



Universidad Nacional de La Plata  
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

Tesis para obtener el grado académico de  
Licenciado en Astronomía

ONDAS GRAVITATORIAS PRIMORDIALES EN  
MODELOS INFLACIONARIOS NO-ESTÁNDARES

Mauro Mariani

Director: Dr. Gabriel R. Bengochea  
Codirector: Dr. Héctor Vucetich

LA PLATA, ARGENTINA  
- MARZO DE 2015 -



# Resumen

El paradigma inflacionario, constituye una pieza muy importante del modelo cosmológico de concordancia. Recientes mediciones del modo  $B$  de la polarización del Fondo Cósmico de Radiación, han abierto un gran debate sobre la existencia o no de ondas gravitatorias primordiales. De confirmarse este hallazgo, el mencionado paradigma recibiría un gran sustento adicional. Sin embargo, el modelo inflacionario estándar no puede explicar completamente la transición desde un estado inicial homogéneo e isotrópico, a uno que no tiene tales simetrías y que posee las semillas de estructura. En trabajos anteriores, se ha propuesto un colapso auto-inducido como el ingrediente faltante en Inflación. La mayoría de los análisis realizados, incorporando esta hipótesis de colapsos, fueron desarrollados para calcular el espectro de perturbaciones escalares, y dentro del marco de una gravedad semi-clásica, en donde los modos tensoriales son, a primer orden en la teoría de perturbaciones, idénticamente nulos (y despreciables a segundo orden). En esta Tesis, trabajando en términos de una cuantización conjunta de las perturbaciones de la materia y las de la métrica, se calcula, por primera vez, el espectro primordial para las perturbaciones tensoriales, y el parámetro  $r$ , que caracteriza la amplitud de ondas gravitatorias primordiales que resultarían de considerar el colapso auto-inducido como parte de la fase inflacionaria. Los resultados obtenidos muestran que, en este formalismo de cuantización, es posible obtener modos tensoriales no nulos a primer orden en las perturbaciones, similares al caso estándar, y además compatibles con las observaciones actuales.



# Abstract

The inflationary paradigm is an important cornerstone of the concordance cosmological model. Recent measurements of the Cosmic Microwave Background  $B$ -mode polarization have opened a debate about the existence of primordial gravitational waves. If this finding is confirmed, the above mentioned paradigm will receive significant additional support. However, standard inflation cannot fully address the transition from an early homogeneous and isotropic stage, to another one lacking such symmetries corresponding to our present universe. In previous works, a self-induced collapse of the wave function has been suggested as the missing ingredient of inflation. Most of the analysis regarding the collapse hypothesis has been solely focused on the characteristics of the spectrum associated to scalar perturbations, and within a semiclassical gravity framework where tensor modes are, at first-order in perturbation theory, identically zero (and negligible at second-order). In this Thesis, working in terms of a joint metric-matter quantization for inflation, it is calculated, for the first time, the tensor power spectrum and the tensor-to-scalar ratio  $r$  corresponding to the amplitude of primordial gravitational waves resulting from considering the self-induced collapse. The obtained results show that, under this quantization formalism, it is possible to obtain non-null tensor modes at first-order in perturbations, similar to the standard case, and also compatible with current observations.



---

*... le deben al silencio la voz los ruiseñores...*

Silvio Rodríguez

Nada de esto es un logro personal. Ni lo que ocurrió hasta aquí, ni lo que ocurrirá de aquí en más. Es cierto que resulta un camino largo y dificultoso, pero eso no lo convierte en un triunfo individual. Ni siquiera es, necesariamente, un triunfo a secas. Es la concreción de un objetivo colectivo, el final de una etapa, luego del trabajo y sacrificio de mucha gente, entre la que, eventualmente, me incluyo.

Para empezar, es la evidencia concreta de una voluntad nacional y, como dice un amigo, no hay persona en este país que no pague el IVA. Desde ese punto en adelante, esto es cualquier cosa menos un logro personal. En consecuencia, este escrito, más que una página de agradecimientos, es una lista de acreedores. Y cuando digo acreedores, quiero decir que soy privilegiado al poder estudiar, quiero decir que otros no pueden, y quiero decir que, como privilegiado, tengo responsabilidades y deudas para con el resto de la sociedad. En principio, entonces, debo agradecer el haber podido estudiar en una Universidad pública y gratuita.

Esto, repito, no es un premio, es el final de una etapa, y el camino fue compartido. Y ese compartir es lo que hace posible transitarlo y lo que le da valor. Nunca estuve solo. Por eso, me gustaría agradecer a aquellas personas que, más tarde o más temprano, me han acompañado, me han ayudado, me han alegrado, me han guiado...

A mi familia quiero agradecerle especialmente, siempre ha estado presente, siempre me ha apoyado y acompañado.

A Maite, que tanta tanta no-soledad me ha regalado.

A Juani e Irina, muchas cosas comenzaron con ellos y aún continúan, perennes.

A Yani, compañera durante años, por muchas eñes más.

A mucha gente importante, que debe ya saber que estoy hablando de ellos: Tincho, Kei, Nacho, Tiara, Juli, Armando, Caro, Eze, Lupe, Campu, Peco, Manu, Octi, Mauro, Tomi, Santi, Ale... y muchos etcéteras. Todos ellos son parte responsable de que estos años hayan sido lo que fueron; y no por amontonar nombres el agradecimiento es menor.

A los compañeros de Inti, que tanto me han y siguen enseñando, y que constantemente me recuerdan que las cosas no son así, las cosas están así y se pueden cambiar.

A los cerebros, las manos y los pies del RAnEA, del EnEA y del ENEA, que nunca se cansan de abrir nuevas puertas.

A Sapukai y su gente, siempre detrás de una pelota.

A Sixto, por darme la posibilidad de aprender astronomía lejos de las aulas.

A Ale Paola, de quien siempre se aprende algo nuevo.

A Milva, que en este corto tiempo, tan bien me ha recibido.

A mi Director, Gabriel Bengochea, y a Gabriel León. Ellos dos, de un tiempo a esta parte, han construido, junto conmigo, este trabajo, ayudándome mucho y enseñándome, de a poco, a encarar un trabajo de investigación. También a Héctor *Pipi* Vucetich, Codirector de esta Tesis, que ha permitido que este trabajo salga adelante.

Empecé con un verso de un artista lejano y cercano, termino de igual manera:

*¿Qué otra genealogía puede importarme? ¿En qué árbol mejor me apoyaría?*

José Saramago

---





# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Generalidades cosmológicas</b>	<b>5</b>
2.1. La métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker . . . . .	7
2.2. Las ecuaciones de Friedmann . . . . .	8
2.3. Distancias y horizontes . . . . .	12
2.4. Tiempo conforme . . . . .	14
<b>3. Inflación estándar</b>	<b>17</b>
3.1. Problemas tradicionales del Big Bang . . . . .	17
3.1.1. Problema de planitud . . . . .	18
3.1.2. Problema del horizonte . . . . .	19
3.2. Problema de las inhomogeneidades . . . . .	20
3.3. Propuesta de Inflación . . . . .	21
3.4. El campo escalar Inflatón . . . . .	24
3.5. Condiciones de <i>slow roll</i> . . . . .	26
3.6. Perturbaciones cosmológicas . . . . .	28
3.7. Estudio de las perturbaciones escalares en el enfoque estándar . . . . .	31
3.8. Las anisotropías y la polarización del FCR . . . . .	35
<b>4. Inflación y la propuesta de colapso auto-inducido</b>	<b>41</b>
4.1. El problema fundamental del enfoque estándar . . . . .	41
4.2. Propuesta de colapso auto-inducido . . . . .	42
<b>5. Ondas gravitatorias en Inflación</b>	<b>45</b>
5.1. Presentación de las perturbaciones tensoriales . . . . .	46
5.2. Cuantización de las perturbaciones tensoriales . . . . .	47
5.3. Predicciones para el espectro de las perturbaciones tensoriales . . . . .	53
5.4. El espectro de potencias para las perturbaciones escalares y el parámetro $r$ . . . . .	55
<b>6. Conclusiones</b>	<b>59</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>63</b>



# Capítulo 1

## Introducción

El estudio de la cosmología inflacionaria quedó consolidado en el año 1981 con la publicación del trabajo de Alan H. Guth [20], donde se postula que el universo, durante sus primeras etapas, experimentó una expansión acelerada. Este trabajo surgió como respuesta a los problemas, por ejemplo, del horizonte y de planitud, que evidenciaba el modelo del Big Bang. Existen, a su vez, trabajos previos, como los de V. F. Mukhanov y G. V. Chibisov [41, 7] y el de A. A. Starobinsky [63], que también abordan las problemáticas del modelo del Big Bang tradicional. A partir de aquí, se estableció como modelo estándar la concepción de un universo en cuyas primeras etapas haya ocurrido una etapa de Inflación. Posteriormente, en el año 1982, con los trabajos de Andrei D. Linde, Andreas Albrecht y Paul J. Steinhardt [2, 38], aparecieron las versiones inflacionarias viables, que condujeron a las versiones actuales. Por otro lado, se descubrió que, además, estos modelos podían resolver una dificultad que inicialmente no había sido considerada: el problema del surgimiento de las inhomogeneidades primordiales, las cuales, al evolucionar, habrían dado lugar a la formación de la estructura cósmica (galaxias, cúmulos de galaxias y supercúmulos de galaxias). El posterior desarrollo de estos modelos inflacionarios generó diversas predicciones teóricas, que se han ido corroborando, fundamentalmente, con las, cada vez más precisas, observaciones del Fondo Cósmico de Radiación (FCR). Asimismo, en el marco de estos modelos, también se suele estudiar la posibilidad de que durante la etapa de Inflación, además de las inhomogeneidades de los campos de materia, también se hayan amplificado ondas gravitatorias primordiales.

En términos observacionales, dichas inhomogeneidades primordiales dejaron sus efectos impresos en las pequeñas anisotropías en la temperatura que muestra, hoy, el Fondo Cósmico de Radiación. En los modelos inflacionarios tradicionales, el surgimiento de dichas anisotropías se suele explicar mediante perturbaciones cuánticas de un campo escalar denominado Inflatón, las cuales, durante este período inflacionario, fueron amplificadas por la gravedad. Este proceso se puede describir de manera resumida de la siguiente manera. Durante la época inflacionaria, el campo escalar Inflatón presentaba pequeñas inhomogeneidades (i.e. perturbaciones), las cuales son tratadas cuánticamente. Debido a la expansión exponencial que caracteriza esta etapa, las longitudes de onda asociadas a estas perturbaciones fueron estiradas hasta tamaños mayores que el radio de Hubble. En este punto, las amplitudes de estas perturbaciones se *congelaron*, y pasaron de un régimen cuántico a uno clásico. Finalmente, estas perturbaciones, ahora con un comportamiento clásico, son identificadas con las semillas primordiales de la estructura cósmica, a partir de las cuales se formó toda la estructura que hoy observamos en el universo.

En general, dicha explicación es la que suele darse en los trabajos tradicionales. Sin embargo, ésta presenta diversas dificultades conceptuales, algunas de las cuales son, en gran parte, las motivaciones para el desarrollo de esta Tesis. Estas dificultades se describieron ori-

ginalmente en un trabajo de Alejandro Perez, Hanno Sahlmann y Daniel Sudarsky del año 2006 [48]. El problema fundamental que se expone en dicho trabajo surge a partir de que el modelo inflacionario estándar no provee una explicación satisfactoria sobre la transición que ocurre desde un estado homogéneo e isotrópico, correspondiente al universo primitivo, hacia un estado posterior inhomogéneo y anisotrópico, que concuerde con los datos observacionales en los cuales se observa la existencia de estructura. A su vez, en dicho trabajo se propone un mecanismo novedoso con el objetivo de resolver esta dificultad. Esta propuesta es la *hipótesis de colapso auto-inducido*. En resumen, se propone que, durante la época inflacionaria, el estado cuántico inicial del universo colapsa a un estado posterior, de manera análoga al colapso que ocurre para una función de onda cuando se realiza una medición sobre el sistema<sup>1</sup>. De esta manera, si el estado inicial posee ciertas simetrías y el estado post-colapso no las posee, durante el colapso ocurrirá el rompimiento de estas simetrías. Mediante esta hipótesis se modela una descripción paramétrica y fenomenológica del mecanismo de colapso, sin detallar, por el momento, los procesos físicos intrínsecos a dicho colapso.

Bajo este enfoque de la propuesta de colapso se han realizado diversos trabajos con resultados satisfactorios, e.g. [11, 12, 34, 36], y también se han puesto cotas observacionales a algunos de estos modelos [31]. Sin embargo, en todos ellos, sólo se han estudiado cuestiones relacionadas con las perturbaciones escalares. Dichas perturbaciones son las encargadas de generar las inhomogeneidades en la densidad de energía-materia, que luego evolucionaron hasta formar la estructura actual de nuestro universo. Además, en la mayoría de estos trabajos, al plantear las ecuaciones de Einstein para las perturbaciones, se ha trabajado cuantizando sólo las perturbaciones del campo escalar Inflatón, y dejando como una cantidad clásica las perturbaciones de la métrica. Por esto es que este enfoque es denominado gravedad semi-clásica. A su vez, las perturbaciones tensoriales de la métrica, bajo este enfoque de gravedad semi-clásica, resultan nulas o prácticamente despreciables, y en consecuencia, no deberían detectarse ondas gravitatorias primordiales.

Por otro lado, a principios del año 2014, el experimento BICEP2 ha publicado resultados de sus observaciones del Fondo Cósmico de Radiación [1], en los cuales se afirma haber detectado (a escalas angulares bien determinadas) un tipo particular de polarización de la radiación, denominado modo  $B$ , que, en el marco de este modelo, sólo puede explicarse a través de la existencia de ondas gravitatorias durante la época inflacionaria. Algunos meses después, se publicaron resultados de las observaciones del satélite Planck [50], donde se sostiene que esta detección no puede aún ser confirmada, puesto que la contribución a la polarización debido a polvo en nuestra galaxia pudo haber contaminado dicha observación. Esta controversia respecto a la detección del modo  $B$  de polarización, y en consecuencia, respecto a la existencia de ondas gravitatorias primordiales, aún no ha sido resuelta, y esta Tesis se enmarca en dicho contexto.

En base a lo expuesto anteriormente, esta Tesis de Licenciatura tiene como objetivo central el estudio de las ondas gravitatorias durante el período de Inflación, bajo la propuesta de colapso auto-inducido. Sin embargo, debido a lo mencionado anteriormente, no recurriremos al enfoque de gravedad semi-clásica, sino que realizaremos la cuantización de la manera que se efectúa en el modelo de Inflación estándar, donde se cuantizan tanto las perturbaciones de la métrica como las del campo escalar Inflatón. En este sentido, seguiremos las ideas que se encuentran en el trabajo presentado por Alberto Diez-Tejedor, Gabriel León y Daniel Sudarsky en el año 2013 [12]. En particular, nuestro interés reside en averiguar si bajo la

---

<sup>1</sup>Vale aclarar que esta analogía entre el colapso auto-inducido y una medición convencional no es totalmente válida, dado que, en el primer caso, los conceptos de *observador*, *aparato de medición*, etc., no se pueden definir de manera satisfactoria; en próximos Capítulos veremos con mayor detalle esta problemática

---

hipótesis de colapso, y cuantizando tanto las perturbaciones de la métrica como del campo escalar Inflatón, es posible obtener modos tensoriales no nulos a primer orden en las perturbaciones. Para ello, nuestro objetivo será calcular el espectro de potencias adimensional de las perturbaciones tensoriales primordiales, y a partir de este, y junto con el resultado del espectro de potencias de las perturbaciones escalares, obtener el parámetro  $r$ . Este parámetro se define como el cociente entre ambos espectros y permite estudiar, de manera compacta, la existencia de los modos tensoriales. Los resultados que obtengamos para estas cantidades actuarán, dentro de este modelo, como predicciones teóricas que podrán ser contrastadas con las observaciones del Fondo Cósmico de Radiación y con los resultados de otros modelos.

Para realizar este trabajo, realizaremos un acercamiento progresivo a la temática central de esta Tesis, desarrollando en los sucesivos capítulos los conocimientos relevantes y necesarios para tal fin. En consecuencia, organizaremos esta Tesis de la siguiente manera:

- En el **Capítulo 2** presentaremos una introducción al modelo cosmológico estándar. Para ello, realizaremos un breve *racconto* histórico del desarrollo de este modelo, además de exponer las principales herramientas teóricas y evidencias observacionales involucradas. También, describiremos superficialmente las principales características de nuestro universo en el marco de este modelo.
- En el **Capítulo 3** mostraremos las principales dificultades que ha debido afrontar el modelo cosmológico estándar e introduciremos la propuesta de Inflación como manera de resolverlas. En este sentido, presentaremos y desarrollaremos el modelo del campo escalar Inflatón con condiciones *slow roll*. Además introduciremos la Teoría lineal de perturbaciones en Relatividad General, herramienta que nos permitirá estudiar las perturbaciones primordiales. Por otro lado, expondremos las principales características del Fondo Cósmico de Radiación y los resultados observacionales más relevantes a los fines de esta Tesis. Finalmente, mostraremos los resultados que se obtienen en el estudio de las perturbaciones primordiales bajo el enfoque de Inflación estándar.
- En el **Capítulo 4** mostraremos los problemas que evidencia el enfoque estándar en el tratamiento de las perturbaciones, y presentaremos la propuesta de colapso auto-inducido como posible solución.
- En el **Capítulo 5** presentaremos el desarrollo del objetivo central de esta Tesis. Es decir, el estudio del espectro de potencias de las perturbaciones tensoriales durante la época de Inflación bajo la propuesta de colapso. Luego, comparando este resultado con el espectro de potencias de las perturbaciones escalares, calcularemos el parámetro  $r$  y expondremos las implicancias de este resultado.
- Por último, en el **Capítulo 6** realizaremos un resumen del trabajo realizado en esta Tesis, expondremos los resultados obtenidos y presentaremos conclusiones.



## Capítulo 2

# Generalidades cosmológicas

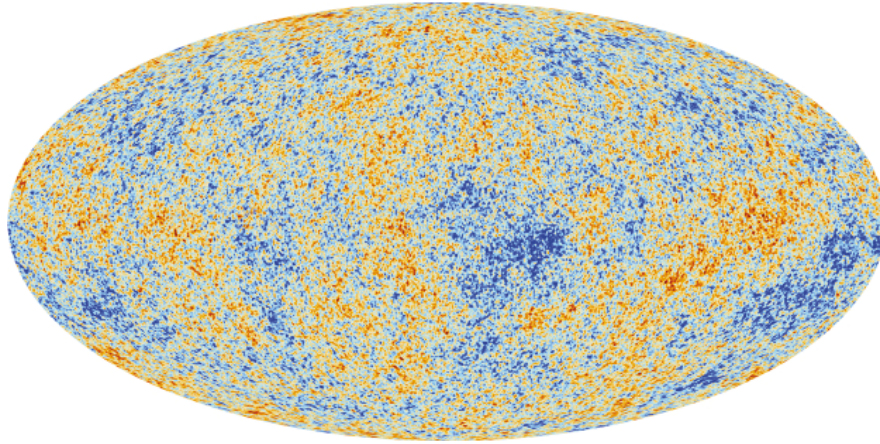
La Cosmología es el estudio físico del universo como un todo, su estructura, su origen y su evolución. A lo largo de la historia de la humanidad, todas las culturas han tenido ideas y sistemas para describir el universo, su organización y sus leyes. La concepción estándar actual del universo tiene sus orígenes en los principios del siglo XX. Esta concepción, en parte, comenzó con la observación de las galaxias distantes por parte del sacerdote y astrónomo Georges Lemaître en 1927 [32]. Las galaxias observadas mostraban un corrimiento al rojo en sus espectros, y este corrimiento era mayor cuanto más lejanas parecían estar las galaxias. Lemaître ofreció una interpretación para este resultado, proponiendo que estas galaxias se estaban alejando de la Vía Láctea debido a que el universo se estaba expandiendo. Edwin Hubble también llegó a esta conclusión unos años más tarde, en 1929 [25]. A partir de estos años, y en adelante, se asentó la idea de que el universo, como un todo, se está expandiendo y en su expansión, a grandes escalas, arrastra a la materia que en él se encuentra. Este primer paso en la concepción actual del universo se puede resumir en la famosa *ley de Hubble*, que también fue propuesta originalmente por Lemaître:

$$v = H_0 d. \quad (2.1)$$

Aquí se propone que la velocidad,  $v$ , de alejamiento de las galaxias es proporcional a la distancia,  $d$ , a la que estas se encuentran de nosotros. La constante de proporcionalidad,  $H_0$ , es la constante de Hubble, que expresa la tasa de expansión del universo. Esta ley, originalmente empírica, puede predecirse a partir del tratamiento teórico.

Una de las principales evidencias experimentales del modelo cosmológico del Big Bang, es la existencia del Fondo Cósmico de Radiación (FCR). Este fue predicho teóricamente por George Gamow [19], y detectado por primera vez, accidentalmente, en 1965, por los físicos estadounidenses Arno A. Penzias y Robert W. Wilson [47]. El FCR es radiación electromagnética, y su origen puede resumirse muy brevemente de la siguiente manera. Puesto que el modelo del Big Bang supone al universo en expansión, con el transcurrir del tiempo la temperatura del mismo decrece. Al comienzo de esta historia, las partículas (e.g. electrones, protones, neutrones, fotones, etc) forman un plasma muy acoplado. Los fotones son dispersados (a través de colisiones Thomson con los electrones libres), hasta el momento en que la temperatura decreció lo suficiente ( $T \sim 3200\text{K}$ ) como para permitir que protones y electrones se combinaran formando átomos estables, fundamentalmente de hidrógeno neutro. Este proceso tiene como consecuencia que, aproximadamente, a los 380000 años después del Big Bang, se produzca lo que se conoce como el momento del desacople de la materia y la radiación. A partir de esa época, los fotones no encuentran prácticamente electrones libres para hacer colisiones y pueden viajar libremente, siguiendo la expansión del universo, y constituyendo lo que hemos llamado el FCR. En términos generales, esta radiación se observa en

todas direcciones y corresponde con gran precisión al espectro térmico de un cuerpo negro a  $T_0 = 2.7255 \pm 0.0006$  K [18]. El área más activa de investigación es el estudio de sus anisotropías: pequeñas fluctuaciones en intensidad (temperatura) de una dirección a otra en el cielo. Estas fluctuaciones en la temperatura relativas a la media son del orden de  $\delta T/T_0 \sim 10^{-5}$ , y se interpretan como pequeñas perturbaciones primordiales, que luego evolucionaron hasta lo que hoy es la estructura a gran escala de nuestro universo actual, los cúmulos y supercúmulos de galaxias. El FCR y sus anisotropías en la temperatura, detectadas por primera vez en 1992 por el satélite COBE [60], otorgan evidencias muy importantes de la época temprana del universo, en particular sobre el momento de la recombinación y el desacople de la materia y la radiación. Recientes observaciones, como las llevadas a cabo por los satélites WMAP [5] o Planck [51] han medido dichas anisotropías con una altísima resolución. En la Figura 2.1, se muestra la observación del año 2013 del satélite Planck del mapa de las anisotropías en la temperatura del FCR como ejemplo de la alta resolución en las observaciones con la que se cuenta actualmente en la Cosmología. Poder explicar cuál es el origen de estas inhomogeneidades es uno de los puntos que debe resolver cualquier modelo cosmológico, y es uno de los temas abordados en esta Tesis.



**Figura 2.1.** Mapa de las fluctuaciones en la temperatura,  $\delta T/T_0$ , del FCR. Las diferencias de colores corresponden a variaciones en la temperatura del orden de  $\delta T/T_0 \sim 10^{-5}$ . Imagen procesada por el satélite Planck, año 2013, [24].

También, a partir de la observación del FCR, se pueden estudiar otras características de nuestro universo. Como ya mencionamos, las anisotropías que se observan son pequeñas, del orden de  $10^{-5}$  respecto al valor medio. Esta gran uniformidad del FCR parece sugerir que nuestro universo, una vez descontado nuestro movimiento peculiar, es altamente isotrópico desde nuestra posición. Esto significa que los resultados que se obtengan de la observación del universo deben ser independientes de la dirección en que observemos. Esto, sin embargo, no se cumple en todos los casos, sino que es válido para grandes escalas, a partir de aproximadamente 100 Mpc. Para distancias menores sí se observan anisotropías diversas (galaxias y cúmulos de galaxias) dependiendo de la dirección en que observemos. Además, al considerar la idea de que no ocupamos una posición privilegiada en el universo, se suele adoptar la hipótesis de homogeneidad: en todo punto del espacio se tiene las mismas propiedades y se observa lo mismo que en cualquier otro. Esta hipótesis también resulta desfavorecida si trabajamos con escalas menores a 100 Mpc. De esta manera, al trabajar a escalas cosmológicas, la isotropía y la homogeneidad serán hipótesis que adoptemos para nuestro modelo, y permitirán simplificar significativamente el tratamiento teórico.



Por otro lado, el marco teórico que se adopta en la cosmología es la teoría de la Relatividad General como descripción de la gravitación. Esta teoría fue presentada por Albert Einstein en el año 1915, [17], y plantea que la materia y la geometría del espacio-tiempo están íntimamente relacionadas. La manera en que se caracteriza la geometría del espacio-tiempo es mediante una métrica  $g_{\mu\nu}$  con signatura lorentziana. Las ecuaciones de la teoría que describen esta relación son las *ecuaciones de Einstein*,

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (2.2)$$

donde  $G_{\mu\nu}$  es el tensor de Einstein, que contiene derivadas segundas de la métrica,  $G$  es la constante de gravitación universal y  $T_{\mu\nu}$  es el tensor de energía-momento. En este caso, se han elegido unidades de manera que la velocidad de la luz sea  $c = 1$ . Esta teoría resulta una descripción geométrica de los efectos gravitatorios y puede ser aplicada a sistemas astronómicos de diferente escala, desde órbitas planetarias hasta el universo entero.

En resumen, las observaciones del corrimiento al rojo de las galaxias, la detección del FCR y otras observaciones, como las mediciones de distancias luminosas a supernovas del tipo Ia [49, 55, 65] que mencionaremos más adelante, junto con la Relatividad general como marco teórico, han permitido desarrollar desde principios del siglo XX una visión del universo que se ha sintetizado en el modelo del Big Bang. Este modelo plantea, en términos generales, la idea de que el universo tuvo un evento singular inicial a partir del cual se formó el espacio-tiempo. Inmediatamente, a los  $t \sim 10^{-35}$  segundos, se habría producido una violenta y brevísima expansión acelerada, denominada *Inflación*, que constituiría el puntapié inicial. Acerca de esta fase inflacionaria, volveremos con mayor detalle en los siguientes capítulos. A partir de ese instante, y hasta el presente, el universo se ha encontrado en expansión. Este modelo logró explicar satisfactoriamente las observaciones sucesivas que se han ido realizando y se estableció como el modelo cosmológico de concordancia. En las próximas secciones describiremos, con un poco más de detalle, algunas de sus características.

A su vez, desde hace pocas décadas, observaciones y mediciones cada vez más precisas han permitido profundizar las investigaciones en el campo de la cosmología. En este contexto, han surgido diversos problemas e interrogantes respecto al modelo del Big Bang estándar y han permitido el surgimiento de nuevas ideas y teorías que intentan responder a estas dificultades. En los próximos capítulos, se plantearán algunos de estos problemas y algunas de las propuestas que han surgido para resolverlos.

## 2.1. La métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

En lo que resta de este Capítulo, seguiremos los textos [39, 66], a los que remitimos al lector interesado en una versión más detallada.

Comenzaremos caracterizando la geometría del espacio-tiempo: la métrica que describe a un universo homogéneo e isotrópico es la *métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker* (FLRW):

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left( \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \text{sen}^2\theta d\phi^2 \right). \quad (2.3)$$

Para representar esta métrica, y en todo este trabajo, utilizaremos la signatura lorentziana  $(-, +, +, +)$ . Las coordenadas  $(t, r, \theta, \phi)$  son coordenadas esféricas comóviles. Esto significa que asignan valores constantes a aquellos observadores que observan al espacio-tiempo como homogéneo e isotrópico. Estos son los observadores comóviles. La coordenada  $t$  es llamada *tiempo cósmico*, que resulta el tiempo propio de los observadores comóviles.

