



UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

Facultad de Ciencias Exactas  
Departamento de Física

# GENERACIÓN DE CAMPOS DE SPECKLE MEDIANTE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

Tesis para optar al grado de Doctor presentada por

**Luisa Fernanda Cabezas Burbano**

Director:

**Dr. Néstor Bolognini**

Co-director:

**Dra. Myrian Tebaldi**

La Plata, Junio de 2015





# GENERACIÓN DE CAMPOS DE SPECKLE MEDIANTE UN MODULADOR ESPACIAL DE LUZ

Luisa Fernanda Cabezas Burbano

Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional de La  
Plata  
Departamento de Física  
La Plata, Junio de 2015

*Con todo mi amor a Yenfor*

# Agradecimientos

En este momento de la vida, donde te das vuelta atrás y miras que han pasado 4 años y 9 meses de tu vida, en Argentina, es innumerable los recuerdos, personas y vivencias que pasan rápidamente por tu cabeza. He sido muy afortunada de vivir esta experiencia. En las siguientes líneas trataré de agradecer y recordar a todas las personas que hicieron parte de mi vida en estos años y que me han enriquecido como persona y académicamente.

En primer lugar, quiero decir un enorme e infinito ¡GRACIAS! a Dios y mi familia, sin ellos no hubiera sido posible empezar, transitar y seguramente terminar este viaje. Empezando por mi esposo Yenfor, sin su apoyo incondicional desde el primer momento que empecé a pensar en la posibilidad de emprender esta travesía, nada de esto hubiera sido posible. Dios ha unido nuestros caminos y con su bendición hemos creado una hermosa familia. Te amo Yenfor y sabes que esta Tesis es dedicada a tí y a ese amor incondicional que me has brindado. A mis padres Alba y Oscar, sin su amor infinito y apoyo en todos los momentos de mi vida, cerca o lejos, siempre son y serán mis pilares de vida y ejemplo a seguir. Todo se los debo a ustedes. Gracias por sus palabras, sus consejos y por enorgullecerse con cada paso que di en mi vida, simplemente ¡MUCHAS GRACIAS PAPÁ Y MAMÁ!. A mi hermana Paola, ¡MUCHAS GRACIAS HERMANITA!, porque a pesar de la distancia siempre me apoyas y me brindas tu amor constante.

A mi familia de corazón, que aunque no llevamos la misma sangre, son más que mis amigos: Johana, William, Alejo, Daniel, Natalith, Gustavo y Julio, gracias porque a pesar de la distancia, día a día vivieron conmigo esta experiencia, se alegraron con mis triunfos y me acompañaron cuando me he sentido triste y desanimada. MUCHAS GRACIAS!!!.

A mis directores Néstor Bolognini y Miriam Tebaldi, gracias por sus enseñanzas. A mis amigos Dafne y Alberto, creo que a ustedes, como siempre se los he dicho, me quedo siempre corta en palabras para expresarles mi infinito agrade-

cimiento, por todas y cada una de sus enseñanzas académicas, profesionales y personales. Gracias por su dedicación y apoyo incondicional en la realización de esta Tesis. Como se los he expresado en Colombia siempre tendrán una casa con las puertas abierta para recibirlos en cualquier momento. GRACIAS, MUCHAS GRACIAS!!!.

Quiero agradecer a la dirección del Centro de Investigaciones Ópticas (CIOp), a sus directores, los Dres. Jorge Tocho y Daniel Schinca por la oportunidad de realizar este trabajo de tesis en la institución. Agradezco a todo el personal del CIOp, investigadores, personal de apoyo, becarios, técnicos y administrativos. En especial agradezco a Ricardo, Fabián, Federico que hicieron de este lugar de trabajo, un sitio especial, valoro su amistad y los momentos compartidos.

Por otro lado, también agradezco a Cecilia, Norma y Osvaldo, por las conversaciones y experiencias vividas, es grato conocer personas tan lindas como ustedes.

Continuando con los agradecimientos personales, no quiero olvidarme de mi abuela, tíos, tías, primos, y en general mi familia y la de mi esposo por brindarme su cariño y estímulo para seguir adelante.

Por último y no menos importante, quiero agradecer a mi familia de Argentina, a Ana y Alberto, ellos que dejaron de ser los caseros, y se convirtieron en mi familia, me han acompañado en cada momento de este viaje, se han alegrado con mis aciertos y me han apoyado en los momentos difíciles, GRACIAS por dejarme ingresar a su vida, por compartir conmigo, brindarme su confianza, y por tantas cosas más, que en este momento no me vienen a la mente pero se las digo cada vez que se presenta la oportunidad, les estaré eternamente agradecida. Igualmente agradezco a todos los anteriormente mencionados y aquellos que pase por alto pero que de alguna u otra forma han colaborado en la realización de esta tesis.

# Índice general

Lista de figuras	X
Lista de tablas	XIV
<b>1. Introducción General</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción . . . . .	1
1.2. Esquema General . . . . .	4
<b>Bibliografía</b>	<b>7</b>
<b>2. Fundamentos de Speckle</b>	<b>10</b>
2.1. Introducción . . . . .	10
2.2. Formación de un patrón de speckle . . . . .	11
2.2.1. Speckle Objetivo . . . . .	12
2.2.2. Speckle Subjetivo . . . . .	13
2.2.3. El speckle: fenómeno aleatorio . . . . .	13
2.3. Estadística de primer orden . . . . .	13
2.4. Adición de patrones de speckle . . . . .	17
2.4.1. Adición de intensidades . . . . .	17
2.4.2. Speckle parcialmente polarizado . . . . .	20
2.5. Estadística de segundo orden . . . . .	21
2.5.1. Geometría de propagación en el espacio libre (speckle objetivo) . . . . .	21
2.5.2. Geometría de formación de imágenes (speckle subjetivo) . . . . .	24
2.5.3. Dependencia del speckle con respecto a la microestructura del difusor . . . . .	25
2.5.4. Tamaño promedio del speckle . . . . .	26
<b>Bibliografía</b>	<b>29</b>

<b>3. Modulador espacial de luz</b>	<b>30</b>
3.1. Introducción . . . . .	30
3.2. Fundamentos teóricos de los moduladores espaciales de luz . . .	31
3.2.1. Propiedades de los cristales líquidos . . . . .	31
3.3. Modulador espacial de luz de cristal líquido nemático . . . . .	33
3.4. Caracterización de un modulador espacial de luz de cristal líquido nemático . . . . .	35
3.5. Modulador espacial de luz en régimen de fase. Configuraciones ópticas . . . . .	36
3.6. Respuesta en fase y amplitud de un modulador espacial de luz .	36
3.6.1. Comportamiento ideal de un modulador . . . . .	37
3.6.2. Comportamiento real de un modulador . . . . .	38
3.6.2.1. Comportamiento anamórfico de los moduladores espaciales de luz de cristal líquido . . . . .	42
3.7. Caracterización experimental de la respuesta del HOLOEYE LC-2002 . . . . .	43
3.7.1. Determinación de la estructura de píxeles del HOLOEYE LC-2002 . . . . .	44
3.7.1.1. Estructura de píxeles del HOLOEYE LC-2002. Caso ideal. . . . .	44
3.7.1.2. Estructura de píxeles del HOLOEYE LC-2002. Caso real. . . . .	45
3.7.1.3. Modelo Matemático . . . . .	47
3.7.1.4. Respuesta del HOLOEYE LC-2002 en ausencia de campo externo . . . . .	49
3.7.2. Respuesta experimental de la amplitud y la fase . . . . .	52
3.7.3. Caracterización del comportamiento anamórfico del HOLOEYE LC-2002 . . . . .	57
<b>Bibliografía</b>	<b>64</b>
<b>4. Campos de speckle unidimensionales</b>	<b>68</b>
4.1. Introducción . . . . .	68
4.2. Generación experimental de campos de speckle unidimensionales	70
4.3. Modelo teórico para speckles unidimensionales . . . . .	74
4.4. Consideraciones previas . . . . .	76
4.5. Resultados y análisis . . . . .	77
4.5.1. Estadística de primer orden . . . . .	83
4.5.2. Estadística de segundo orden . . . . .	85
4.5.3. Distribución de intensidad promedio . . . . .	88

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	IX
4.6. Conclusiones . . . . .	90
<b>Bibliografía</b>	<b>92</b>
<b>5. Campos de speckle bidimensionales</b>	<b>95</b>
5.1. Introducción . . . . .	95
5.2. Generación experimental de campos de speckle bidimensionales .	96
5.2.1. Arreglo experimental . . . . .	96
5.2.2. Diseño del difusor . . . . .	98
5.2.3. Diseño de la pupila sintética . . . . .	100
5.2.3.1. Diseño de la red de Ronchi . . . . .	100
5.2.3.2. Proceso de filtrado . . . . .	101
5.3. Comparación entre la pupila física y la pupila sintética . . . . .	102
5.4. Caracterización Estadística . . . . .	105
5.4.1. Consideraciones previas . . . . .	105
5.4.2. Resultados y Análisis . . . . .	106
5.5. Conclusiones . . . . .	110
<b>Bibliografía</b>	<b>111</b>
<b>6. Conclusiones y trabajos futuros</b>	<b>113</b>
6.1. Trabajos Futuros . . . . .	116
6.2. Lista de publicaciones . . . . .	117
<b>Bibliografía</b>	<b>119</b>
<b>Apéndice</b>	<b>120</b>
<b>A. Modelo teórico para speckle unidimensionales</b>	<b>120</b>
<b>B. Determinación de los anchos de la abertura rectangular empleados en la generación de speckle unidimensionales</b>	<b>126</b>

# Índice de figuras

2.1.	Formación de un patrón de speckle a. Speckle objetivo por transmisión. b. Speckle subjetivo por transmisión. . . . .	11
2.2.	Patrón de speckle. . . . .	12
2.3.	Función de densidad de probabilidad (normalizada) de la intensidad de un patrón de speckle gaussiano. . . . .	16
2.4.	Función de densidad de probabilidad de la suma de las intensidades de dos patrones de speckle independientes, como una función $I/\bar{I}$ para $r=0, 0.1$ y $0.5$ . . . . .	18
2.5.	Contraste $C$ para la suma de dos patrones independientes en función de la fracción de intensidad promedio total aportada por una de las dos componentes, $\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_1+\bar{I}_2}$ . . . . .	19
3.1.	Arreglo molecular para diferentes tipos de cristal líquido. (a) Cristal líquido nemático, (b) Cristal líquido esmétrico, (c) Cristal líquido colestérico. . . . .	32
3.2.	Representación básica de un cristal líquido TN. . . . .	33
3.3.	Representación en coordenadas polares de la función de modulación de un SLM que describe un comportamiento ideal. . . . .	38
3.4.	Representación en coordenadas polares de la función de un SLM que describe un comportamiento ideal (línea continua) y un comportamiento real (puntos). . . . .	39
3.5.	a. La imagen del campo reconstruido en el plano de Fourier. b. Adición de fase cuadrática. c. Adición de fase lineal. (Imagen extraída de referencia [3.32].) . . . . .	41
3.6.	a. SLM HOLOEYE LC 2002. b. Esquema de una pequeña porción de la pantalla del modulador. . . . .	43
3.7.	Plano de Fourier de un píxel del LC-SLM con factor de llenado del 100%. a. Imagen simulada. b. Perfil de línea de la Figura 3.7 (a). . . . .	44

3.8. Estructura de píxeles del HOLOEYE LC-2002. La imagen muestra una pequeña partición de la estructura de píxeles del LC-2002, debajo su correspondiente imagen binarizada y al lado sus correspondientes perfiles de línea en la dirección $\xi$ y $\eta$ . . . . .	45
3.9. Modelo simplificado de un píxel del LC-2002. . . . .	46
3.10. Esquema de la red de píxeles del HOLOEYE LC-2002. . . . .	47
3.11. Arreglo experimental empleado para generar el patrón de difracción del HOLOEYE LC-2002. . . . .	49
3.12. Patrón de difracción del HOLOEYE LC-2002 en ausencia de voltaje. . . . .	50
3.13. Intensidad de difracción a lo largo de la dirección horizontal. . .	51
3.14. Intensidad de difracción a lo largo de la dirección vertical. . . .	51
3.15. Arreglo experimental. $SF$ : filtro espacial; $L_1$ : lente colimadora; $L_2$ : lente empleada en la transformada de Fourier; PMM: modulador en régimen de fase compuesto por $P$ : polarizador; $LC-SLM$ : modulador espacial de luz de cristal líquido; $\frac{\lambda}{4}$ : lámina de cuarto de onda; $A$ : analizador. . . . .	53
3.16. Patrón de franjas de interferencia experimental registrado. . . .	54
3.17. Respuesta experimental del LC-2002 en régimen de fase. . . . .	55
3.18. Representación de los fasores encontrados por el algoritmo de minimización. . . . .	58
3.19. Representación de la matriz de órdenes cero para el rango de confianza. . . . .	58
3.20. Representación de la matriz de órdenes cero en el rango de confianza para redes binarias desplegadas en la dirección vertical (frecuencia horizontal) para diferentes periodos. a. 2 columnas/periodo. b. 4 columnas/periodo. c. 8 columnas/periodo. d. 16 columnas/periodo.	60
3.21. Representación de la matriz de órdenes cero en el rango de confianza para redes binarias desplegadas en la dirección horizontal (vector de red en dirección vertical) para diferentes periodos. a. 2 filas/periodo. b. 4 filas/periodo. c. 8 filas/periodo d. 16 filas/periodo. . . . .	61
3.22. Resumen de los mínimos encontrados por cada periodo. Periodo=2 (Naranja), Periodo=4 (Magenta), Periodo=8 (verde), Periodo=16 (Azul). a. frecuencia vertical. b. frecuencia horizontal.	62
4.1. Esquema Experimental. $SF$ : Filtro espacial; $L_1$ : lente colimadora; $L_2$ : lente transformada de Fourier; $S$ : Abertura física; PMM: Modulador en régimen de fase compuesto por $P$ : polarizador; $LC-SLM$ : modulador espacial de luz de cristal líquido; $\frac{\lambda}{4}$ : lámina de cuarto de onda; $A$ : analizador. . . . .	71

4.2.	Representación de los tres niveles de fase seleccionados por el algoritmo. . . . .	72
4.3.	Respuesta experimental del modulador en régimen de fase. . . . .	72
4.4.	Representación esquemática del macro-píxel. . . . .	73
4.5.	Resultados experimentales para un ancho de abertura $(3.1 \pm 0.2)mm$ . Cada columna representa un incremento en el tamaño del macro-píxel. Las filas representan uno de los patrones de speckle guardados, la función de densidad de probabilidad de la intensidad total y el perfil del promedio de la autocorrelación de la intensidad, respectivamente. . . . .	79
4.6.	Resultados experimentales para un ancho de abertura $(5.0 \pm 0.4)mm$ . Cada columna representa un incremento en el tamaño del macro-píxel. Las filas representan uno de los patrones de speckle guardados, la función de densidad de probabilidad de la intensidad total y el perfil del promedio de la autocorrelación de la intensidad, respectivamente. . . . .	80
4.7.	Resultados experimentales para un ancho de abertura $(7.1 \pm 0.8)mm$ . Cada columna representa un incremento en el tamaño del macro-píxel. Las filas representan uno de los patrones de speckle guardados, la función de densidad de probabilidad de la intensidad total y el perfil del promedio de la autocorrelación de la intensidad, respectivamente. . . . .	81
4.8.	Campos de speckle registrados experimentalmente para diferentes anchos de abertura y tamaño de macro-píxel. a. $(3.1 \pm 0.2)mm$ , macro-píxel de 1 píxel b. $(5.0 \pm 0.4)mm$ , macro-píxel de 2 píxeles. c. $(7.1 \pm 0.8)mm$ , macro-píxel de 4 píxeles. . . . .	83
4.9.	Resultados experimentales y simulados para la función de densidad de probabilidad de la intensidad total para varias combinaciones de ancho de abertura y tamaño de macro-píxel. a. $(3.1 \pm 0.2)mm$ , macro-píxel de 1 píxel b. $(5.0 \pm 0.4)mm$ , macro-píxel de 2 píxeles. c. $(7.1 \pm 0.8)mm$ , macro-píxel de 4 píxeles. . . . .	84
4.10.	Resultados experimentales y simulados de los perfiles del promedio de las autocorrelaciones de la intensidad para varias combinaciones de ancho de abertura y tamaño de macro-píxel. a. $(3.1 \pm 0.2)mm$ , macro-píxel de 1 píxel b. $(5.0 \pm 0.4)mm$ , macro-píxel de 2 píxeles. c. $(7.1 \pm 0.8)mm$ , macro-píxel de 4 píxeles. . . . .	86
4.11.	Picos del promedio de la autocorrelación de la intensidad para los tres anchos de abertura y tamaños de macro-píxel indicados en la Figura 4.8. . . . .	87

4.12. Distribución de intensidad promedio para diferentes tamaños de macro-píxel y un ancho de abertura $w_{pup}$ de $(5.0 \pm 0.4)$ mm. . . . .	89
4.13. Perfiles de línea de las distribuciones de intensidad promedio indicados en la Figura 4.12. . . . .	90
5.1. a. Esquema representativo del arreglo experimental $SF$ : filtro espacial; $L_1$ : lente colimadora; $L_2$ y $L_3$ : lentes del sistema $4f$ ; $F$ : Filtro (iris); PMM: Modulador en régimen de fase compuesto por $P$ : polarizador; $LC - SLM$ : modulador espacial de luz de cristal líquido; $\frac{\lambda}{4}$ : lámina de cuarto de onda; $A$ : analizador. b. Foto del arreglo experimental implementado en el laboratorio. . . . .	97
5.2. Respuesta experimental del modulador en régimen de fase. . . . .	98
5.3. Representación esquemática del macro-píxel bidimensional. . . . .	99
5.4. Representación de la matriz de órdenes cero en el rango de confianza para “tableros de ajedrez” compuestos de macro-píxeles de 5 píxeles de lado. . . . .	100
5.5. Representación de la matriz de órdenes cero en el rango de confianza para redes binarias de periodo 2 píxeles desplegadas en la dirección horizontal. . . . .	101
5.6. Diseño de la pupila sintética. a. Imagen del difusor binario, dentro de la máscara de fase de la red de Ronchi, desplegado en el LC-SLM. b. Imagen desenfocada correspondiente a la Figura. 5.6 (a), obtenida en un plano cercano al plano focal de la lente $L_3$ . . . . .	102
5.7. a. Pupila física. b. Imagen experimental del patrón de speckle correspondiente a la pupila física. c. Pupila sintética. El recuadro muestra una región ampliada de la red de Ronchi. d. Imagen experimental del patrón de speckle correspondiente a la pupila sintética. . . . .	103
5.8. Coeficiente de correlación entre los patrones de speckle obtenidos con la pupila física y la pupila sintética. . . . .	104
5.9. Resultados experimentales. Cada columna muestra un incremento en el diámetro de la abertura de la pupila sintética. Cada fila representa un patrón de speckle, la función de densidad de probabilidad de la intensidad total y un perfil de línea (para $\Delta y = 0$ ) del promedio de la autocorrelación de la intensidad, respectivamente. . . . .	107
5.10. Picos del promedio de las autocorrelaciones de la intensidad para los tres diámetros de abertura indicados en la Figura 5.9. . . . .	109
B.1. Patrones de difracción. a. $w_{pup}$ $(3.1 \pm 0.2)$ mm. b. $w_{pup}$ $(5.0 \pm 0.4)$ mm. c. $w_{pup}$ $(7.1 \pm 0.8)$ mm. . . . .	126

# Índice de tablas

3.1. Niveles de gris entregados por el algoritmo de minimización del estimador E. . . . .	57
4.1. Niveles de gris encontrados por el algoritmo de minimización del estimador E. . . . .	71
5.1. Niveles de gris hallados por el algoritmo de minimización del estimador E. . . . .	98

# Capítulo 1

## Introducción General

### 1.1. Introducción

A principio de los años sesenta con el advenimiento de los láseres se observó un fenómeno extraño que con el paso del tiempo se denominó speckle [1.1]. Este fenómeno tiene lugar cuando luz altamente coherente es transmitida o reflejada por una superficie rugosa que origina diferencias de camino óptico de más de una longitud de onda formándose un patrón granular con alto contraste (speckle) [1.2]. Debido a que el speckle es el resultado de la interferencia de múltiples ondas dispersadas de cada elemento del objeto difusor, cuyas amplitudes y fases varían aleatoriamente, la distribución de intensidad en un punto determinado no es predecible de manera exacta. Por lo cual, las propiedades del speckle no están determinadas por las características macroscópicas del objeto difusor, sino por su microestructura. Desde esta perspectiva, las propiedades de la onda dispersada deben establecerse sobre la base de un modelo estadístico que lo represente adecuadamente [1.3].

En principio el speckle era un efecto no deseado, lo cual condujo a la elaboración de diversos métodos para reducirlo en sistemas ópticos y holográficos. Una vez la naturaleza del fenómeno comenzó a ser estudiada, diferentes aplicaciones fueron desarrolladas aprovechando la información que contenían estos patrones de luz y su sensibilidad a pequeños desplazamientos, rotaciones y deformaciones, canalizándose en diversas ramas de la óptica tales como, interferometría speckle [1.4], metrología óptica [1.5], encriptación óptica [1.6, 1.7] y pinzas ópticas [1.8].

Es una práctica común obtener patrones de speckle usando transparencias que tienen micro-topografía con perfil aleatorio (vidrios esmerilados) como difu-

sores aleatorios [1.2]. Estos difusores generan naturalmente campos de speckles con comportamiento gaussiano y una estadística de segundo orden característica, acorde a la estructura de la iluminación o a la pupila del sistema óptico [1.1]. Al emplearse tales difusores en un sistema óptico, se debe enfatizar que para obtener un patrón de speckle estadísticamente independiente de otro es necesario desplazar o rotar mecánicamente el difusor una cierta cantidad. Y en el caso que se pretenda modificar la distribución de intensidad del speckle es necesario reemplazar el difusor por otro. Asimismo, para cambiar el tamaño promedio transversal del speckle se debe modificar el tamaño de la pupila del sistema óptico empleado. En algunas investigaciones realizadas estos puntos pueden tornarse problemáticos. Desde el punto de vista experimental modificar algún componente del arreglo implementado, puede limitar los resultados obtenidos o generar en sí mismo un problema en la dinámica del sistema.

Recientemente también se hizo común el uso de moduladores espaciales de luz de cristal líquido (abreviadamente LC-SLM, acrónimo de *Liquid Crystal Spatial Light Modulator*) en configuración de fase (PMM, acrónimo de *Phase-Mostly Modulator*)<sup>1</sup> para generar campos de speckle. Un LC-SLM es un dispositivo que permite un control espacio-temporal de la amplitud, fase o el estado de polarización del haz luminoso que incide sobre él. Los LC-SLMs están compuestos por una matriz de píxeles en los que se puede controlar individualmente la amplitud y la fase de la luz que incide en cada píxel. Para lograr ese control, uno de los materiales más utilizado es el cristal líquido por sus propiedades de anisotropía óptica. Los cristales líquidos son sustancias que presentan una fase intermedia entre los estados sólido y líquido, lo que les confiere una combinación única de propiedades eléctricas y ópticas. Aunque estos materiales se conocen desde hace más de un siglo, sólo se empezó a considerar su uso en el campo de la optoelectrónica a principios de los años sesenta, gracias a los trabajos pioneros de Williams y posteriormente de Heilmeyer [1.9, 1.10].

Los SLMs basados en las propiedades de los cristales líquidos son usualmente empleados en procesamiento óptico, principalmente como SLM de amplitud aunque debido a la birrefringencia que experimentan, las pantallas de cristal líquido también pueden funcionar como SLM de fase, donde se varía la diferencia de fase entre dos puntos del modulador, sin modificar la amplitud [1.11–1.14]. La alta resolución espacial, su facilidad de control además de su reducido costo en comparación con otros dispositivos, estimulan su utilización en una gran

---

<sup>1</sup> El término PMM acrónimo de *Phase-Mostly Modulator* se refiere al modulador espacial de luz de cristal líquido en régimen de fase, esto es, una modulación cercana a  $2\pi$  y una amplitud con variaciones relativas muy pequeñas.

variedad de aplicaciones vinculadas al diseño de lentes activas [1.15], elementos ópticos difractivos [1.16], la generación de pinzas ópticas [1.17], holografía digital [1.18] o encriptación óptica [1.19].

Por otro lado, las características programables en tiempo real de los LC-SLMs en configuración de fase también son empleadas para superar las limitaciones mencionadas de los vidrios esmerilados utilizados como difusores para generar patrones de speckle. Con un LC-SLM, el difusor es generado como un arreglo de píxeles. En cada píxel se controla la orientación de las moléculas de forma tal de cambiar la anisotropía con que se encuentra la onda, es decir, los valores de índice de refracción en cada dirección ortogonal. De esa forma, se generan diferencias de fase entre estados ortogonales de polarización que se traducen en cambios de estado de polarización. Y con una adecuada combinación de elementos ópticos ese cambio en el estado de polarización puede traducirse en una modulación de fase. De hecho, los LC-SLMs han abierto la posibilidad de obtener campos de speckle a partir de difusores diseñados a medida. Un aspecto notable es que, así como el uso de los LC-SLMs pone al alcance una serie de posibilidades que no brindan los sistemas que emplean vidrios esmerilados, se debe enfatizar que los trabajos realizados emplean los SLMs como “cajas negras” para generar patrones de speckle y el análisis de estos campos es escaso [1.20–1.23]. Entonces el estudio de un sistema óptico que emplee LC-SLMs para generar campos de speckle gaussianos y de características totalmente controlables de forma digital, por sí mismo ya es una investigación valiosa y tiene un potencial prácticamente inexplorado en comparación con el uso de sistemas ópticos que emplean vidrios esmerilados como difusores.

Al emplear los LC-SLMs para generar patrones de speckle se debe tener en cuenta que su comportamiento dista de ser ideal, lo cual limita la calidad del speckle resultante. Es decir, un acoplamiento entre la modulación de fase y amplitud, una modulación de fase menor a  $2\pi$  [1.24, 1.25], una respuesta no lineal en fase, una discretización errónea de los niveles de fase, además de un comportamiento anamórfico [1.26, 1.27] conllevan a un deterioro de la calidad de los campos obtenidos a través de la aparición de efectos no deseados tales como: presencia de orden cero, baja eficiencia de difracción o un comportamiento no gaussiano.

En trabajos previos, el uso de tales dispositivos también se ha postulado para el control estadístico de la coherencia y las propiedades de polarización de los haces de iluminación. Wang *et al* [1.28] investigó el uso de moduladores de fase para la orientación del haz láser sin utilizar el control de fase de una

manera estadística. Por otro lado, Cordray [1.29] empleó los LC-SLMs como un medio para simular los campos de speckle producidos por la dispersión de la luz láser de superficies rugosas. En este trabajo se desarrolló una herramienta de simulación de campos de speckle que replica las propiedades estadísticas de las superficies de interés. Debe señalarse, que en estas investigaciones no se han considerado las limitaciones anteriormente puntualizadas que presentan los LC-SLMs. Asimismo, no se usufructa de forma apropiada el potencial que tienen las características programables en tiempo real de los LC-SLMs y la caracterización estadística de los patrones de speckle generados es escasa.

Todos los antecedentes mencionados nos motivan a desarrollar investigaciones que permitan mejorar y superar las limitaciones inherentes que tienen los vidrios esmerilados, mediante el uso del LC-SLM como difusor, de tal forma que permita simplificar procedimientos y optimizar el rendimiento en aplicaciones en las que un patrón de speckle es un aspecto clave. En ese sentido, proponemos generar experimentalmente campos de speckle gaussianos con características totalmente controlables de forma digital mediante el empleo de LC-SLMs.

Para lograr el objetivo propuesto, se desarrollará una estrategia que conduzca a generar los campos de speckle deseados, no obstante las limitaciones que presentan los LC-SLMs. En ese sentido, una correcta caracterización y calibración del LC-SLM por transmisión HOLOEYE LC-2002 empleado junto a un diseño adecuado de los difusores permitirá obtener los campos de speckle sin orden cero y que obedezcan a una estadística gaussiana. Adicionalmente, el control digital completo de las características de los patrones de speckle mediante estos dispositivos permitirá diseñar campos de speckle a medida a fin de abordar nuevas investigaciones y mejorar las aplicaciones existentes.

En la siguiente sección se presenta un resumen del contenido por capítulos desarrollado en este trabajo de tesis.

## 1.2. Esquema General

El **Capítulo 2** es una síntesis de algunos de los principios fundamentales del fenómeno de speckle y del desarrollo estadístico relacionado con su estudio. Los temas tratados conforman una base para la comprensión de los desarrollos obtenidos a lo largo de la tesis. Inicialmente se discute la formación de los patrones de speckle, objetivos y subjetivos, en términos de la interferencia de múltiples ondas con amplitudes complejas distribuidas aleatoriamente. Luego, se resumen las propiedades estadísticas de primer orden de los patrones de speckle gaussianos.

nos, incluyendo las consideraciones relativas a la adición de múltiples patrones de speckle y el caso particular del speckle parcialmente polarizado. En relación con la estadística de segundo orden, se evalúan las funciones de autocorrelación de las amplitudes complejas y de las intensidades del campo. Finalmente se definen las dimensiones promedio de los granos de speckle.

En el **Capítulo 3** se realiza un análisis teórico y experimental de los moduladores espaciales de luz de cristal líquido especialmente del HOLOEYE LC-2002. Para un mejor entendimiento del tema, se analiza previamente las propiedades fundamentales de los SLMs y algunos métodos de caracterización. Luego, se estudia la respuesta en fase y amplitud del LC-2002 y el comportamiento real e ideal del mismo. A partir del análisis desarrollado se plantea una estrategia para enviar mapas de fase diseñados adecuadamente y obtener una respuesta del LC-SLM que permita superar las limitaciones de estos dispositivos. En la parte final del capítulo se caracteriza, modela y calibra la respuesta del modulador HOLOEYE LC-2002 y se desarrolla un método para la selección de niveles de fase a fin de implementar difusores con niveles de fase discretos.

En el **Capítulo 4** se presenta una contribución original dedicada a la generación experimental de patrones de speckle unidimensionales (1D) sin orden cero y que obedecen una estadística gaussiana. Se detalla el arreglo y procedimiento experimental realizado para obtener este tipo de patrones de speckle. Además se presenta un método para controlar las características de estos campos mediante la implementación de un difusor de tres niveles de fase, diseñado adecuadamente, sobre el LC-SLM. Finalmente, un modelo teórico permite describir apropiadamente este tipo de speckles así como realizar una comparación entre los resultados obtenidos experimentalmente y las simulaciones realizadas a partir del modelo teórico desarrollado. Los resultados experimentales y los resultados derivados de las simulaciones se analizan y discuten ampliamente.

En el **Capítulo 5** se presenta un método original para generar experimentalmente campos de speckle gaussianos totalmente controlables de forma digital. Esto se consigue mediante la implementación de difusores binarios y pupilas sintéticas sobre un LC-SLM. En primer lugar se muestra cómo diseñar adecuadamente la pupila sintética y el difusor binario. La pupila sintética comprende una red de Ronchi de fase y el filtrado de sus órdenes de difracción. El difusor binario es desplegado dentro de una abertura definida sobre la red de Ronchi. Estos procesos implican elegir apropiadamente los niveles de gris, tanto del difusor como de la red de Ronchi de tal forma que sus órdenes cero sean mínimos. En segundo término se verifica el diseño apropiado de la pupila sintética y se

comparan los resultados experimentales obtenidos con la pupila sintética y la pupila física cuando éstas actúan sobre los difusores binarios implementados en el LC-SLM. Por último, se caracterizan los patrones de speckle generados evaluando sus estadísticas de primer orden y segundo orden. Todos los resultados experimentales son analizados y discutidos en base a la bien conocida teoría de speckles.

Finalmente, en el **Capítulo 6** se exponen las conclusiones generales de los desarrollos resultantes en esta tesis y se describen algunas de las líneas de investigación futuras como una continuación de este trabajo.

# Bibliografía

- [1.1] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier optics*. Colorado:Roberts & Company, 2005.
- [1.2] J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Springer-Verlag, 1975.
- [1.3] J. W. Goodman. *Statistical properties of laser speckle patterns*. Springer, 1975.
- [1.4] R. S. Sirohi. *Speckle metrology*. New York: Marcel Dekker, 1993.
- [1.5] G. H. Kaufmann. *Advances in speckle metrology and related techniques*. Weinheim: Wiley VCH Verlag, 2011.
- [1.6] D. Amaya, M. Tebaldi, R. Torroba, and N. Bolognini. Wavelength multiplexing encryption using joint transform correlator architecture. *Appl. Opt.*, 48(11):2099–2104, 2009.
- [1.7] J. F. Barrera, A. Mira-Agudelo, and R. Torroba. Experimental qr code optical encryption: noise-free data recovering. *Opt. Lett.*, 39(10):3074–3077, 2014.
- [1.8] JP. Staforelli, JM. Brito, E. Vera, P. Solano, and A. Lencina. A clustered speckle approach to optical trapping. *Opt. Commun.*, 283(23):4722–4726, 2010.
- [1.9] G. H. Heilmeyer and LA. Zanoni. guest-host interactions in nematic liquid crystals. a new electro-optic effect. *Appl. Phys. Lett.*, 13(3):91–92, 1968.
- [1.10] R. Williams. Electro-optical elements utilizing an organic nematic compound, May 30 1967. US Patent 3,322,485.
- [1.11] N. Konforti, ST Wu, and E. Marom. Phase-only modulation with twisted nematic liquid-crystal spatial light modulators. *Opt. Lett.*, 13(3):251–253, 1988.

- [1.12] J.L. Pezzaniti and R.A. Chipman. Phase-only modulation of a twisted nematic liquid-crystal tv by use of the eigenpolarization states. *Opt. Lett.*, 18(18):1567–1569, 1993.
- [1.13] I. Moreno, P. Velásquez, C. R. Fernández-Pousa, M. M. Sánchez-López, and F. Mateos. Jones matrix method for predicting and optimizing the optical modulation properties of a liquid-crystal display. *J. Appl. Phys.*, 94(6):3697–3702, 2003.
- [1.14] V. Durán, J. Lancis, E. Tajahuerce, and M. Fernández-Alonso. Phase-only modulation with a twisted nematic liquid crystal display by means of equi-azimuth polarization states. *Opt. Express*, 14(12):5607–5616, 2006.
- [1.15] V. Laude. Twisted-nematic liquid-crystal pixelated active lens. *Opt. Commun.*, 153(1):134–152, 1998.
- [1.16] A. Marquez, C. Iemmi, J. C. Escalera, J. Campos, S. Ledesma, J. A. Davis, and M. J. Yzuel. Amplitude apodizers encoded onto fresnel lenses implemented on a phase-only spatial light modulator. *Appl. Opt.*, 40(14):2316–2322, 2001.
- [1.17] M. Reicherter, T. Haist, EU. Wagemann, and HJ. Tiziani. Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display. *Opt. Lett.*, 24(9):608–610, 1999.
- [1.18] C. Kohler, X. Schwab, and W. Osten. Optimally tuned spatial light modulators for digital holography. *Appl. Opt.*, 45(5):960–967, 2006.
- [1.19] CJ Cheng and ML Chen. Polarization encoding for optical encryption using twisted nematic liquid crystal spatial light modulators. *Opt. Commun.*, 237(1):45–52, 2004.
- [1.20] A. Dudley, R. Vasilyeu, V. Belyi, N. Khilo, P. Ropot, and A. Forbes. Controlling the evolution of nondiffracting speckle by complex amplitude modulation on a phase-only spatial light modulator. *Opt. Commun.*, 285(1):5–12, 2012.
- [1.21] L. Waller, G. Situ, and J. W. Fleischer. Phase-space measurement and coherence synthesis of optical beams. *Nature Photonics*, 6(7):474–479, 2012.
- [1.22] C. Sun, L. Waller, D. V. Dylov, and J. W. Fleischer. Spectral dynamics of spatially incoherent modulation instability. *Phys. Rev. Lett.*, 108(26):263902, 2012.

- [1.23] H. Funamizu and J. Uozumi. Generation of fractal speckles by means of a spatial light modulator. *Opt. Express*, 15(12):7415–7422, 2007.
- [1.24] A. Hermerschmidt. Experimental modules covering imaging, diffraction, fourier optics and polarization based on a liquid-crystal cell slm. In *Education and Training in Optics and Photonics*, page EMA6. Optical Society of America, 2009.
- [1.25] C. Rickenstorff and AS. Ostrovsky. Measurement of the amplitude and phase modulation of a liquid crystal spatial light modulator. *Superficies y Vacío*, 23(S)(10):36–39, 2009.
- [1.26] A. Lizana, A. Márquez, L. Lobato, Y. Rodange, I. Moreno, C. Iemmi, and J. Campos. The minimum euclidean distance principle applied to improve the modulation diffraction efficiency in digitally controlled spatial light modulators. *Opt. Express*, 18(10):10581–10593, 2010.
- [1.27] A. Márquez, C. Iemmi, I. Moreno, J. Campos, and M. J. Yzuel. Anamorphic and spatial frequency dependent phase modulation on liquid crystal displays. optimization of the modulation diffraction efficiency. *Opt. Express*, 13(6):2111–2119, 2005.
- [1.28] X. Wang, B. Wang, J. Pouch, F. Miranda, M. Fisch, J. E. Anderson, V. Sergan, and P. J. Bos. Liquid crystal on silicon (lcos) wavefront corrector and beam steerer. In *Optical Science and Technology, SPIE's 48th Annual Meeting*, pages 139–146. International Society for Optics and Photonics, 2003.
- [1.29] J. M. Cordray. *Investigation of Liquid Crystal Spatial Light Modulators to Simulate Speckle Fields*. PhD thesis, University of Dayton, 2010.

# Capítulo 2

## Fundamentos de Speckle

### 2.1. Introducción

Cuando un haz de luz láser incide sobre una superficie rugosa (en la escala de la longitud de onda), la interferencia producida por la multiplicidad de ondas provenientes de cada punto de la superficie iluminada, cuyas amplitudes y fase varían aleatoriamente genera distribuciones de intensidad aleatorias. Este fenómeno se conoce con el nombre de speckle o granularidad óptica. La observación de este fenómeno se hizo común con el advenimiento del láser a principios de los '60 [2.1, 2.2]. Inicialmente se presentó como un inconveniente, lo cual condujo a la elaboración de diversos métodos para reducir el speckle en sistemas ópticos y holográficos. Pero una vez que la naturaleza del fenómeno comenzó a ser estudiada, fueron desarrolladas diferentes aplicaciones [2.3–2.9].

En este capítulo se realiza una síntesis de algunos de los principios fundamentales del fenómeno de speckle. Los temas tratados conforman una base para la comprensión de los desarrollos obtenidos a lo largo de la tesis. Inicialmente se discute la formación de los patrones de speckle, objetivos y subjetivos. Luego, se resumen las propiedades estadísticas de primer orden de los patrones de speckle gaussianos, incluyendo las consideraciones relativas a la adición de múltiples patrones de speckle y el caso particular del speckle parcialmente polarizado. En relación con la estadística de segundo orden, se evalúan las funciones de autocorrelación de las amplitudes complejas y de las intensidades del campo. Finalmente se definen las dimensiones promedio de los granos de speckle.

## 2.2. Formación de un patrón de speckle

El fenómeno de speckle puede ser comprendido fácilmente observando la Figura 2.1. Una onda coherente proveniente de un láser se transmite a través de un medio transparente con una de sus caras rugosas, denominado en lo sucesivo difusor. Este último, puede ser considerado como un conjunto de elementos dispersores con distribuciones aleatorias de fase, posición y forma. Los siguientes razonamientos se aplican igualmente al caso de un haz reflejado por una superficie rugosa.

