misma es sumamente importante y se supone como válida cada vez que se analiza la reflectividad a lo largo del cuerpo de la Tesis.

6.2.3. Experimentos

Como fue mencionado, en el modelo de una capa, las propiedades de interés vienen dadas por el espesor h y la saturación neta \bar{S}_g de la acumulación. Como ambos parámetros modifican la reflectividad sísmica, el objetivo de esta sección es determinar si el atributo f_p tiene la capacidad de discriminar entre los efectos debidos al espesor y aquellos que se deben al estado y saturación del CO₂ inyectado.

f_p y saturación de CO₂

En este experimento, las densidades, módulos de *bulk* y viscosidad del CO₂ y el agua de formación necesarios en la formulación de White, son calculados a una temperatura de $T = 40^\circ \text{C}$ y una presión de $P = 10 \text{ MPa}$ siguiendo a [64]. En estas condiciones, el dióxido de carbono es supercrítico.

La Figura 6.5 muestra que la relación recíproca entre el espesor y la frecuencia pico se mantiene inalterable, para el rango de saturaciones $10\% \leq \bar{S}_g \leq 90\%$. La dispersión debida al contenido variable de CO₂ aumenta a medida que la capa se vuelve delgada.

Para capas con espesor $h < 4$ m, la frecuencia pico está muy por encima del rango sísmico y muestra una desviación que alcanza valores tan grandes como 20 Hz. Para $h > 4$ m la desviación se mantiene acotada y por debajo de 5 Hz.

La curva sin balance espectral también se muestra en la Figura 6.5. La fuente considerada es una ondícula de Ricker de frecuencia central 50 Hz, cuyo espectro está dado por la ecuación (5.3). Esta Figura ilustra la gran reducción en sensibilidad que es de esperarse para f_p de no remover el efecto de la ondícula sobre la reflectividad, sobretodo para capas de espesores $h < 10$ m.

De este experimento se concluye que la frecuencia pico es un buen estimador para el espesor independientemente de saturación de CO₂, ya que los cambios en la reflectividad, debidos a la saturación de CO₂, modifican principalmente la amplitud $|R_L|$, pero no la ubicación de sus máximos.

f_p y estado del CO₂

Como puede advertirse en la Figura 6.6, la frecuencia pico también es prácticamente independiente del estado en el que se encuentra el CO₂. Los estados del CO₂ son tomados del Capítulo 3. En la curva se calcula la frecuencia pico para el rango de saturaciones $10\% \leq \bar{S}_g \leq 90\%$. Como el dióxido de carbono se inyecta habitualmente a condiciones supercríticas, es un resultado interesante notar, que para este estado, la desviación del atributo respecto del estado de saturación es la menor de los tres casos. La fase líquida presenta la mayor sensibilidad a los cambios en la saturación neta \bar{S}_g ; pero estos efectos son importantes para capas por debajo de 4 m. Se sigue de ello que una estimación más incierta es de esperar para los espesores de capas delgadas cuando el CO₂ se encuentra en estado líquido. La desviación estándar máxima alcanza, en los tres casos considerados, valores del orden de 20 Hz para $h < 4$ m y valores por debajo de 5 Hz para $h > 4$ m .

f_p y tamaño de las heterogeneidades

Se analiza aquí si el tamaño de las heterogeneidades de la distribución de fluidos puede influenciar la estimación de espesores derivados del f_p . En la Figura 6.7 se presenta nuevamente la frecuencia pico en función del espesor de la capa con CO₂, cuando el pico de atenuación se encuentra tanto en bajas frecuencias (línea negra) como en altas frecuencias sísmicas (línea gris).

Para simular los efectos de atenuación en altas frecuencias, se toma para la muestra elemental de White una longitud de $d = 0.50$ m. Para desplazar el pico de atenuación hacia las bajas frecuencias se considera $d = 2.5$ m. Como puede observarse en la Figura 6.7, un máximo de atenuación en altas frecuencias genera una traslación de la curva $f_p(h)$ hacia frecuencias menores comparando con el caso de un máximo en bajas frecuencias. Esto se debe al hecho que cuando el máximo en Q^{-1} se encuentra en las bajas frecuencias (línea azul de la Figura 6.8b), el aumento de velocidad con la frecuencia sucede dentro del rango sísmico (curva azul de la Figura 6.8a). Está velocidad será mayor en este intervalo de frecuencias que para el caso donde el máximo de Q^{-1} está ubicado en frecuencias por encima del rango sísmico - ya que el aumento de la velocidad ocurre hacia frecuencias fuera del mismo (curvas rojas de la Figura 6.8). Luego, como f_p es proporcional a la velocidad, las curva de $f_p(h)$ para el caso del

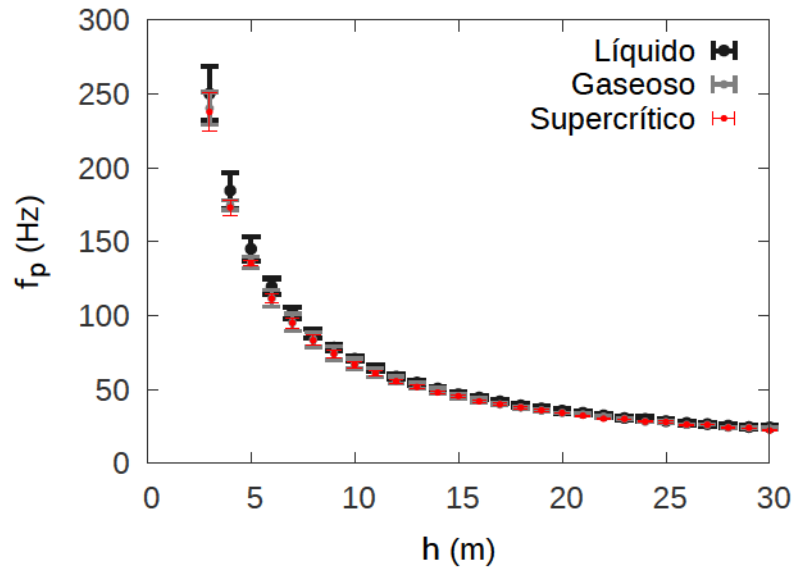


Figura 6.6. Frecuencia pico \bar{f}_p y espesor h de la capa para diferentes estados del CO₂. Cada punto representa un promedio sobre $10\% \leq \bar{S}_g \leq 90\%$. Siguiendo a [64], la fase gaseosa es obtenida para $T = 40^\circ\text{C}$ y $P = 6\text{ MPa}$. La fase líquida a $T = 20^\circ\text{C}$ y $P = 10\text{ MPa}$ y la fase supercrítica (puntos rojos) a $T = 40^\circ\text{C}$ y $P = 10\text{ MPa}$.

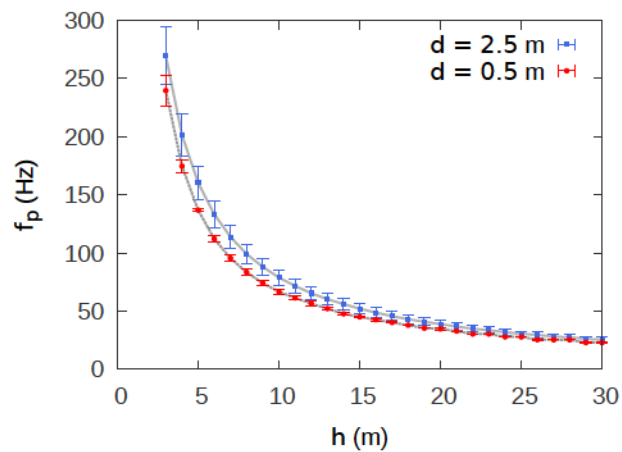


Figura 6.7. Frecuencia pico \bar{f}_p versus espesor h de la capa con CO₂ para $10\% \leq \bar{S}_g \leq 90\%$. Dos situaciones son consideradas: el pico de atenuación se encuentra a baja frecuencias (línea azul) y el pico se encuentra en altas frecuencias sísmicas (línea roja). En ambos casos $\bar{S}_g = 60\%$.

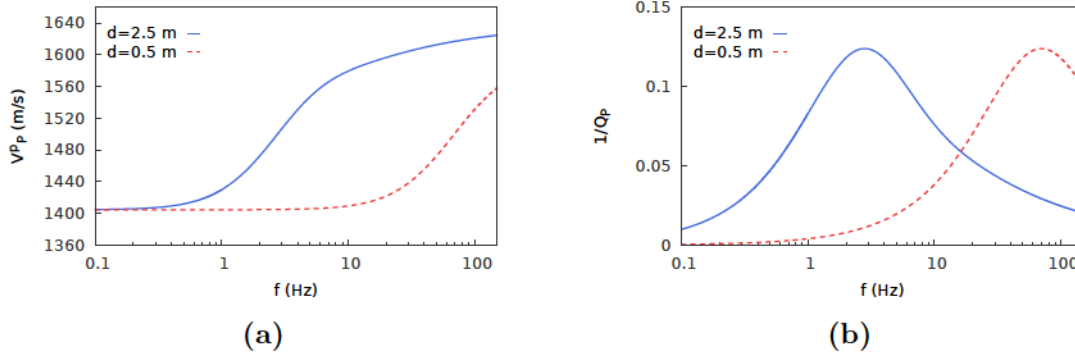


Figura 6.8. a) Velocidad de fase de onda P y b) inverso del factor de calidad para dos modelos de White periódicos con distinto tamaño de heterogeneidades. En ambos casos $\bar{S}_g = 60\%$.

pico de atenuación en bajas frecuencias estará por encima del caso de atenuación en altas frecuencias. La diferencia entre ambas curvas se hace importante a medida que el espesor de la capa con CO₂ disminuye. Para $h < 10$ m las curvas presentan una diferencia de 10 Hz entre ellas. La dispersión alcanza un máximo de 25 Hz para $h = 2$ m en ambos escenarios de atenuación, si bien, al igual que en los otros experimentos, la frecuencia pico se encuentra muy por encima del rango sísmico en ese caso.

De los experimentos realizados se concluye que la frecuencia pico es un atributo robusto para la estimación del espesor de una acumulación de CO₂. Como fue visto, este atributo muestra ser independiente de la saturación neta, del estado físico y del tamaño de las heterogeneidades del CO₂.

Estos resultados han sido contrastados respecto de un modelo donde la capa con CO₂ es un medio puramente elástico. Las diferencias en el comportamiento de la frecuencia pico no son destacables. Esto se debe por una parte al hecho que la atenuación no altera de manera substancial la ubicación de los máximos en la reflectividad. Por otra parte, y tal como se ve en la Figura 6.4-b, la velocidad de fase es prácticamente constante en el rango de las frecuencias sísmicas para el modelo propuesto.

Los atributos gradiente espectral [126];

$$m = \frac{\Delta|R_{pp}|}{\Delta f}; \quad (6.8)$$

y la frecuencia media [127];

$$f_a = \frac{1}{E} \int_{f_l}^{f_h} |R_{pp}(f)|^2 f df, \quad (6.9)$$

con $E = \int_{f_l}^{f_h} |R_{pp}|^2 df$ y f_l, f_h las frecuencias mínima y máxima del ancho de banda del espectro, han sido utilizados en los mismos experimentos. Sin embargo éstos no logran dissociar los efectos del espesor en la reflectividad con los efectos de la saturación neta de CO₂, como sí lo hace f_p . La variabilidad que presentan en función de la saturación de CO₂ es además mucho mayor que para el caso de la frecuencia pico.

6.3. Monitoreo espectral en un modelo multicapa

En la sección anterior, se probó que la frecuencia pico es un estimador robusto del espesor de una capa con CO₂. El espesor de la acumulación puede quedar definido por la posición del contacto entre el dióxido de carbono y agua de formación en la roca reservorio. Es de esperar que un seguimiento del atributo f_p a lo largo del tiempo manifieste la evolución de la posición del contacto entre los fluidos; describiendo por ello a la distribución del CO₂ inyectado. Esto último podría entonces constituir una herramienta práctica para monitorear el flujo del dióxido de carbono en el reservorio.

A continuación se busca comprobar la capacidad *time-lapse* de la frecuencia pico para monitorear la evolución de una acumulación de CO₂. La simulación de la evolución temporal de la distribución del CO₂ se calcula numéricamente mediante la solución a la ecuación de Buckley-Leverett 1D presentada en el Capítulo 2. Luego, para calcular la frecuencia pico asociada al perfil vertical de saturación de CO₂, se obtiene el coeficiente de reflexión generalizado de onda P a incidencia normal por medio del método de la reflectividad.

6.3.1. Modelado del flujo de CO₂

Los trabajos de Hayek et al. [76] y Mouche et al. [77] estudian el flujo de CO₂ en el acuífero Utsira. Estos autores modelan la distribución y evolución vertical 1D de la saturación de CO₂, $S_g(t, z)$, mediante la ecuación de Buckley-Leverett [128]. En esta Tesis se adopta este enfoque para modelar el flujo de CO₂ en el reservorio de interés, basado también en el mismo acuífero. La ecuación de Buckley-Leverett considerada en este Capítulo es la dada por la expresión (2.130) donde se asume que la porosidad ϕ en el reservorio es constante de acuerdo a [76; 77] y donde F es la función de flujo global o flujo de CO₂ dada por la ecuación (2.129). La presión capilar es modelada combinando la función de Leverett [81] y la ley de Brooks-Corey [79] por medio de la relación (2.133).

Como señalan Goumiri et al. [129], el efecto más notable de la presión capilar es que aumenta la penetración del frente de avance del gas. Esto último puede llevar a una estimación errónea del contacto entre el *brine* y el dióxido de carbono, cuando los fenómenos de capilaridad, en caso de ser importantes, no son considerados en el modelado. Para evaluar estos efectos, una estimación de la variación del frente de saturación se presenta en la Figura 6.10. Para este experimento se considera un reservorio conformado por el contacto entre un semiespacio superior de lutita Nørdland y otro inferior de arenisca Utsira. El CO₂ es inyectado en la arenisca por medio de la condición de contorno $S_g = 100\%$ en el límite inferior del dominio computacional a 100 m del contacto. La presión de entrada, para determinar la presión capilar, se toma de $P_0 = 1.43$ KPa según Audigane et al. [88]. A los fines del análisis, se discretiza la coordenada vertical cada 0.1 m y se considera la solución del perfil de saturación cada 1 día .

