

TL-2: GEOGEBRA COMO INSTRUMENTO DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA NOCIÓN DE FUNCIÓN

SOMBRA DEL RÍO, Laura

Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de la Plata

ARGENTINA 

COSTA, Viviana Angélica

Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de la Plata

ARGENTINA 

RESUMEN

Proponemos la realización de un taller en el que se trabaje, en forma colaborativa, la enseñanza de la noción de *función* utilizando un software como herramienta para la modelización y resolución de problemas. El concepto de *función* es considerado de suma importancia en la enseñanza de la matemática en los niveles medio y superior. Dicha importancia se manifiesta en la aparición de la misma en los diseños curriculares de todos los años de la escuela secundaria, retomándose y profundizándose a lo largo de todo el trayecto escolar.

Numerosas investigaciones dan cuenta de la importancia de la integración de la tecnología en la clase de matemática. Hoy en día es posible esta integración en la enseñanza en las escuelas secundarias públicas de la República Argentina, gracias a la implementación del Plan Conectar Igualdad.

En el taller, se presentarán diversas situaciones que involucren el concepto de función. Se motivará su resolución a partir de la modelización matemática mediante el uso del software GeoGebra. Se propondrá una metodología de trabajo grupal entre los participantes. El objetivo será mostrar cómo estas estrategias didácticas

cambian las formas de enseñar y aprender, de evaluar, de construir conocimiento matemático, de cambio de roles, donde el alumno ocupa protagonismo y no es un mero receptor.

Palabras Clave: modelización matemática; software matemático; enseñanza media; concepto de función

GEOGEBRA COMO INSTRUMENTO DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA NOCIÓN DE FUNCIÓN

INTRODUCCIÓN

El concepto de *funciones* considerado de suma importancia en la enseñanza de la matemática en los niveles medio y superior. Dicha importancia se manifiesta en la aparición de la misma en los diseños curriculares de todos los años de la escuela secundaria, retomándose y profundizándose a lo largo de todo el trayecto escolar.

La potencia de este concepto radica en la infinidad de problemas que pueden ser modelizados a través suyo, tanto en el interior de la matemática como en muchísimas otras disciplinas.

Para lograr que los alumnos se apropien de esta noción, es requisito que puedan construirlo por sí mismos, que sea fruto de su actividad matemática en el aula, a partir de problemas en los que el uso de las funciones aparezca como solución óptima. Se impone, entonces, la necesidad de proponer un trabajo de *modelización* que:

"exige seleccionar las variables a estudiar, utilizar el lenguaje de la matemática para expresar relaciones entre las mismas, y elegir las formas apropiadas de representación. En el caso de la noción de función el gráfico es uno de los recursos esenciales que permitirá acceder a sus diferentes significaciones" (Hanfling, 2000)

Rodríguez Fernández (et al, 1995) critican algunos aspectos de la enseñanza tradicional de la noción de función, que creemos importante comentar a fin de realizar una propuesta superadora:

- Ejercicios de cálculo mediante la aplicación de algoritmos: "la reducción algorítmica de las nociones matemáticas contribuye al desvanecimiento del problema como motor de generación de

conocimientos en los alumnos y, en consecuencia, a una pérdida del sentido epistemológico de estas nociones". Por ejemplo, ejercicios de cálculo del dominio de una función, sin que los alumnos comprendan por qué y para qué es necesario calcular el dominio.

- El trabajo acerca de las gráficas de funciones como punto de llegada: "la gráfica se concibe como un fin en sí mismo y no como una herramienta del trabajo matemático del alumno"
- El uso de las gráficas de funciones únicamente como apoyo intuitivo del discurso del profesor: "No se pone en juego el valor instrumental de las representaciones gráficas. La gráfica se constituye así en la enseñanza como una herramienta ostensiva que, controlada por el profesor, sirve para salvar la distancia entre el rigor y la intuición, ya que los saberes que se manejan están fuertemente descontextualizados y no adquieren ningún tipo de significación". Por ejemplo, muchas veces encontramos que las funciones a trozos son presentadas a los alumnos con el único fin de ser un soporte gráfico para introducir las definiciones de límite, continuidad, etc.