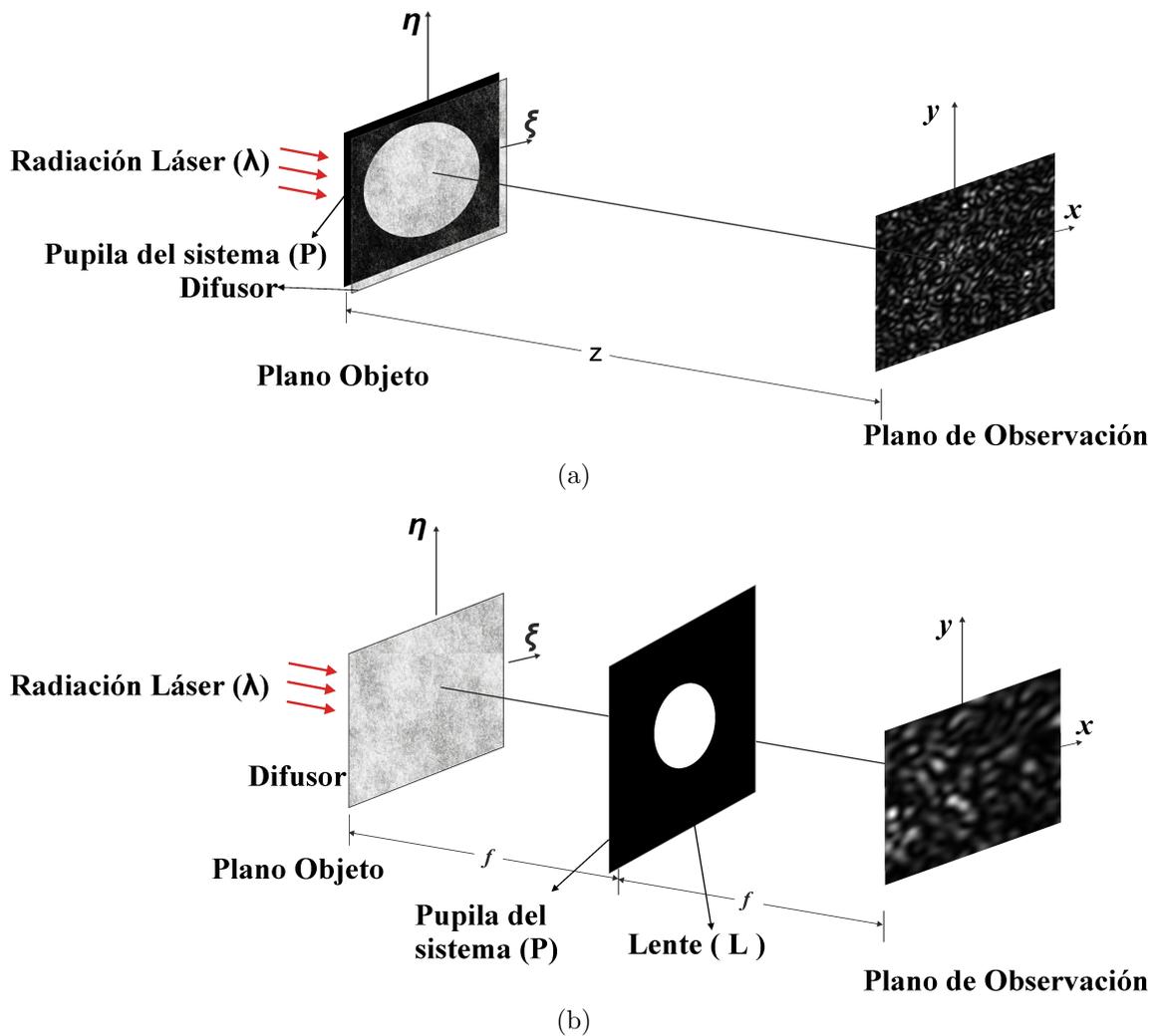


Figura 2.1: Formación de un patrón de speckle a. Speckle objetivo por transmisión. b. Speckle subjetivo por transmisión.

Cuando el objeto difusor es iluminado por una onda de luz, cada elemento del objeto difusor actúa como una fuente de ondas secundarias. La interferencia destructiva o constructiva de estas múltiples ondas forma un patrón de granos brillantes y oscuros en cada plano de observación, tal como el mostrado en la Figura. 2.2.

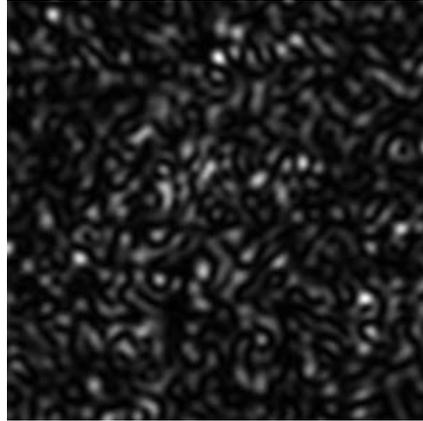


Figura 2.2: Patrón de speckle.

A continuación se presentan dos configuraciones ópticas a partir de las cuales se obtiene un patrón de speckle. La geometría de propagación en el espacio libre genera un patrón de speckle llamado objetivo mientras que la que emplea una lente u otro sistema de formación de imagen genera un patrón de speckle denominado subjetivo.

### 2.2.1. Speckle Objetivo

Consideramos que una fuente coherente ilumina una superficie rugosa localizada en el plano objeto y la luz dispersada es observada sobre un plano a una distancia  $z$  de aquella, como se ilustra en la Figura 2.1 (a). La propagación de la luz desde el difusor hasta un punto en el plano de observación da como resultado la superposición coherente de una gran cantidad de contribuciones independientes, asociadas con los elementos dispersores del difusor iluminado. La interferencia de las múltiples ondas varía aleatoriamente al pasar de un punto a otro sobre el plano de observación, dando lugar a la formación de un patrón de speckle. Debido a que este patrón no depende de un sistema óptico para visualizarlo, se denomina speckle objetivo.

### 2.2.2. Speckle Subjetivo

Un patrón de speckle también se puede obtener formando la imagen del difusor mediante una lente u otro sistema óptico como el ojo humano o una cámara. En la Figura 2.1 (b) se ilustra esta situación. Este speckle se denomina speckle subjetivo debido a que la estructura de los patrones depende de las propiedades geométricas de la pupila del sistema. Así como en el caso del speckle objetivo, una colección de máximos y mínimos de intensidad distribuidos aleatoriamente se observa sobre el plano imagen.

### 2.2.3. El speckle: fenómeno aleatorio

Las propiedades del speckle no están determinadas por las características macroscópicas del objeto difusor, sino que están originadas por su microestructura [2.2]. Puesto que el speckle es el resultado de la interferencia de múltiples ondas dispersadas de cada elemento del objeto difusor, cuyas amplitudes y fases varían aleatoriamente, es impracticable conocer de antemano y con exactitud las amplitudes y fases de cada una de las ondas que interfieren. Esto implica que la distribución de intensidad observada en un punto determinado no es predecible de manera exacta. Desde esta perspectiva, las propiedades de la onda dispersada deben establecerse sobre la base de un modelo estadístico que lo represente adecuadamente. Es por ello que el difusor, se modela como un ensamble de elementos dispersores con una distribución de probabilidad de amplitudes y fases. A continuación se muestra una representación matemática simplificada del fenómeno speckle.

## 2.3. Estadística de primer orden

Las propiedades estadísticas de primer orden se refieren a las propiedades del speckle en función de las coordenadas en un sólo punto del espacio. Vamos a suponer en adelante que el campo incidente en un punto de observación  $(X, Y, Z)$  es perfectamente monocromático y linealmente polarizado, bajo tales condiciones, se estudiarán los patrones de speckle. Como se mencionó antes, el patrón de speckle puede interpretarse como el resultado de la superposición de múltiples contribuciones debidas a distintas áreas dispersoras de la superficie rugosa, entonces, el fasor de amplitud  $A(X, Y, Z)$  resultante en un punto de observación  $(X, Y, Z)$  se puede describir como:

$$A(X, Y, Z) = | A(X, Y, Z) | e^{i\theta(X, Y, Z)} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N \mathbf{a}_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N | a_n | e^{i\phi_n}, \quad (2.1)$$

donde  $N$  representa el número de fasores que describen el campo proveniente del difusor,  $\mathbf{a}_n$  representa el  $n$ -ésimo fesor en la suma,  $a_n$  es la amplitud de  $\mathbf{a}_n$ ,  $\phi_n$  es la fase de  $\mathbf{a}_n$ ,  $A(X, Y, Z)$  y  $\theta(X, Y, Z)$  representan la amplitud y la fase del fesor resultante  $A(X, Y, Z)$  (amplitud compleja).

A continuación se hacen algunas suposiciones sobre la estadística de los fasores componentes de la suma de la expresión 2.1 :

1. Las amplitudes  $a_n$  y fases  $\phi_n$  del  $n$ -ésimo fesor son estadísticamente independientes de las amplitudes y fases de los otros fasores. Esto es, el conocimiento de los valores de amplitud y/o fase de uno de los fasores componentes de la suma no nos permite conocer la amplitud y/o fase de otro fesor componente. Es decir, los elementos del difusor no están relacionados entre sí.

2. Para cualquier  $n$ ,  $a_n$  y  $\phi_n$  estos son estadísticamente independientes una de la otra. Es decir, la magnitud de un fesor no guarda relación con la fase del mismo.

3. Las fases  $\phi_n$  están uniformemente distribuídas sobre el intervalo  $[-\pi, \pi]$ . Es decir, todos los valores de fase son igualmente probables. Esto implica que las irregularidades de la superficie difusora son muy grandes en comparación con la longitud de onda.

Bajo las suposiciones anteriores [2.10] se muestran a continuación las propiedades estadísticas del campo y la intensidad en el plano de observación.

Consideremos la parte real e imaginaria del campo o fesor resultante  $A$  como:

$$\Re = \text{Re}\{A\}, \quad (2.2)$$

$$\Im = \text{Im}\{A\}. \quad (2.3)$$

Las tres consideraciones anteriores tienen implicaciones en la media y la varianza de  $\Re$  e  $\Im$ , así:

$$\langle \Re \rangle = \langle \Im \rangle = 0, \quad (2.4)$$

$$\langle \Re \rangle^2 = \langle \Im \rangle^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\langle |a_n^2| \rangle}{2}, \quad (2.5)$$

$$\langle \Re \Im \rangle = 0. \quad (2.6)$$

Donde  $\langle \dots \rangle$  representa el promedio espacial sobre un área suficientemente extensa del difusor. Las ecuaciones 2.4-2.6 expresan que la parte real  $\Re$  e imaginaria  $\Im$  del campo complejo en  $(X, Y, Z)$  tiene media cero (Ecuación 2.4), que sus varianzas son iguales (Ecuación 2.5) y que no hay correlación entre la parte real e imaginaria del campo (Ecuación 2.6).

En referencia a la Ecuación 2.1, el número  $N$  de fasores que describen el campo proveniente del difusor (cada uno con una fase distribuida uniformemente entre  $[-\pi, \pi]$ ) es extremadamente grande. Esto es, cuando  $N \rightarrow \infty$ , la estadística de la suma de  $N$  variables aleatorias independientes es asintóticamente gaussiana y la función de densidad de probabilidad conjunta de la parte real e imaginaria del campo, viene dada por la expresión:

$$\rho(A) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{|A|^2}{2\sigma^2}}, \quad (2.7)$$

donde la varianza está dada por

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{\langle |a_n|^2 \rangle}{2} = \frac{\bar{I}}{2}. \quad (2.8)$$

De este modo el fasor resultante  $A$ , es una variable aleatoria gaussiana circular con media cero en el plano complejo [2.10].

En la práctica, podemos medir la intensidad del campo más que la amplitud, por lo tanto, si la intensidad del campo se puede representar como:

$$I(X, Y, Z) = |A(X, Y, Z)|^2, \quad (2.9)$$

su función de densidad de probabilidad será:

$$\rho_I(I) = \frac{1}{\bar{I}} e^{-\frac{I}{\bar{I}}}, \quad (2.10)$$

para  $I \geq 0$ . De la expresión 2.10, se puede deducir que la densidad de probabilidad de la intensidad se ajusta a la forma de una exponencial decreciente. El speckle con esta distribución de intensidad describe un *speckle totalmente desarrollado* [2.2].

Por otro lado, se puede demostrar que la función de densidad de la fase del campo es:

$$\rho_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad (2.11)$$

para  $\theta \in [-\pi, \pi]$ . Este resultado refleja que la distribución estadística de la fase es uniforme y que la intensidad y la fase del campo son estadísticamente independientes [2.2]. En la Figura 2.3 se realiza una representación de la función de densidad de probabilidad para la intensidad, dada por la Ecuación 2.10.

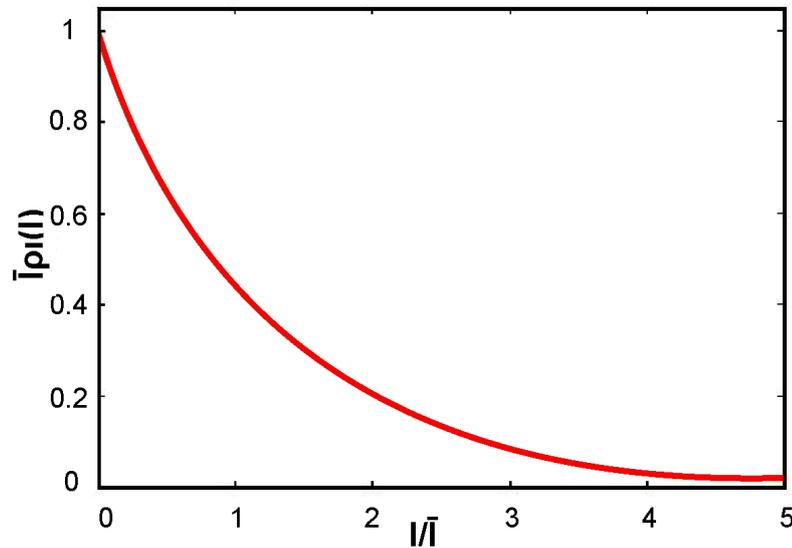


Figura 2.3: Función de densidad de probabilidad (normalizada) de la intensidad de un patrón de speckle gaussiano.

Para el speckle totalmente desarrollado, la varianza y la desviación estándar de la distribución de probabilidad  $\rho_I(I)$  son:

$$\sigma_I^2(I) = \bar{I}^2, \quad (2.12)$$

$$\sigma_I(I) = \bar{I}. \quad (2.13)$$

La Ecuación 2.13 muestra que para esta distribución  $\rho_I(I)$  su desviación estándar es igual al promedio [2.2]. Si definimos el contraste del patrón de speckle como:

$$C = \frac{\sigma_I}{\bar{I}}, \quad (2.14)$$

el cual representa la medida de las fluctuaciones de intensidad en un patrón de speckle comparado con la intensidad promedio [2.10]. Entonces, es evidente, de las ecuaciones 2.13 y 2.14, que el contraste para un patrón de speckle bien desarrollado es siempre igual a la unidad,  $C=1$ , es decir que el contraste es óptimo.

## 2.4. Adición de patrones de speckle

Algunos de los resultados obtenidos experimentalmente se basan en la suma de las intensidades de patrones de speckle objetivos y subjetivos. Por lo cual, en esta sección de la tesis, trataremos la adición de patrones de speckle. En particular, nos enfocaremos en el estudio de las propiedades estadísticas cuando se realiza la suma de las intensidades de  $N$  patrones de speckle totalmente desarrollados.

### 2.4.1. Adición de intensidades

Consideremos la intensidad total  $I$ , como la suma de las intensidades de  $N$  patrones de speckle independientes, así:

$$I = \sum_{n=1}^N I_n = \sum_{n=1}^N |A_n|^2, \quad (2.15)$$

donde  $A_n$  es la amplitud e  $I_n$  es la intensidad del  $n$ -ésimo patrón de speckle componente de la suma. De la suposición de la independencia estadística de los

patrones de speckle individuales, la función característica de la suma se puede escribir como el producto de las funciones características de las componentes de intensidad [2.2], de la forma:

$$M(\omega) = \prod_{n=1}^N M_n(\omega) = \prod_{n=1}^N \frac{1}{1 - j\omega \bar{I}_n}, \quad (2.16)$$

donde  $M_n(\omega)$  es la función característica de  $I_n$  e  $\bar{I}_n$  es la intensidad media del  $n$ -ésimo patrón de speckle componente.

La transformada de Fourier inversa de la función característica conduce a la función de densidad de probabilidad para la intensidad total. En particular, si se trata de la adición de las intensidades de dos patrones de speckle ( $N=2$ ), se tiene:

$$\rho_I(I) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{I}_1 - \bar{I}_2} \left[ e^{-\frac{I}{\bar{I}_1}} - e^{-\frac{I}{\bar{I}_2}} \right], & \text{cuando } \bar{I}_1 \geq \bar{I}_2, \\ \frac{I}{\bar{I}^2} e^{-\frac{I}{\bar{I}}}, & \text{cuando } \bar{I}_1 = \bar{I}_2 = \bar{I}, \end{cases} \quad (2.17)$$

donde  $I$  representa la intensidad promedio total dada por:  $I = I_1 + I_2$ . En la Figura 2.4 se muestra el perfil de la función de densidad de probabilidad normalizada  $\bar{I}\rho_I(I)$  para varios valores de la relación  $r = \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_1}$  entre 0 y 0.5.

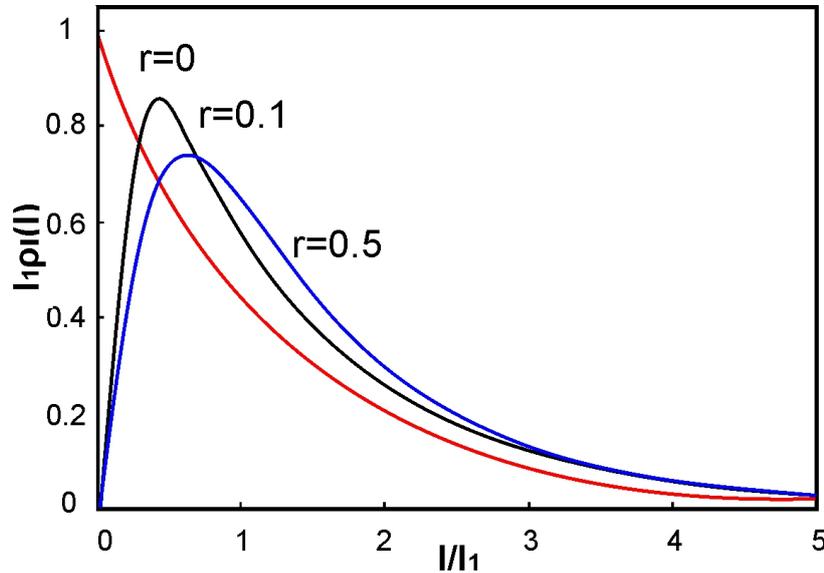


Figura 2.4: Función de densidad de probabilidad de la suma de las intensidades de dos patrones de speckle independientes, como una función  $I/\bar{I}$  para  $r=0, 0.1$  y  $0.5$ .

Note que la curva para  $r=0$  corresponde a la función de densidad de probabilidad de un simple patrón de speckle, esto es, una exponencial negativa.

También puede demostrarse que el contraste del patrón resultante depende de los valores de  $\bar{I}_1$  e  $\bar{I}_2$ , así:

$$C = \frac{\sqrt{\bar{I}_1^2 + \bar{I}_2^2}}{\bar{I}_1 + \bar{I}_2} = \frac{\sqrt{1 + r^2}}{1 + r}. \quad (2.18)$$

Esta expresión del contraste en función de la fracción de intensidad promedio total aportada por una de las dos componentes,  $\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_1 + \bar{I}_2}$  se muestra en la Figura 2.5. Se observa que el contraste alcanza su valor mínimo  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  cuando  $r = 1$ , es decir, cuando los patrones que se suman tienen igual intensidad media.

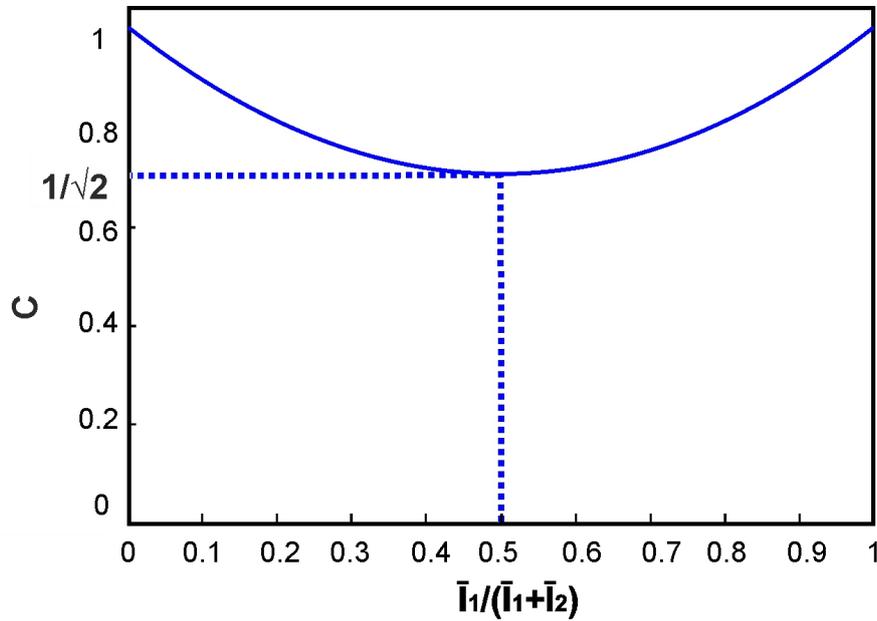


Figura 2.5: Contraste  $C$  para la suma de dos patrones independientes en función de la fracción de intensidad promedio total aportada por una de las dos componentes,  $\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_1 + \bar{I}_2}$ .

Cabe recordar que los resultados obtenidos hasta el momento asumen que el campo incidente en un punto de observación  $(X, Y, Z)$  es perfectamente monocromático y linealmente polarizado. En la siguiente sección se considera el cambio del estado de polarización lineal de la luz incidente después de la reflexión y/o transmisión en diferentes tipos de superficie que conduce a generar speckles que están parcialmente polarizados.

### 2.4.2. Speckle parcialmente polarizado

Asumiremos que la amplitud de la luz incidente sobre una superficie rugosa está polarizada linealmente en la dirección  $x$ , así:

$$\vec{A}_i = \sqrt{I_i} \hat{x}, \quad (2.19)$$

donde  $I_i$  es la intensidad incidente y  $\hat{x}$  es un vector unitario en la dirección  $x$ . Entonces, la amplitud compleja de la luz reflejada puede ser descrita por:

$$\vec{A}_r = A_x \hat{x} + A_y \hat{y}. \quad (2.20)$$

Por tanto, la intensidad total observada está dada por la suma de las intensidades de las componentes  $x$  e  $y$  de la luz, así:

$$I = I_x + I_y = |A_x|^2 + |A_y|^2. \quad (2.21)$$

Cuando la superficie desde la cual la luz ha sido reflejada es muy rugosa, ambas componentes  $I_x$  e  $I_y$  son patrones de speckle totalmente desarrollados. Del grado de correlación entre estas componentes dependerá la estadística de la intensidad total.

Una onda con las componentes de polarización  $x$  e  $y$  correlacionadas, es equivalente a una onda con las componentes de polarización no correlacionadas que tienen diferentes valores de intensidad en dos componentes, pero la misma suma de las dos intensidades, es decir:

$$I_x + I_y = \lambda_1 + \lambda_2 = \bar{I}, \quad (2.22)$$

donde  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son los valores propios de la matriz de coherencia.

En general, una onda parcialmente polarizada puede ser expresada como la suma de dos componentes, una onda polarizada y la otra completamente no polarizada. Por lo cual, el grado de polarización puede ser definido a partir de la relación entre la intensidad en la componente de la onda polarizada completamente con respecto a la intensidad total en la onda,

$$\wp = \left| \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \right|. \quad (2.23)$$

Note que el grado de polarización siempre se encuentra entre 1 (onda perfectamente polarizada) y 0 (onda completamente no polarizada).

Como se describió antes, un speckle gaussiano linealmente polarizado presenta un comportamiento exponencial negativo en la función de densidad de

probabilidad de la intensidad. Esta función disminuye monótonamente a medida que la intensidad aumenta. En el caso de un speckle parcialmente polarizado, la función de densidad de probabilidad, Ecuación 2.17, toma la forma:

$$\rho_I(I) = \frac{1}{\wp \bar{I}} \left[ e^{\frac{-2I}{(1+\wp)\bar{I}}} - e^{\frac{-2I}{(1-\wp)\bar{I}}} \right], \quad (2.24)$$

donde  $\wp$  es el grado de polarización e  $\bar{I}$  es la intensidad media. De la Ecuación 2.24 se puede describir la función de densidad de probabilidad como la superposición de dos patrones de speckle no correlacionados sobre una base de intensidad [2.2].

## 2.5. Estadística de segundo orden

En la sección anterior, se estudiaron las propiedades estadísticas del speckle en un único punto (estadística de primer orden). Ahora estudiaremos las propiedades de un mismo patrón en dos puntos del plano de observación. Con esta consideración, es posible obtener información acerca del tamaño transversal del speckle.

Comenzaremos evaluando la función de autocorrelación de la distribución de intensidad en el plano (X,Y) para dos puntos del mismo patrón de speckle, mediante la siguiente ecuación:

$$R_I(X_1, Y_1; X_2, Y_2) = \langle I(X_1, Y_1)I(X_2, Y_2) \rangle. \quad (2.25)$$

Esta función provee información acerca de la rapidez con la cual cambia la intensidad del patrón de speckle de un punto a otro. Además, nos permite estimar las dimensiones transversales del speckle.

A continuación se consideran dos casos diferentes, primero para una geometría de propagación en el espacio libre (speckle objetivo) y un segundo caso para la geometría de formación de imágenes (speckle subjetivo).

### 2.5.1. Geometría de propagación en el espacio libre (speckle objetivo)

Consideremos el caso en el que se ilumina un difusor con un haz de luz monocromática y la luz dispersada por este es observada a una distancia  $z$  de la superficie, como se ilustra en la Figura 2.1. Asumiendo una aproximación

paraxial (es decir, los ángulos de dispersión son pequeños), el campo complejo  $A(X,Y)$  de la luz en la posición  $(X,Y)$  en el plano de observación está relacionado con la función compleja  $\alpha(\xi, \eta)$  de la onda transmitida (o reflejada) en el plano localizado inmediatamente después de la superficie rugosa, por la integral de difracción de Fresnel [2.11], de la forma:

$$A(X, Y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{i\pi}{\lambda z}x^2+y^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(\xi, \eta) e^{\frac{i\pi}{\lambda z}\xi^2+\eta^2} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda z}(x\xi+y\eta)} d\xi d\eta, \quad (2.26)$$

donde  $\lambda$  representa la longitud de onda correspondiente. Ahora, se calcula la función de autocorrelación de la intensidad usando el hecho de que la superficie, desde la cual la luz fue dispersada, es rugosa comparada con la longitud de onda y el campo  $A(X,Y)$  es una variable compleja aleatoria circular gaussiana en cada punto del plano  $(X,Y)$ . Para estos campos, la función de autocorrelación de la intensidad  $R_I$  puede expresarse en términos de la función de autocorrelación de los campos  $J_A$ , la cual se representa por:

$$J_A(X_1, Y_1; X_2, Y_2) = \langle A(X_1, Y_1)A^*(X_2, Y_2) \rangle. \quad (2.27)$$

Entonces la función de autocorrelación  $J_A$  del campo de speckle, puede escribirse como:

$$J_A(X_1, Y_1; X_2, Y_2) = \frac{1}{\lambda^2 z^2} e^{\frac{i\pi}{\lambda z}x_1^2+y_1^2-x_2^2-y_2^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} \int \int_{-\infty}^{\infty} J_\alpha(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) e^{\frac{i\pi}{\lambda z}(\xi_1^2+\eta_1^2-\xi_2^2-\eta_2^2)} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda z}(x_1\xi_1+y_1\eta_1-x_2\xi_2-y_2\eta_2)} d\xi_1 d\eta_1 d\xi_2 d\eta_2, \quad (2.28)$$

donde

$$J_\alpha(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) = \langle \alpha(\xi_1, \eta_1)\alpha^*(\xi_2, \eta_2) \rangle, \quad (2.29)$$

es la función de autocorrelación del campo inmediatamente después de la superficie rugosa. De la expresión 2.28 se observa que la evaluación de la función de autocorrelación en el plano X-Y puede llevarse a cabo si se conoce la forma

explícita de la función de autocorrelación en el plano  $\xi - \eta$ .

En este caso, suponemos que la microestructura de la superficie rugosa no puede ser resuelta por nuestro sistema de observación, por lo tanto, se puede realizar la siguiente aproximación:

$$J_\alpha(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) = \kappa P(\xi_1, \eta_1) P^*(\xi_2, \eta_2) \delta(\xi_1 - \xi_2, \eta_1 - \eta_2), \quad (2.30)$$

donde  $\kappa$  es una constante de proporcionalidad, la función  $P(\xi, \eta)$  es la distribución de amplitud incidente sobre los elementos dispersores y  $\delta(\xi_1 - \xi_2, \eta_1 - \eta_2)$  es la función delta de Dirac bidimensional.

Dado que el término de fase  $e^{\frac{i\pi}{\lambda z} x_1^2 + y_1^2 - x_2^2 - y_2^2}$  de la Ecuación 2.28 no interviene en la evaluación del módulo cuadrado de la intensidad mutua, en lo sucesivo omitiremos esta fase. Entonces, reemplazando la Ecuación 2.30 en la 2.28 se obtiene el siguiente resultado:

$$\begin{aligned} J_A(X_1, Y_1; X_2, Y_2) &= \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 e^{\frac{-2i\pi}{\lambda z} (\Delta x \xi + \Delta y \eta)} d\xi d\eta \\ &= \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \mathfrak{F}\{|P(\xi, \eta)|^2\} \left( \frac{x_1 - x_2}{\lambda z}, \frac{y_1 - y_2}{\lambda z} \right), \end{aligned} \quad (2.31)$$

donde  $\Delta x = x_1 - x_2$ ,  $\Delta y = y_1 - y_2$  y  $\mathfrak{F}$  indica la transformada de Fourier bidimensional. De la Ecuación 2.31, se deduce que  $J_A$  es proporcional a la transformada de Fourier de la distribución de intensidad  $|P(\xi, \eta)|^2$  incidente sobre los elementos dispersores de la superficie, transformada que sólo depende de la diferencia de coordenadas en el plano  $\Delta x = x_1 - x_2$  y  $\Delta y = y_1 - y_2$ .

Nótese que, de acuerdo con las ecuaciones 2.27 y 2.31, la intensidad promedio es una constante cuyo valor es:

$$\langle I \rangle = J_A(X, Y; X, Y) = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta. \quad (2.32)$$

Recordando que los campos  $A(X, Y)$  son variables complejas aleatorias gaussianas, la función de autocorrelación de la intensidad, puede escribirse como:

$$\begin{aligned}
R_I(X_1, Y_1; X_2, Y_2) &= \langle I(X_1, Y_1) \rangle \langle I(X_2, Y_2) \rangle + |J_A(X_1, Y_1; X_2, Y_2)|^2 \\
&= \langle I \rangle^2 + |J_A(X_1, Y_1; X_2, Y_2)|^2.
\end{aligned} \tag{2.33}$$

Definiendo la función de autocorrelación normalizada, como el coeficiente de correlación compleja, mediante la ecuación:

$$\mu_A(\Delta x, \Delta y) = \frac{J_A(X_1, Y_1; X_2, Y_2)}{[J_A(X_1, Y_1; X_1, Y_1)J_A(X_2, Y_2; X_2, Y_2)]^{\frac{1}{2}}}. \tag{2.34}$$

Finalmente, la función de autocorrelación de la intensidad  $R_I$  toma la forma,

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I \rangle^2 (1 + |\mu_A(\Delta x, \Delta y)|^2) \tag{2.35}$$

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I \rangle^2 \left( 1 + \left| \frac{\int \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 e^{\frac{-2i\pi}{\lambda z}(\Delta x \xi + \Delta y \eta)} d\xi d\eta}{\int \int_{-\infty}^{\infty} |P(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \right|^2 \right). \tag{2.36}$$

Note que la función de autocorrelación del patrón de speckle,  $R_I$  depende de  $\mu_A(\Delta x, \Delta y)$ , es decir, de la geometría de la iluminación de la superficie dispersora. En otras palabras, es proporcional al patrón de difracción (en el dominio de Fraunhofer) correspondiente a la función de iluminación  $|P(\xi, \eta)|^2$ .

### 2.5.2. Geometría de formación de imágenes (speckle subjetivo)

Ahora analicemos el caso del speckle formado mediante una lente, como se ilustra en la Figura 2.1 (b). Cuando un difusor es iluminado con luz coherente, una porción de la luz dispersada por este es enfocada por una lente de distancia focal  $f$  en el plano imagen, paralelo a la superficie difusora. En este caso, en el que interviene una lente para formar el patrón de speckle,  $P(\xi_1, \eta_1)$  representa la función pupila del sistema y no el área iluminada del difusor.

Supondremos que el área iluminada del difusor es muy grande en comparación con el tamaño de la unidad de resolución del sistema óptico. Asimismo,

supondremos que la intensidad media sobre el área de transmisión de la pupila es aproximadamente constante y además, consideraremos que el tamaño promedio del speckle en el plano de la lente es muy pequeño. En suma, daremos por hecho que en nuestras condiciones experimentales se satisface la Ecuación 2.30.

Puesto que desde la pupila hasta el punto de observación hay simplemente un fenómeno de propagación libre de la luz, también en este caso se cumplen las ecuaciones 2.31 a 2.36 establecidas anteriormente. De acuerdo con estas expresiones, la función de autocorrelación  $R_I$  es proporcional al patrón de difracción correspondiente a la función pupila del sistema  $|P(\xi, \eta)|^2$ .

### 2.5.3. Dependencia del speckle con respecto a la microestructura del difusor

En esta sección, se estudiará como varían las propiedades del speckle con respecto a la microestructura de la superficie rugosa de la cual la luz se dispersa [2.2, sección 4.5]. Con esto, dejamos de lado, la suposición de que la onda dispersada proviene de deltas correlacionadas, es decir, ahora el área de correlación de la luz dispersada es finita.

Consideremos primero el caso en el que el plano de observación del campo se encuentran en el plano focal de una lente. En este caso, la rugosidad de la superficie estará dada por un área finita alrededor de  $(\xi, \eta)$ . Entonces, la función de autocorrelación de la Ecuación 2.30 toma la forma:

$$J_\alpha(\xi_1, \eta_1; \xi_2, \eta_2) = \sqrt{I(\xi_1, \eta_1)I(\xi_2, \eta_2)}\mu_\alpha(\Delta\xi, \Delta\eta) \approx I\left(\frac{\xi_1 + \xi_2}{2}, \frac{\eta_1 + \eta_2}{2}\right)\mu_\alpha(\Delta\xi, \Delta\eta), \quad (2.37)$$

donde  $\mu_\alpha(\Delta\xi, \Delta\eta)$  es la función de correlación en la superficie rugosa. En la Ecuación 2.37, dos aproximaciones están implícitas, primero, que las fluctuaciones del campo complejo dispersado en la superficie  $\mu_\alpha(\Delta\xi, \Delta\eta)$  dependen solamente de  $\Delta\xi$  y  $\Delta\eta$  y segundo, que el ancho del elemento dispersor es mucho más grande que el ancho de correlación del campo en el plano localizado inmediatamente después de esta, de manera tal que  $I(\xi_1, \eta_1) \approx I(\xi_2, \eta_2)$ . De este

modo, se obtiene:

$$J_A(X_1, Y_1; X_2, Y_2) = \frac{1}{\lambda^2 f^2} e^{\frac{i\pi}{\lambda f}(1-\frac{z}{f})(x_1^2+y_1^2-x_2^2-y_2^2)} \int \int_{-\infty}^{\infty} I(\xi_2, \eta_2) e^{-\frac{2i\pi}{\lambda f}(\Delta x \xi_2 + \Delta y \eta_2)} d\xi_2 d\eta_2 \int \int_{-\infty}^{\infty} \mu_\alpha(\Delta\xi, \Delta\eta) e^{-\frac{2i\pi}{\lambda f}(x_1 \Delta\xi + y_1 \Delta\eta)} d\Delta\xi d\Delta\eta, \quad (2.38)$$

donde,  $z$  es la distancia desde la superficie dispersora hasta la lente. En la Ecuación 2.38 se observa el producto de dos integrales, una con respecto a  $(\xi_2, \eta_2)$  y una con respecto a  $(\Delta\xi, \Delta\eta)$ . La primera de estas dos integrales es una transformada de Fourier igual a la obtenida cuando los elementos del difusor tienden a correlacionarse según una función delta, Ecuación 2.31, reemplazando  $\mu_\alpha$  por la función  $\delta$  de autocorrelación normalizada. La segunda integral es también una transformada de Fourier y es un resultado directo del hecho de que la onda dispersada no proviene de deltas correlacionadas. De hecho, esta segunda integral de la función de correlación  $\mu_\alpha$  produce una amplia variación de la intensidad promedio a través de la región de observación. Es decir, la función de correlación de amplitudes de los campos dispersados determina la extensión de los ángulos en los cuales la luz se propaga lejos de la superficie dispersora, mientras que la distribución de intensidad a través del elemento dispersor determina que tan fina es la estructura del speckle. Esta relación entre la función de correlación  $\mu_\alpha$  del campo dispersor y la intensidad promedio a través de la región de observación, es el *teorema generalizado de van Cittert-Zernike* [2.2, subsección 4.5.2].

El teorema generalizado de van Cittert-Zernike proporciona una conexión entre la función de correlación de los campos cuando salen de la superficie rugosa y la distribución de intensidad promedio a través de la región de observación. Así, mediante la información de las mediciones de la intensidad promedio observada, se puede deducir en principio, la forma de la correlación de campo en la superficie por medio de una transformada de Fourier.

En el caso de la geometría de propagación en el espacio libre cuando  $z \gg \frac{\pi}{\lambda}(\Delta\alpha^2 + \Delta\beta^2)_{max}$ , el plano de observación está en el campo lejano con respecto al área de correlación y la Ecuación 2.38 también es válida.

#### 2.5.4. Tamaño promedio del speckle

A partir de la medición del ancho de la función de autocorrelación, se puede determinar el tamaño promedio del speckle para dos casos particulares de la estructura de la iluminación (pupila del sistema óptico): una forma cuadrada y una forma circular. Estos ejemplos ilustran como el tamaño promedio del speckle pueden ser controlado mediante la pupila del sistema óptico empleado.

Para el caso particular de una lente de pupila circular de diámetro  $D$ , el módulo cuadrado de la función pupila es:

$$|P(\xi, \eta)|^2 = \text{circ}\left(\frac{\xi^2 + \eta^2}{D}\right) = \begin{cases} 1, & \text{si } 0 \leq \xi^2 + \eta^2 \leq \frac{D}{2}, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases} \quad (2.39)$$

Por tanto, la función de autocorrelación en el plano de la imagen del patrón de speckle es:

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \bar{I}^2 \left[ 1 + \left| 2 \frac{J_1\left(\frac{\pi D r}{\lambda z}\right)}{\frac{\pi D r}{\lambda z}} \right|^2 \right], \quad (2.40)$$

siendo  $J_1$  la función de Bessel de primera especie y primer orden,  $z$  la distancia del plano de la pupila al plano de la imagen y  $r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$ .

La dimensión transversal promedio del speckle imagen, puede ser estimada con base al ancho a mitad de altura del lóbulo central de la función  $R_I(\Delta x, \Delta y)$ . Su valor es aproximadamente:

$$\delta_t = 1.4 \frac{\lambda z}{D}. \quad (2.41)$$

De esta forma, el tamaño promedio del speckle en este caso, es función de la distancia de la lente al plano de observación  $z$ , el diámetro de la pupila  $D$  y la longitud de onda  $\lambda$ .

En el caso de un sistema óptico cuya pupila es una abertura rectangular de dimensiones  $L_1 \times L_2$ , entonces tenemos una función de distribución de intensidad:

$$|P(\xi, \eta)|^2 = \text{rect}\left(\frac{\xi}{L_1}\right) \text{rect}\left(\frac{\eta}{L_2}\right), \quad (2.42)$$

donde

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } |x| \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.43)$$

para la coordenada  $x$ , en el caso de la coordenada  $y$  resulta una expresión análoga. La función de autocorrelación de la intensidad en este caso es igual a

$$R_I(\Delta x, \Delta y) = \langle I \rangle^2 + \left( 1 + \text{sinc}^2\left(\frac{L_1 \Delta x}{\lambda z}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{L_2 \Delta y}{\lambda z}\right) \right), \quad (2.44)$$

donde  $\langle I \rangle = \frac{\kappa}{\lambda^2 z^2} L_1 L_2$  y  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{x}$ .