## 2. Generalidades cosmológicas

La cantidad  $a(t)$  es el *factor de escala*, una función del tiempo adimensional que describe la evolución del universo. Se puede profundizar en el significado de  $a(t)$  si estudiamos la distancia propia al origen de un objeto, con coordenada radial  $r$ , a un tiempo  $t$ :

$$d(r, t) = a(t) \int_0^r \frac{dr}{1 - Kr^2} = a(t)l(r). \quad (2.4)$$

Esto significa que, para un objeto comóvil que tiene coordenada radial  $r$  constante en el tiempo, la distancia a ese objeto aumentará o disminuirá según lo haga  $a(t)$ . Esto nos muestra que cualquier distancia propia en el universo es proporcional al factor de escala. Las observaciones de galaxias con corrimientos al rojo, que fueron interpretadas como una expansión del universo, resurgen en esta sección: en el marco de esta teoría, estas observaciones indican que  $a(t)$  es una función creciente en el tiempo. Además, si nuevamente consideramos objetos comóviles, sin velocidad peculiar, y derivamos respecto al tiempo cósmico la expresión de la distancia propia, podemos ver que:

$$\dot{d}(r, t) = \frac{d}{dt}d(r, t) = \dot{a}(t)l(r) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} a(t)l(r) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} d(r, t) = H(t)d(r, t), \quad (2.5)$$

con lo que se recupera la ley de Hubble, donde ahora la constante de Hubble  $H_0$  resulta ser una función del tiempo  $H(t) = \dot{a}(t)/a(t)$ , tal que  $H_0 \equiv H(t_0) = \dot{a}(t_0)/a(t_0)$ , donde  $t_0$  es el valor de  $t$  en la actualidad.

Por otro lado,  $K$  es una constante con unidades de  $[\text{longitud}]^{-2}$ , y es una medida de la curvatura espacial. En general, se normaliza de manera que solo pueda tomar los valores 1, 0 ó  $-1$ . Si  $K = 0$ , se tienen secciones espaciales planas, es decir, un universo donde la parte espacial de la métrica,  $dl^2$ , puede ser descripta como un espacio euclideo en coordenadas esféricas:

$$dl^2 = a(t)^2 \left( dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right). \quad (2.6)$$

Sin embargo, debe observarse que el espacio-tiempo sí poseerá curvatura, debido a que el factor de escala es función del tiempo. En este caso, diremos que tenemos un universo espacialmente *plano*. Si  $K = 1$ , tendremos curvatura espacial positiva, y los términos espaciales de la métrica podrán escribirse, con la transformación  $r = K^{-1/2} \text{sen} \chi$ ,  $0 < \chi < \pi$ , como los de una 3-esfera:

$$dl^2 = a(t)^2 K^{-1} \left( d\chi^2 + \text{sen}^2 \chi d\theta^2 + \text{sen}^2 \chi \text{sen}^2 \theta d\phi^2 \right). \quad (2.7)$$

A este tipo de universo se lo llama *cerrado*, pues resulta compacto: finito, pero sin frontera.

Finalmente, para  $K = -1$ , tenemos un universo con curvatura negativa. Aquí, nuevamente se puede reescribir la métrica espacial, con la transformación  $r = |K|^{-1/2} \text{senh} \chi$ ,  $0 < \chi < \infty$ , que dará una geometría hiperbólica:

$$dl^2 = a(t)^2 |K|^{-1} \left( d\chi^2 + \text{senh}^2 \chi d\theta^2 + \text{senh}^2 \chi \text{sen}^2 \theta d\phi^2 \right), \quad (2.8)$$

la cual representa un universo no-compacto, por lo que se dice que es *abierto*.

### 2.2. Las ecuaciones de Friedmann

En esta Sección, utilizaremos las ecuaciones de Einstein (2.2) para estudiar un universo descrito por la métrica FLRW. Para ello, debemos, por un lado, calcular los objetos correspondientes a partir de esta métrica; estos son: los símbolos de Christoffel, el tensor de Riemann, el tensor de Ricci y el escalar de Ricci.

Antes de continuar, aclaremos la notación que usaremos cuando trabajemos con tensores. En principio, cuando aparezcan índices en letras griegas, estos se referirán a coordenadas espacio-temporales, es decir, los índices correrán entre 0 y 3. Por el contrario, cuando los índices aparezcan en letras latinas, estos se referirán sólo a las coordenadas espaciales, es decir correrán entre 1 y 3. Por otro lado, cuando tengamos derivadas parciales usaremos coma, “,” , y para el caso de derivadas covariantes usaremos punto y coma, “;”.

Comenzamos calculando los símbolos de Christoffel,  $\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha}$ , que contienen derivadas primeras de la métrica. Se definen de la siguiente manera:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} \equiv \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}(g_{\beta\mu,\nu} + g_{\beta\nu,\mu} - g_{\mu\nu,\beta}). \quad (2.9)$$

El tensor de Riemann contiene derivadas segundas de la métrica. Se define:

$$R_{\beta\mu\nu}^{\alpha} \equiv \Gamma_{\beta\nu,\mu}^{\alpha} - \Gamma_{\beta\mu,\nu}^{\alpha} + \Gamma_{\sigma\mu}^{\alpha}\Gamma_{\beta\nu}^{\sigma} - \Gamma_{\sigma\nu}^{\alpha}\Gamma_{\beta\mu}^{\sigma}. \quad (2.10)$$

Este tensor expresa la curvatura de una determinada variedad riemanniana (variedad real, cuadrimensional, diferenciable). Este tensor tendrá todas sus componentes nulas si el espacio-tiempo no posee curvatura. Es decir, que puede ser descrito mediante geometría euclídeana.

El tensor de Ricci se obtiene de contraer el tensor de Riemann,

$$R_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\alpha\nu}^{\alpha}. \quad (2.11)$$

Este resulta un tensor simétrico, y en el caso que la dimensión del espacio-tiempo sea  $dim < 4$ , define de manera unívoca su curvatura.

El escalar de Ricci se calcula contrayendo el tensor de Ricci:

$$R \equiv g^{\mu\nu}R_{\mu\nu}. \quad (2.12)$$

Finalmente, se define el tensor de Einstein:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R. \quad (2.13)$$

Una vez que se realizan todos estos cálculos, partiendo de la métrica FLRW, ya tenemos el miembro izquierdo de las ecuaciones de Einstein, correspondiente a la descripción de la geometría del espacio-tiempo. Debido a las hipótesis de simetría adoptadas, sólo resultan no nulos los elementos diagonales del tensor de Einstein:

$$G_0^0 = -\frac{3}{a^2}(\dot{a}^2 + K), \quad (2.14)$$

$$G_1^1 = G_2^2 = G_3^3 = -\frac{1}{a^2}(2\ddot{a}a + \dot{a}^2 + K) \quad (2.15)$$

Por otro lado, para expresar el miembro derecho de las ecuaciones de Einstein, debemos calcular el tensor energía-momento  $T_{\mu\nu}$  para este caso. Para grandes escalas, la materia contenida en el universo puede ser aproximada por un fluido perfecto, para todas las etapas cosmológicas. El tensor energía-momento para un fluido perfecto es caracterizado por una densidad de energía  $\rho$ , una presión  $p$  y una cuatriveicidad  $u^{\mu}$ :

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^{\mu}u^{\nu} + pg^{\mu\nu}. \quad (2.16)$$

Debido a las hipótesis de isotropía y homogeneidad, se debe cumplir que la cuatriveicidad de este fluido sea  $u^{\mu} = (1, 0, 0, 0)$ , por lo que tendremos que el tensor energía-momento será diagonal:

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{diag}(-\rho, p, p, p). \quad (2.17)$$

## 2. Generalidades cosmológicas

---

Además, estas mismas hipótesis, generarán que  $\rho$  y  $p$  sean funciones sólo del tiempo:  $\rho = \rho(t)$ ,  $p = p(t)$ .

Con estos resultados, podemos expresar las ecuaciones de Einstein para este caso. Resultan solamente dos ecuaciones independientes:

$$\frac{3}{a^2}(\dot{a}^2 + K) = 8\pi G\rho, \quad (2.18)$$

$$\frac{1}{a^2}(2\ddot{a}a + \dot{a}^2 + K) = -8\pi Gp. \quad (2.19)$$

Si trabajamos algebraicamente con estas dos ecuaciones, podemos llegar a las *ecuaciones de Friedmann*:

$$\frac{1}{a^2}(\dot{a}^2 + K) = \frac{8\pi G}{3}\rho, \quad (2.20)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (2.21)$$

En particular, se denomina estrictamente *ecuación de Friedmann* a la ecuación (2.20). Además, combinándolas podemos obtener:

$$\dot{H} = -4\pi G(\rho + p). \quad (2.22)$$

Si bien aún no fue mencionado, es importante aclarar que las ecuaciones de Einstein admiten un término extra  $\Lambda g_{\mu\nu}$ , donde  $\Lambda \equiv \text{cte}$ , conocida como la constante cosmológica:

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}. \quad (2.23)$$

Originalmente, Einstein propuso este término con la intención de seguir ideas machianas, y de modelar un universo estático; esta idea fue descartada rápidamente, como consecuencia de los trabajos de Lemaître y Hubble ya mencionados. Sin embargo, desde fines del siglo XX, a partir de la observación de supernovas tipo Ia, se ha determinado que actualmente el universo se encuentra expandiéndose de manera acelerada,  $\ddot{a} > 0$  [49, 55, 65]. La constante cosmológica ha surgido como una alternativa para explicar este tipo de expansión. Si trasladamos este término al miembro derecho de la igualdad, y consideramos el caso de un fluido perfecto, podemos interpretar este término de manera que represente una presión y una densidad de energía:

$$p_\Lambda = -\frac{\Lambda}{8\pi}, \quad \rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi}. \quad (2.24)$$

La ecuación de Friedmann (2.20) nos permite describir cómo será la evolución del universo en función de las componentes de este. Esta ecuación nos muestra que, según el valor de la densidad de energía, tendremos distinta curvatura espacial y distinta evolución para el factor de escala. En particular, esta ecuación se puede reescribir:

$$\rho(t) = \rho_{\text{crítica}}(t) + \frac{3K}{8\pi G a^2(t)}, \quad \text{con} \quad \rho_{\text{crítica}}(t) = \frac{3H(t)^2}{8\pi G}. \quad (2.25)$$

La densidad crítica depende de  $H(t)$ . Para la actualidad  $\rho_c \equiv \rho_{\text{crítica}}(t_0) = 3H_0^2/8\pi G$ . Como ya mencionamos, el valor de la constante de curvatura espacial depende de  $\rho$ . Por consiguiente:

$$\begin{cases} \rho < \rho_c & \Rightarrow & K < 0 \\ \rho = \rho_c & \Rightarrow & K = 0 \\ \rho > \rho_c & \Rightarrow & K > 0. \end{cases}$$

Se define el parámetro de densidad  $\Omega(t)$  como:

$$\Omega(t) \equiv \frac{\rho(t)}{\rho_c(t)}. \quad (2.27)$$

Por lo tanto, si  $\Omega = 1$ , tendremos un universo plano; si  $\Omega < 1$ , tendremos un universo abierto; y si  $\Omega > 1$ , tendremos un universo cerrado.

Otra ecuación que resulta de interés es la que se obtiene de aplicar la conservación local del tensor energía-momento:

$$T_{\mu;\nu}^{\nu} = 0, \quad (2.28)$$

que en este caso toma la forma:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (2.29)$$

Ahora, debemos plantear qué tipo de componentes conocidas podemos encontrar en el universo, de manera de contar con la ecuación de estado  $p(\rho)$ , necesaria para resolver estas ecuaciones. Esquemáticamente, contemplaremos los siguientes posibles casos:

- Materia no relativista (materia fría): cumple que  $v \ll c$ , con lo que  $p \ll \rho$ , y se suele aproximar por  $p = 0$ . Utilizando (2.28), se obtiene  $\rho \propto a^{-3}$ .
- Materia relativista (materia caliente, i.e. radiación): cumple  $p = \rho/3$ . Utilizando (2.28), se obtiene  $\rho \propto a^{-4}$ .
- Energía de vacío (o una constante cosmológica,  $\Lambda$ ): cumple  $\rho \equiv cte$  y  $p = -\rho$ .

Aquí vemos que, para distintas fases en la evolución del universo, serán dominantes diferentes componentes. En las etapas más tempranas, la radiación resultaba dominante. Luego, en algún momento, la densidad de energía de la radiación disminuyó lo suficiente, de manera que la componente de materia no relativista comenzó a dominar la evolución del universo. Actualmente, se detecta que algo muy similar a una constante cosmológica es la componente dominante de nuestro universo, y es lo que, genéricamente, hoy se denomina *energía oscura* [26].

Además, se puede ver que, usando la ecuación (2.20), según qué componente domine, tendremos la siguiente evolución para el factor de escala:

- Universo dominado por materia:  $a(t) \propto t^{2/3}$ .
- Universo dominado por radiación:  $a(t) \propto t^{1/2}$ .
- Universo dominado por constante cosmológica: se tiene  $\ddot{a}(t) > 0$  y  $a(t) \propto e^{\lambda t}$ .

Este planteo, mediante diversas componentes, nos permite seguir trabajando con la ecuación de Friedmann (2.20). Podemos expresar a la densidad total como la suma de las distintas componentes:

$$\rho = \rho_{\text{mat}} + \rho_{\text{rad}} + \rho_{\Lambda}, \quad (2.30)$$

y de manera análoga con el parámetro de densidad:

$$\Omega = \Omega_{\text{mat}} + \Omega_{\text{rad}} + \Omega_{\Lambda}, \quad (2.31)$$

donde  $\Omega_i \equiv \rho_i/\rho_c$ . Esto nos lleva, por un lado, a que la ecuación de Friedmann tome la forma:

$$\Omega(t) = 1 + \frac{K}{H(t)^2 a(t)^2}. \quad (2.32)$$

## 2. Generalidades cosmológicas

---

Por lo tanto, si  $K \neq 0$  y  $\Omega(t_i) < 1$  (o  $\Omega(t_i) > 1$ ), para algún valor inicial  $t_i$ ,  $\Omega(t)$  permanecerá, al evolucionar en el tiempo, siempre menor (o mayor) que uno. En cambio, si  $\Omega(t_i) = 1$ , y en consecuencia  $K = 0$ ,  $\Omega(t)$  permanecerá constante para todo tiempo.

Por otro lado, si llamamos  $\rho_K = -3K/8\pi a^2$ , tendremos:

$$\rho_c = \rho_{\text{mat}} + \rho_{\text{rad}} + \rho_\Lambda + \rho_K, \quad (2.33)$$

con lo que:

$$\Omega_K + \Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1. \quad (2.34)$$

Diversas observaciones han establecido valores posibles para cada componente de nuestro universo en la actualidad.

Por ejemplo, a partir de la observación del FCR, se pudo conocer la densidad de energía de la radiación. Se observa que, en el presente, la componente de radiación es despreciable en relación a la densidad de materia o de energía oscura,  $\Omega_r \approx 10^{-5}$  [51].

En relación a la componente de materia, se observa que sólo un bajo porcentaje de esta se presenta como *materia bariónica*,  $\Omega_b$ , es decir, constituida por átomos y luminosa. Existe entonces, además de esta componente de materia bariónica, una componente de *materia oscura fría*,  $\Omega_c$ :

$$\Omega_m = \Omega_b + \Omega_c. \quad (2.35)$$

Las observaciones del satélite Planck, en sus resultados del año 2013 [51], afirman que

$$\Omega_m = 0.315 \pm 0.017,$$

con una densidad física dada por:

$$\omega_b = \Omega_b h^2 = 0.02205 \pm 0.00028, \quad \omega_c = \Omega_c h^2 = 0.1199 \pm 0.0027$$

donde  $h$  es la constante de Hubble escaleada:  $H_0 = h \text{ 100km/seg/Mpc}$ . Tomando el valor  $h = 0.67$  [51], se obtiene:

$$\Omega_b \approx 0.05, \quad \Omega_c \approx 0.27.$$

La componente de energía oscura de nuestro universo se estima en:

$$\Omega_\Lambda \approx 0.68.$$

Finalmente, estas observaciones conducen a que nuestro universo resulta ser muy aproximadamente espacialmente plano, esto es:

$$K \approx 0.$$

En resumen, el modelo del Big Bang, junto con estos datos observacionales, nos muestran que actualmente nos encontramos en un universo espacialmente plano, que se expande aceleradamente y dominado por la energía oscura.

### 2.3. Distancias y horizontes

Dentro del universo definido por la métrica FLRW, podemos estudiar cómo se calculan las distancias y cómo se definen algunas longitudes características. Un estudio más detallado sobre la medición de distancias y la definición de los distintos horizontes puede verse en [9].

Si bien en los próximos capítulos trabajaremos ya definitivamente con el caso  $K = 0$ , aquí trabajaremos con las expresiones generales. Comenzaremos presentando la *distancia*

*propia*,  $d_p$ , que ya mencionamos previamente. Supondremos que tenemos dos objetos, uno en el origen,  $r = 0$ , y otro con coordenada  $r$ . En este caso, a un tiempo  $t$ , la distancia propia resulta:

$$d_p(r, t) = a(t) \int_0^r \frac{dr}{1 - Kr^2} = a(t)l(r), \quad (2.36)$$

que representa la distancia física al objeto. Por otro lado, la *distancia comóvil*,  $d_c$ , se define como

$$d_c(r, t) = \int_0^r \frac{dr}{1 - Kr^2} = l(r). \quad (2.37)$$

Lo que se observa es que, para dos objetos comóviles, la distancia comóvil entre ellos no varía en el tiempo. Además, ambas distancias, la propia y la comóvil, difieren en el factor de escala.

A partir de las trayectorias de los fotones, se pueden definir *horizontes*. Estos indican distancias definidas según ciertas propiedades. Para esto, se parte de que los fotones recorren geodésicas nulas, es decir,  $ds^2 = 0$ . Además, se supone que estas trayectorias son radiales, de manera que las coordenadas angulares no varíen:  $d\theta = d\phi = 0$ . Con lo que resulta:

$$\frac{dt}{a(t)} = \frac{dr}{1 - Kr^2}. \quad (2.38)$$

Ahora bien, por un lado podemos definir el *horizonte de partículas*,  $d_{\text{part}}$ : es la distancia a la que se encuentra la región más distante de la que hemos recibido luz, que fue emitida a un tiempo muy anterior al actual. Constituye el radio de nuestro universo observado. Si consideramos que el Big Bang ocurrió a  $t = 0$ , y actualmente estamos a tiempo  $t$ , el horizonte de partículas se obtiene mediante:

$$\int_0^t \frac{dt'}{a(t')} = \int_0^{r_{\text{part}}} \frac{dr}{1 - Kr^2}, \quad (2.39)$$

por lo que resulta:

$$d_{\text{part}}(t) = a(t) \int_0^{r_{\text{part}}} \frac{dr}{1 - Kr^2} = a(t) \int_0^t \frac{dt'}{a(t')}. \quad (2.40)$$

Por otro lado, el *horizonte de eventos*,  $d_{\text{ev}}$ , separa regiones que somos capaces de observar a algún tiempo  $t$ , de regiones que nunca seremos capaces de observar. El planteo en este caso, si consideramos que el suceso que queremos observar ocurre a un tiempo  $t$ , es:

$$\int_t^{t_{\text{final}}} \frac{dt'}{a(t')} = \int_0^{r_{\text{ev}}} \frac{dr}{1 - Kr^2}. \quad (2.41)$$

Aquí,  $t_{\text{final}}$  es algún tiempo finito  $T$ , si el universo eventualmente recolapsa, o, en caso contrario, resulta  $t_{\text{final}} = \infty$ . De esta manera, el horizonte de eventos resulta:

$$d_{\text{ev}}(t) = a(t) \int_0^{r_{\text{ev}}} \frac{dr}{1 - Kr^2} = a(t) \int_t^{t_{\text{final}}} \frac{dt'}{a(t')}. \quad (2.42)$$

Otra distancia que se suele utilizar en cosmología es el *radio de Hubble*,  $d_H = H^{-1}$ . Esta cantidad representa la distancia, a partir de la cual, los objetos se están alejando de nosotros a velocidades mayores que la de la luz.

Se puede ver que, cuando la materia dominante del universo satisface la relación  $\rho + 3p > 0$ , el horizonte de partículas es del orden del radio de Hubble,  $d_{\text{part}} \sim d_H$ . Esto se cumple para los casos donde el universo está dominado por materia o radiación. Para los casos donde esta

## 2. Generalidades cosmológicas

---

condición se rompe, ambas distancias pueden llegar a diferir de gran manera. Esto ocurre, por ejemplo, en los casos de expansión acelerada:  $\ddot{a} > 0$ . Es importante aclarar que el radio de Hubble no representa un horizonte, entendiendo horizonte como una distancia que separa regiones con algún tipo de desconexión física.

Finalmente, el *radio de curvatura* es

$$d_{\text{curv}} = a |K|^{-1/2}, \quad (2.43)$$

que, físicamente, representa la escala espacial a partir de la cual los efectos de curvatura comienzan a ser relevantes. En el caso de  $K > 0$ , el radio de curvatura resulta sencillamente el radio de la 3-esfera involucrada.

### 2.4. Tiempo conforme

Resultará práctico definir un cambio de variable para la coordenada temporal. Definiremos el tiempo conforme,  $\eta$ , a través de la relación:

$$d\eta = \frac{dt}{a(t)}. \quad (2.44)$$

La razón por la que  $\eta$  es llamado tiempo conforme es porque, si tomamos  $K = 0$ , deja a la métrica de FLRW expresada de manera conforme con la métrica de Minkowski, esto es:

$$ds^2 = a(t) \left[ -d\eta^2 + dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2 \right]. \quad (2.45)$$

Si recordamos la definición del horizonte de partículas (2.40), se puede ver que  $\eta$  representa también el *horizonte comóvil* [16]:

$$\eta = \int_0^t \frac{dt'}{a(t')}. \quad (2.46)$$

Con lo que regiones separadas una distancia comóvil mayor que  $\eta$  no están conectadas causalmente. Esto resultará importante, pues, en capítulos próximos, estudiaremos cantidades con longitudes características  $\lambda$  y, en consecuencia, número de onda  $k$ , tal que  $k \propto \lambda^{-1}$ . En estos casos, para saber si estas cantidades se encuentran dentro o fuera del horizonte, analizaremos la relación entre  $k$  y  $\eta$ :

$$\begin{cases} k|\eta| \ll 1 & \Rightarrow \text{fuera del horizonte,} \\ k|\eta| \gg 1 & \Rightarrow \text{dentro del horizonte.} \end{cases}$$

Por otro lado, a partir de ahora, cuando trabajemos con el tiempo comóvil  $t$ , las derivadas serán expresadas mediante un punto:

$$\dot{f}(t) = \frac{df(t)}{dt}, \quad (2.47)$$

y cuando trabajemos con el tiempo conforme  $\eta$ , las derivadas se expresarán mediante un apóstrofo:

$$f'(\eta) = \frac{df(\eta)}{d\eta}. \quad (2.48)$$

Será útil también conocer la relación entre ambas derivadas, la cual será:

$$\dot{f}(t) = \frac{f'(t)}{a(t)}, \quad (2.49)$$



$$\ddot{f}(t) = \frac{f''(t)}{a(t)^2} - \mathcal{H} \frac{f'(t)}{a(t)^2}, \quad (2.50)$$

donde  $\mathcal{H} = a'/a$  es el parámetro de Hubble conforme.

Con estas relaciones, las ecuaciones de Friedmann y la de continuidad pueden reescribirse:

$$H^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{K}{a^2} \implies \mathcal{H}^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} a^2 - K, \quad (2.51)$$

$$\dot{H} = -4\pi G(\rho + p) \implies \mathcal{H}' = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) a^2, \quad (2.52)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \implies \rho' + 3\mathcal{H}(\rho + p) = 0. \quad (2.53)$$



## Capítulo 3

# Inflación estándar

En el Capítulo anterior, se resumieron las ideas básicas y fundamentales del modelo del Big Bang. Como ya mencionamos, este modelo fue motivado por diversas observaciones cosmológicas, realizadas durante el último siglo. Hasta donde vimos, este modelo ha logrado reproducir y explicar muchos de los fenómenos observados. Sin embargo, estas mismas observaciones han dejado a la vista cuestiones que el modelo tradicional del Big Bang no puede terminar de explicar.

### 3.1. Problemas tradicionales del Big Bang

Revisaremos aquí, dos de los problemas tradicionales del modelo del Big Bang: el problema de planitud y el problema del horizonte. Además de estos, existen otros problemas tradicionales, como el problema de la entropía y el problema de las reliquias. En este trabajo, solamente presentaremos una descripción de los primeros dos, pues suelen considerarse los problemas tradicionales más relevantes. Para ello, nos basaremos en lo expuesto en los trabajos [56, 10]. Además, según [3], los últimos dos problemas tradicionales, el de la entropía y el de las reliquias, están emparentados con el problema del horizonte: resolviendo el problema del horizonte, se resolverían también los otros dos.

Estos problemas tradicionales del modelo se denominan de esta manera pues fueron los que originalmente motivaron la propuesta de Inflación, a principios de la década de 1980 [20]. Luego, se descubrió que esta propuesta, además, podía resolver otro de los problemas del modelo: el problema del surgimiento de las inhomogeneidades primordiales. En éste y los próximos capítulos iremos desarrollando estas ideas más profundamente. En lo inmediato, nos abocaremos al problema de planitud y del horizonte.

Antes de continuar, es importante decir que estos problemas tradicionales no resultan inconsistencias del modelo del Big Bang, sino que en realidad resultan problemas de ajuste fino o de condiciones iniciales. Esto significa que, si nuestro universo hubiera comenzado con ciertas condiciones iniciales muy particulares, este modelo podría explicar las observaciones, y resolver así estas problemáticas. Sin embargo, en el marco de cualquier modelo físico, la explicación o justificación de las observaciones mediante sucesos poco probables, no resulta satisfactoria. De esta manera, se busca que los mecanismos físicos propuestos tiendan a propiciar y volver probables los resultados de las observaciones. Este es el problema que surge si pretendemos describir nuestro universo con el modelo del Big Bang. Es en este sentido que, los problemas, enunciados a continuación, son entendidos como defectos.

#### 3.1.1. Problema de planitud

Para describir este problema, utilizaremos el enfoque que se adopta en [56]. Para eso, volvemos a la ecuación de Friedmman (2.32), y la reescribimos de manera que tome la siguiente forma:

$$|\Omega(t) - 1| = \frac{|K|}{H(t)^2 a(t)^2}. \quad (3.1)$$

Aquí, se observa una relación entre distintas funciones del tiempo. En primer lugar, si  $K = 0$ , entonces  $\Omega(t) = 1$  para todo tiempo. En cambio, si  $K \neq 0$ , la evolución temporal de  $\Omega(t)$  será totalmente diferente. Para ver cómo es esta evolución, podemos estudiar cómo varía el factor de escala para distintos casos:

- Universo dominado por materia:

$$a(t) \propto t^{2/3} \implies |\Omega(t) - 1| \propto a(t) \propto t^{2/3} \quad (3.2)$$

- Universo dominado por radiación:

$$a(t) \propto t^{1/2} \implies |\Omega(t) - 1| \propto a(t)^2 \propto t \quad (3.3)$$

Con estos resultados, se observa que, en ambos escenarios, la cantidad  $|\Omega - 1|$  indefectible y monótonamente aumentará.