En la etapa de migración vertical, la saturación de CO₂ forma en la arenisca Utsira un frente de avance que representa un salto constante en la saturación de $S_g = 0$ a S_{up} y posteriormente, al acumularse por debajo de la roca sello, un frente descendente con un salto en la saturación de $S_{down} - S_{up}$. La velocidad de estos frentes deben satisfacer

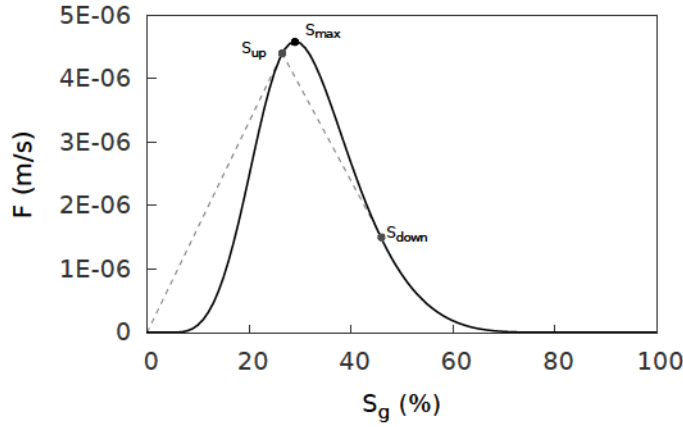


Figura 6.9. Función de flujo global F para la arenisca Utsira. S_{up} y S_{down} son las saturaciones de CO_2 del frente ascendente y descendente, respectivamente. S_{max} es el límite superior para la saturación del frente ascendente.

la condición de Rankine–Hugoniot,

$$v_{\text{frente}} = \frac{F(S^+) - F(S^-)}{S^+ - S^-}, \quad (6.10)$$

como condición necesaria para la unicidad de la solución a la ecuación de Buckley–Leverett [76; 78; 130], donde S^- y S^+ son las saturaciones de CO_2 por debajo y por encima del frente de discontinuidad, respectivamente. Las velocidades de los frentes y las saturaciones S_{up} y S_{down} que resultan de la simulación numérica pueden ser verificadas geoméricamente analizando la función de flujo global para la arenisca (Figura 6.9). La velocidad del frente de avance $v_{\text{frente,up}}$ puede ser obtenida como la pendiente de la recta que conecta el estado inicial de saturación $S^- = 0$ con el punto donde la recta es tangente a la función F , lo cual da además la saturación del frente de avance $S^+ \equiv S_{up}$ [76]. De la función F es posible estimar de esta forma que el frente lleva una saturación de $S_{up} \approx 28\%$. Una vez que la acumulación de CO_2 se desarrolla por debajo de la roca sello, la velocidad del frente descendente, obtenida por medio de la expresión (6.10), es $v_{\text{frente,down}} = \frac{F(S_{down}) - F(S_{up})}{S_{down} - S_{up}}$, donde S_{down} es la saturación de CO_2 del frente descendente. S_{down} puede obtenerse a partir del segmento que parte de S_{up} y es tangente a la función de flujo global [76]. De esta forma $S_{down} \approx 50\%$. Para la geometría del reservorio considerada en este ejemplo, ambos frentes llevan una velocidad muy similar, de unos 1.4 m/día. De la ubicación del máximo de la función de flujo global, S_{max} , es posible predecir que las saturaciones de CO_2 que satisfacen $S_g < S_{max}$ se encontrarán en el frente ascendente, ya que $F' > 0$ en ese rango (flujo en sentido ascendente). La acumulación de CO_2 debe entonces estar comprendida por saturaciones que cumplan $S_g > S_{max}$, pues $F' < 0$ allí (flujo en sentido descendente).

Como puede ser deducido de la Figura 6.10, la variación del frente de CO_2 , en los casos del frente ascendente (Figura 6.10-a) y descendente (Figura 6.10-b), es del orden del metro en la simulación. Cuando el CO_2 forma un frente ascendente, la separación entre los frentes con y sin efecto de capilaridad es de aproximadamente 0.5 m

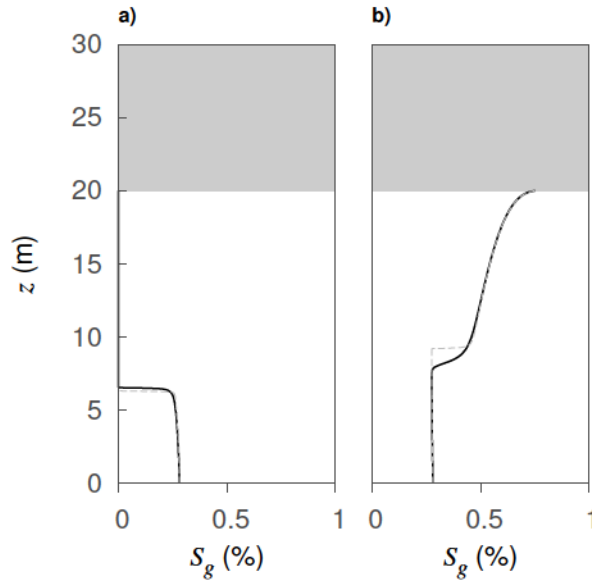


Figura 6.10. Perfil de saturación de CO₂ vs. profundidad con presión capilar (trazo continuo) y sin presión capilar (línea de puntos). En (a) $t = 5$ días y en (b) $t = 25$ días. Los tiempos se miden a partir de cuando el frente ascendente se encuentra a 20 m de la roca sello

(Figura 6.10-a). Cuando el CO₂ forma una acumulación, esta separación es de 1.3 m (Figura 6.10-b). De estos resultados, parece razonable descartar el aumento de la penetración del frente del gas debido a la presión capilar en el contexto de este Capítulo, ya que la distribución vertical del dióxido de carbono es sólo levemente diferente (5 % de la longitud total del perfil de 20 m).

6.3.2. Reservorio multicapa

Basado en la acumulación tope de CO₂ del reservorio CCS del campo Sleipner, se considera un semiespacio superior de roca sello de la formación Nørdland, por debajo 20 m de arenisca Utsira, a continuación una barrera de 5 m de espesor de lutita y luego un semiespacio de arenisca Utsira (Figura 6.11). Como el reservorio es modelado por un ensamble de dos litologías, la arenisca Utsira de alta permeabilidad y la lutita Nørdland de baja permeabilidad, la permeabilidad absoluta viene dada por $\kappa(z) = \kappa_1$ en la arenisca y $\kappa(z) = \kappa_2$ en la barrera de lutita. La función de flujo global se denota F_1 en la arenisca y F_2 en la barrera. En la interfase entre la arenisca y el semiespacio superior se aplica la condición de flujo nulo $F = 0$, por considerarse el semiespacio superior como un sello perfecto. Como condición inicial se considera que no existe CO₂ en el reservorio, luego $S_g(t = 0, z) = 0$.

En la base del dominio computacional ($z = -10$ m), se considera un valor de saturación de CO₂ constante e igual a 28 %, el cual representa el frente de avance del gas inyectado desde un punto de inyección distante. El reservorio de interés, $z \geq 0$, comprende la barrera y los 20 m de arenisca Utsira hasta la roca sello. La reflectividad se calcula desde el techo de la barrera hasta el semiespacio superior ($z > 5$ m). De esta forma en la zona de interés sólo hay una discontinuidad en la saturación, dada por el

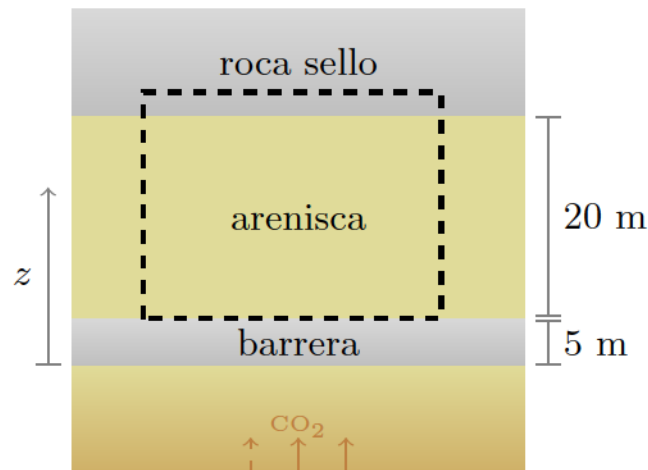


Figura 6.11. Esquema del reservorio. Una arenisca de 20 m de espesor entre la roca sello y una barrera de 5 m de lutita Nørdland. El dióxido de carbono proviene desde la parte inferior del dominio. El rectángulo de línea punteada señala la región donde se calcula la reflectividad.

frente de avance o retroceso del CO_2 en la arenisca, lo que permite que la frecuencia pico muestre sensibilidad con el espesor. De considerar la barrera, la interferencia de las ondas que se origina tanto de la discontinuidad en la saturación del frente de CO_2 como del contacto entre la arenisca y la barrera produce que la reflectividad ya no esté asociada a un modelo de una capa entre dos semiespacios y la información de la frecuencia pico no pueda ser interpretada en términos de un solo espesor.

El reservorio es dividido en una serie de capas planas, de espesor h igual al tamaño del elemento representativo del modelo de White $d = 0.1$ m para el cálculo de la reflectividad generalizada. Dado que las capas del modelo son del mismo orden que el modelo elemental de White, la condición de flujo nulo a la mitad de las láminas, la cual es necesaria para la derivación del módulo dinámico de White [37], en rigor no se cumple. Sin embargo, como la saturación en función de la altura es una función suave, salvo en la discontinuidad de los frentes, la condición de flujo nulo mencionada se supone satisfecha parcialmente entre capa y capa del modelo. Para un modelo elemental tal que $d < h$, los efectos de atenuación y dispersión resultan prácticamente despreciables en este reservorio.

El efecto de la distribución de saturación de CO_2 en la velocidad de onda P, para cualquier capa del reservorio, viene dada calculando el módulo de onda plana dinámico de White E y la densidad *bulk* para la saturación de CO_2 , $S_g(t, z)$, que resulta de la solución a la ecuación de Buckley-Leverett. Una vez que todas las velocidades y densidades del medio multicapa son obtenidas según el perfil vertical de saturación, el coeficiente de reflexión generalizado a incidencia normal R_{pp} para el reservorio es obtenido del método de la reflectividad (Capítulo 2). La saturación $S_g(m\Delta t, n\Delta z)$ se evalúa en z en tantos puntos como capas tiene el modelo, luego $\Delta z = h$. La frecuencia pico es calculada cada $\Delta t = 2$ días. Los parámetros del reservorio y fluidos vienen resumidos en la Tabla 6.1.

Despreciando el aporte del término asociado con la presión capilar, la función de flujo global es luego

$$F(S_g, z) = \frac{1}{\eta_w} f(S_g) k_{rw}(S_g) \kappa(z) (\rho_w - \rho_g) g, \quad (6.11)$$

con η_w la viscosidad, κ_{rw} la permeabilidad relativa del agua de formación, $\kappa(z)$ la permeabilidad absoluta y $f(S_g)$ la función de flujo fraccional dada por la expresión (2.126).

Para la roca sello, se obtienen los parámetros litológicos necesarios al igual de lo que se hizo para la arenisca en el Capítulo 3. Se considera en este caso una porosidad de 0.25 para el sello según Carcione et al. [61] y $K_s = 22.72$ GPa¹. Se obtienen $\rho_m = 2453$ kg/m³, $\mu = 1.52$ GPa y $K_m = 3.47$ GPa

Para aplicar la frecuencia pico como herramienta de monitoreo *time-lapse*, se considera a continuación una situación donde el CO₂ puede migrar en la arenisca hasta la base de la roca sello, el cual se considera como un sello perfecto. Los resultados muestran que los cambios temporales de este atributo pueden describir la evolución de la distribución vertical de CO₂.

Evolución temporal de la frecuencia pico

Las Figuras 6.12-a, 6.12-b y 6.12-c presentan la evolución de la distribución vertical de saturaciones a tres tiempos diferentes. Los tiempos de simulación se cuentan en estos gráficos a partir del momento en que el dióxido de carbono pasa por $z = 5$ m, ingresando a la base de la arenisca de 20 m. Las Figuras 6.12-d, 6.12-e, y 6.12-f muestran el espectro de amplitud de la reflectividad R_{pp} asociado a las figuras anteriores.

La Figura 6.12-a muestra el frente de avance para $t = 26$ días. En la Figura 6.12-b, para $t = 376$ días, el gas se ha acumulado por debajo de la roca sello impermeable, dando lugar a un frente descendente. Finalmente, en la Figura 6.12-c, para $t = 826$ días, el perfil vertical de CO₂ comienza a adoptar la forma de una región con saturación constante. La reflectividad a partir de este momento (Figura 6.12-f) se hace prácticamente independiente de la frecuencia. El frente de avance lleva una saturación próxima al 11 %, y por ello el flujo de CO₂ es del orden de 15 cm/día, más lento que en el modelo sin barrera de lutita donde se analizaba el efecto de la capilaridad.

La continuidad de la función global de flujo en la interfaz entre la barrera de lutita y la arenisca fue verificada en las simulaciones numéricas. El cumplimiento de esta condición es necesaria para garantizar que la solución a la ecuación de Buckley–Leverett tenga sentido físico, debido a que implica la conservación de la masa en las discontinuidades de la saturación [130]. En la Figuras 6.12-a y 6.12-b puede observarse que la discontinuidad en la saturación a ambos lados de $z = 5$ m satisface esta condición (valores anotados S^- en la lutita y S^+ en la arenisca en la Figura 6.13). Lo mismo puede ser deducido para el caso de la Figura 6.12-c, donde la saturación es próxima al 70 % en ambos lados de la interfaz y las funciones de flujo de la Figura 6.13 son equivalentes para esas saturaciones. La Figura 6.14 muestra la curva de la primer frecuencia pico. Un color azulado es utilizado para señalar frecuencias sísmicas altas. En ella, tres

¹Este valor fue derivado de la composición mineralógica de la lutita Nørdland considerada en [88] donde la calcedonia fue cambiada por cuarzo y el módulo de *bulk* de la clorita fue tomado de [131]

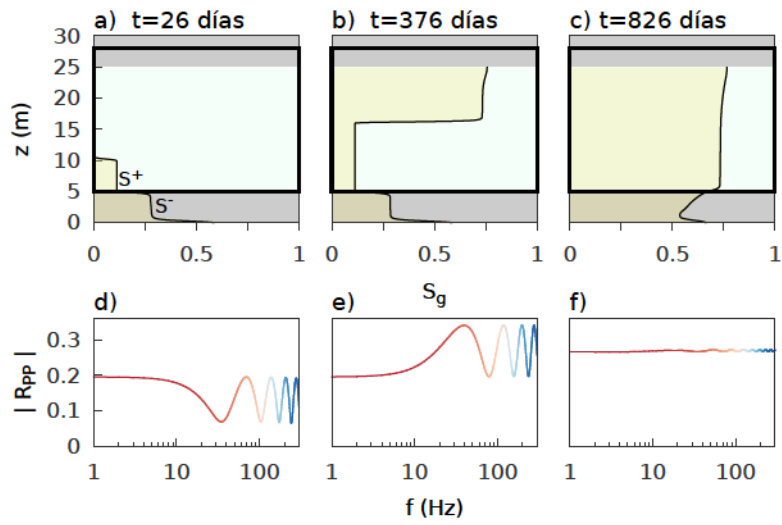


Figura 6.12. Distribución vertical de CO₂ y espectro de amplitud de la reflectividad a incidencia normal R_{PP} a tiempos diferentes. En a) se indican las saturaciones por encima S^+ y por debajo S^- de $z = 5$ m.