Propondremos, entonces, la realización de un taller, con problemas que tengan por objetivo abordar las características constitutivas de la noción de función, a saber:

"la variación, la dependencia, la correspondencia, la simbolización y expresión de la dependencia y las distintas formas de representación, sea ella algebraica, gráfica y otra" (Hanfling, 2000).

EL ROL DEL PROFESOR EN LA UTILIZACIÓN DE SOFTWARE EN SU ACTIVIDAD DOCENTE

La introducción de *software matemático* y actividades donde se lo utilice como instrumento, en las clases de matemática presenta, aún en estos tiempos, para algunos profesores, diversas dificultades.

Según Preiner (2008) en su tesis, el proceso de integrar con éxito la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas progresa lentamente y resulta ser bastante complejo. Hoy en día muchos profesores y alumnos tienen acceso a computadoras¹ e Internet, como también software adecuado. A pesar de ello, tanto

en las escuelas y en el hogar, la tecnología rara vez se integra sustancialmente en la enseñanza. El rol de los profesores es vital para que esto ocurra.

Hitt (2003) invita al uso reflexivo de las nuevas tecnologías en el aula de matemáticas y defiende su utilización como una herramienta, no como un fin. En este sentido el uso de la computadora en el aula, como recurso didáctico, disponible tanto para el profesor como para los alumnos, puede ser un medio para coordinar los distintos registros de representación de un concepto.

Las propuestas y estrategias de incorporación de tecnología en las aulas deben ser acordes al desarrollo de las clases y a la metodología utilizada. Y si se desea propiciar la aplicación de un software educativo, se hace necesario considerar las diferentes actitudes de alumnos y docentes, sus estilos, intereses y capacidades.

En particular, en los Diseños Curriculares² de la Provincia de Buenos Aires, se sostiene que:

"..en la medida de lo posible, se utilizarán programas graficadores que agilizan el dibujo de las gráficas y permiten analizar detalles de las mismas. La tecnología brinda formas dinámicas de representación que permiten ahorrar tiempo y centrarse en la resolución de problemas."

Actualmente la implementación del Programa Conectar Igualdad³ en las escuelas secundarias públicas de la República Argentina, hace posible la utilización de esas herramientas. Este Plan contempla el uso de las *netbooks*, entregadas por el Estado Nacional a cada estudiante y docente, tanto en el ámbito escolar como también en el hogar de modo tal que se logre un impacto en la vida diaria de todas las familias y de las más heterogéneas comunidades de la Argentina.

En este contexto, el papel del docente ha de ser el de un organizador y director de actividades a realizar en el aula y no el de mero transmisor de información elaborada (Area Moreira, 2009).

En el año 2008, la UNESCO presenta sus Normas sobre Competencias en TIC para Docentes, entre las que se destaca:

" ...los docentes en ejercicio necesitan estar preparados para ofrecer a sus estudiantes oportunidades de aprendizaje apoyadas en las TIC⁴ para utilizarlas y para saber cómo éstas pueden contribuir al aprendizaje de los estudiantes, capacidades que actualmente forman parte integral del catálogo de competencias profesionales básicas de un docente. Los docentes necesitan estar preparados para

empoderar a los estudiantes con las ventajas que les aportan las TIC. Escuelas y aulas –ya sean presenciales o virtuales– deben contar con docentes que posean las competencias y los recursos necesarios en materia de TIC y que puedan enseñar de manera eficaz las asignaturas exigidas, integrando al mismo tiempo en su enseñanza conceptos y habilidades de estas. Las simulaciones interactivas, los recursos educativos digitales y abiertos, los instrumentos sofisticados de recolección y análisis de datos son algunos de los muchos recursos que permiten a los docentes ofrecer a sus estudiantes posibilidades, antes inimaginables, para asimilar conceptos.”