Las observaciones muestran que el valor del parámetro de densidad en la actualidad,  $\Omega(t_0) \equiv \Omega_0$ , es del orden de la unidad. Utilizando las ecuaciones anteriores, podemos deducir qué valores debió tener  $\Omega(t)$  a tiempos iniciales del universo, para reproducir los valores que se observan hoy. Para esto, realizaremos el cálculo como si  $\Omega(t)$  hubiera evolucionado hasta hoy en un universo dominado siempre por radiación, y asumiremos que el valor  $\Omega_0$  que se observa no es significativamente distinto del que se obtiene bajo esta hipótesis. Además de esta hipótesis, supondremos que la contribución realizada por la energía oscura en este proceso es despreciable. Esto nos permitirá calcular, de manera simple, la evolución de  $\Omega(t)$ . Para ello, recurrimos a la relación que establece que el factor de escala evoluciona inversamente proporcional a la temperatura,  $T$ , asociada a la distribución de cuerpo negro del campo de radiación. Esto es,  $a(t) \propto T^{-1}$  [66]. En la actualidad, el FCR tiene una temperatura tal que  $kT_0 \sim 10^{-13}$  GeV. Ahora bien, compararemos el valor  $\Omega_0$  con el valor de  $\Omega(t)$  en otra etapa del universo. Si suponemos que las ecuaciones de la Relatividad General son válidas hacia el pasado hasta la época de Planck, cuando la temperatura del universo era del orden de  $kT_P \sim 10^{19}$  GeV, se obtiene:

$$\frac{|\Omega - 1|_{T=T_P}}{|\Omega - 1|_{T=T_0}} \approx \frac{a_P^2}{a_0^2} \approx \frac{T_0^2}{T_P^2} \approx \mathcal{O}(10^{-64}). \quad (3.4)$$

Esta hipótesis de validez de la Relatividad General hasta dicha etapa puede resultar demasiado arriesgada, entonces podemos optar más prudentemente por retroceder solamente hasta la época de nucleosíntesis, donde  $kT_N \sim 1MeV$ . En este caso resulta:

$$\frac{|\Omega - 1|_{T=T_N}}{|\Omega - 1|_{T=T_0}} \approx \frac{a_N^2}{a_0^2} \approx \frac{T_0^2}{T_N^2} \approx \mathcal{O}(10^{-16}). \quad (3.5)$$

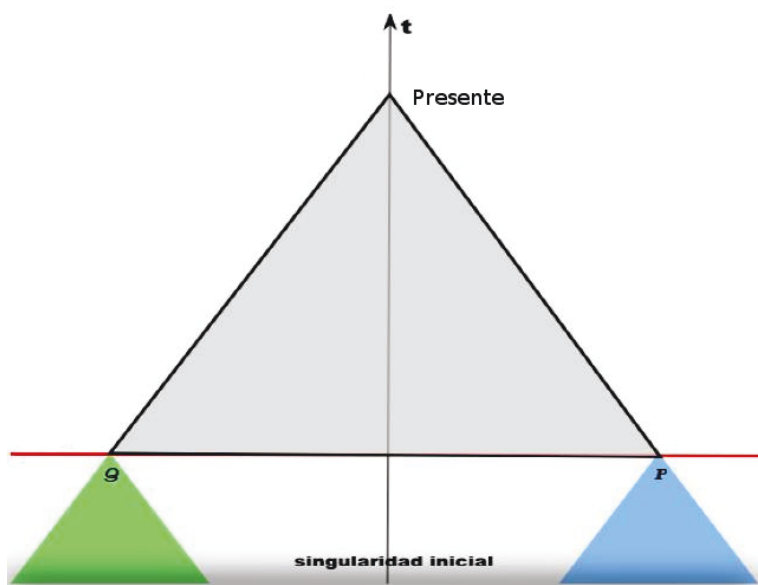
En ambas situaciones, el resultado es concluyente: si buscamos que  $\Omega_0$  sea del orden de la unidad en el presente, el valor de  $\Omega(t)$  en épocas tempranas debió haber sido extremadamente cercano a uno, y las condiciones iniciales, entonces, debieron estar ajustadas muy finamente.

## 3.1.2. Problema del horizonte

Como ya fue dicho, el FCR es radiación de microondas que nos llega desde todas direcciones, con una distribución de cuerpo negro, y con una temperatura media,  $T_0 \simeq 2.725$  K. El FCR también muestra pequeñas anisotropías en la temperatura del orden de  $10^{-5}$  relativas a la media. Los fotones del FCR que hoy nos llegan, prácticamente no han interactuado con el resto de la materia desde el momento del desacople. Por lo tanto, la casi perfecta isotropía que se observa en todo el FCR debe ser el resultado de interacciones previas al momento del desacople. Sin embargo, según el modelo del Big Bang, no existió suficiente tiempo en la historia del universo para que todas las distintas regiones que se observan en el FCR pudieran interactuar y alcanzar esta isotropía y uniformidad, antes del desacople. Esto se puede ver al considerar el horizonte de partículas para distintos tiempos. En [10] se demuestra que:

$$\int_0^{t_D} \frac{dt}{a(t)} \ll \int_{t_D}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}, \quad (3.6)$$

donde  $t_D$  es el tiempo del desacople. Esta desigualdad nos dice que la distancia que la luz pudo haber viajado antes del desacople es mucho menor que la distancia que viajó después del desacople hasta nosotros, y también mucho menor que el horizonte de partículas actual. Esto se puede observar más explícitamente en la Figura 3.1.



**Figura 3.1.** Problema del horizonte: los puntos P y Q se encuentran sobre la superficie de última dispersión, la cual podemos observar desde el presente. Se puede ver que ambos puntos no tuvieron tiempo suficiente para tener un pasado causal en común, pues sus conos de luz pasados no se superponen; por lo tanto, estos no se encuentran conectados causalmente. Sin embargo, ambos puntos se encuentran en equilibrio térmico entre sí. Figura tomada de [33].

En conclusión, en el modelo tradicional del Big Bang existe una desconexión causal entre los distintos regiones del FCR, que se contradice con lo que muestran las observaciones. Esto significa que este modelo no puede explicar la alta isotropía y uniformidad en la temperatura de los fotones del FCR, como una consecuencia de las interacciones de estos con la materia antes del desacople.

Antes de continuar, resulta interesante conocer la distancia angular mínima que debe haber entre dos puntos sobre el FCR, para que estos estén causalmente desconectados. Esto se puede hacer calculando la relación entre el horizonte de partículas al momento del desacople,  $d_D$ , y la distancia que hay entre la superficie de desacople y nosotros. Resulta:

$$\theta_D = \frac{d_D}{d_0}, \quad (3.7)$$

donde

$$d_D = \int_0^{t_D} \frac{dt}{a(t)}, \quad (3.8)$$

y

$$d_0 = \int_{t_D}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}. \quad (3.9)$$

Calculando estas cantidades se puede ver que  $\theta_D \approx 1.2^\circ$  [3]. Por consiguiente, si tomamos dos puntos del FCR tal que su distancia angular sea  $\theta > \theta_D$ , estos habrían estado desconectados causalmente, y, en consecuencia, no podría haber existido en el pasado equilibrio térmico entre estos puntos. Sin embargo, como ya fue mencionado, hoy se detecta una temperatura muy similar al observar el FCR en todas las direcciones del cielo.

## 3.2. Problema de las inhomogeneidades

Como ya mencionamos, las primeras dificultades que se detectaron e intentaron corregir fueron los problemas de planitud y horizonte. Sin embargo, otra problemática relevante para la cosmología en las últimas décadas, ha sido la de hallar un mecanismo que de cuenta de la generación de las inhomogeneidades primordiales, que habrían conducido posteriormente a las anisotropías que detectamos hoy en el FCR. Este no es, como los dos anteriores, un problema de ajuste fino, sino que surge como una explicación ausente del modelo. Anteriormente, al desarrollar el problema del horizonte, pusimos nuestra atención en la componente homogénea del FCR. Sin embargo, ya hemos mencionado que esta radiación contiene pequeñas anisotropías. Estas anisotropías en la temperatura del FCR se asocian con inhomogeneidades en la densidad de energía-materia del universo. Y estas últimas se relacionan con la formación y evolución de la estructura del universo, a partir de semillas primordiales que deberán haber surgido en los instantes iniciales del universo, producto de algún mecanismo que las haya generado.

Cuando nos referimos a la estructura del universo, nos referimos a los objetos que se observan en éste (las galaxias, los cúmulos de galaxias y lo supercúmulos de galaxias) y a su distribución en el espacio. Al estudio de cómo se formaron estas inhomogeneidades, se lo denomina formación u origen de estructura.

Actualmente, se propone que estos objetos se formaron a partir de sobredensidades iniciales de materia, que crecieron y evolucionaron hasta formar las estructuras que hoy observamos. El proceso que describe cómo, a partir de pequeñas sobredensidades iniciales, se pueden llegar a formar grandes estructuras, se puede plantear, como una buena aproximación, mediante física newtoniana. El desarrollo que presentaremos a continuación, con el objetivo de describir la evolución de estas inhomogeneidades, esta basado en el planteo realizado en [56].

En dicho planteo, se considera a la materia del universo como un fluido, caracterizado por una densidad de materia,  $\rho(\mathbf{x}, t)$ , y una presión,  $p(\mathbf{x}, t)$ . Además se define una velocidad del sonido,  $v_s(\mathbf{x}, t)$ , como la velocidad a la que las perturbaciones se desplazan en este fluido:  $v_s^2 \equiv \partial p / \partial \rho$ . Entonces, se supone la existencia de ciertas perturbaciones primordiales en

la densidad de materia,  $\delta\rho(\mathbf{x}, t)$ , y a estas perturbaciones se las descompone en modos de Fourier respecto a la densidad media  $\rho_0$ :

$$\frac{\delta\rho(\mathbf{x}, t)}{\rho_0} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^3k \delta_{\mathbf{k}}(t) e^{-i\mathbf{x}\cdot\mathbf{k}}. \quad (3.10)$$

Entonces, se estudia el comportamiento de estos modos  $\delta_{\mathbf{k}}(t)$ . Se observa que los modos con longitudes de onda menores que la escala de Hubble,  $\lambda = 2\pi/k \lesssim H^{-1}$ , serán descriptos por la ecuación [56]:

$$\ddot{\delta}_{\mathbf{k}} + 2H\dot{\delta}_{\mathbf{k}} + v_s^2 \frac{k^2}{a^2} \delta_{\mathbf{k}} = 4\pi G\rho\delta_{\mathbf{k}}, \quad (3.11)$$

El tercer término del miembro izquierdo de la igualdad expresa la acción de la presión, y el lado derecho, la acción de la gravedad. Ambos términos compiten y esto determina la estabilidad del sistema. Si resulta dominante el término de la gravedad, el sistema se vuelve inestable, es decir, las perturbaciones crecen en el tiempo. Este fenómeno se puede caracterizar mediante la longitud de onda de Jeans:

$$\lambda_J = \frac{2\pi}{k_J} = \sqrt{\frac{v_s^2}{2Ga^2\rho}}. \quad (3.12)$$

Inhomogeneidades con longitudes de onda menores que  $\lambda_J$  tendrán soluciones oscilantes y estables. Por el contrario, inhomogeneidades con longitudes de onda mayores, tendrán soluciones inestables. Esta inestabilidad generará que estas inhomogeneidades colapsen gravitatoriamente, aumenten su tamaño y, en consecuencia, den lugar a la formación de estructura.

Por otro lado, la presencia del parámetro de Hubble,  $H(t)$ , y del factor de escala,  $a(t)$ , en la ecuación, determina que la expansión del universo también afectará los procesos de crecimiento de las inhomogeneidades. En este sentido, se puede demostrar que la formación de estructura sólo puede darse en etapas cosmológicas dominadas por materia. Esto es así, pues en esta etapa, la expansión no es lo suficientemente rápida como para actuar en contra del colapso gravitatorio de la materia. En caso contrario, en un universo dominado por radiación o energía oscura, la expansión del universo resulta más importante que la inestabilidad propia de la inhomogeneidad, y las partículas no lograrán colapsar y formar estructuras a gran escala [56].

Este proceso, si bien se encuentra bien entendido, no existe ninguna explicación respecto a cómo se produjeron las condiciones iniciales necesarias para que dicho proceso ocurra. Estas condiciones iniciales son las inhomogeneidades primordiales, las semillas de la estructura cósmica. Es en esta instancia donde el modelo estándar del Big Bang no logra dar una respuesta satisfactoria a este problema: en el marco de este modelo no existe ningún mecanismo que genere ni explique estas inhomogeneidades primordiales. Veremos, en los capítulos siguientes, cómo el modelo de Inflación provee un mecanismo para hallar una posible solución a este problema, pero que, a la vez, abre nuevas dificultades, que necesitarán de una nueva revisión.

### 3.3. Propuesta de Inflación

En las secciones previas, se describieron los principales problemas del modelo del Big Bang. Veremos, a partir de ahora, cómo la propuesta de Inflación puede resolver estos problemas. En lo que resta de este Capítulo, estudiaremos las ideas más generales del proceso inflacionario y cómo puede contribuir en la resolución de los problemas de planitud y horizonte.

Antes de continuar, es importante aclarar que Inflación no es un modelo que reemplace al del Big Bang, sino que es una nueva fase, que se agrega a las que ya formaban parte del modelo cosmológico estándar. Se propone que esta nueva etapa ocurre durante los primeros

### 3. Inflación estándar

instantes del universo, aproximadamente a tiempo  $t \sim 10^{-35}$  segundos. Una vez que concluye esta etapa, continúa la evolución del universo dominado por radiación, tal como lo describe el modelo estándar del Big Bang. De esta manera, se busca solucionar los problemas ya enunciados, sin afectar las virtudes del modelo original.

Consideremos primero el problema de planitud. Habíamos establecido que el problema surgía a partir de cómo era la evolución temporal de  $\Omega(t)$ : este parámetro siempre se aleja del valor 1, salvo que inicialmente sea extremadamente cercano a la unidad. Si tuviéramos una evolución temporal tal que:

$$\frac{d}{dt}|\Omega(t) - 1| < 0, \quad (3.13)$$

no sería necesaria dicha condición inicial y el problema de ajuste fino desaparecería. Veamos en detalle esta derivada temporal:

$$\frac{d}{dt}|\Omega(t) - 1| = |K| \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{a^2 H^2} \right) = |K| \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\dot{a}^2} \right) = -2|K| \frac{\ddot{a}}{\dot{a}^3}. \quad (3.14)$$

En base a este resultado, podemos ver que, en los casos donde el universo se está expandiendo,  $\dot{a} > 0$ , y está desacelerado,  $\ddot{a} < 0$ , tendremos que  $\frac{d}{dt}|\Omega(t) - 1| > 0$ . Esto es lo que ocurre en los casos donde el universo está dominado por radiación o materia. Si existiera algún otro proceso que generara una etapa de expansión acelerada,  $\ddot{a} > 0$ , se podría resolver el problema de planitud.

Una expansión acelerada del universo también es capaz de resolver el problema del horizonte. Por ejemplo, si tomamos un caso particular de expansión acelerada, una expansión del tipo  $a(t) \propto e^{\lambda t}$ , donde  $\lambda$  es una constante positiva, podemos invertir la desigualdad (3.6), de manera que se obtenga [10]:

$$\int_{t_i}^{t_D} \frac{dt}{a(t)} \gg \int_{t_D}^{t_0} \frac{dt}{a(t)}, \quad (3.15)$$

donde  $t_i$  es el tiempo en el que comienza la expansión acelerada. Con este resultado, las distintas regiones, anteriormente desconectadas causalmente, tienen suficiente “tiempo” para que sus conos de luz se superpongan. Así, todas estas regiones pueden interactuar y alcanzar el equilibrio térmico antes del desacople, como puede observarse en la Figura 3.2.

En consecuencia, en este punto podemos proponer como posible solución a los problemas antes mencionados, la existencia de una etapa del universo denominada *Inflación*. Esta etapa tendrá como propiedades generales haber ocurrido en los momentos iniciales del universo y, fundamentalmente, ser un período de expansión acelerada.

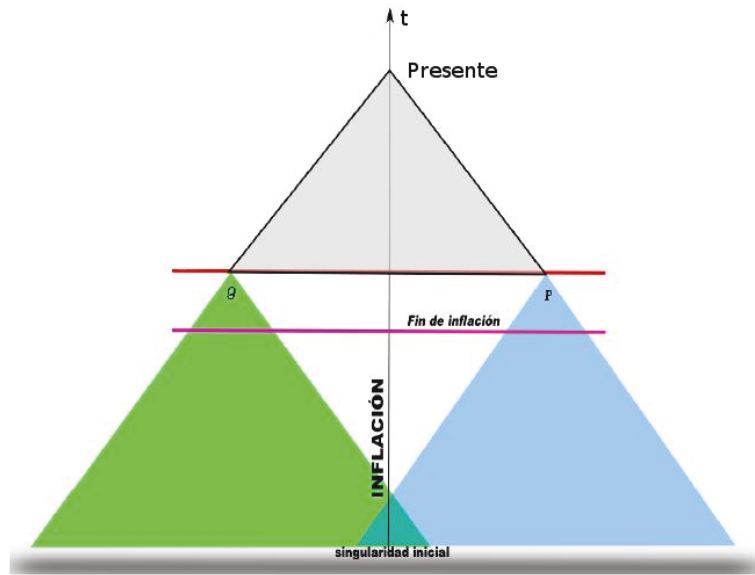
Ahora bien, como hemos visto en el capítulo anterior, en la ecuación (2.21), la condición de expansión acelerada impone condiciones sobre la densidad de energía y la presión:

$$\ddot{a} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad (\rho + 3p) < 0, \quad (3.16)$$

y esto implica, asumiendo que la densidad de energía es positiva, que la presión total en el universo es negativa,  $p < -\rho/3$ . Ni la materia ni la radiación pueden satisfacer esta condición. Por lo tanto, si queremos modelar un universo en expansión acelerada, debemos buscar un candidato que cumpla dicha condición sobre la densidad de energía y la presión.

Por el momento, no nos preocuparemos por encontrar el candidato encargado de cumplir esta condición. Antes que eso, simplemente asumiremos que tenemos dada la condición  $p < -\rho/3$ ; en particular, tomaremos que se cumple la relación  $p = -\rho$ . Un período del universo donde se cumple esta condición, se denomina una etapa *de Sitter*. Esta hipótesis nos permitirá simplificar este análisis inicial y estudiar ciertas propiedades generales del período inflacionario.





**Figura 3.2.** Solución al problema del horizonte: cuando consideramos una etapa con expansión acelerada, los conos de luz de los puntos P y Q se superponen. Por lo tanto, entre estos puntos se establece una conexión causal, que permite explicar el equilibrio térmico observado en el FCR. Figura tomada de [33].

Establecida dicha hipótesis, si observamos las ecuaciones (2.22) y (2.28), llegamos a la conclusión que, durante la etapa *de Sitter*,  $\rho$  y  $H$  son cantidades constantes en el tiempo. Llamaremos  $H_I$  a este valor constante del parámetro de Hubble durante la etapa de Inflación. A partir de esto, el factor de escala resulta:

$$a(t) = a_i e^{H_I(t-t_i)}, \quad (3.17)$$

donde  $a_i$  y  $t_i$  son los valores correspondientes al inicio de la etapa inflacionaria para el factor de escala y la coordenada temporal respectivamente.

Es importante recordar que, al inicio de esta Sección, hemos mencionado que, con un factor de escala que tenga un crecimiento exponencial en el tiempo, se puede invertir la desigualdad (3.6), y así resolver el problema del horizonte.

Antes de abordar con esta mismo enfoque el problema de planitud, definiremos la cantidad conocida en idioma inglés como el *número de e-foldings*,  $N$ :

$$N = \ln[H_I(t_f - t_i)], \quad (3.18)$$

donde  $t_f$  es el tiempo en el que finaliza la Inflación. Con esta definición, durante el período completo de Inflación, el universo se expandió  $e^N$  veces su tamaño inicial, esto es:

$$e^N = \frac{a(t_f)}{a(t_i)}. \quad (3.19)$$

Ahora, retornemos al problema de planitud. Con el objetivo de resolver este problema, buscamos que actualmente  $\Omega_o \approx 1$ . Ya vimos que, para obtener esto, debería ocurrir que  $|\Omega - 1|$  sea un valor extremadamente cercano a cero al momento que comenzó el período dominado por radiación. En este razonamiento, estamos suponiendo que el instante en que comienza el período dominado por radiación coincide con el instante en que termina la Inflación. Además,

como  $H_I$  es constante, recurriendo a la ecuación (3.1) se obtiene:

$$|\Omega - 1| \propto \frac{1}{a^2}. \quad (3.20)$$

Aquí, entonces, plantearemos:

$$\frac{|\Omega - 1|_{t_f}}{|\Omega - 1|_{t_i}} = \frac{a^2(t_i)}{a^2(t_f)} = e^{-2N}. \quad (3.21)$$

Como conclusión, es posible obtener un valor extremadamente cercano a cero para la cantidad  $|\Omega - 1|_{t_f}$ , sin tener que pedir condiciones de ajuste fino sobre  $|\Omega - 1|_{t_i}$ . Esto se puede lograr si se imponen condiciones sobre los valores que puede tomar  $N$ . Es decir que los procesos físicos que ocurren durante el proceso inflacionario favorecerían que se observe en la actualidad el valor  $\Omega_0 \simeq 1$ , en lugar de que este valor surja como el resultado de una condición inicial altamente improbable. Se suele establecer como un valor posible para solucionar los problemas de planitud y del horizonte, el número de e-foldings  $N \gtrsim 60$  [3].

El valor  $\Omega_0 \simeq 1$  implica  $K \simeq 0$ , pero en este punto es importante aclarar que, si bien Inflación favorece este valor de  $\Omega$ , eso no implica que este proceso modifique las propiedades geométricas globales del espacio-tiempo: si el universo es inicialmente abierto o cerrado, este permanecerá así, independientemente de la Inflación. Lo que genera el proceso inflacionario es un crecimiento del radio de curvatura,  $d_{\text{curv}}$ , definido en la ecuación (2.43), de manera que, localmente, el universo aparenta ser plano con gran precisión.

Hasta aquí, hemos abordado dos de los problemas tradicionales del modelo del Big Bang. Además, desarrollamos la propuesta del mecanismo inflacionario con el objetivo de resolverlos. Sin embargo, aún no hemos presentado ningún candidato concreto que se encargue de generar la expansión acelerada durante este período, ni hemos hecho ninguna mención respecto a un proceso que de lugar al origen de las semillas de estructura, y poder dar cuenta, entre otras cosas, de las anisotropías observadas en el FCR. En las próximas secciones nos abocaremos a estas tareas.

### 3.4. El campo escalar Inflatón

En la Sección anterior, mostramos cómo una etapa del universo con expansión acelerada puede resolver algunos de los problemas del modelo del Big Bang. También mostramos que, para que este período ocurra, se debe satisfacer  $p < -\rho/3$ . Propondremos ahora un campo escalar como el candidato encargado de generar el proceso de expansión acelerada, y veremos que, efectivamente, este candidato puede satisfacer esta condición. En la literatura, este campo escalar es llamado *Inflatón*. Además, en este trabajo nos abocaremos a los modelos que contienen la condición de *slow roll*; en la próxima sección veremos en detalle qué implica esta condición. Un estudio introductorio del campo escalar Inflatón con la condición de *slow roll*, puede verse en [56].

En principio, tal como se afirma en [33], es importante resaltar que, además del modelo del campo escalar Inflatón, existen otros modelos para describir este proceso. Sin embargo, el hecho remarcable es que Inflación hace predicciones genéricas, que son independientes de un modelo en particular, y los datos observacionales concuerdan con estas predicciones. Es por esto que se piensa ampliamente que un período inflacionario tuvo lugar en el universo primitivo, más allá del modelo en particular que se utilice para describirlo.

Realizado este comentario, comenzamos el estudio del campo escalar Inflatón,  $\phi(\mathbf{x}, t)$ . Si suponemos que dicho campo está mínimamente acoplado a la gravedad, y que tiene un

término cinético estándar, la acción de este campo se escribe de la siguiente manera [56]:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L} = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi + V(\phi) \right], \quad (3.22)$$

donde  $V(\phi)$  es el potencial de este campo, y  $g$  es el determinante de la métrica. En este caso, para la métrica FLRW, si trabajamos con tiempo comóvil  $t$ , tenemos  $\sqrt{-g} = a^3$ . Variando esta acción respecto al campo  $\phi(\mathbf{x}, t)$ , se encuentra la ecuación de Euler-Lagrange, que nos da la ecuación de movimiento para el campo:

$$\partial^\mu \frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L})}{\delta\partial^\mu\phi} - \frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L})}{\delta\phi} = 0 \quad (3.23)$$

Así, se obtiene la ecuación de movimiento para el campo Inflatón:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{\nabla^2\phi}{a^2} + \partial_\phi V(\phi) = 0. \quad (3.24)$$

En esta expresión, se puede notar la existencia de un término de amortiguación,  $3H\dot{\phi}$ . A partir de esto, podemos interpretar que la energía del campo Inflatón será disipada a expensas de la expansión acelerada del universo.

Por otro lado, variando la acción respecto a la métrica  $g_{\mu\nu}$ , se puede encontrar el tensor de energía-impulso del Inflatón:

$$T_{\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-2}} \frac{\delta(\sqrt{-g}\mathcal{L})}{\delta g^{\mu\nu}}. \quad (3.25)$$

En este caso, este tensor toma la forma:

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} \mathcal{L}. \quad (3.26)$$

Además, se puede asociar el tensor energía-impulso del Inflatón, con el tensor energía-impulso de un fluido ideal,

$$T_{\mu\nu}^{\text{ideal}} = (\rho + p) u_\mu u_\nu + p g_{\mu\nu}, \quad (3.27)$$

donde  $\rho$  es la densidad de energía del fluido,  $p$  su presión y  $u_\mu$  su cuadrivelocidad. A partir de esta identificación, se pueden obtener las siguientes expresiones:

$$T_{00} = \rho = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) + \frac{(\nabla\phi)^2}{2a^2}, \quad (3.28)$$

$$\frac{T_{ij}g^{ij}}{3} = p = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi) - \frac{(\nabla\phi)^2}{6a^2}. \quad (3.29)$$

En este punto, es útil descomponer al campo Inflatón en dos términos, una componente homogénea y otra inhomogénea que sea una perturbación, esto es:

$$\phi(\mathbf{x}, t) = \phi_0(t) + \delta\phi(\mathbf{x}, t), \quad (3.30)$$

donde  $\delta\phi \ll \phi_0$ . Es importante aclarar que aquí no estamos asumiendo que estas inhomogeneidades existan, solo analizaremos su comportamiento en caso de existir. El tratamiento de estas inhomogeneidades será a nivel cuántico, y lo desarrollaremos en los próximos capítulos. Por ahora, nos abocaremos al estudio de la parte homogénea. Entonces, las expresiones para la densidad de energía y la presión de la componente homogénea del Inflatón se reducen a la forma:

$$\rho_0 = \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi), \quad (3.31)$$

$$p_0 = \frac{\dot{\phi}^2}{2} - V(\phi). \quad (3.32)$$

Rápidamente, podemos ver en estas expresiones que, si se cumple que  $V \gg \dot{\phi}^2$ , entonces tendremos  $p \approx -\rho$ . Por lo tanto, antes de seguir avanzando, es importante resaltar que: un campo escalar que domine la evolución del universo y cuyo potencial sea mucho mayor que su término cinético, puede tener la ecuación de estado adecuada para generar una época inflacionaria.

### 3.5. Condiciones de *slow roll*

Veamos ahora un modelo particular de Inflación, denominado Inflación *slow roll*, que tiene la característica de ser el modelo inflacionario más simple dado por un campo escalar y que, además, sus predicciones teóricas coinciden muy satisfactoriamente con las observaciones. En esta sección, trabajaremos con el campo Inflatón homogéneo,  $\phi_0(t)$ . Por simplicidad, lo denominaremos sencillamente  $\phi(t)$ , y, en los casos donde pueda generar confusión, volveremos a la notación original. La ecuación que cumple el campo homogéneo es:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \partial_\phi V(\phi) = 0. \quad (3.33)$$

Dada esta ecuación, para que la Inflación ocurra, necesitamos imponer ciertas restricciones sobre el potencial y las condiciones iniciales del campo escalar. Como ya vimos, es necesario suponer que  $V \gg \dot{\phi}^2$ ; con esta condición ya es posible obtener una etapa inflacionaria. Además, dentro de este modelo particular de Inflación, se pide que el potencial sea lo suficientemente plano,  $\partial_\phi V(\phi) \ll 1$ ; ésta es una condición sobre el potencial del campo escalar, que resulta independiente de que ocurra un período inflacionario o no. Si se satisfacen estas dos condiciones, entonces el campo escalar “rodará lentamente” sobre su propio potencial, provocando una expansión acelerada del universo. Por este motivo, estas son las llamadas, en idioma inglés, condiciones de *slow roll*. Además, debido a que el potencial se supone prácticamente plano, se suele aproximar  $\ddot{\phi} \approx 0$ , que nos lleva a la condición  $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$ . En conclusión, las condiciones de *slow roll* se resumen en:

$$\dot{\phi}^2 \ll V(\phi), \quad (3.34)$$

$$\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}. \quad (3.35)$$

Ahora bien, recordemos la ecuación de Friedmann (2.20). Si adoptamos  $K = 0$ , esta toma la forma:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho. \quad (3.36)$$

Además, si consideramos que, durante la época inflacionaria, la componente dominante de energía fue la del Inflatón, podemos tomar la ecuación (3.31) y reemplazarla en la anterior. Obtenemos:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[ \frac{\dot{\phi}^2}{2} + V(\phi) \right]. \quad (3.37)$$

Ahora, aplicamos las condiciones de *slow roll* (3.34) y (3.35) a la última ecuación y a la ecuación de movimiento del Inflatón (3.33). Así, obtenemos las ecuaciones *slow roll*:

$$H^2 = \frac{V(\phi)}{3M_{Pl}^2}, \quad (3.38)$$

$$3H\dot{\phi} = -\partial_\phi V(\phi), \quad (3.39)$$

donde  $M_{Pl} \equiv 1/\sqrt{8\pi G}$  es la masa reducida de Planck.