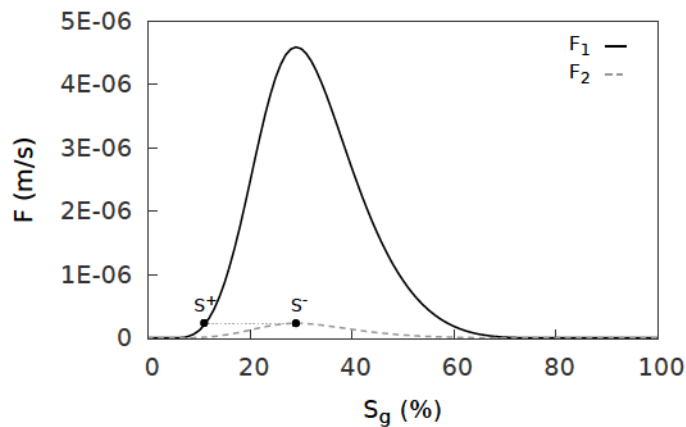


Figura 6.13. Función de flujo global para la arenisca F_1 y la lutita F_2 .

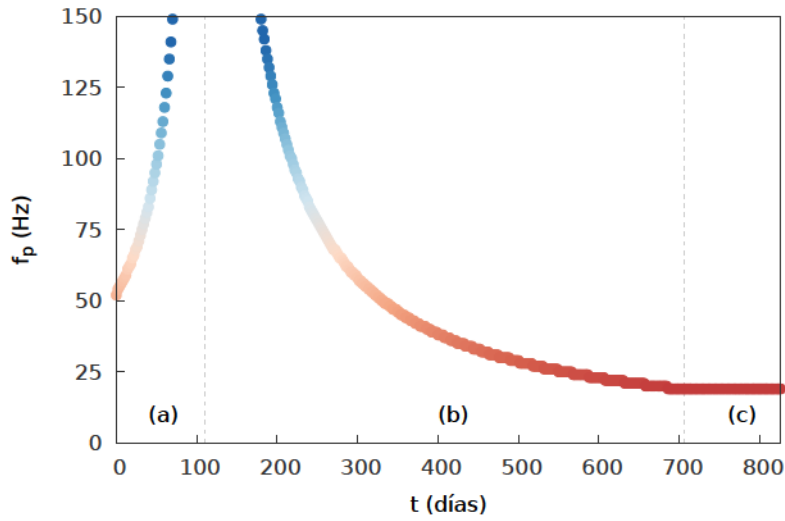


Figura 6.14. Frecuencia pico f_p en función del tiempo t para el reservorio perfectamente sellado.

etapas son claramente visibles. (a) El frente ascendente de CO₂ viaja hacia el sello. La frecuencia pico en esta situación aumenta con el tiempo ya que la región por encima del frente y donde la saturación es $S_g = 0$ se reduce paulatinamente. El efecto en la reflectividad es el de una capa completamente saturada por *brine* entre un semiespacio de roca sello y un semiespacio de arenisca con CO₂. Como la capa saturada por agua de formación se hace cada vez más delgada, los máximos en la reflectividad, como es de esperar, se mueven hacia las altas frecuencias. Esta es la única etapa donde es observado un aumento de la frecuencia pico sostenido en el tiempo. (b) El CO₂ comienza a acumularse por debajo de la roca sello. A medida que la acumulación aumenta de espesor, la frecuencia pico disminuye de acuerdo con la relación (6.1). La transición entre esta etapa y la anterior ocurre cuando el contacto entre el CO₂ y el *brine* alcanza la base de la roca sello. La curva de la frecuencia pico entre estas etapas no es simétrica debido a que en la etapa anterior existe aún una zona completamente saturada por agua de formación. (c) La saturación de CO₂ aumenta hasta alcanzar el valor de $1 - S_{rb}$ (siendo S_{rb} la saturación residual de agua de formación) y $S_g(t, z)$ tenderá a un valor constante en el reservorio de interés. A medida que el tiempo aumenta la frecuencia pico disminuye hasta estabilizarse en el valor de 18.5 Hz, el cual está asociado con la arenisca de 20 m con una saturación aproximada del 70% de CO₂ y una velocidad de onda P de 1480 m/s.

Como resultado de esta simulación, el comportamiento de la frecuencia pico en tiempo tiene el potencial de distinguir distintas etapas en la evolución del flujo de CO₂ inyectado en el reservorio. De esta forma, una caracterización temporal de la distribución del dióxido de carbono parece ser realizable mediante este atributo espectral.

Dado que la función global de flujo F , y por el flujo del CO₂, está directamente relacionada con la permeabilidad de la roca (ecuación (6.11)), la curva de la frecuencia pico en tiempo se dilata o contrae si la velocidad del frente es mayor o menor según sean la permeabilidades que describen a las rocas consideradas. Esto indica que, si otros parámetros son considerados para el reservorio, las etapas detectadas en la Figura 6.14

pueden comprender escalas de tiempo mayores y capaces de ser detectadas cuando se toman muestras de la frecuencia pico a intervalos que son del orden de los tiempos entre las campañas de medición de sismica 4D. En el caso de Sleipner, los intervalos entre los registros sísmicos han sido del orden de dos años: 1999, 2001, 2002, 2004, 2006, 2008 y 2010 [19]. La propiedad de la solución $S_g(t, z)$ de conservar la forma, independientemente de la escala temporal, se hace evidente cuando en la ecuación de Buckley-Leverett se reescribe en su forma adimensional, donde la variable del tiempo adimensional está en proporción directa con la permeabilidad absoluta [77].

6.4. Conclusiones del Capítulo

En este Capítulo fue comprobado que la frecuencia pico es una herramienta espectral robusta para la estimación de espesores de CO₂ en el contexto del entrapamiento geológico de este gas. Además se encontró que la sensibilidad de este atributo respecto de otras variables importantes tales como la saturación y el estado físico del CO₂ inyectado no afectan considerablemente su carácter respecto del espesor. También se ha probado que la variación temporal de la frecuencia pico tiene el potencial de delinear y caracterizar la distribución vertical de CO₂. El atributo f_p puede identificar las etapas cuando el dióxido de carbono migra hacia la roca sello y cuando desarrolla una acumulación. A pesar que estos resultados teóricos deberían ser contrastados con datos sísmicos de situaciones reales, se espera que la observación de los cambios temporales en la frecuencia pico pueda contribuir como una herramienta práctica a los fines del monitoreo.

Respecto a la utilización de estos modelos y atributos en datos reales, con el fin de monitorear cambios en el reservorio de CO₂, deberían seguirse los siguientes lineamientos generales. Principalmente, el dato sísmico 4D debería poseer un ancho de banda importante, con buena repetibilidad para disminuir la incertidumbre de la interpretación [132]. La impronta de la ondícula sísmica debe ser removida adecuadamente para no alterar el carácter dispersivo del dato [18]. Y por último, para estimar la frecuencia pico, utilizar un operador que obtenga la representación en tiempo y frecuencia de la señal a una resolución adecuada. Como señalan Puyear y Castagna [106] estos métodos espectrales tienen una limitación importante cuando el ancho de banda disponible y el ruido propios al registro del dato sísmico no permiten detectar la periodicidad y la ubicación de los máximos en la reflectividad.

Capítulo 7

Conclusiones

El objetivo principal de esta Tesis consistió en modelar y analizar el comportamiento de la reflectividad sísmica de onda P y atributos asociados, en función del ángulo de incidencia AVA y de la frecuencia AVF, como indicadores sísmicos útiles al monitoreo de reservorios donde se inyecta dióxido de carbono con el fin de su almacenamiento permanente. En particular se indagó sobre la capacidad de monitorear la saturación de dióxido de carbono, su tipo de mezcla con el agua de formación, el espesor de la acumulación, y su evolución temporal.

A lo largo del trabajo se consideraron medios porosos saturados isótropos elásticos y viscoelásticos bajo la hipótesis de medio efectivo. El modelo de reservorio considerado en esta Tesis estuvo basado en el acuífero Utsira del campo Sleipner, Mar del Norte. El modelo partió de una aproximación por semiespacios, donde la respuesta angular AVA fue estudiada como herramienta de monitoreo. El reservorio luego pasó a ser modelado como una capa entre dos semiespacios, de donde surgió el carácter dispersivo de la reflectividad. La fuerte dependencia en frecuencia resultante en esta situación sugirió la utilización de distintas componentes espectrales para indagar las propiedades de la acumulación de CO₂. Tanto la respuesta en frecuencia como la angular del coeficiente de reflexión generalizado son estudiadas. Finalmente el modelo fue generalizado a una serie de capas planas, donde el flujo de dióxido de carbono fue modelado por la ecuación de Buckley-Leverett para fluidos bifásicos en medios porosos isótropos. En esta última etapa, el interés se focalizó en el análisis AVF y el comportamiento temporal de la frecuencia pico.

Para el cálculo del coeficiente de reflexión de onda P se utilizó tanto soluciones analíticas (para semiespacios en contacto y una capa entre dos semiespacios) como numéricas (método de la reflectividad).

Para estimar los parámetros del CO₂ en distintas situaciones de presión y temperatura se emplearon ecuaciones de estado adecuadas para gases reales, como van der Waals, Peng-Robinson y Duan et al. Para el agua de formación se utilizaron las leyes semiempíricas de Batzle-Wang. La sustitución de fluidos fue empleada para calcular luego la influencia que tiene en las velocidades sísmicas y en las densidades de rocas la saturación de CO₂ y el tipo de distribución que genera con el agua salada del reservorio o *brine*.

En el Capítulo 3 se modeló el comportamiento AVA entre la base de la roca sello y el tope de la acumulación de CO₂ para una aproximación del acuífero Utsira como dos

semiespacios. Se analizaron los parámetros *intercept*, gradiente y curvatura derivados de ajustar la respuesta AVA del reservorio mediante la aproximación de Shuey de tres términos. Distintas saturaciones y estados físicos del CO₂ inyectado fueron considerados, así como también distribuciones homogéneas y *patchy* para los fluidos porales.

El grado de saturación de CO₂ pudo ser acotado por medio de los atributos *intercept* y gradiente, los cuales mostraron una tendencia decreciente de su sensibilidad con la saturación – estrechamente vinculada al comportamiento de la compresibilidad del fluido. La sensibilidad de estos atributos ha sido mayor en las distribuciones tipo *patchy* que para las homogéneas. Para las mezclas *patchy*, el crossplot de los coeficientes *intercept* y gradiente, en función de la saturación del CO₂, pudo caracterizar el estado físico de la sustancia inyectada. El vínculo de la reflectividad con el comportamiento de la velocidad – o equivalentemente con la compresibilidad de la roca – en función de la saturación del dióxido de carbono condiciona fuertemente la sensibilidad de los coeficientes AVA, la cual es muy baja hacia saturaciones intermedias y altas.

La estimación de saturaciones mediante los parámetros AVA mostró ser además poco sensible a la presencia de bajas concentraciones de impurezas de CH₄ en el volumen del CO₂ inyectado, como también al rango de presiones y temperaturas esperables del acuífero modelado.

En el Capítulo 4 el reservorio fue modelado como una capa con saturación constante de CO₂ entre dos semiespacios, lo que introdujo como parámetro adicional de monitoreo al espesor de la acumulación de CO₂. Se caracterizó el comportamiento de la reflectividad respecto de la saturación y del espesor de la acumulación. Se analizó en particular la marcada dependencia en frecuencia que el espesor introduce en la reflectividad. Este carácter dispersivo, por medio del atributo de la frecuencia pico, pudo ser empleado para estimar el espesor de la acumulación.

En el Capítulo 5 se realizó un análisis de la reflectividad sísmica para el acuífero Utsira considerando la presencia de una zona de transición lineal en la saturación del dióxido de carbono inyectado. El estudio se realizó en los dominios del ángulo de incidencia y de la frecuencia. El objetivo fue encontrar características que permitan identificar y estimar los parámetros relevantes de estas zonas para una acumulación de CO₂ supercrítico.

En particular el interés estuvo en estimar espesores y saturaciones globales para la zona de transición. Dos atributos, que operan con la respuesta AVF de la reflectividad, fueron utilizados para tal fin: la frecuencia pico y el valor medio de la reflectividad. La frecuencia pico mostró buen desempeño para la estimación del espesor. Si bien la saturación neta de CO₂ afecta de manera simultánea las respuestas AVA y AVF, la respuesta AVF promediada en frecuencia presentó un buen grado de correlación para saturaciones bajas a intermedias.

Se observó también que el tipo de mezcla de los fluidos porales tiene una importante influencia en la amplitud y en la dependencia con la frecuencia de la reflectividad. La distinción entre las distribuciones homogénea y *patchy* podría luego ser detectada a través del análisis de las respuestas AVA y AVF en conjunto.

Fue probado además que el comportamiento AVF de la reflectividad no puede ser aproximado correctamente considerando la zona de transición como una región donde la velocidad varía linealmente con la profundidad.

En el Capítulo 6 se consideró el acuífero Utsira con una distribución de saturación

de CO₂ dinámica dada por la ecuación de Buckley-Leverett unidimensional. Se probó en este Capítulo que la frecuencia pico es un estimador robusto para el espesor de CO₂ en el contexto CCS. Extendiendo la aplicación de este atributo, se analizó su potencial para monitorear la evolución temporal del contacto entre el CO₂ y el agua de formación; describiendo de esta forma la distribución del gas inyectado en el reservorio a lo largo del tiempo.

Diversos autores han señalado que existe mucho aún por estudiar acerca de la seguridad y confiabilidad de los procedimientos CCS y su monitoreo cuantitativo con técnicas geofísicas. En tal sentido, se espera que los modelos presentados y los resultados encontrados a lo largo de esta Tesis sean útiles para entender e interpretar las variaciones esperables en los estudios sísmicos *time-lapse* así como en el análisis de factibilidad previo al monitoreo.

7.1. Trabajos a futuro

A lo largo del trabajo de Tesis doctoral, se investigaron y desarrollaron técnicas de modelado de la reflectividad para reservorios de CO₂ con el fin de obtener atributos sísmicos que sean sensibles a los parámetros de interés para el monitoreo *time-lapse*. Es natural indagar en una etapa inmediatamente posterior si la sensibilidad de los atributos AVA A, B, C y la frecuencia pico f_p que ha sido analizada en esta Tesis puede ser detectada por medio de las trazas sísmicas, bajo distintas condiciones de ruido, etc. Para ello será necesario la generación de trazas sintéticas y la definición de flujos de trabajos para procesar el dato adecuadamente.

En la última etapa de la Tesis doctoral se consideró el análisis tiempo-frecuencia o descomposición espectral como una herramienta para indagar en las propiedades de los reservorios. En el ámbito de la geofísica aplicada, la descomposición espectral sísmica puede ser utilizada con el objeto de estimar espesores de capa [19], indagar las características de la atenuación mesoscópica [104], como también estimar velocidades y factores de calidad [133]. Este último es un parámetro que permite por un lado remover el efecto de la atenuación en el dato sísmico y por otro obtener información de la saturación, viscosidad y permeabilidad de los fluidos porales. La descomposición espectral también es utilizada para extender la capacidades de discriminación del AVO tradicional, en lo que se conoce como *AVO espectral* [134]. El objetivo principal de los trabajos a futuro consiste en emplear las herramientas de la física de rocas y la sísmica para proveer modelos de reflectividad y trazas sísmicas sintéticas, que en conjunto con la teoría del análisis espectral, permitan analizar el dato sísmico para ayudar en la interpretación de reservorios geológicos de hidrocarburos tanto convencionales como no convencionales.