De lo anterior se desprende la importancia de ofrecer espacios de capacitación para la integración de TIC en la enseñanza, y de reflexión en este tema.

¿POR QUÉ GEOGEBRA?

GeoGebra⁵ es un software matemático que reúne geometría, álgebra y cálculo. Es de código abierto, versátil y existen en la Web numerosos problemas para consultar y usar (o modificar) en el aula como propuesta educativa. Lo ha desarrollado Markus Hohenwarter en la Universidad Atlantic de Florida para la enseñanza de la matemática escolar. La última versión está disponible en 45 idiomas, permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posteriori se pueden modificar dinámicamente. Por otra parte, se pueden ingresar ecuaciones y coordenadas directamente. Así, GeoGebra tiene la potencia de manejarse con variables vinculadas a números, vectores y puntos; permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático, para identificar puntos singulares de una función, como raíces o extremos. En la web, dispone de foros, wikis, y una gran cantidad de material educativo⁶ a ser usado en el aula o para el profesor preparar sus clases y actividades.

Además de las ventajas propias de este programa, los Diseños Curriculares de la Provincia de Buenos Aires⁷, recomiendan “el uso de software de uso libre como Graphmatica o GeoGebra o Geup”, entre otros, para el estudio de *funciones*.

OBJETIVOS DEL TALLER

- Proponer a los profesores problemas en los cuales el uso del software GeoGebra les proporcione una buena herramienta de modelización.

- Discutir sobre las potencialidades que nos ofrecen la computadora y los recursos de internet para adecuar la enseñanza de la matemática a los nuevos tiempos.
- Ofrecer un entorno para la exploración y la experimentación, para favorecer la comprensión y la apropiación de conceptos a partir de la visualización gráfica, que los docentes puedan luego compartir con sus alumnos.
- Discutir durante la realización del taller, nuevas formas de enseñar y aprender, que implican *hacer matemáticas*.
- Mostrar que el uso de la computadora en sus diversas modalidades tiene como ventajas la participación activa del alumno en la construcción de su propio conocimiento, permitiéndole explorar y conjeturar, favoreciendo el trabajo en grupos. Lo que les permitiría compartir, debatir e interactuar entre ellos, motivándolos a que reflexionen los conceptos que están trabajando.

CONTENIDOS A DESARROLLAR EN EL TALLER

- La enseñanza de la noción de *función* desde el enfoque didáctico de los Diseños Curriculares de la Provincia de Buenos Aires
- Presentación del software, mediante una descripción somera de su interfase: ventana geométrica y ventana algebraica, comandos disponibles y caracteres especiales. Descripción de botones en la barra de íconos.
- Gráfica de objetos geométricos y funciones. Modificación de propiedades, inserción de texto y exportación del trabajo a formato Web.
- Problemas que promueven la modelización matemática con GeoGebra: análisis didáctico y gestión de la clase.

METODOLOGÍA

Los participantes del taller dispondrán de un material impreso y otro digital diseñado especialmente para la realización del mismo. Se propondrá una metodología de trabajo colaborativo en el aula-taller, donde todos (talleristas y participantes) trabajen activamente en grupos. Esta forma de trabajo, en la que además se integra el uso de la tecnología para la enseñanza y aprendizaje, tiene

múltiples ventajas (Waldegg Casanova, 2002), (Area Moreira, 2008), (Salinas, 1997), (Crook, 1998).

Se propondrán problemas que promuevan la *modelización matemática* para que los asistentes resuelvan con la utilización del GeoGebra y reflexionen sobre el impacto de estas propuestas en la enseñanza.