La descripción de la aproximación *slow roll* se suele caracterizar mediante un conjunto de parámetros, denominados parámetros de *slow roll*. Estos se separan en dos tipos, parámetros *slow roll* del potencial  $V(\phi)$  y parámetros *slow roll* de Hubble. Los parámetros *slow roll* del potencial  $V(\phi)$ ,  $\epsilon_V$  y  $\eta_V$ , se definen según [61]:

$$\epsilon_V \equiv \frac{1}{2} M_{Pl}^2 \left( \frac{\partial_\phi V}{V} \right)^2, \quad (3.40)$$

$$\eta_V \equiv M_{Pl}^2 \frac{\partial_\phi^2 V}{V}. \quad (3.41)$$

Se puede demostrar que las condiciones de *slow roll* implican:

$$\epsilon_V \ll 1, \quad |\eta_V| \ll 1. \quad (3.42)$$

Sin embargo, las condiciones *slow roll* y las expresiones anteriores no resultan condiciones equivalentes. En otras palabras, las condiciones sobre  $\epsilon_V$  y  $\eta_V$  son condiciones necesarias, pero no suficientes, para que las condiciones *slow roll* se cumplan. Esto es así, pues imponer condiciones sobre  $\epsilon_V$  y  $\eta_V$ , significa imponer condiciones sólo sobre la forma del potencial. Faltaría, aún, la condición sobre el término cinético. A pesar de esta limitación, estos parámetros resultan útiles para determinar las características y el dominio que debe tener el potencial  $V(\phi)$ , de manera que éste pueda conducir a una etapa inflacionaria.

Por otro lado, los parámetros *slow roll* de Hubble,  $\epsilon_H$  y  $\eta_H$ , se denominan de esta manera pues se definen en términos del parámetro de Hubble,  $H$ , el cual, en este caso, es tratado como una función del campo escalar  $\phi$ . Este tratamiento se puede realizar a partir de las ecuaciones (2.22), (3.31) y (3.32). Además, se debe considerar la ecuación (3.38), la cual muestra explícitamente al parámetro de Hubble,  $H$ , en función del campo  $\phi$ . Esto conduce a la expresión [61]:

$$\dot{\phi} = -2 M_{Pl}^2 \partial_\phi H. \quad (3.43)$$

De esta manera, los parámetros *slow roll* de Hubble,  $\epsilon_H$  y  $\eta_H$ , se definen [61]:

$$\epsilon_H \equiv 2 M_{Pl}^2 \left( \frac{\partial_\phi H}{H} \right)^2, \quad (3.44)$$

$$\eta_H \equiv 2 M_{Pl}^2 \frac{\partial_\phi^2 H}{H}. \quad (3.45)$$

Para que se cumplan las condiciones *slow roll*, estos nuevos parámetros también deben cumplir:

$$\epsilon_H \ll 1, \quad |\eta_H| \ll 1. \quad (3.46)$$

En este caso, la condición sobre  $\epsilon_H$  implica que se cumple  $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$  y la condición sobre  $\eta_H$  implica que se cumple  $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$  [61]. Esto significa que, a diferencia de los parámetros del potencial, las condiciones sobre los parámetros de Hubble son suficientes para cumplir las condiciones *slow roll*.

A su vez, recurriendo a las ecuaciones (3.33), (3.37) y (3.43), se puede ver que:

$$\epsilon_H = -\frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (3.47)$$

con lo que el parámetro  $\epsilon_H$  representa la variación del parámetro de Hubble  $H$  en el tiempo. En consecuencia, este parámetro permite estudiar que tan cercana es la situación al caso de

### 3. Inflación estándar

*Sitter* exacto, en el cual  $H \equiv cte$ . Además, como durante Inflación *slow roll* se tiene que  $\epsilon_H \ll 1$ , en los casos donde  $H$  ya no sea constante sino que tenga variaciones temporales, estas variaciones serán pequeñas y se dice que este es un caso *quasi-de Sitter*.

También, se puede ver que la ecuación anterior implica:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \dot{H} + H^2 = (1 - \epsilon_H) H^2. \quad (3.48)$$

De esta manera, además de estar involucrado en las condiciones de *slow roll*, el parámetro  $\epsilon_H$  permite contar con un mecanismo que detenga el proceso inflacionario. Cuando  $\epsilon_H \approx 1$ , la etapa de Inflación concluye. Sin embargo, aún cuando las condiciones de *slow roll* siguieran siendo válidas, el proceso de Inflación podría finalizar si interviniera algún proceso físico externo.

Por otro lado, expresado en términos del tiempo conforme  $\eta$ , el parámetro de *slow roll*  $\epsilon_H$  toma la forma:

$$\epsilon_H = 1 - \frac{\mathcal{H}'}{\mathcal{H}^2}, \quad (3.49)$$

donde, como ya hemos definido en la Sección 2.4,  $\mathcal{H}$  es el parámetro de Hubble conforme.

En este punto, es importante aclarar que, en los próximos capítulos, supondremos Inflación *slow roll* y que, además, nos encontramos en el caso *de Sitter*, tal que podremos tomar  $H \simeq cte$ , y por lo tanto se cumple que:

$$a(\eta) \simeq -\frac{1}{H\eta}, \quad \mathcal{H}(\eta) \simeq -\frac{1}{\eta}. \quad (3.50)$$

Una vez que dejan de cumplirse las condiciones descritas en (3.46), la etapa inflacionaria concluye y la energía del campo Inflatón desciende hasta cerca del mínimo del potencial  $V(\phi)$ . La etapa posterior en la evolución del universo se denomina *Recalentamiento*. Durante esta etapa, la energía del Inflatón es transferida a la radiación. Este mecanismo permite conectar la expansión inflacionaria con la evolución estándar, dada por el modelo del Big Bang.

Los mecanismos físicos que actúan en esta etapa de Recalentamiento aún no se encuentran bien comprendidos. Se entiende, en términos generales, que el Inflatón, en este punto, se encuentra oscilando en torno al mínimo de potencial. Se supone, entonces, que el Inflatón posee cierto tipo de acoplamiento con otros campos, incluyendo los campos de materia ordinaria y de radiación. Entonces, en este punto, este estado del Inflatón decae, transfiriendo su energía y generando la creación de otras partículas. Estas partículas comenzarán a interactuar entre sí, creando y destruyendo nuevas partículas, hasta alcanzar el equilibrio térmico, caracterizado por una temperatura  $T_{rec}$ .

Se entiende, en los modelos actuales de Inflación, que este proceso es la fuente de toda la materia y radiación existentes en el universo. Una vez que finaliza la época de Recalentamiento, continúa la etapa dominada por radiación, de acuerdo al modelo del Big Bang estándar. En nuestro caso, el entendimiento del proceso de Recalentamiento escapa a los fines de esta Tesis. El lector interesado en esta fase cosmológica, puede dirigirse, por ejemplo, a los textos [39, 66, 3].

### 3.6. Perturbaciones cosmológicas

En esta Sección, introduciremos algunos elementos de la Teoría lineal de perturbaciones en Relatividad General. Para ello, seguiremos el desarrollo que se realiza en [39]. Esta teoría nos permitirá obtener las ecuaciones que describirán el comportamiento de la componente inhomogénea del campo escalar Inflatón,  $\delta\phi(\mathbf{x}, t)$  y de las perturbaciones de la métrica,  $\delta g_{\mu\nu}$ .

En líneas generales, esta teoría estudia el caso en que el tensor,  $g_{\mu\nu}$ , y el tensor energía-impulso,  $T_{\mu\nu}$ , son perturbados. Esto se puede representar de la siguiente manera:

$$\begin{cases} g_{\mu\nu} \Rightarrow g_{\mu\nu} + \delta g_{\mu\nu} \\ T_{\mu\nu} \Rightarrow T_{\mu\nu} + \delta T_{\mu\nu} \end{cases} \quad (3.51)$$

donde, en ambos casos,  $\delta g_{\mu\nu} \ll g_{\mu\nu}$  y  $\delta T_{\mu\nu} \ll T_{\mu\nu}$ . Estos tensores perturbados se sustituyen en las ecuaciones de Einstein y así se obtienen las ecuaciones perturbadas. Nos restringiremos al orden lineal en las perturbaciones, lo que nos conducirá a ciertas ecuaciones de la forma [33]:

$$L[g_{\mu\nu}]\delta g_{\mu\nu} = \delta T_{\mu\nu}, \quad (3.52)$$

donde  $L$  es un operador diferencial de segundo orden, que depende de la métrica de fondo  $g_{\mu\nu}$ . En nuestro caso, esta métrica de fondo, será la métrica de FLRW.

Las perturbaciones de la métrica pueden ser separadas de la siguiente manera:

$$\delta g_{\mu\nu} = (\delta g_{00}, \delta g_{0i}, \delta g_{ij}). \quad (3.53)$$

Además, estas perturbaciones pueden ser clasificadas en función de su comportamiento frente a rotaciones espaciales sobre hipersuperficies con  $t \equiv \text{cte}$ . Esta clasificación separa a las perturbaciones en: escalares, vectoriales y tensoriales. En este sentido, las perturbaciones escalares se mantienen invariantes frente a rotaciones, y las perturbaciones vectoriales y tensoriales se transforman como lo hacen los vectores y tensores frente a rotaciones respectivamente [61]. Esta separación nos permitirá aplicar el Teorema de descomposición. De acuerdo a este teorema, si se trabaja a orden lineal, entonces las perturbaciones escalares, vectoriales y tensoriales se desacoplan y, por lo tanto, pueden ser tratadas de manera separada al plantear las ecuaciones de Einstein. Se puede ver una demostración de este teorema en [28].

En consecuencia, realizamos esta clasificación para las perturbaciones de la métrica. En principio, la componente de la perturbación  $\delta g_{00}$  se puede expresar en la forma [39]:

$$\delta g_{00} = 2a^2\phi, \quad (3.54)$$

donde  $\phi$  es una función escalar. Las componentes  $\delta g_{0i}$  pueden descomponerse como la suma de un gradiente espacial de una función escalar,  $B$ , y de un vector con divergencia nula,  $S^i_{,i} = 0$ , esto es:

$$\delta g_{0i} = \nabla_i B + S_i. \quad (3.55)$$

De manera análoga, puede hacerse una descomposición para las componentes  $\delta g_{ij}$ :

$$\delta g_{ij} = \psi\delta_{ij} + E_{,ij} + F_{i,j} + F_{j,i} + h_{ij}, \quad (3.56)$$

donde  $\psi$  y  $E$  son funciones escalares,  $F_i$  es una función vectorial con divergencia nula,  $F^i_{,i} = 0$ , y  $h_{ij}$  es un tensor de orden dos, que satisface las siguientes propiedades:

$$h^i_i = 0 \quad \text{y} \quad h^i_{j,i} = 0. \quad (3.57)$$

Es decir, tiene traza y divergencia nulas.

En consecuencia, según esta descomposición, las perturbaciones escalares son caracterizadas por las funciones escalares  $\phi$ ,  $B$ ,  $\psi$  y  $E$ . Las perturbaciones vectoriales son descritas por las dos funciones vectoriales  $S_i$  y  $F_i$ . Y por último, las perturbaciones tensoriales están representadas por el tensor  $h_{ij}$ .



### 3. Inflación estándar

En términos generales, las perturbaciones escalares están inducidas por las perturbaciones en la densidad de energía y son las que, a partir de inestabilidades gravitatorias, inducen la formación de estructura en el universo. Las perturbaciones vectoriales están relacionadas con la velocidad rotacional del fluido estudiado. Este tipo de perturbaciones no son relevantes desde el punto de vista cosmológico, debido a que decaen muy rápidamente con la expansión del universo [3]. Las perturbaciones tensoriales no tienen análogo en la teoría newtoniana de la gravedad y describen, como veremos más adelante, ondas gravitatorias.

Para las perturbaciones escalares, la métrica toma la forma [39]:

$$ds^2 = a^2 \left[ -(1 + 2\phi)d\eta^2 - 2B_{,i}d\eta dx^i + ((1 - 2\psi)\delta_{ij} - 2E_{,ij}) dx^i dx^j \right]. \quad (3.58)$$

Para las perturbaciones vectoriales:

$$ds^2 = a^2 \left[ -d\eta^2 - 2S_i d\eta dx^i + (\delta_{ij} - F_{i,j} - F_{j,i}) dx^i dx^j \right]. \quad (3.59)$$

Por último, para las perturbaciones tensoriales:

$$ds^2 = a^2 \left[ -d\eta^2 + (\delta_{ij} - h_{ij}) dx^i dx^j \right]. \quad (3.60)$$

Por otro lado, analicemos los grados de libertad que tiene el tensor perturbado  $\delta g_{\mu\nu}$ . Tenemos 4 funciones escalares,  $3 \times 2 = 6$  funciones debido a la componente vectorial y  $3 \times 3 = 9$  funciones en la componente tensorial. Además, 2 vínculos vectoriales asociados a las divergencias nulas, 3 vínculos por la simetría del tensor  $h_{ij}$  y 4 vínculos más debido a las propiedades  $h^i_i = 0$  y  $h^i_{j,i} = 0$ . En total, son 19 funciones y 9 vínculos, por lo que resultan 10 grados de libertad.

A su vez, cuando se trabaja con la teoría de perturbaciones, surge el problema de elección de la norma. Este problema surge debido a que las cantidades perturbadas son el resultado de comparar dos variedades pseudo-riemannianas diferentes: la del fondo y la perturbada. Para poder realizar esta comparación entre dos geometrías diferentes, es necesario especificar la manera en que se mapearán los eventos de una variedad a los eventos de la otra, para, de esta manera, poder evaluar las cantidades perturbadas [33]. Esta correspondencia es la llamada *elección de norma*, y cambiar esta correspondencia implica una *transformación de norma*.

En términos prácticos, una transformación de norma consiste en una transformación de coordenadas infinitesimal:

$$x^\mu \Rightarrow \tilde{x}^\mu = x^\mu + \delta x^\mu(x^\nu). \quad (3.61)$$

Como consecuencia de este cambio de coordenadas, se inducen transformaciones en la métrica,

$$g_{\alpha\beta}(x^\mu) = g_{\alpha\beta}^{(0)}(x^\mu) + \delta g_{\alpha\beta}(x^\mu) \Rightarrow \tilde{g}_{\alpha\beta}(\tilde{x}^\mu) = g_{\alpha\beta}^{(0)}(\tilde{x}^\mu) + \tilde{\delta} g_{\alpha\beta}(\tilde{x}^\mu), \quad (3.62)$$

donde  $g_{\alpha\beta}^{(0)}$  es la métrica de fondo sin perturbar. Y, por supuesto, también inducirá transformaciones en cualquier cantidad que sea función de las coordenadas  $x^\mu$ .

Además, considerando los grados de libertad que tiene este problema, estas transformaciones permiten elegir normas particulares<sup>1</sup> donde se anulen algunas de las funciones de la descomposición realizada anteriormente. Dos de las elecciones más usuales son [39]:

- Norma longitudinal o newtoniana, donde  $B = E = 0$ . Además, si  $\delta T_{ij}$  es diagonal (lo cual es válido si se asume un tipo de materia sin estrés anisotrópico), entonces  $\phi = \psi$ , y solo una variable caracteriza a las perturbaciones escalares. La variable  $\psi$  resulta una generalización del potencial newtoniano clásico, y de aquí el nombre de esta norma.

<sup>1</sup>Si bien en la literatura suele decirse que se *eligen normas*, en realidad se están eligiendo sistemas de coordenadas mediante transformaciones de coordenadas infinitesimales. En este sentido, en esta Tesis utilizaremos la terminología usual, pero teniendo en cuenta esta salvedad.



- Norma sincrónica, donde  $B = \phi = 0$ . Esta elección no fija las coordenadas de manera unívoca, sino que existe toda una familia de normas sincrónicas.

A su vez, existen cantidades que resultan invariantes de norma. En el caso de las perturbaciones escalares, se pueden construir dos combinaciones lineales independientes que tienen dicha propiedad. Una de las posibles combinaciones que suelen adoptarse son los denominados potenciales de *Bardeen* [39]:

$$\Phi \equiv \phi - \frac{1}{a} [a(B - E')]', \quad \Psi \equiv \psi + \frac{a'}{a} (B - E') . \quad (3.63)$$

Si estas dos funciones se anulan en algún sistema de coordenadas particular, se anularán también en cualquier otro. Por lo tanto, estas cantidades permiten distinguir perturbaciones físicas de perturbaciones que surgen producto de la elección del sistema de coordenadas. Por esto se dice que estas dos funciones representan los grados de libertad físicos. Finalmente, a primer orden en las perturbaciones, y ante una transformación de coordenadas infinitesimal como la dada en la ecuación (3.61), se tiene que el tensor  $h_{ij}$  es invariante de norma.

### 3.7. Estudio de las perturbaciones escalares en el enfoque estándar

En esta Sección, presentaremos brevemente el desarrollo y los resultados del estudio de las perturbaciones escalares durante Inflación, según el enfoque estándar. Este tratamiento se desarrolla en diversos trabajos; en lo siguiente, seguiremos, en particular, el enfoque presentado en [33, 3, 39]. Veremos, en el próximo Capítulo, los problemas que presenta el tratamiento estándar y analizaremos una propuesta alternativa para solucionar estos problemas.

Para caracterizar las perturbaciones escalares, trabajaremos en la norma longitudinal que mencionamos en la Sección 3.6. Por consiguiente, la métrica perturbada a primer orden toma la forma:

$$ds^2 = a^2 \left[ - (1 + 2\phi) d\eta^2 + (1 - 2\psi) \delta_{ij} dx^i dx^j \right] , \quad (3.64)$$

Dadas las hipótesis de homogeneidad e isotropía, podemos afirmar que  $\delta T_{ij}$  será diagonal y, por lo tanto,  $\phi = \psi$ . Por lo tanto, trabajaremos con la perturbación  $\psi$ , que, como ya mencionamos, representa el potencial newtoniano, y físicamente es la perturbación a la curvatura.

Bajo estas condiciones, se escriben las ecuaciones de Einstein perturbadas:

$$\delta G_0^0 = 8\pi G \delta T_0^0, \quad \delta G_i^0 = 8\pi G \delta T_i^0, \quad \delta G_j^i = 8\pi G \delta T_j^i, \quad (3.65)$$

mediante las cuales se llega a las expresiones [39]:

$$\nabla^2 \psi - 3\mathcal{H}(\mathcal{H}\psi + \psi') = -4\pi G a^2 \delta T_0^0, \quad (3.66)$$

$$\partial_i(\mathcal{H}\psi + \psi') = -4\pi G a^2 \delta T_i^0, \quad (3.67)$$

$$[\psi'' + 3\mathcal{H}\psi' + (2\mathcal{H}' + \mathcal{H}^2)\psi] \delta_j^i = 4\pi G a^2 \delta T_j^i. \quad (3.68)$$

Por otro lado, la expresión general del tensor energía-impulso del campo Inflatón,  $\phi(\mathbf{x}, t) = \phi_0(t) + \delta\phi(\mathbf{x}, t)$ , se escribe:

$$T_\nu^\mu = g^{\mu\sigma} \partial_\sigma \phi \partial_\nu \phi + \delta_\nu^\mu \left( -\frac{1}{2} g^{\sigma\rho} \partial_\sigma \phi \partial_\rho \phi - V(\phi) \right), \quad (3.69)$$

### 3. Inflación estándar

A partir de esta expresión, se obtienen las componentes a primer orden en las perturbaciones [33]:

$$\delta T_0^0 = a^{-2}(\phi_0'^2 \psi - \phi_0' \delta \phi' - \partial_\phi V a^2 \delta \phi) , \quad (3.70)$$

$$\delta T_i^0 = \partial(-a^{-2} \phi_0' \delta \phi) , \quad (3.71)$$

$$\delta T_j^i = a^{-2}(\phi_0' \delta \phi' - \phi_0'^2 \psi - \partial_\phi V a^2 \delta \phi) \delta_j^i . \quad (3.72)$$

Estas expresiones, junto con las ecuaciones (3.31), (3.32) y (3.33) expresadas en tiempo conforme, nos permiten reescribir las ecuaciones (3.66) y (3.67):

$$\nabla^2 \psi - 3\mathcal{H}(\mathcal{H}\psi + \psi') = 4\pi G a^2 (\rho_0 + p_0) \left[ \left( \frac{\delta \phi}{\phi_0'} \right)' - \psi - 2\mathcal{H} \frac{\delta \phi}{\phi_0'} \right] , \quad (3.73)$$

$$\mathcal{H}\psi + \psi' = 4\pi G a^2 (\rho_0 + p_0) \left( \frac{\delta \phi}{\phi_0'} \right) . \quad (3.74)$$

Operando con estas ecuaciones, y considerando las ecuaciones de Friedmann expresadas en términos del tiempo conforme (2.51) y (2.52), se llega a las expresiones:

$$\left( a^2 \frac{\psi}{\mathcal{H}} \right)' = \frac{4\pi G a^4 (\rho_0 + p_0)}{\mathcal{H}^2} \left( \mathcal{H} \frac{\delta \phi}{\phi_0'} + \psi \right) , \quad (3.75)$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{4\pi G a^4 (\rho_0 + p_0)}{\mathcal{H}} \left( \mathcal{H} \frac{\delta \phi}{\phi_0'} + \psi \right)' . \quad (3.76)$$

En este punto, es conveniente introducir nuevas variables:

$$u \equiv \frac{\psi}{4\pi G \sqrt{\rho_0 + p_0}} , \quad (3.77)$$

$$v \equiv a \left( \delta \phi + \frac{\phi_0'}{\mathcal{H}} \psi \right) . \quad (3.78)$$

Expresadas en estas nuevas variables, las ecuaciones anteriores toman la forma:

$$\nabla^2 u = z \left( \frac{v}{z} \right)' , \quad v = \theta \left( \frac{u}{\theta} \right)' , \quad (3.79)$$

donde  $z \equiv \theta^{-1} \equiv a^2 (\rho + p)^{1/2} \mathcal{H}^{-1}$ .

La variable  $v$  es conocida como la variable de Mukhanov-Sasaki [40]. Esta variable es una combinación de las perturbaciones escalares de la métrica y del campo Inflatón. Es la variable que, en el enfoque estándar, es sometida al proceso de cuantización. Esto implica que al cuantizar  $v$ , automáticamente se cuantiza tanto  $\psi$  como  $\delta \phi$ . Para realizar este procedimiento, primero se busca la acción del campo escalar y gravitacional de fondo, realizando una expansión a segundo orden en las perturbaciones del campo escalar. El resultado contiene únicamente a la variable  $v$  [42]:

$$S = \frac{1}{2} \int d^3 x d\eta \left( v'^2 + v \nabla^2 v + \frac{z''}{z} v^2 \right) . \quad (3.80)$$

De esta acción, a partir de las ecuaciones de Euler-Lagrange, se encuentra la ecuación de movimiento para  $v$ :

$$v'' - \nabla^2 v - \frac{z''}{z} v^2 = 0 . \quad (3.81)$$

El momento canónico conjugado de  $v$  es  $\pi \equiv \partial\mathcal{L}/\partial v' = v'$ . En este punto se realiza el proceso de cuantización: la cuantización canónica se realiza promoviendo  $v$  y  $\pi$  a operadores cuánticos, e imponiendo las relaciones de conmutación a tiempos iguales:

$$[\hat{v}(\mathbf{x}, \eta), \hat{v}(\mathbf{x}', \eta)] = [\hat{\pi}(\mathbf{x}, \eta), \hat{\pi}(\mathbf{x}', \eta)] = 0, \quad [\hat{v}(\mathbf{x}, \eta), \hat{\pi}(\mathbf{x}', \eta)] = i \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}') . \quad (3.82)$$

Luego de esto, se realiza la descomposición en modos de Fourier:

$$\hat{v}(\mathbf{x}, \eta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} (v_k(\eta) \hat{a}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + v_k^*(\eta) \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}) , \quad (3.83)$$

donde las funciones  $v_k$  satisfacen la ecuación:

$$v_k'' + (k^2 - \frac{z''}{z})v_k = 0 \quad (3.84)$$

Si se normalizan las funciones  $v_k$  de manera que cumplan la relación  $v_k' v_k^* - v_k v_k'^* = 2i$ , los operadores  $\hat{a}_{\mathbf{k}}$  y  $\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger$  cumplen las relaciones de conmutación de los operadores creación y destrucción de partículas:

$$[\hat{a}_{\mathbf{k}}, \hat{a}_{\mathbf{k}'}] = [\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger, \hat{a}_{\mathbf{k}'}^\dagger] = 0, \quad [\hat{a}_{\mathbf{k}}, \hat{a}_{\mathbf{k}'}^\dagger] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') . \quad (3.85)$$

Además, la caracterización de los modos  $v_k(\eta)$  se corresponde con la elección del estado de vacío  $|0\rangle$  para el campo. Dicha elección no es única, debido a que trabajamos con un espacio-tiempo no estacionario [43]. Es importante señalar que, independientemente de la elección que hagamos, este estado de vacío inicial será un estado espacialmente homogéneo e isotrópico [33]. En este punto, resulta importante aclarar que un estado cuántico es homogéneo e isotrópico si éste es un auto-estado de los operadores generadores de traslación y rotación espaciales con auto-valor cero respectivamente; veremos esto en mayor profundidad en el próximo Capítulo. El estado que suele adoptarse para caracterizar este estado de vacío es el vacío de Bunch-Davis [6]. Este es el candidato más natural, pues se corresponde con el vacío de la métrica de Minkowski para tiempos iniciales,  $\eta \rightarrow -\infty$  [43].

Entonces, por un lado, tal como se desarrolla en [33], a partir de (3.74), (3.84) y de las ecuaciones *slow roll*, se puede hallar la ecuación de movimiento para los modos de las perturbaciones del campo Inflatón,  $\delta\phi_k(\eta)$ :

$$\delta\phi_k'' + 2\mathcal{H}\delta\phi_k' + k^2\delta\phi_k = 0 \quad (3.86)$$

Al resolver esta ecuación, se puede ver que, para los modos dentro del horizonte (identificados mediante la condición  $k \gg aH$ ), los modos resultan:

$$\delta\phi_k(\eta) \simeq \frac{1}{a\sqrt{2k}} e^{-ik\eta} , \quad (3.87)$$

por lo que para escalas menores que el horizonte, estos modos oscilan, con una amplitud que decae como función de  $a^{-1}$ . Para los modos fuera del horizonte ( $k \ll aH$ ):

$$\delta\phi_k(\eta) \simeq \frac{1}{\sqrt{2k}} \frac{H}{k} . \quad (3.88)$$

Con lo que, si tomamos que durante Inflación el parámetro de Hubble,  $H$ , resulta aproximadamente constante, la amplitud del campo  $\delta\phi_k(\eta)$  también es aproximadamente constante para los modos fuera del horizonte. Este resultado lleva a la conclusión que el modo cuántico

### 3. Inflación estándar

se *congela* al cruzar el horizonte. Este congelamiento de la amplitud, junto con un crecimiento en la longitud de onda de estos modos asociado al crecimiento exponencial de  $a(t)$ , es interpretado en el enfoque tradicional, como que las fluctuaciones cuánticas se convierten en fluctuaciones clásicas [56].

Por otro lado, se puede mostrar, trabajando con las ecuaciones (3.77), (3.79) y (3.83), que la expresión para el operador  $\hat{\psi}(\mathbf{x}, \eta)$  resulta [39]:

$$\hat{\psi}(\mathbf{x}, \eta) = \frac{4\pi G(\rho_0 + p_0)^{1/2}}{\sqrt{2}} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} (u_k(\eta)\hat{a}_{\mathbf{k}}e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + u_k^*(\eta)\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}), \quad (3.89)$$

donde los modos  $u_k(\eta)$  satisfacen la ecuación:

$$u_k'' + \left(k^2 - \frac{\theta''}{\theta}\right) u_k = 0. \quad (3.90)$$

En este punto, se calcula la función de correlación de dos puntos del campo cuántico, y se realiza la identificación de esta cantidad con las fluctuaciones de campos clásicos. En otras palabras, se realiza la siguiente identificación:

$$\langle 0|\hat{\psi}(\mathbf{x}, \eta)\hat{\psi}(\mathbf{x}', \eta)|0\rangle \equiv \overline{\psi(\mathbf{x}, \eta)\psi(\mathbf{x}', \eta)}, \quad (3.91)$$

donde  $|0\rangle$  se corresponde con el estado de vacío inicial. Esta identificación, donde se igualan promedios cuánticos con promedios sobre ensambles de campos clásicos, si bien permite realizar la predicción del espectro primordial de estructura cósmica, tiene problemas de justificación y resulta uno de los puntos delicados del paradigma inflacionario. Una de las justificaciones que se encuentran en la literatura surge a partir del razonamiento que presentamos previamente, donde se pasa de un régimen cuántico a uno clásico como consecuencia de que la amplitud de las perturbaciones se congela al cruzar el horizonte. En los capítulos venideros, discutiremos con mayor profundidad esta problemática.