Apéndice A

Módulo de Gassmann

En este apéndice se deduce la expresión para el módulo de Gassmann [20]; el cual es utilizado en la sustitución de fluidos (Capítulo 2) y se deriva del marco teórico de la Teoría de Biot [135; 36].

A.1. Generalidades de la Teoría de Biot

Basándose en Bourbie et al. [49] y Carcione [32] es posible mencionar como las principales hipótesis que dan forma a la teoría de Biot a las siguientes:

- No hay efectos de scattering. La longitud de la onda incidente es mucho mayor que las dimensiones del elemento de volumen macroscópico del medio poroso considerado.
- Los desplazamientos de la fase sólida y fluida son relativamente pequeños.
- La fase líquida es un continuo y satura completamente al espacio poral efectivo, el cual es isótropo y homogéneo.
- La matriz del medio poroso es elástica e isótropa. No hay mecanismos de disipación asociados a la matriz.
- Las condiciones son isotérmicas

El desplazamiento absoluto de las partículas de la matriz sólida viene representado por el vector $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ el cual es un promedio sobre los desplazamientos en un volumen elemental macroscópico Ω del medio poroso. Análogamente, el vector $\mathbf{U}(\mathbf{x}, t)$ representa el desplazamiento, promediado sobre Ω , de la fase fluida. Para representar el flujo de fluido relativo al sólido, se define el vector *desplazamiento relativo*,

$$\mathbf{w} = \phi (\mathbf{U} - \mathbf{u}). \quad (\text{A.1})$$

Por último el escalar

$$\xi = -\nabla \cdot \mathbf{w}, \quad (\text{A.2})$$

cuantifica el volumen que fluye hacia o desde el elemento Ω , es decir es una medida del cambio de volumen relativo de la fase fluida.

Las magnitudes anteriores se vinculan con la *Ley de Darcy* para el flujo estacionario en un medio poroso por medio de

$$\dot{\mathbf{w}} = -\frac{\kappa}{\eta} \nabla p_f, \quad (\text{A.3})$$

con p_f la presión en el fluido, κ la permeabilidad y η la viscosidad. $\frac{\kappa}{\eta}$ se conoce como la permeabilidad hidráulica [49] y $\dot{\mathbf{w}}$ como velocidad de infiltración.

Las relaciones tensión-deformación para la parte sólida y fluida en la teoría de Biot están dadas por el sistema [32],

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^m &= 2B d_{ij}^m + (2A \theta_m + C \theta_f) \delta_{ij}, \\ \sigma_{ij}^f &= (C \theta_m + 2D \theta_f) \delta_{ij}; \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

para $i, j = 1, 2, 3$. σ_{ij}^m representa las componentes del tensor de tensiones sobre la matriz sólida y σ_{ij}^f sobre la fase que residen en el espacio poral, $\theta_m = \nabla \cdot \mathbf{u}$ y $\theta_f = \nabla \cdot \mathbf{U}$. d_{ij}^m es el tensor de tensiones deviatorico, definido como

$$d_{ij}^m = \varepsilon_{ij}^m - \frac{1}{3} \theta_m. \quad (\text{A.5})$$

ε_{ij}^m es el tensor simétrico de deformación lineal de la parte sólida, cuya expresión es

$$\varepsilon_{ij}^m = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (\text{A.6})$$

Como puede observarse de la ecuación (A.4), para caracterizar al medio poroso son necesarios *cuatro* módulos poroelásticos, A, B, C y D .

A.2. Determinación de los módulos poroelásticos

Mediante la concepción de experimentos ideales [32], es posible encontrar a partir de las relaciones entre tensión y deformación (ecuación (A.4)) expresiones para los módulos poroelásticos en términos de los parámetros físicos del medio poroso. Estas expresiones luego permitirán hallar el módulo de Gassmann.

Test de torsión

Partiendo de las relaciones constitutivas para la tensión en la matriz y en el fluido dada por la ecuación (A.4), para el test de torsión (*pure shear deformation*) se cumple, debido a que no hay cambios de volumen, que $\theta_m = \theta_f = 0$. El sistema (A.4) se reduce por ello a

$$\sigma_{ij}^m = 2B d_{ij}^m, \quad (\text{A.7})$$

$$\sigma_{ij}^f = 0. \quad (\text{A.8})$$

Utilizando la definición del tensor de deformación deviatorico (A.5) con $\theta_f = 0$ resulta

$$\sigma_{ij}^m = 2B \varepsilon_{ij}^m. \quad (\text{A.9})$$

Como la torsión es soportada únicamente por la matriz, por analogía con el caso elástico (ley de Hooke) se considera que

$$B = \mu_m \quad (\text{A.10})$$

siendo μ_m el módulo de corte o de rigidez de la matriz.

Test de compresión *jacketed*

En este experimento, el tensor de tensiones en la matriz adopta la forma hidrostática $\sigma_{ij}^m = -P_E \delta_{ij}$, con P_E la presión externa ejercida sobre la muestra, mientras que $\sigma_{ij}^f = 0$, debido a que la presión en el fluido permanece constante en el diseño de este test [32]. La muestra se supone envuelta (*jacketed*) y es la matriz la que soporta la presión externa. Bajo estas hipótesis, y de las relaciones constitutivas, resulta

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^m &= 2A\theta_m + C\theta_f + 2Bd_{11}^m = -P_E, \\ \sigma_{22}^m &= 2A\theta_m + C\theta_f + 2Bd_{22}^m = -P_E, \\ \sigma_{33}^m &= 2A\theta_m + C\theta_f + 2Bd_{33}^m = -P_E, \\ 0 &= C\theta_m + 2D\theta_f.\end{aligned}\tag{A.11}$$

Sumando las tres primeras expresiones de (A.11),

$$\sigma_{11}^m + \sigma_{22}^m + \sigma_{33}^m = -3P_E = 3(2A\theta_m + C\theta_f) + 2B(d_{11}^m + d_{22}^m + d_{33}^m) = 3(2A\theta_m + C\theta_f),$$

ya que de la definición del tensor deviatorico d_{ij}^m , $d_{11}^m + d_{22}^m + d_{33}^m = \varepsilon_{ii} - \theta_m = 0$, pues $\theta_m = \text{tr}(\varepsilon_{ij}) = \varepsilon_{ii}$. El sistema se reduce entonces a

$$\begin{aligned}-P_E &= 2A\theta_m + C\theta_f, \\ 0 &= C\theta_m + 2D\theta_f.\end{aligned}\tag{A.12}$$

Eliminando a θ_f del sistema (A.12) resulta

$$-P_E = \left(2A - \frac{C^2}{2D}\right)\theta_m;\tag{A.13}$$

si se define $K_m = -\frac{P_E}{\theta_m}$ como el módulo de volumen de la matriz seca (o esqueleto), la relación (A.13) es

$$K_m = 2A - \frac{C^2}{2D}.\tag{A.14}$$

Test de compresión *unjacketed*

Aquí se diseña un experimento que genera que las tensiones en la matriz y fluido tengan por expresión,

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}^m &= -P_f^E(1 - \phi)\delta_{ij} \quad \text{y} \quad d_{ij}^m = 0, \\ \sigma_{ij}^f &= -P_f^E\phi\delta_{ij}.\end{aligned}\tag{A.15}$$

Esta situación se logra al someter a la muestra a una presión hidrostática P_f^E que ejerce la mismas tensiones en el fluido y en la matriz. Se considera además que $\theta_m = \theta_s$, es decir que la compresión de los granos sólidos y en la matriz es la misma. Al ser utilizadas en las ecuaciones (A.4), las condiciones (A.15) generan

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}^m &= -P_f^E(1 - \phi)\delta_{ij} = (2A\theta_m + C\theta_f)\delta_{ij} \\ \sigma_{ij}^f &= -P_f^E\phi\delta_{ij} = (C\theta_m + 2D\theta_f)\delta_{ij},\end{aligned}\tag{A.16}$$

o de manera equivalente

$$\begin{aligned} -(1 - \phi) P_f^E &= 2A \theta_m + C \theta_f, \\ -\phi P_f^E &= C \theta_m + 2D \theta_f. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Dividiendo por $-P_f^E$ en (A.17),

$$\begin{aligned} 1 - \phi &= -2A \frac{\theta_m}{P_f^E} - C \frac{\theta_f}{P_f^E}, \\ \phi &= -C \frac{\theta_m}{P_f^E} - 2D \frac{\theta_f}{P_f^E}. \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Dado que $K_s = -\frac{P_f^E}{\theta_m}$ y $K_f = -\frac{P_f^E}{\theta_f}$ son los módulos de *bulk* de los granos que forman la matriz y del fluido respectivamente, reemplazando en la expresión (A.18) resulta en

$$\frac{2A}{K_s} + \frac{C}{K_f} = 1 - \phi, \quad (\text{A.19})$$

$$\frac{2D}{K_f} + \frac{C}{K_s} = \phi. \quad (\text{A.20})$$

La solución del sistema formado por las expresiones (A.10),(A.14),(A.19) y (A.20) permite obtener a los parámetros A, B, C, D en términos de ϕ, K_m, K_s, K_f .

Expresiones de los coeficientes elásticos

A continuación se resuelve el sistema de ecuaciones para los coeficientes elásticos,

$$\frac{2A}{K_s} + \frac{C}{K_f} = 1 - \phi, \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{2D}{K_f} + \frac{C}{K_s} = \phi, \quad (\text{A.22})$$

$$2A - \frac{C^2}{2D} = K_m. \quad (\text{A.23})$$

Para ello, despejando $2A$ y $2D$ en términos de C de las ecuaciones (A.21) y (A.22)

$$\frac{2A}{K_s} = 1 - \phi - \frac{C}{K_f} \quad \text{y} \quad \frac{2D}{K_f} = \phi - \frac{C}{K_s}, \quad (\text{A.24})$$

y reemplazando en (A.23) adecuadamente, se obtiene

$$-\frac{C^2}{K_s \phi - C} + K_f \left(1 - \phi - \frac{C}{K_f} \right) = \frac{K_f K_m}{K_s}. \quad (\text{A.25})$$

Multiplicando luego la ecuación (A.25) por $(K_s \phi - C)$ y ordenando,

$$C^2 - C(C - K_s \phi) + (C - K_s \phi) \left[K_f (1 - \phi) - \frac{K_m K_f}{K_s} \right] = 0; \quad (\text{A.26})$$

haciendo los productos, cancelando y tomando factor común resulta,

$$C \left[K_s \phi + K_f (1 - \phi) - \frac{K_m K_f}{K_s} \right] + \phi K_f [K_m - K_s (1 - \phi)] = 0. \quad (\text{A.27})$$

Despejando C de la ecuación (A.27), se obtiene

$$C = \frac{[K_s (1 - \phi) - K_m] \phi K_f}{K_s \phi + K_f (1 - \phi) - \frac{K_m K_f}{K_s}} = \frac{\left(1 - \phi - \frac{K_m}{K_f}\right) \phi K_s}{1 - \phi + \phi \frac{K_s}{K_f} - \frac{K_m}{K_s}}. \quad (\text{A.28})$$

Obtenido C se despejan $2A$ y $2D$ de la expresión (A.24):

$$\begin{aligned} \frac{2A}{K_s} &= 1 - \phi - \frac{C}{K_f} \\ &= \frac{\left[1 - \phi + \phi \frac{K_s}{K_f} - \frac{K_m}{K_s}\right] (1 - \phi) - \left[(1 - \phi) - \phi \frac{K_s}{K_f}\right]}{1 - \phi + \phi \frac{K_s}{K_f} - \frac{K_m}{K_s}} \\ &= \frac{(1 - \phi) \left(1 - \phi - \frac{K_m}{K_s}\right) + \phi \frac{K_m}{K_f}}{1 - \phi + \phi \frac{K_s}{K_f} - \frac{K_m}{K_s}}; \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

luego,

$$2A = \frac{(1 - \phi) \left(1 - \phi - \frac{K_m}{K_s}\right) K_s + \phi \frac{K_m K_s}{K_f}}{1 - \phi + \phi \frac{K_s}{K_f} - \frac{K_m}{K_s}}. \quad (\text{A.31})$$

Análogamente, ahora para $2D$,

$$\begin{aligned} \frac{2D}{K_f} &= \phi - \frac{C}{K_s} \\ &= \frac{\phi \left(1 - \phi + \phi \frac{K_s}{K_f} - \frac{K_m}{K_s}\right) - \left[(1 - \phi) \phi - \phi \frac{K_m}{K_f}\right]}{1 - \phi + \phi \frac{K_s}{K_f} - \frac{K_m}{K_s}} \\ &= \frac{\phi^2 \frac{K_s}{K_f}}{1 - \phi + \phi \frac{K_s}{K_f} - \frac{K_m}{K_s}}, \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

así

$$2D = \frac{\phi^2 K_s}{1 - \phi + \phi \frac{K_s}{K_f} - \frac{K_m}{K_s}}. \quad (\text{A.34})$$

Agrupando los resultados anteriores,

$$\begin{aligned}
 2A &= \frac{(1 - \phi) \left(1 - \phi - \frac{K_m}{K_s}\right) K_s + \phi \frac{K_s K_m}{K_f}}{1 - \phi - \frac{K_m}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}}, \\
 B &= \mu_m \\
 C &= \frac{\left(1 - \phi - \frac{K_m}{K_s}\right) \phi K_s}{1 - \phi - \frac{K_m}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}}, \\
 2D &= \frac{\phi^2 K_s}{1 - \phi - \frac{K_m}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}};
 \end{aligned} \tag{A.35}$$

las cuales son las relaciones que vinculan los módulos elásticos con los parámetros del medio poroelástico.

A.3. Obtención del módulo de Gassmann

El *tensor de tensión total*,

$$\sigma_{ij}^T = \sigma_{ij}^m + \sigma_{ij}^f, \tag{A.36}$$

considera las tensiones (fuerza ejercida sobre cada fase por unidad de área total) sobre las partes sólidas, σ^m , y fluida, σ^f , del medio poroso.

Partiendo de

$$\begin{cases} \sigma_{ij}^m &= 2\mu_m d_{ij}^m + (2A\theta_m + C\theta_f) \delta_{ij}, \\ \sigma_{ij}^f &= (C\theta_m + 2D\theta_f) \delta_{ij}, \end{cases}$$

y reemplazando en la ecuación (A.36)

$$\sigma_{ij}^T = 2\mu_m d_{ij}^m + [(2A + C)\theta_m + (C + 2D)\theta_f] \delta_{ij}. \tag{A.37}$$

De la definición de ξ , para ϕ constante espacialmente,

$$\xi = -\nabla \cdot \mathbf{w} = -\phi \nabla \cdot (\mathbf{U} - \mathbf{u}) = -\phi (\nabla \cdot \mathbf{U} - \nabla \cdot \mathbf{u}) = -\phi (\theta_f - \theta_m), \tag{A.38}$$

es posible despejar $\theta_f = \theta_m - \frac{\xi}{\phi}$, lo cual reemplazado en la fórmula (A.37) genera la expresión

$$\sigma_{ij}^T = 2\mu_m d_{ij}^m + \left[(2A + 2C + 2D)\theta_m - \left(\frac{C + 2D}{\phi} \right) \xi \right] \delta_{ij}, \tag{A.39}$$

la cual es una relación que se utilizará para obtener el módulo de Gassmann.