Note que la intensidad media del patrón es proporcional al área de la abertura. Entonces, las dimensiones promedio del speckle sobre los ejes  $x$  e  $y$  se pueden estimar nuevamente, a partir del ancho a mitad de altura de la función de autocorrelación normalizada de la forma:

$$\delta_x = 0.9 \frac{\lambda z}{L_1} \quad \delta_y = 0.9 \frac{\lambda z}{L_2}, \quad (2.45)$$

donde el tamaño medio del speckle es función de la distancia a la superficie  $z$ , de la magnitud de la zona iluminada  $L$  y de la longitud de la onda  $\lambda$  de la radiación incidente. Este resultado es similar al caso de la pupila circular. Es de resaltar que el tamaño del speckle no lleva ninguna información sobre las propiedades de origen microscópicas, sólo depende de las dimensiones de la pupila del sistema óptico empleado.

En resumen, en este capítulo se estudiaron los principales conceptos teóricos del fenómeno de speckle conformando así una base mínima para la comprensión de los desarrollos y resultados que se presentarán en los capítulos subsecuentes.

# Bibliografía

- [2.1] J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Springer-Verlag, 1975.
- [2.2] J. W. Goodman. *Speckle phenomena in optics: theory and applications*. Colorado: Roberts & Company, 2007.
- [2.3] R. S. Sirohi. *Speckle metrology*. New York: Marcel Dekker, 1993.
- [2.4] G. H Kaufmann. *Advances in speckle metrology and related techniques*. Weinheim: Wiley VCH Verlag, 2011.
- [2.5] R. Erf. *Speckle metrology*. Elsevier, 2012.
- [2.6] D. Amaya, M. Tebaldi, R. Torroba, and N. Bolognini. Wavelength multiplexing encryption using joint transform correlator architecture. *Appl. Opt.*, 48(11):2099–2104, 2009.
- [2.7] J. F. Barrera, A. Mira-Agudelo, and R. Torroba. Experimental qr code optical encryption: noise-free data recovering. *Opt. Lett.*, 39(10):3074–3077, 2014.
- [2.8] JP. Staforelli, JM. Brito, E. Vera, P. Solano, and A. Lencina. A clustered speckle approach to optical trapping. *Opt. Commun.*, 283(23):4722–4726, 2010.
- [2.9] Dayan Li, Damien P Kelly, and John T Sheridan. Speckle suppression by doubly scattering systems. *Appl. Opt.*, 52(35):8617–8626, 2013.
- [2.10] J. W. Goodman. *Statistical properties of laser speckle patterns*. Springer, 1975.
- [2.11] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier optics*. Colorado:Roberts & Company, 2005.

# Capítulo 3

## Modulador espacial de luz

### 3.1. Introducción

En el capítulo anterior se estudió la teoría básica de la formación de patrones de speckle, incluyendo el estudio de las condiciones necesarias que se deben cumplir a fin de obtener campos de speckle con comportamiento gaussiano. Asimismo, el desarrollo de un análisis estadístico debido a la naturaleza aleatoria del patrón de speckle, brindó las pautas para caracterizar el speckle gaussiano a partir de la función de densidad de probabilidad de la intensidad del patrón y su función de autocorrelación de intensidad.

En esta tesis se analiza la generación de campos de speckle gaussianos con características totalmente controlables mediante un SLM. Mientras que en el segundo capítulo se presentaron las herramientas estadísticas para analizar los patrones de speckle resultantes, en este capítulo, se analizarán propiamente los LC-SLM. Al examinar el uso de estos dispositivos para tal fin, es notoria la escasez de material bibliográfico dedicado a esta materia. Si bien algunos trabajos consideran a los SLMs para generar patrones de speckle, estos dispositivos son empleados como “cajas negras” y el análisis de los speckles resultantes es escaso.

En este capítulo se realiza un análisis teórico y experimental de los LC-SLMs especialmente del HOLOEYE LC-2002. Para un mejor entendimiento del tema, se analiza previamente las propiedades fundamentales de los SLMs y algunos métodos de caracterización. Luego, se estudia la respuesta en fase y amplitud del LC-2002 y el comportamiento real e ideal del mismo. A partir del análisis desarrollado se plantea una estrategia para enviar mapas de fase diseñados adecuadamente y obtener una respuesta del LC-SLM que permita superar las limitaciones de estos dispositivos. En la parte final del capítulo

se caracteriza, modela y calibra la respuesta del modulador HOLOEYE LC-2002 y se desarrolla un método para la selección de niveles de fase a fin de implementar difusores con niveles de fase discretos y así generar campos de speckle gaussianos.

## 3.2. Fundamentos teóricos de los moduladores espaciales de luz

Debido a que toda la información de la evolución espacial y temporal del haz de luz se encuentra en la amplitud y la polarización del campo eléctrico que lo representa, controlar estas características punto a punto en un plano particular permite sintetizar distribuciones luminosas a cierta distancia del plano de control. Los dispositivos que tienen esta capacidad, se denominan SLMs.

Los moduladores son dispositivos capaces de modificar la amplitud, la fase o la polarización de un frente de onda luminoso incidente. Existen diversos tipos de SLMs que se pueden clasificar según cuales sean sus materiales constitutivos, modo de funcionamiento o control, efectos sobre la modulación de la luz, etc. Diferentes tecnologías de SLMs han sido exploradas [3.1] y entre ellas se incluyen, los SLMs de cristal líquido, SLMs magneto ópticos y las celdas de Bragg acusto-ópticas. Los más utilizados en el procesamiento óptico de imágenes [3.2] son los dispositivos de cristal líquido, cuya operatividad se basa en las propiedades de estos materiales [3.1].

En lo que resta del capítulo, enfocaremos nuestra atención en los SLMs de cristal líquido. Se describirán algunas características de estos dispositivos, desde los aspectos generales hasta llegar al caso específico del modulador espacial de luz de cristal líquido nemático.

### 3.2.1. Propiedades de los cristales líquidos

El uso de cristales líquidos en la constitución de los píxeles que conforman las pantallas de bajo costo empleadas en computadores portátiles o relojes, es algo común. En tales dispositivos, un voltaje aplicado a los píxeles genera un cambio en la intensidad de la luz transmitida o reflejada de la pantalla. Los fundamentos de operatividad y construcción de los LC-SLM son equivalentes a los utilizados en aquellos dispositivos.

Un cristal líquido es un estado de la materia que se halla entre un sólido cristalino y un líquido amorfo [3.1]. Un material que presenta este estado tiene

ciertas propiedades, como la ordenación de las moléculas, propias de los sólidos, pero simultáneamente presenta cierta fluidez, característica de los líquidos. Los cristales líquidos que presentan mayor interés para la óptica son los termotrópicos, que se forman mediante un proceso térmico como paso intermedio de la transición de sólido a líquido [3.3]. La mayoría de los materiales en este estado están compuestos por moléculas orgánicas alargadas que se pueden clasificar en tres fases diferentes, dependiendo del tipo de ordenación molecular que presenten [3.1]:

**Nemáticos:** presentan un orden orientacional pero no translacional, es decir, los ejes principales que marcan la orientación del eje largo de las moléculas tienen todos la misma dirección aunque los centros están distribuidos aleatoriamente (ver Figura 3.1 (a)).

**Esméticos:** presentan una ordenación orientacional y posicional, las moléculas se agrupan en capas ordenadas entre ellas, pero en cada capa los centros se distribuyen aleatoriamente (ver Figura 3.1 (b)).

**Colestéricos:** son una forma distorsionada de los esméticos, en los cuales de capa a capa, el alineamiento de las moléculas sufre una rotación helicoidal sobre un eje. (ver Figura 3.1 (c)).

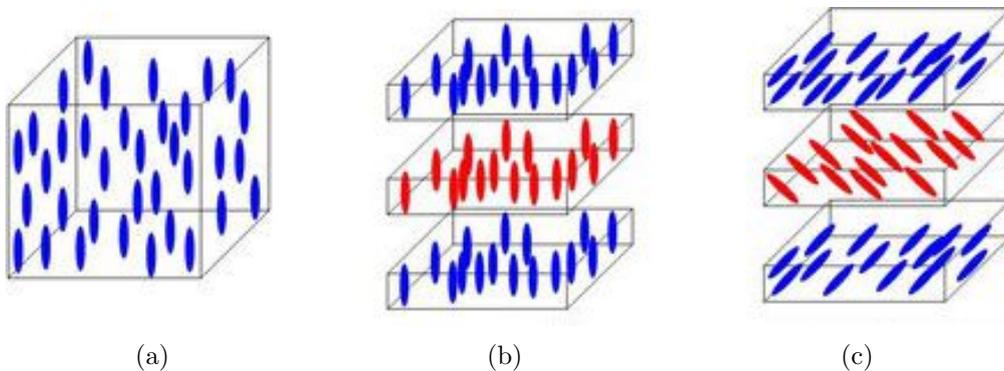


Figura 3.1: Arreglo molecular para diferentes tipos de cristal líquido. (a) Cristal líquido nemático, (b) Cristal líquido esmético, (c) Cristal líquido colestérico.

En particular, los SLMs están basados principalmente en LC nemáticos y algunas clases especiales de LC esméticos [3.1]. El SLM LC-2002 disponible para nuestro trabajo es un LC nemático y a continuación se detallará su funcionamiento.

Es posible imponer condiciones límites sobre las moléculas de los LC nemáticos confinadas entre dos placas de vidrio. En ellos existe un efecto electro-óptico conocido como efecto de giro (twist effect) o también modo TN (acrónimo de la expresión inglesa *twisted nematic*) [3.4]. El modo TN consiste en un giro controlable del plano de polarización de la luz que atraviesa una celda de cristal líquido que presenta una estructura molecular en forma de hélice. Esta estructura helicoidal puede ser alterada por la aplicación de un campo eléctrico externo, induciendo así un cambio en la actividad óptica del material. En la Figura 3.2 se muestra la estructura molecular helicoidal y se observa que la torsión resultante es del orden de los  $90^\circ$ . El HOLOEYE LC-2002, tiene esta estructura básica.

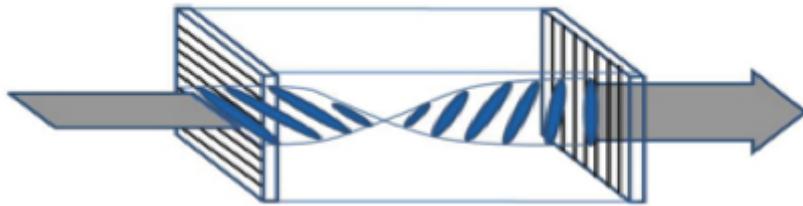


Figura 3.2: Representación básica de un cristal líquido TN.

En los cristales líquidos, los ejes principales de las moléculas que los forman están orientados y los cristales presentan entonces anisotropía en sus propiedades físicas. En particular, un cristal líquido nemático se comporta ópticamente como medio birrefringente uniaxial, cuyo eje óptico coincide con su eje principal, por lo tanto posee dos índices de refracción, el extraordinario ( $n_e$ ) y el ordinario ( $n_o$ ) [3.1]. El eje principal de las moléculas de un LC nemático se puede reorientar por la acción de un campo eléctrico externo. Dada la birrefringencia de los LC nemáticos, la reorientación del eje óptico del cristal inducida por el campo externo provoca un cambio significativo del estado de polarización de la luz que atraviesa el material [3.5]. En este hecho se basa el funcionamiento de los SLMs que emplean cristales líquidos nemáticos. Estos dispositivos están formados por celdas que contienen una delgada capa de LC nemático cuya birrefringencia se puede controlar mediante la aplicación de un voltaje externo.

### 3.3. Modulador espacial de luz de cristal líquido nemático

Las micro-pantallas de cristal líquido, que permiten manipular la luz incidente sobre ellas, han sido utilizadas en las últimas dos décadas en un gran

número de aplicaciones de procesamiento óptico, principalmente como SLM de amplitud, donde se modifica en forma controlada, la amplitud del campo de la luz que atraviesa distintos puntos del modulador.

Por otra parte, debido a la birrefringencia de los LC, las pantallas de cristal líquido también pueden funcionar como SLM de fase, donde se varía la diferencia de fase entre dos puntos del modulador, sin modificar la amplitud. De esta forma, el empleo de pantallas de cristal líquido como SLMs constituye una opción muy versátil en el desarrollo de diversas líneas: óptica adaptativa [3.6], óptica difractiva [3.7], procesamiento de imágenes ópticas, microscopía óptica, pinzas ópticas [3.8], entre otras.

Un dispositivo LC-SLM está compuesto por una capa muy delgada de cristal líquido entre dos placas de vidrio paralelas. En la parte interna de la superficie de las placas de vidrio, se encuentran electrodos transparentes que forman una cuadrícula de píxeles.

Los sistemas ópticos que emplean LC-SLMs permiten modificar dinámicamente el frente de onda de la luz y, por lo tanto, la realización de aplicaciones en tiempo real. Asimismo, se puede diseñar y a su vez modificar componentes ópticos mediante la programación adecuada en fase y/o amplitud del LC-SLM siendo posible así reemplazar el componente físico en el sistema óptico por el diseñado [3.7, 3.9, 3.10]. Además son dispositivos con una buena resolución espacial que son controlados eléctricamente, lo cual facilita la implementación de una interfaz electrónica. Debe mencionarse que en comparación con otras tecnologías son de bajo costo y fácilmente accesibles en el mercado [3.2].

El SLM HOLOEYE LC-2002 puede actuar como modulador de amplitud o de fase. Al actuar como modulador de amplitud en un sistema óptico coherente debería no introducir modulación de fase. Del mismo modo, un modulador de fase, no debería producir modulación de amplitud. En la práctica, para los SLMs por transmisión, como en nuestro caso, es difícil cumplir las condiciones mencionadas: es decir cada tipo de modulación siempre viene acoplada de la otra. Sin embargo, por medio de una apropiada caracterización y una adecuada combinación de elementos ópticos es posible obtener un modulador de fase sin alterar la amplitud de la luz que incide sobre el dispositivo.

### 3.4. Caracterización de un modulador espacial de luz de cristal líquido nemático

Las propiedades de la modulación de los LC-SLM pueden ser totalmente predichas y optimizadas cuando se conoce su matriz de Jones [3.11]. Muchas de las investigaciones sobre los LC-SLM se enfocan en la determinación de sus propiedades ópticas de modulación acorde a las propiedades internas del TNLC, tales como, la orientación de las moléculas del LC en la superficie, el ángulo de giro, el espesor de la capa del LC y la birrefringencia del material. Estos parámetros determinan el comportamiento del modulador de TNLC, por lo que se hace necesario un estudio previo de “ingeniería inversa” que permita hallar el valor de estas magnitudes físicas que se desconocen a priori.

Para poder predecir las propiedades ópticas del TNLC utilizando las matrices de Jones en 1990, Lu y Saleh [3.12] propusieron un modelo simple para poder describir la orientación de la distribución de las moléculas bajo la acción de un campo externo. Este conduce a una solución analítica para la matriz de Jones de una celda de tipo TN en función del voltaje que se aplica sobre ella. En esta línea y partiendo de suposiciones más realistas acerca de la reorientación de las moléculas por efecto de un potencial externo, se han propuesto versiones más sofisticadas del modelo de Lu y Saleh [3.13–3.15]. Otros autores como Duran *et al*, presentan una nueva descripción donde el TNLC es equivalente a un sistema que consta de una lámina retardadora y un rotador de polarización [3.16]. Sin embargo, todos los modelos mencionados se basan en el conocimiento de los parámetros internos del TNLC y el modelo varía con cada dispositivo. Para superar esta limitación, Moreno *et al* [3.17] crearon un método alternativo para describir la modulación óptica del TNLC macroscópicamente, obteniendo la matriz de Jones, sin conocer los parámetros internos. Esto permite determinar y predecir su comportamiento sin recurrir a ningún modelo microscópico [3.18].

Una vez se conoce la matriz de Jones en conjunción con la configuración óptica elegida (conjunto de componentes ópticos que conforman el sistema de modulación de la luz), sus propiedades de modulación pueden ser totalmente predichas. A continuación se establece una configuración óptica tal que el LC-SLM esté en configuración de fase.

### 3.5. Modulador espacial de luz en régimen de fase. Configuraciones ópticas

En el caso particular de esta tesis, se requiere que el modulador actúe en régimen de fase, por lo cual se hizo necesario establecer la configuración óptica más conveniente para cumplir este objetivo. Las configuraciones ópticas usuales se describen brevemente a continuación.

El TNLC situado entre dos polarizadores lineales produce usualmente un acoplamiento entre la fase y la amplitud [3.19]. Para solventar este problema, se han desarrollado diversos métodos que permiten minimizar la amplitud acoplada en la modulación de fase pura. Para ello, la configuración clásica en la que el TNLC se sitúa entre dos polarizadores ha sido sustituida por configuraciones donde se incluyen láminas retardadoras antes y/o después del dispositivo [3.5, 3.17, 3.20–3.23].

Dentro de las configuraciones ópticas más comunes, se encuentran, P LC-SLM A, P  $\frac{\lambda}{4}$  LC-SLM A, P LC-SLM  $\frac{\lambda}{4}$  A, P  $\frac{\lambda}{4}$  LC-SLM  $\frac{\lambda}{4}$  A, donde P es el polarizador,  $\frac{\lambda}{4}$  es la lámina de cuarto de onda y A es el analizador.

De las cuatro configuraciones ópticas mencionadas, las tres últimas generan una configuración en régimen de fase, si se realiza una selección apropiada de los ángulos de los componentes. En el desarrollo de esta tesis se implementó la configuración óptica P LC-SLM  $\frac{\lambda}{4}$  A.

### 3.6. Respuesta en fase y amplitud de un modulador espacial de luz

En general, los SLMs no tienen un comportamiento ideal, dando lugar a un acoplamiento entre la modulación de fase y amplitud, una modulación de fase menor a  $2\pi$ , una respuesta no lineal en fase [3.9]. Esto se reflejará en el deterioro de la calidad de los campos obtenidos a través de la aparición de efectos no deseados tales como presencia de orden cero y baja eficiencia de difracción. En particular, los efectos mencionados conducen a un comportamiento no-gaussiano en las distribuciones de speckle generadas mediante estos dispositivos. Para minimizar estos efectos existen métodos de optimización basados en la correcta selección de un conjunto discreto de valores de fase, a partir de la respuesta en fase y amplitud obtenida en la calibración experimental.

A continuación, se analiza el comportamiento ideal y real de un LC-SLM, en el último caso, se estudia la respuesta en fase y amplitud con el fin de optimizar la selección de los niveles de fase discretos a emplear en el difusor, que permitan minimizar el orden cero, maximizar la eficiencia de difracción y generar campos de speckle gaussianos.

### 3.6.1. Comportamiento ideal de un modulador

Para codificar una función de fase:

$$h = e^{i\varphi}, \quad (3.1)$$

en un SLM funcionando en régimen de fase [3.10, 3.24], en general, en lugar de la función 3.1, el modulador incorpora una función de modulación compleja de la siguiente manera:

$$M(\varphi) = A(\varphi)e^{iP(\varphi)}, \quad (3.2)$$

donde  $A(\varphi)$  y  $P(\varphi)$  son la amplitud y fase obtenidas del modulador, respectivamente, que dependen de la fase enviada  $\varphi$ . La función periódica  $M(\varphi)$  es la función de modulación característica del SLM [3.9]. Teniendo en cuenta que el periodo de la función es  $2\pi$  y asumiendo que los valores de fase  $\varphi$  tienen una distribución de probabilidad uniforme,  $M(\varphi)$  se puede expandir en series de Fourier de la siguiente forma:

$$M(\varphi) = A(\varphi)e^{iP(\varphi)} = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} G_{\alpha}e^{i\alpha\varphi}, \quad (3.3)$$

donde los coeficientes de la expansión son calculados como,

$$G_{\alpha} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} A(\varphi)e^{iP(\varphi)}e^{-i\alpha\varphi} d\varphi, \quad (3.4)$$

y  $\alpha$  es número entero. De la Ecuación 3.3 se infiere que la función  $M(\varphi)$  se puede representar como una combinación de funciones de fase pura  $e^{i\alpha\varphi}$ , cada una ponderada por el coeficiente  $G_{\alpha}$ . Si el SLM produce una modulación lineal de fase pura, todos los coeficientes  $G_{\alpha}$  desaparecen, excepto  $G_1 = 1$ . En caso

contrario, el grado de importancia de cada término estará dado por el coeficiente  $G_\alpha$  y es asociado a los defectos en la codificación de la fase deseada [3.9].

En la Figura 3.3 se representa el comportamiento ideal del LC- SLM en coordenadas polares. Se observa que la amplitud es 1 para todos los valores de fase en el rango de 0 a  $2\pi$ .

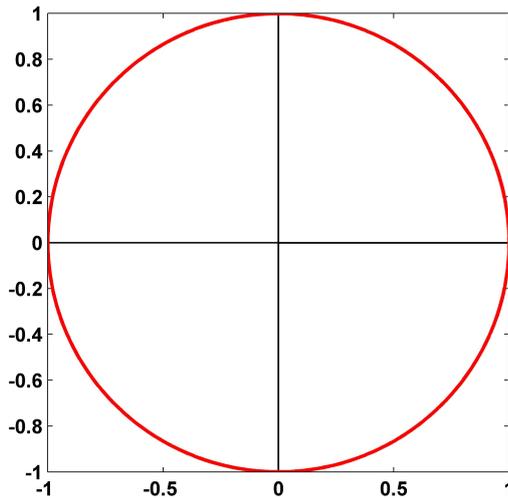


Figura 3.3: Representación en coordenadas polares de la función de modulación de un SLM que describe un comportamiento ideal.

Una forma de verificar el comportamiento ideal, es desplegar en el SLM una fase lineal en el rango entre  $[0, 2\pi]$  y observar la intensidad en el plano de Fourier. Si el modulador se comporta de forma ideal, habría una relación lineal entre la función de fase desplegada y la función de fase obtenida del modulador. Además se observaría solo intensidad en la posición del orden uno en el plano de Fourier.

### 3.6.2. Comportamiento real de un modulador

En la sección anterior, se logró observar el comportamiento ideal de un SLM. En la práctica el comportamiento de estos dispositivos dista de ser ideal, tal como se muestra en la Figura 3.4. En esta figura se presenta la respuesta en fase y amplitud del modulador en el plano complejo. La línea continua corresponde al comportamiento ideal del SLM mientras que los puntos representan el comportamiento real. De esta figura se puede observar que la amplitud permanece casi constante en todo el rango y que los valores de fase no están uniformemente

distribuidos y no alcanzan una modulación de fase lineal de  $2\pi$ .

Para el caso particular del HOLOEYE LC-2002 de 8 bits de resolución, se conoce de la literatura [3.25, 3.26], que los 256 niveles de gris posibles generan valores de fase que no se comportan idealmente en concordancia con el comportamiento real descrito anteriormente y representado en la Figura 3.4.

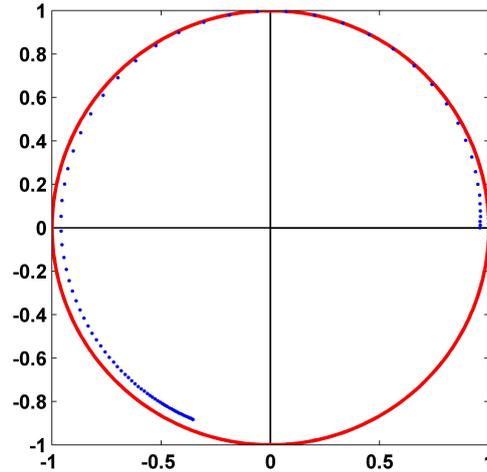


Figura 3.4: Representación en coordenadas polares de la función de un SLM que describe un comportamiento ideal (línea continua) y un comportamiento real (puntos).

Como se mencionó antes, en estos casos, es necesario desarrollar una estrategia para generar los campos electromagnéticos deseados a pesar de las limitaciones que presentan los SLMs. En ese sentido, uno de los métodos más mencionados en la literatura es el método de la mínima distancia euclídea [3.24, 3.27], descrito a continuación.

La mínima distancia euclídea es un método en el cual a cada valor de amplitud y fase, se le asigna el valor de amplitud compleja más cercano de los accesibles por el modulador. La aplicación de este método conduce a una mejora importante en la eficiencia de los elementos difractivos de fase implementados en los SLMs, incluso si la modulación de fase es limitada.

Además de este método, también existen otros procesos que permiten asignar el rango continuo de valores de fase a un número limitado de niveles discretos

(proceso de cuantización) [3.28]. Uno de los métodos más comunes para la cuantización de mapas de fase, consiste en asumir que la amplitud es constante y emplear un conjunto de niveles de fase uniforme en el rango de 0 a  $2\pi$ . Para ello, se establecen  $N$  valores discretos uniformemente espaciados  $\phi_q = q(2\pi/N)$ , con  $q \in \{0, \dots, N-1\}$  variando desde  $\phi_0 = 0$  a  $\phi_{N-1} = 2\pi(N-1)/N$ .

Para una respuesta experimental  $\phi_{max}$  dada, el número máximo de niveles de fase  $N$  está determinado a partir de:

$$N \leq \frac{2\pi}{2\pi - \phi_{max}}, \quad (3.5)$$

donde  $N$  es un número entero. El conjunto uniforme de niveles de fase es óptimo cuando se asume además que la amplitud de la luz incidente y la función de densidad de probabilidad son constantes. Con el fin de mejorar este proceso de cuantización, existe un método simple que consiste en agregar una fase constante, elegida apropiadamente, al valor de fase original antes de cuantizarlo [3.28, 3.29].

Para casos más generales, en los cuales la fase no es lineal, un conjunto diferente de niveles de fase puede representar con más precisión el perfil de fase continua. Para ello simplemente se cambia la suposición inicial acerca de la función de densidad de probabilidad de la fase y la distribución de amplitud. De esta forma, en los procesos de cuantización existentes se considera la selección de niveles de fase no necesariamente equiespaciados [3.28, 3.29], fases con distribución de probabilidad no uniforme y/o acoplamiento de amplitud, [3.30, 3.31]. En la literatura, diversos métodos se han desarrollado teniendo en cuenta algunos de estas situaciones, de tal forma que se puedan obtener óptimos niveles de fase e incrementar la eficiencia de difracción.

A pesar de utilizar alguno de los métodos mencionados, al elegir los  $N$  mejores valores de fase experimentales para generar el campo deseado, es muy difícil tener eficiencias de difracción cercanas a uno, por lo cual parte de la energía incidente no logra ser modulada por la fase enviada. Es usual que en muchas aplicaciones, el campo deseado se genere en el plano de Fourier del SLM, concentrando la mayor parte de la energía no modulada en el orden cero. Esta alta concentración de intensidad en un área pequeña, resulta indeseable, ya que produce efectos de saturación entre otros problemas.

En la literatura se proponen estrategias para evadir este problema, dentro de las cuales se plantean básicamente dos alternativas: desenfocar el orden cero

como un fondo continuo (mediante la adición de una fase cuadrática a la fase deseada) o generar el campo deseado fuera del eje óptico (mediante la adición de una fase lineal a la fase deseada) [3.9]. Un ejemplo de esto se presenta en la Figura 3.5. En ella, se muestra el caso de la reconstrucción de un elemento óptico difractivo (DOE) empleando un LC-SLM. A partir de la imagen del DOE reconstruido en el plano de Fourier del LC-SLM, se observa un punto brillante no deseado: el orden cero, Figura 3.5(a). Si se adiciona una fase cuadrática al DOE, se pueden separar espacialmente los planos de reconstrucción dejando así al orden cero como un fondo continuo, Figura 3.5 (b). Asimismo, mediante la adición de una fase lineal al DOE también es posible separar los órdenes, Figura 3.5 (c).

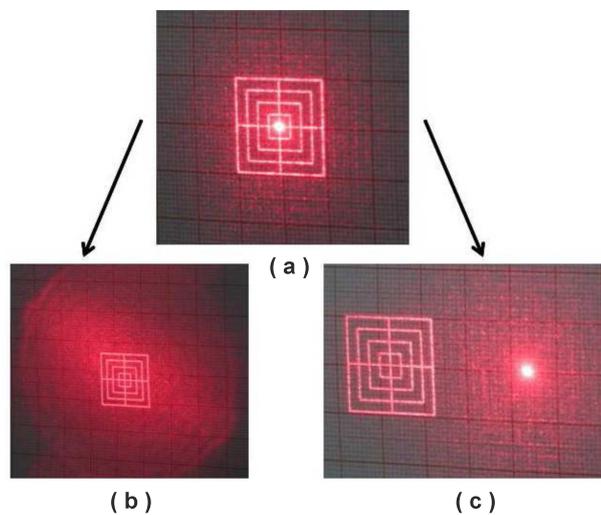


Figura 3.5: a. La imagen del campo reconstruido en el plano de Fourier. b. Adición de fase cuadrática. c. Adición de fase lineal. (Imagen extraída de referencia [3.32].)

El propósito de esta tesis incluye generar campos de speckle sobre el eje óptico, por lo cual el orden cero es totalmente indeseable. Por ese motivo, se hizo necesario implementar una estrategia para minimizar el orden cero, así como mejorar la eficiencia de difracción.

En ese sentido, a partir del estudio de las limitaciones y los métodos anteriormente mencionados que condicionan la calidad del speckle generado, se estableció la forma adecuada para superar estos inconvenientes. Ello condujo a combinar los métodos de optimización existentes en sólo uno que contempló simultáneamente, la selección de niveles de fase no necesariamente equiespaciados,

fases con distribución de probabilidad no uniforme y/o acoplamiento de amplitud, minimización del orden cero de difracción y maximización de la eficiencia de difracción, con el fin de generar los campos de speckle deseados. Como resultado, se busca minimizar el siguiente estimador:

$$E = \left| \sum_{q=1}^N e^{i\phi_q} (1 - A_q) \right|^2, \quad (3.6)$$

siendo,  $A_q$  la amplitud acoplada y  $\phi_q$  la fase, tomadas a partir de la respuesta experimental del PMM<sup>1</sup>. Note que este estimador es proporcional al orden cero siendo reemplazada  $A_q \rightarrow (1 - A_q)$ . De esta manera, este minimiza el orden cero y encuentra los niveles con las mayores amplitudes. Al mismo tiempo, debido a que los  $N$  niveles buscados deben estar casi igualmente espaciados, esta búsqueda maximiza la eficiencia de difracción [3.1, 3.10]. El método “Differential Evolution” incluido en la función *NMinimize* del programa Mathematica 9, fue empleado para minimizar este estimador.

En resumen, a partir de la respuesta experimental del PMM, se emplea el estimador de la Ecuación 3.6 para optimizar la selección de los  $N$  niveles de fase a utilizar en el difusor que permitan generar campos de speckle gaussianos. Sin embargo, adicionalmente a las limitaciones estudiadas anteriormente, se conoce que la mayoría de los LC-SLMs presentan un comportamiento anamórfico en función de la frecuencia espacial, lo cual también limitaría la calidad de los campos de speckle generados por el PMM.

### 3.6.2.1. Comportamiento anamórfico de los moduladores espaciales de luz de cristal líquido

Es conocido que la modulación en fase de los LC, depende fuertemente de la orientación y frecuencia espacial de las componentes de la imagen visualizada. Se ha encontrado que este fenómeno está relacionado con el esquema de direccionamiento de la señal eléctrica, es decir, no está relacionada con la física del cristal líquido [3.33–3.35]. Básicamente, ya que el LC se alimenta de una señal de vídeo, hay una frecuencia baja en la dirección vertical en la señal de vídeo y una frecuencia alta en la dirección horizontal, como también es habitual en los circuitos de televisión. Cuando la frecuencia es muy alta a lo largo de la dirección horizontal de la señal puede verse afectada por el ancho de banda de

---

<sup>1</sup> El término PMM acrónimo de *Phase-Mostly Modulator* se refiere al modulador espacial de luz de cristal líquido en régimen de fase, esto es, una modulación cercana a  $2\pi$  y una amplitud con variaciones relativas muy pequeñas.

los circuitos electrónicos. Este análisis eléctrico no es objetivo de esta tesis, por lo cual se sostendrá con el mayor grado de generalidad posible. Este fenómeno causa una reducción en la eficiencia del elemento óptico difractivo desplegado en el modulador, como ha sido reportado por varios autores [3.10, 3.33].

Como se ha analizado, para obtener un speckle gaussiano, una distribución de fase aleatoria uniforme en el rango de  $0$  a  $2\pi$  debe ser enviada al LC-SLM. Es evidente que se requiere una caracterización del comportamiento anamórfico de nuestro SLM LC-2002 a fin de determinar cómo este efecto anamórfico degrada la eficiencia del difusor de fase discretizado enviado al LC-SLM.

En lo que resta de este capítulo, estudiaremos el caso particular del SLM HOLOEYE LC-2002.

### 3.7. Caracterización experimental de la respuesta del HOLOEYE LC-2002

En nuestro laboratorio disponemos de un SLM TN HOLOEYE LC-2002. Este dispositivo contiene una micro pantalla SVGA (832 x 624 píxeles), con tamaño de píxel de  $32 \mu\text{m}$ , área activa de  $20.0 \times 26.2 \text{ mm}$ , factor de llenado del 55% y una resolución de 8 bits (256 niveles de gris). En la Figura 3.6 (a) se muestra una imagen del SLM LC-2002 y en la Figura 3.6 (b) se presenta un esquema de una pequeña partición de la estructura de píxeles del modulador.

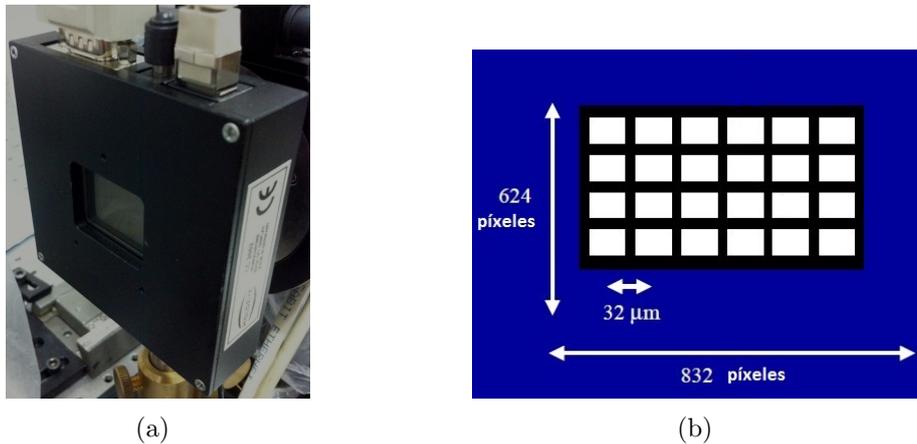


Figura 3.6: a. SLM HOLOEYE LC 2002. b. Esquema de una pequeña porción de la pantalla del modulador.

En la Figura 3.6 se observa que el LC-2002 está constituido por una mini pantalla LCD que posee controladores electrónicos embebidos en una pequeña caja de metal y que es controlada por un computador a través de la tarjeta gráfica VGA. Una parte del área de cada píxel es ocupada por un circuito necesario para su operación [3.36] y no contribuye en la modulación del haz de luz. El porcentaje del área del píxel que modula al haz de luz lo establece el factor de llenado.

### 3.7.1. Determinación de la estructura de píxeles del HOLOEYE LC-2002

A continuación se estudia el comportamiento ideal (correspondiente a un factor de llenado del 100 %) y real de un píxel del HOLOEYE LC-2002.

#### 3.7.1.1. Estructura de píxeles del HOLOEYE LC-2002. Caso ideal.

En la Figura 3.7 mediante simulaciones se ha obtenido la distribución de intensidad de la transformada de Fourier de un píxel del modulador con factor de llenado de 100 %. En la parte (a) de esta figura se muestra la imagen obtenida en el plano de Fourier y en la parte (b) se muestra un perfil de línea de la imagen de la Figura 3.7 (a) .

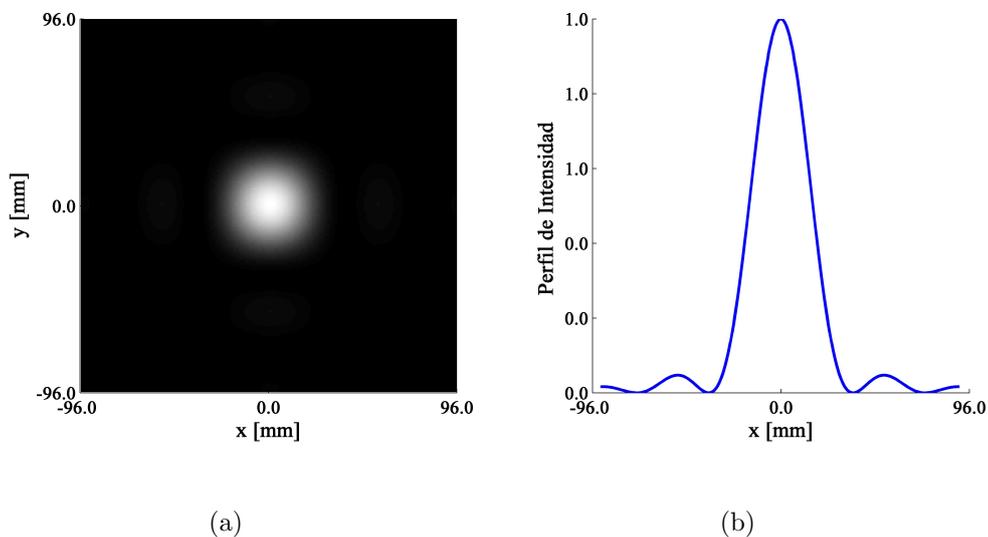


Figura 3.7: Plano de Fourier de un píxel del LC-SLM con factor de llenado del 100 %. a. Imagen simulada. b. Perfil de línea de la Figura 3.7 (a).

En la Figura 3.7 (b) se observa que el perfil de línea representa una función *sinc* asociada con una abertura de forma cuadrada del tamaño del píxel del LC-2002.

### 3.7.1.2. Estructura de píxeles del HOLOEYE LC-2002. Caso real.

La estructura de píxeles del LC-2002 se compone de una parte transparente (área activa) y una parte no transparente (área inactiva), donde se localiza la electrónica de control. Con el fin de determinar el porcentaje correspondiente a la parte transparente y no transparente de cada píxel, se registra una imagen de la estructura de píxeles del HOLOEYE LC-2002 y se realiza un perfil de línea a lo largo de las dos direcciones. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 3.8.

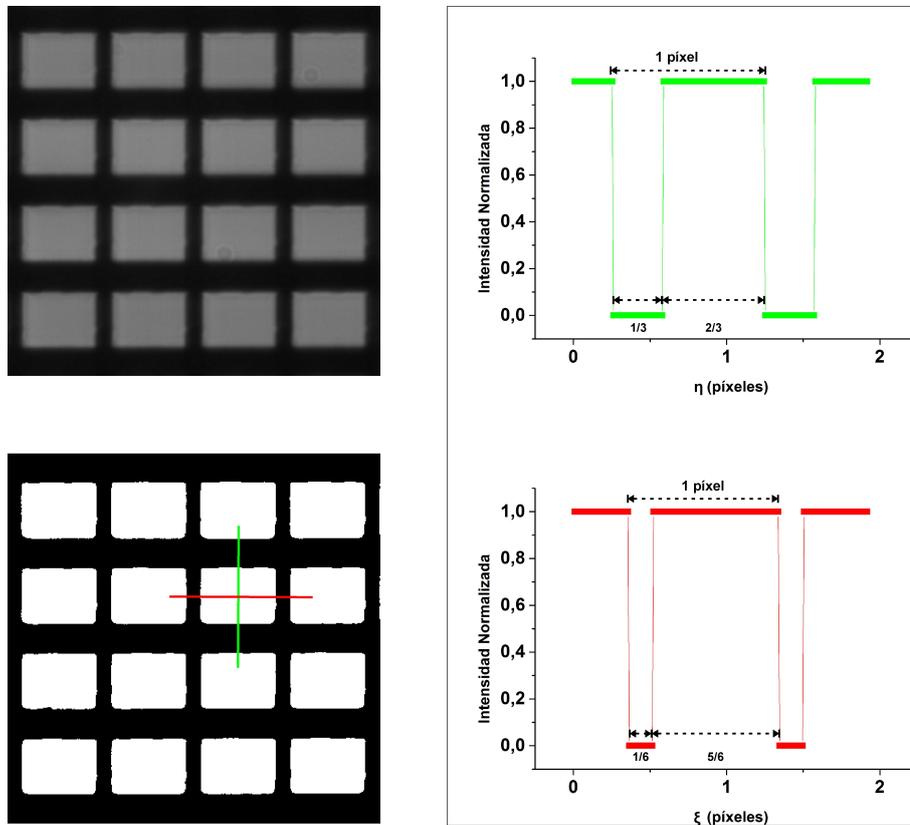


Figura 3.8: Estructura de píxeles del HOLOEYE LC-2002. La imagen muestra una pequeña partición de la estructura de píxeles del LC-2002, debajo su correspondiente imagen binarizada y al lado sus correspondientes perfiles de línea en la dirección  $\xi$  y  $\eta$ .