Una vez realizado este paso, se recurre a la definición del espectro de potencias adimensional de las perturbaciones escalares de la métrica para un campo gaussiano,  $\mathcal{P}_\psi(k, \eta)$  [33]:

$$\overline{\psi(\mathbf{x}, \eta)\psi(\mathbf{x}', \eta)} = \int \frac{dk}{k} \mathcal{P}_\psi(k, \eta) \frac{\text{sen}(kr)}{kr}. \quad (3.92)$$

Además, el valor de expectación de la cantidad  $\hat{\psi}(\mathbf{x}, \eta)\hat{\psi}(\mathbf{x}', \eta)$  en el estado de vacío toma la forma [33]:

$$\langle 0|\hat{\psi}(\mathbf{x}, \eta)\hat{\psi}(\mathbf{x}', \eta)|0\rangle = \int \frac{dk}{k} 4G^2(\rho_0 + p_0) |u_k|^2 k^3 \frac{\text{sen}(kr)}{kr}, \quad (3.93)$$

con  $r = |\mathbf{x} - \mathbf{x}'|$ . Por lo tanto, comparando las últimas dos expresiones, podemos identificar el espectro de potencias, el cual resulta:

$$\mathcal{P}_\psi(k, \eta) = 4G^2(\rho_0 + P_0) |u_k|^2 k^3. \quad (3.94)$$

Los cálculos restantes no los expondremos explícitamente; para un tratamiento detallado se puede consultar el trabajo [33]. Los pasos que restan son los siguientes. En primer lugar, se deben hallar, a partir de la ecuación (3.90), la solución explícita para las funciones  $u_k(\eta)$  y  $u_k'(\eta)$ . Para esto, se deben obtener los valores para las condiciones iniciales de estas funciones,  $u_k(\eta_i)$  y  $u_k'(\eta_i)$ , los cuales están determinados, mediante la ecuación (3.79), por la elección del estado de vacío de Bunch-Davies para los modos  $v_k(\eta_i)$  y  $v_k'(\eta_i)$ . También se debe mencionar, como explicaremos en la próxima Sección, que los modos  $u_k(\eta)$  relevantes observacionalmente para el FCR, son aquellos cuyas longitudes de onda son mayores que el horizonte en la época

dominada por radiación. Como ya describimos en la Sección 2.4, estos modos se identifican tomando el límite  $-k\eta \rightarrow 0$ . Luego, se deben reemplazar las expresiones finales obtenidas para  $u_k(\eta)$  y  $u'_k(\eta)$  en la ecuación (3.94). Al final de este proceso, se obtiene el espectro de potencias adimensional de las perturbaciones escalares de la métrica en el enfoque estándar [61]:

$$\mathcal{P}_\psi(k, \eta) \simeq \frac{V}{27\pi^2 m_P^4 \epsilon_H} . \quad (3.95)$$

Podemos observar que se obtiene un espectro de potencias invariante de escala, es decir, que no depende de  $k$ . Este resultado tiene buena compatibilidad con lo que muestran las observaciones del FCR, las cuales detectan un espectro muy cercano al invariante de escala [52]. A este espectro invariante de escala, se lo conoce como espectro de Harrison-Zel'dovich, por los apellidos de quienes propusieron este espectro por primera vez [22, 68]. Expondremos un desarrollo más detallado de los aspectos observacionales del FCR en la próxima Sección.

### 3.8. Las anisotropías y la polarización del FCR

Finalmente, en esta Sección, estudiaremos brevemente la manera en la que se generan las anisotropías de la temperatura del FCR, y cómo se relacionan con lo expuesto anteriormente para el espectro de potencias de las perturbaciones escalares a la métrica a partir de Inflación. Además, esto nos permitirá relacionar las cantidades que calcularemos posteriormente en este trabajo con las observaciones. Para el desarrollo de esta Sección, nos basaremos mayoritariamente en el tratamiento que se realiza en [3]. Además, presentaremos los resultados de las observaciones más recientes del FCR que resultan relevantes para este trabajo.

Las fluctuaciones en la temperatura del FCR se deben a diversos procesos físicos, y cada uno de ellos genera fluctuaciones a diferentes escalas. Los procesos que contribuyen a escalas angulares pequeñas sobre la superficie del desacople,  $\theta \ll 1^\circ$ , tienen que ver con procesos microfísicos, que no son relevantes a los fines de este trabajo. Por otro lado, el proceso físico encargado de generar las perturbaciones en la temperatura a grandes escalas,  $\theta \gg 1^\circ$ , es el *efecto Sachs-Wolfe* [57]. Este efecto explica estas fluctuaciones a través de la pérdida o ganancia de energía de los fotones, debido a la interacción de estos con pozos de potencial gravitatorio en la superficie de última dispersión.

Además, para grandes escalas, las perturbaciones resultan mayores que el horizonte de partículas,  $\theta \gg \theta_D$ , y de allí que, en estas escalas, la microfísica no sea relevante. En resumen, para estas escalas, estas fluctuaciones no han evolucionado significativamente desde el momento del desacople y, por lo tanto, esta radiación provee información sobre las inhomogeneidades primordiales producidas durante Inflación [58]. Debido a esto, en capítulos próximos, nos interesará conocer el comportamiento de las perturbaciones que tienen un tamaño mayor que el del horizonte de partículas.

Estas fluctuaciones en la temperatura respecto a la temperatura media,  $\delta T/T_0$ , suelen expresarse en términos de las variables angulares de las coordenadas esféricas,  $\theta$  y  $\varphi$ , sobre la superficie de última dispersión. Esta descripción se realiza mediante desarrollos multipolares, utilizando los armónicos esféricos,  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ ; esto es:

$$\frac{\delta T}{T_0}(\theta, \varphi) = \sum_{l=0,1,2,\dots} \sum_{-l \leq m \leq l} \alpha_{lm} Y_{lm}(\theta, \varphi) , \quad (3.96)$$

donde

$$\alpha_{lm} = \int \frac{\delta T}{T_0}(\theta, \varphi) Y_{lm}^*(\theta, \varphi) d\Omega . \quad (3.97)$$

### 3. Inflación estándar

Aquí, los números multipolares  $l$  están asociados con diferentes escalas angulares sobre la superficie del desacople. Se puede ver que  $l \sim \pi/\theta$  [58], es decir que valores bajos de  $l$  se relacionan con escalas angulares sobre la superficie del desacople grandes y viceversa. En este sentido, los valores de  $l$  que corresponden a escalas angulares mayores que el horizonte son aquellos tales que  $2 < l < 100$  [58].

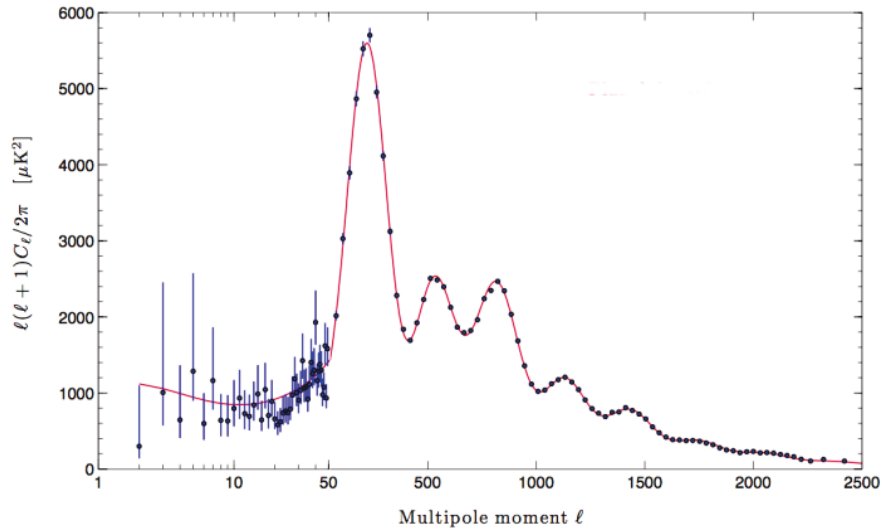
A su vez, el espectro de potencias angular de las anisotropías en la temperatura,  $C_l$ , se define como:

$$C_l \equiv \langle |\alpha_{lm}|^2 \rangle = \frac{1}{2l+1} \sum_{-l \leq m \leq l} |\alpha_{lm}|^2 . \quad (3.98)$$

Esta cantidad resulta de utilidad, pues permite representar una gran cantidad de datos provenientes del FCR de manera compacta, además de que es un observable que resulta comparable con las predicciones teóricas de los modelos de Inflación. Esta comparación se realiza recurriendo al espectro de potencias adimensional de las perturbaciones escalares de la métrica,  $\mathcal{P}_\psi(k)$ , que, para el caso del enfoque estándar, calculamos en la sección anterior. La expresión que relaciona el espectro de potencias angular,  $C_l$ , y el espectro de potencias adimensional de las perturbaciones escalares teórico,  $\mathcal{P}_\psi(k)$ , resulta [3]:

$$C_l = 4\pi \int \frac{dk}{k} j_l^2(kR_D) \mathcal{P}_\psi(k) T^2(k) , \quad (3.99)$$

donde  $j_l(kR_D)$  son las funciones esféricas de Bessel de orden  $l$ , con  $R_D$  el radio de la superficie de última dispersión, y  $T(k)$  es la función de transferencia. Esta última contiene información sobre cómo evolucionaron las perturbaciones desde la época dominada por radiación hasta la actualidad, por lo que permite conectar el espectro de las perturbaciones en el momento que se generaron con el espectro que observamos en el FCR hoy en día. Si consideramos sólo el caso de grandes escalas angulares, en donde sólo interviene el mecanismo físico del efecto *Sachs-Wolfe*, esta función de transferencia resulta  $T(k) = 1$ , como se puede ver en el Capítulo 7 de [16].



**Figura 3.3.** Espectro de potencias angular de las anisotropías en la temperatura del FCR; misión Planck (año 2013); figura tomada de [23].

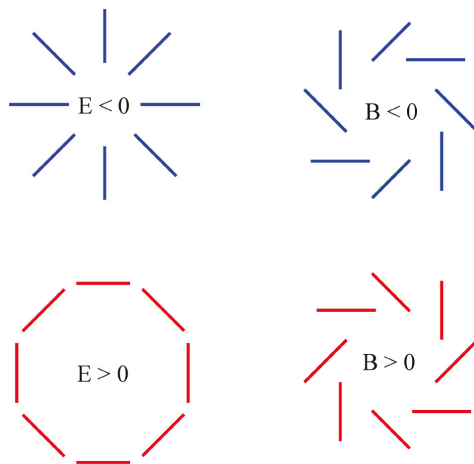
Por otro lado, en los trabajos [22, 68], se obtuvo como predicción teórica, con bases y motivaciones observacionales, un espectro plano. Como ya mencionamos en la Sección

anterior, en honor a los autores de estos trabajos, el espectro plano, es conocido como espectro de Harrison-Zel'dovich. En este sentido, los resultados de las observaciones muestran que, para escalas angulares grandes donde los procesos microfísicos no son relevantes, el espectro de potencias angular resulta muy cercano a un espectro plano [52]. En consecuencia, se espera que los modelos teóricos predigan, para estas escalas, un espectro muy cercano al de Harrison-Zel'dovich, aunque es importante remarcar que el espectro exactamente invariante de escala se encuentra descartado por las observaciones del satélite Planck [52].

Al mismo tiempo, se puede demostrar que la cantidad  $l(l+1)C_l$  resultará constante, si y solo si, el espectro de potencias,  $\mathcal{P}_\psi(k)$ , no depende de  $k$ , es decir, es invariante de escala [10]. Por lo tanto, como ya mencionamos, el resultado teórico que obtuvimos en la Sección anterior bajo el enfoque tradicional para el espectro de potencias de las perturbaciones escalares (ecuación (3.95)) resulta razonablemente compatible con las observaciones del FCR.

A su vez, en la Figura 3.3 se puede ver que en el marco de un modelo inflacionario, en donde se obtiene un espectro muy aproximadamente invariante de escala para las perturbaciones iniciales, y una vez que se tiene en cuenta la función de transferencia  $T(k)$ , la concordancia de los resultados teóricos (curva) con los datos observados del FCR (puntos con barras de error) es extremadamente buena.

Por otro lado, además de las anisotropías en la temperatura, se espera que la radiación del FCR se encuentre linealmente polarizada debido a dispersión Thomson de los momentos cuadrupolares de los fotones en presencia de electrones libres al momento del desacople [54, 67]. Esta polarización se puede descomponer en dos cantidades escalares independientes, los llamados *modo E* y *modo B* [59]. El modo *E* tiene la propiedad de que sus vectores de polarización tienen rotor nulo: estos son radiales alrededor de los focos fríos y tangenciales alrededor de los focos calientes. Este modo de polarización fue detectado, por primera vez, por el experimento DASI en el año 2002 [29]. Por el contrario, los vectores de polarización del modo *B* tienen divergencia nula, pero tienen vorticidad. Este comportamiento característico se puede observar en la Figura 3.4.



**Figura 3.4.** Ejemplos de los patrones de polarización de los modos *E* y *B*. Imagen tomada de [3].

En este trabajo, prestaremos especial atención al modo *B* de polarización, pues se observa que, para el estudio de la etapa inflacionaria, este modo tiene una importancia particular. Esto es así, pues las perturbaciones escalares crean solamente modo *E* de polarización, mientras que las perturbaciones tensoriales, si estuvieron presentes también al comienzo del universo, habrían generado tanto modo *E* como modo *B* de polarización [3]. Esto produce, por un lado, que una posible detección del modo *B* en el FCR, para grandes escalas angulares, sea



### 3. Inflación estándar

una señal concluyente de la existencia de perturbaciones tensoriales primordiales y, por lo tanto, de una etapa inflacionaria. Por otro lado, en caso de ser detectado, la comparación de la intensidad observada de este modo, con la intensidad predicha por los distintos modelos de Inflación, puede contribuir a descartar o impulsar alguno de estos modelos.

El espectro de potencias angular del modo  $B$ ,  $C_l^{BB}$ , como se presenta en [3], tiene la forma:

$$C_l^{BB} \equiv \langle |\alpha_{B,lm}|^2 \rangle = \frac{1}{2l+1} \sum_{-l \leq m \leq l} |\alpha_{B,lm}|^2, \quad (3.100)$$

donde

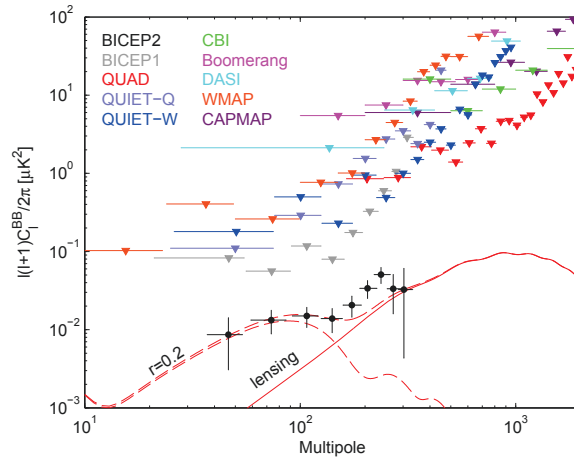
$$\alpha_{B,lm} = 4\pi i^l \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} j_l(kR_D) Y_{lm}^*(\theta, \varphi) T_B(k) h_{\mathbf{k}}. \quad (3.101)$$

En esta ecuación,  $j_l(kR_D)$  son las funciones esféricas de Bessel de orden  $l$ , con  $R_D$  el radio de la superficie de última dispersión,  $T_B(k)$  es la función de transferencia del modo  $B$ , y  $h_{\mathbf{k}}$  es la amplitud clásica de las perturbaciones tensoriales primordiales a la métrica.

Para el modo  $B$  de polarización, la relación entre  $C_l^{BB}$  y el espectro de potencias adimensional de las perturbaciones tensoriales,  $\mathcal{P}_h(\eta)$ , resulta [3]:

$$C_l^{BB} = 32\pi^4 \int_0^\infty \frac{dk}{k} j_l^2(kR_D) T_B^2(k) \mathcal{P}_h(\eta). \quad (3.102)$$

Otra cantidad que resulta relevante en el estudio de las perturbaciones tensoriales es el parámetro  $r$ , que se define como el cociente entre el espectro de potencias de las perturbaciones tensoriales y el espectro de potencias de las perturbaciones escalares. Este parámetro se puede estimar a partir de la observación del FCR. En este trabajo, buscaremos predecir teóricamente su forma funcional y, así, podremos contrastar el resultado que obtengamos con las observaciones realizadas y con los modelos de Inflación tradicionales.



**Figura 3.5.** Espectro de potencias angular para el modo  $B$ . Los puntos negros circulares representan las observaciones de BICEP2, la curva muestra el mejor ajuste del modelo teórico con  $r = 0.20$ . Los puntos triangulares de colores muestran cotas superiores para los valores del espectro, obtenidas en otros experimentos. Figura tomada de [1].

Respecto a los resultados observacionales en la actualidad, la detección del modo  $B$  de polarización del FCR aún no ha sido confirmada de manera concluyente: durante el año 2014, el satélite Planck y el experimento BICEP2 han publicado resultados que se contraponen



respecto a esta detección. Por un lado, el experimento BICEP2, ubicado en el Polo Sur, afirmó haber detectado el modo  $B$  de polarización del FCR, con un valor del parámetro  $r$  dado por  $r = 0.20_{-0.05}^{+0.07}$ ; en la Figura 3.5 se muestra el resultado del espectro de potencias angular para las observaciones de BICEP2, y se observa que la curva teórica que mejor ajusta con estas observaciones corresponde al valor  $r = 0.20$ . Además, en este mismo trabajo se afirma que el valor  $r = 0$  está descartado con un nivel de confianza de  $7.0\sigma$ . Estos resultados se encuentran publicados en [1].

Por otro lado, en los resultados del satélite Planck, se acotan los valores posibles de  $r$ ; se obtiene, con un nivel de confianza de 95%, la cota  $r < 0.11$ , por lo que se admite la posibilidad de que los modos tensoriales sean nulos,  $r = 0$  [52]. Además, otros resultados del satélite Planck afirman que la fracción por polarización debida al polvo de nuestra galaxia presente en la señal puede haber afectado la medición del modo  $B$  primordial del FCR en una cantidad mayor que la estimada por BICEP2 [50]. Según este último trabajo, la contribución del polvo en la medición es del mismo orden que la detección del modo  $B$ . Por lo tanto, esta detección del modo  $B$  de polarización del FCR debido a las ondas gravitatorias primordiales no resulta concluyente y nuevas observaciones deben ser realizadas.

En resumen, el enfoque inflacionario estándar permite realizar predicciones teóricas que se corresponden con las observaciones del FCR. Sin embargo, presenta en su desarrollo problemas conceptuales, que detallaremos en el próximo Capítulo. Si hemos partido de un estado de vacío que es perfectamente isotrópico y homogéneo, ¿cómo es que hemos llegado a un universo con semillas de estructura, anisotrópico y con inhomogeneidades, y cuyo espectro para tales inhomogeneidades viene dado por (3.95)? ¿Cómo es posible, en el marco de una teoría cuántica, cuya dinámica (dictada por la ecuación de Schrödinger) no rompe simetrías, haber pasado de un estado perfectamente simétrico a uno que no lo es?

Estas cuestiones ya han sido formuladas y estudiadas en profundidad en los trabajos, e.g. [48, 64, 30], y aquí adoptaremos el enfoque llevado a cabo en esos trabajos. En particular, seguiremos lo desarrollado en [12], con el fin de re-obtener el espectro de las perturbaciones escalares a la métrica y calcular, por primera vez bajo este enfoque, el espectro de las perturbaciones tensoriales primordiales. En el próximo Capítulo, haremos un breve repaso de la formulación de estas ideas, relacionadas con la *hipótesis de colapso auto-inducido*.



## Capítulo 4

# Inflación y la propuesta de colapso auto-inducido

### 4.1. El problema fundamental del enfoque estándar

En el Capítulo anterior, analizamos la manera en que el modelo inflacionario puede resolver los diversos problemas del modelo del Big Bang. En particular, desarrollamos el tratamiento de las inhomogeneidades del campo Inflatón y vimos cómo este tratamiento puede contribuir a resolver el problema de las semillas primordiales. Para esto, vimos que se suele recurrir al argumento estándar de que las fluctuaciones cuánticas del estado de vacío del Inflatón dieron origen a las semillas primordiales de la estructura cósmica.

Sin embargo, en este argumento hay un problema fundamental: en este enfoque, no existe ningún mecanismo físico mediante el cual el universo pueda evolucionar desde un estado inicial de vacío con ciertas simetrías (homogeneidad e isotropía), a un estado posterior (por ejemplo: la época del desacople, en la cual se emitieron los fotones del FCR), donde estas simetrías ya no existen. La propuesta original del enfoque que se planteará a continuación, así como un desarrollo en profundidad de los temas de esta Sección puede verse en los trabajos [48, 64, 30].

En términos generales, en la evolución unitaria de un estado cuántico, determinada por la ecuación de Schrödinger, se conservan las simetrías presentes. Es decir que la evolución unitaria no rompe las simetrías de un sistema, por lo que este tipo de procesos no podría justificar lo ocurrido en nuestro universo, donde se evolucionó de un estado inicial homogéneo e isotrópico, a un estado posterior ya sin estas simetrías. Aquí, es importante agregar que el espacio-tiempo de fondo, dado por la métrica de FLRW, también resulta espacialmente homogéneo e isotrópico, y la evolución dinámica de este espacio-tiempo se describe mediante las ecuaciones de Einstein, las cuales tampoco rompen las simetrías. Por lo tanto, no sólo es el estado de vacío inicial el que permanecería homogéneo e isotrópico, sino también el espacio-tiempo.

En particular, reproducimos a continuación, lo expuesto en el Apéndice A del trabajo [30]. Allí, se demuestra que el estado de vacío usualmente adoptado como estado cuántico inicial, el vacío de Bunch-Davis [6], es isótropo y homogéneo. Para ello, se parte del estado de vacío inicial,  $|0\rangle$ , definido a partir de la condición  $\hat{a}_{\mathbf{k}}|0\rangle = 0$ , donde  $\hat{a}_{\mathbf{k}}$  es el operador destrucción de partículas para el modo  $\mathbf{k}$ . A continuación, se contruye el operador generador de las traslaciones espaciales:

$$\hat{\mathbf{P}} = \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{k} \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}} . \quad (4.1)$$

Entonces, se observa que una traslación en una cantidad arbitraria,  $\mathbf{D}$ , no genera cambios en

el estado de vacío inicial  $|0\rangle$ :

$$e^{i\mathbf{D}\cdot\hat{\mathbf{P}}}|0\rangle = |0\rangle. \quad (4.2)$$

Por lo tanto, el estado  $|0\rangle$  es homogéneo. De una manera análoga, se puede demostrar la isotropía de este estado, estudiando su comportamiento bajo rotaciones espaciales.

Por otro lado, otra manera de modificar el estado cuántico de un sistema, es mediante un proceso de medición de algún observable. En este caso, en el momento que se realiza la medición, el estado inicial colapsa a uno de los autoestados del observable. Estos autoestados no necesariamente poseen las mismas simetrías que el estado original, por lo que el colapso del estado original a uno de los autoestados observados puede tener como consecuencia que alguna de estas simetrías se rompan. En conclusión, la ruptura de alguna simetría, durante la evolución de un sistema cuántico inicialmente simétrico, puede ocurrir sólo como consecuencia de una medición.

A partir de estas consideraciones, en nuestro caso, surgen varias preguntas: ¿qué significa realizar una medición en el contexto cosmológico? ¿Cuándo ocurrió esta medición? ¿Qué observable se midió? No es aceptable pensar que el proceso de medición ocurrió cuando los satélites comenzaron a recolectar datos del FCR y que, previo a esto, el universo fuera homogéneo e isotrópico. Esto es así, pues las condiciones de nuestra propia existencia exigen que las inhomogeneidades primordiales existieran y evolucionaran desde las épocas iniciales del universo. En otras palabras, nuestro propio accionar no puede ser la causa de nuestra existencia. Por otro lado, surgen problemas relacionados con la capacidad predictiva a partir de contar con una sola medición, es decir: ¿cómo es que tenemos capacidad predictiva si solamente contamos con un solo universo y, por lo tanto, con una sola medición posible? Todas estas cuestiones están relacionadas con el problema de la medición en la Mecánica Cuántica, es decir, el problema de cómo se da la transición de un estado cuántico a uno clásico, y de cómo se seleccionan los valores bien definidos para los observables de estos estados clásicos. En nuestro caso no estudiaremos en detalle esta problemática, puesto que excede los objetivos de esta Tesis, pero existen diversos trabajos que abordan este problema y su inferencia en el contexto cosmológico, por ejemplo en [4, 21, 69].

En la literatura, existen diferentes enfoques que abordan este problema fundamental del modelo inflacionario, como por ejemplo la propuesta de *decoherencia* [27] o la *interpretación de varios universos*. En este trabajo no explicaremos estas propuestas, así como tampoco las dificultades que surgen de estas distintas perspectivas, una presentación resumida sobre este tema puede verse en [33]. Sí mencionaremos que estas propuestas se basan en las reglas de la Mecánica Cuántica estándar, pero ya hemos discutido brevemente que, en el contexto cosmológico, no es evidente la validez de la aplicación de estas reglas.

## 4.2. Propuesta de colapso auto-inducido

Resumiendo lo expuesto en la Sección previa, se debe encontrar una explicación satisfactoria para justificar la transición de un estado homogéneo e isotrópico a un estado que ya no posea estas simetrías. A continuación, se describirá brevemente la propuesta de colapso auto-inducido, basándonos en las consideraciones de la Sección anterior, y en lo realizado en los trabajos mencionados previamente en este Capítulo [33, 48, 64, 30]. La propuesta del colapso auto-inducido tiene como motivación intentar responder las preguntas formuladas en la descripción de los problemas del enfoque tradicional de la Sección anterior. Para ello, esta propuesta modifica el postulado del colapso de la función de onda en la interpretación clásica de la Mecánica Cuántica: se reemplaza al “observador externo” como responsable del colapso de la función de onda, por un colapso auto-inducido. De esta manera, la explicación

propuesta por el esquema de colapso auto-inducido consiste en lo siguiente. El estado cuántico simétrico, correspondiente al que intenta describir las condiciones iniciales del universo temprano, evoluciona unitariamente, hasta que un aspecto intrínseco al sistema provoca el colapso de la función de onda original, dando lugar a un estado inhomogéneo, compatible con las observaciones actuales.

La propuesta del colapso auto-inducido se basa en las ideas de Diosi [13, 14, 15] y Penrose [44, 45, 46] acerca del colapso de la función de onda en Mecánica Cuántica. No entraremos en detalles respecto a estas propuestas, pero diremos que estas señalan que el colapso de la función de onda es realmente un proceso dinámico, donde la gravedad fuerza al sistema a tomar una realización específica de entre diversos estados, rompiendo en el proceso la evolución unitaria de la Mecánica Cuántica. Respecto a esto, se puede agregar que dicho colapso auto-inducido se vería como una modificación no-unitaria a la ecuación de Schrödinger. Dicha modificación haría que un estado inicial evolucione, de manera no-lineal y estocástica, a un estado final, proceso que se puede interpretar, de manera efectiva, como un colapso auto-inducido.

En el marco de esta propuesta de colapso, para poder caracterizar el proceso en cuestión, debemos especificar el esquema de colapso. Este esquema de colapso actúa como una descripción fenomenológica del pasaje de un estado de vacío inicial a otro estado, mediante el colapso auto-inducido. En general, este esquema se define a partir de los valores de expectación que toma cierto campo cuántico,  $\hat{y}(\eta)$ , y su momento conjugado,  $\hat{\pi}(\eta)$ , en el estado post-colapso  $|\Xi\rangle$ , evaluados al tiempo de colapso  $\eta^c$ . Estas cantidades las representaremos según:

$$\langle \hat{y}(\eta^c) \rangle_{\Xi} \equiv \langle \Xi | \hat{y}(\eta^c) | \Xi \rangle, \quad (4.3)$$

$$\langle \hat{\pi}(\eta^c) \rangle_{\Xi} \equiv \langle \Xi | \hat{\pi}(\eta^c) | \Xi \rangle. \quad (4.4)$$

Se han estudiado diferentes tipos de esquema de colapso; se enumeran exhaustivamente en [33, 34]. En nuestro caso, trabajaremos con el denominado esquema de *colapso independiente*. En este esquema, tanto el valor de expectación del campo,  $\hat{y}(\eta)$ , como el valor de expectación de su momento conjugado,  $\hat{\pi}(\eta)$ , en el estado post-colapso  $|\Xi\rangle$ , al tiempo  $\eta^c$ , están distribuidos aleatoriamente en los respectivos rangos de las incertidumbres del estado de vacío inicial,  $|0\rangle$ . En consecuencia, el valor de expectación considerado se selecciona de manera aleatoria:

$$\langle \hat{y}(\eta^c) \rangle_{\Xi} = x_I \sqrt{[\Delta \hat{y}(\eta^c)]_0^2}, \quad (4.5)$$

$$\langle \hat{\pi}(\eta^c) \rangle_{\Xi} = x_{II} \sqrt{[\Delta \hat{\pi}(\eta^c)]_0^2}, \quad (4.6)$$

donde  $x_I$  y  $x_{II}$  son variables aleatorias independientes entre sí, que tienen una distribución gaussiana centrada en cero y con dispersión uno, y donde:

$$[\Delta \hat{y}(\eta^c)]_0^2 \equiv \langle 0 | \Delta \hat{y}(\eta^c) ]^2 | 0 \rangle, \quad [\Delta \hat{\pi}(\eta^c)]_0^2 \equiv \langle 0 | \Delta \hat{\pi}(\eta^c) ]^2 | 0 \rangle, \quad (4.7)$$

considerando que  $\Delta \hat{y}$  y  $\Delta \hat{\pi}$  son las incertidumbres cuánticas de los campos  $\hat{y}$  y  $\hat{\pi}$  respectivamente, en el estado de vacío inicial.