El módulo de Gassmann puede obtenerse de un experimento de compresión cerrado (*closed test*), en el cual

$$\sigma_{ij}^T = -\frac{PE}{3} \delta_{ij} \quad , \quad d_{ij}^m = 0 \quad \text{y} \quad \xi = 0, \tag{A.40}$$

debido a que la muestra es sometida a una presión externa hidrostática P^E sin variación volumétrica de fluido ($\xi = 0$).

La expresión del tensor de tensión total dada por (A.39) se reduce debido a las condiciones del experimento considerado a

$$\sigma_{ij}^T = (2A + 2C + 2D) \theta_m \delta_{ij}. \quad (\text{A.41})$$

Como $\sigma_{ij}^T = -\frac{P^E}{3} \delta_{ij}$, luego

$$-\frac{P^E}{3} = (2A + 2C + 2D) \theta_m. \quad (\text{A.42})$$

De aquí resulta luego que

$$2A + 2C + 2D = -\frac{P^E}{3\theta_m}, \quad (\text{A.43})$$

es el módulo de *bulk* del medio poroso bajo las condiciones del experimento.

A continuación se halla una expresión para $2A + 2C + 2D$ que prueba que este coeficiente se trata del módulo de Gassmann, K_G .

Usando las expresiones para A , C y D obtenidas en la ecuación (A.35),

$$\begin{aligned} 2A + 2B + 2C &= \frac{(1 - \phi) \left(1 - \phi - \frac{K_m}{K_s}\right) K_s + \phi \frac{K_s K_m}{K_f} + 2 \left(1 - \phi - \frac{K_m}{K_s}\right) \phi K_s + \phi^2 K_s}{1 - \phi - \frac{K_m}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}} = \\ &= \frac{K_s - K_m - 2\phi K_s + \phi K_m + \phi^2 K_s + \phi^2 K_s + 2\phi K_s - 2\phi^2 K_s - 2\phi K_m + \phi \frac{K_s K_m}{K_f}}{1 - \phi - \frac{K_m}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}} = \\ &= \frac{K_s - K_m - \phi K_m + \phi \frac{K_s K_m}{K_f}}{1 - \phi - \frac{K_m}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}} = \\ &= \frac{K_s - K_m + \phi K_m \left(\frac{K_s}{K_f} - 1\right)}{1 - \phi - \frac{K_m}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}} \\ &\equiv K_G; \end{aligned}$$

es decir

$$K_G = \frac{K_s - K_m + \phi K_m \left(\frac{K_s}{K_f} - 1\right)}{1 - \phi - \frac{K_m}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}}. \quad (\text{A.44})$$

A partir del coeficiente K_G puede determinarse el módulo elástico de la matriz seca K_m . Partiendo de la ecuación (A.44)

$$K_G \left[1 - \phi - \frac{K_m}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}\right] = K_s - K_m + \phi K_m \left(\frac{K_s}{K_f} - 1\right), \quad (\text{A.45})$$

tomando factor común apropiadamente y ordenando,

$$K_m \left[\phi \frac{K_s}{K_f} + \frac{K_G}{K_s} - 1 - \phi\right] = K_G \left(\phi \frac{K_s}{K_f} + 1 - \phi\right) - K_s. \quad (\text{A.46})$$

La expresión para el módulo de *bulk* de la matriz seca es luego

$$K_m = \frac{K_G \left(\phi \frac{K_s}{K_f} + 1 - \phi \right) - K_s}{\phi \frac{K_s}{K_f} + \frac{K_G}{K_s} - 1 - \phi}. \quad (\text{A.47})$$

Apéndice B

Implementación numérica de la ecuación de Buckley-Leverett

Existen varios métodos numéricos basados en el uso de diferencias finitas para aproximar la solución de la ecuación de Buckley-Leverett dada por la ecuación (2.130). Debido a la naturaleza discontinua de la misma, que puede ser descrita en términos de rarefacciones y ondas de choque, diferentes esquemas numéricos han sido propuestos y contrastados; entre ellos se destacan los métodos de Godunov [130], de limitadores de flujo [136], los esquemas compuestos [137], de descomposición de dominios [138], de presión implícita y saturación explícita [80] y los métodos de relajación [139]. Este Apéndice se limita a sintetizar la implementación propuesta por Seaïd [139] utilizada en la presente Tesis.

B.1. Método de relajación

Dado que el acuífero del campo Sleipner contiene capas finas de lutita (shale) que actúan como barreras temporales al flujo de CO₂, de los métodos numéricos disponibles se ha elegido el método de relajación, debido a que puede representar de manera efectiva las discontinuidades en la función de flujo global introducidas por el cambio en la permeabilidad en el reservorio. Con este método, la simulación numérica de la distribución vertical de la saturación de CO₂, $S_g = S(z, t)$ en un reservorio de longitud H , puede ser resumida por el siguiente sistema

$$\begin{aligned} S(z, t = 0) &= S_0(z), \quad z \in [0, H]; \\ \frac{\partial S(z, t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} F(S, \kappa(z)) &= 0, \quad t > 0, \\ S(z = 0, t) &= S_c, \quad \forall t, \\ F(S, \kappa(z)) &= 0, \quad z = H. \end{aligned} \tag{B.1}$$

siendo $S_0(z)$ el estado inicial de saturación y S_c una condición de contorno sobre la base del dominio computacional, que puede simular un flujo constante de CO₂ que entra sobre el reservorio de interés desde un punto distante de inyección. La condición de flujo nulo sobre el techo del reservorio ($z = H$), implica que el CO₂ no puede penetrar por encima de ese límite. Como el reservorio está formado por dos litologías,

la roca reservorio de alta permeabilidad y la roca sello y barreras de permeabilidad menor, la permeabilidad absoluta κ es una función de la altura z . De esta forma, la permeabilidad está dada por $\kappa(z) = K_1$ en la arenisca y $\kappa(z) = K_2$ en la lutita.

B.2. Algoritmo

El sistema de relajación asociado a la expresión (B.1) es

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \Lambda^2 \frac{\partial S}{\partial z} &= -\frac{1}{\epsilon} (v - F(S(z), \kappa(z))); \\ S(z, t = 0) &= S_0(z), \quad v(z, t = 0) = F(S_0(z), \kappa(z)), \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

con $v \in \mathbb{R}$ la variable de relajación, $\epsilon \in [0, 1]$ la razón de relajación y Λ la velocidad característica. A medida que $\epsilon \rightarrow 0^+$ la solución del sistema de relajación (B.2) debe converger hacia la solución de la ecuación de Buckley-Leverett [139].

La contraparte discreta del sistema de relajación (B.2) está dada por

$$\begin{aligned} \frac{dS_i}{dt} + \frac{v_{i+1/2} - v_{i-1/2}}{\Delta z} &= 0, \\ \frac{dv_i}{dt} + \Lambda^2 \frac{S_{i+1/2} - S_{i-1/2}}{\Delta z} &= -\frac{1}{\epsilon} (v_i - F(S_i, K_i)). \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Se sugiere referirse al trabajo de Seaid [139] para la discretización en tiempo, el cálculo de los $S_{i\pm 1/2}$ y $u_{i\pm 1/2}$ y los detalles sobre la implementación numérica.

Como el algoritmo implementado es uniformemente estable, el paso de tiempo es ajustado según

$$\Delta t = \text{CFL} \frac{\Delta z}{\Lambda^2}, \quad (\text{B.4})$$

siempre que el número de condición de Courant-Friedrichs-Lewy sea $\text{CFL} \leq 1$. Las velocidades características Λ son obtenidas en cada paso de tiempo a partir de

$$\Lambda = \max_z \left\{ \frac{\partial}{\partial z} F(S, \kappa(z)) \right\} + \tau, \quad (\text{B.5})$$

donde τ es un parámetro de resguardo que evita que Λ se acerque demasiado a cero [138; 139].

Este algoritmo fue implementado en FORTRAN-90 y ha sido validado mediante la reproducción de los resultados de los trabajos de Hayek et al. [76] y Seaid [139]. Los parámetros utilizados en el Capítulo 6 fueron una resolución de grilla $\Delta z = 0.1$ m, una número de condición $\text{CFL} = 0.5$, una razón de relajación $\epsilon = 1 \times 10^{-10}$ y un parámetro de resguardo $\tau = 1 \times 10^{-6}$ m/s.

Apéndice C

Viscoelasticidad: modelo de Zener

El estado elástico en el interior de un medio continuo puede caracterizarse por su estado de tensiones τ y su estado de deformación ϵ . Un medio se dice *viscoelástico* si su estado elástico es función explícita del tiempo y cumple con las siguientes propiedades. a) *linealidad*: a un dado tiempo las tensiones están relacionadas linealmente con las deformaciones; y b) *superposición lineal*: el efecto de las tensiones aplicadas a tiempos diferentes genera un estado elástico que es la suma directa de los estados elásticos de cada estado de tensión intermedio [140]. Los medios viscoelásticos se dicen que son sólidos con *memoria* o *hereditarios* debido a que la tensión en un tiempo t depende (linealmente) de la deformación en todos los instantes *previos*; y porque la influencia de un valor de deformación sobre la tensión es inversamente proporcional al tiempo transcurrido desde su aplicación [32].

C.1. Modelos mecánicos simples

En la construcción de modelos viscoelásticos se utilizan los elementos mecánicos del resorte de Hooke (componente elástica) y del amortiguador newtoniano (componente viscosa). La relación constitutiva para el resorte de Hooke es

$$\tau = E \epsilon, \quad (\text{C.1})$$

con E constante del resorte. Para el amortiguador newtoniano se cumple

$$\tau = \eta \dot{\epsilon}, \quad (\text{C.2})$$

siendo η la viscosidad y $\dot{\epsilon}$ representa la derivada parcial en tiempo $\frac{\partial \epsilon}{\partial t}$. Estos elementos van acoplados en serie y/o paralelo para dar lugar a los distintos modelos viscoelásticos [140].

La regla de combinación para dos elementos en *serie*, indicados por los subíndices 1, 2, donde cada componente está bajo el mismo régimen de tensión, está dada por

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 \quad \text{y} \quad \tau_1 = \tau_2, \quad (\text{C.3})$$

mientras que para los elementos en *paralelo*, donde la deformación es la misma sobre cada componente, la regla de combinación es

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 \quad \text{y} \quad \epsilon_1 = \epsilon_2. \quad (\text{C.4})$$

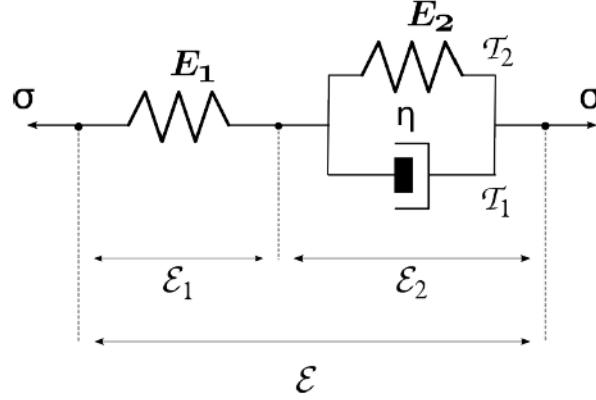


Figura C.1. Modelo de Zener.

C.2. Standard linear solid (Zener)

En el modelo *standard linear solid* o de Zener, la ecuación diferencial del modelo resulta del sistema (Figura C.1),

$$\begin{aligned}\epsilon &= \epsilon_1 + \epsilon_2 \\ \tau &= E_1 \epsilon_1 = \tau_1 + \tau_2 = E_2 \epsilon_2 + \eta \dot{\epsilon}_2\end{aligned}$$

Eliminando de este sistema las referencias a las deformaciones ϵ_i resulta,

$$\begin{aligned}\tau &= E_1 \left(\epsilon - \frac{\tau}{E_2} \right) + \eta \left(\dot{\epsilon} - \frac{\dot{\tau}}{E_2} \right) \\ \left(1 + \frac{E_1}{E_2} \right) \tau + \frac{\eta}{E_2} \dot{\tau} &= E_1 \epsilon + \eta \dot{\epsilon} \\ \tau + \left(\frac{\eta}{E_1 + E_2} \right) \dot{\tau} &= \frac{E_2}{E_1 + E_2} (E_1 \epsilon + \eta \dot{\epsilon}) \\ \tau + \gamma_\tau \dot{\tau} &= \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \left(\epsilon + \frac{\eta}{E_1} \dot{\epsilon} \right) \\ &= M^r (\epsilon + \gamma_\epsilon \dot{\epsilon});\end{aligned}$$

con $\gamma_\tau = \frac{\eta}{E_1 + E_2}$ el tiempo de relajación a deformación constante, $\gamma_\epsilon = \frac{\eta}{E_1}$ el tiempo de relajación a tensión constante [35] y $M^r = \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$ el módulo relajado para el estado de equilibrio de las tensiones. La ecuación diferencial del modelo puede expresarse luego como

$$\tau + \gamma_\tau \dot{\tau} = M^r (\epsilon + \gamma_\epsilon \dot{\epsilon}), \quad (\text{C.5})$$

El módulo complejo se obtiene al aplicar la transformada de Fourier, $\epsilon \Leftrightarrow \hat{\epsilon}$, $\tau \Leftrightarrow \hat{\tau}$ en la ecuación diferencial (C.5) [32],

$$\hat{\tau} (1 + i\omega\gamma_\tau) = M^r \hat{\epsilon} (1 + i\omega\gamma_\epsilon),$$

de esta forma,

$$M(\omega) = \frac{\hat{\epsilon}}{\hat{\tau}} = M^r \left(\frac{1 + i\omega\gamma_\epsilon}{1 + i\omega\gamma_\tau} \right). \quad (\text{C.6})$$

El módulo $M(\omega)$ dado por la expresión (C.6) se reduce al módulo relajado M^r cuando $\omega \rightarrow 0$ y al módulo no relajado, $M^u = M^r \left(\frac{\gamma_\epsilon}{\gamma_\tau} \right)$, en el límite $\omega \rightarrow \infty$.