Las situaciones problemáticas que se presentarán en el taller tendrán el objetivo de mostrar que, mediante la utilización de las herramientas *dinámicas* que posee el software, el profesor y los alumnos, podrían:

- Liberarse de tareas repetitivas y algorítmicas (por ejemplo: graficar una función sencilla, hallar sus raíces, realizar múltiples gráficos para estudiar sus desplazamientos). Con este tiempo liberado es posible profundizar en un concepto, en este caso el *concepto de función*, analizando un mayor número de casos problemáticos que es posible resolver.
- Construir múltiples representaciones de conceptos matemáticos: tablas, trazado de curvas, acercamientos, hacer variar parámetros (esto permite procesar información de múltiples maneras significativas).
- Armar/crear, hacerse preguntas, y conjeturar sobre situaciones matemáticas o identificar patrones en la solución de problemas.
- Integrar dinámicamente la matemática con la física o la química.

BIBLIOGRAFÍA

- Area Moreira, M. (2008). *"Innovación pedagógica con TIC y el desarrollo de las competencias informacionales y digitales"*. Investigación en la escuela. Nro. 64. pp 5-18.
- Area Moreira, M. (2009). *"Introducción a la tecnología educativa"*. *Manual electrónico*. Editorial Universidad de la Laguna. España.
- Crook, C. (1998). *"Ordenadores y aprendizaje colaborativo"*. Vol. 33. Ediciones Morata.
- De Guzmán, M. (1997). *El rincón de la pizarra. Ensayos de visualización en Análisis Matemático*. Primera Edición, Pirámide, Madrid.
- Hanfling, M. (2000). *"Estudio didáctico de la noción de función"*. En Chemello, G. y otros. Estrategias para la enseñanza de la Matemática, Buenos Aires, Universidad Virtual de Quilmes.

- Hitt, F. (2003). "*Una Reflexión Sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología*". Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. X, No. 2, 213.
- PREINER, J. (2008). "*Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra*". Dissertation in Mathematics Education Faculty of Natural Sciences University of Salzburg. Salzburg. <http://www.geogebra.org/publications/jpreiner-dissertation.pdf>
- Rodríguez Fernández J. L.; Godino J. & Ruiz Higuera L. (1995). "*La noción de función como objeto a enseñar y como objeto enseñado: Análisis de un proceso de transposición didáctica*". Quadrante, Revista de investigacao em educasao matematica. Vol 2. Nro. 4. 91-116.
- SALINAS, J. (1997). "*Nuevos ambientes de aprendizaje para una sociedad de la información*". Revista Pensamiento Educativo. Vol 20. pp 81-104. PUC Chile.
- UNESCO (2008). "*Estándares de competencias en TIC para docentes*". Publicado por la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura, 7, place de Fontenoy, 75352 PARIS 07 SP. <http://www.eduteka.org/pdfdir/UNESCOEstandaresDocentes.pdf>
- Waldegg Casanova, G. (2002). "*El uso de las nuevas tecnologías para la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias*". REDIE, Revista Electrónica de Investigación Educativa Vol. 4, No. 1.

¹: En la República Argentina los alumnos de las escuelas públicas disponen de *netbooks* gracias al Plan Conectar Igualdad

²: Diseño Curricular para la Educación Secundaria : 1º año ESB / coordinado por Ariel Zysman y Marina Paulozzo - 2a ed. - La Plata: Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires, 2006.

³: www.conectarigualdad.gob.ar/

⁴: TIC: Tecnologías de Información y de Comunicación

⁵: <http://www.geogebra.org/cms/>

⁶: First North American GeoGebra Conference. GEOGEBRA – NA 2010. Ithaca College, Ithaca, NY. <http://geogebraithaca.wikispaces.com/file/view/Proceedings.pdf>

⁷: Dirección General de Cultura y Educación de la provincia de Buenos Aires. Diseño curricular para la Educación

Secundaria.http://abc.gov.ar/lainstitucion/organismos/consejogeneral/disenioscurriculares/documentosdescarga/dc_ter1_08_web.pdf