Además, las variables gaussianas  $x_I$  y  $x_{II}$  no están correlacionadas estadísticamente entre sí, ignorando la correlación natural que existe entre los campos en el estado pre-colapso. Esta independencia estadística es una suposición particular de este esquema; como ya mencionamos, existen otros esquemas de colapso, como el esquema de Wigner [11], que sí tienen en cuenta la correlación entre el campo y su momento canónico conjugado. Estas correlaciones surgen en los esquemas que toman en cuenta el Principio de incerteza de Heisenberg.

En resumen, los valores de expectación del estado post-colapso saltan a un valor aleatorio, determinado por las variables gaussianas  $x_I$  y  $x_{II}$ . Cuando introduzcamos este planteo en los próximos capítulos, los campos cuánticos que experimentarán este proceso serán las inhomogeneidades del campo Inflatón y las perturbaciones de la métrica.

Originalmente, la propuesta de colapso auto-inducido se introdujo en el marco de una gravedad semi-clásica [48]. En este enfoque, se recurre al colapso auto-inducido, y se estudian las perturbaciones del campo Inflatón y de la métrica, pero realizando la cuantización sólo sobre las perturbaciones del Inflatón. Luego, se calculan los valores de expectación de este campo cuántico, y estos valores son lo que se utilizan al escribir las ecuaciones de Einstein. De esta manera, se acoplan las perturbaciones clásicas de la métrica, con los valores esperados del campo cuántico de las perturbaciones del Inflatón. Es decir se trabaja con las ecuaciones de Einstein semi-clásicas, las cuales se pueden representar mediante la expresión:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G \langle \hat{T}_{\mu\nu} \rangle . \quad (4.8)$$

Este planteo supone que la descripción de la gravedad en términos de la métrica es una descripción clásica, y que la teoría cuántica de la gravedad tendrá otra descripción diferente a la conocida, en la cual habría que modificar no sólo las nociones de gravedad sino también de la Mecánica Cuántica. En este sentido, se plantea que una de estas modificaciones a la Mecánica Cuántica esté relacionada con el colapso auto-inducido, que se reflejaría en modificaciones a la ecuación de Schrödinger como las mencionadas al inicio de esta Sección.

En cambio, en esta Tesis, si bien también se recurrirá a la propuesta de colapso auto-inducido, se realizará la cuantización de la manera tradicional. Es decir, que se promoverán a operadores cuánticos tanto las perturbaciones del campo Inflatón como las de la métrica, a través de la variable de Mukhanov-Sasaki, la cual se presentó en el Capítulo anterior. De esta manera, las perturbaciones tensoriales a la métrica también serán tratadas cuánticamente. La motivación para trabajar con este enfoque surge a partir del interés en estudiar, como ya mencionamos, la posibilidad de obtener un espectro no nulo para las perturbaciones tensoriales, a primer orden en dichas perturbaciones. En este sentido, existe un trabajo en progreso, bajo el enfoque de gravedad semi-clásica, donde se obtiene que, a segundo orden en la teoría perturbativa, los modos tensoriales serían despreciables [35], por lo que una detección positiva de ondas gravitatorias primordiales descartaría a los modelos de colapsos en el marco de gravedad semi-clásica. Por lo tanto, resulta de interés abordar el estudio de las perturbaciones tensoriales, bajo la hipótesis de colapso, pero realizando la cuantización de los campos de la manera tradicional. Al adoptar este enfoque, seguiremos el trabajo realizado en [12] en el cual se estudia el espectro de potencias de las perturbaciones escalares durante la época inflacionaria. En esta Tesis, trabajaremos bajo dicho enfoque, pero también estudiaremos el espectro de potencias de las perturbaciones tensoriales primordiales.

En el próximo Capítulo, nos abocaremos al estudio de las perturbaciones tensoriales primordiales de la métrica bajo el enfoque de colapso auto-inducido. En dicho Capítulo, se presentarán los resultados principales de esta Tesis, dado que representan un aporte original al estudio del modelo de Inflación bajo la propuesta de colapso. En este sentido, se calculará el espectro de potencias de las perturbaciones tensoriales primordiales y el parámetro  $r$ , cantidades, ambas, contrastables con las observaciones del FCR.

## Capítulo 5

# Ondas gravitatorias en Inflación

En este Capítulo, estudiaremos la descripción de las perturbaciones tensoriales durante el período de Inflación con la propuesta de colapso auto-inducido. Además, analizaremos cómo estas perturbaciones, de existir, modifican el FCR, y cómo contrastar estos resultados con las mediciones actuales. Este Capítulo representa el objetivo central de esta Tesis y resulta un aporte original al estudio del período inflacionario bajo la propuesta de colapso auto-inducido.

En este sentido, recordemos que en la Sección 3.8 expusimos los resultados del experimento BICEP2 [1], publicados a principios del año 2014, donde se afirma haber realizado una medición no nula del modo  $B$  de polarización del FCR y, por lo tanto, se confirma la existencia de ondas gravitacionales primordiales [62]. En paralelo, los resultados de las mediciones del satélite Planck [52] sostienen que esta detección no resulta concluyente, debido a una posible contaminación de la medición por parte del polvo de nuestra galaxia. Esta cuestión aún no se encuentra resuelta, y esta Tesis se enmarca en ese contexto.

Por otro lado, remarquemos lo dicho en el Capítulo anterior: adoptaremos la hipótesis de colapso auto-inducido, con el objetivo de resolver la problemática inflacionaria, acerca de cómo pasar de un estado inicial isótropo y homogéneo a uno que rompa estas simetrías y contenga las semillas de estructura cósmica. Para ello, recurriremos al esquema de colapso independiente, presentado también en el Capítulo previo.

A su vez, tanto la propuesta original del colapso [48], como la mayoría de los trabajos realizados anteriormente bajo este enfoque, e.g. [11, 34, 36], se efectuaron en el marco de una gravedad semi-clásica. Es decir, sólo eran cuantizadas las perturbaciones del campo escalar Inflatón. Bajo este enfoque, a segundo orden en la teoría perturbativa, si bien no son nulas, serían extremadamente pequeñas [35]. Por lo tanto, una detección positiva de ondas gravitatorias primordiales descartaría a los modelos de colapsos en el marco de gravedad semi-clásica. Por el contrario, tal como anticipamos previamente, en esta Tesis continuaremos el trabajo realizado para las perturbaciones escalares en [12]. En esta línea, trabajaremos con la hipótesis de colapso, pero cuantizaremos tanto las perturbaciones del campo Inflatón como las perturbaciones de la métrica. Este tipo de cuantización, además, resulta análoga a la del enfoque estándar, donde se cuantiza la variable de Mukhanov-Sasaki.

Por otro lado, tal como anticipamos en la Sección 3.5, trabajaremos con el modelo de Inflación *slow roll* y, al momento de realizar los cálculos, asumiremos que nos encontramos en el caso *de Sitter*, tal que  $H \simeq \text{cte}$ . Adoptaremos esta hipótesis puesto que, en esta Tesis, no tenemos como principal objetivo conocer la forma exacta del espectro de potencias de las perturbaciones tensoriales, sino analizar, con el enfoque mencionado previamente, su forma funcional y la posibilidad de obtener un valor no nulo para el parámetro  $r$  y comparar este resultado con el caso estándar.

En resumen, el objetivo de este Capítulo es estudiar los modos tensoriales, con el fin de

analizar la posibilidad de obtener un espectro no nulo para las perturbaciones tensoriales y, en consecuencia, un valor para el parámetro  $r$  distinto de cero. Motiva esto las recientes observaciones del satélite Planck y del experimento BICEP2. Finalmente, este estudio lo realizaremos bajo un esquema de colapso auto-inducido (puramente fenomenológico, sin considerar un mecanismo de colapso específico) y en el marco de una cuantización simultánea de las perturbaciones del Inflatón y de la métrica (escalares y tensoriales).

A continuación, comenzaremos con el estudio de las perturbaciones tensoriales, retomando lo mencionado en la Sección 3.6. Luego, procederemos a la cuantización de estas perturbaciones y calcularemos su espectro de potencias. Más tarde, presentaremos un tratamiento análogo, realizado originalmente en [12], para el caso de las perturbaciones escalares, con el objeto de obtener el parámetro  $r$ . Finalmente, expondremos algunas conclusiones en base a los resultados obtenidos, y realizaremos una comparación de éstos con las observaciones.

### 5.1. Presentación de las perturbaciones tensoriales

Previamente, en la Sección 3.6, realizamos una breve descripción de las perturbaciones tensoriales. Debido a que, en esta Tesis, nos enfocaremos particularmente en este tipo de perturbaciones, desarrollaremos con más detalle algunas de sus características más importantes. Recordemos que estas perturbaciones pueden ser caracterizadas por un tensor de rango dos  $h_{ij}(\mathbf{x}, \eta)$ , que cumple las propiedades  $h^i_i = 0$  y  $h^i_{j,i} = 0$ . Estas propiedades conducen a que este tensor tenga sólo dos grados de libertad. Por lo tanto, se suele realizar la descomposición del tensor  $h_{ij}$  en términos de estos dos grados de libertad [66]:

$$h_{ij} = h_+ e_{ij}^+ + h_\times e_{ij}^\times, \quad (5.1)$$

donde  $e_{ij}^\lambda$ ,  $\lambda = +, \times$ , son tensores de polarización, independientes del tiempo, que satisfacen las condiciones:

$$e_{ij}^\lambda = e_{ji}^\lambda, \quad e_{ii}^\lambda = 0, \quad k^i e_{ij}^\lambda = 0, \quad (5.2)$$

donde  $k^i$  es la componente  $i$  del vector número de onda, que define la dirección de propagación de esta perturbación. Además, a primer orden en las perturbaciones, y ante una transformación de coordenadas infinitesimal como la dada en la ecuación (3.61), se tiene que  $h_{ij}$  es invariante de norma, por lo que, como ya mencionamos, describe grados de libertad físicos.

Por otro lado, también hemos mencionado en la Sección 3.6 que estas perturbaciones describen las ondas gravitatorias. Respecto a esto, podemos decir que las ondas gravitatorias son una predicción de la Relatividad General, y que, astrofísicamente hablando, existen diversas maneras de generarlas. Sin embargo, en esta Tesis, estamos enfocando nuestra atención a las que pudieron haberse generado al comienzo del universo, y por eso las llamamos *primordiales*. La manera de comprobar que el tensor  $h_{ij}$  efectivamente representa ondas gravitatorias es estudiando las ecuaciones de Einstein a primer orden para estas perturbaciones. Se demuestra que para cada una de las funciones,  $h_\lambda$ ,  $\lambda = +, \times$ , de los términos de la ecuación (5.1), se tiene [16]:

$$\ddot{h}_\lambda + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{h}_\lambda + k^2 h_\lambda = 0, \quad (5.3)$$

que representa una ecuación de ondas amortiguada. Las soluciones que se obtienen de esta ecuación son llamadas *ondas gravitatorias*, cuyas amplitudes decaen en el tiempo. Las ondas con menor longitud de onda decaen más rápidamente que las de mayor longitud de onda. Este comportamiento tiene una consecuencia importante cuando se pretende estudiar el efecto de las ondas gravitatorias primordiales en las anisotropías del FCR. Se observa que las ondas gravitatorias primordiales con longitudes de onda más pequeñas que el horizonte de partículas



decaen lo suficientemente rápido como para no haber afectado a las anisotropías con pequeñas escalas angulares. De esta manera, las ondas gravitatorias primordiales sólo pueden haber repercutido en las anisotropías del FCR a grandes escalas angulares [16]. Este efecto, junto con los argumentos mencionados en la Sección 3.8, conducirá a que, más adelante en este Capítulo, cuando estemos abocados al estudio de las perturbaciones tensoriales, sólo resulten relevantes los modos de estas perturbaciones mayores que el horizonte de partículas.

## 5.2. Cuantización de las perturbaciones tensoriales

Para estudiar las perturbaciones tensoriales, partiremos de la acción que se presenta en la Sección 8.4 del libro [39], la cual está dedicada al estudio de las ondas gravitacionales en el período inflacionario. Luego, realizaremos el proceso de cuantización y adoptaremos la propuesta de colapso, de manera análoga a lo efectuado en [12]. Esta acción se puede obtener desarrollando la acción de Einstein, junto con la acción de un campo escalar acoplado mínimamente a la gravedad, hasta segundo orden en la perturbación  $h_{ij}(\mathbf{x}, \eta)$ . En consecuencia, se obtiene:

$$S = \frac{1}{64\pi G} \int d^3x d\eta a^2 \left( h_{ij}^{\prime} h_i^{\prime j} - h_{ij;l}^i h_j^{\prime l} \right). \quad (5.4)$$

Recordemos que, tal como explicitamos en el Capítulo 2, las derivadas respecto al tiempo conforme,  $\eta$ , se expresan mediante un apóstrofo, “ ’ ”, y las derivadas covariantes mediante un punto y coma, “ ; ”.

Para continuar, debemos descomponer  $h_{ij}$  en modos de Fourier. A partir de ahora, trabajaremos con uno sólo de los términos de polarización,  $\lambda = +, \times$ . Cada uno de estos dos términos se puede trabajar de manera independiente, y con ambos se obtienen resultados idénticos; de esta manera, al final del proceso, cuando consideremos la contribución total, multiplicaremos por dos el resultado que surge de analizar uno sólo de ellos. Por lo tanto, considerando sólo una polarización, la descomposición en modos de Fourier resulta:

$$h_{ij}(\mathbf{x}, \eta) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} h_{\mathbf{k}}(\eta) e_{ij}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}. \quad (5.5)$$

Sustituyendo esta expresión en la acción anterior, podemos reescribirla,

$$S = \frac{1}{64\pi G} \int d^3k d\eta a^2 e_i^i e_j^j \left( h_{\mathbf{k}}^{\prime} h_{-\mathbf{k}}^{\prime} - k^2 h_{\mathbf{k}} h_{-\mathbf{k}} \right). \quad (5.6)$$

Ahora, hacemos un cambio de variable:

$$v_{\mathbf{k}} = \sqrt{\frac{e_i^i e_j^j}{32\pi G}} a h_{\mathbf{k}} \quad (5.7)$$

Expresada en términos de esta nueva variable, la acción toma la forma:

$$S = \frac{1}{2} \int d^3k d\eta \left[ v_{\mathbf{k}}^{\prime} v_{-\mathbf{k}}^{\prime} - \left( k^2 - \frac{a''}{a} \right) v_{\mathbf{k}} v_{-\mathbf{k}} \right]. \quad (5.8)$$

Esta acción describe un campo escalar real en términos de su transformada de Fourier, es decir:

$$v(\mathbf{x}, \eta) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} v_{\mathbf{k}}(\eta) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad v_{\mathbf{k}}(\eta) = \int \frac{d^3x}{(2\pi)^{3/2}} v(\mathbf{x}, \eta) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}. \quad (5.9)$$

Reescribimos la acción de este campo en el espacio de las coordenadas. Así, la acción para la variable  $v(\mathbf{x}, \eta)$  resulta:

$$S = \frac{1}{2} \int d^3x d\eta \left[ (v')^2 - (v_{,i})^2 + \frac{a''}{a} v^2 \right]. \quad (5.10)$$

## 5. Ondas gravitatorias en Inflación

El momento canónico conjugado a  $v(\mathbf{x}, \eta)$  es:

$$\pi(\mathbf{x}, \eta) \equiv \frac{\partial(\sqrt{-g}\mathcal{L})}{\partial v'} = v'(\mathbf{x}, \eta). \quad (5.11)$$

Ahora, realizamos la cuantización del campo, promoviendo las variables  $v(\mathbf{x}, \eta)$  y  $\pi(\mathbf{x}, \eta)$  a operadores cuánticos. La cuantización canónica consiste en imponer las siguientes reglas de conmutación, a tiempos iguales:

$$[\hat{v}(\mathbf{x}, \eta), \hat{v}(\mathbf{x}', \eta)] = [\hat{\pi}(\mathbf{x}, \eta), \hat{\pi}(\mathbf{x}', \eta)] = 0, \quad [\hat{v}(\mathbf{x}, \eta), \hat{\pi}(\mathbf{x}', \eta)] = i\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (5.12)$$

Aquí, nuevamente realizamos una descomposición en modos de Fourier, en este caso para los operadores  $\hat{v}(\mathbf{x}, \eta)$  y  $\hat{\pi}(\mathbf{x}, \eta)$ . Al hacer esta descomposición, trataremos al número de onda  $\mathbf{k}$  de manera discreta; para esto, supondremos que estamos trabajando en una caja de lado  $L$  con condiciones de contorno periódicas. Cuando resulte necesario, tomaremos el límite  $L \rightarrow \infty$ , con lo que pasaremos a trabajar nuevamente con el número de onda  $\mathbf{k}$  distribuido de manera continua. Entonces, esta descomposición resulta:

$$\hat{v}(\mathbf{x}, \eta) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} (v_k(\eta) \hat{\beta}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + v_k^*(\eta) \hat{\beta}_{\mathbf{k}}^\dagger e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}), \quad (5.13)$$

$$\hat{\pi}(\mathbf{x}, \eta) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} (v_k'(\eta) \hat{\beta}_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} + v_k'^*(\eta) \hat{\beta}_{\mathbf{k}}^\dagger e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}). \quad (5.14)$$

Si realizamos una normalización sobre las funciones  $v_k(\eta)$  y  $v_k'(\eta)$ , de manera que resulte:

$$v_k^* v_k' - v_k v_k'^* = -i, \quad (5.15)$$

puede comprobarse que los operadores  $\hat{\beta}_{\mathbf{k}}$  y  $\hat{\beta}_{\mathbf{k}}^\dagger$  cumplen las relaciones de conmutación de los operadores creación y destrucción de partículas:

$$[\hat{\beta}_{\mathbf{k}}, \hat{\beta}_{\mathbf{k}'}] = [\hat{\beta}_{\mathbf{k}}^\dagger, \hat{\beta}_{\mathbf{k}'}^\dagger] = 0, \quad [\hat{\beta}_{\mathbf{k}}, \hat{\beta}_{\mathbf{k}'}^\dagger] = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}'). \quad (5.16)$$

Se interpreta que estos operadores creación y destrucción, crean o destruyen una onda gravitatoria en la dirección de  $\mathbf{k}$ , con una longitud de onda  $\lambda = |\mathbf{k}|^{-1}$ .

A partir de la acción (5.10), calculamos, mediante las ecuaciones de Euler-Lagrange, la ecuación de movimiento para  $v_k$ . Esta es:

$$v_k'' + \left(k^2 - \frac{a''}{a}\right) v_k = 0. \quad (5.17)$$

En este punto, debemos recordar lo mencionado al principio de este Capítulo: en esta Tesis, trabajaremos en el caso donde se cumplen las condiciones de una etapa inflacionaria tipo *de Sitter*, en la cual se tiene  $H \simeq \text{cte}$ , y por lo tanto  $a(\eta) \simeq -1/(H\eta)$ . Bajo esta hipótesis, la ecuación anterior toma la forma:

$$v_k'' + \left(k^2 - \frac{2}{\eta^2}\right) v_k = 0. \quad (5.18)$$

Esta ecuación puede ser llevada a la forma de una ecuación de Bessel y, así, obtener su solución general. Ésta toma la forma:

$$v_k = A \left(1 - \frac{i}{k\eta}\right) e^{-ik\eta} + B \left(1 + \frac{i}{k\eta}\right) e^{ik\eta}. \quad (5.19)$$

Los valores de las constantes  $A$  y  $B$  se determinan a partir de la normalización (5.15) y de la elección del estado de vacío  $|0\rangle$  para el campo. Dicha elección no es única, tal como ocurre para cualquier espacio-tiempo no estacionario. En este caso, es importante mencionar que, independientemente de la elección del estado de vacío que hagamos, este corresponderá con un estado espacialmente homogéneo e isotrópico. El vacío de Bunch-Davies, tal como se detalla en [43], es el candidato más natural, pues se define como el vacío que se corresponde con el vacío de la métrica de Minkowski para tiempos iniciales,  $\eta \rightarrow -\infty$ . Por lo tanto, esta elección se define mediante la condición [43]:

$$v_k \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2k}} e^{-ik\eta}, \text{ cuando } \eta \rightarrow -\infty. \quad (5.20)$$

Estas condiciones determinan las constantes de la solución general:

$$A = \frac{1}{\sqrt{2k}}, \quad B = 0. \quad (5.21)$$

Por lo tanto, la solución de  $v_k$ , para nuestro caso, resulta:

$$v_k = \frac{1}{\sqrt{2k}} \left( 1 - \frac{i}{k\eta} \right) e^{-ik\eta}. \quad (5.22)$$

En este punto, introducimos la propuesta de colapso auto-inducido: suponemos que, a un tiempo  $\eta_k^c$ , denominado *tiempo de colapso*, se produjo un cambio del estado de vacío inicial  $|0\rangle$  a otro estado  $|\Xi\rangle$ . Consideraremos que el tiempo de colapso tiene una dependencia funcional con el valor  $k$ , de manera que distintos modos,  $v_k$ , colapsarán en distintos instantes. Veremos más adelante la necesidad de esta dependencia. Además, como ya mencionamos en el Capítulo anterior, la descripción de este proceso no incluye un análisis sobre los aspectos intrínsecos del mismo, sino que haremos una parametrización del colapso puramente fenomenológica.

Es conveniente reescribir al campo  $\hat{v}$  y a su momento conjugado  $\hat{\pi}$  de la siguiente manera:

$$\hat{v}(\mathbf{x}, \eta) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} \hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad \hat{\pi}(\mathbf{x}, \eta) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} \hat{\pi}_{\mathbf{k}}(\eta) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad (5.23)$$

donde

$$\hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) = v_k(\eta) \hat{\beta}_{\mathbf{k}} + v_k^*(\eta) \hat{\beta}_{-\mathbf{k}}^\dagger, \quad \hat{\pi}_{\mathbf{k}}(\eta) = v_k'(\eta) \hat{\beta}_{\mathbf{k}} + v_k'^*(\eta) \hat{\beta}_{-\mathbf{k}}^\dagger. \quad (5.24)$$

El paso siguiente consiste en descomponer a  $\hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta)$  y  $\hat{\pi}_{\mathbf{k}}(\eta)$  en sus respectivas partes reales e imaginarias, donde cada una es, además, completamente hermítica. Este procedimiento es motivado por el hecho de considerar al colapso auto-inducido relacionado con la medición en la Mecánica Cuántica tradicional. Por lo tanto, buscamos que los operadores con los que trabajemos sean hermíticos, pues estos son los operadores asociados con cantidades observables. Entonces, tenemos:

$$\hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) = \hat{v}_{\mathbf{k}}^R(\eta) + i\hat{v}_{\mathbf{k}}^I(\eta), \quad \hat{\pi}_{\mathbf{k}}(\eta) = \hat{\pi}_{\mathbf{k}}^R(\eta) + i\hat{\pi}_{\mathbf{k}}^I(\eta), \quad (5.25)$$

donde

$$\hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( v_k(\eta) \hat{\beta}_{\mathbf{k}}^{R,I} + v_k^*(\eta) \hat{\beta}_{\mathbf{k}}^{\dagger R,I} \right), \quad (5.26)$$

y

$$\hat{\pi}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( v_k'(\eta) \hat{\beta}_{\mathbf{k}}^{R,I} + v_k'^*(\eta) \hat{\beta}_{\mathbf{k}}^{\dagger R,I} \right), \quad (5.27)$$

con

$$\hat{\beta}_{\mathbf{k}}^R = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{\beta}_{\mathbf{k}} + \hat{\beta}_{-\mathbf{k}}), \quad \hat{\beta}_{\mathbf{k}}^I = \frac{-i}{\sqrt{2}} (\hat{\beta}_{\mathbf{k}} - \hat{\beta}_{-\mathbf{k}}). \quad (5.28)$$

## 5. Ondas gravitatorias en Inflación

Las reglas de conmutación de estos operadores son:

$$[\hat{\beta}_{\mathbf{k}}^R, \hat{\beta}_{\mathbf{k}'}^{\dagger R}] = (\delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} + \delta_{\mathbf{k},-\mathbf{k}'}) \quad [\hat{\beta}_{\mathbf{k}}^I, \hat{\beta}_{\mathbf{k}'}^{\dagger I}] = (\delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} - \delta_{\mathbf{k},-\mathbf{k}'}), \quad (5.29)$$

mientras que todos los otros posibles conmutadores se anulan. En esta última ecuación, es importante observar que los modos  $\mathbf{k}$  y  $-\mathbf{k}$  no son independiente entre sí, propiedad que será importante más adelante.

Ahora, como  $\hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta)$  y  $\hat{\pi}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta)$  son operadores hermíticos, puede ser *medidos* [12]. Por lo tanto, supondremos, como ya mencionamos, que el colapso auto-inducido esta asociado a un proceso que actúa de manera semejante a una medición. En consecuencia, en este marco, tomaremos los valores de expectación de estos campos, recurriendo al esquema de colapso independiente presentado en la Sección 4.2. Este esquema corresponde a:

$$\langle \hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta_k^c) \rangle_{\Xi} = x_{\mathbf{k},I}^{R,I} \sqrt{[\Delta \hat{v}(\eta_k^c)]_0^2}, \quad (5.30)$$

$$\langle \hat{\pi}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta_k^c) \rangle_{\Xi} = x_{\mathbf{k},II}^{R,I} \sqrt{[\Delta \hat{\pi}(\eta_k^c)]_0^2}, \quad (5.31)$$

donde, como ya hemos mencionado,  $x_I$  y  $x_{II}$  son variables aleatorias independientes entre sí, que tienen una distribución gaussiana centrada en cero y con dispersión uno.

Además, dado un estado  $|\Xi\rangle$  del campo  $\hat{v}$ , definimos la cantidad  $D_{\mathbf{k}\Xi}^{R,I}$  de la siguiente manera:

$$D_{\mathbf{k}\Xi}^{R,I} \equiv \langle \hat{\beta}_{\mathbf{k}}^{R,I} \rangle_{\Xi} \quad (5.32)$$

Esta cantidad resulta relevante pues está relacionada con los valores de expectación de  $\hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta)$  y  $\hat{\pi}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta)$ . En este sentido, utilizando la definición anterior, junto con las ecuaciones (5.26) y (5.27), vemos que:

$$\langle \hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta) \rangle_{\Xi} = \sqrt{2} \Re[v_k(\eta) D_{\mathbf{k}\Xi}^{R,I}], \quad (5.33)$$

$$\langle \hat{\pi}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta) \rangle_{\Xi} = \sqrt{2} \Re[v'_k(\eta) D_{\mathbf{k}\Xi}^{R,I}]. \quad (5.34)$$

Por otro lado, para el estado de vacío inicial  $|0\rangle$ , tenemos:

$$D_{\mathbf{k}0}^{R,I} = 0. \quad (5.35)$$

Además, utilizando la siguiente propiedad,

$$[\Delta \hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}]_0^2 = \langle (\hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I})^2 \rangle_0 - \langle \hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I} \rangle_0^2, \quad (5.36)$$

obtenemos:

$$[\Delta \hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}]_0^2 = \frac{1}{2} |v_k(\eta)|^2, \quad (5.37)$$

$$[\Delta \hat{\pi}_{\mathbf{k}}^{R,I}]_0^2 = \frac{1}{2} |v'_k(\eta)|^2, \quad (5.38)$$

que nos permite reescribir las ecuaciones (5.30) y (5.31) en la forma:

$$\langle \hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta_k^c) \rangle_{\Xi} = x_{\mathbf{k},I}^{R,I} \frac{1}{\sqrt{2}} |v_k(\eta_k^c)|, \quad (5.39)$$

$$\langle \hat{\pi}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta_k^c) \rangle_{\Xi} = x_{\mathbf{k},II}^{R,I} \frac{1}{\sqrt{2}} |v'_k(\eta_k^c)|. \quad (5.40)$$

Ahora, evaluamos las ecuaciones (5.33) y (5.34) al tiempo de colapso,  $\eta_k^c$ . Esto nos permite obtener una expresión para  $D_{\mathbf{k}\Xi}^{R,I}$  en términos de las cantidades  $\langle \hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta_k^c) \rangle_{\Xi}$  y  $\langle \hat{\pi}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta_k^c) \rangle_{\Xi}$ . Una vez que obtenemos esto, podemos reescribir la ecuación (5.33), la cual toma la forma:

$$\begin{aligned} \langle \hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta) \rangle_{\Xi} = & \langle \hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta_k^c) \rangle_{\Xi} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{k\eta z_k} - \frac{1}{z_k^2} \right) \cos(k\eta - z_k) + \left[ \frac{1}{k\eta} \left( \frac{1}{z_k^2} - 1 \right) + \frac{1}{z_k} \right] \times \right. \\ & \left. \times \text{sen}(k\eta - z_k) \right\} + \frac{\langle \hat{\pi}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta_k^c) \rangle_{\Xi}}{k} \left\{ \left( \frac{1}{k\eta} - \frac{1}{z_k} \right) \cos(k\eta - z_k) + \left( 1 + \frac{1}{k\eta z_k} \right) \text{sen}(k\eta - z_k) \right\}, \end{aligned} \quad (5.41)$$

donde  $z_k \equiv k\eta_k^c$ .