Si el medio tiene densidad ρ , la velocidad de onda P compleja es [32]

$$V(\omega) = \sqrt{\frac{M}{\rho}}; \quad (C.7)$$

su velocidad de fase asociada es calculada por medio de

$$V^p(\omega) = \left(\operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{V} \right\} \right)^{-1}; \quad (C.8)$$

y el factor de calidad; o su inverso, el factor de atenuación Q^{-1} ; se obtiene de

$$Q(\omega) = \frac{\operatorname{Re}\{M\}}{\operatorname{Im}\{M\}} = \frac{1 + \omega^2 \gamma_\epsilon \gamma_\tau}{\omega(\gamma_\epsilon - \gamma_\tau)}. \quad (C.9)$$

La velocidad de fase para un modelo de Zener tiene sus valores acotados entre $\sqrt{\frac{M^r}{\rho}}$ y $\sqrt{\frac{M^u}{\rho}}$. Dado que $M^r < M^u$, la velocidad aumenta con la frecuencia. Se dice por ello que su carácter dispersivo es inverso o anómalo [32]. El factor de calidad (C.9) tiene un mínimo sobre la *frecuencia angular de resonancia*, la cual está dada por

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\gamma_\epsilon \gamma_\tau}}. \quad (C.10)$$

Para construir un modelo de Zener a partir de un modelo elástico con módulo de onda plana M^r , pueden darse su frecuencia angular de resonancia ω_0 y su factor de calidad a esa frecuencia $Q(\omega_0)$ [58]. Por medio de las relaciones (C.9) y (C.10) se obtienen luego los tiempos de relajación $\gamma_\tau, \gamma_\epsilon \geq 0$ [32]:

$$\gamma_\epsilon = \frac{1}{\omega_0 Q_0} \left(\sqrt{1 + Q_0^2} + 1 \right) \quad \text{y} \quad \gamma_\tau = \frac{1}{\omega_0 Q_0} \left(\sqrt{1 + Q_0^2} - 1 \right), \quad (C.11)$$

que son empleados para obtener el módulo complejo $M(\omega)$, y de allí la velocidad compleja y el factor de calidad.

Apéndice D

La rampa de Wolf

En este apéndice se deduce la expresión de la ecuación de onda asociada a una rampa de Wolf. Este resultado es utilizado luego para derivar los coeficientes de reflexión y transmisión a incidencia normal. La notación utilizada es la misma que la empleada originalmente por Wolf [113].

D.1. La ecuación de onda en una rampa de Wolf

Una rampa de Wolf es una región donde la velocidad $V(z)$ de las ondas P varía con la profundidad z de forma lineal y la densidad ρ se mantiene constante.

La ecuación de onda unidimensional para los desplazamientos $u(z, t)$ en una rampa de espesor h puede escribirse como [118]

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(V^2(z) \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (\text{D.1})$$

con $0 < z < h$. El sistema de coordenadas tiene la dirección $z > 0$ hacia el interior de la rampa y tiene su cero en su tope (Figura 5.2).

La velocidad de onda P en la rampa; dada por

$$V(z) = v \left(1 + \frac{k-1}{h} z \right); \quad (\text{D.2})$$

conecta un medio superior, de velocidad v , con un medio inferior, de velocidad kv con $k > 0$. Aplicando la transformada de Fourier para la variable temporal t , $u(z, t) \leftrightarrow \hat{u}(z, w)$, en la ecuación (D.1) se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(V^2(z) \frac{\partial \hat{u}}{\partial z} \right) + \omega^2 \hat{u} = 0, \quad (\text{D.3})$$

donde $w = 2\pi f$ es la frecuencia angular, y f la frecuencia. Efectuando las derivadas espaciales en la expresión (D.3) resulta en

$$2 \frac{v(k-1)}{h} V \frac{\partial \hat{u}}{\partial z} + V^2 \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial z^2} + \omega^2 \hat{u} = 0. \quad (\text{D.4})$$

Las soluciones de la ecuación (D.4) tienen la forma

$$\hat{u}(z, \omega) = V^m(z) = \left[v \left(1 + \frac{k-1}{h} z \right) \right]^m, \quad (\text{D.5})$$

donde m es un número complejo. La substitución de la ecuación (D.5) en la (D.4) da como resultado

$$\left[m(m+1) + \frac{\omega^2 h^2}{(k-1)^2 v^2} \right] V^m(z) = 0. \quad (\text{D.6})$$

Las raíces m_1, m_2 que satisfacen el término entre corchetes de la ecuación (D.6) se pueden escribir como $m_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \gamma$, definiendo $\sigma(f) = \frac{i\omega h}{(k-1)v}$ y $\gamma(f) = \sqrt{\frac{1}{4} + \sigma^2(f)}$, con $i = \sqrt{-1}$. Luego, la solución general para los desplazamientos en el dominio tiempo-frecuencia puede expresarse como combinación lineal de las soluciones de base:

$$\hat{u}(z, \omega) = C V(z)^{m_1} + D V(z)^{m_2}, \quad (\text{D.7})$$

donde las amplitudes C y D son números complejos.

D.2. El coeficiente de reflexión a incidencia normal

Se obtiene a continuación los coeficientes de reflexión y transmisión a incidencia normal asociados a la rampa de Wolf de espesor h y velocidad dada por la ley (D.2).

La transformada de Fourier de los desplazamientos de onda plana $\hat{u}(z, \omega)$, puede ser escrita en la rampa y en los semiespacios que la contienen como

$$\begin{cases} \hat{u}_u(z, \omega) = e^{-\frac{i\omega z}{v}} + \mathcal{R} e^{+\frac{i\omega z}{v}}, & z \leq 0; \\ \hat{u}_w(z, \omega) = C V(z)^{m_1} + D V(z)^{m_2}, & 0 < z < h; \\ \hat{u}_d(z, \omega) = \mathcal{T} e^{-\frac{i\omega(z-h)}{kv}}, & z \geq h. \end{cases} \quad (\text{D.8})$$

Tanto los coeficientes de reflexión y transmisión \mathcal{R} y \mathcal{T} , respectivamente, como las amplitudes C, D son cantidades complejas. El subíndice u denota el semiespacio superior, el subíndice w a la rampa de Wolf y d al semiespacio inferior.

De la continuidad de \hat{u} y $\frac{\partial \hat{u}}{\partial z}$ en el tope de la transición ($z = 0$) y en la base ($z = h$), se deduce

$$\begin{cases} 1 + \mathcal{R} & = & C + D \\ \sigma(\mathcal{R} - 1) & = & C m_1 + D m_2 \\ \mathcal{T} & = & C k^{m_1} + D k^{m_2} \\ -\sigma \mathcal{T} & = & C m_1 k^{m_1} + D m_2 k^{m_2} \end{cases} \quad (\text{D.9})$$

Multiplicando y sumando las ecuaciones del sistema (D.9), se obtienen dos ecuaciones que sólo involucran los coeficientes en la rampa:

$$\begin{cases} C(\sigma - m_1) + D(\sigma - m_2) & = & 2\sigma \\ C k^\gamma(\sigma + m_1) + D k^{-\gamma}(\sigma + m_2) & = & 0 \end{cases} \quad (\text{D.10})$$

Resolviendo el sistema (D.10) para C y D y empleando la identidad $k^\gamma = e^{\gamma \ln k}$ para escribir los resultados en términos de funciones hiperbólicas, se obtiene si $k \neq 1$

$$\begin{aligned} C &= -\frac{(\sigma + m_2) k^{-\gamma}}{2\sigma \sinh(\gamma \ln k) + 2\gamma \cosh(\gamma \ln k)}, \\ D &= \frac{(\sigma + m_1) k^\gamma}{2\sigma \sinh(\gamma \ln k) + 2\gamma \cosh(\gamma \ln k)}. \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

Luego, utilizando la primer ecuación del sistema (D.9), el coeficiente de reflexión de la rampa viene dado por

$$\mathcal{R}(f) = -\frac{1}{2\sigma + 2\gamma \coth(\gamma \ln k)}. \quad (\text{D.12})$$

De la tercer ecuación del sistema D.9, el coeficiente de transmisión es

$$\mathcal{T} = \frac{2\gamma k^{-1/2}}{2\sigma \sinh(\gamma \ln k) + 2\gamma \cosh(\gamma \ln k)}. \quad (\text{D.13})$$

Para el coeficiente de reflexión (D.12) puede además probarse,

$$\lim_{(f,h) \rightarrow 0} \mathcal{R}(f) = \frac{k-1}{k+1} \equiv \mathcal{R}_0, \quad (\text{D.14})$$

siendo \mathcal{R}_0 el coeficiente de reflexión debido al contraste de velocidad en los semiespacios que contienen a la rampa de Wolf [118]. Para el caso $k \approx 1$, el coeficiente de reflexión (D.12) asume la aproximación

$$\mathcal{R}(f) \approx \frac{\sin(|\sigma| \log k)}{2|\sigma|} e^{-\sigma \log k}. \quad (\text{D.15})$$

La ecuación (D.15) pone de manifiesto la ubicación de los mínimos y la disminución exponencial en amplitud con la frecuencia asociadas a una rampa de Wolf. Estas características son utilizadas por Liner et al. [118] con el objetivo de identificar zonas de transición en datos sísmicos.

A modo de ejemplo, en la Figura D.1 se muestra el coeficiente de reflexión y transmisión para una rampa de Wolf de $h = 50$ m que conecta un medio superior de $V = 1420$ m/s con un medio inferior de $V = 2050$ m/s ($k = 1.44$). Estos parámetros fueron usados en el Capítulo 5.

Por último vale aclarar que el coeficiente de reflexión R ; R_{pp}^w en el Capítulo 5; que aparece en [118] y [113] es el coeficiente de reflexión para la amplitud del potencial R , que está vinculado con el coeficiente de desplazamiento \mathcal{R} , por $R = -\mathcal{R}$ [25; 26; 141].

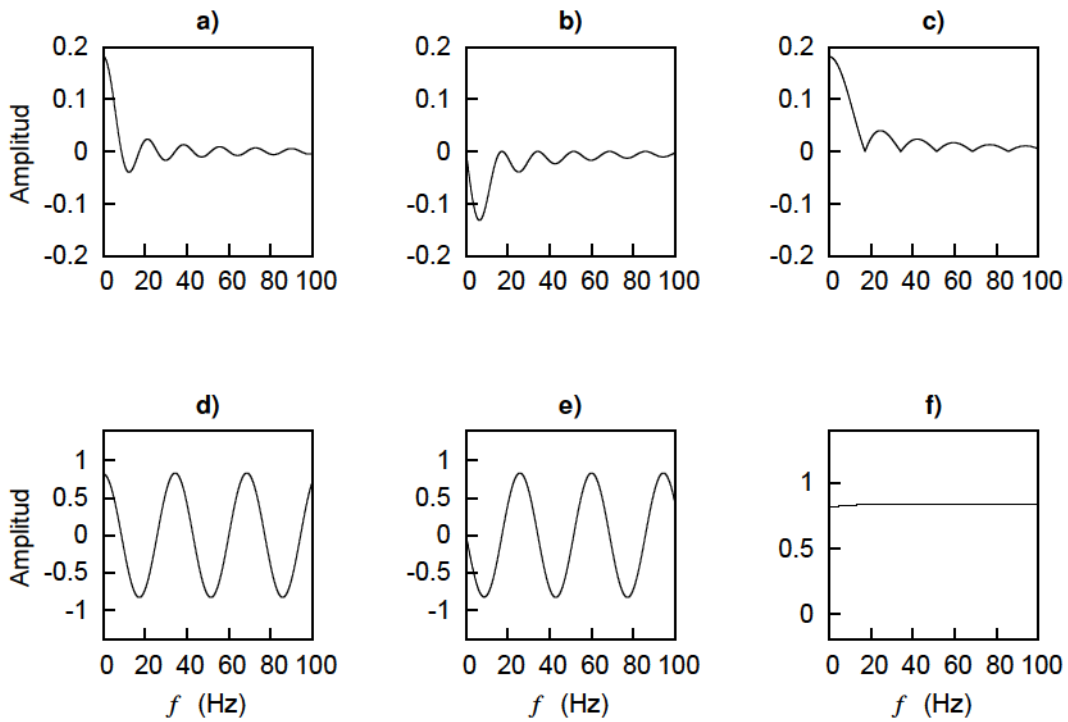


Figura D.1. Coeficiente de reflexión y transmisión a incidencia normal para una rampa de Wolf. a) parte real, b) parte imaginaria, c) módulo para el coeficiente de reflexión \mathcal{R} . d) parte real, e) parte imaginaria y f) módulo para el coeficiente de transmisión \mathcal{T} . La rampa está definida por $h = 50$ m, $V = 1420$ m/s y $k = 1.44$.

Apéndice E

Notas complementarias para el método de la reflectividad

E.1. Descripción de las matrices M y N

Es posible reescribir los coeficientes de las matrices M de la ecuación (2.71) y N de la ecuación (2.72) que aparecen en el Capítulo 2 y que involucran a la función seno en términos del parámetro del rayo sísmico p , por medio de la ley de Snell

$$\frac{\text{sen } \theta_{j-1}}{V_{P(j-1)}} = \frac{\text{sen } \theta_j}{V_{P(j)}} = \frac{\text{sen } \phi_{j-1}}{V_{S(j-1)}} = \frac{\text{sen } \phi_j}{V_{S(j)}} = p \quad (\text{E.1})$$

y de la identidad trigonométrica $\text{sen } 2\alpha = 2 \text{sen } \alpha \cos \alpha$. Por ejemplo, para el coeficiente (1,1) de la matriz M,

$$-\text{sen } \theta_{j-1} = -V_{P(j-1)} p \quad (\text{E.2})$$

y para el coeficiente (4,2) de la matriz N

$$-V_{S(k-1)} \rho_{k-1} \text{sen } 2\phi_{j-1} = -2\rho_{k-1} V_{S(k-1)}^2 p \cos \phi_{j-1}. \quad (\text{E.3})$$

De esta forma M y N adoptan la forma en la que aparecen en Aki y Richards [23] para el caso de una interfaz

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -V_{P(j-1)} p & \cos \phi_{j-1} & V_{P(j)} p & \cos \phi_j \\ -\cos \theta_{j-1} & -V_{S(j-1)} p & \cos \theta_j & -V_{S(j)} p \\ 2\rho_{j-1} V_{S(j-1)}^2 p \cos \theta_{j-1} & \rho_{j-1} V_{S(j-1)} (1 - 2V_{S(j-1)}^2 p^2) & 2\rho_j V_{S(j)}^2 p \cos \theta_j & \rho_j V_{S(j)} (1 - 2V_{S(j)}^2 p^2) \\ -\rho_{j-1} V_{P(j-1)} (1 - 2V_{S(j-1)}^2 p^2) & 2\rho_{j-1} V_{S(j-1)}^2 p \cos \phi_{j-1} & \rho_j V_{P(j)} (1 - 2V_{S(j)}^2 p^2) & -2\rho_j V_{S(j)}^2 p \cos \phi_j \end{bmatrix},$$

y

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} V_{P(j-1)} p & \cos \phi_{j-1} & -V_{P(j)} p & -\cos \phi_j \\ \cos \theta_{j-1} & -V_{S(j-1)} p & \cos \theta_j & -V_{S(j)} p \\ 2\rho_{j-1} V_{S(j-1)}^2 p \cos \theta_{j-1} & \rho_{j-1} V_{S(j-1)} (1 - 2V_{S(j-1)}^2 p^2) & 2\rho_j V_{S(j)}^2 p \cos \theta_j & \rho_j V_{S(j)} (1 - 2V_{S(j)}^2 p^2) \\ \rho_{j-1} V_{P(j-1)} (1 - 2V_{S(j-1)}^2 p^2) & -2\rho_{j-1} V_{S(j-1)}^2 p \cos \phi_{j-1} & -\rho_j V_{P(j)} (1 - 2V_{S(j)}^2 p^2) & 2\rho_j V_{S(j)}^2 p \cos \phi_j \end{bmatrix},$$

que son expresiones ligeramente más compactas para implementar numéricamente.