En la Figura 3.8 se muestra una pequeña partición de la imagen experimental de la estructura de píxeles y debajo de ella su correspondiente imagen binarizada. También se muestran segmentos de los perfiles de línea a lo largo de la dirección vertical ( $\eta$ ) y horizontal ( $\xi$ ) tomados en un píxel arbitrario. A partir de estos perfiles, se determinan los factores de llenado (partes transparentes) correspondientes a cada dirección. El factor de llenado en la dirección  $\xi$  es ( $ff_{\xi} = 0.829 \approx \frac{5}{6}$ ) y en la dirección  $\eta$  es de ( $ff_{\eta} = 0.663 \approx \frac{2}{3}$ ). Estos resultados están en concordancia con lo reportado en la referencia [3.32] y se toman como válidos para todos los píxeles del HOLOEYE LC-2002.

Una vez determinado los factores de llenado correspondientes a cada dirección, se analiza la respuesta de la estructura de píxeles del LC-2002 cuando es iluminada con luz coherente.

Un LC-SLM es un arreglo de píxeles bidimensional periódico y en ausencia de voltaje, al ser iluminado con una fuente de luz coherente genera un patrón de difracción. La razón de esto radica en la estructura de un sólo píxel, descrita anteriormente. Suponiendo una transmisión cero para su parte no transparente, la pantalla puede ser vista como una red separable en dos dimensiones con una estructura tal como la de la Figura 3.9 .

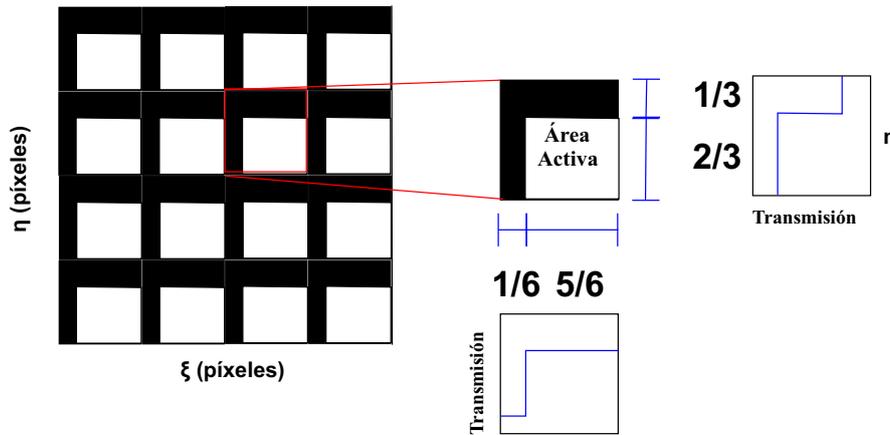


Figura 3.9: Modelo simplificado de un píxel del LC-2002.

En la Figura 3.9 se muestra un modelo simplificado de un píxel del HOLOEYE LC-2002 con su función de transmisión (línea continua de color azul). Se deduce que el área activa es un rectángulo de lado  $\frac{5}{6} \times 32\mu m$  en  $\xi$ , y de lado  $\frac{2}{3} \times 32\mu m$  en  $\eta$ .

Un modelo matemático del SLM LC-2002 diseñado a partir de esta estructura, se muestra a continuación.

### 3.7.1.3. Modelo Matemático

Para efectuar un análisis más detallado del SLM LC-2002, es necesario realizar un modelo matemático que lo represente para interpretar su comportamiento y simular situaciones reales.

En la Figura 3.9 se ha representado la matriz de píxeles del LC-2002 que puede ser considerada como una red bidimensional compuesta por dos redes unidimensionales y perpendiculares entre sí. En ese sentido, en la Figura 3.10 se esquematiza la estructura de píxeles del SLM con una onda rectangular de periodo  $P_p$ , que tiene un factor de llenado diferente en cada dirección.

La función de transmitancia para una dirección ( $\rho$ ) de la red se puede expresar:

$$R_{pix}(\rho) = ff_\rho \left[ 1 + \sum_{m=1}^{\infty} sinc(m\pi ff_\rho) \left( e^{\frac{i2\pi m}{P_p} \left( \rho - \frac{ff_\rho P_p}{2} \right)} + e^{\frac{-i2\pi m}{P_p} \left( \rho - \frac{ff_\rho P_p}{2} \right)} \right) \right], \quad (3.7)$$

siendo  $ff_\rho$  el factor de llenado. Entonces la red de píxeles completa del modulador puede representarse por la multiplicación de una onda rectangular  $R_{pix}(\xi)$  con factor de llenado  $ff_\xi$ , por una onda rectangular  $R_{pix}(\eta)$  con factor de llenado  $ff_\eta$ .

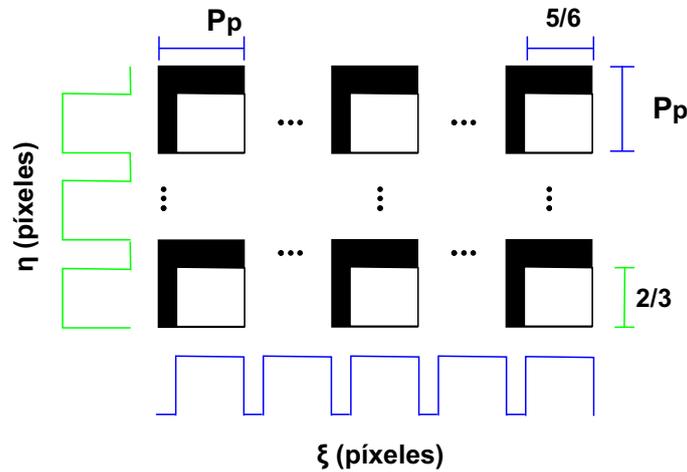


Figura 3.10: Esquema de la red de píxeles del HOLOEYE LC-2002.

El patrón de difracción de Fraunhofer excepto por unos factores de amplitud

constante y fase, se puede determinar mediante la transformada de Fourier de la función de transmitancia cuando se ilumina con una onda monocromática. Por lo tanto, la transformada de Fourier de la función de transmitancia 3.7 asociada a la dirección  $\xi$  es:

$$\mathfrak{F}[R_{pix}(\xi)] = ff_{\xi} \left[ \delta \left( \frac{x}{\lambda f} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} \text{sinc}(m\pi ff_{\xi}) \left( e^{-i\pi m ff_{\xi} \delta} \delta \left( \frac{x}{\lambda f} - \frac{m}{P_p} \right) + e^{i\pi m ff_{\xi} \delta} \delta \left( \frac{x}{\lambda f} + \frac{m}{P_p} \right) \right) \right], \quad (3.8)$$

donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz incidente,  $f$  es la distancia focal de la lente empleada para realizar la transformada de Fourier y  $x$  es la variable que representa la dirección horizontal en el plano de Fourier. Una expresión equivalente se obtiene para la transformada de Fourier en la dirección  $y$ .

La función *sinc* en la Ecuación 3.8 representa el patrón de difracción de un píxel del LC-SLM teniendo en cuenta el área activa. La envolvente asociada a este patrón de difracción permite determinar los órdenes de difracción que se anulan para cada una de las redes unidimensionales que conforman la matriz de píxeles del LC-2002. Esto significa que cada orden de difracción que satisface  $mff_{\eta} = 3k$  con  $k=1,2,3,\dots$ , y  $mff_{\xi} = 6r$  con  $r=1,2,3,\dots$ , para la red con  $ff_{\eta} = 2/3$  y  $ff_{\xi} = 5/6$  desaparecen, respectivamente. Es decir, el modelo matemático desarrollado indica que la intensidad de estos órdenes de difracción en el plano de Fourier debe ser nula (Cabe aclarar que en este caso no se considera el efecto del tamaño finito de la estructura de la iluminación).

La distribución de intensidad que se observará en el plano de Fourier se corresponderá con el producto de las transformadas de Fourier unidimensionales descritas. Cabe resaltar que para simular adecuadamente el patrón de difracción resultante en el plano de Fourier de una lente, el resultado de la Ecuación 3.8 se debe convolucionar con la función correspondiente a la estructura de iluminación o la pupila del sistema óptico.

Para verificar el correcto modelado de la red de píxeles del SLM LC-2002, a continuación se muestra la respuesta experimental que se obtiene cuando una onda de luz incide sobre la pantalla del modulador.

### 3.7.1.4. Respuesta del HOLOEYE LC-2002 en ausencia de campo externo

El arreglo experimental empleado para generar el patrón de difracción del HOLOEYE LC-2002 en ausencia de voltaje se muestra en la Figura 3.11. El LC-SLM se iluminó con un haz filtrado y colimado proveniente de un láser de longitud de onda  $\lambda = 532nm$ . La forma del haz es controlada por un iris de diámetro  $4mm$ . Este haz incide sobre el LC-2002, se propaga a través de una lente  $L_2$  de distancia focal  $f_2 = 1m$  y en su plano de Fourier se registra el patrón de difracción.

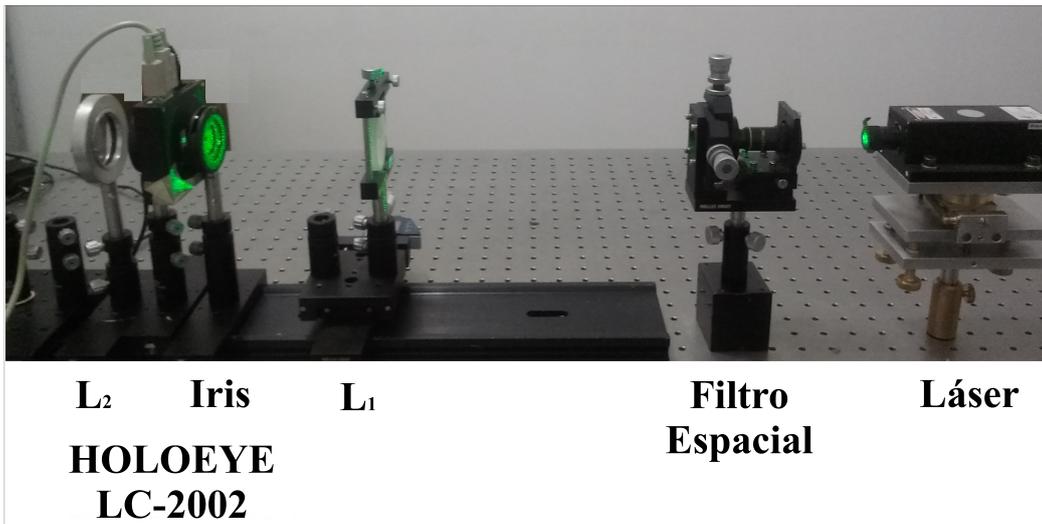


Figura 3.11: Arreglo experimental empleado para generar el patrón de difracción del HOLOEYE LC-2002.

Una parte de este patrón de difracción se muestra en la Figura 3.12. En esta se observa un arreglo bidimensional de puntos brillantes: los órdenes de difracción. Se aprecia en el patrón que, en la dirección vertical, el tercer orden es de mínima intensidad y difiere del patrón observado en dirección horizontal cuyo primer orden de mínima intensidad es el sexto.

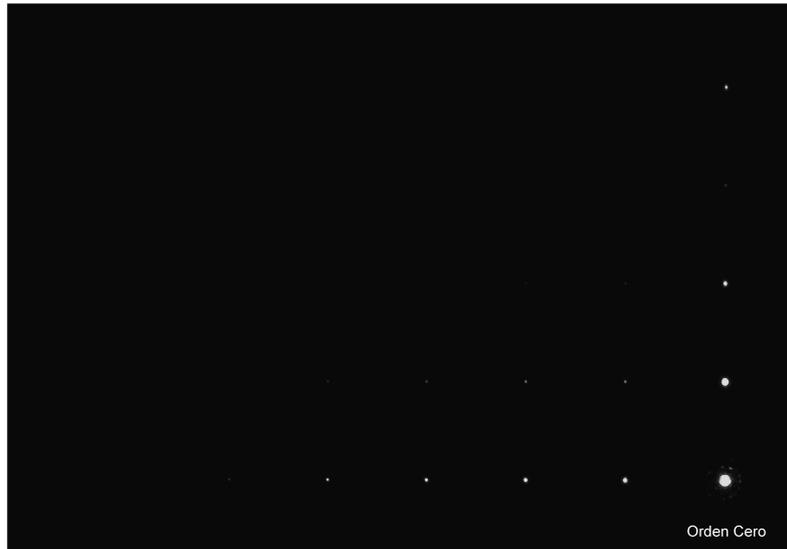


Figura 3.12: Patrón de difracción del HOLOEYE LC-2002 en ausencia de voltaje.

Para validar el modelo matemático desarrollado se comparan las intensidades de los órdenes de difracción obtenidos a partir del modelo con las medidas experimentales.

Con el fin de medir en forma precisa la intensidad de los órdenes de difracción, se sitúa un fotómetro comercial (*Newport*, model 880 Universal shutter system and radiometer) en el plano de Fourier de la lente  $L_2$ . Los resultados obtenidos a lo largo de la dirección horizontal y vertical se muestran en la Figuras 3.13 y 3.14, respectivamente.

Por otro lado, para realizar la simulación del modelo matemático de la sección 3.7.1.3 se tiene en cuenta el proceso experimental desarrollado. De esta forma, la intensidad observada en el plano de Fourier de la lente  $L_2$  se puede expresar como la convolución de la transformada de Fourier de un círculo (iris) con el resultado del producto de la transformadas de Fourier unidimensionales (Ecuación 3.8). Para realizar la comparación entre las intensidades obtenidas a partir del modelo con las medidas experimentales, se determina la intensidad de los órdenes de difracción, evaluando la función resultante de la convolución

en la posición experimental correspondiente.

En las Figuras 3.13 y 3.14 se representa los resultados experimentales por puntos (cuadros), los valores de intensidad obtenidos a partir de la simulación del modelo matemático por asteriscos de color azul. Adicionalmente, se presenta la curva envolvente asociada al patrón de difracción correspondiente a un píxel teniendo en cuenta el factor de llenado correspondiente a cada dirección (curva de color rojo).

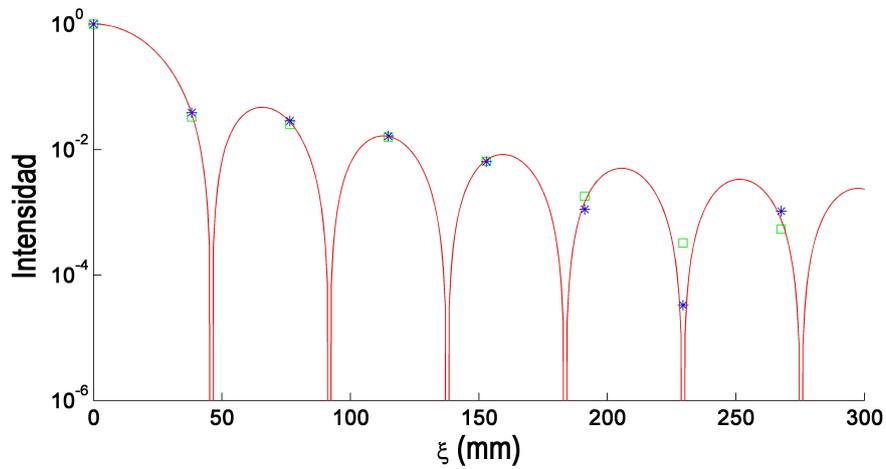


Figura 3.13: Intensidad de difracción a lo largo de la dirección horizontal.

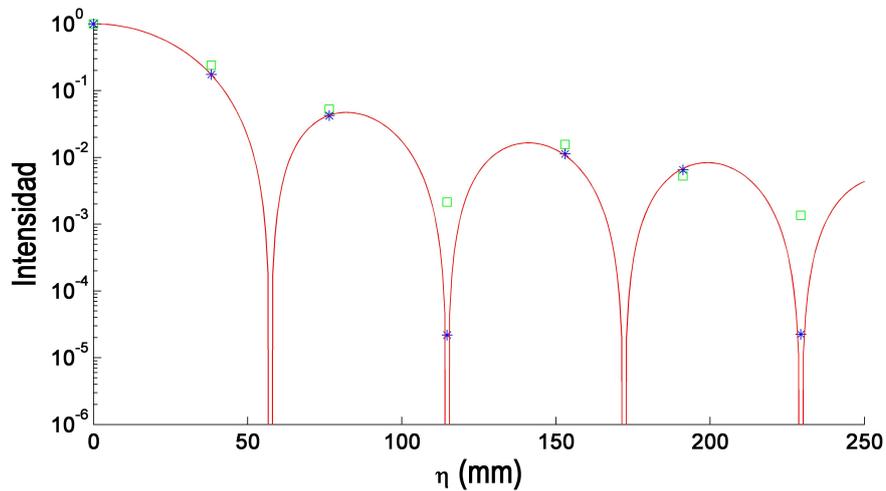


Figura 3.14: Intensidad de difracción a lo largo de la dirección vertical.

En las Figuras 3.13 y 3.14 la envolvente representada muestra que en efecto se anulan los órdenes de difracción  $6k$  y  $3r$  con  $k, r=1,2,3\dots$ , para la red con  $ff_\xi = 5/6$  y  $ff_\eta = 2/3$  respectivamente, como fue anticipado por la Ecuación 3.8. Mientras que las medidas experimentales muestran que se registra un mínimo en el sexto orden de difracción en la Figura 3.13 y mínimos en el tercer y sexto orden de difracción en la Figura 3.14. En ese sentido, se observa un buen acuerdo entre las medidas experimentales y la simulación. Cabe notar que la simulación del modelo fue realizada teniendo en cuenta los valores experimentales aproximados de los factores de llenado establecidos en la sección 3.7.1.2. A su vez, se muestra que la estructura del perfil de línea del patrón de difracción obtenido en la simulación es equivalente a la imagen del patrón de difracción obtenido en la Figura 3.12.

Los resultados presentados confirman la validez del modelo matemático desarrollado en la sección 3.7.1.3 que describe la estructura de píxeles del modulador. Hasta ahora se ha estudiado el LC-2002 en ausencia de voltaje, sin embargo, las propiedades de la modulación de este emanan precisamente cuando es sometido a la acción de un campo eléctrico externo. A continuación se muestra la respuesta experimental del LC-2002 para esta condición.

### 3.7.2. Respuesta experimental de la amplitud y la fase

Para obtener algunos de los resultados experimentales se empleó el esquema experimental mostrado en la Figura 3.15. Un haz proveniente de un láser de longitud de onda  $\lambda = 532nm$  es filtrado y colimado por un filtro espacial  $SF$  y una lente  $L_1$ . El haz incide sobre el PMM <sup>2</sup> compuesto por el polarizador  $P$ , el SLM  $LC - 2002$ , la lámina de cuarto de onda  $\frac{\lambda}{4}$  y el analizador  $A$ . El haz modulado resultante se propaga a través de la lente  $L_2$  de distancia focal  $815mm$  y la distribución de intensidad de su plano focal posterior (plano de Fourier) es registrado en la cámara CMOS  $DCC1545M$  Thorlabs de  $1280 \times 1024$  píxeles cuadrados con tamaño de píxel  $5.2 \mu m$  de lado. Mediante esta configuración seleccionada previamente se obtiene la respuesta en fase y amplitud del PMM, como se describe a continuación.

<sup>2</sup> La configuración óptica elegida:  $P LC - 2002 \frac{\lambda}{4} A$ , se adicionará al concepto de PMM. Es decir, en adelante el PMM se refiere a esta configuración óptica que permite que el modulador actúe en régimen de fase.

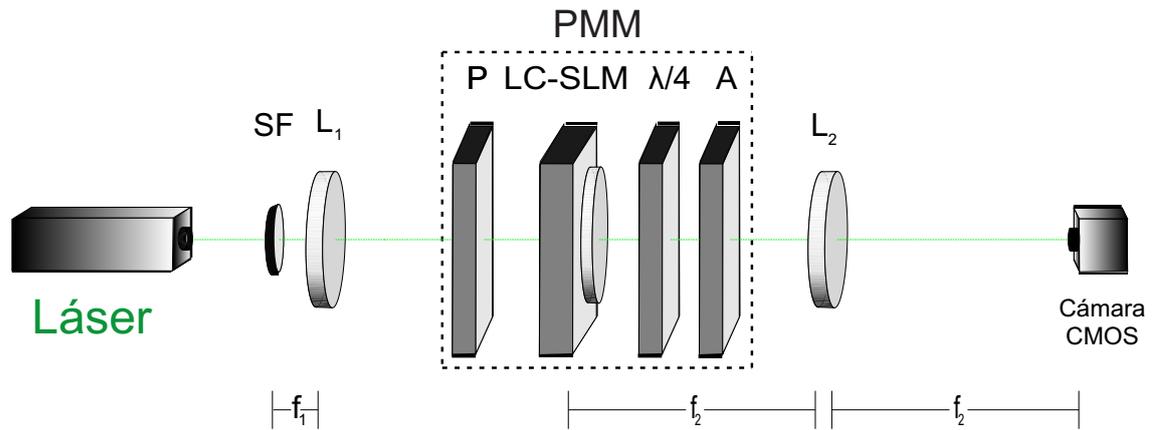


Figura 3.15: Arreglo experimental. *SF*: filtro espacial;  $L_1$ : lente colimadora;  $L_2$ : lente empleada en la transformada de Fourier; PMM: modulador en régimen de fase compuesto por  $P$ : polarizador;  $LC - SLM$ : modulador espacial de luz de cristal líquido;  $\frac{\lambda}{4}$ : lámina de cuarto de onda;  $A$ : analizador.

Como se señaló anteriormente, un modulador espacial de luz de cristal líquido es un arreglo bidimensional de píxeles. En cada píxel se controla la orientación de las moléculas cambiando la señal de voltaje aplicado sobre aquellos. En la práctica esto se realiza enviando una imagen en niveles de gris al LC-SLM.

A continuación se describen los procedimientos realizados para medir experimentalmente la modulación en fase y en amplitud con respecto al nivel de gris enviado al LC-2002.

Con el fin de medir la amplitud acoplada, se localiza la cámara en un lugar muy próximo a la lente  $L_2$  de tal modo que la intensidad incidente en el sensor, resulte uniforme. Luego se despliega sobre el LC-SLM una imagen en nivel de gris uniforme en el rango entre 0 y 255. Para cada imagen desplegada, se determina la amplitud acoplada a partir de la intensidad registrada en la cámara. Para ello se obtiene la raíz cuadrada de la intensidad registrada por cada píxel y se halla el promedio de dichos valores, además se calcula el error en la medición experimental.

Para medir la modulación en fase se coloca una pupila de doble abertura delante del LC-SLM y se envía una imagen de tal forma que en una de las aberturas se fije un nivel de gris mientras que en la otra se varía el nivel de gris en el rango de 0 a 255. En nuestro experimento se toma como referencia el nivel de gris 255. La idea con este procedimiento es generar a partir de la interferencia de la luz transmitida por ambas aberturas un sistema de franjas

de interferencia verticales. Dichas franjas se irán desplazando a medida que el nivel de gris en una de las aberturas se modifica. Para poder determinar con mayor precisión el corrimiento de fase, se acopla un objetivo de microscopio 20x a la cámara CMOS, de tal forma que el patrón de interferencia se proyecte sobre el área total del sensor. En la Figura 3.16 se muestra una imagen del patrón de interferencia experimental registrado. El corrimiento de fase se determina a partir de un análisis de Fourier de las imágenes registradas. Este proceso se repite 50 veces obteniéndose la fase promedio y el error en la medición experimental.

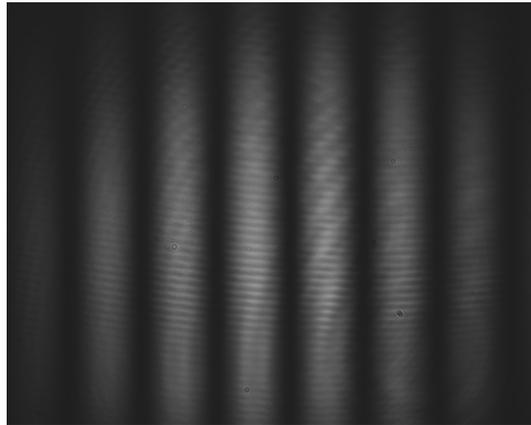


Figura 3.16: Patrón de franjas de interferencia experimental registrado.

Una vez establecido el método para medir la respuesta del PMM, se realiza la determinación de los ángulos del polarizador, la lámina de cuarto de onda y el analizador que conduce a una modulación de casi-fase, para lo cual, se efectuó un procedimiento cuantitativo basado en [3.20].

Cabe recordar que el propósito de esta tesis incluye emplear un SLM tal que actúe como un difusor para generar campos de speckle gaussianos. A partir de la respuesta experimental del PMM en función del nivel de gris, se puede asociar una amplitud y una fase a un nivel de gris determinado. De esta forma se puede controlar la orientación de las moléculas del LC cambiando el nivel de gris enviado a cada píxel del LC-SLM. El LC-2002 tiene 256 niveles de gris posibles a implementar, sin embargo debido a que este no se comporta idealmente, se deben seleccionar adecuadamente los  $N$  niveles de fase que se van a emplear en el diseño del difusor para que generen speckles con comportamiento gaussiano. En el desarrollo de este trabajo se llevó a cabo un proceso heurístico [3.20] para determinar los ángulos de los componentes ópticos del PMM que conduzca a una modulación en fase cercana a  $2\pi$  y una amplitud con variaciones relativas

muy pequeñas. Ahora bien, manteniendo las condiciones mencionadas, debe enfatizarse que la modulación en fase máxima debe permitir seleccionar la mayor cantidad de niveles de fase posibles a emplear en el difusor. En ese sentido, se obtuvo la respuesta en fase y amplitud para cada combinación de ángulos posible de los componentes del PMM. Con el fin de simplificar este procedimiento, primero se midieron la amplitud y fase al rotar en pasos de  $10^\circ$  cada uno de los componentes encontrando así un rango de trabajo sobre el cual se busca optimizar el resultado. A continuación se reduce el paso a  $1^\circ$  y se repiten las medidas hasta que se obtiene la configuración que cumple los requerimientos mencionados.

Una vez establecidos los ángulos del polarizador, la lámina de cuarto de onda y el analizador, se procede a determinar la respuesta del PMM y el error experimental. En la Figura 3.17 se muestran la modulación de fase y amplitud del PMM para los ángulos medidos respecto de la vertical:  $14^\circ(P)$ ,  $128^\circ(A)$  y  $57^\circ(\frac{\lambda}{4})$ . El retardo máximo de fase alcanzado es  $1.38\pi$  con un 5% de amplitud acoplada.

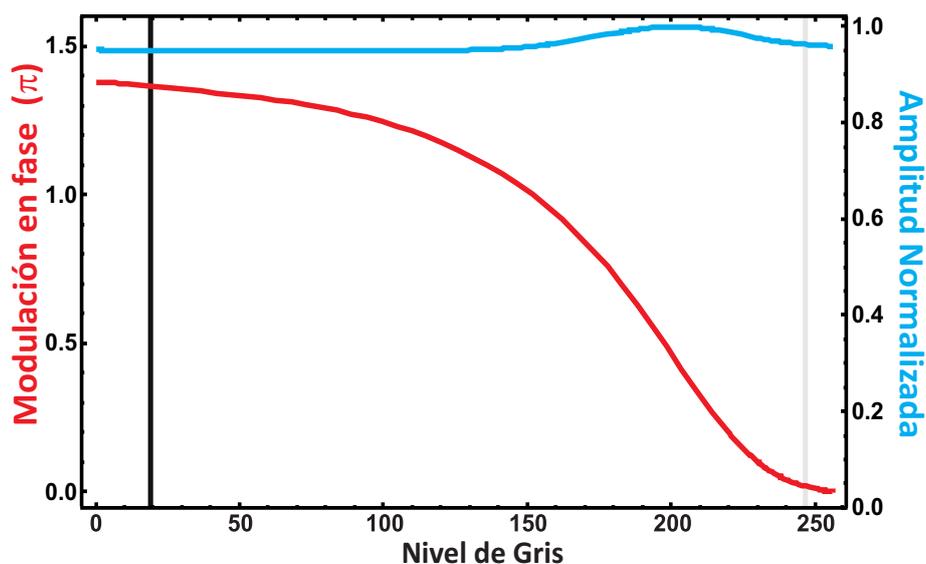


Figura 3.17: Respuesta experimental del LC-2002 en régimen de fase.

Los errores en las medidas realizadas se calculan a partir del error de apreciación y el error estadístico. El error de apreciación en la medida de la fase por periodo de franjas se determinó a partir de:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{T}, \quad (3.9)$$

donde  $T$  es el periodo de las franjas empleadas en la obtención de la fase. El error estadístico obtenido a partir de las 50 mediciones realizadas en conjunto con el error de apreciación establece un error en la medida de la modulación en fase menor al 1%. En el caso de la medida de la amplitud promedio, el error de apreciación fue determinado a partir del error de apreciación de la intensidad (1/256) que en conjunto con el error estadístico resultó también en un error menor al 1%.

Se observa a partir de la Figura 3.17, una respuesta no lineal en fase, una modulación de fase menor a  $2\pi$  y un acoplamiento entre la modulación de fase y amplitud. Así, puede inferirse a priori que no es posible obtener campos de speckle gaussianos con este PMM, ya que para ello es necesario enviar una distribución uniforme de fase aleatoria en el rango entre 0 y  $2\pi$  a los píxeles del modulador. Sin embargo, según se analizó previamente, una alternativa para solventar este problema consiste en seleccionar convenientemente los niveles de fase. Para ello, a partir de la respuesta en fase y amplitud obtenida de la calibración experimental (Figura 3.17) se eligen dichos niveles casi igualmente espaciados entre 0 y  $2\pi$  con casi la misma amplitud mediante la minimización del estimador dado por la Ecuación 3.6 y de esta forma se generan los campos de speckle gaussianos.

La modulación de fase máxima alcanzada por nuestro PMM es  $\phi_{max} = 1.38\pi$ , valor que determina el número máximo de niveles de fase  $N$  y que resulta ser, en este caso, 3 (ver Ecuación 3.5). Cada nivel de fase difiere en relación a sus vecinos en  $\frac{2\pi}{N}rad$ . Esto implica que en condiciones ideales se podrían implementar en nuestro modulador difusores con un máximo de 3 niveles de gris, de tal forma que se genere un speckle gaussiano.

Hasta el momento los resultados obtenidos establecen que a partir de la respuesta en fase y amplitud del PMM es posible encontrar los niveles de gris a implementar en el difusor que generen campos de speckle gaussianos. Sin embargo, como se mencionó antes, la eficiencia de difracción de los elementos ópticos difractivos desplegados en los LC-SLMs puede verse afectada debido a su comportamiento anamórfico, por lo cual, a continuación se realiza la caracterización de este comportamiento para el caso particular del LC-2002.

### 3.7.3. Caracterización del comportamiento anamórfico del HOLOEYE LC-2002

Para caracterizar el efecto del comportamiento anamórfico del HOLOEYE LC-2002 en los elementos ópticos difractivos implementados sobre aquél, se emplea el arreglo experimental de la Figura 3.15 con el modulador en configuración de fase. Como se mencionó previamente, la modulación en fase de los LC depende fuertemente de la orientación y frecuencia espacial de las componentes de la imagen desplegada. Para estudiar este efecto, se envían redes de Ronchi de diferentes periodos desplegadas en la dirección vertical (equivalente a un vector de red en dirección horizontal) y se mide la intensidad del orden cero de difracción para cada red. El proceso se repite para redes de Ronchi desplegadas en la dirección horizontal (equivalente a un vector de red en dirección vertical).

Las redes son generadas con los niveles de gris seleccionados a partir de la respuesta experimental del PMM. Recordemos que una selección óptima de los niveles de gris implica que el estimador  $E$  de la Ecuación 3.6 tome valores tan cercanos a cero como sea posible. Los valores de nivel de gris obtenidos cuando  $E = 1.1 \times 10^{-6}$  se encuentran en la Tabla 3.1. Las columnas representan:  $NG$ : Nivel de gris,  $\Delta NG$ : el número entero de niveles de gris que dan el rango de confianza en la medida, la amplitud y la fase asociada a cada nivel de gris, respectivamente.

Tabla 3.1: Niveles de gris entregados por el algoritmo de minimización del estimador  $E$ .

NG	$\Delta NG$	Amplitud	Fase( $\pi$ )
149	$\pm 4$	0.96 (0.02)	1.00 (0.02)
251	$\pm 12$	0.96 (0.02)	0.00 (0.02)

La representación fasorial de estos niveles de gris se muestra en la Figura 3.18. Los vectores en negro representan los dos niveles de gris, mientras que el vector en rojo representa el resultado de su suma fasorial. De estos resultados se resalta que los niveles de gris tienen una diferencia de fase de  $\pi$  con amplitudes iguales (dentro del error experimental). Asimismo, es notable que el valor del estimador se acerca a cero. Esto implica que la expresión 3.7 determina adecuadamente los niveles de gris a implementar en los mapas de fase que se envían al SLM.

Una forma sencilla de visualizar el efecto del comportamiento anamórfico del LC-SLM consiste en representar los valores de intensidad del orden cero aso-

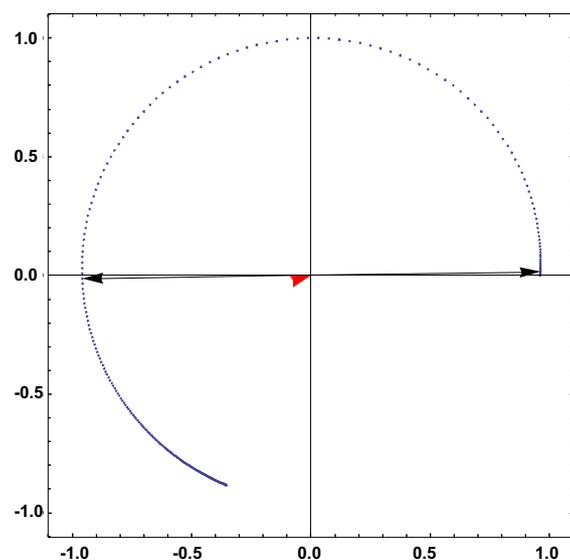


Figura 3.18: Representación de los fasores encontrados por el algoritmo de minimización.

ciado a pares de niveles de gris en una escala cromática (matriz de órdenes cero).

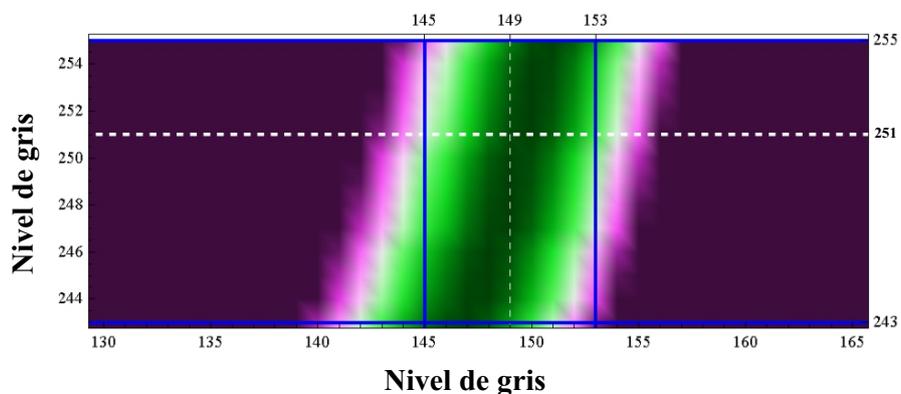
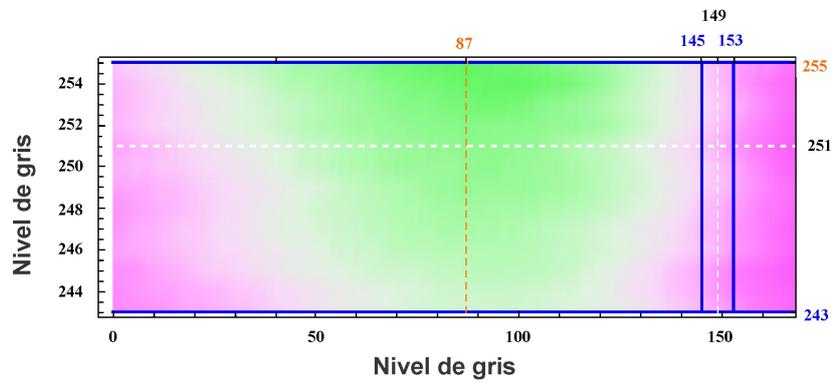


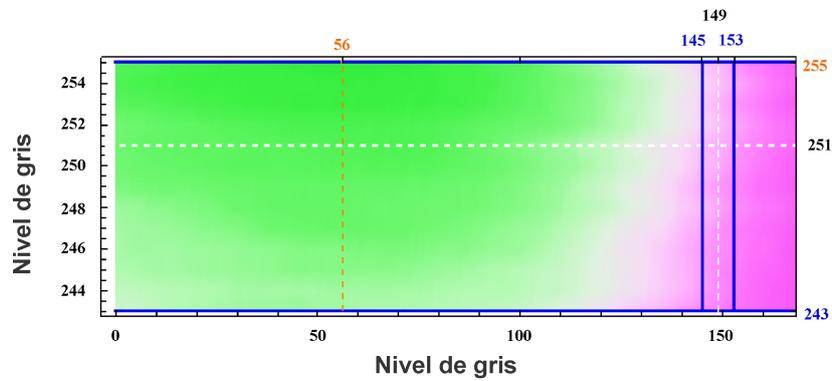
Figura 3.19: Representación de la matriz de órdenes cero para el rango de confianza.

En la Figura 3.19 se muestra la respuesta experimental del PMM empleando esta representación. Las líneas discontinuas de color blanco son los niveles de gris que resultan del algoritmo y las líneas azules marcan el rango de confianza. A partir de los resultados de la Tabla 3.1, las redes son generadas con un nivel de gris  $NG_1$  que varía entre 243 y 255 y un segundo nivel de gris  $NG_2$  variable

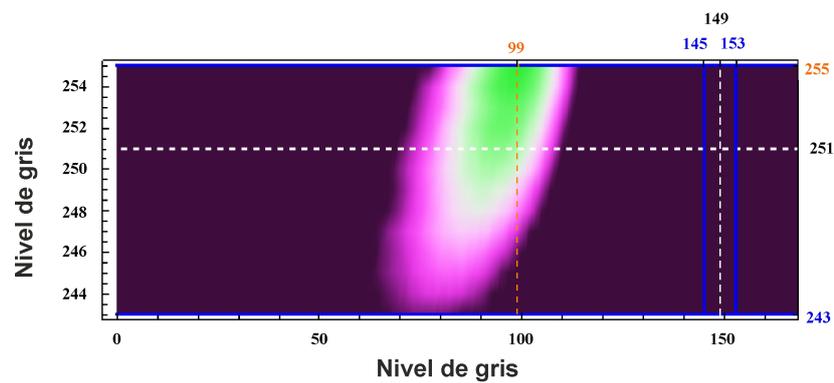
en el rango de 0 a 255. En las Figuras 3.20 (a)-(d) se muestran las imágenes de la matriz de órdenes cero cuando la red es desplegada en la dirección vertical con periodos: 2,4,8 y 16, respectivamente. Mientras que en las Figuras 3.21 (a)-(d) se muestra los resultados cuando se implementa la red en la dirección horizontal, con los mismos periodos. El rango de niveles de gris en el eje horizontal se restringe a (130,165) en el caso de la red desplegada en la dirección horizontal, mientras que en la dirección vertical el eje horizontal se restringe a (0,170) para observar de forma detallada el comportamiento del modulador. La intersección de las líneas a trazos naranjas indican el par de niveles de gris que producen el mínimo de intensidad del orden cero.