Entonces, trabajamos con las ecuaciones (5.22), (5.39), (5.40) y (5.41). Esto nos conduce, finalmente, a la expresión:

$$\langle \hat{v}_{\mathbf{k}}^{R,I}(\eta) \rangle_{\Xi} = \frac{1}{2k^{1/2}} \left[ F(k\eta, z_k) x_{\mathbf{k},I}^{R,I} + G(k\eta, z_k) x_{\mathbf{k},II}^{R,I} \right], \quad (5.42)$$

donde

$$\begin{aligned} F(k\eta, z_k) \equiv & \left( 1 + \frac{1}{z_k^2} \right)^{1/2} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{k\eta z_k} - \frac{1}{z_k^2} \right) \cos(k\eta - z_k) + \right. \\ & \left. + \left[ \frac{1}{k\eta} \left( \frac{1}{z_k^2} - 1 \right) + \frac{1}{z_k} \right] \text{sen}(k\eta - z_k) \right\}, \end{aligned} \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} G(k\eta, z_k) \equiv & \left[ \frac{1}{z_k^2} + \left( 1 - \frac{1}{z_k^2} \right)^2 \right]^{1/2} \left\{ \left( \frac{1}{k\eta} - \frac{1}{z_k} \right) \cos(k\eta - z_k) + \right. \\ & \left. + \left( 1 + \frac{1}{k\eta z_k} \right) \text{sen}(k\eta - z_k) \right\}. \end{aligned} \quad (5.44)$$

Ahora, regresamos a la ecuación (5.25) y tomamos el valor esperado de  $\hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta)$  en el estado post-colapso:

$$\langle \hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) \rangle_{\Xi} = \langle \hat{v}_{\mathbf{k}}^R(\eta) \rangle_{\Xi} + i \langle \hat{v}_{\mathbf{k}}^I(\eta) \rangle_{\Xi}. \quad (5.45)$$

Utilizamos la ecuación (5.42) para reescribir la expresión anterior:

$$\langle \hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) \rangle_{\Xi} = \frac{1}{2k^{1/2}} \left[ F(k\eta, z_k) x_{\mathbf{k},I} + G(k\eta, z_k) x_{\mathbf{k},II} \right], \quad (5.46)$$

donde  $x_{\mathbf{k},j} = x_{\mathbf{k},j}^R + i x_{\mathbf{k},j}^I$ , con  $j = I, II$ .

A partir de este momento, podemos regresar a la variable original: las perturbaciones tensoriales de la métrica,  $h_{ij}(\mathbf{x}, \eta)$ . Al haber cuantizado  $\hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta)$ , hemos cuantizado estas perturbaciones. Por lo tanto, tenemos:

$$\hat{h}_{ij}(\mathbf{x}, \eta) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} \hat{h}_{\mathbf{k}}(\eta) e_{ij}(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad (5.47)$$

donde

$$\hat{h}_{\mathbf{k}}(\eta) = \sqrt{\frac{32\pi G}{e_j^i e_i^j}} \frac{1}{a(\eta)} \hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta). \quad (5.48)$$

## 5. Ondas gravitatorias en Inflación

Tomando el valor de expectación de esta cantidad, en el estado post-colapso tendremos:

$$\langle \hat{h}_{\mathbf{k}}(\eta) \rangle_{\Xi} = \sqrt{\frac{32\pi G}{e_j^i e_i^j}} \frac{1}{a(\eta)} \langle \hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) \rangle_{\Xi} . \quad (5.49)$$

En este punto, haremos la identificación:

$$\langle \hat{h}_{\mathbf{k}}(\eta) \rangle_{\Xi} \simeq h_{\mathbf{k}}(\eta) . \quad (5.50)$$

Esto significa que el valor de expectación del operador cuántico  $\hat{h}_{\mathbf{k}}$  coincide de manera aproximada con el valor de la amplitud de la onda gravitacional clásica  $h_{\mathbf{k}}$ . Esta identificación puede hacerse con certeza, si el estado post-colapso  $|\Xi\rangle$  es un estado *muy picudo*. Consideraremos que esta resulta una justificación razonable, ya que todos los experimentos realizados comprueban que luego de un colapso de una función de onda, el estado que resulta es un estado *muy picudo* en torno al auto-valor del observable medido. En el caso del universo inflacionario no podemos realizar estos experimentos, pero suponemos que el modelo de colapso auto-inducido conserva esta característica de la Mecánica Cuántica estándar. (En el paradigma inflacionario estándar, en el cual no se trabaja con la propuesta de colapso, se hace la siguiente suposición: para los modos fuera del horizonte, se cumple que  $\hat{h}_{\mathbf{k}} \rightarrow h_{\mathbf{k}}$ .)

Una vez hecha esta suposición, podemos calcular el valor de la amplitud clásica de las ondas gravitatorias producidas durante la época inflacionaria. Recordemos que estamos considerando Inflación *slow roll* y que el factor de escala satisface que  $a(\eta) \simeq -1/H\eta$ , pues estamos trabajando en el caso *de Sitter*; además, utilizamos la definición de la masa de Planck reducida,  $m_{\text{P}}^2 \equiv 1/(8\pi G)$ . Con estas consideraciones, la amplitud clásica  $h_{\mathbf{k}}(\eta)$  resulta:

$$h_{\mathbf{k}}(\eta) = \frac{2H}{m_{\text{P}}} \frac{(-\eta)}{\sqrt{e_j^i e_i^j}} \frac{1}{k^{1/2}} \left[ F(k\eta, z_k) x_{\mathbf{k},I} + G(k\eta, z_k) x_{\mathbf{k},II} \right] . \quad (5.51)$$

Como hemos explicado en la Sección 3.8 y al comienzo de este Capítulo, los modos que resultan de importancia observacional son aquellos que están fuera del horizonte de partículas. Estos modos se identifican mediante la condición  $k \ll \mathcal{H}$  (estamos suponiendo aquí, como es costumbre en la literatura, que el radio de Hubble es una cantidad representativa para el horizonte, a pesar de no coincidir exactamente con el mismo). Dado que, durante la Inflación  $\mathcal{H} = -1/\eta$ , la condición para modos fuera del horizonte puede reexpresarse mediante la condición  $-k\eta \rightarrow 0$ , recordando que durante el período inflacionario,  $\eta$  es negativo. En este límite, se demuestra que:

$$\lim_{-k\eta \rightarrow 0} F(k\eta, z_k) = \left( \frac{1}{-k\eta} \right) f(z_k), \quad \lim_{-k\eta \rightarrow 0} G(k\eta, z_k) = \left( \frac{1}{-k\eta} \right) g(z_k), \quad (5.52)$$

donde

$$f(z_k) \equiv \left( 1 + \frac{1}{z_k^2} \right)^{1/2} \left[ -\frac{1}{z_k} \cos(z_k) + \left( \frac{1}{z_k^2} - 1 \right) \text{sen}(z_k) \right], \quad (5.53)$$

$$g(z_k) \equiv \left( 1 - \frac{1}{z_k^2} + \frac{1}{z_k^4} \right)^{1/2} \left( -\cos(z_k) + \frac{1}{z_k} \text{sen}(z_k) \right). \quad (5.54)$$

Por lo tanto, para los modos fuera del horizonte se obtiene:

$$h_{\mathbf{k}}(\eta) = \frac{2H}{m_{\text{P}}} \frac{1}{\sqrt{e_j^i e_i^j}} \frac{1}{k^{3/2}} \left[ f(z_k) x_{\mathbf{k},I} + g(z_k) x_{\mathbf{k},II} \right]. \quad (5.55)$$

Esta cantidad depende, finalmente, de los parámetros del colapso  $x_{\mathbf{k},I}$  y  $x_{\mathbf{k},II}$  y del tiempo de colapso, a través de la cantidad  $z_k \equiv k\eta_k^c$ . A partir de esta expresión, podremos, en lo que sigue, realizar las predicciones teóricas para las observaciones y compararlas, también, con los resultados del caso estándar.

### 5.3. Predicciones para el espectro de las perturbaciones tensoriales

Consideramos ahora el tratamiento de las anisotropías del FCR realizado en la Sección 3.8. A partir de lo desarrollado en dicha Sección, podemos relacionar nuestro tratamiento de las perturbaciones tensoriales durante Inflación con las cantidades que pueden ser observadas en las anisotropías del FCR. En particular, como ya hemos mencionado, nos concentraremos en el modo  $B$  de polarización.

En principio, recordemos la ecuación (3.101), la cual relaciona los coeficientes del desarrollo multipolar,  $\alpha_{B,lm}$ , con la amplitud de los modos de las ondas gravitacionales,  $h_{\mathbf{k}}(\eta)$ , durante Inflación. Estos coeficientes involucran la cantidad escalar  $\sqrt{h_j^i h_i^j}$ . Entonces, al evaluar esta cantidad, vamos a obtener que los términos para cada modo  $\mathbf{k}$  toman la forma  $h_{\mathbf{k}}(\eta)\sqrt{e_j^i e_i^j}$ , donde la función  $h_{\mathbf{k}}(\eta)$  está dada por la ecuación (5.55). Por lo tanto, para los modos  $B$  de polarización, la expresión para los coeficientes  $\alpha_{B,lm}$  resulta:

$$\alpha_{B,lm} = \frac{4\pi i^l}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} j_l(kR_D) Y_{lm}^*(\theta, \varphi) T_B(k) h_{\mathbf{k}}(\eta) \sqrt{e_j^i e_i^j}. \quad (5.56)$$

Más adelante, también nos interesará calcular el espectro de potencias angular para el modo  $B$  de la polarización del FCR, definido en la ecuación (3.98):

$$C_l^{BB} \equiv \langle |\alpha_{B,lm}|^2 \rangle = \frac{1}{2l+1} \sum_{-l \leq m \leq l} |\alpha_{B,lm}|^2. \quad (5.57)$$

En este punto, mediante argumentos idénticos a los presentados en [12], debemos realizar ciertas consideraciones sobre los coeficientes  $\alpha_{B,lm}$ . El valor de estos coeficientes surge como resultado de la contribución del colapso de las funciones de onda para los distintos modos  $\mathbf{k}$ , puesto que, bajo este enfoque existe un colapso por cada modo  $\mathbf{k}$  del campo cuántico. Cada uno de estos modos contribuye con un número complejo a la sumatoria de la ecuación (5.56), en lo que resulta una *caminata* al azar sobre el plano complejo, determinada por los números aleatorios  $x_{\mathbf{k},I}$  y  $x_{\mathbf{k},II}$ . La sumatoria sobre todo los modos  $\mathbf{k}$ , la cual resulta la cantidad observada  $\alpha_{B,lm}$ , equivale a una caminata al azar sobre este plano. Dado que no es posible evaluar esta caminata por su naturaleza aleatoria, nos enfocaremos en la magnitud (al cuadrado) de la cantidad observada,  $|\alpha_{B,lm}|^2$ , la cual equivale al desplazamiento total de esta caminata aleatoria. Usando las propiedades estadísticas de las variables aleatorias, obtendremos el valor más probable del desplazamiento total de dicha caminata,  $|\alpha_{B,lm}|_{mp}^2$ , donde el sub-índice  $mp$  hace referencia a “más probable”. Para esto, consideraremos un ensamble imaginario de universos, cada uno asociado a la caminata aleatoria mencionada, y supondremos que este *valor-más-probable* del desplazamiento total de la caminata coincide con el promedio sobre dicho ensamble de universos. Estas cantidades ciertamente coincidirán bajo condiciones normales, es decir, cuando la distribución posea un máximo global y no tenga ningún otro comportamiento patológico. En resumen, haremos la identificación:

$$|\alpha_{B,lm}|^2 \simeq |\alpha_{B,lm}|_{mp}^2 \simeq \overline{|\alpha_{B,lm}|^2}, \quad (5.58)$$

## 5. Ondas gravitatorias en Inflación

donde  $|\overline{\alpha_{B,lm}}|^2$  representa el mencionado promedio sobre ensambles.

El razonamiento anterior conduce a la siguiente igualdad:

$$|\alpha_{B,lm}|^2 = \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \frac{16\pi^2}{L^3} j_l(kR_D) j_l(k'R_D) Y_{lm}^*(\theta, \varphi) Y_{lm}(\theta', \varphi') T_B(k) T_B(k') \overline{h_{\mathbf{k}}(\eta) h_{\mathbf{k}'}^*(\eta)} e_j^i e_i^j . \quad (5.59)$$

Además, el espectro de potencias angular para el modo  $B$  de la polarización del FCR resulta:

$$C_l^{BB} = \frac{1}{2l+1} \sum_{-l \leq m \leq l} |\overline{\alpha_{B,lm}}|^2 . \quad (5.60)$$

Entonces, reemplazamos, en esta última expresión, la ecuación (5.59). Se obtiene:

$$C_l^{BB} = \frac{1}{2l+1} \sum_m \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \frac{16\pi^2}{L^3} j_l(kR_D) j_l(k'R_D) Y_{lm}^*(\theta, \varphi) Y_{lm}(\theta', \varphi') T_B(k) T_B(k') \overline{h_{\mathbf{k}}(\eta) h_{\mathbf{k}'}^*(\eta)} e_j^i e_i^j . \quad (5.61)$$

Utilizamos ahora la independencia entre los conjuntos de las variables aleatorias  $x_{\mathbf{k},I}^{R,I}$  y  $x_{\mathbf{k},II}^{R,I}$ , propiedad mencionada previamente al describir el esquema de colapso independiente. Por otro lado, al presentar la ecuación (5.29), resaltamos que las cantidades  $\mathbf{k}$  y  $-\mathbf{k}$  no resultan independientes. Si consideramos estas dos propiedades, se obtiene como resultado [12]:

$$\overline{x_{\mathbf{k},i}^R x_{\mathbf{k}',i}^R} = \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} + \delta_{\mathbf{k},-\mathbf{k}'} , \quad (5.62)$$

$$\overline{x_{\mathbf{k},i}^I x_{\mathbf{k}',i}^I} = \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} - \delta_{\mathbf{k},-\mathbf{k}'} , \quad (5.63)$$

donde  $i = I, II$ . Esto lleva a que:

$$\overline{x_{\mathbf{k},I} x_{\mathbf{k}',I}^*} = \overline{x_{\mathbf{k},II} x_{\mathbf{k}',II}^*} = 2\delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} , \quad (5.64)$$

además de que  $x_{\mathbf{k},I}$  y  $x_{\mathbf{k}',II}$  no están correlacionados:

$$\overline{x_{\mathbf{k},I} x_{\mathbf{k}',II}^*} = 0 . \quad (5.65)$$

Por lo tanto, partiendo de la ecuación (5.55) se obtiene:

$$\overline{h_{\mathbf{k}}(\eta) h_{\mathbf{k}'}^*(\eta)} = \frac{8H^2}{m_P} \frac{1}{e_j^i e_i^j} \frac{1}{k^3} \left[ f^2(z_k) + g^2(z_k) \right] \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'} . \quad (5.66)$$

Reemplazando esta expresión en la ecuación (5.61), aplicando la  $\delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'}$  y reacomodando la expresión, resulta:

$$C_l^{BB} = \frac{1}{2l+1} \frac{128\pi^2 H^2}{m_P^2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{L^3 k^3} j_l^2(kR_D) T_B^2(k) C(z_k) \sum_m |Y_{lm}(\theta, \varphi)|^2 , \quad (5.67)$$

donde

$$C(z_k) \equiv f^2(z_k) + g^2(z_k) . \quad (5.68)$$

Además, como los armónicos esféricos cumplen la propiedad,

$$\sum_m |Y_{lm}(\theta, \varphi)|^2 = \frac{2l+1}{4\pi} , \quad (5.69)$$



la ecuación de  $C_l^{BB}$  se puede simplificar, obteniéndose:

$$C_l^{BB} = \frac{32\pi H^2}{m_P^2} \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{L^3 k^3} j_l^2(kR_D) T_B^2(k) C(z_k) . \quad (5.70)$$

En este punto, pasamos las sumatorias a integrales. Eso implica tomar  $L \rightarrow \infty$ , y en consecuencia  $\Delta k \rightarrow dk$ . Cuando se toma este límite, corresponde hacer el reemplazo:

$$\sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{L^3} \rightarrow \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} .$$

Así, nuestra expresión resulta:

$$C_l^{BB} = \frac{32\pi H^2}{m_P^2} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{k^3} j_l^2(kR_D) T_B^2(k) C(z_k) . \quad (5.71)$$

Pasamos la integral sobre  $d^3k$  a coordenadas esféricas e integramos en los ángulos. Además, en este punto, multiplicamos por un factor dos, de manera de considerar las dos contribuciones de polarización del tensor  $h_{ij}$ , tal como mencionamos al comienzo de este Capítulo. Finalmente, la expresión toma la forma:

$$C_l^{BB} = 2 \frac{16}{\pi} \frac{H^2}{m_P^2} \int_0^\infty \frac{dk}{k} j_l^2(kR_D) T_B^2(k) C(z_k) . \quad (5.72)$$

Por otra parte, utilizamos la expresión mencionada en la Sección 3.8:

$$C_l^{BB} = 32\pi^4 \int_0^\infty \frac{dk}{k} j_l^2(kR_D) T_B^2(k) \mathcal{P}_h(\eta) , \quad (5.73)$$

donde  $\mathcal{P}_h(\eta)$  es el espectro de potencias adimensional de las perturbaciones tensoriales primordiales de la métrica. Comparando ambas expresiones, podemos extraer cuál es la forma de este espectro de potencias. Se obtiene:

$$\mathcal{P}_h(\eta) = \frac{H^2}{\pi^5 m_P^2} C(z_k) , \quad (5.74)$$

Si buscamos que este espectro de potencias sea invariante de escala (para recuperar lo que sucede en el caso estándar), debemos analizar, en la ecuación anterior, cuál es su dependencia con  $k$ . En este sentido, esta dependencia se debe a la presencia de la función  $C(z_k)$ , como se puede ver en las ecuaciones (5.68), (5.53), (5.54). De manera resumida, esta función tiene como argumento la cantidad  $z_k$  que, recordemos, se define en la forma  $z_k \equiv k\eta_c^k$ . Por lo tanto, si el tiempo de colapso,  $\eta_c^k$ , tiene una dependencia con  $k$  del tipo  $\eta_c^k \propto 1/k$ , entonces  $z_k$  se vuelve independiente del número de onda  $k$ . De esta manera, se puede recuperar el espectro de potencias invariante de escala deseado. Además, pequeñas desviaciones en la relación  $\eta_c^k \propto 1/k$  generarían desviaciones en la forma del espectro respecto a la predicción estándar, las cuales podrían distinguirse de manera observacional.

## 5.4. El espectro de potencias para las perturbaciones escalares y el parámetro $r$

En esta Sección, presentaremos sintéticamente el estudio de las perturbaciones escalares del campo Inflatón. Los desarrollos de esta Sección fueron realizados en el trabajo [12]. Veremos que los resultados que se obtienen surgen de un tratamiento análogo al del estudio

## 5. Ondas gravitatorias en Inflación

de las perturbaciones tensoriales de la Sección anterior. Al finalizar, podremos obtener el cociente entre el espectro de las perturbaciones tensoriales y el de las perturbaciones escalares, cantidad presentada en la Sección 3.8 y conocida como el parámetro  $r$ . La estimación del valor de este parámetro  $r$  es relevante por lo siguiente: de haber existido ondas gravitatorias primordiales al comienzo del universo, y si estas tuvieron la amplitud suficiente como para alterar el espectro de la polarización del FCR, deberíamos detectar un valor no nulo para este parámetro. Sin embargo, es importante aclarar que una no-detección de  $r$ , tal como sugieren los datos del satélite Planck [52], no prueba la ausencia de ondas gravitatorias primordiales ni que el modelo de Inflación tenga que ser descartado. Esto es así, pues, a la fecha, sólo es posible poner cotas para  $r$  en torno al cero.

Para comenzar el estudio de las perturbaciones escalares, se debe recordar la teoría de perturbaciones presentada en la Sección 3.6. Trabajaremos con la norma longitudinal, bajo la cual la métrica perturbada a primer orden toma la forma:

$$ds^2 = a^2 \left[ -(1 + 2\psi) d\eta^2 + (1 - 2\psi) \delta_{ij} dx^i dx^j \right]. \quad (5.75)$$

En estas instancias, el desarrollo de este trabajo es idéntico al realizado en la Sección 3.7, partiendo de la ecuación (3.65) hasta la ecuación (3.85), que corresponde a la cuantización de la variable de Mukhanov-Sasaki:

$$\hat{v} \equiv a \left( \delta\phi + \frac{\phi'_0}{\mathcal{H}} \hat{\psi} \right). \quad (5.76)$$

Luego, esta variable,  $\hat{v}(\mathbf{x}, \eta)$ , y su momento conjugado,  $\hat{\pi}(\mathbf{x}, \eta)$ , se expresan mediante una expansión en modos  $\mathbf{k}$ :

$$\hat{v}(\mathbf{x}, \eta) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} \hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad \hat{\pi}(\mathbf{x}, \eta) = \frac{1}{L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} \hat{v}'_{\mathbf{k}}(\eta) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad (5.77)$$

donde

$$\hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) = v_k(\eta) \hat{a}_{\mathbf{k}} + v_k^*(\eta) \hat{a}_{-\mathbf{k}}^\dagger, \quad \hat{\pi}_{\mathbf{k}}(\eta) = v'_k(\eta) \hat{a}_{\mathbf{k}} + v_k'^*(\eta) \hat{a}_{-\mathbf{k}}^\dagger. \quad (5.78)$$

Aquí, los operadores  $\hat{a}_{\mathbf{k}}$  y  $\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger$  satisfacen las reglas de conmutación de los operadores creación y destrucción de partículas.

En este punto, se realiza una separación en parte real e imaginaria:

$$\hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) = \hat{v}_{\mathbf{k}}^R(\eta) + i\hat{v}_{\mathbf{k}}^I(\eta), \quad \hat{\pi}_{\mathbf{k}}(\eta) = \hat{\pi}_{\mathbf{k}}^R(\eta) + i\hat{\pi}_{\mathbf{k}}^I(\eta), \quad (5.79)$$

y se introduce la propuesta de colapso, bajo el esquema de colapso independiente, de manera análoga a como lo realizamos en la Sección anterior. Este tratamiento permite obtener las expresiones explícitas para  $\langle \hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) \rangle_{\Xi}$  y  $\langle \hat{\pi}_{\mathbf{k}}(\eta) \rangle_{\Xi}$ .

A partir de estos resultados, se puede hallar una expresión para el valor de expectación del campo  $\hat{\psi}(\eta)$  en el estado post-colapso:

$$\langle \hat{\psi}(\eta) \rangle_{\Xi} = -\frac{4\pi G \phi'_0}{ak^2} \left( \langle \hat{v}_{\mathbf{k}}(\eta) \rangle_{\Xi} + \frac{1}{\eta} \langle \hat{\pi}_{\mathbf{k}}(\eta) \rangle_{\Xi} \right). \quad (5.80)$$

Aquí, se realiza la identificación entre el valor de expectación cuántico y la cantidad clásica,  $\langle \hat{\psi} \rangle = \psi$ , teniendo en cuenta las mismas consideraciones que realizamos para el caso de la identificación (5.50).

En este punto, se estudia el espectro de potencias angular (3.98):

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{-l \leq m \leq l} |\alpha_{lm}|^2, \quad (5.81)$$

con

$$\alpha_{lm} = \frac{4\pi i^l}{3L^{3/2}} \sum_{\mathbf{k}} j_l(kR_D) Y_{lm}^*(\theta, \varphi) T(k) \psi_{\mathbf{k}}^{\Xi}(\eta), \quad (5.82)$$

donde  $j_l(kR_D)$  son las funciones esféricas de Bessel de orden  $l$ , con  $R_D$  el radio de la superficie de última dispersión,  $Y_{lm}(\theta, \varphi)$  son los armónicos esféricos y  $T(k)$  es la función de transferencia, tal como hemos enunciado en la Sección 3.8.

A partir de estas últimas dos expresiones, y de la ecuación (5.80) de  $\psi_{\mathbf{k}}^{\Xi}(\eta)$ , se puede encontrar el espectro de potencias de las perturbaciones escalares, de manera análoga a cómo se obtuvo el espectro de las perturbaciones tensoriales. Al final de este proceso, se observa que el espectro de potencias de las perturbaciones escalares,  $\mathcal{P}_{\psi}(\eta)$ , toma la forma:

$$\mathcal{P}_{\psi}(\eta) = \frac{H^2}{8\pi^2 m_P^2 \epsilon_H} C(z_k), \quad (5.83)$$

donde la función  $C(z_k)$  se corresponde de manera exacta con la función de la ecuación (5.68). En este caso, al igual que con el espectro de las perturbaciones tensoriales, también se puede obtener un espectro invariante de escala si se establece una dependencia con el tiempo de colapso,  $\eta_k^c \propto 1/k$ .

En este punto, hemos calculado el espectro de potencias de las perturbaciones tensoriales,  $\mathcal{P}_h$ , representado en la ecuación (5.74), y hemos presentado, en esta Sección, el resultado para el espectro de las perturbaciones escalares,  $\mathcal{P}_{\psi}$ , calculado originalmente en [12]. Por lo tanto, podemos, finalmente, realizar el cociente entre ellos para obtener el parámetro  $r$ :

$$r \equiv \frac{\mathcal{P}_h}{\mathcal{P}_{\psi}} \propto \frac{(H^2/m_P^2) C(z_k)}{(H^2/m_P^2 \epsilon_H) C(z_k)}, \quad (5.84)$$

con lo que resulta:

$$r \propto \epsilon_H. \quad (5.85)$$

Los resultados de las ecuaciones (5.74), (5.84), (5.85) representan los resultados finales del objetivo principal de esta Tesis. Como consecuencia de esto, expondremos a continuación una serie de conclusiones que consideramos relevantes en este contexto.

En principio, como ya mencionamos en la Sección 3.8, el espectro de las perturbaciones escalares debe ser aproximadamente invariante de escala para poder ser consistente con las observaciones del FCR, las cuales muestran un espectro muy cercano al invariante de escala [52]. Respecto al espectro de las perturbaciones tensoriales, dado que aún no fue confirmada su detección, no es posible realizar ninguna afirmación acerca de su forma; sin embargo, se puede especular acerca de que éste también sea aproximadamente invariante de escala. En este sentido, bajo el enfoque que adoptamos, y para ambos espectro teóricos, la invarianza de escala puede lograrse si el tiempo de colapso,  $\eta_k^c$ , tiene una dependencia con el número de onda,  $k$ , tal que  $\eta_k^c \propto 1/k$ . En este sentido, la propuesta de colapso auto-inducido permite un resultado consistente con las observaciones, las cuales muestran aproximadamente un espectro de Harrison-Zel'dovich para grandes escalas.

Para el caso del parámetro  $r$ , este se vuelve independiente de la forma funcional que haya entre el tiempo de colapso y  $k$ , dado que la función  $C(z_k)$  es la misma que aparece en ambos espectros y, en consecuencia, al realizar el cociente entre ellos, se simplifica. Por lo tanto, en nuestro resultado teórico, el valor del cociente  $r$  se vuelve independiente del mecanismo que determina el tiempo de colapso. En consecuencia, una detección de  $r$  no nula no contribuiría a fijar valores para los parámetros del colapso, sino que simplemente permitiría obtener una escala de energía para la etapa inflacionaria, al igual que en el enfoque estándar. Para

fijar los valores de los parámetros del modelo de colapso se debería recurrir a observaciones relacionadas con las perturbaciones escalares.