E.2. Desplazamientos escalados

Para una onda P plana $e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}-\omega t)}$ de amplitud S , el desplazamiento viene dado por $u = S \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)$. La energía transmitida por unidad de área y unidad de tiempo es $\rho V_P (\dot{u})^2 = \rho V_P S^2 \omega^2 \sin(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)^2$ [23], donde \dot{u} representa la derivada parcial en tiempo del desplazamiento. Luego el $\cos \theta$ de la última expresión representa la razón de la energía que atraviesa la interfaz horizontal. Lo mismo vale para la onda SV. La relación entre la igualdad del flujo entrante y saliente de una interfaz que separa los medios $j-1$ y j puede escribirse luego en términos de los coeficientes de reflexión como

$$\begin{aligned} \rho_{j-1} V_{P(j-1)} \cos \theta_{j-1} &= \rho_{j-1} V_{P(j-1)} \cos \theta_{j-1} (\overset{\downarrow}{P}\overset{\uparrow}{P})^2 + \rho_{j-1} V_{SV(j-1)} \cos \phi_{j-1} (\overset{\downarrow}{P}\overset{\uparrow}{S})^2 + \\ &+ \rho_j V_{P(j)} \cos \theta_j (\overset{\downarrow}{P}\overset{\downarrow}{P})^2 + \rho_j V_{SV(j)} \cos \phi_j (\overset{\downarrow}{P}\overset{\downarrow}{S})^2, \end{aligned} \quad (\text{E.4})$$

es decir

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{\rho_{j-1} V_{P(j-1)} \cos \theta_{j-1}}{\rho_{j-1} V_{P(j-1)} \cos \theta_{j-1}} (\overset{\downarrow}{P}\overset{\uparrow}{P})^2 + \frac{\rho_{j-1} V_{SV(j-1)} \cos \phi_{j-1}}{\rho_{j-1} V_{P(j-1)} \cos \theta_{j-1}} (\overset{\downarrow}{P}\overset{\uparrow}{S})^2 + \\ &+ \frac{\rho_j V_{P(j)} \cos \theta_j}{\rho_{j-1} V_{P(j-1)} \cos \theta_{j-1}} (\overset{\downarrow}{P}\overset{\downarrow}{P})^2 + \frac{\rho_j V_{SV(j)} \cos \phi_j}{\rho_{j-1} V_{P(j-1)} \cos \theta_{j-1}} (\overset{\downarrow}{P}\overset{\downarrow}{S})^2, \end{aligned} \quad (\text{E.5})$$

de donde se hace evidente la utilización de los coeficientes de reflexión y transmisión escalados que forman los elementos de las matrices R^d, T^d, R^u y T^u . La ecuación (E.5) implica una restricción para los elementos de la primer columna de la matriz de dispersión, construida por medio de $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} R^d & R^u \\ T^d & T^u \end{bmatrix}$. Como claramente esta restricción sobre la suma de los cuadrados de los elementos valdrá luego para el resto de las otras columnas (ondas SV incidentes y ondas P y SV transmitidas), la matriz tiene la propiedad de ser *unitaria*, $\mathbf{S}^* \mathbf{S} = \mathbf{S} \mathbf{S}^* = \mathbf{I}$ y *hermítica* (o autoadjunta) $\mathbf{S}^* = \mathbf{S}$, donde $*$ denota la conjugación compleja y transposición [142]; luego $\mathbf{S} = \mathbf{S}^{-1}$ [23].

Agradecimientos

A la Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas de la Universidad Nacional de La Plata y al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) por brindarme un lugar de trabajo y sustentar académica y económicamente esta Tesis.

A mi directora, la Dra. Claudia L. Ravazzoli por guiarme en la realización de la Tesis Doctoral, por su tiempo y dedicación.

A la Dra. Patricia Gauzellino, y los doctores Fabio Zyserman y J. Germán Rubino por revisar y mejorar sustancialmente el cuerpo de esta Tesis. Por último quiero agradecer además al Dr. J. Germán Rubino permitirme usar su subrutina para la ecuación de estado de Duan et al.

Bibliografía

- [1] United States Environmental Protection Agency (EPA). Endangerment and Cause or Contribute Findings for Greenhouse Gases Under Section 202(a) of the Clean Air Act; Final Rule. *Federal Register*, 74(239):66496–66546, December 2009.
- [2] R. Warren, J. VanDerWal, J. Price, J. A. Welbergen, J. A. Welbergen, I. Atkinson, J. Ramirez-Villegas, T. J. Osborn, A. Jarvis, L. P. Shoo, S. E. Williams, y J. Lowe. Quantifying the benefit of early climate change mitigation in avoiding biodiversity loss. *Nature Clim. Change*, 3(7):678–682, 2013.
- [3] IPCC (Intergovernmental Panel in Climate Change). *IPCC Special Report on Carbon Dioxide Capture and Storage. Prepared by Working Group III of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, 2005.
- [4] J. M. Nordbotten y M. A. Celia. *Geological Storage of CO₂*. Wiley, 2012.
- [5] V. Esteves y C. Morgado. *Carbon Capture and Storage - Technologies and Risk Management, Fossil Fuel and the Environment*, chapter 11. InTech, 2012.
- [6] S. Picotti, J. M. Carcione, D. Gei, G. Rossi, y J. E. Santos. Seismic modeling to monitor CO₂ geological storage: The Atzbach-Schwanenstadt gas field. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 117(B6):n/a–n/a, 2012.
- [7] I. Gaus, P. Audigane, L. André, J. Lions, N. Jacquemet, P. Durst, I. Czernichowski-Lauriol, y M. Azaroual. Geochemical and solute transport modelling for CO₂ storage, what to expect from it? *International Journal of Greenhouse Gas Control*, 2(4):605 – 625, 2008.
- [8] S. Bachu. CO₂ storage in geological media: Role, means, status and barriers to deployment. *Progress in Energy and Combustion Science*, 34:254–273, 2008.
- [9] S. Bachu, W. D. Gunter, y E. H. Perkins. Aquifer disposal of CO₂: Hydrodynamic and mineral trapping. *Energy Conversion and Management*, 35(4):269 – 279, 1994.
- [10] S. Lombardi, L. K. Altunina, y S. E. Beaubien, editors. *Advances in the Geological Storage of Carbon Dioxide*, volume 65 of *Nato Science Series*. Springer, 2006.
- [11] D. Barnes, B. Harrison, G. M. Grammer, y J. Asmus. CO₂/EOR and geological carbon storage resource potential in the niagaran pinnacle reef trend, lower Michigan, USA. *Energy Procedia*, 37:6786 – 6799, 2013.

BIBLIOGRAFÍA

- [12] J. M. Carcione, S. Picotti, D. Gei, y G. Rossi. Physics and seismic modeling for monitoring CO₂ storage. *Pure and Applied Geophysics*, 163:175–207, 2006.
- [13] R. Arts, R. A. Chadwick, O. Eiken, M. Trani, y S. Dortland. Synthetic versus real time-lapse seismic data at the Sleipner CO₂ injection site. *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pages 2974–2978, 2007.
- [14] R. Arts, O. Eiken, A. Chadwick, P. Zweigel, L. van der Meer, y B. Zinszner. Monitoring of CO₂ at Sleipner using time-lapse seismic data. *Energy*, 29:1383–1392, 2004.
- [15] C. G. Knott. Reflection and refraction of elastic waves with seismological applications. *Phil. Mag.*, 48:64–97, 1899.
- [16] K. Zoeppritz. On the reflection and propagation of seismic waves. *Göttinger Nachrichten*, 1:66–84, 1919.
- [17] P. Avseth, T. Mukerji, y G. Mavko. *Quantitative seismic interpretation: applying rock physics tools to reduce interpretation risk*. Cambridge University Press, 2005.
- [18] G. Partyka, J. Gridley, y Lopez J. Interpretational applications of spectral decomposition in reservoir characterization. *The Leading Edge*, 18:353–360, 1999.
- [19] G. Williams y A. Chadwick. Quantitative seismic analysis of a thin layer of CO₂ in the Sleipner injection plume. *Geophysics*, 77(6):R245–R256, 2012.
- [20] F. Gassmann. Über die elastizität poroser medien. *Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gessellschaft in Zurich*, 96:1–23, 1951.
- [21] R. Hill. Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. *J. Mech. Phys. of Solids*, 11:357–372, 1963.
- [22] G. Mavko y T. Mukerji. Bounds on low-frequency seismic velocities in partially saturated rocks. *Geophysics*, 63(3):918–924, 1998.
- [23] K. Aki y P. G. Richards. *Quantitative Seismology*. University Science Books, 2 edition, 2002.
- [24] L. M. Brekhovskik. *Waves in layered media*. Academic, New York, 2nd. edition, 1980.
- [25] T. Lay y T. C. Wallace. *Modern Global Seismology*. Academic Press, 1995.
- [26] G. Mavko, T. Mukerji, y J. Dvorkin. *The Rock Physics Handbook: Tools for Seismic Analysis of Porous Media*. Cambridge University Press, 2nd edition, 2011.
- [27] M. Batzle y Z. Wang. Seismic properties of pore fluids. *Geophysics*, 57:1396–1408, 1992.
- [28] D. L. Johnson. Theory of frequency dependent acoustics in patchy-saturated porous media. *Journal of the Acoustical Society of America*, 110(2):682–694, 2001.

- [29] Z. Wang. Fundamentals of seismic rock physics. *Geophysics*, 66(2):398–412, 2001.
- [30] J. Dvorkin, R. Nolen-Hoeksema, y A. Nur. The squirt-flow mechanism: Macroscopic description. *Geophysics*, 59(3):428–438, 1994.
- [31] J. G. Rubino y D. R. Velis. Seismic characterization of thin beds containing patchy carbon dioxide-brine distributions: A study based on numerical simulations. *Geophysics*, 76(3):R57–R67, 2011.
- [32] J. M. Carcione. *Wave Fields in Real Media. Theory and Numerical Simulation of Wave Propagation in Anisotropic, Anelastic, Porous and Electromagnetic Media*. Elsevier, Amsterdam, 2 edition, 2007.
- [33] Y. C. Fung. *Foundations on Solid Mechanics*. Prentice Hall Inc., New Jersey, 1 edition, 1965.
- [34] Claudia L. Ravazzoli. *Modelado de Fenómenos de Propagación de Ondas en Medios Disipativos*. Tesis Doctoral, Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata, 1995.
- [35] A. Ben-Menahen y S. J. Singh. *Seismic Waves and Sources*. Springer-Verlag, first edition, 1981.
- [36] M. A. Biot. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of Applied Physics*, 33:1482–1498, 1962.
- [37] J. E. White, N. G. Mikhaylova, y F. M. Lyakhovitskiy. Low-frequency seismic waves in fluid-saturated layered rocks. *Izv. Acad. Sci. USSR Phys. Solid Earth, Engl. Transl.*, 11:654–659, 1975.
- [38] Y. Liu y D. Schmitt. Amplitude and AVO responses of a single thin bed. *Geophysics*, 68(4):1161–1168, 2003.
- [39] C. L. Liner. *Elements of Seismic Dispersion: A Somewhat Practical Guide to Frequency-dependent Phenomena. SEG Distinguished Instructor Short Course, No. 15*. Society of Exploration Geophysicists, 2012.
- [40] F. S. Grant y G. F. West. *Interpretation Theory in Applied Geophysics*. McGraw-Hill Book Company, 1 edition, 1965.
- [41] W. T. Thompson. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *Journal of Applied Physics*, 21:89–93, 1950.
- [42] N. Haskell. The dispersion of surface waves in multilayered media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, pages 17–34., 1953.
- [43] J. Jocker, D. Smeulders, G. Drijkoningen, C. van der Lee, y A. Kalfsbeek. Matrix propagator method for layered porous media: Analytical expressions and stability criteria. *Geophysics*, 69(4):1071–1081, 2004.
- [44] E. S. Krebes. Seismic forward modeling. *CSEG Recorder*, 57:28–39, April 2004.

BIBLIOGRAFÍA

- [45] B. L. N. Kennett y N. J. Kerry. Seismic waves in a stratified half space. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 57:557–583, 1979.
- [46] Fernanda E. Carozzi. *Modelado y análisis de la reflectividad sísmica generalizada en medios estratificados*. Tesis de Grado, Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata, 2010.
- [47] S. R. Pride, E. Tromeur, y J. G. Berryman. Biot slow-wave effects in stratified rock. *Geophysics*, 67(1):271–281, 2002.
- [48] J. L. Gómez y C. L. Ravazzoli. Detectability analysis of miscible CO₂ in a CCS/EOR oil reservoir. *Trabajos Técnicos, VIII Congreso de Exploración y Desarrollo de Hidrocarburos, Instituto Argentino del Petróleo y del Gas (IAPG), Mar del Plata, ISBN 978-987-9139-61-5*, pages 489–503, 2011.
- [49] T. Bourbié, O. Coussy, y B. Zinszner. *Acoustic of porous media*. Technip, Paris, 1986.
- [50] T. D. Smith, C. H. Sondergeld, y C. S. Rai. Gassmann fluid substitutions: A tutorial. *Geophysics*, 68:430–440, 2003.
- [51] J. Berryman. Origin of Gassmann’s equations. *Geophysics*, 64(5):1627–1629, 1999.
- [52] A. W. Wood. *A Textbook of Sound*. MacMillan Publishing Company, 1955.
- [53] S. Domenico. Effect of brine-gas mixture on velocity in an unconsolidated sand reservoir. *Geophysics*, 41(5):882–894, 1976.
- [54] T. Cadoret, G. Mavko, y B. Zinszner. Fluid distribution effect on sonic attenuation in partially saturated limestones. *Geophysics*, 63(1):154–160, 1998.
- [55] George M Homsy. Viscous fingering in porous media. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 19(1):271–311, 1987.
- [56] R. A. Chadwick, P. Zweigel, U. Gregersen, G. A. Kirby, S. Holloway, y P. N. Johannessen. Geological reservoir characterization of a CO₂ storage site: The Utsira Sand, Sleipner, northern North Sea. *Energy*, 29:1371–1381, 2004.
- [57] R. A. Chadwick, R. Arts, y O. Eiken. 4D seismic quantification of a growing CO₂ plume at Sleipner, North Sea. *Petroleum Geology: North-West Europe and Global Perspectives-Proceedings of the 6th Petroleum Geology Conference*, pages 1385–1399, 2005.
- [58] B. Quintal, S. Schmalholz, y Y. Podladchikov. Low-frequency reflections from a thin layer with high attenuation caused by interlayer flow. *Geophysics*, 74(1):N15–N23, 2009.
- [59] S. Picotti, J. M. Carcione, J. G. Rubino, J. E. Santos, y F. Cavallini. A viscoelastic representation of wave attenuation in porous media. *Computers & Geosciences*, 36(1):44–53, 2010.