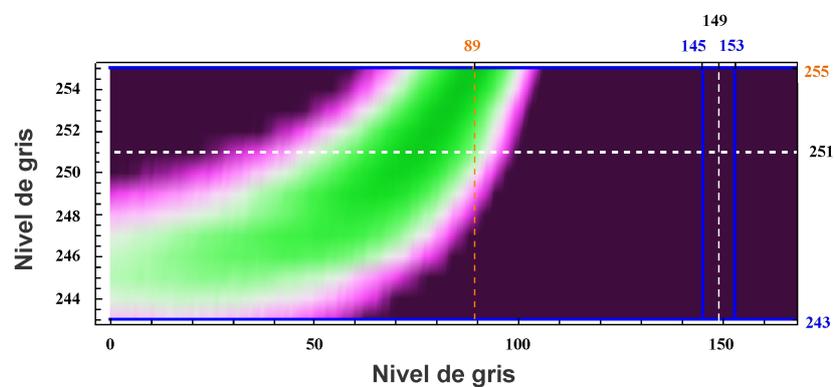
(a)



(b)

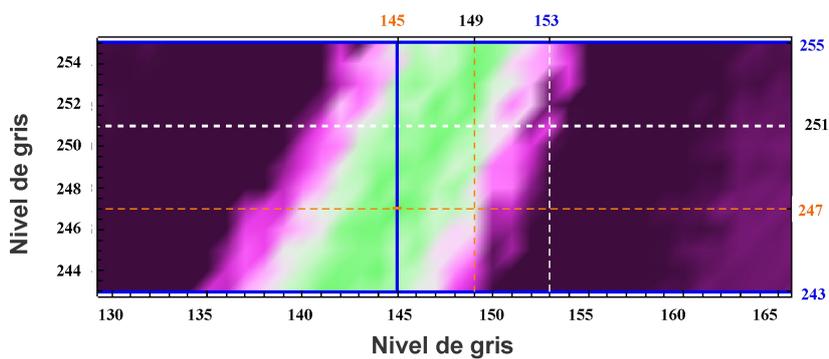


(c)



(d)

Figura 3.20: Representación de la matriz de órdenes cero en el rango de confianza para redes binarias desplegadas en la dirección vertical (frecuencia horizontal) para diferentes periodos. a. 2 columnas/periodo. b. 4 columnas/periodo. c. 8 columnas/periodo. d. 16 columnas/periodo.



(a)

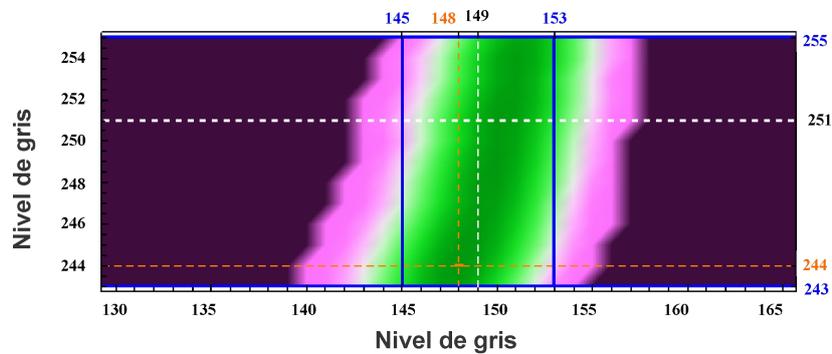
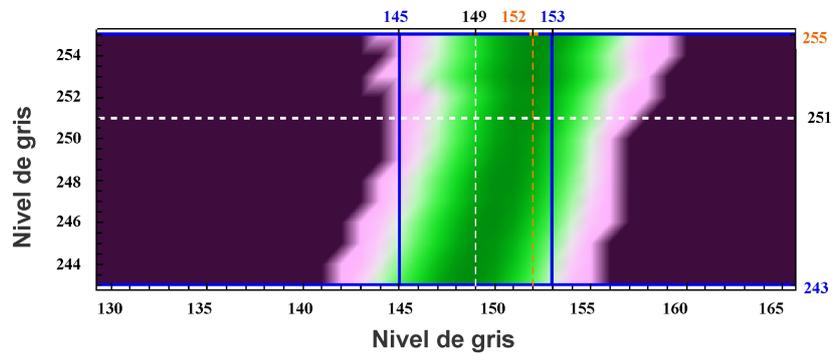
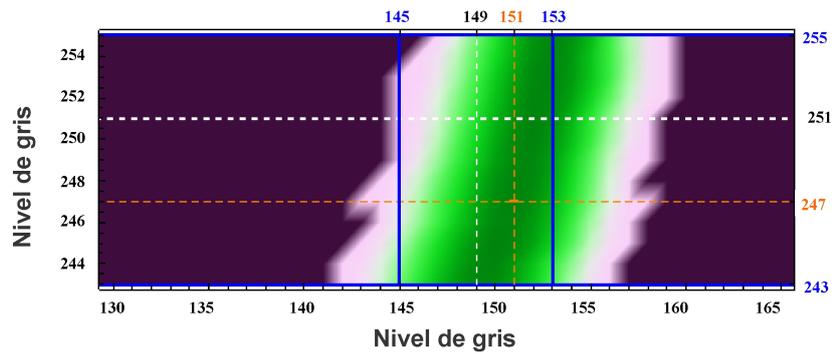
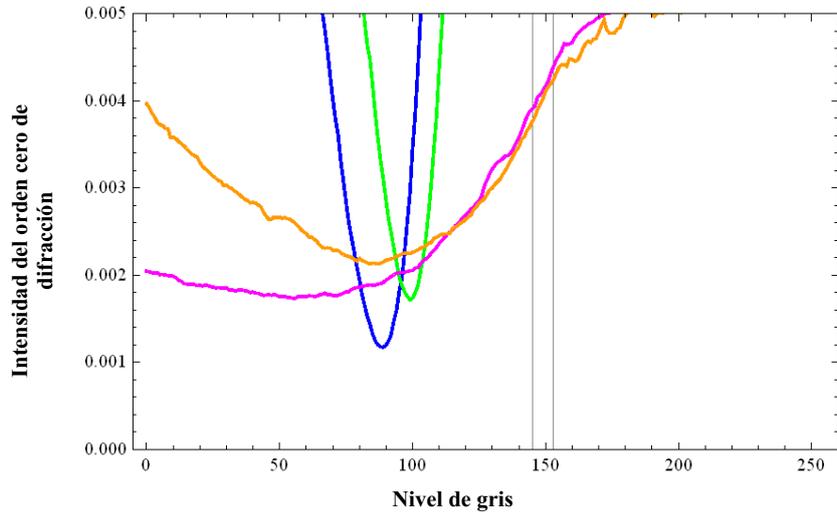


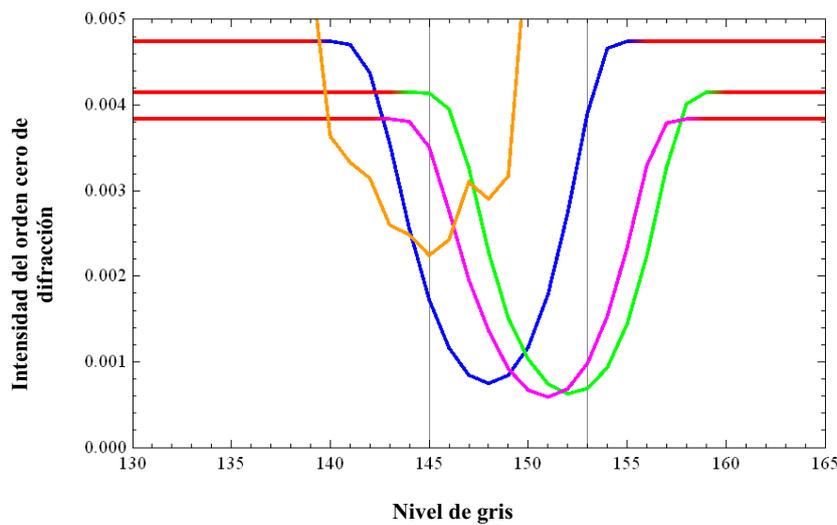
Figura 3.21: Representación de la matriz de órdenes cero en el rango de confianza para redes binarias desplegadas en la dirección horizontal (vector de red en dirección vertical) para diferentes periodos. a. 2 filas/periodo. b. 4 filas/periodo. c. 8 filas/periodo d. 16 filas/periodo.

Con el fin de analizar el conjunto de resultados mostrados en las Figuras 3.20 y 3.21, se presenta la Figura 3.22. El objetivo de esta representación es

facilitar el análisis de los datos correspondientes a los distintos periodos en forma comparativa. Para ello, el conjunto de mínimos de intensidad del orden cero de las Figuras 3.20 y 3.21 se muestran en la Figura 3.22 (a) y (b), respectivamente, donde el eje horizontal abarca el mismo rango de niveles de gris que en aquellas y cada color representa un periodo específico.



(a)



(b)

Figura 3.22: Resumen de los mínimos encontrados por cada periodo. Periodo=2 (Naranja), Periodo=4 (Magenta), Periodo=8 (verde), Periodo=16 (Azul). a. frecuencia vertical. b. frecuencia horizontal.

A partir de las Figuras 3.20, 3.21 y 3.22 es evidente que para redes desplegadas en la dirección vertical, el par de niveles de gris que da la menor intensidad del orden cero varía fuertemente en función del periodo de la red alejándose así de la predicción del algoritmo. Nótese que esta divergencia se acentúa a medida que disminuye el periodo. Por otro lado en la dirección horizontal, el par de niveles de gris que minimiza el orden cero permanece dentro del intervalo de confianza para todos los periodos de la red. Aunque cabe notar que para el periodo correspondiente a 2 píxeles, la pareja que da la menor intensidad se aleja del resto de valores mínimos.

Con estos resultados, se verifica que el SLM LC-2002 presenta un comportamiento anamórfico para elementos ópticos difractivos de periodos pequeños. No obstante, en la dirección con vector de red vertical para periodos mayores a 2 píxeles, el comportamiento tiende a ser isomórfico. El efecto anamórfico en el caso de un difusor desplegado en el SLM, se manifiesta en la aparición de orden cero en el patrón de speckle, y por lo tanto repercutirá en las propiedades estadísticas de dicho patrón.

# Bibliografía

- [3.1] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier optics*. Colorado: Roberts & Company, 2005.
- [3.2] U. Efron. *Spatial light modulator technology: materials, devices, and applications*. CRC Press, 1994.
- [3.3] G. Friedel. The mesomorphic states of matter. *Ann. Phys.*, 18:273–474, 1922.
- [3.4] M. Schadt and W. Helfrich. Voltage-dependent optical activity of a twisted nematic liquid crystal. *Appl. Phys. Lett.*, 18(4):127–128, 1971.
- [3.5] V. Durán Bosch. *Optimización del funcionamiento de un modulador espacial de luz de cristal líquido mediante el modelo retardador-rotor. Aplicaciones en óptica adaptativa*. Universitat de València, 2007.
- [3.6] HK. Liu and TH. Chao. Liquid crystal television spatial light modulators. *Appl. Opt.*, 28(22):4772–4780, 1989.
- [3.7] A. Marqués, C. Iemmi, J. C. Escalera, J. Campos, S. Ledesma, J. A. Davis, and M. J. Yzuel. Amplitude apodizers encoded onto fresnel lenses implemented on a phase-only spatial light modulator. *Appl. Opt.*, 40(14):2316–2322, 2001.
- [3.8] M. Reicherter, T. Haist, EU. Wagemann, and HJ. Tiziani. Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display. *Opt. Lett.*, 24(9):608–610, 1999.
- [3.9] I. Moreno, J. Campos, C. Gorecki, and M. J. Yzuel. Effects of amplitude and phase mismatching errors in the generation of a kinoform for pattern recognition. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 34(12R):6423, 1995.
- [3.10] I. Moreno, C. Iemmi, A. Márquez, J. Campos, and M. J. Yzuel. Modulation light efficiency of diffractive lenses displayed in a restricted phase-only modulation display. *Appl. Opt.*, 43(34):6278–6284, 2004.

- [3.11] M. Yamauchi and T. Eiju. Optimization of twisted nematic liquid crystal panels for spatial light phase modulation. *Opt. Commun.*, 115(1):19–25, 1995.
- [3.12] BEA. Saleh and K. Lu. Theory and design of the liquid crystal tv as an optical spatial phase modulator. *Opt. Eng.*, 29(3):240–246, 1990.
- [3.13] J. A. Coy, D. F. Grosz, and O. E. Marti. Characterization of a liquid crystal television as a programmable spatial light modulator. *Opt. Eng.*, 35(1):15–19, 1996.
- [3.14] A. Márquez, J. Campos, M. J. Yzuel, I. Moreno, J. A. Davis, C. Iemmi, A. Moreno, and A. Robert. Characterization of edge effects in twisted nematic liquid crystal displays. *Opt. Eng.*, 39(12):3301–3307, 2000.
- [3.15] M. Yamauchi. Jones-matrix models for twisted-nematic liquid-crystal devices. *Appl. Opt.*, 44(21):4484–4493, 2005.
- [3.16] V. Durán, J. Lancis, E. Tajahuerce, and Z. Jaroszewicz. Equivalent retarder-rotator approach to on-state twisted nematic liquid crystal displays. *J. Appl. Phys.*, 99(11):113101, 2006.
- [3.17] I. Moreno, P. Velásquez, C. R. Fernández-Pousa, M. M. Sánchez-López, and F. Mateos. Jones matrix method for predicting and optimizing the optical modulation properties of a liquid-crystal display. *J. Appl. Phys.*, 94(6):3697–3702, 2003.
- [3.18] B. Ma, B. Yao, T. Ye, and M. Lei. Prediction of optical modulation properties of twisted-nematic liquid-crystal display by improved measurement of jones matrix. *J. Appl. Phys.*, 107(7):073107, 2010.
- [3.19] N. Konforti, S-T Wu, and E. Marom. Phase-only modulation with twisted nematic liquid-crystal spatial light modulators. *Opt. Lett.*, 13(3):251–253, 1988.
- [3.20] B. Ma, B. Yao, S. Yan, F. Peng, J. Min, M. Lei, and T. Ye. Simulation and optimization of spatial light modulation of twisted-nematic liquid crystal display. *Chin. Opt. Lett.*, 8(10):960–963, 2010.
- [3.21] B. Ma, B. Yao, Z. Li, and T. Ye. Improvement of the performance of the twisted-nematic liquid-crystal display as a phase modulator. *Appl. Opt.*, 50(17):2588–2593, 2011.

- [3.22] V. Durán, J. Lancis, E. Tajahuerce, and M. Fernández-Alonso. Phase-only modulation with a twisted nematic liquid crystal display by means of equi-azimuth polarization states. *Opt. Express*, 14(12):5607–5616, 2006.
- [3.23] H. Kim and Yeon H. Lee. Unique measurement of the parameters of a twisted-nematic liquid-crystal display. *Appl. Opt.*, 44(9):1642–1649, 2005.
- [3.24] A. Lizana, A. Márquez, L. Lobato, Y. Rodange, I. Moreno, C. Iemmi, and J. Campos. The minimum euclidean distance principle applied to improve the modulation diffraction efficiency in digitally controlled spatial light modulators. *Opt. Express*, 18(10):10581–10593, 2010.
- [3.25] C. Rickenstorff and AS. Ostrovsky. Measurement of the amplitude and phase modulation of a liquid crystal spatial light modulator. *Superficies y Vacío*, 23(S)(10):36–39, 2009.
- [3.26] R. K. Banyal and B. R. Prasad. Nonlinear response studies and corrections for a liquid crystal spatial light modulator. *Pramana*, 74(6):961–971, 2010.
- [3.27] R. D. Juday. Optimal realizable filters and the minimum euclidean distance principle. *Appl. Opt.*, 32(26):5100–5111, 1993.
- [3.28] K. Ballüder and MR. Taghizadeh. Optimized phase quantization for diffractive elements by use of a bias phase. *Opt. Lett.*, 24(23):1756–1758, 1999.
- [3.29] K. Ballüder and MR. Taghizadeh. Optimized quantization for diffractive phase elements by use of uneven phase levels. *Opt. Lett.*, 26(7):417–419, 2001.
- [3.30] WF. Hsu and IL. Chu. Optimal quantization by use of an amplitude-weighted probability-density function for diffractive optical elements. *Appl. Opt.*, 43(18):3672–3679, 2004.
- [3.31] WF. Hsu and CH. Lin. Optimal quantization method for uneven-phase diffractive optical elements by use of a modified iterative fourier-transform algorithm. *Appl. Opt.*, 44(27):5802–5808, 2005.
- [3.32] A. Hermerschmidt. Experimental modules covering imaging, diffraction, fourier optics and polarization based on a liquid-crystal cell slm. In *Education and Training in Optics and Photonics*, page EMA6. Optical Society of America, 2009.

- [3.33] A. Márquez, C. Iemmi, I. Moreno, J. Campos, and M. J. Yzuel. Anamorphic and spatial frequency dependent phase modulation on liquid crystal displays. optimization of the modulation diffraction efficiency. *Opt. Express*, 13(6):2111–2119, 2005.
- [3.34] L. Lobato, A. Lizana, A. Márquez, I. Moreno, C. Iemmi, J. Campos, and MJ. Yzuel. Characterization of the anamorphic and frequency dependent phenomenon in liquid crystal on silicon displays. *J. Eur. Opt. Soc, Rapid Publ.*, 6, 2011.
- [3.35] E. Ronzitti, M. Guillon, V. de Sars, and V. Emiliani. Lcos nematic slm characterization and modeling for diffraction efficiency optimization, zero and ghost orders suppression. *Opt. Express*, 20(16):17843–17855, 2012.
- [3.36] V. Arrizon, E. Carreon, and M. Testorf. Implementation of fourier array illuminators using pixelated slm: efficiency limitations. *Opt. Commun.*, 160(4):207–213, 1999.

# Capítulo 4

## Campos de speckle unidimensionales

### 4.1. Introducción

En la realización de esta tesis el propósito general es obtener campos de speckle con características totalmente controlables y similares a los producidos por un vidrio esmerilado [4.1], empleando como difusor un LC-SLM. En el capítulo anterior se analizó la respuesta experimental del HOLOEYE LC-2002 en configuración de fase. A partir de los resultados alcanzados se demostró que este no se comporta idealmente, por lo cual se desarrolló un método para elegir adecuadamente los niveles de gris a emplear en los difusores enviados al LC-SLM a fin de superar las limitaciones que presenta este dispositivo.

Es una práctica común obtener patrones de speckle usando vidrios esmerilados como difusores aleatorios [4.2]. Estos difusores, generan naturalmente campos de speckles bidimensionales (ver Figura.2.2) con comportamiento gaussiano y una estadística de segundo orden característica acorde a la estructura de la iluminación o la pupila del sistema óptico, como se estudió en el capítulo 2. Hasta donde sabemos solo aplicaciones basadas en distribuciones de speckle bidimensionales se han desarrollado [4.3, 4.4]. Estas aplicaciones aparecen de acuerdo con la disponibilidad de la distribución de speckle bidimensional, donde sus características son determinadas por la microestructura fija del difusor.

La naturaleza bidimensional de los patrones de speckle generados mediante difusores físicos, ha limitado obtener un avance en el conocimiento en speckles del tipo unidimensional, donde el comportamiento aleatorio se presenta solamente en una dirección. Aunque difusores 1D existen como productos comer-

ciales [4.5] y algunas investigaciones fueron realizadas en torno a estos [4.6–4.8] hay solamente estudios en el contexto de sistemas ópticos incoherentes y ninguna investigación se ha reportado respecto a la generación de speckle 1D. Esto abre la posibilidad de crear líneas de investigación y vislumbrar nuevas aplicaciones, en un campo que hasta el momento no ha sido explorado.

Comercialmente existen “*Engineered Diffusers*” que permiten obtener campos de speckle 1D y 2D [4.9, 4.10]. Al emplearse tales difusores en un sistema óptico, se debe enfatizar que para obtener un patrón de speckle estadísticamente independiente de otro es necesario desplazar o rotar mecánicamente el difusor una cierta cantidad. Y en el caso que se pretenda modificar la distribución de intensidad del speckle es necesario reemplazar el difusor por otro. Asimismo, para cambiar el tamaño promedio transversal del speckle se debe modificar el tamaño de la pupila del sistema óptico empleado. En algunas investigaciones/aplicaciones estos puntos pueden tornarse problemáticos. Desde el punto de vista experimental modificar o mover algún componente del arreglo experimental implementado puede limitar los resultados obtenidos o generar en sí mismo un problema en la dinámica del sistema.

Para superar las limitaciones mencionadas, las características programables en tiempo real de los LC-SLMs en configuración de fase fueron recientemente empleadas para generar patrones de speckle [4.11, 4.12]. De hecho los LC-SLMs han abierto la posibilidad de obtener campos de speckle a partir de difusores diseñados a medida. Si bien algunos trabajos emplean a los LC-SLMs para generar patrones de speckle, estos dispositivos son empleados como “cajas negras” y el análisis de los speckles resultantes es escaso [4.13–4.16].

Aunque esto parezca una tarea sencilla, como fue mencionado previamente algunos aspectos limitan la calidad del speckle: una modulación en fase menor a  $2\pi$  [4.17, 4.18], modulación en fase no lineal, amplitud acoplada, aberraciones del sistema o un comportamiento anamórfico [4.19, 4.20] que conllevan a la aparición de un fuerte orden cero o un comportamiento no gaussiano. Estos puntos deben tenerse en cuenta cuando se emplean estos dispositivos. En el capítulo anterior se definió una estrategia para encontrar una configuración óptica apropiada para el LC-2002 y se estableció un proceso para determinar los ángulos de los componentes ópticos del PMM que permitan que el modulador actúe en régimen de fase. Además se determinó una forma para seleccionar adecuadamente los niveles de fase (igualmente espaciados entre 0 y  $2\pi$  con casi la misma amplitud) a emplear en el diseño del difusor que permita generar campos de speckle gaussianos con nuestro PMM.

En este capítulo se presenta una contribución original dedicada a la generación experimental de patrones de speckle unidimensionales que obedecen una estadística gaussiana. Además se presenta una forma para controlar las características de estos campos mediante la implementación de un difusor de tres niveles de fase sobre el LC-SLM. Finalmente, se presenta un modelo teórico que permite describir apropiadamente este tipo de speckles así como realizar una comparación entre los resultados obtenidos experimentalmente y las simulaciones realizadas a partir del modelo desarrollado. Los resultados experimentales y los resultados derivados de las simulaciones se analizan y discuten ampliamente.

## 4.2. Generación experimental de campos de speckle unidimensionales

Para generar patrones de speckle gaussianos unidimensionales empleando un LC-SLM como difusor, se debe considerar cada uno de los puntos mencionados previamente que limitan la calidad del speckle. En ese sentido, primero se selecciona cuidadosamente los niveles de gris que se van a emplear en el difusor a partir de la respuesta experimental del PMM. Luego, se diseña digitalmente el difusor de acuerdo con las características de los patrones de speckle deseadas y por último se envía una distribución uniforme de los niveles de gris seleccionados al LC-SLM dando como resultado los campos de speckle gaussianos 1D.

El esquema experimental utilizado para obtener speckles 1D es el que se presenta en la Figura 4.1. Un haz proveniente de un láser de longitud de onda  $\lambda = 532\text{nm}$  es filtrado y colimado por un filtro espacial  $SF$  y una lente  $L_1$ . La forma del haz es controlada por una abertura rectangular  $S$  de altura fija  $h_{pup}$  y ancho variable  $w_{pup}$ . Este haz incide sobre un modulador en configuración de fase PMM, compuesto por un polarizador  $P$ , un  $LC - 2002$ , una lámina de cuarto de onda y un analizador  $A$ . El haz modulado resultante se propaga a través de una lente  $L_2$  de distancia focal  $815\text{mm}$  y su plano focal posterior (plano de Fourier) es registrado en la cámara CMOS.

Los ángulos del polarizador ( $14^\circ$ ), lámina de cuarto de onda ( $128^\circ$ ) y analizador ( $57^\circ$ ) no varían con respecto a los elegidos para obtener la respuesta de la amplitud y fase del PMM en la Figura 3.17, donde el máximo corrimiento de fase fue de alrededor de  $1.38\pi$  con un 5% de amplitud acoplada.

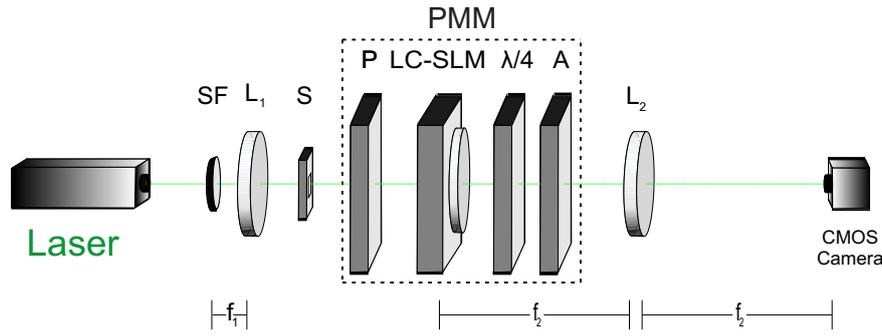


Figura 4.1: Esquema Experimental.  $SF$ : Filtro espacial;  $L_1$ : lente colimadora;  $L_2$ : lente transformada de Fourier;  $S$ : Abertura física; PMM: Modulador en régimen de fase compuesto por  $P$ : polarizador;  $LC - SLM$ : modulador espacial de luz de cristal líquido;  $\frac{\lambda}{4}$ : lámina de cuarto de onda;  $A$ : analizador.

A partir de esta respuesta experimental, en el capítulo anterior se determinó que el número máximo de niveles de fase que se podía implementar en el difusor (Ecuación 3.5) es  $N = 3$  de tal forma que estén distribuidos uniformemente en el rango entre 0 y  $2\pi$ . Por lo cual, se implementó un difusor de fase discretizado a tres niveles en el LC-SLM.

Para seleccionar de forma apropiada los niveles de fase a emplear en el difusor (tres fases casi igualmente espaciadas entre 0 a  $2\pi$  con casi la misma amplitud) se empleó el algoritmo de minimización del estimador  $E$ , de la Ecuación 3.6, con  $N = 3$ . Es importante enfatizar que debido a que cada una de las fases distribuyen  $1/3$  de la energía incidente, su suma fasorial debe ser tan cercana a cero como sea posible. Como resultado de este proceso, se obtiene  $E = 6.7 \times 10^{-8}$  y los tres niveles de gris que se muestran en la Tabla 4.1. Para cada valor de fase y amplitud el valor entre paréntesis representa el error en la medida. La representación fasorial de estos niveles de gris se muestra en la Figura 4.2.

Tabla 4.1: Niveles de gris encontrados por el algoritmo de minimización del estimador  $E$ .

NG	Amplitud	Fase( $\pi$ )
19	0.95(0.02)	1.36(0.02)
182	0.99(0.02)	0.69(0.02)
245	0.96(0.02)	0.02(0.02)

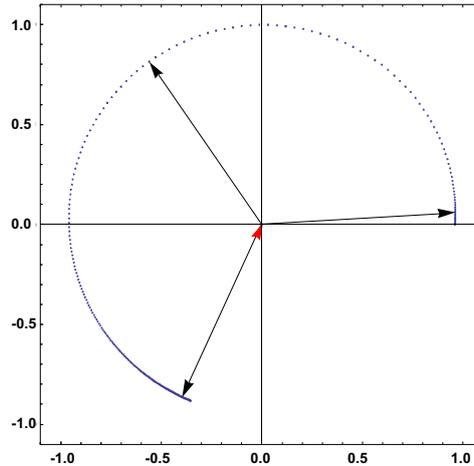


Figura 4.2: Representación de los tres niveles de fase seleccionados por el algoritmo.

De la Tabla 4.1 y de la Figura 4.2 se observa que los niveles de fase que entrega el algoritmo tienen casi una diferencia de fase relativa entre ellos de  $\frac{2\pi}{3}$  con casi la misma amplitud, Figura 4.3. También es de notar que el valor del estimador se acerca a cero. Cabe recordar que el estimador (Ecuación 3.6) es proporcional al orden cero, por lo cual, estos resultados minimizan el orden cero y al estar casi igualmente espaciados maximizan la eficiencia de difracción.

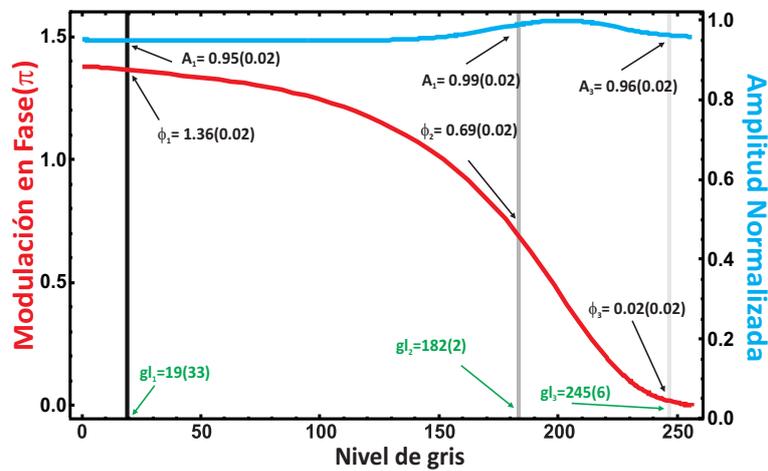


Figura 4.3: Respuesta experimental del modulador en régimen de fase.

El estudio realizado en el capítulo anterior estableció que nuestro LC-2002 presenta un comportamiento anamórfico en función de la frecuencia espacial.

Sin embargo, también se verificó que este fenómeno se manifiesta principalmente en una dirección. En este sentido con el análisis en frecuencia desarrollado en la sección 3.7.3 se conoce cual es la dirección isomorfa de nuestro HOLOEYE LC-2002. Esta dirección fue seleccionada para implementar los difusores 1D con los niveles de gris de la Tabla 4.1 anteriormente encontrados.

Una vez seleccionados los tres niveles de gris a implementar en el difusor, se procede a realizar el diseño digital del mismo. Este proceso tiene como objetivo generar patrones de speckle 1D con características controlables digitalmente, las cuales, como fue mencionado anteriormente, no son triviales de producir a partir de un único vidrio esmerilado como difusor. De esta forma, la independencia estadística entre los patrones generados será controlada través de la distribución estadística de los tres niveles de fase desplegados en el LC-SLM. La distribución de intensidad promedio, determinada por la “rugosidad lateral” del difusor implementado, será controlada a través del macro-píxel conformado por  $M$  filas de píxeles adyacentes que comparte el mismo nivel de gris, ver Figura 4.4. Por último, el tamaño promedio transversal del speckle se varía por medio del ancho de la abertura  $S$  (Figura 4.1).

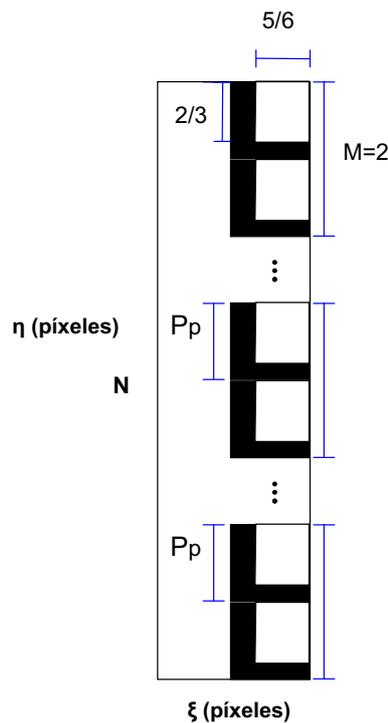


Figura 4.4: Representación esquemática del macro-píxel.

En resumen, para obtener un campo de speckle gaussiano mediante nuestro PMM se implementa en el LC-SLM un difusor diseñado digitalmente, el cual está compuesto por un número  $N$  de macro-píxeles. La amplitud acoplada  $A_q$  y la fase  $\phi_q$  de cada macro-píxel están distribuidas uniformemente sobre los tres niveles de gris seleccionados, Tabla 4.1,  $(A_q, \phi_q) = \{(A_1, \phi_1), (A_2, \phi_2), (A_3, \phi_3)\}$ . Este campo está restringido por  $h_{pup}$  de la pupila física  $S$  del sistema óptico. El campo modulado resultante a la salida del PMM se propaga a través de la lente  $L_2$  y en su plano de Fourier es registrado en la cámara CMOS donde se observa el patrón de speckle.

En la siguiente sección se muestra el modelo teórico desarrollado para simular speckles 1D generados por los difusores de tres niveles de fase. Este modelo, permite estudiar la distribución de intensidad promedio, la estadística de primer y segundo orden de estas distribuciones de speckle, así como realizar una comparación entre los resultados experimentales y las simulaciones realizadas.

### 4.3. Modelo teórico para speckles unidimensionales

El modelo teórico de los speckles 1D se basa en el proceso experimental desarrollado para obtenerlos (Figura 4.1) explicado en la sección anterior. Siguiendo este razonamiento, se puede describir el campo en el LC-SLM, que denominaremos  $U_0$ , como:

$$U_0(\xi, \eta) = \sum_{q=1}^N U_{Mpix}(\eta - \eta_q) A_q e^{i\phi_q} \text{rect}\left(\frac{\xi}{h_{pup}}\right), \quad (4.1)$$

donde  $\text{rect}(x)$  es la función rectángulo,  $A_q$  y  $\phi_q$  son la amplitud y fase que aportan al campo cada macro-píxel,  $P_p = 32\mu m$  es el tamaño de píxel del LC-2002,  $M$  es el tamaño del macro-píxel y  $\eta_q = 0, \pm MP_p, \pm 2MP_p, \dots, \pm \frac{N}{2} MP_p$ , si  $N$  es par y  $\eta_q = 0, \pm MP_p, \pm 2MP_p, \dots, \pm \frac{N-1}{2} MP_p$ , si  $N$  es impar. El número de macro-píxeles que contribuyen al campo está dado por  $N = \text{ceil}\left(\frac{w_{pup}}{MP_p}\right)$ , donde  $\text{ceil}(x)$  es una función que toma el número entero más cercano mayor que  $x$ .  $U_{Mpix}$  es la función que describe un macro-píxel, dada por:

$$U_{Mpix}(\eta) = \text{rect}\left(\frac{\eta}{MP_p}\right) \times R_{pix}(\eta), \quad (4.2)$$

donde  $R_{pix}(\eta)$  corresponde a la red de píxeles del modulador, modelada en la Ecuación 3.7, siendo  $ff_\eta = \frac{2}{3}$  el factor de llenado correspondiente a la dirección isomorfa del LC-2002. A partir de la Ecuación 4.2 se infiere que el macro-píxel puede ser modelado como la red de píxeles del modulador (Ecuación 3.7) limitada por el ancho correspondiente a  $MP_p$ .

Entonces la intensidad en el plano de Fourier de la lente  $L_2$  se puede expresar como la transformada de Fourier del campo  $U_0$ . El álgebra es sencilla pero extensa y se muestra en el Apéndice A y su forma es:

$$I(x, y) = \frac{1}{\lambda^2 f_2^2} \mathfrak{F} \left[ \text{rect} \left( \frac{\xi}{h_{pup}} \right) \right]^2 \mathfrak{F} [U_{Mpix}(\eta)]^2 \left\{ \sum_{q=1}^N A_q^2 + 2 \sum_{q=2}^N \sum_{r=1}^{q-1} A_q A_r \cos \left[ \frac{2\pi y}{\lambda f_2} MP_p (q - r) + (\phi_q - \phi_r) \right] \right\}, \quad (4.3)$$

donde,  $\mathfrak{F}[x]$  es el operador de la transformada de Fourier. En nuestro caso particular, recordemos que la amplitud acoplada  $A_q$  y la fase  $\phi_q$  de cada macro-píxel se distribuyen uniformemente sobre los tres niveles de gris seleccionados para implementar el difusor, esto es,  $|\langle A_q e^{i\phi_q} \rangle| < 0.004$ , que está en el límite de detección del sensor de nuestra cámara CMOS de 8-bits. Con esta consideración, es fácil demostrar que la distribución de intensidad promedio en el plano de Fourier de la lente  $L_2$  está dado por:

$$\langle I(x, y) \rangle = \frac{\langle A_q^2 \rangle N}{\lambda^2 f_2^2} \mathfrak{F} \left[ \text{rect} \left( \frac{\xi}{h_{pup}} \right) \right]^2 \mathfrak{F} [U_{Mpix}(\eta)]^2. \quad (4.4)$$

De este modelo, la estadística de primer y segundo orden pueden ser obtenidas simulando un gran número de patrones de speckle.

A partir de la Ecuación 4.3 también es posible encontrar una expresión analítica de la autocorrelación de la intensidad transversal. Para más detalles acerca de la matemática desarrollada, ver Apéndice A, su forma final es:

$$R_I = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle \left[ 1 + \frac{1}{N} \left( \frac{\sigma_{A_q}^2}{\langle A_q^2 \rangle^2} - 1 \right) + \frac{1}{N^2} \frac{\cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda f_2} w_{pup} (y_1 - y_2) \right] - 1}{\cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda f_2} w_{pup} (y_1 - y_2) \right] - 1} \right]. \quad (4.5)$$

Esta función de autocorrelación refleja un comportamiento anticipado por el teorema generalizado de Van Cittert-Zernike (sección 2.5.3): la envolvente

de la distribución de intensidad promedio es dominada por la estructura fina del difusor, es decir, el macro-píxel, a través de  $\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle$ ; mientras el tamaño promedio del speckle es dominado por el ancho  $w_{pup}$  del área iluminada, como fue estudiado en la sección 2.5.4. De la Ecuación 4.5 se puede demostrar (ver Apéndice A) que el tamaño del speckle en el caso de una abertura rectangular, es proporcional a  $\sim 0.9\lambda f_2/w_{pup}$ , en concordancia con la Ecuación 2.45. Esta función de autocorrelación tiende a un speckle gaussiano cuando  $N$  es un número grande.

#### 4.4. Consideraciones previas

A continuación se describe el método desarrollado para verificar la viabilidad de la generación de patrones de speckle 1D a través de nuestro PMM. Para lo cual, se han realizado una serie de experiencias donde se implementan difusores con diferentes tamaños de macro-píxel (1, 2 y 4 píxeles) y tres anchos de abertura distintos. Estos anchos fueron establecidos teniendo en cuenta que el tamaño promedio transversal del speckle fuera mayor que  $\frac{8}{\pi}$  píxeles de la cámara [4.21]. Este valor nos asegura estar dentro de la condición de muestreo de Nyquist. En ese sentido, se ajustó el ancho de la abertura  $S$  del montaje experimental a:  $(3.1 \pm 0.2)$  mm,  $(5.0 \pm 0.4)$  mm y  $(7.1 \pm 0.8)$  mm, cuyos valores se determinan según lo descrito en el Apéndice B. Una vez el difusor de tres niveles de fase discretizado es implementado en el PMM, se tuvo cuidado para que no se saturara ningún píxel de la cámara CMOS al registrar los patrones de speckle.

Para caracterizar los patrones de speckle registrados, se llevó a cabo un análisis estadístico debido a la naturaleza aleatoria del patrón de speckle, tomando como base el estudio realizado en el capítulo 2. Para lo cual, se evalúa experimentalmente la estadística de primer orden, la estadística de segundo orden y la distribución de intensidad promedio, mediante la implementación de 1000 difusores estadísticamente independientes desplegados sobre el PMM. Los patrones de speckle obtenidos correspondientes a cada difusor fueron registrados por la cámara CMOS. Cada difusor fue generado usando la función *rand* del software Matlab R2011b, la cual está basada en el generador de números pseudo aleatorios Mersenne twister [4.22].

En el análisis estadístico, las funciones de densidad de probabilidad de la intensidad total fueron obtenidas promediando los histogramas de la región central ( $x \sim 0$  y  $y \sim 0$ ) de cada patrón de speckle. Las distribuciones de intensidad promedio se lograron promediando los 1000 patrones de speckle guardados. Los promedios de la autocorrelación de la intensidad fueron calculados de la

transformada de Fourier inversa del módulo al cuadrado de la transformada de Fourier de la intensidad guardada y promediada sobre los 1000 patrones.