Por otro lado, el resultado obtenido indica que el cociente  $r$  es proporcional al parámetro de *slow roll*  $\epsilon_H$ . Esta proporcionalidad entre ambas cantidades permite que nuestra predicción sea simultáneamente consistente con la observación del FCR realizada por la misión del satélite Planck y con las mediciones realizadas por el experimento BICEP2. En este sentido, la indeterminación que aún existe respecto a la detección del modo  $B$  de polarización (Planck estima  $r < 0.11$  [52] y BICEP2 estima  $r = 0.20^{+0.07}_{-0.05}$  [1]) no permite establecer cotas demasiado precisas sobre el valor de  $r$ . Dentro de este marco, la dependencia  $r \propto \epsilon_H$  asegura que el valor de  $r$  no se contraponga con ninguna de las dos observaciones y permite ajustar este valor de manera conveniente, una vez que se confirme alguna de ellas.

Respecto a otros resultados teóricos existentes en el estudio de las inhomogeneidades primordiales del campo Inflatón, podemos comparar nuestros resultados con los obtenidos por el enfoque estándar y con el enfoque de gravedad semi-clásica. Por un lado, bajo el enfoque estándar, se obtiene la misma dependencia entre  $r$  y  $\epsilon_H$  que en este trabajo, resultado que puede observarse en diversos tratados sobre Inflación cósmica, como por ejemplo en [3, 56, 61]. Esta similitud entre ambos resultados produce que, al contrastarlos con las observaciones que se están realizando actualmente, los mismos no puedan ser usados como parámetro de comparación entre ambos modelos. Sin embargo, una manera de poder distinguir entre nuestro enfoque y el tradicional, podría ser analizar el denominado bispectro de potencias. Así como para el caso de perturbaciones gaussianas el espectro de potencias se identifica con la función de correlación de dos puntos de las anisotropías del FCR, el bispectro se define como la función de correlación de tres puntos. Además, en este sentido, el bispectro se estudia en el contexto de las denominadas *no-gaussianidades primordiales* [3]. En este sentido, bajo la hipótesis de colapso ya se han publicado trabajos en los cuales se estudia el bispectro de potencias de las perturbaciones escalares [30, 37], y el satélite Planck ha publicado, en el año 2013, resultados con mediciones de este tipo de correlaciones [53]. El cálculo del bispectro de potencias de las perturbaciones tensoriales, bajo el enfoque de esta Tesis, queda como posible trabajo a futuro.

Por otro lado, bajo el enfoque de la propuesta de colapso con gravedad semi-clásica, presentada en la Sección 4.2, existe actualmente un trabajo en progreso, donde se analizan las perturbaciones tensoriales a segundo orden. Bajo este enfoque, la amplitud de las perturbaciones tensoriales sería extremadamente despreciable y, en consecuencia, estas perturbaciones serían indetectables [35]. Por lo tanto, una confirmación de los resultados del experimento BICEP2 pondría en serias dificultades a los modelos de colapso en el marco de gravedad semi-clásica. Motivo por el cual, en esta Tesis, hemos investigado la posibilidad de obtener modos tensoriales no nulos considerando la hipótesis de colapso, pero en el marco de otro esquema de cuantización de las perturbaciones.

En el Capítulo próximo, con el cual finaliza esta Tesis, haremos un recuento del trabajo realizado, enumeraremos los resultados y conclusiones más relevantes, y expondremos algunas de las perspectivas de posible trabajo a futuro.

## Capítulo 6

# Conclusiones

En este trabajo, hemos realizado un estudio de las perturbaciones primordiales durante la época inflacionaria bajo la hipótesis de colapso auto-inducido. En particular, nos hemos enfocado en analizar las ondas gravitatorias primordiales, con la intención de averiguar si, bajo esta hipótesis y cuantizando tanto las perturbaciones de materia como las de la métrica, es posible obtener modos tensoriales no nulos.

Con este fin, en la primer parte de esta Tesis, hemos ido desarrollando el marco teórico en torno al cual trabajamos, además de exponer los resultados observacionales del FCR relevantes para este trabajo. En este sentido, en primera instancia, hemos presentado, de manera resumida, el modelo estándar del Big Bang. A partir de este desarrollo, motivamos y expusimos los problemas principales que ha evidenciado este modelo: el problema del horizonte, el problema de planitud y el problema del surgimiento de las inhomogeneidades. Como consecuencia de esto, se introdujo, a principios de la década del '80, el modelo de Inflación y el campo escalar Inflatón, y mostramos que este modelo logra dar respuesta, en principio, a los dos primeros problemas anteriormente mencionados. Además, dentro de este modelo, describimos las condiciones de *slow roll*, y definimos el caso de un universo tipo *de Sitter*. A partir de este punto, tomamos como hipótesis de trabajo el modelo de Inflación *slow roll* en un caso *de Sitter*, tal que  $H \simeq \text{cte}$ .

A continuación, desarrollamos brevemente la Teoría de perturbaciones lineales en Relatividad General, a partir de la cual es posible abordar el estudio de las mismas en la época inflacionaria. Luego de esto, expusimos el planteo que se realiza bajo el enfoque estándar para estudiar las perturbaciones escalares. Para ello, se realiza un proceso de cuantización, promoviendo simultáneamente a operadores cuánticos las perturbaciones del campo escalar Inflatón y de la métrica, a través de la variable de Mukhanov-Sasaki. Como resultado, llegamos al espectro de potencias de las perturbaciones escalares, el cual se corresponde con un espectro invariante de escala, denominado espectro de Harrison-Zel'dovich.

Por otro lado, mencionamos los datos observacionales involucrados en este tema, fundamentalmente las anisotropías del FCR y la información relevante que de ellas se extrae. Presentamos el espectro de potencias angular,  $C_l$ , del FCR. Vimos que las perturbaciones primordiales, en las cuales estamos interesados, dejan sus huellas en las anisotropías del FCR a grandes escalas angulares, y que para estas escalas, la medición de la cantidad  $l(l+1)C_l$  resulta aproximadamente constante, con muy buen nivel de aproximación. Además, expusimos la relación existente entre el espectro de potencias de las perturbaciones,  $\mathcal{P}(k)$ , y el espectro angular,  $C_l$ , del FCR; esta relación resulta de utilidad para comparar las predicciones teóricas de los modelos inflacionarios con las observaciones. En este sentido, también mencionamos que, a partir de dicha relación, se puede demostrar que para grandes escalas, si la cantidad  $l(l+1)C_l$  resulta una constante, entonces el espectro de potencias se corresponde con

el Harrison-Zel'dovich. Estas consideraciones mostraron que el espectro de potencias de las perturbaciones escalares, obtenido mediante el enfoque tradicional, resulta consistente con las observaciones, las cuales muestran un espectro muy cercano al espectro invariante de escala [52].

Asimismo, mencionamos los distintos modos de polarización del FCR, haciendo hincapié en el modo  $B$ . Resaltamos que este modo tiene particular importancia en el marco del estudio de las perturbaciones tensoriales, dado que una detección efectiva del modo  $B$  de polarización (a escalas correspondientes a  $l \sim 80$ ) resultaría una prueba concluyente de la presencia de ondas gravitatorias primordiales y, en consecuencia, de la existencia de una etapa inflacionaria. A raíz de esto, mencionamos la reciente controversia entre el satélite Planck y el experimento BICEP2, respecto a la detección de este tipo de polarización. Por un lado, los resultados del experimento BICEP2 afirman haber detectado el modo  $B$  de polarización originado por ondas gravitatorias primordiales, mientras que en los resultados del satélite Planck se sostiene que esta detección no resulta válida, debido a que la contaminación de la señal, por parte del polvo de la galaxia, es de la misma magnitud que la intensidad de la detección [1, 50].

Por otro lado, mostramos que, a pesar que el enfoque estándar genera predicciones teóricas consistentes con las observaciones, posee algunos aspectos discordantes. En particular, el problema fundamental del modelo reside en que este enfoque no cuenta con ningún mecanismo físico que permita explicar adecuadamente el pasaje de un estado inicial de vacío, homogéneo e isotrópico, a un estado posterior donde se hayan roto estas simetrías, de manera que, posteriormente, hayan aparecido las inhomogeneidades primordiales y entonces las mismas puedan evolucionar hasta generar la estructura del universo que hoy observamos en el cielo. Como respuesta a este problema fundamental, adoptamos como hipótesis, para esta Tesis, la adición de la propuesta de colapso auto-inducido al modelo inflacionario [48], la cual ofrece un camino alternativo al del enfoque estándar. Esta propuesta sostiene que estas perturbaciones primordiales se crearon a partir del pasaje de un estado cuántico, con las mencionadas simetrías, a otro estado, ya sin ellas, mediante un colapso de la función de onda, análogo al que se produce durante el proceso de una medición. Si bien, por el momento, este enfoque tampoco se encuentra comprendido en detalle, es una propuesta novedosa que se compromete con la búsqueda y el desarrollo de una solución para este problema. A su vez, en el contexto de las observaciones del FCR, la propuesta de colapso ofrece predicciones teóricas satisfactorias [11, 12, 34, 36].

Una vez presentados todos los elementos anteriores, abordamos el Capítulo 5, donde presentamos los desarrollos y los resultados centrales de esta Tesis. En este sentido, lo realizado en dicho Capítulo representa un aporte original al estudio de la cosmología inflacionaria bajo la hipótesis de colapso. De manera resumida, hemos estudiado, desde un punto de vista teórico y bajo la hipótesis de colapso, la posibilidad de que se hayan producido y amplificado ondas gravitatorias durante el período de Inflación. Bajo este marco, hemos trabajado con la teoría de perturbaciones lineales a las ecuaciones de Einstein y realizamos una cuantización, tanto de las perturbaciones del campo Inflatón como de las perturbaciones de la métrica, de la misma manera que se realiza en el enfoque estándar. A partir de este desarrollo obtuvimos la expresión del espectro de potencias de las perturbaciones tensoriales,  $\mathcal{P}_h$ , ecuación (5.74).

Además, presentamos los resultados que se obtuvieron bajo este mismo enfoque para las perturbaciones escalares  $\mathcal{P}_\psi$  [12]. Considerando estos dos espectros de potencias,  $\mathcal{P}_h$  y  $\mathcal{P}_\psi$ , hemos calculado el cociente entre ellos para obtener el parámetro  $r$ . Este paso resultó el cálculo final de este trabajo, puesto que el parámetro  $r$  permite estudiar de manera compacta la posibilidad de existencia de las ondas gravitatorias durante Inflación. Como resultado, obtuvimos que el parámetro  $r$  tiene una dependencia de la forma  $r \propto \epsilon_H$ , o sea, proporcional al parámetro de slow roll, ecuaciones (5.84) y (5.85). Como consecuencia de esto, tal como

---

desarrollamos en el Capítulo anterior, se desprenden varias conclusiones:

- Por un lado, el resultado obtenido resulta satisfactorio, en el sentido de que nos propusimos estudiar si era posible la existencia de modos tensoriales no nulos (a primer orden en las perturbaciones) en el marco de modelos inflacionarios que incluyan la hipótesis de colapso y, efectivamente, esto resultó posible. En el marco de la indeterminación existente, respecto a la detección del modo  $B$  de la polarización del FCR, la dependencia con  $\epsilon_H$  es similar a la del caso de inflación estándar, y esto habilita, por el momento, el acuerdo con las cotas observacionales que establecieron tanto el satélite Planck como el experimento BICEP2.
- Encontramos que el valor del parámetro  $r$  se vuelve independiente del mecanismo que determina la relación funcional entre el tiempo de colapso y el número de onda  $k$  de la perturbación. Por lo tanto, si bien los espectros de potencias individualmente dependen de los tiempos de colapso de los modos  $k$ , el parámetro  $r$  es independiente de los tiempos de colapsos.
- Puesto que el parámetro  $r$  que se obtiene en el enfoque estándar tiene la misma dependencia que la que obtuvimos en esta Tesis, se deberá recurrir a otra cantidad para poder distinguir entre ambos modelos. Una posibilidad de lograr esto podría ser mediante el estudio del bispectro de potencias del FCR.
- Existe un trabajo en progreso, en el enfoque de colapso con gravedad semi-clásica, donde calculando las perturbaciones a segundo orden, se obtendrían amplitudes despreciables para las perturbaciones tensoriales y, en consecuencia, éstas serían indetectables [35]. Una vez que se obtengan nuevas y más precisas mediciones de los modos  $B$  de la polarización del FCR, los resultados obtenidos permitirían diferenciar entre dicho enfoque y el enfoque de esta Tesis.

Mientras se desarrollaba el trabajo de esta Tesis, los autores del trabajo [8], también calcularon, en el marco de un modelo de colapsos distinto al adoptado aquí, y bajo un enfoque diferente al de esta Tesis, el espectro de perturbaciones tensoriales primordiales. En dicho trabajo, la propuesta de colapso surge como una justificación a la transición cuántico-clásica de las perturbaciones, mientras que, como ya hemos dicho, en nuestro enfoque la propuesta de colapso busca dar respuesta al problema de cómo romper las simetrías del estado cuántico de vacío inicial del universo. Esta diferencia conceptual se evidencia en el hecho de que en dicho trabajo, si no se produce el colapso, se recupera el espectro estándar, mientras que en el enfoque adoptado en esta Tesis, si no hay colapso, el espectro de las perturbaciones resulta nulo. Los resultados que obtienen resultan similares a los obtenidos en este trabajo de Tesis y en el enfoque tradicional, en el sentido que obtienen  $r \propto \epsilon$ . Por lo tanto, en este caso también debería recurrirse al estudio del bispectro de potencias para poder distinguir entre modelos mediante las observaciones.

En resumen, los resultados obtenidos en este trabajo para el espectro de potencias de las perturbaciones tensoriales,  $\mathcal{P}_h$ , y para el parámetro  $r$  resultan satisfactorios, en el sentido que predicen valores teóricos contrastables con las observaciones disponibles actualmente y con futuras. Además, la comparación de estos resultados con los resultados de otros enfoques, como el enfoque estándar, el enfoque de gravedad semi-clásica o el enfoque de colapsos adoptado en [8], permitirán, en un futuro cercano, cotejar entre sí los distintos modelos. En este sentido, los resultados obtenidos quedan ligados a las futuras observaciones del FCR, dado que aún no existe ningún resultado observacional que permita discernir, de manera concluyente, entre los modelos teóricos existentes. De esta manera, este trabajo queda abierto,

## 6. Conclusiones

---

y se podrán extraer nuevas consideraciones y conclusiones, una vez que las observaciones provean nuevos datos. Además, el cálculo del bispectro de potencias de las perturbaciones tensoriales, bajo el enfoque de esta Tesis, queda pendiente como posible trabajo a futuro.

El trabajo realizado en esta Tesis fue enviado para su publicación. El *pre-print* puede verse en: M. Mariani, G.R. Bengochea y G. León, *Inflationary gravitational waves in collapse scheme models*, arXiv:1412.6471.



# Bibliografía

- [1] P. A. R. Ade, R. W. Aikin, D. Barkats, S. J. Benton, C. A. Bischoff, J. J. Bock, J. A. Brevik, I. Buder, E. Bullock, C. D. Dowell, L. Duband, J. P. Filippini, S. Fliescher, S. R. Golwala, M. Halpern, M. Hasselfield, S. R. Hildebrandt, G. C. Hilton, V. V. Hristov, K. D. Irwin, K. S. Karkare, J. P. Kaufman, B. G. Keating, S. A. Kernasovskiy, J. M. Kovac, C. L. Kuo, E. M. Leitch, M. Lueker, P. Mason, C. B. Netterfield, H. T. Nguyen, R. O'Brient, R. W. Ogburn, A. Orlando, C. Pryke, C. D. Reintsema, S. Richter, R. Schwarz, C. D. Sheehy, Z. K. Staniszewski, R. V. Sudiwala, G. P. Teply, J. E. Tolan, A. D. Turner, A. G. Vieregg, C. L. Wong, K. W. Yoon, and Bicep2 Collaboration. Detection of B-Mode Polarization at Degree Angular Scales by BICEP2. *Phys. Rev. Lett.*, 112(24):241101, Junio 2014.
- [2] A. Albrecht and P. J. Steinhardt. Cosmology for grand unified theories with radiatively induced symmetry breaking. *Physical Review Letters*, 48:1220–1223, Abril 1982.
- [3] D. Baumann. The Physics of Inflation. <http://www.damtp.cam.ac.uk/user/db275/TEACHING/INFLATION/Lectures.pdf>, 2011.
- [4] John S. Bell. Against measurement. *Physics World*, Agosto 1990.
- [5] C. L. Bennett, D. Larson, J. L. Weiland, N. Jarosik, G. Hinshaw, N. Odegard, K. M. Smith, R. S. Hill, B. Gold, M. Halpern, E. Komatsu, M. R. Nolte, L. Page, D. N. Spergel, E. Wollack, J. Dunkley, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, G. S. Tucker, and E. L. Wright. Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results. *ApJS*, 208:20, Octubre 2013.
- [6] T. S. Bunch and P. C. W. Davies. Quantum field theory in de Sitter space - Renormalization by point-splitting. *Royal Society of London Proceedings Series A*, 360:117–134, Marzo 1978.
- [7] G. V. Chibisov and V. F. Mukhanov. Galaxy formation and phonons. *MNRAS*, 200:535–550, August 1982.
- [8] S. Das, S. Sahu, S. Banerjee, and T. P. Singh. Classicalization of inflationary perturbations by collapse models in light of BICEP2. *Phys. Rev. D*, 90(4):043503, Agosto 2014.
- [9] T. M. Davis and C. H. Lineweaver. Expanding Confusion: Common Misconceptions of Cosmological Horizons and the Superluminal Expansion of the Universe. *Publications of the Astron. Soc. of Australia*, 21:97–109, 2004.
- [10] A. de Unánue. *Orígenes cuánticos de las asimetrías cosmológicas*. PhD thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2010.

- [11] A. de Unánue and D. Sudarsky. Phenomenological analysis of quantum collapse as source of the seeds of cosmic structure. *Phys. Rev. D*, 78(4):043510, Agosto 2008.
- [12] A. Diez-Tejedor, G. León, and D. Sudarsky. The collapse of the wave function in the joint metric-matter quantization for inflation. *General Relativity and Gravitation*, 44:2965–2988, Diciembre 2012.
- [13] L. Diósi. Gravitation and quantum-mechanical localization of macro-objects. *Phys. Rev. A*, 105:199–202, Octubre 1984.
- [14] L. Diósi. A universal master equation for the gravitational violation of quantum mechanics. *Phys. Rev. A*, 120:377–381, Marzo 1987.
- [15] L. Diósi. Models for universal reduction of macroscopic quantum fluctuations. *Phys. Rev. A*, 40:1165–1174, Agosto 1989.
- [16] S. Dodelson. *Modern cosmology*. Academic Press, New York, 2003.
- [17] A. Einstein. Die Feldgleichungen der Gravitation. *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, páginas 844–847., 1915.
- [18] D. J. Fixsen. The Temperature of the Cosmic Microwave Background. *ApJ*, 707:916–920, Diciembre 2009.
- [19] G. Gamow. The Evolution of the Universe. *Nature*, 162:680–682, Octubre 1948.
- [20] A. H. Guth. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. *Phys. Rev. D*, 23:347–356, Enero 1981.
- [21] J. J. Halliwell. Decoherence in quantum cosmology. *Phys. Rev. D*, 39:2912–2923, Mayo 1989.
- [22] E. R. Harrison. Fluctuations at the Threshold of Classical Cosmology. *Phys. Rev. D*, 1:2726–2730, Mayo 1970.
- [23] <http://wiki.cosmos.esa.int/planckpla>.
- [24] <http://www.cosmos.esa.int/web/planck>.
- [25] E. Hubble. A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science*, 15:168–173, Marzo 1929.
- [26] D. Huterer and M. S. Turner. Prospects for probing the dark energy via supernova distance measurements. *Phys. Rev. D*, 60(8):081301, Octubre 1999.
- [27] C. Kiefer and D. Polarski. Why do cosmological perturbations look classical to us? *ArXiv e-prints*, Octubre 2008.
- [28] H. Kodama and M. Sasaki. Cosmological Perturbation Theory. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 78:1, 1984.
- [29] J. M. Kovac, E. M. Leitch, C. Pryke, J. E. Carlstrom, N. W. Halverson, and W. L. Holzapfel. Detection of polarization in the cosmic microwave background using DASI. *Nature*, 420:772–787, Diciembre 2002.
- [30] S. Landau, G. León, and D. Sudarsky. Quantum origin of the primordial fluctuation spectrum and its statistics. *Phys. Rev. D*, 88(2):023526, Julio 2013.

- 
- [31] S. J. Landau, C. G. Scóccola, and D. Sudarsky. Cosmological constraints on nonstandard inflationary quantum collapse models. *Phys. Rev. D*, 85(12):123001, Junio 2012.
- [32] G. Lemaître. Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques. *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, 47:49–59, 1927.
- [33] G. León. *Caracterizaciones de los estados post-colapso del inflatón en el origen cuántico de las fluctuaciones cosmológicas primordiales*. PhD thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2011.
- [34] G. León, A. De Unánue, and D. Sudarsky. Multiple quantum collapse of the inflaton field and its implications on the birth of cosmic structure. *Classical and Quantum Gravity*, 28(15):155010, Agosto 2011.
- [35] G. León and et al. Trabajo en progreso, comunicación privada.
- [36] G. León and D. Sudarsky. The slow-roll condition and the amplitude of the primordial spectrum of cosmic fluctuations: contrasts and similarities of the standard account and the 'collapse scheme'. *Classical and Quantum Gravity*, 27(22):225017, Noviembre 2010.
- [37] G. León and D. Sudarsky. Origin of Structure: Primordial Bispectrum without non-Gaussianities. *ArXiv e-prints*, Diciembre 2013.
- [38] A. D. Linde. A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*, 108:389–393, Febrero 1982.
- [39] V. Mukhanov. *Physical Foundations of Cosmology*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2005.
- [40] V. F. Mukhanov. Gravitational instability of the universe filled with a scalar field. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 41:493, Mayo 1985.
- [41] V. F. Mukhanov and G. V. Chibisov. Quantum fluctuations and a nonsingular universe. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 33:532, May 1981.
- [42] V. F. Mukhanov, H. A. Feldman, and R. H. Brandenberger. Theory of cosmological perturbations. *Phys. Rep.*, 215:203–333, Junio 1992.
- [43] V. F. Mukhanov and S. Winitzki. Quantum Fields in Classical Backgrounds. <http://homepages.physik.uni-muenchen.de/~Winitzki/T6/bookQB.html>.
- [44] R. Penrose. *The emperor's new mind. Concerning computers, minds and laws of physics*. Oxford University Press, Inc., New York, NY, USA, 1989.
- [45] R. Penrose. *Physics Meets Philosophy at the Planck Scale: Contemporary Theories in Quantum Gravity*. Cambridge University Press, 2001.
- [46] R. Penrose. *Proceedings of the Ninth Marcel Grossmann Meeting on General Relativity*. Proceedings of the MGIX MM Meeting. World Scientific, 2002.
- [47] A. A. Penzias and R. W. Wilson. A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s. *ApJ*, 142:419–421, Julio 1965.

- [48] A. Perez, H. Sahlmann, and D. Sudarsky. On the quantum origin of the seeds of cosmic structure. *Classical and Quantum Gravity*, 23:2317–2354, Abril 2006.
- [49] S. Perlmutter, G. Aldering, G. Goldhaber, R. A. Knop, P. Nugent, P. G. Castro, S. Deustua, S. Fabbro, A. Goobar, D. E. Groom, I. M. Hook, A. G. Kim, M. Y. Kim, J. C. Lee, N. J. Nunes, R. Pain, C. R. Pennypacker, R. Quimby, C. Lidman, R. S. Ellis, M. Irwin, R. G. McMahon, P. Ruiz-Lapuente, N. Walton, B. Schaefer, B. J. Boyle, A. V. Filippenko, T. Matheson, A. S. Fruchter, N. Panagia, H. J. M. Newberg, W. J. Couch, and T. S. C. Project. Measurements of  $\Omega$  and  $\Lambda$  from 42 High-Redshift Supernovae. *ApJ*, 517:565–586, Junio 1999.
- [50] Planck Collaboration, R. Adam, P. A. R. Ade, N. Aghanim, M. Arnaud, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, R. B. Barreiro, J. G. Bartlett, and et al. Planck intermediate results. XXX. The angular power spectrum of polarized dust emission at intermediate and high Galactic latitudes. *ArXiv e-prints*, Septiembre 2014.
- [51] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. *ArXiv e-prints*, Marzo 2013.
- [52] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation. *ArXiv e-prints*, Marzo 2013.
- [53] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 results. XXIV. Constraints on primordial non-Gaussianity. *A&A*, 571:A24, Noviembre 2014.
- [54] M. J. Rees. Polarization and Spectrum of the Primeval Radiation in an Anisotropic Universe. *ApJ*, 153:L1, Julio 1968.
- [55] A. G. Riess, A. V. Filippenko, P. Challis, A. Clocchiatti, A. Diercks, P. M. Garnavich, R. L. Gilliland, C. J. Hogan, S. Jha, R. P. Kirshner, B. Leibundgut, M. M. Phillips, D. Reiss, B. P. Schmidt, R. A. Schommer, R. C. Smith, J. Spyromilio, C. Stubbs, N. B. Suntzeff, and J. Tonry. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. *AJ*, 116:1009–1038, Septiembre 1998.
- [56] A. Riotto. Inflation and the Theory of Cosmological Perturbations. *ArXiv High Energy Physics - Phenomenology e-prints*, Octubre 2002.
- [57] R. K. Sachs and A. M. Wolfe. Perturbations of a Cosmological Model and Angular Variations of the Microwave Background. *ApJ*, 147:73, Enero 1967.
- [58] D. Scott and G. Smoot. Cosmic Background Radiation Mini-Review. *ArXiv Astrophysics e-prints*, Junio 2004.
- [59] U. Seljak and M. Zaldarriaga. Signature of Gravity Waves in the Polarization of the Microwave Background. *Physical Review Letters*, 78:2054–2057, Marzo 1997.
- [60] G. F. Smoot, C. L. Bennett, A. Kogut, E. L. Wright, J. Aymon, N. W. Boggess, E. S. Cheng, G. de Amici, S. Gulkis, M. G. Hauser, G. Hinshaw, P. D. Jackson, M. Janssen, E. Kaita, T. Kelsall, P. Keegstra, C. Lineweaver, K. Loewenstein, P. Lubin, J. Mather, S. S. Meyer, S. H. Moseley, T. Murdock, L. Rokke, R. F. Silverberg, L. Tenorio, R. Weiss,

- and D. T. Wilkinson. Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps. *ApJ*, 396:L1–L5, Septiembre 1992.
- [61] L. Sriramkumar. An introduction to inflation and cosmological perturbation theory. *ArXiv e-prints*, Abril 2009.
- [62] A. A. Starobinsky. Spectrum of relict gravitational radiation and the early state of the universe. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, 30:682, December 1979.
- [63] A. A. Starobinsky. A new type of isotropic cosmological models without singularity. *Physics Letters B*, 91:99–102, March 1980.
- [64] D. Sudarsky. Shortcomings in the Understanding of why Cosmological Perturbations Look Classical. *International Journal of Modern Physics D*, 20:509–552, 2011.
- [65] J. L. Tonry, B. P. Schmidt, B. Barris, P. Candia, P. Challis, A. Clocchiatti, A. L. Coil, A. V. Filippenko, P. Garnavich, C. Hogan, S. T. Holland, S. Jha, R. P. Kirshner, K. Krisciunas, B. Leibundgut, W. Li, T. Matheson, M. M. Phillips, A. G. Riess, R. Schommer, R. C. Smith, J. Sollerman, J. Spyromilio, C. W. Stubbs, and N. B. Suntzeff. Cosmological Results from High- $z$  Supernovae. *ApJ*, 594:1–24, Septiembre 2003.
- [66] S. Weinberg. *Cosmology*. Oxford University Press, 2008.
- [67] M. Zaldarriaga and D. D. Harari. Analytic approach to the polarization of the cosmic microwave background in flat and open universes. *Phys. Rev. D*, 52:3276–3287, Septiembre 1995.
- [68] Y. B. Zel’dovich. A hypothesis, unifying the structure and the entropy of the Universe. *MNRAS*, 160:1P, 1972.
- [69] W. H. Zurek, editor. *Environment-induced superselection in cosmology*, 1990. <http://www.osti.gov/bridge/servlets/purl/6356333-NR0gPP/6356333.pdf>.