- [60] J. G. Rubino, J. E. Santos, S. Picotti, y J. M. Carcione. Simulation of upscaling effects due to wave-induced fluid flow in biot media using the finite-element method. *Journal of Applied Geophysics*, 62(3):193 – 203, 2007.
- [61] J. M. Carcione y S. Picotti. P-wave seismic attenuation by slow-wave diffusion: Effects of inhomogeneous rock properties. *Geophysics*, 71(3):O1–O8, 2006.
- [62] J. E. White. Computed seismic speeds and attenuation in rocks with partial gas saturation. *Geophysics*, 40(2):224–232, 1975.
- [63] N. C. Dutta y H. Odé. Attenuation and dispersion of compressional waves in fluid-filled porous rocks with partial gas saturation (White model). Part I: Biot theory. *Geophysics*, 44:1777–1788, 1979.
- [64] C. L. Ravazzoli y J. L. Gómez. AVA Seismic Reflectivity Analysis in Carbon Dioxide Accumulations: Sensitivity to CO₂ Phase and Saturation. *Journal of Applied Geophysics*, 73:93–100, 2011.
- [65] C. L. Ravazzoli. Analysis of reflection and transmission coefficients in three-phase sandstone reservoirs. *Journal of Computational Acoustics*, 9(4):1437 –1454, 2001.
- [66] S. Bachu. Screening and ranking of sedimentary basins for sequestration of CO₂ in geological media in response to climate changes. *Environmental Geology*, 44:277–289, 2003.
- [67] M. Meadows. Time-lapse seismic modeling and inversion of CO₂ saturation for storage and enhanced oil recovery. *The Leading Edge*, 27(4):506–516, 2008.
- [68] J. D. van der Waals. Over de continuïteit van den gas en vloeistoestand. *Dissertation, Leiden*, 1873.
- [69] D. Y. Peng y D. R. Robinson. A new two-constant equation of state. *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, 15(1):59–64, 1976.
- [70] D. B. Robinson y D. Y. Peng. *The characterization of the heptanes and heavier fractions for the GPA Peng-Robinson programs*. Gas Processors Association, 1978.
- [71] Z. Duan, N. Moller, y Weare J. An equation for the CH₄-CO₂-H₂O system: I. Pure systems from 0 to 1000C and 0 to 8000 bar. *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 56:2605–2617, 1992.
- [72] R. Span y W. Wagner. A new equation of state for carbon dioxide covering the fluid region from the triple-point temperature to 100 K at pressures up to 800 MPa. *Phys. Chem. Ref. Data*, 25:1509–1596, 1996.
- [73] Jr. McCain, W. D. *The Properties of Petroleum Fluids*. Penn Well Books, 2nd edition, 1990.
- [74] K. S. Pitzer, D. Z. Lippmann, R. F. Curl, C. M. Huggins, y D. E. Petersen. The volumetric and thermodynamic properties of fluids. ii. compressibility factor, vapor pressure and entropy of vaporization. *Journal of the American Chemical Society*, 77(13):3433–3440, 1955.

BIBLIOGRAFÍA

- [75] Z. Wang y A. Nur. Effects of CO₂ flooding on wave velocities in rocks with hydrocarbons. *SPE Reservoir Engineering*, 4(4):429–436, 1989.
- [76] M. Hayek, E. Mouche, y C. Mügler. Modeling vertical stratification of CO₂ injected into a deep layered aquifer. *Advances in Water Resources*, 32:450–462, 2009.
- [77] E. Mouche, M. Hayek, y C. Mügler. Upscaling of CO₂ vertical migration through a period layered porous medium: The capillary-free and capillary-dominant cases. *Advances in Water Resources*, 33:1164–1175, 2010.
- [78] M. C. C. Cunha, M. M. Santos, y J. E. Bonet. Buckley-Leverett mathematical and numerical models describing vertical equilibrium process in porous media. *International Journal of English Science*, 42(11-12):1289–1303, 2004.
- [79] R. H. Brooks y A. T. Corey. Properties of porous media affecting fluid flow. *Journal of the Irrigation and Drainage Division of the American Society of Civil Engineers*, 92(IR2):61–88, 1966.
- [80] A. Negara, M. F. El-Amin, y Sun S. Simulation of CO₂ plume in porous media: consideration of capillary and buoyancy effects. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling, Series B*, 2(4):315–337, 2011.
- [81] M. C. Leverett. Capillary behaviour in porous solids. *Transactions of the AIME Petrology and Engineering Division*, 142:152–169, 1941.
- [82] C. R. Z. Morgado y V. P. P. Esteves, editors. *Carbon Sequestration and Valorization*. InTech, 2014.
- [83] J. P. Castagna y M. M. Backus. *Offset-dependent reflectivity - theory and practice of AVO analysis. Investigations in Geophysics 8*. Society of Exploration Geophysicists, 1993.
- [84] W.J. Ostrander. Plane wave reflection coefficients for gas sands at non-normal angles of incidence. *Geophysics*, 49:1637–1648, 1984.
- [85] R. Shuey. A simplification of the Zoeppritz equations. *Geophysics*, 50(4):609–614, 1985.
- [86] S. Brown, G. Bussod, y P. Hagin. AVO monitoring of CO₂ sequestration: A benchtop-modeling study. *The Leading Edge*, 26(12):1576–1583, 2007.
- [87] B. Hardage y D. Silva. Seismic steps aids sequestration. *AAPG Explorer*, 2009.
- [88] P. Audigane, I. Gaus, I. Czernichowski-Lauriol, K. Pruess, y T. Xu. Two-dimensional reactive transport modelling of CO₂ injection in a saline aquifer at the Sleipner site, North Sea. *American Journal of Science*, 307:974–1008, 2007.
- [89] J. P. Castagna, H. W. Swan, y D. J. Foster. Framework for AVO gradient and intercept interpretation. *Geophysics*, 63:948–956, 1998.
- [90] A. S. Barnola y R. E. White. Gardner's relations and AVO inversion. *First Break*, 19(11):607–611, 2001.

- [91] A. Ghaderi y M. Landrø. Estimation of thickness and velocity changes of injected carbon dioxide layers from prestack time-lapse seismic data. *Geophysics*, 74:O17–O28, 2009.
- [92] I. Ramdani. Time-lapse AVO analysis for reservoir monitoring of Paluxy formation, Delhi Field, Louisiana. *First Break*, 30(5):101–105, 1989.
- [93] R. Privat y J.-N. Jaubert. *Carbon Sequestration and Valorization*, chapter Predicting the Phase Equilibria of Carbon Dioxide Containing Mixtures Involved in CCS Processes Using the PPR78 Model, pages 443–462. InTech, 2014.
- [94] R. Arts, R. A. Chadwick, O. Eiken, S. Thibeau, y S. Nooner. Ten years’s experience of monitoring CO₂ injection in the Utsira Sand at Sleipner, offshore Norway. *First Break*, pages 65–72, 2008.
- [95] J. L. Gómez, C. L. Ravazzoli, y F. E. Carozzi. Generalized reflectivity of CO₂ partially saturated layers. pages 488–492, 2010.
- [96] C. L. Ravazzoli y J. L. Gómez. *Carbon Sequestration and Valorization*, chapter Seismic Reflectivity in Carbon Dioxide Accumulations: a Review, pages 343–360. InTech, 2014.
- [97] J. Lange y H. Almoghrabi. Lithology discrimination for thin layers using wavelet signal parameters. *Geophysics*, 53(12):1512–1519, 1988.
- [98] C. Juhlin y R. Young. Implications of thin layers for amplitude variation with offset (AVO) studies. *Geophysics*, 58(8):1200–1204, 1993.
- [99] H. Ren, G. Goloshubin, y F. Hilterman. Spectra crossplot. *The Leading Edge*, 26(12):1562–1566, 2007.
- [100] R. A. Chadwick, G. Williams, N. Delepine, V. Clochard, K. Labat, S. Sturton, M. Buddensiek, M. Dillen, M. Nickel, A. Louise Lima, R. Arts, F. Neele, and G. Rossi. Quantitative analysis of time-lapse seismic monitoring data at the Sleipner CO₂ storage operation. *The Leading Edge*, 29:170–177, 2010.
- [101] S. Sturton, M. L. Buddensiek, y M. Dillen. AVO analysis of thin layers - application to CO₂ storage at Sleipner. *72nd EAGE Conference and Exhibition*, June 2010. Barcelona, Spain.
- [102] E. Causse, M. Riede, A. van Wijngaarden, A. Buland, J. Dutzer, y R. Fillon. Amplitude analysis with an optimal model-based linear AVO approximation: Part I - Theory. *Geophysics*, 72(3):C59–C69, 2007.
- [103] L. Liu, S. Cao, y L. Wang. Poroelastic analysis of frequency-dependent amplitude-versus-offset variations. *Geophysics*, 76(3):C31–C40, 2011.
- [104] J. G. Rubino, D. Velis, y Sacchi M. D. Numerical analysis of wave-induced fluid flow effects on seismic data: Application to monitoring of CO₂ storage at the Sleipner field. *J. Geophys. Res.*, 116(B3):n/a–n/a, 2011.

- [105] O. Yilmaz y S.M. Doherty. *Seismic data analysis*. Investigations in geophysics. Society of Exploration Geophysicists, 2001.
- [106] C. Puryear y J. Castagna. Layer-thickness determination and stratigraphic interpretation using spectral inversion: Theory and application. *Geophysics*, 73(2):R37–R48, 2008.
- [107] M. B. Widess. How thin is a thin bed? *Geophysics*, 38(6):1176–1180, 1973.
- [108] Shenghong Tai. *Analysis of frequency characteristics seismic reflections with attenuation in thin layer zone: methods and applications*. PhD thesis, University of Houston, December 2009.
- [109] J. G. Rubino, C. L. Ravazzoli, y J. E. Santos. Equivalent viscoelastic solids for heterogeneous fluid-saturated porous rocks. *Geophysics*, 74(1):N1–N13, 2009.
- [110] B. Quintal, H. Steeb, M. Freher, y S. M. Schmalholz. Quasi-static finite element modeling of seismic attenuation and dispersion due to wave-induced fluid flow in poroelastic media. *J. Geophys. Res.*, 116(B01201):n/a–n/a, 2011.
- [111] J. L. Gómez y C. L. Ravazzoli. Modelling the reflectivity of a carbon dioxide transition zone. *Proceedings of the Third EAGE CO₂ Geological Storage Workshop*, pages 114–118, 2012.
- [112] J. L. Gómez y C. L. Ravazzoli. Reflection characteristics of linear carbon dioxide transition layers. *Geophysics*, 77(3):D75–D83, 2012.
- [113] A. Wolf. The reflection of elastic waves from transition layers of variable velocity. *Geophysics*, 2:357–363, 1937.
- [114] R. Bortfeld. Seismic waves in transition layers. *Geophysical Prospecting*, 8(2):178–217, 1960.
- [115] P. C. Wuenschel. Seismogram synthesis including multiples and transmission coefficients. *Geophysics*, 25(1):106–129, 1960.
- [116] R. N. Gupta. Reflection of plane elastic waves from transition layers with arbitrary variation of velocity and density. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 56(3):633–642, 1966.
- [117] J. H. Justice y C. Zuba. Transition zone reflections and permafrost analysis. *Geophysics*, 51(5):1075–1086, 1986.
- [118] C. L. Liner y B. G. Bodmann. The Wolf ramp: Reflection characteristics of a transition layer. *Geophysics*, 75(5):A31–A35, 2010.
- [119] R. A. Chadwick, D. Noy, E. Lindeberg, R. Arts, O. Eiken, y G. Williams. Calibrating reservoir performance with time-lapse seismic monitoring and flow simulations of the Sleipner CO₂ plume. *8th International Conference on Greenhouse Gas Control Technologies, Trondheim, Norway*, pages 1–6, 2006.

- [120] C. Zhang y T. J. Ulrych. Estimation of quality factors from CMP records. *Geophysics*, 67(5):1542–1547, 2002.
- [121] J. L. Gómez y C. L. Ravazzoli. Seismic reflectivity of a carbon dioxide flux. *Mecánica Computacional*, 31:631–649, 2012.
- [122] J. L. Gómez y C. L. Ravazzoli. Seismic spectral monitoring of CO₂ in a geological reservoir. *Proceedings of the ENIEF*, n/a(n/a):n/a–n/a, 2013.
- [123] J. X. Deng, D. H. Han, J. Liu, y Q. Yao. Application of spectral decomposition to detect deepwater gas reservoir. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2007*, pages 1427–1431, 2007.
- [124] K. Marfurt y R. Kirlin. Narrow-band spectral analysis and thin-bed tuning. *Geophysics*, 66(4):1274–1283, 2001.
- [125] B. Zhao, D. Johnston, y W. Gouveia. Spectral decomposition of 4D seismic data. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2006*, pages 3235–3239, 2004.
- [126] T. W. A. Sulistyoti, L. Novitasari, y S. Winardhi. Thickness estimation using gradient of spectral amplitude from spectral decomposition. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2011*, pages 1923–1927, 2011.
- [127] A. E. Barnes, L. Fink, y K. Laughlin. Improving frequency domain thin bed analysis. *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2004*, pages 1929–1932, 2004.
- [128] S. E. Buckley y M. C. Leverett. Mechanics of fluid displacement in sands. *Transactions of the American Institute of Minerals and Metallogenesis Engineering*, 146:107–116, 1942.
- [129] I. R. Goumiri, J. H. Prévost, y M. Preisig. The effect of capillary pressure on the saturation equation of two-phase flow in porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 36:352–361, 2011.
- [130] E. F. Kaasschieter. Solving the Buckley-Leverett equation with gravity in a heterogeneous porous medium. *Computational Geosciences*, 3:23–48, 1999.
- [131] K. W. Katahara. Clay mineral elastic properties. *SEG Expanded abstracts*, 15(1):1691–1694, 1996.
- [132] D. H. Johnston. *Practical applications of time-lapse seismic data*. Society of Exploration Geophysicists, 2013.
- [133] C. Bird. Amplitude-variation-with frequency (AVF) analysis of seismic data over anelastic targets. Master's thesis, University of Calgary, April 2012.
- [134] S. C. Yoo. *A path to new direct hydrocarbon indicators for deep water reservoirs*. PhD thesis, Texas A&M University, August 2007.
- [135] M. A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28:168–171, 1956.

BIBLIOGRAFÍA

- [136] P. K. Sweby. High resolution schemes using flux limiters for hyperbolic conservation laws. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 21(5):995–1011, 1984.
- [137] R. K. Dubey. A composite semi-conservative scheme for hyperbolic conservation laws. *Applied Mathematics and Computation*, 215:3335–3342, 2010.
- [138] M. Herty, M. Seaïd, y A. Singh. A domain decomposition method for conservation laws with discontinuous flux function. *Applied Numerical Mathematics*, 57:361–373, 2007.
- [139] M. Seaïd. Stable numerical methods for conservation laws with discontinuous flux function. *Applied Mathematics and Computation*, 175:383–400, 2006.
- [140] S. Karato. *Deformation of earth materials. An introduction to the rheology of solid earth*. Cambridge, 2008.
- [141] R. E. Sheriff. Encyclopedic Dictionary of Exploration Geophysics. *SEG Books*, pages 1–384, 1991.
- [142] K. Hoffman y R. Kunze. *Linear Algebra*. Prentice Hall, 1971.