Por otro lado, para validar el modelo teórico desarrollado en la sección 4.3 se evalúa la estadística de primer orden y la estadística de segundo orden de 1000 patrones de speckle simulados. Para tal fin se emplea el generador de números pseudo aleatorios Mersenne twister de la función *RandomInteger* de Mathematica 9 y se generan distribuciones estadísticas de  $A_q$  y  $\phi_q$  con las cuales se obtienen los patrones de speckle. En la simulación realizada, las funciones de densidad de probabilidad de la intensidad total fueron evaluadas promediando los histogramas de la región central ( $x \sim 0$  y  $y \sim 0$ ) de cada patrón de speckle simulado y las autocorrelaciones fueron obtenidas de igual forma como en el caso experimental para 1000 patrones simulados.

## 4.5. Resultados y análisis

En esta sección se muestran los resultados experimentales y simulados de los campos de speckle unidimensionales.

Para las aberturas ( $3.1 \pm 0.2$ ) mm, ( $5.0 \pm 0.4$ ) mm y ( $7.1 \pm 0.8$ ) mm y los tamaños de macro-píxel (1, 2 y 4 píxeles) en las Figuras 4.5, 4.6 y 4.7 se muestran los resultados experimentales resultantes de la evaluación de la estadística de primer orden y segundo orden. En estas figuras, el tamaño del macro-píxel  $M$ , se incrementa de izquierda a derecha para un ancho fijo de la abertura  $S$ . Cada fila muestra uno de los patrones de speckle guardados, la estadística de primer orden y un perfil de línea ( $\Delta y = 0$ ) de la estadística de segundo orden, respectivamente.

En las Figuras 4.5-4.7, de la (a) a la (c) es notable que el comportamiento aleatorio se manifiesta sólo en una dirección, mientras que en la dirección perpendicular no hay variación de intensidad excepto por la correspondiente a la difracción producida por la altura de la rendija rectangular. Asimismo, se observa que para un tamaño de abertura fijo el tamaño del speckle no varía, en concordancia con lo estudiado en el capítulo 2, sección 2.5.4, mientras que la distribución de intensidad promedio varía de acuerdo a la variación del macro-píxel.

En la segunda fila de las Figuras 4.5-4.7, de la (d) a la (f) en los resultados correspondientes a la estadística de primer orden, se observa que todos los histogramas experimentales exhiben un comportamiento exponencial decreciente lo cual indica que estos speckles satisfacen una estadística gaussiana. Esta afir-

mación se puede mantener a pesar de que algunos puntos de baja intensidad se desvían del comportamiento exponencial decreciente.

Finalmente, en las Figuras 4.5-4.7, de la (g) a la (i) se muestra los perfiles de línea de la estadística de segundo orden o promedio de la autocorrelación de la intensidad. En ellos es de notar los picos de autocorrelación agudos evidenciando la falta de correlación entre diferentes puntos del patrón. Además, se observa que la curvatura del fondo de la autocorrelación aumenta a medida que el macro-píxel también aumenta. Cabe resaltar que los anchos de los picos de autocorrelación no varían con el cambio del macro-píxel y conforme a lo establecido en el capítulo 2, sección 2.5.4. solo varían de acuerdo al ancho de la abertura rectangular empleada.

Las Figuras 4.5, 4.6 y 4.7 muestran de forma general los resultados obtenidos experimentalmente, por lo cual, un análisis en profundidad de las características descritas anteriormente se presenta a continuación.

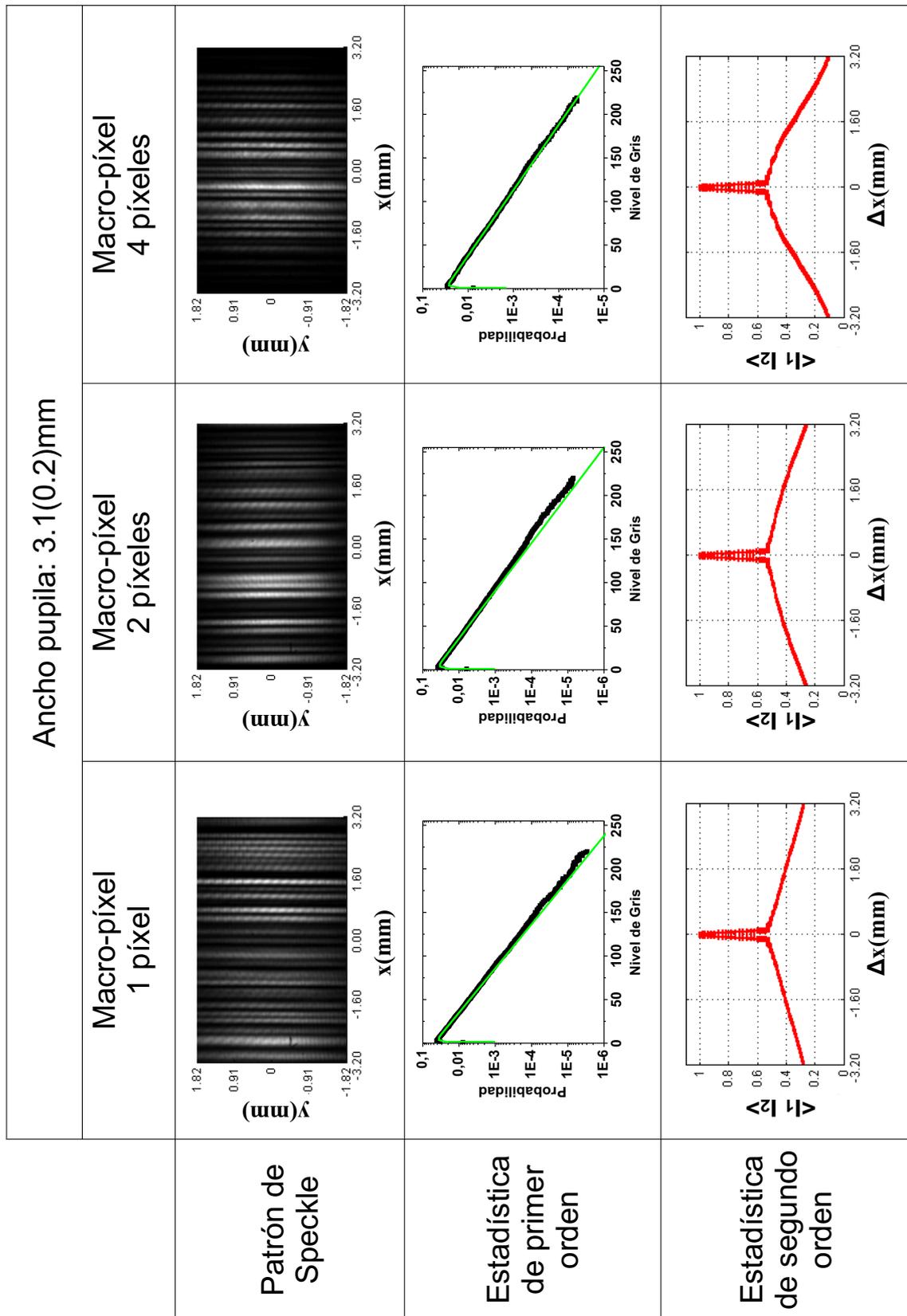


Figura 4.5: Resultados experimentales para un ancho de abertura  $(3.1 \pm 0.2)\text{mm}$ . Cada columna representa un incremento en el tamaño del macro-píxel. Las filas representan uno de los patrones de speckle guardados, la función de densidad de probabilidad de la intensidad total y el perfil del promedio de la autocorrelación de la intensidad, respectivamente.

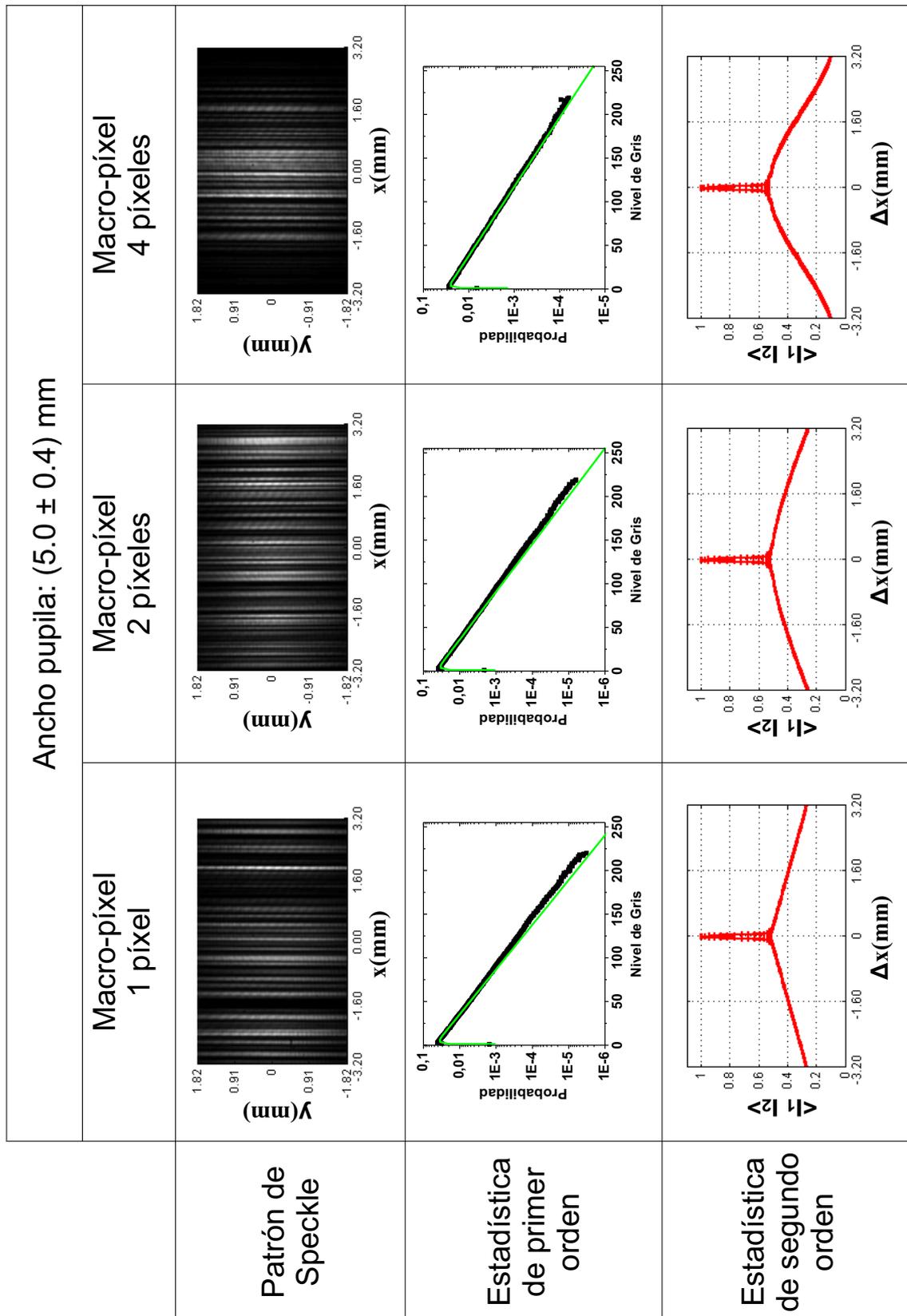


Figura 4.6: Resultados experimentales para un ancho de apertura  $(5.0 \pm 0.4)$  mm. Cada columna representa un incremento en el tamaño del macro-píxel. Las filas representan uno de los patrones de speckle guardados, la función de densidad de probabilidad de la intensidad total y el perfil del promedio de la autocorrelación de la intensidad, respectivamente.

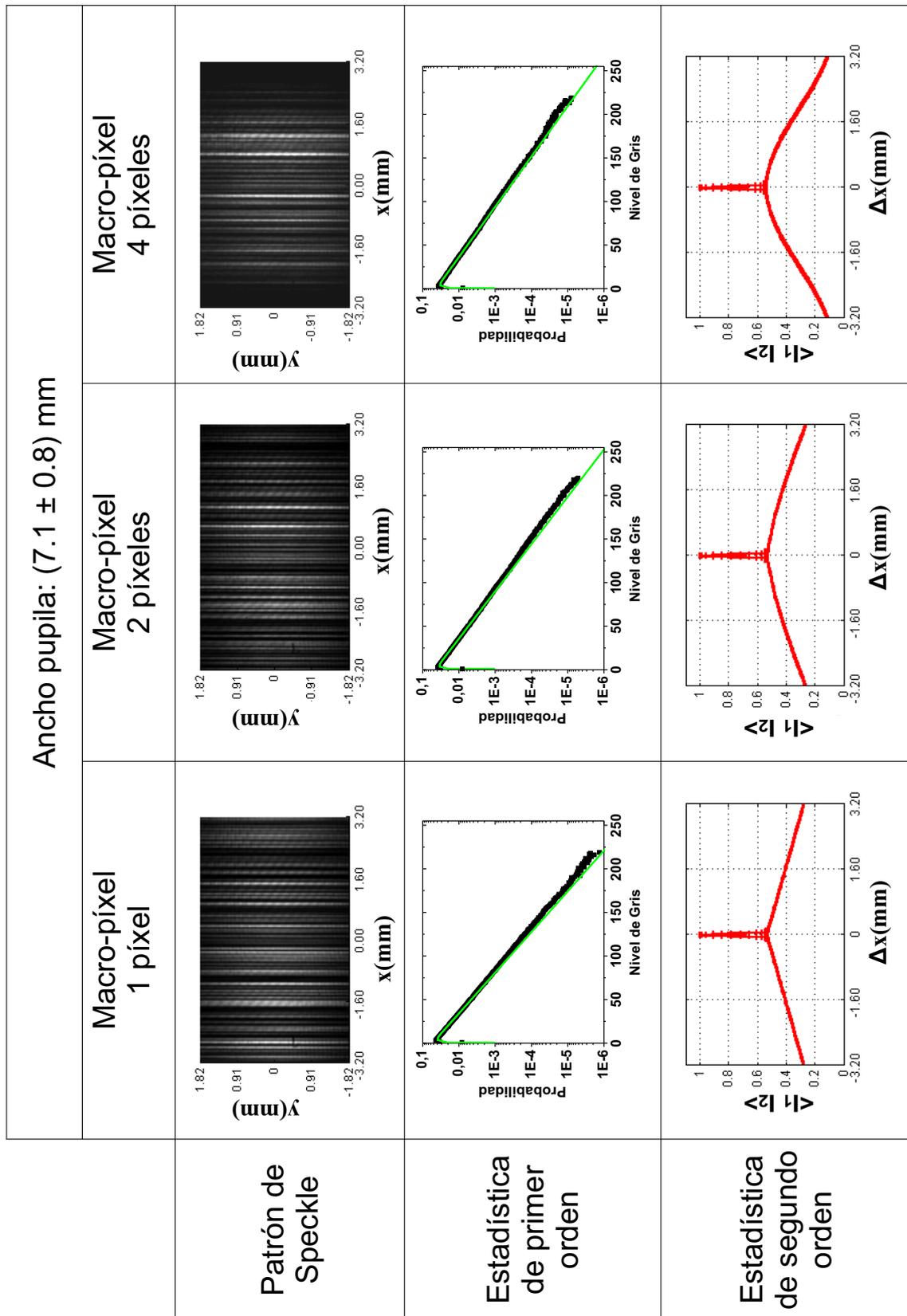
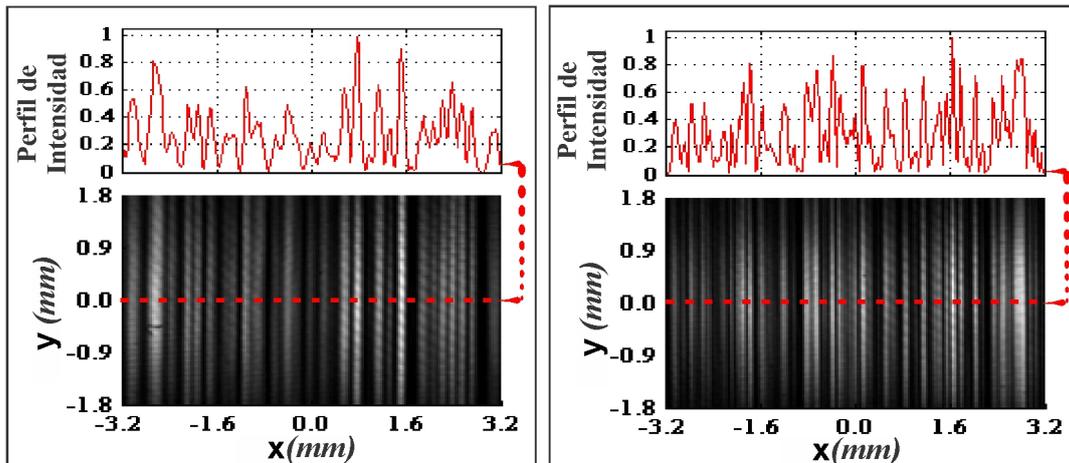


Figura 4.7: Resultados experimentales para un ancho de abertura  $(7.1 \pm 0.8)$  mm. Cada columna representa un incremento en el tamaño del macro-píxel. Las filas representan uno de los patrones de speckle guardados, la función de densidad de probabilidad de la intensidad total y el perfil del promedio de la autocorrelación de la intensidad, respectivamente.

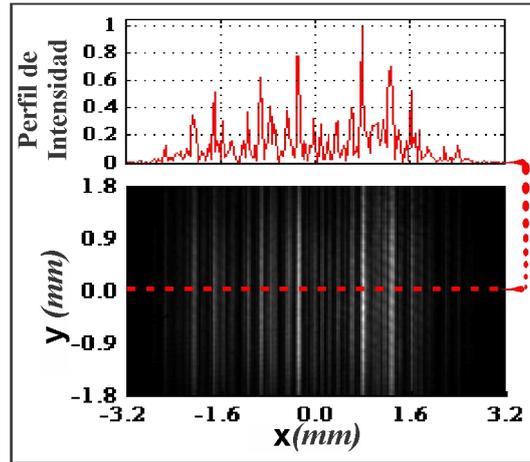
Con el fin de realizar una comparación y un análisis más detallado sobre las características de los patrones de speckle obtenidos experimentalmente, en lo que resta del capítulo se toma como muestra del sistema las siguientes combinaciones de ancho de abertura y tamaño de macro-píxel:  $(3.1 \pm 0.2)mm$  con macro-píxel de 1 píxel,  $(5.0 \pm 0.4)mm$  con macro-píxel de 2 píxeles y  $(7.1 \pm 0.8)mm$  con macro-píxel de 4 píxeles. Los seis casos restantes fueron igualmente analizados obteniendo similares resultados a los que se muestran a continuación.

En las Figuras 4.8(a)-(c) se muestra un patrón de speckle para cada una de las combinaciones de ancho de abertura y tamaño de macro-píxel seleccionadas previamente, con su respectivo perfil de intensidad. Es de notar que en la dirección de la aleatoriedad, los patrones de speckle 1D tiene algunas características similares a los resultados bidimensionales tales como: el tamaño del speckle decrece tan rápido como el ancho de la abertura se incrementa (ver perfiles de intensidad de las Figuras 4.8(a)-(c)) y la distribución de intensidad promedio varía de acuerdo con el patrón de difracción correspondiente a un macro-píxel, es decir, la rugosidad lateral del difusor controla la distribución de intensidad promedio.



(a)

(b)



(c)

Figura 4.8: Campos de speckle registrados experimentalmente para diferentes anchos de abertura y tamaño de macro-píxel. a.  $(3.1 \pm 0.2)mm$ , macro-píxel de 1 píxel b.  $(5.0 \pm 0.4)mm$ , macro-píxel de 2 píxeles. c.  $(7.1 \pm 0.8)mm$ , macro-píxel de 4 píxeles.

Estos resultados evidencian que el uso del PMM permite fácilmente generar patrones de speckle 1D con características totalmente controlables las cuales no son triviales de producir empleando un vidrio esmerilado como difusor. Es notorio que la variación de tamaño del macro-píxel permite controlar de forma confiable la rugosidad lateral del difusor mientras que para un difusor físico no hay más alternativa que sustituirlo por otro. En cuanto a la distribución local de los elementos dispersores, un nuevo difusor puede ser generado tan rápido como el LC-SLM se actualiza sin necesidad de realizar ningún desplazamiento mecánico en el montaje experimental, como se mencionó previamente. Por lo tanto, el uso de las características programables en tiempo real de los LC-SLMs permite superar las limitaciones que presentan los difusores de vidrio esmerilado cuando se desea cambiar estas propiedades del speckle.

A continuación se analiza la distribución de intensidad promedio, la estadística de primer orden y la estadística de segundo orden de los resultados experimentales y los obtenidos en la simulación de patrones de speckle 1D.

#### 4.5.1. Estadística de primer orden

En las Figuras 4.9(a)-(c) se reportan las funciones de densidad de probabilidad de la intensidad total del speckle experimental y simulado, así como el ajuste para un speckle gaussiano.

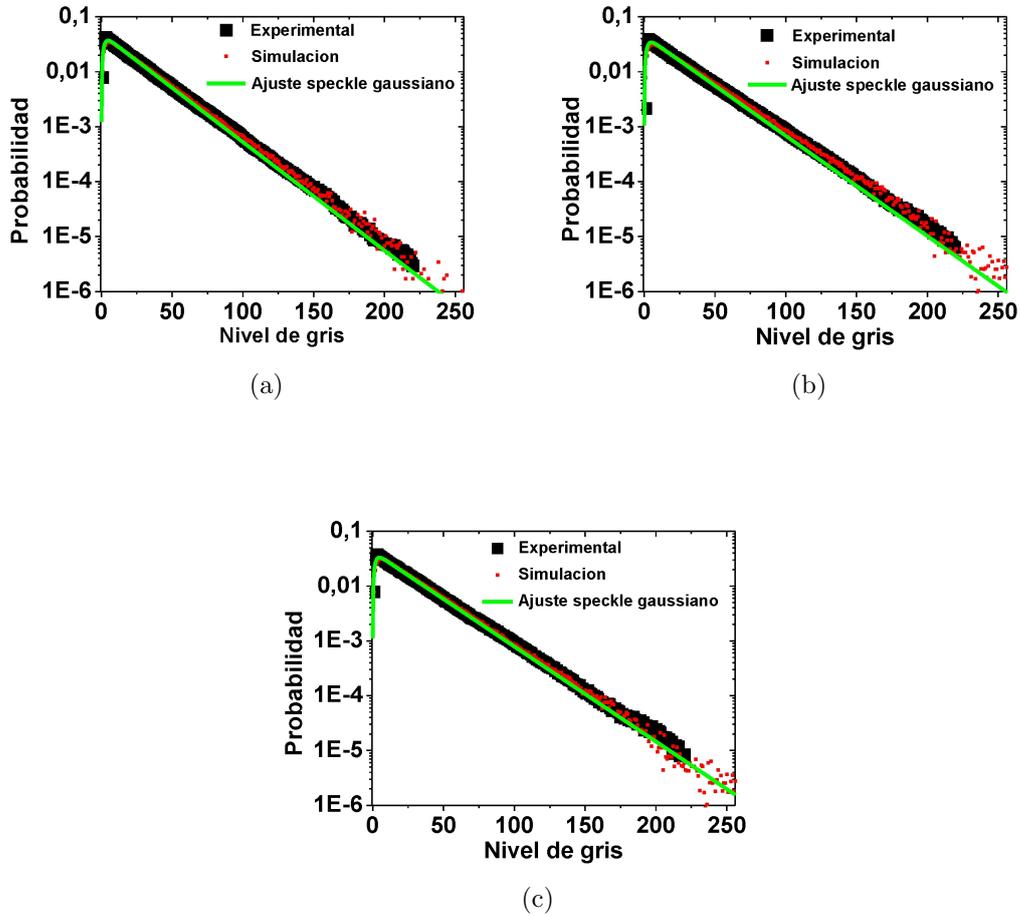


Figura 4.9: Resultados experimentales y simulados para la función de densidad de probabilidad de la intensidad total para varias combinaciones de ancho de abertura y tamaño de macro-píxel. a.  $(3.1 \pm 0.2)mm$ , macro-píxel de 1 píxel. b.  $(5.0 \pm 0.4)mm$ , macro-píxel de 2 píxeles. c.  $(7.1 \pm 0.8)mm$ , macro-píxel de 4 píxeles.

Como fue estudiado en el capítulo 2 (sección 2.3), un speckle gaussiano linealmente polarizado presenta una exponencial negativa en la función de densidad de probabilidad de la intensidad. Esta función monótonamente decrece a medida que la intensidad se incrementa. Sin embargo, como se observa en las Figuras 4.9(a)-(c), hay un par de puntos experimentales para valores bajos de intensidad que no son monótonos. Al recordar que nuestro difusor está diseñado para cumplir con los requisitos para generar un speckle gaussiano, este comportamiento podría tener diferentes fuentes: la despolarización, submuestreo o un fondo coherente. Las dos últimas fuentes se descartan, por una parte porque ningún fondo

coherente con una intensidad comparable con la distribución de intensidad promedio del fondo del speckle se involucró en el experimento [4.1] y por otra parte como fue descrito antes, se aseguró que el tamaño del speckle fuera mayor a  $\frac{8}{\pi}$  píxeles de la cámara, es decir, que cumpliera el teorema de muestreo de Nyquist. Por lo tanto, se supone que lo observado es consecuencia de la despolarización. En un sistema óptico este efecto se puede presentar debido a la variación del estado de polarización de la luz después de la reflexión y/o transmisión en diferentes tipos de superficie. Como se estudió en el capítulo 2 sección 2.4.2, en este caso el speckle está parcialmente polarizado y la expresión para la función de densidad de probabilidad de la intensidad está dada por la Ecuación 2.24. Esta expresión describe la función de densidad de probabilidad de la intensidad para un speckle parcialmente polarizado como la superposición de dos patrones de speckle no correlacionados sobre una base de intensidad. El ajuste de los resultados experimentales (puntos negros) de las Figuras 4.9(a)-(c) con la Ecuación 2.24, determina un coeficiente de ajuste promedio  $R^2$  de 0.98. Estos ajustes son representados en las Figuras 4.9(a)-(c) con líneas verdes. De los parámetros de ajuste, se obtiene un grado promedio de polarización de  $(86 \pm 2) \%$ , el cual está en concordancia con los valores reportados en la referencia [4.23]. A partir del modelo teórico de la sección 4.3 y empleando los parámetros de ajuste es posible simular patrones de speckle con estas características. Las funciones de densidad de probabilidad resultantes también son mostradas en las Figuras 4.8(a)-(c) como puntos rojos.

De estos resultados es evidente que los patrones de speckle generados experimentalmente son bien descritos por una estadística gaussiana para speckle parcialmente polarizados y el modelo teórico estadístico reproduce la función de densidad de probabilidad de la intensidad obtenida experimentalmente.

#### 4.5.2. Estadística de segundo orden

En las Figuras 4.10(a)-(c) se muestran los resultados experimentales y simulados del promedio de la autocorrelación de la intensidad.

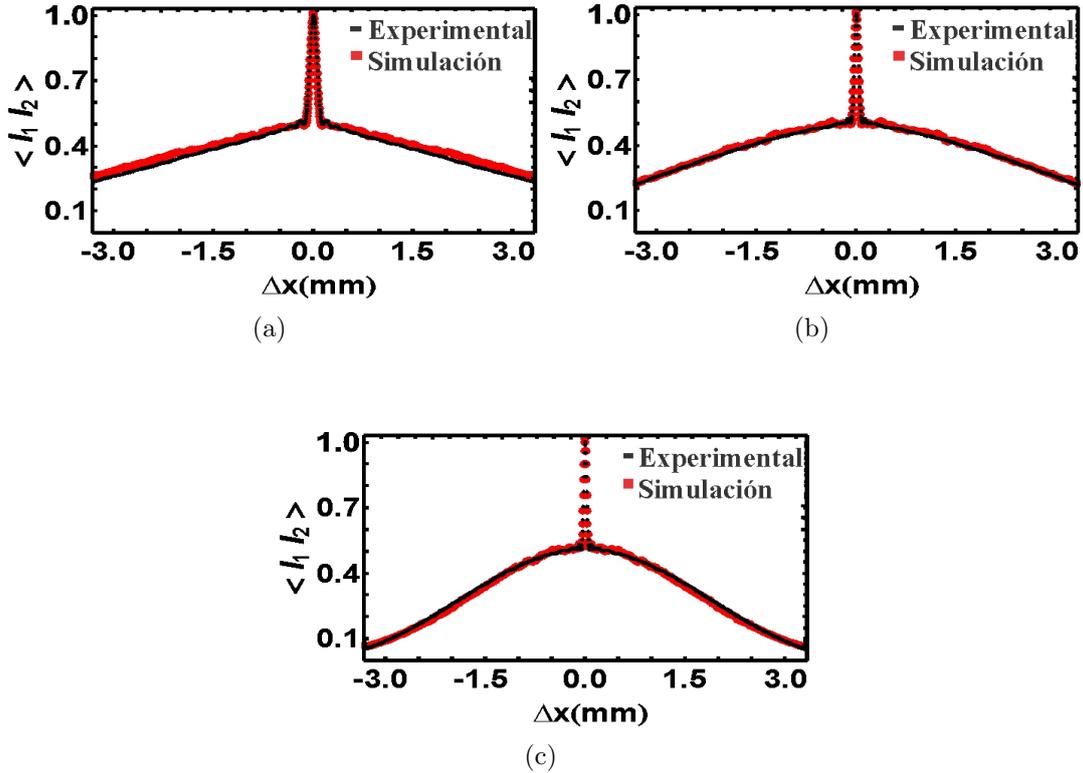


Figura 4.10: Resultados experimentales y simulados de los perfiles del promedio de las autocorrelaciones de la intensidad para varias combinaciones de ancho de abertura y tamaño de macro-píxel. a.  $(3.1 \pm 0.2)mm$ , macro-píxel de 1 píxel. b.  $(5.0 \pm 0.4)mm$ , macro-píxel de 2 píxeles. c.  $(7.1 \pm 0.8)mm$ , macro-píxel de 4 píxeles.

En la Figura 4.10 (a)-(c) se puede observar que el ancho del pico de autocorrelación disminuye conforme el ancho de la abertura se incrementa. Asimismo, es de notar que la autocorrelación experimental (negro) y la simulada (roja) revelan una clara correspondencia entre ellas.

La autocorrelación de intensidad de los patrones de speckle da información acerca del tamaño del speckle, la cual está relacionada con la estructura de la iluminación incidente sobre el difusor o la pupila del sistema óptico como se estudió en el capítulo 2 (sección 2.5). Asimismo, la autocorrelación también contiene información de la correlación lateral del difusor (teorema generalizado de van Cittert-Zernike, capítulo 2 sección 2.5.3). Este efecto es observado en la variación de la función de autocorrelación fuera del pico central. No obstante, independientemente de la correlación lateral del difusor, para  $\Delta x \sim 0$ ,

su contribución puede ser despreciable y la autocorrelación de intensidad puede considerarse estacionaria [4.24]. Bajo esta consideración se mide el tamaño promedio del speckle a partir del ancho a mitad de altura del pico de autocorrelación.

Con el fin de analizar más en detalle la estructura del pico de autocorrelación, las regiones alrededor de los picos centrales de los perfiles del promedio de las autocorrelaciones de la intensidad experimental mostrados en las Figuras 4.10(a)-(c) se representan por puntos en la Figura 4.11. La curva interior pertenece a la abertura de ancho 7.1mm, la curva exterior corresponde a un ancho de abertura de 3.1 mm y la curva restante pertenece a la abertura de ancho 5.0 mm. Las correspondientes curvas simuladas también se muestran como líneas continuas.

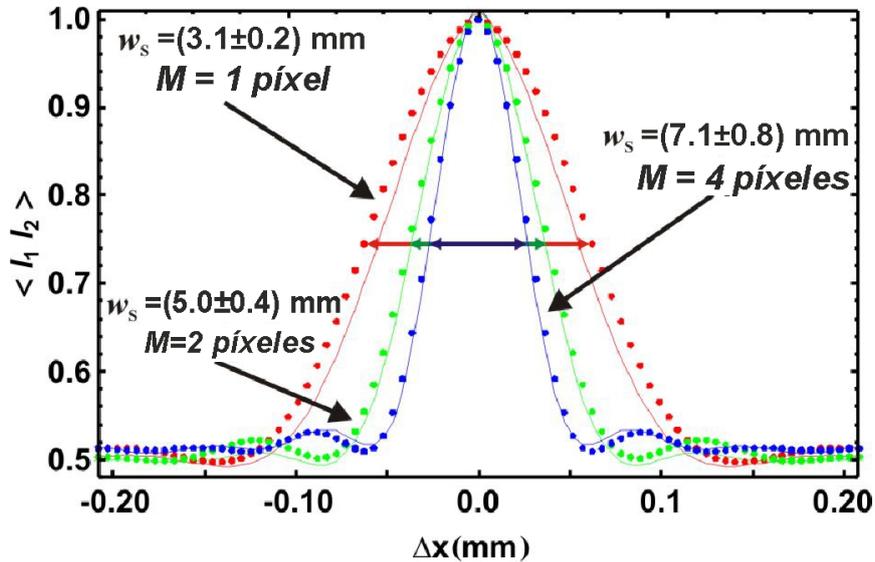


Figura 4.11: Picos del promedio de la autocorrelación de la intensidad para los tres anchos de abertura y tamaños de macro-píxel indicados en la Figura 4.8.

Se puede observar que un aumento en el ancho de abertura produce una disminución en el ancho del pico de autocorrelación. Es bien conocido que el ancho a mitad de altura del pico central es proporcional al tamaño promedio transversal del speckle, que para una abertura rectangular está dado por la Ecuación 2.45,  $(\Delta x)_{\frac{1}{2}} = 0.9 \frac{\lambda f_2}{w_{pup}}$ . Los resultados de la evaluación de esta expresión para cada abertura son:

$$\begin{aligned}
(\Delta x)_{\frac{1}{2}} &= (0.12 \pm 0.01)mm & \text{abertura} & 3.1 \text{ mm} \\
(\Delta x)_{\frac{1}{2}} &= (0.08 \pm 0.01)mm & \text{abertura} & 5.0 \text{ mm}. \\
(\Delta x)_{\frac{1}{2}} &= (0.05 \pm 0.01)mm & \text{abertura} & 7.1 \text{ mm}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Estos valores están representados por las flechas dentro de los picos centrales en la Figura 4.11. Es evidente que esta evaluación tiene una buena concordancia con los resultados experimentales y simulados.

Nuevamente, los resultados presentados confirman la validez del modelo teórico desarrollado en la sección 4.3 para simular los patrones de speckle 1D generados con el PMM. Al mismo tiempo, estos resultados están de acuerdo con la bien conocida teoría de speckles [4.1].

Cabe aclarar que en algunos trabajos de investigación el efecto de la variación de la función de autocorrelación fuera del pico central pueden alterar los picos de correlación de largo alcance si el macro-píxel no es seleccionado apropiadamente, como es el caso de los fractales o clúster de speckle. Para evitar esto, el tamaño de macro-píxel debe ajustarse de forma que la intensidad media sea lo suficientemente plana teniendo de ese modo una influencia insignificante en la modulación de la función del perfil de autocorrelación. Sin embargo, existen ciertas aplicaciones en las que un fondo de autocorrelación plano no es necesariamente la mejor opción. Cabe recordar que las características programables en tiempo real de los LC-SLMs permite controlar la rugosidad lateral del difusor a través de la variación del tamaño del macro-píxel con lo cual en las dos situaciones anteriores es posible obtener buenos resultados.

Para finalizar el análisis de las características de los patrones de speckle 1D, a continuación se analiza la distribución de intensidad promedio.

### 4.5.3. Distribución de intensidad promedio

Como fue mencionado anteriormente, en las Figuras 4.8 (a)-(c) se observa que la distribución de intensidad promedio varía de acuerdo con el patrón de difracción correspondiente a un macro-píxel. Este comportamiento puede ser corroborado a partir del modelo teórico desarrollado, evaluando la Ecuación 4.4. En ella, la variación en la intensidad promedio a lo largo de la dirección

aleatoria es relacionada con la transformada de Fourier del macro-píxel. Esto implica que la distribución de intensidad promedio puede ser controlada por el tamaño del macro-píxel.

Con el fin de estudiar este comportamiento en detalle, en la Figura 4.12 se presenta los resultados experimentales obtenidos para la distribución de intensidad promedio de una abertura de ancho 5.0 mm y los diferentes macro-píxeles. Las imágenes mostradas en la Figura 4.12 son el resultado del promedio de 1000 patrones de speckle registrados para cada macro-píxel correspondiente.

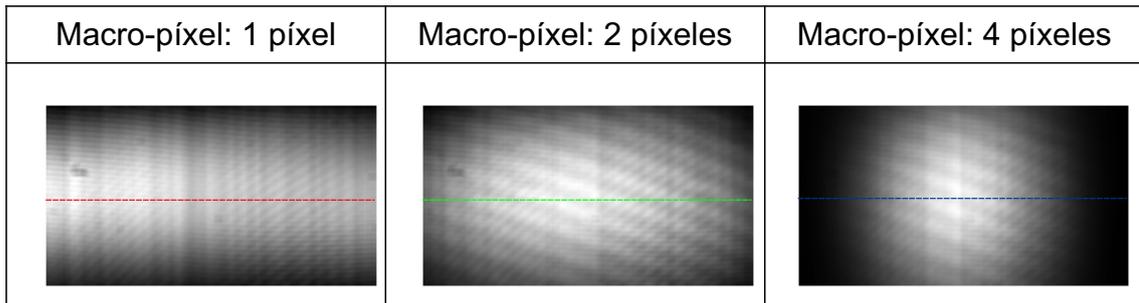


Figura 4.12: Distribución de intensidad promedio para diferentes tamaños de macro-píxel y un ancho de abertura  $w_{pup}$  de  $(5.0 \pm 0.4)$  mm.

De la Figura 4.12, se observa que un aumento del macro-píxel produce una disminución en el ancho de la distribución de intensidad promedio, haciéndose más evidente para el macro-píxel de 4 píxeles.

En la Figura 4.13 se muestran los perfiles de línea a lo largo de la dirección aleatoria (para  $y = 0$ ) de las Figuras 4.12 (líneas continuas). Los puntos corresponden a resultados experimentales mientras que la línea continua corresponde al resultado de graficar la Ecuación 4.4.

De estos resultados, es evidente que el macro-píxel domina el ancho de la distribución de intensidad promedio, como se mencionó anteriormente. En esta figura la forma más aguda y la más alta corresponde a un macro-píxel de 4 píxeles, la más llana es para 1 píxel, mientras que la curva restante tiene un macro-píxel de 2 píxeles. Es evidente un buen acuerdo entre los gráficos teóricos y los puntos experimentales. Cabe resaltar que no se realiza ningún procedimiento de ajuste. Por lo cual, estos resultados refuerzan la validez del modelo teórico desarrollado en la sección 4.3 para describir los patrones de speckle 1D generados por difusores de tres niveles de fase implementados en nuestro PMM.

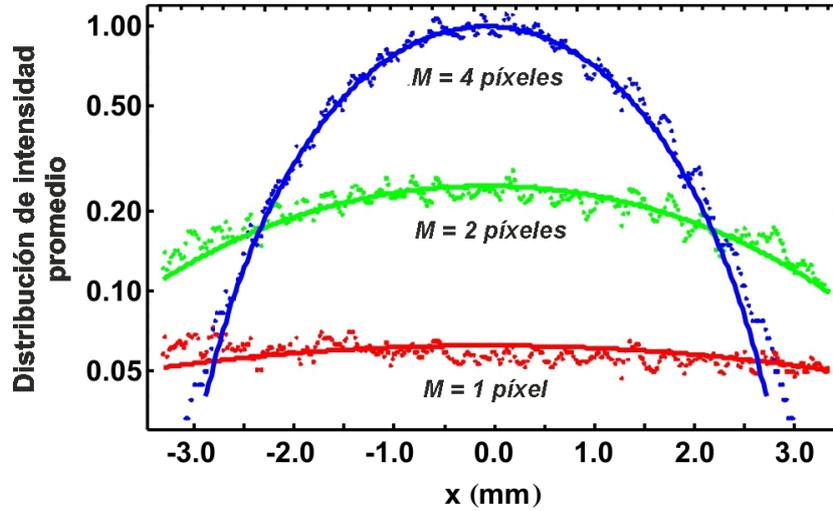


Figura 4.13: Perfiles de línea de las distribuciones de intensidad promedio indicados en la Figura 4.12.

Los resultados de este análisis permiten destacar que el macro-píxel proporciona una herramienta para controlar la distribución de la intensidad media de los patrones de speckle generados, sin cambiar la estadística de segundo orden.

## 4.6. Conclusiones

Se desarrollaron campos de speckle unidimensionales con características controlables empleando como difusor, un LC-SLM en configuración de fase. La calibración de este modulador mostró un máximo corrimiento de fase de  $1.38\pi$  con un 5% de amplitud acoplada y un comportamiento anamórfico.

Un diseño apropiado de los difusores permitió obtener patrones de speckle con comportamiento gaussiano, a través de la selección inteligente de los tres niveles de fase del difusor de tal forma que el orden cero fuera mínimo. De esta manera, se implementan los difusores 1D con una distribución uniforme de los tres niveles de gris determinados, a lo largo de la dirección isomorfa del LC-SLM. Estos difusores permiten controlar la distribución de intensidad promedio mediante el tamaño del macro-píxel y la independencia estadística entre los patrones generados por medio de los difusores estadísticamente independientes desplegados tan rápido como el LC-SLM pueda ser renovado. Mientras que el tamaño transversal del speckle fue controlado ajustando el ancho variable de la abertura en el montaje experimental.

Se desarrolló un modelo teórico para describir los patrones de speckle generados por los difusores de tres niveles de fase implementados en el LC-SLM. Este modelo permite simular las estadísticas de primer y segundo orden, aún con la despolarización introducida por el LC-SLM. Además, se calculó la distribución de intensidad promedio. Los resultados de este modelo tuvieron buen acuerdo con los resultados experimentales.

Es de destacar que el uso de las funciones programables en tiempo real de los LC-SLMs permite superar las limitaciones de los difusores de vidrio esmerilado, tales como: el desplazamiento mecánico o su sustitución para cambiar las propiedades del patrón de speckle.

Se demostró que tres niveles de fase son suficientes para conformar difusores que generen campos de speckle gaussianos. De hecho, los LC-SLMs abren la posibilidad de obtener campos de speckle a medida obtenidos a partir de difusores específicamente diseñados. En particular, estos resultados presentan la utilización de los LC-SLMs de bajo costo como una herramienta fiable para obtener campos de speckle gaussianos unidimensionales. En ese mismo sentido, los LC-SLMs con alto desempeño pero con una modulación de fase reducida para longitudes de onda en el infrarrojo, se benefician del estudio realizado en este capítulo.

En aplicaciones en las que el aumento de la intensidad o el control del ancho de banda mejoran su rendimiento, el control de la distribución de intensidad promedio del patrón de speckle generado, puede resultar beneficioso.

Por ejemplo, en aplicaciones de atrapamiento óptico G. Volpe [4.25], mostró que el movimiento de partículas en un patrón de speckle estático depende de las fuerzas ópticas, el cual es proporcional a los gradientes de intensidad de los patrones de speckle. La partícula se difunde libremente cuando estas fuerzas son relativamente bajas. En cuanto las fuerzas incrementan, la partícula es metaestablemente atrapada en los granos de speckle.

En otro ejemplo, en sistemas de encriptación óptica, los cuales usan difusores como máscaras aleatorias de fase, la pérdida de información en la imagen recuperada puede evitarse si la rugosidad de la máscara de fase aleatoria es apropiadamente ajustada de manera que toda la información encriptada se localice en el área de registro del sistema.

# Bibliografía

- [4.1] J. W. Goodman. *Speckle phenomena in optics: theory and applications*. Colorado: Roberts & Company, 2007.
- [4.2] J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Springer-Verlag, 1975.
- [4.3] H. J. Rabal and R. A. Braga Jr. *Dynamic laser speckle and applications*. CRC Press, 2008.
- [4.4] R. S. Sirohi. *Speckle metrology*. New York: Marcel Dekker, 1993.
- [4.5] [http://www.thorlabs.com/newgrouppage9\\_pf.cfm?objectgroup\\_id=1660](http://www.thorlabs.com/newgrouppage9_pf.cfm?objectgroup_id=1660).
- [4.6] X. G. Xu, S. O. Konorov, J. W. Hepburn, and V. Milner. Noise autocorrelation spectroscopy with coherent raman scattering. *Nat. Phys.*, 4(2):125–129, 2008.
- [4.7] P. J. Wrzesinski, H. Li, D. A. Harris, B. Xu, V. V. Lozovoy, and M. Dantus. Mode selective single-beam coherent anti-stokes raman scattering. In *Ultrafast Phenomena XVI*, pages 439–441. Springer, 2009.
- [4.8] A. Präkelt, M. Wollenhaupt, A. Assion, Ch. Horn, C. Sarpe-Tudoran, M. Winter, and T. Baumert. Compact, robust, and flexible setup for femtosecond pulse shaping. *Rev. Sci. Instrum.*, 74(11):4950–4953, 2003.
- [4.9] Jared Maxson, Hyeri Lee, Adam C Bartnik, Jacob Kiefer, and Ivan Bazarov. Adaptive electron beam shaping using a photoemission gun and spatial light modulator. *Physical Review Special Topics-Accelerators and Beams*, 18(2):023401, 2015.
- [4.10] Daniel J Higley, David G Winters, and Randy A Bartels. Two-dimensional spatial-frequency-modulated imaging through parallel acquisition of line images. *Optics letters*, 38(11):1763–1765, 2013.

- [4.11] J. M. Cordray. *Investigation of Liquid Crystal Spatial Light Modulators to Simulate Speckle Fields*. PhD thesis, University of Dayton, 2010.
- [4.12] Y. Bromberg and H. Cao. Generating non-rayleigh speckles with tailored intensity statistics. *Phys. Rev. Lett.*, 112(21):213904, 2014.
- [4.13] A. Dudley, R. Vasilyeu, V. Belyi, N. Khilo, P. Ropot, and A. Forbes. Controlling the evolution of nondiffracting speckle by complex amplitude modulation on a phase-only spatial light modulator. *Opt. Commun.*, 285(1):5–12, 2012.
- [4.14] L. Waller, G. Situ, and J. W. Fleischer. Phase-space measurement and coherence synthesis of optical beams. *Nat. Photonics*, 6(7):474–479, 2012.
- [4.15] C. Sun, L. Waller, D. V. Dylov, and J. W. Fleischer. Spectral dynamics of spatially incoherent modulation instability. *Phys. Rev. Lett.*, 108(26):263902, 2012.
- [4.16] H. Funamizu and J. Uozumi. Generation of fractal speckles by means of a spatial light modulator. *Opt. Express*, 15(12):7415–7422, 2007.
- [4.17] A. Hermerschmidt. Experimental modules covering imaging, diffraction, fourier optics and polarization based on a liquid-crystal cell slm. In *Education and Training in Optics and Photonics*, page EMA6. Optical Society of America, 2009.
- [4.18] C. Rickenstorff and AS. Ostrovsky. Measurement of the amplitude and phase modulation of a liquid crystal spatial light modulator. *Superficies y Vacío*, 23(S)(10):36–39, 2009.
- [4.19] A. Lizana, A. Márquez, L. Lobato, Y. Rodange, I. Moreno, C. Iemmi, and J. Campos. The minimum euclidean distance principle applied to improve the modulation diffraction efficiency in digitally controlled spatial light modulators. *Opt. Express*, 18(10):10581–10593, 2010.
- [4.20] A. Márquez, C. Iemmi, I. Moreno, J. Campos, and M. J. Yzuel. Anamorphic and spatial frequency dependent phase modulation on liquid crystal displays. optimization of the modulation diffraction efficiency. *Opt. Express*, 13(6):2111–2119, 2005.
- [4.21] D. Li, D. P. Kelly, R. Kirner, and J. T. Sheridan. Speckle orientation in paraxial optical systems. *Appl. Opt.*, 51(4):A1–A10, 2012.

- [4.22] M. Matsumoto and T. Nishimura. Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator. *ACM Trans. Model. Comput. Simul.*, 8(1):3–30, 1998.
- [4.23] K. Dev and A. Asundi. Mueller–stokes polarimetric characterization of transmissive liquid crystal spatial light modulator. *Opt. Lasers Eng.*, 50(4):599–607, 2012.
- [4.24] L. Leushacke and M. Kirchner. Three-dimensional correlation coefficient of speckle intensity for rectangular and circular apertures. *J. Opt. Soc. Am. A*, 7(5):827–832, 1990.
- [4.25] G. Volpe, G. Volpe, and S. Gigan. Brownian motion in a speckle light field: tunable anomalous diffusion and selective optical manipulation. *Scientific reports*, 4, 2014.

# Capítulo 5

## Campos de speckle bidimensionales

### 5.1. Introducción

En el capítulo anterior se generaron campos de speckle gaussianos unidimensionales con características controlables a través de un LC-SLM empleado como difusor. La implementación de difusores de tres niveles de fase unidimensionales sobre el LC-SLM hizo posible controlar la distribución de intensidad promedio y la independencia estadística entre los patrones de speckle generados. Mientras que la autocorrelación transversal de la intensidad es decir “el tamaño promedio del speckle” era controlado por una pupila física variable. Si fuese posible controlar de forma digital esta última característica, relacionada con la estadística de segundo orden, entonces todas las características de los patrones de speckle serían totalmente controlables de forma digital. Esto implicaría que los campos de speckle sean diseñados con las características deseadas según el requerimiento de cada aplicación.

En este capítulo se presenta un método original para generar experimentalmente campos de speckle gaussianos totalmente controlables de forma digital. Esto se consigue mediante la implementación de difusores binarios y pupilas sintéticas sobre un LC-SLM. En primer lugar se muestra cómo diseñar adecuadamente la pupila sintética y el difusor binario. La pupila sintética comprende una red de Ronchi de fase y el filtrado de sus órdenes de difracción. El difusor binario es desplegado dentro de una abertura definida sobre la red de Ronchi. Estos procesos implican elegir apropiadamente los niveles de gris, tanto del difusor como de la red de Ronchi de tal forma que sus órdenes cero sean mínimos. En segundo término se verifica el diseño apropiado de la pupila sintética y se

comparan los resultados experimentales obtenidos con la pupila sintética y la pupila física cuando estas actúan sobre los difusores binarios implementados en el LC-SLM. Por último, se caracterizan los patrones de speckle generados evaluando sus estadísticas de primer orden y segundo orden.

## 5.2. Generación experimental de campos de speckle bidimensionales

Para obtener campos de speckle gaussianos es necesario diseñar adecuadamente tanto el difusor como la pupila sintética. Esta última comprende dos procesos: el diseño de una red de Ronchi con una abertura definida dentro de esta y un adecuado filtrado de sus órdenes de difracción distintos de cero. Esto implica una apropiada selección de los niveles de gris de la red de Ronchi de tal forma que casi toda la luz transmitida sea enviada a sus órdenes de difracción superiores, los cuales posteriormente son filtrados. Es de resaltar que en este trabajo se emplea una red de Ronchi en el diseño de la pupila sintética debido al comportamiento anamórfico del LC-SLM estudiado en la sección 3.7.3, esto asegura un mejor rendimiento en comparación con el arreglo “tablero de ajedrez” empleado en algunos trabajos reportados en las referencias [5.1, 5.2]. Por otro lado, el diseño del difusor binario desplegado dentro de la abertura de la pupila sintética comprende una adecuada selección de sus niveles de gris, de tal forma que se genere un patrón de speckle con un orden cero minimizado. Como resultado de estos dos procesos, el tamaño promedio transversal del speckle, la independencia estadística entre los patrones de speckle generados y la distribución de intensidad promedio pueden ser dinámicamente controlados.

A continuación se presenta el arreglo experimental empleado para la generación de campos de speckle gaussianos.

### 5.2.1. Arreglo experimental

Para la generación de speckles bidimensionales se emplea el arreglo experimental que se presenta en la Figura 5.1. Un haz proveniente de un láser de longitud de onda  $\lambda = 532nm$  es filtrado y colimado por un filtro espacial  $SF$  y una lente  $L_1$ . Este haz incide sobre el modulador en régimen de fase PMM, compuesto por un polarizador  $P$ , un  $LC - SLM$ , una lámina de cuarto de onda  $\frac{\lambda}{4}$  y un analizador  $A$ . Inmediatamente después del PMM se acopla un sistema  $4f$  formado por dos lentes  $L_2$  y  $L_3$  de distancia focal  $200mm$  y  $100mm$ , respectivamente. En el plano de Fourier de la lente  $L_2$ , se sitúa un filtro  $F$  (iris), y en el plano focal de la lente  $L_3$  se encuentra la imagen del campo en el plano

del LC-SLM. A una distancia  $z$  posterior a este plano se registra el campo de speckle resultante con una cámara Thorlabs CMOS DCC1545M.

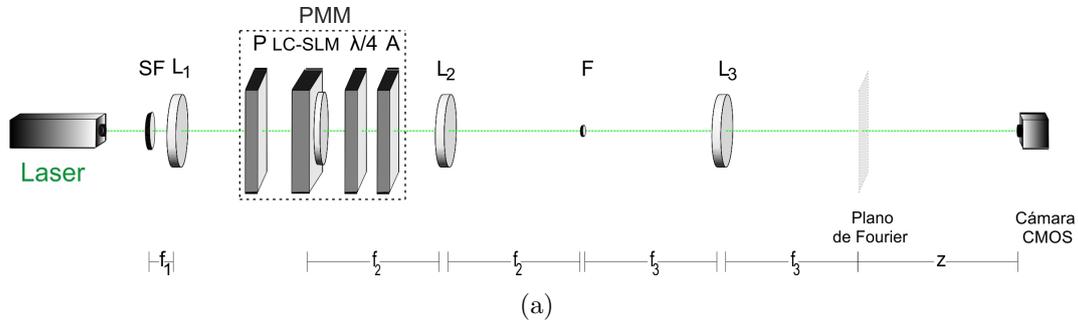


Figura 5.1: a. Esquema representativo del arreglo experimental  $SF$ : filtro espacial;  $L_1$ : lente colimadora;  $L_2$  y  $L_3$ : lentes del sistema  $4f$ ;  $F$ : Filtro (iris); PMM: Modulador en régimen de fase compuesto por  $P$ : polarizador;  $LC - SLM$ : modulador espacial de luz de cristal líquido;  $\frac{\lambda}{4}$ : lámina de cuarto de onda;  $A$ : analizador. b. Foto del arreglo experimental implementado en el laboratorio.

Para optimizar la respuesta del LC-SLM con el fin obtener difusores de dos niveles de fase se establecieron los ángulos  $14^\circ(P)$ ,  $128^\circ(A)$  y  $67^\circ(\frac{\lambda}{4})$  para el polarizador, analizador y lámina de cuarto de onda, respectivamente. La respuesta experimental del PMM se mide de acuerdo al procedimiento establecido en la sección 3.7.2. A partir de esta respuesta, el algoritmo de minimización del estimador  $E$  de la Ecuación 3.6 con  $N=2$ , determinó los dos niveles de gris que se muestran en la Tabla 5.1 y un  $E = 1.8 \times 10^{-6}$ . Para cada valor de fase y amplitud el valor entre paréntesis representa el error en la medida.

En la Figura 5.2 se muestra la respuesta experimental del PMM, los niveles de gris seleccionados por el algoritmo y el valor de  $\Delta NG$  que determina el intervalo de confianza de la medida.

Tabla 5.1: Niveles de gris hallados por el algoritmo de minimización del estimador E.

NG	$\Delta NG$	Amplitud	Fase ( $\pi$ )
96	$\pm 18$	0.96 (0.02)	1.24 (0.06)
215	$\pm 4$	0.98 (0.02)	0.24 (0.06)

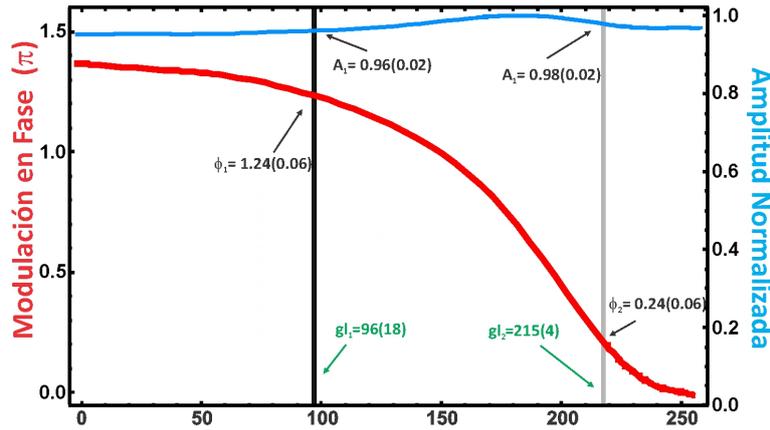


Figura 5.2: Respuesta experimental del modulador en régimen de fase.

De estos resultados se determinó un máximo corrimiento de fase de  $1.37\pi$  con un 5% de amplitud acoplada. Es claro que nuestro PMM no cumple con los requerimientos para generar campos de speckle gaussianos [5.3] como se demostró en el capítulo anterior. Adicionalmente a este resultado, nuestro LC-SLM presenta un comportamiento anamórfico [5.4, 5.5], es decir, que depende fuertemente de la orientación y frecuencia espacial de la imagen desplegada sobre él. Por lo cual, la medida de la modulación en fase y amplitud obtenidas experimentalmente están dentro del límite de frecuencia baja [5.6] y sirve sólo como guía para la apropiada selección de los niveles de fase a implementar en el difusor y la pupila sintética. Es decir, en los casos donde se envíen elementos bidimensionales al LC-SLM es necesario desarrollar un nuevo método para la generación de los campos de speckle gaussianos.

A continuación se presentan los dos procesos involucrados en la generación de campos de speckle gaussianos.

### 5.2.2. Diseño del difusor

Para superar las limitaciones de nuestro PMM, en el capítulo anterior se estableció una estrategia para la generación de campos de speckle gaussianos

mediante la implementación de difusores discretizados. Una apropiada selección de los niveles de fase igualmente espaciados entre 0 y  $2\pi$  con casi la misma amplitud empleados en el diseño del difusor hizo posible cumplir este propósito. En ese sentido para diseñar el difusor binario bidimensional es necesario elegir sus niveles de gris de forma que se minimice su orden cero de difracción. El orden cero depende de la adicción coherente de todas las contribuciones en el plano del difusor pero no depende de la distribución espacial de sus componentes. Por lo tanto, para elegir los dos niveles de gris que cumplan con los requerimientos mencionados se envía al LC-SLM un arreglo “tablero de ajedrez”. Esto es, minimizar el orden cero de difracción del difusor es equivalente a minimizar el orden cero de difracción de un “tablero de ajedrez”.

En este caso, las celdas básicas del “tablero de ajedrez” están definidas en términos de los macro-píxeles que en el caso bidimensional se definen como: píxeles adyacentes que forman un cuadrado y comparten el mismo nivel de gris, ver Figura 5.3. En esta figura  $M$  es el tamaño del macro-píxel (conformado por  $M^2$  píxeles),  $N$  representa el número de macro-píxeles que contribuyen al campo y  $P_p$  es el tamaño de píxel del LC-2002.

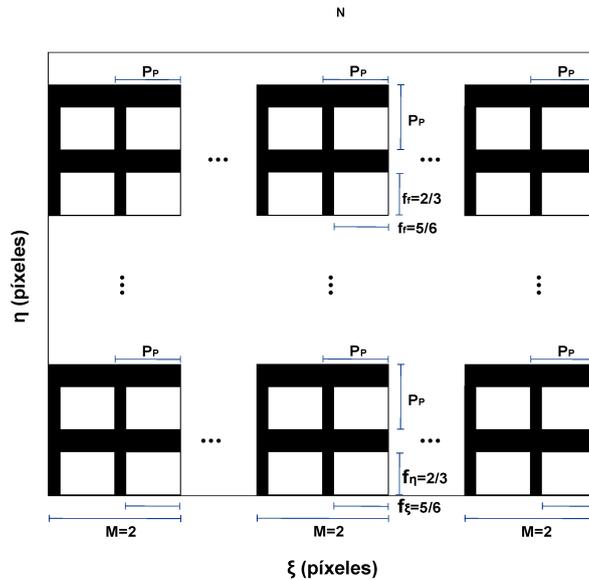


Figura 5.3: Representación esquemática del macro-píxel bidimensional.

Los “tableros de ajedrez” que se envían al LC-2002 están compuestos de macro-píxeles de 5 píxeles de lado y fueron generados con un nivel de gris  $NG_1$  variando entre 210 y 255 y un segundo nivel de gris  $NG_2$  que varía en el rango de 0 a 255. Es de notar que el primer rango fue seleccionado tomando en cuenta la respuesta experimental del PMM. Para cada “tablero de ajedrez” se mide la

intensidad del orden cero y a partir del análisis del conjunto de datos obtenidos, se determina los valores de niveles de gris a emplear en el difusor. En la Figura 5.4 se muestra la matriz de órdenes cero obtenida en el rango de confianza. El rango de niveles de gris en los dos ejes se restringen para observar de forma detallada el comportamiento del modulador. La intersección de las líneas a trazos naranjas indican el par de niveles de gris que producen el mínimo de intensidad del orden cero.

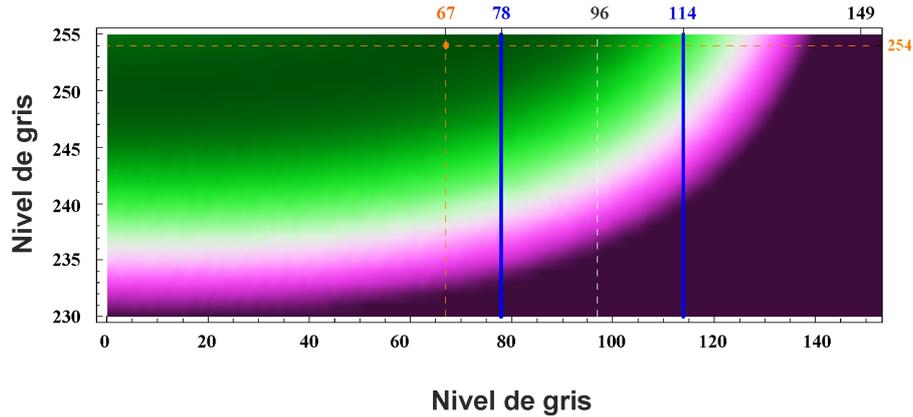


Figura 5.4: Representación de la matriz de órdenes cero en el rango de confianza para “tableros de ajedrez” compuestos de macro-píxeles de 5 píxeles de lado.

Como resultado de este proceso se obtienen los niveles de gris:  $NG_1 = 254$  y  $NG_2 = 67$  que minimizan la aparición del orden cero.

### 5.2.3. Diseño de la pupila sintética

Como se mencionó antes, este proceso se lleva a cabo en dos etapas: El diseño de la red de Ronchi y un proceso de filtrado.

#### 5.2.3.1. Diseño de la red de Ronchi

Para diseñar adecuadamente la red de Ronchi a emplear en la pupila sintética se debe tener en cuenta las siguientes consideraciones: que sus órdenes de difracción se localicen fuera de la distribución espectral del macro-píxel y que sus niveles de gris minimicen el orden cero de difracción. De este modo se asegura que los órdenes de difracción de la red no alteren el patrón de speckle. En ese sentido, se envían al LC-SLM redes de Ronchi de período 2 píxeles en la dirección isomorfa del modulador conocida previamente (capítulo 3, sección 3.7.3). A pesar de que la red es implementada en la dirección isomorfa del LC-2002 se debe recordar que el comportamiento anamórfico se presenta también

para períodos bajos, esto implica que para este período de red elegido, se debe también seleccionar de forma diferente sus niveles de gris. En ese sentido, se llevó a cabo un procedimiento similar al empleado con el “tablero de ajedrez”: un nivel de gris de la red  $NG_1$  varía entre 210 y 255 mientras que el otro nivel de gris lo hace entre 0 y 255. Para cada red de Ronchi desplegada en el LC-SLM, se mide la intensidad del orden cero de difracción y a partir del análisis desarrollado de las mediciones realizadas, se encontró que los niveles de gris  $NG_1=243$  y  $NG_2=135$  minimizan el orden cero de difracción. En la Figura 5.4 se representa este resultado en una matriz de órdenes cero en el rango de confianza. El rango de niveles de gris en el eje horizontal se restringe a (0,150) para observar en forma detallada el comportamiento del modulador. La intersección de las líneas a trazos naranjas indican el par de niveles de gris que producen el mínimo de intensidad del orden cero.

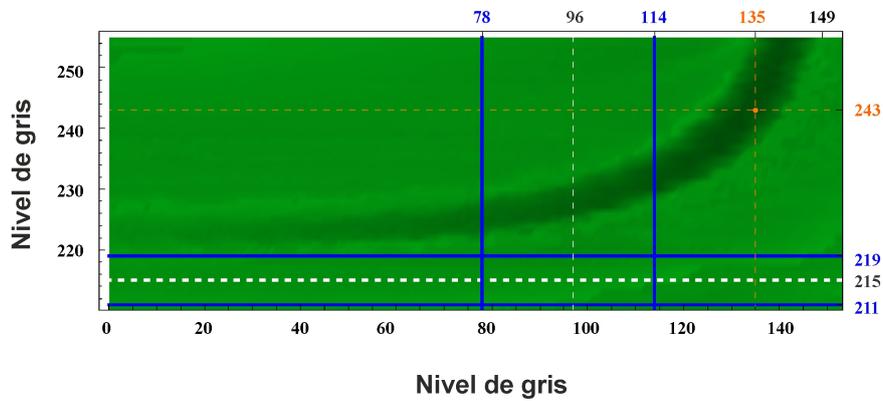


Figura 5.5: Representación de la matriz de órdenes cero en el rango de confianza para redes binarias de periodo 2 píxeles desplegadas en la dirección horizontal.

Es de notar que como consecuencia del comportamiento anamórfico estos niveles de gris son diferentes a los dos niveles de gris del difusor.

Una vez encontrados los niveles de gris de la red de Ronchi, el diseño de la máscara de fase se completa definiendo una abertura circular dentro de la red de Ronchi. Téngase en cuenta que el diámetro de la abertura determina la cantidad de luz transmitida por el sistema óptico como normalmente lo hace la pupila física.

### 5.2.3.2. Proceso de filtrado

Para finalizar el diseño de la pupila sintética se realizó un proceso de filtrado. Este consiste en fijar el diámetro del filtro  $F$  de la Figura 5.1 de tal forma que

el orden cero de la red de Ronchi se transmite mientras que los órdenes de difracción superiores se filtran. Para establecer de forma adecuada el diámetro del filtro  $F$ , se debe tener en cuenta que cuando se implemente la pupila sintética sobre el modulador, todos los órdenes de difracción de la red y el difusor se localizan en el plano de Fourier de la lente  $L_2$ . Para asegurar que sólo el orden cero de la red y la distribución espectral del difusor se transmitan en conjunto, el diámetro del iris se debe fijar a  $\Delta y = (2\lambda f_2)/(MP_p) \approx 2.7mm$ , el cual corresponde al ancho del máximo central.

### 5.3. Comparación entre la pupila física y la pupila sintética

A continuación se analiza el funcionamiento de la pupila sintética diseñada. Para lo cual se despliega un difusor binario dentro de la abertura de la máscara de fase de la red de Ronchi 5.6 (a) y se observa su correspondiente imagen desenfocada 5.6 (b) obtenida en un plano cercano al plano de Fourier de la lente  $L_3$  (ver Figura 5.1). Debe señalarse que esta imagen está fuera del plano focal de la lente  $L_3$  y por tanto sus frecuencias altas son naturalmente filtradas. De esta forma, la modulación de fase puede ser visualizada con nuestra cámara CMOS.

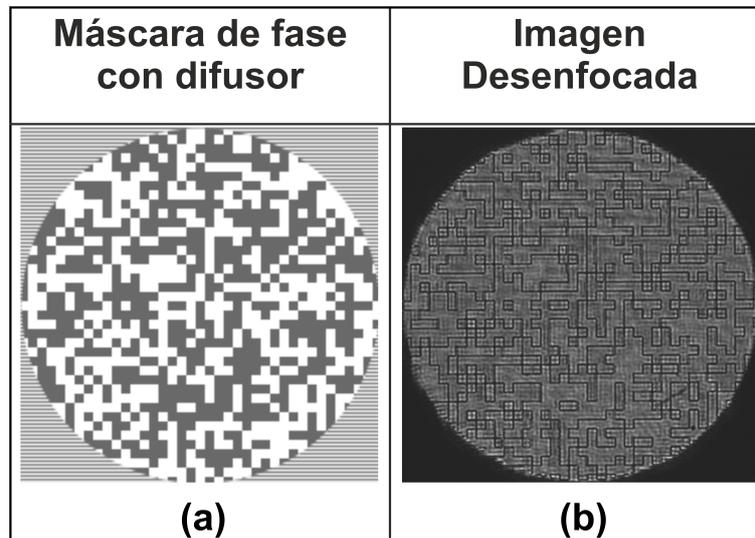


Figura 5.6: Diseño de la pupila sintética. a. Imagen del difusor binario, dentro de la máscara de fase de la red de Ronchi, desplegado en el LC-SLM. b. Imagen desenfocada correspondiente a la Figura. 5.6 (a), obtenida en un plano cercano al plano focal de la lente  $L_3$ .

La imagen de la Figura 5.6 (b) está compuesta del orden cero de la red de Ronchi y del difusor. En la Figura 5.6 se observa que la región alrededor del difusor no transmite la luz incidente y que la información del difusor a la salida del sistema  $4f$  no se encuentra alterada. Con lo cual se puede decir que el orden cero está minimizado, sus órdenes superiores filtrados y esto implica que la pupila sintética controla la cantidad de luz que deja pasar al sistema de forma equivalente a una pupila física.

Para realizar una comparación entre la pupila física y la pupila sintética se alinean las pupilas cuidadosamente empleando fases helicoidales [5.7]. Una vez que las pupilas se encuentren alineadas, se envía al LC-SLM un mismo difusor y por propagación libre se observa a una distancia  $z$  el resultado obtenido cuando actúa sobre este, la pupila física 5.7 (a) o la pupila sintética 5.7 (c).

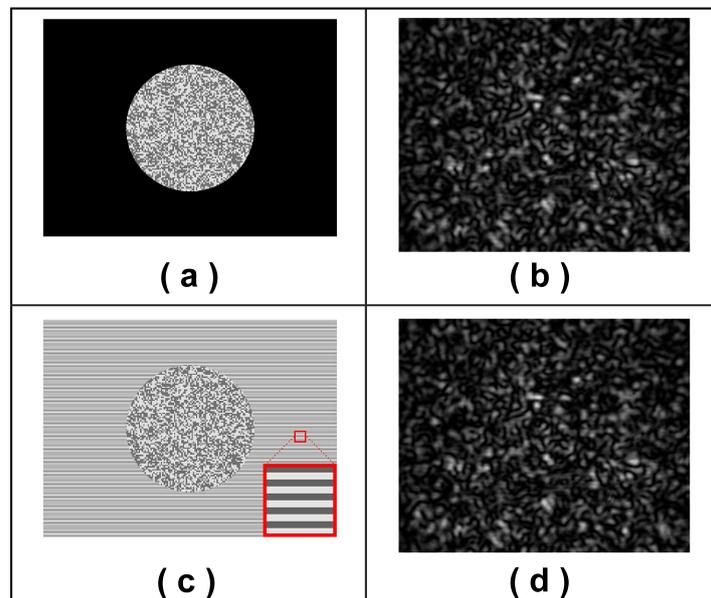


Figura 5.7: a. Pupila física. b. Imagen experimental del patrón de speckle correspondiente a la pupila física. c. Pupila sintética. El recuadro muestra una región ampliada de la red de Ronchi. d. Imagen experimental del patrón de speckle correspondiente a la pupila sintética.

En el caso de la pupila física la cual es posicionada en frente del PMM, el iris  $F$  en el sistema  $4f$  es removido del arreglo experimental 5.1. Esta pupila naturalmente permite el paso del difusor desplegado en el LC-SLM. En el caso de la pupila sintética, el iris en el plano de filtrado del sistema  $4f$  permanece en el arreglo experimental y la pupila física se mantiene en el sistema pero se

asegura que no actúe sobre el difusor.

Las Figuras 5.7(b) y 5.7(d) muestran las imágenes de los patrones de speckle obtenidos con las pupilas de las Figuras 5.7(a) y 5.7(c), respectivamente. Se observa que en ambos casos, las imágenes de los patrones de speckle son muy similares. Con el fin de determinar el grado de correlación existente entre estos patrones de speckle, se fija el mismo diámetro en la abertura de la pupila física y la pupila sintética y se calcula el coeficiente de correlación entre los patrones de speckle para el mismo difusor. Este proceso se repite para diez difusores estadísticamente independientes y se obtiene el coeficiente de correlación promedio. Después, el diámetro de la abertura se cambia en las pupilas y se repite todo el proceso nuevamente para otros dos diámetros diferentes. Los resultados de este proceso para los diámetros de abertura  $6\text{mm}$ ,  $8\text{mm}$  y  $10\text{mm}$  se muestran en la Figura 5.8. Con este estudio se determinaron los coeficientes de correlación promedio :  $96.98 \pm 0.03$ ,  $97.36 \pm 0.02$ ,  $98.18 \pm 0.05$  para los diámetros  $6\text{mm}$ ,  $8\text{mm}$  y  $10\text{mm}$ , respectivamente. Es de resaltar que los coeficientes de correlación son muy altos y sus variaciones son muy pequeñas en función del diámetro de la pupila. Esto implica que una pupila sintética genera patrones casi idénticos a los obtenidos con una pupila física de las mismas características. Por tanto, esto significa que es posible controlar digitalmente el tamaño promedio del speckle dependiendo del diámetro de la abertura de la pupila sintética. Por otra parte, es de destacar que la forma de abertura de la pupila sintética puede ser definida de acuerdo con la aplicación requerida. Cabe destacar que estos resultados son consecuencia de la selección minuciosa de los dos pares de niveles de gris empleados en la red de Ronchi y el difusor.

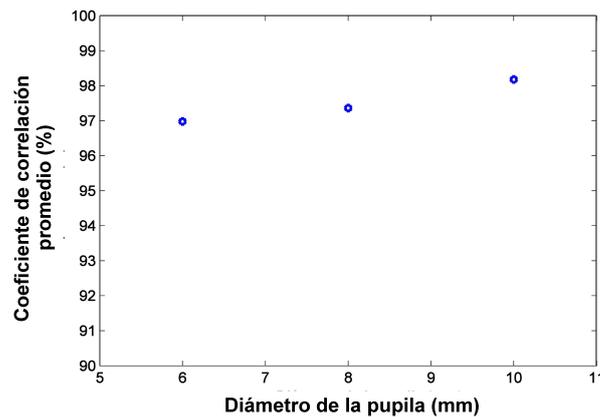


Figura 5.8: Coeficiente de correlación entre los patrones de speckle obtenidos con la pupila física y la pupila sintética.

De estos resultados es evidente que la pupila física puede ser reemplazada por la pupila sintética. Esto implica que la pupila física puede ser removida y ahora se generan patrones de speckle sin modificar mecánicamente ningún elemento del sistema óptico.

En el capítulo anterior se estableció que la independencia estadística entre los patrones de speckle generados es controlada por la distribución estadística de los difusores discretizados desplegados en el LC-SLM, mientras que la distribución de intensidad promedio es controlada mediante la rugosidad lateral manejada a su vez por el macro-píxel del difusor. La conjunción de estos resultados con la pupila sintética, nos conduce a lograr un control total de las características de los patrones de speckle. Es decir, se pueden generar campos de speckle a medida diseñando e implementando pupilas sintéticas y difusores sobre el LC-SLM. De acuerdo con la frecuencia de actualización que permite el LC-SLM y el sistema como un todo, este desarrollo permite llevar a cabo estudios dinámicos de patrones de speckle generados con un PMM.

## 5.4. Caracterización Estadística

A continuación se presenta una caracterización estadística de los patrones de speckle generados por difusores binarios y pupilas sintéticas.

### 5.4.1. Consideraciones previas

Para realizar una caracterización de los patrones de speckle generados por el PMM se llevaron a cabo una serie de experiencias en donde se implementan pupilas sintéticas y difusores binarios en el LC-SLM y por propagación libre se generan patrones de speckle a una distancia  $z = 1m$  a partir de la salida del sistema  $4f$ . Estos campos de speckle son registrados en la cámara CMOS, ver Figura 5.1. En estos experimentos se definen tres diámetros  $D$  de abertura en la pupila sintética:  $(6.02 \pm 0.03) \text{ mm}$ ,  $(8.06 \pm 0.03) \text{ mm}$  y  $(9.98 \pm 0.03) \text{ mm}$  para un macro-píxel de 5 píxeles. El error en la definición de la abertura se asume que es el píxel del LC-SLM expresado con solo una cifra significativa, en este caso  $0.03\text{mm}$ . Estos diámetros fueron establecidos teniendo en cuenta que el tamaño transversal del speckle fuera mayor a  $\frac{8}{\pi}$  píxeles de la cámara [5.8]. Este valor implica que cumplimos el teorema de muestreo de Nyquist. Una vez el difusor de fase discretizado a dos niveles fue implementado en el LC-SLM, se aseguró que ningún píxel de la cámara estuviera saturado en el registro de los patrones de speckle.

Para analizar estadísticamente los patrones de speckle obtenidos experimentalmente se evalúan la estadística de primer y segundo orden. En ese sentido, variando el difusor implementado en la pupila sintética se obtienen 1000 difusores estadísticamente independientes. Cada difusor fue generado usando la función *rand* de Matlab R2011b el cual emplea el generador de números pseudo aleatorios Mersenne twister [5.9]. Los patrones de speckle resultantes fueron respectivamente registrados y entonces la estadística de primer orden y segundo orden fueron evaluadas experimentalmente.

En el desarrollo experimental, las funciones de densidad de probabilidad de la intensidad total se obtienen promediando los histogramas en la región central ( $x \sim 0, y \sim 0$ ) de cada patrón de speckle y el promedio de la autocorrelación de la intensidad se calcula a partir de la transformada inversa de Fourier del módulo cuadrado de la transformada de Fourier de la intensidad, la cual es promediada sobre los 1000 patrones registrados.

#### 5.4.2. Resultados y Análisis

Los resultados experimentales obtenidos se presentan en la Figura 5.9. Las columnas muestran la variación en el diámetro de la abertura de la pupila sintética, este aumenta de izquierda a derecha. Cada fila muestra un patrón de speckle, la estadística de primer orden y un perfil de línea ( $\Delta y = 0$ ) de la estadística de segundo orden, respectivamente.

En las Figuras 5.9(a)-(c) se observa un patrón aleatorio de “granos” brillantes y oscuros similares a los resultados conocidos de la literatura [5.10, 5.11]. Además, se observa que el incremento en el diámetro de la abertura de la pupila sintética genera una disminución en el tamaño del speckle mientras la distribución de intensidad se mantiene constante debido a que el macro-píxel no varía.

Las Figuras 5.9(d)-(f) muestran la función de densidad de probabilidad experimental de la intensidad total. En estas figuras, se observa que todos los histogramas experimentales exhiben un comportamiento exponencial decreciente, esto implica que estos patrones de speckle satisfacen una estadística gaussiana a pesar de que algunos puntos de baja intensidad se desvían del comportamiento decreciente.

En las Figuras 5.9(g)-(i) se muestra los resultados del perfil de línea del promedio de la autocorrelación de la intensidad. En estas figuras, se observa un pico agudo característico. El ancho de los picos disminuye en la Figura 5.9 (a)-(c) conforme se incrementa el diámetro de la abertura. Es de notar que las curvaturas de los fondos observados en todas las autocorrelaciones son similares debido a que el macro-píxel no varía.

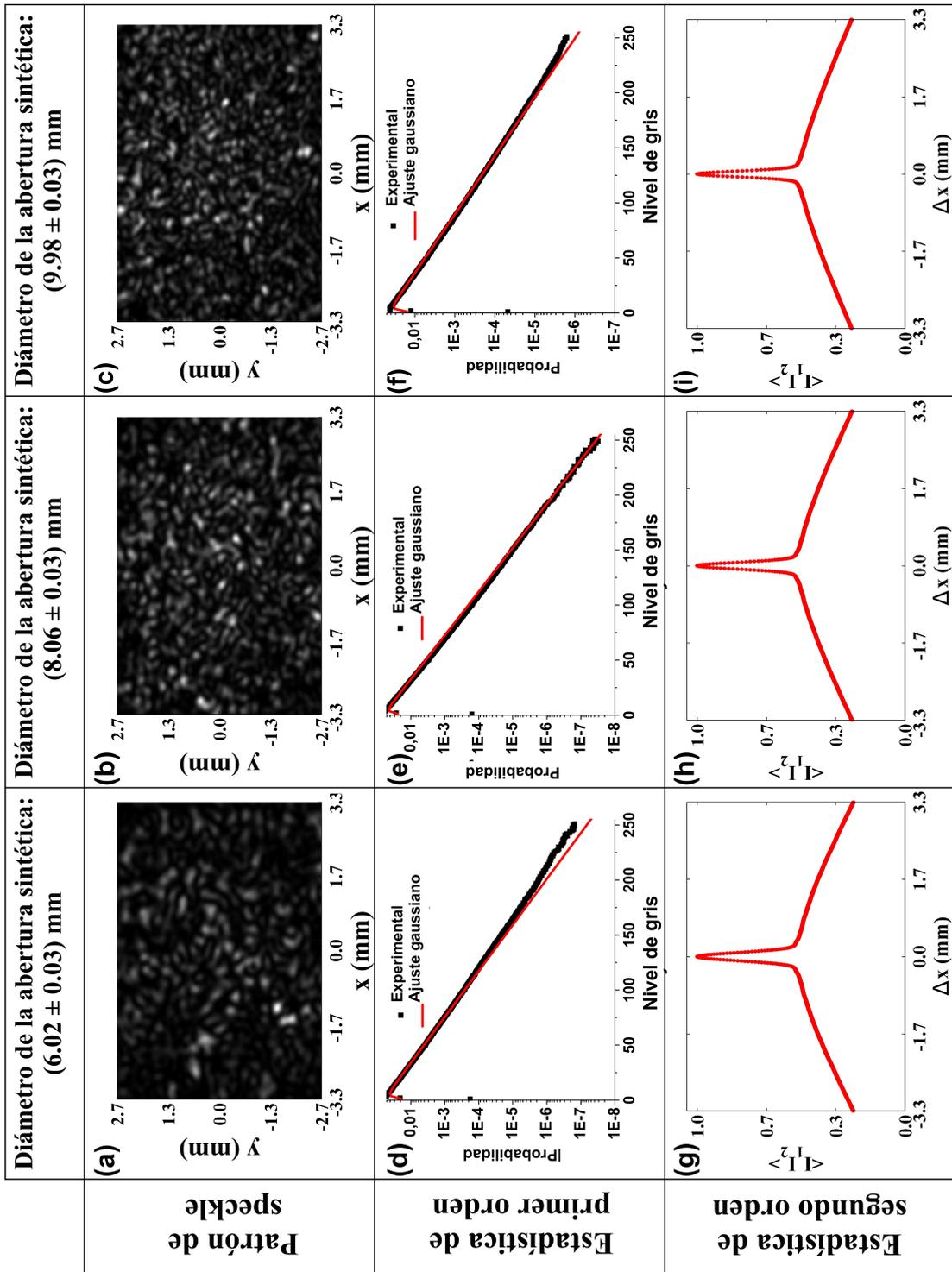


Figura 5.9: Resultados experimentales. Cada columna muestra un incremento en el diámetro de la abertura de la pupila sintética. Cada fila representa un patrón de speckle, la función de densidad de probabilidad de la intensidad total y un perfil de línea (para  $\Delta y = 0$ ) del promedio de la autocorrelación de la intensidad, respectivamente.

Como fue tratado en capítulos anteriores, un speckle gaussiano linealmente polarizado presenta una exponencial negativa en la función de densidad de probabilidad de la intensidad. Esta función es monótonamente decreciente conforme la intensidad se incrementa. Sin embargo, como se observa en las Figuras 5.9(d)-(f), hay un par de puntos experimentales, para valores bajos de intensidad que no son monótonos. Este efecto ya fue analizado en detalle en el capítulo anterior (sección 4.5.1). Al recordar que nuestra pupila sintética y difusor binario fueron diseñados para cumplir con los requisitos para generar un speckle gaussiano, tal como fue tratado en el caso de speckle unidimensionales, este comportamiento podría tener diferentes fuentes: la despolarización, submuestreo o un fondo coherente [5.11]. La última fuente se descarta debido al diseño cuidadoso de la pupila sintética y el difusor que asegura que no hay alteración en el patrón de speckle. El problema del submuestreo también se descarta debido a que nuestro tamaño de speckle es más grande que  $\frac{8}{\pi}$  píxeles de la cámara. Por lo tanto, se supone que lo observado es consecuencia de la despolarización. Bajo esta suposición, se ajustaron los datos experimentales con la Ecuación 2.24, obteniendo un coeficiente de ajuste promedio  $R^2$  de 0.96. Estos ajuste fueron representados en las Figuras 5.9(d)-(f) como líneas rojas continuas. A partir de los parámetros de ajuste se determina un grado de despolarización promedio de  $(80 \pm 1)\%$ , el cual está en concordancia con los valores reportados en [5.12] y en el capítulo anterior.

En relación con la función del promedio de la autocorrelación de la intensidad, la información acerca de la correlación lateral del difusor está contenida en la región que está fuera del pico central (teorema generalizado de Van Cittert-Zernike, capítulo 2 sección 2.5.3). En nuestro caso, el macro-píxel no cambia a lo largo de los experimentos, por lo tanto, estas regiones alrededor del pico central permanecen invariantes, 5.9(g)-(i). De la misma forma, como en el caso de los speckles 1D, cuando  $\Delta x \sim 0$  y  $\Delta y \sim 0$  la correlación lateral del difusor puede ser descartada y la autocorrelación de intensidad puede ser considerada estacionaria [5.13]. De hecho, tal como en el caso de speckles 1D, las mediciones del tamaño promedio de speckle transversal están realizadas en la región central de la función de autocorrelación, como se muestra a continuación.

Con el fin de analizar en detalle la estructura del pico de autocorrelación, la región alrededor de los picos centrales de los perfiles del promedio de las autocorrelaciones de la intensidad experimental 5.9(g)-(i), son representados por puntos en la Figura 5.8. La curva interna representa un diámetro de la abertura de la pupila sintética de  $9.98mm$ , la curva externa uno de  $6.02mm$  y la curva entre aquellas representa un diámetro de  $8.06mm$ .

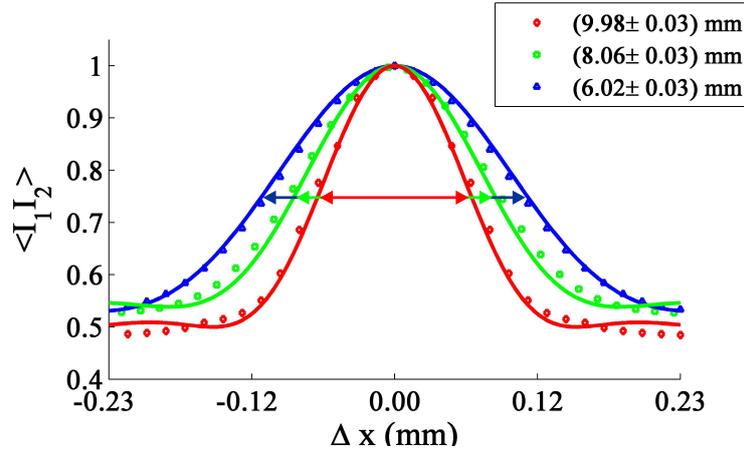


Figura 5.10: Picos del promedio de las autocorrelaciones de la intensidad para los tres diámetros de apertura indicados en la Figura 5.9.

En la Figura 5.10 se observa que un incremento en el diámetro de la apertura produce un decrecimiento en el pico de autocorrelación. Esto está en concordancia con los bien conocidos resultados para la autocorrelación de intensidad (Ecuación 2.40). Las curvas continuas obtenidas de la Ecuación 2.40 tienen en cuenta la magnificación del sistema  $4f$ , y son representadas en la Figura 5.10. Es evidente la correspondencia entre las curvas teóricas y los puntos experimentales. Tiene que hacerse hincapié en que no se realizó ningún procedimiento de ajuste.

A partir de la medición del ancho de la función de correlación transversal, se puede conocer el tamaño promedio del speckle (capítulo 2, sección 2.5.4). La dimensión transversal promedio del speckle puede ser estimada con base al ancho a mitad de altura del lóbulo central de la función  $R_I(\Delta x, \Delta y)$ , Ecuación 2.41. De esta expresión se determina los siguientes tamaños promedios transversal para cada diámetro de apertura establecida:

$$\begin{aligned}
 \delta_t &= (0.075 \pm 0.004)mm & \text{para} & \quad 9.98mm \\
 \delta_t &= (0.093 \pm 0.005)mm & \text{para} & \quad 8.06mm. \\
 \delta_t &= (0.124 \pm 0.006)mm & \text{para} & \quad 6.02mm
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

Estos valores están representados por flechas dentro de los picos centrales en la Figura 5.10. Es evidente que estos valores tiene una buena concordancia con los resultados experimentales.

Los resultados presentados confirman de nuevo que el speckle obtenido exhibe una estadística gaussiana.

## 5.5. Conclusiones

Se generaron experimentalmente campos de speckle gaussianos con características totalmente controlables de forma digital empleando un LC-SLM. Para lo cual pupilas sintéticas y difusores binarios fueron implementados sobre el LC-SLM. La pupila sintética diseñada comprende el desarrollo de dos procesos: el diseño de una red de Ronchi como máscara de fase y un proceso de filtrado. El difusor binario es desplegado dentro de una abertura proyectada en la máscara de fase. Estos diseños implican una óptima selección de los niveles de gris empleados tanto en la red de Ronchi cuanto en el difusor binario de tal forma que el orden cero de la contribución como un todo sea mínimo y por lo tanto que los campos de speckle sean gaussianos.

Se demostró que la pupila sintética diseñada produce patrones experimentales casi idénticos a los obtenidos con una pupila física de la mismas características. De esta forma el tamaño promedio del speckle puede ser controlado digitalmente dependiendo del diámetro de la abertura de la pupila sintética. También, se mostró que dos niveles de fase son suficientes para diseñar difusores con los cuales obtener campos de speckle experimentales que exhiben comportamiento gaussiano. Estos resultados experimentales que concuerdan con la bien conocida teoría de speckles permiten afirmar que los vidrios esmerilados y las pupilas físicas pueden ser remplazados por difusores binarios y pupilas sintéticas respectivamente.

En suma, el método propuesto permite obtener campos de speckle a medida ya que el tamaño del speckle, la distribución de la intensidad y la independencia estadística entre los patrones se controla digitalmente a partir del diseño e implementación sobre el LC-SLM del difusor y la pupila sintética. Asimismo, es plausible que el uso de las características programables en tiempo real de los LC-SLMs permite generar patrones de speckle de forma dinámica. Este método puede ser importante para mejorar procedimientos y optimizar el rendimiento de aquellas aplicaciones que utilicen patrones de speckle y el control de los mismos es un aspecto clave.

# Bibliografía

- [5.1] A. Dudley, R. Vasilyeu, V. Belyi, N. Khilo, P. Ropot, and A. Forbes. Controlling the evolution of nondiffracting speckle by complex amplitude modulation on a phase-only spatial light modulator. *Opt. Commun.*, 285(1):5–12, 2012.
- [5.2] A. S. Ostrovsky, C. Rickenstorff-Parrao, and V. Arrizón. Generation of the “perfect” optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator. *Opt. Lett.*, 38(4):534–536, 2013.
- [5.3] L. Cabezas, D. Amaya, N. Bolognini, and A. Lencina. One dimensional speckle fields generated by three phase level diffusers. *J. Opt.*, 17(2):025602, 2015.
- [5.4] A. Márquez, C. Iemmi, I. Moreno, J. Campos, and M. J. Yzuel. Anamorphic and spatial frequency dependent phase modulation on liquid crystal displays. optimization of the modulation diffraction efficiency. *Opt. Express*, 13(6):2111–2119, 2005.
- [5.5] A. Lizana, A. Márquez, L. Lobato, Y. Rodange, I. Moreno, C. Iemmi, and J. Campos. The minimum euclidean distance principle applied to improve the modulation diffraction efficiency in digitally controlled spatial light modulators. *Opt. Express*, 18(10):10581–10593, 2010.
- [5.6] I. Moreno, C. Iemmi, A. Márquez, J. Campos, and M. J. Yzuel. Modulation light efficiency of diffractive lenses displayed in a restricted phase-mostly modulation display. *Appl. Opt.*, 43(34):6278–6284, 2004.
- [5.7] A. Jesacher, A. Schwaighofer, S. Fürhapter, C. Maurer, S. Bernet, and M. Ritsch-Marte. Wavefront correction of spatial light modulators using an optical vortex image. *Opt. Express*, 15(9):5801–5808, 2007.
- [5.8] D. Li, D. P. Kelly, R. Kirner, and J. T. Sheridan. Speckle orientation in paraxial optical systems. *Appl. Opt.*, 51(4):A1–A10, 2012.

- [5.9] M. Matsumoto and T. Nishimura. Mersenne twister: a 623-dimensionally equidistributed uniform pseudo-random number generator. *ACM Trans. Model. Comput. Simul.*, 8(1):3–30, 1998.
- [5.10] J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Springer-Verlag, 1975.
- [5.11] J. W. Goodman. *Speckle phenomena in optics: theory and applications*. Colorado: Roberts & Company, 2007.
- [5.12] K. Dev and A. Asundi. Mueller–stokes polarimetric characterization of transmissive liquid crystal spatial light modulator. *Opt. Lasers Eng.*, 50(4):599–607, 2012.
- [5.13] L. Leushacke and M. Kirchner. Three-dimensional correlation coefficient of speckle intensity for rectangular and circular apertures. *J. Opt. Soc. Am. A*, 7(5):827–832, 1990.

# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajos futuros

La mayoría de objetos en el mundo real son rugosos en la escala de una longitud de onda, es por esa razón que el fenómeno de speckle usualmente aparece en óptica. Si bien se lo considera una fuente de ruido, existe aplicaciones específicas en las cuales se utilizan sus propiedades ventajosamente. En ese contexto el trabajo realizado en esta tesis, estuvo enfocado en la generación de patrones de speckle gaussianos unidimensionales y bidimensionales con características totalmente controlables de forma digital mediante un modulador espacial de luz de cristal líquido.

En el caso de los speckles unidimensionales se desarrolló un modelo para simular la estadística de primer y segundo orden de estos campos y para reforzar y enriquecer la interpretación de los resultados experimentales obtenidos. En el caso de los speckles bidimensionales todos los resultados experimentales son analizados y discutidos en base a la bien conocida teoría de speckles.

Estos estudios dieron lugar a avances tanto en aspectos básicos como aplicados y a continuación se sintetizan los resultados más significativos y se bosquejan algunas de las extensiones del trabajo realizado:

- En primer lugar, se estudió el SLM como herramienta para obtener campos de speckle. El SLM HOLOEYE LC-2002 en configuración de fase presentó una respuesta no lineal en fase, una modulación en fase menor a  $2\pi$ , un acoplamiento entre la modulación de fase y amplitud y un comportamiento anamórfico que condujeron a un deterioro de la calidad de los campos obtenidos a través de la aparición de efectos no deseados tales como: presencia de orden cero, baja eficiencia de difracción o un comportamiento no gaussiano. La respuesta en fase y amplitud obtenida de la

calibración experimental, permitió determinar que en nuestro modulador se pueden implementar difusores con un máximo de tres niveles de gris, de tal forma que se genere un speckle gaussiano. En ese sentido, para implementar difusores con niveles de fase discretos, se desarrolló un método para optimizar la selección de niveles de fase y de esta forma superar las limitaciones que presentan estos dispositivos. Es así que, una apropiada caracterización y calibración del modulador espacial de luz empleado junto a una estrategia adecuada para el diseño de los difusores permitió obtener los campos de speckle sin orden cero y que obedecen a un comportamiento gaussiano [6.1, 6.2].

- En base a los estudios anteriores, se desarrollaron campos de speckle gaussianos unidimensionales con características controlables empleando como difusor, un LC-SLM en configuración de fase [6.3]. Es importante resaltar que tres niveles de fase fueron suficientes para conformar los difusores unidimensionales. Con ello se hizo posible controlar la independencia estadística entre los patrones generados por medio de la distribución estadística de los difusores discretos y la distribución de intensidad promedio mediante el tamaño del macro-píxel. Mientras que el tamaño transversal del speckle era controlado por una pupila física variable. Adicionalmente a estos resultados y para describir los patrones de speckle generados por los difusores de tres niveles de fase implementados en el LC-SLM, se desarrolló un modelo que permitió simular correctamente las estadísticas de primer y segundo orden, así como calcular la distribución de intensidad promedio. Los resultados simulados a partir del modelo replican los experimentales, y ambos están en concordancia con la bien conocida teoría de speckle.
- Una vez establecido el proceso para generar campos de speckle gaussianos unidimensionales se implementó su extensión al caso bidimensional. El nuevo proceso debió contemplar cuidadosamente el comportamiento anamórfico que exhibe el LC-SLM cuando en él se configuran arreglos bidimensionales. Con este recaudo en consideración se desplegaron las pupilas sintéticas y los difusores binarios sobre el HOLOEYE LC-2002 [6.4]. La pupila sintética diseñada comprende el desarrollo de dos procesos: el diseño de una red de Ronchi como máscara de fase y un proceso de filtrado. El difusor binario es desplegado dentro de una abertura proyectada en la máscara de fase. Cabe notar que dos niveles de fase fueron suficientes para diseñar difusores con los cuales obtener campos de speckle experi-

mentales que exhiben comportamiento gaussiano. Estos diseños implican una óptima selección de los niveles de gris empleados tanto en la red de Ronchi como en el difusor binario de tal forma que el orden cero de la contribución como un todo fuera mínimo y por lo tanto que los campos de speckle fueran gaussianos. En este caso las pupilas sintéticas adicionan a los desarrollos obtenidos con los difusores (speckle unidimensional) un control digital del tamaño transversal del speckle mediante el tamaño de la abertura de la pupila sintética. La conjunción de estos desarrollos ha permitido generar experimentalmente campos de speckle gaussianos bidimensionales con características totalmente controlables de forma digital empleando un LC-SLM.

- A partir de los desarrollos anteriores, los vidrios esmerilados y las pupilas físicas son reemplazados por difusores digitales y pupilas sintéticas, respectivamente.
- El método propuesto se basa en el control digital de: el tamaño promedio del speckle, la independencia estadística entre los patrones de speckle generados y la distribución de intensidad promedio y de esta manera obtener los campos de speckle a medida a partir del diseño e implementación de difusores y pupilas sintéticas sobre el LC-SLM.
- Uno de los logros que aporta este método radica en que la rugosidad lateral del difusor se puede controlar a través de la variación del tamaño del macro-píxel. De este modo la distribución de intensidad promedio de los patrones de speckle generados se puede manipular sin alterar la estadística de segundo orden. Por otro lado, la autocorrelación transversal de la intensidad, es decir el tamaño promedio del speckle se puede controlar digitalmente en función del tamaño de la abertura de la pupila sintética. Como consecuencia de este logro, al implementar pupilas sintéticas de diversas formas y tamaños en tiempo real, la forma de la abertura puede ser definida de acuerdo con la aplicación requerida.
- Es importante destacar que el uso de las características programables en tiempo real de los LC-SLMs genera patrones de speckle de forma dinámica. Además abre la oportunidad de utilizar LC-SLMs de bajo costo como una herramienta fiable para obtener campos de speckle gaussianos. En

ese mismo sentido, los LC-SLMs con alto desempeño pero con una modulación de fase reducida para longitudes de onda largas, se benefician del estudio realizado.

- En suma, el aporte de estos estudios radica en la posibilidad de generar campos speckle independientes y que sus propiedades estadísticas se puedan modificar sin desplazamiento mecánico o intercambio de los elementos ópticos en el sistema experimental. De esta forma, estos logros pueden ser importantes para mejorar procedimientos y optimizar el rendimiento de aquellas aplicaciones que utilicen patrones de speckle y el control de los mismos sea un aspecto clave.

## 6.1. Trabajos Futuros

Se prevé continuar y profundizar las líneas de investigación llevadas a cabo hasta el momento e incorporar nuevas tareas. A continuación se mencionan algunas de ellas:

El trabajo realizado en esta tesis brinda como resultado la generación de campos de speckle gaussianos experimentales con características totalmente controlables de forma digital mediante el empleo de LC-SLMs.

Vinculado a los resultados en la generación de speckles 1D por un modulador en régimen de fase se abre una rama de aplicaciones en aquellos casos que su uso permita mejorar o facilitar el procesamiento óptico 1D. Por ejemplo, en las técnicas de super-resolución [6.5, 6.6], donde una muestra se ilumina con varios patrones de speckle aleatorios, dicha muestra podría ser evaluada y caracterizada usando speckles 1D. Debido a que el mejoramiento en la resolución se manifiesta sólo en una dirección se podría realizar una comparación entre esta y su dirección perpendicular, la cual se mantiene como una imagen limitada por difracción y determinar el grado de mejoramiento en la calidad de la misma.

Otro ejemplo lo brinda el atrapamiento de átomos [6.7, 6.8], donde la utilización de patrones de speckle 1D, podría ser más adecuado en estas aplicaciones, que el empleo de patrones 2D.

En un aspecto más básico debe profundizarse el estudio de la autocorrelación longitudinal de intensidad de los speckle 1D y el análisis que lleve a la

obtención de una distribución de intensidad uniforme con un ancho de banda limitado, para lo cual se requiere de un ajuste controlado en la forma macro-píxel.

En relación a las distribuciones de speckle 2D abordadas en esta tesis se avanza en un modelo teórico que permite interpretar y simular situaciones reales.

En el análisis realizado en este trabajo no se consideró el rango de tamaños de macro-píxel donde se manifiesta el comportamiento anamórfico del LC-2002. En ese sentido, es necesario extender el estudio a partir de un análisis más riguroso de dicho comportamiento y que conduzca a superar las limitaciones que se presentan al enviar elementos bidimensionales al LC-SLM de periodos pequeños.

Un trabajo en realización muy importante se relaciona con lo que denominamos “aleatoriedad controlada”. Aunque son dos términos contradictorios en una sola frase, se refiere a la posibilidad de conocer la respuesta a priori del LC-SLM en configuración de fase a la entrada de un mapa de fase compuesto del difusor y la pupila sintética implementado en LC-SLM, sin necesidad de un montaje experimental. Los resultados en esta línea son promisorios ya que muestran un factor de correlación alto entre las imágenes obtenidas experimentalmente y las generadas con la simulación realizada. El alcance de esta investigación apunta a reemplazar el montaje experimental que da origen al patrón de speckle por elementos digitales que repliquen fielmente el proceso experimental. De este modo, las limitaciones inherentes en un arreglo experimental quedan superadas con este desarrollo. Esta investigación en progreso demanda todavía procesos que se deben ajustar para la consecución del objetivo propuesto.

Los resultados y el análisis a que se hizo referencia apuntan a replicar localmente la intensidad de un campo de speckle y estos estudios se pretende extenderlos a reproducir la fase de estos campos. Es evidente que los resultados de estas investigaciones favorecerían el desempeño de las distribuciones de speckle en aplicaciones tales como interferometría speckle, metrología óptica, encriptación óptica, pinzas ópticas, entre otras.

## 6.2. Lista de publicaciones

Algunos de los aspectos originales presentados en este trabajo de tesis fueron reportados en las siguientes publicaciones:

- L. Cabezas, D. Amaya, N. Bolognini and A. Lencina. One dimensional speckle fields generated by three phase level diffusers. *J. Opt.*, 17(2):025602, 2015.

- L. Cabezas, D. Amaya, N. Bolognini and A. Lencina. Speckle fields generated with binary diffusers and synthetic pupils implemented on a spatial light modulator, *Appl. Opt.*, 54(18):5691-5696, 2015.

Además se investigaron temas relacionados con el procesamiento óptico de la información, dando lugar a las siguientes publicaciones:

- L. Cabezas, M. Tebaldi, JF. Barrera, N. Bolognini and R. Torroba. Optical smart packaging to reduce transmitted information. *Opt. Express* 20: 158-163 ,2012.
- L. Cabezas, M. Tebaldi, JF. Barrera, N. Bolognini and R. Torroba. Image enhancement in multiplexed data by using phase gratings in theta modulation encrypting techniques, *Frontiers in Optics 2012/Laser Science XXVIII*, OSA Technical Digest (OSA), paper FW3A.11.
- L. Cabezas, M. Tebaldi and N. Bolognini. Phase object characterization by digital holographic microscopy. IONS-NA 7 Charlotte Conference, 2013.

# Bibliografía

- [6.1] J. W. Goodman. *Speckle phenomena in optics: theory and applications*. Colorado: Roberts & Company, 2007.
- [6.2] J. C. Dainty. *Laser speckle and related phenomena*. Springer-Verlag, 1975.
- [6.3] L. Cabezas, D. Amaya, N. Bolognini, and A. Lencina. One dimensional speckle fields generated by three phase level diffusers. *J. Opt.*, 17(2):025602, 2015.
- [6.4] L. Cabezas, D. Amaya, N. Bolognini, and A. Lencina. Speckle fields generated with binary diffusers and synthetic pupils implemented on a spatial light modulator. *Appl. Opt.*, 54(18):5691–5696, 2015.
- [6.5] E. Mudry, K. Belkebir, J. Girard, J. Savatier, E. Le Moal, C. Nicoletti, M. Allain, and A. Sentenac. Structured illumination microscopy using unknown speckle patterns. *Nat. Photonics*, 6(5):312–315, 2012.
- [6.6] D. Fixler, J. Garcia, Z. Zalevsky, A. Weiss, and M. Deutsch. Speckle random coding for 2d super resolving fluorescent microscopic imaging. *Micron*, 38(2):121–128, 2007.
- [6.7] N. Bilas and N. Pavloff. Anderson localization of elementary excitations in a one-dimensional bose-einstein condensate. *Eur. Phys. J. D*, 40(3):387–397, 2006.
- [6.8] M. Lewenstein, A. Sanpera, V. Ahufinger, B. Damski, A. Sen, and U. Sen. Ultracold atomic gases in optical lattices: mimicking condensed matter physics and beyond. *Adv. Phys.*, 56(2):243–379, 2007.

# Apéndice A

## Modelo teórico para speckle unidimensionales

El campo captado por la CMOS en el plano focal de la lente  $L_2$  está dado por:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikf_2}}{i\lambda f_2} e^{\frac{ik}{2f_2}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} U_0(\xi, \eta) e^{\frac{-i2\pi}{\lambda f_2}(\xi x + \eta y)} d\xi d\eta, \quad (\text{A.1})$$

donde  $U_0$  es el campo en el LC-SLM y es descrito por:

$$U_0(\xi, \eta) = \sum_{q=1}^N U_{Mpix}(\eta - \eta_q) A_q e^{i\phi_q} \text{rect}\left(\frac{\xi}{h_{pup}}\right), \quad (\text{A.2})$$

donde  $\text{rect}(x)$  es la función rectángulo,  $h_{pup}$  es la altura de la pupila  $S$ ,  $A_q$  y  $\phi_q$  son la amplitud y fase que aportan al campo cada macro-píxel,  $P_p$  es el tamaño de píxel del LC-2002,  $M$  es el tamaño del macro-píxel y  $\eta_q = 0, \pm MP_p, \pm 2MP_p, \dots, \pm \frac{N}{2}MP_p$ , si  $N$  es par y  $\eta_q = 0, \pm MP_p, \pm 2MP_p, \dots, \pm \frac{N-1}{2}MP_p$ , si  $N$  es impar. El número de macro-píxeles que contribuyen al campo está dado por  $N = \text{ceil}(\frac{w_{pup}}{MP_p})$ , donde  $w_{pup}$  es el ancho de la pupila  $S$ ,  $\text{ceil}(x)$  es una función que toma el número entero más cercano mayor que  $x$ .  $U_{Mpix}$  es la función que describe un macro-píxel, Ecuación 4.2.

Para obtener la transformada de Fourier del campo  $U_0$  se parte de la Ecuación

ción A.1

$$U(x, y) = \frac{e^{ikf_2}}{i\lambda f_2} e^{\frac{ik}{2f_2}(x^2+y^2)} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{\xi}{h_{pup}}\right) e^{\frac{-i2\pi}{\lambda f_2}\xi x} d\xi \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{q=1}^N U_{Mpix}(\eta - \eta_q) A_q e^{i\phi_q} e^{\frac{-i2\pi}{\lambda f_2}\eta y} d\eta. \quad (\text{A.3})$$

Realizando, un cambio de variables  $\eta_0 = \eta - \eta_q$ , la Ecuación A.3 se transforma en:

$$U(x, y) = \frac{e^{ikf_2}}{i\lambda f_2} e^{\frac{ik}{2f_2}(x^2+y^2)} \mathfrak{F}\left[\text{rect}\left(\frac{\xi}{h_{pup}}\right)\right] \left(\frac{x}{\lambda f_2}\right) \mathfrak{F}[U_{Mpix}(\eta_0)] \left(\frac{y}{\lambda f_2}\right) \sum_{q=1}^N A_q e^{i\phi_q} e^{\frac{-i2\pi}{\lambda f_2}\eta_q y}, \quad (\text{A.4})$$

donde  $\mathfrak{F}[x]$  es el operador de la transformada de Fourier.

Entonces, la intensidad del campo  $I(x, y) = |U(x, y)|^2$ , está dada por:

$$I(x, y) = \frac{1}{\lambda^2 f_2^2} \mathfrak{F}\left[\text{rect}\left(\frac{\xi}{h_{pup}}\right)\right]^2 \left(\frac{x}{\lambda f_2}\right) \mathfrak{F}[U_{Mpix}(\eta_0)]^2 \left(\frac{y}{\lambda f_2}\right) \left\{ \sum_{q=1}^N A_q^2 + 2 \sum_{q=2}^N \sum_{r=1}^{q-1} A_q A_r \cos\left[\frac{2\pi y}{\lambda f_2}(\eta_q - \eta_r) + (\phi_q - \phi_r)\right] \right\}. \quad (\text{A.5})$$

La amplitud acoplada  $A_q$  y la fase  $\phi_q$  de cada macro-píxel están distribuidos uniformemente sobre los tres niveles de gris seleccionados  $(A_q, \phi_q) = \{(A_1, \phi_1), (A_2, \phi_2), (A_3, \phi_3)\}$  para implementar en el difusor, en nuestro caso  $| \langle A_q e^{i\phi_q} \rangle | < 0.004$ , el cual es límite de detección del sensor de nuestra cámara CMOS de 8-bits .

Entonces, la distribución de intensidad promedio en el plano de Fourier de la

lente  $L_2$  esta dado por:

$$\begin{aligned} \langle I(x, y) \rangle = \frac{1}{\lambda^2 f_2^2} \mathfrak{F} \left[ \text{rect} \left( \frac{\xi}{h_{pup}} \right) \right]^2 \left( \frac{x}{\lambda f_2} \right) \mathfrak{F} [U_{Mpix}(\eta_0)]^2 \left( \frac{y}{\lambda f_2} \right) \left\{ \langle A_q^2 \rangle N \right. \\ \left. + 2 | \langle A_q e^{i\phi_q} \rangle |^2 \sum_{q=2}^N \sum_{r=1}^{q-1} \cos \left[ \frac{2\pi y}{\lambda f_2} (\eta_q - \eta_r) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Dadas las anteriores consideraciones, la Ecuación A.6, se convierte en:

$$\langle I(x, y) \rangle = \frac{\langle A_q^2 \rangle N}{\lambda^2 f_2^2} \mathfrak{F} \left[ \text{rect} \left( \frac{\xi}{h_{pup}} \right) \right]^2 \left( \frac{x}{\lambda f_2} \right) \mathfrak{F} [U_{Mpix}(\eta_0)]^2 \left( \frac{y}{\lambda f_2} \right). \quad (\text{A.7})$$

De este modelo, la estadística de primer y segundo orden puede ser obtenida simulando una gran cantidad de patrones de speckle. Por lo tanto, es necesario conocer las transformadas de Fourier restantes de la Ecuación A.7.

En el caso de la pupila, vemos que el efecto de la misma contribuye en la dirección  $x$ , con su transformada de Fourier. Entonces,

$$\mathfrak{F} \left[ \text{rect} \left( \frac{\xi}{h_{pup}} \right) \right] \left( \frac{x}{\lambda f_2} \right) = h_{pup} \text{sinc} \left( \frac{x}{\lambda f_2} h_{pup} \right), \quad (\text{A.8})$$

donde  $\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{x}$ .

En la dirección  $y$ , la contribución envolvente está dada por la transformada de Fourier del macro-píxel  $U_{Mpix}(\eta)$ . Para describir el macro-píxel debemos describir la red de píxeles y la función que los recorta. La primera se escribe como la red de píxeles del modulador modelada en la Ecuación 3.7:

$$R_{pix}(\eta) = f f_\eta \left[ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \text{sinc}(n\pi f f_\eta) \left( e^{\frac{i2\pi n}{P_p} \left( \eta - \frac{f f_\eta P_p}{2} \right)} + e^{\frac{-i2\pi n}{P_p} \left( \eta - \frac{f f_\eta P_p}{2} \right)} \right) \right], \quad (\text{A.9})$$

donde  $f f_\eta = \frac{2}{3}$  es el factor de llenado del LC-SLM. Y la segunda esta dada por:

$$R_{Mpix}(\eta) = \text{rect} \left( \frac{\eta}{MP_p} \right). \quad (\text{A.10})$$

Por tanto, la función que describe el macro-píxel  $U_{Mpix}(\eta)$ , esta dada por:

$$U_{Mpix}(\eta) = \text{rect}\left(\frac{\eta}{MP_p}\right) \times R_{pix}(\eta). \quad (\text{A.11})$$

Y su transformada de Fourier, será la convolución (\*) de las dos transformadas de Fourier, así:

$$\mathfrak{F}[U_{Mpix}(\eta)] = \mathfrak{F}[R_{Mpix}(\eta)] * \mathfrak{F}[R_{pix}(\eta)]. \quad (\text{A.12})$$

Realizando las transformadas de Fourier de la Ecuación A.12 por separado, se tiene:

$$\mathfrak{F}[R_{Mpix}(\eta)] = MP_p \text{sinc}\left(\frac{y}{\lambda f_2} MP_p\right), \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}[R_{pix}(\eta)] &= ff_\eta \left[ \delta\left(\frac{y}{\lambda f_2}\right) \right. \\ &+ \left. \sum_{n=1}^{\infty} \text{sinc}(n\pi ff_\eta) \left( e^{-i\pi n ff_\eta} \delta\left(\frac{y}{\lambda f_2} - \frac{n}{P_p}\right) + e^{i\pi n ff_\eta} \delta\left(\frac{y}{\lambda f_2} + \frac{n}{P_p}\right) \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Uniendo los resultados de las ecuaciones A.13 y A.14, se obtiene, el resultado final para la transformada de Fourier del macro-píxel  $U_{Mpix}(\eta)$ , así:

$$\begin{aligned} \mathfrak{F}[U_{Mpix}(\eta)] &= ff_\eta MP_p \lambda f_2 \left[ \text{sinc}\left(\frac{y}{\lambda f_2} MP_p\right) + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \text{sinc}(n ff_\eta) \right. \\ &\left. \left[ \text{sinc}\left[\left(\frac{y P_p}{\lambda f_2} - n\right) M\right] + \text{sinc}\left[\left(\frac{y P_p}{\lambda f_2} + n\right) M\right] \right] \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Con este último resultado, se completan los cálculos de las transformadas de Fourier de la Ecuación A.7, y se describe el modelo completo para speckles 1D.

Para finalizar, se demuestra de forma general cómo a partir de la Ecuación

A.7 la auto-correlación transversal de intensidad puede ser encontrada analíticamente.

$$R_I = \frac{\mathfrak{F} \left[ \text{rect} \left( \frac{\xi}{h_{pup}} \right) \right]^4}{\lambda^4 f_2^4} \mathfrak{F}_1 [U_{Mpix}(\eta)]^2 \mathfrak{F}_2 [U_{Mpix}(\eta)]^2 \sum_{q,r,s,t=1}^N e^{\frac{-ik}{f_2} [y_1(\eta_q - \eta_r) + y_2(\eta_s - \eta_t)]} \langle A_q e^{i\phi_q} A_r e^{-i\phi_r} A_s e^{i\phi_s} A_t e^{-i\phi_t} \rangle. \quad (\text{A.16})$$

Debido a la distribución uniforme de las fases  $y$  y teniendo en cuenta que no están correlacionadas, solamente los siguientes términos sobreviven a la operación promedio:

- $N$  términos con  $q=r=s=t$
- $N(N-1)$  términos con  $q=r$ ,  $s=t$  y  $q \neq s$ ;  $q=s$ ,  $r=t$  y  $q \neq r$

De esta forma, la Ecuación A.16 se transforma en:

$$R_I = \frac{\mathfrak{F} \left[ \text{rect} \left( \frac{\xi}{h_{pup}} \right) \right]^4}{\lambda^4 f_2^4} \mathfrak{F}_1 [U_{Mpix}(\eta)]^2 \mathfrak{F}_2 [U_{Mpix}(\eta)]^2 \left\{ N \langle A_q^4 \rangle + N(N-1) \langle A_q^2 \rangle^2 + 2 \langle A_q^2 \rangle^2 \sum_{q=2}^N \sum_{r=1}^{q-1} \cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda f_2} (y_1 - y_2) (\eta_q - \eta_r) \right] \right\}. \quad (\text{A.17})$$

Sacando factor común  $N^2 \langle A_q^2 \rangle^2$ , en la Ecuación A.17 resulta:

$$R_I = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle \left\{ \frac{(N-1)}{N} + \frac{\langle A_q^4 \rangle}{N \langle A_q^2 \rangle^2} + \frac{2}{N^2} \sum_{q=2}^N \sum_{r=1}^{q-1} \cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda f_2} (y_1 - y_2) (\eta_q - \eta_r) \right] \right\}. \quad (\text{A.18})$$

Si  $\langle A_q^4 \rangle \simeq \langle A_q^2 \rangle^2$  la auto-correlación de intensidades se comporta como si fuera gaussiano Ecuación (2.36),  $R_I$ :

$$R_I = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle \left( 1 + \frac{|\langle U_1 U_2^* \rangle|^2}{\langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle} \right). \quad (\text{A.19})$$

La doble sumatoria de la Ecuación A.18 se puede escribir:

$$R_I = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle \left[ 1 + \frac{1}{N} \left( \frac{\sigma_{A_q}^2}{\langle A_q^2 \rangle^2} - 1 \right) + \frac{1}{N^2} \frac{\cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda f_2} N M P_p (y_1 - y_2) \right] - 1}{\cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda f_2} M P_p (y_1 - y_2) \right] - 1} \right]. \quad (\text{A.20})$$

El tamaño promedio del speckle está dado cuando el numerador del cociente de cosenos de la Ecuación A.20 se anula:

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{\lambda f_2} NMP_p(y_1 - y_2) &= 2\pi, \\ y_1 - y_2 &\approx 0.9 \frac{\lambda f_2}{NMP_p} \approx 0.9 \frac{\lambda f_2}{w_{pup}}. \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Teniendo en cuenta la anterior aproximación, la Ecuación A.20 se puede escribir así:

$$R_I = \langle I_1 \rangle \langle I_2 \rangle \left[ 1 + \frac{1}{N} \left( \frac{\sigma_{Aq}^2}{\langle A_q^2 \rangle^2} - 1 \right) + \frac{1}{N^2} \frac{\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda f_2} w_{pup}(y_1 - y_2)\right] - 1}{\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda f_2} w_{pup}(y_1 - y_2)\right] - 1} \right]. \quad (\text{A.22})$$

## Apéndice B

# Determinación de los anchos de la abertura rectangular empleados en la generación de speckle unidimensionales

En la Figura B.1 (a)-(c) se muestra los patrones de difracción de las tres aberturas rectangulares empleadas para generar campos de speckle unidimensionales.

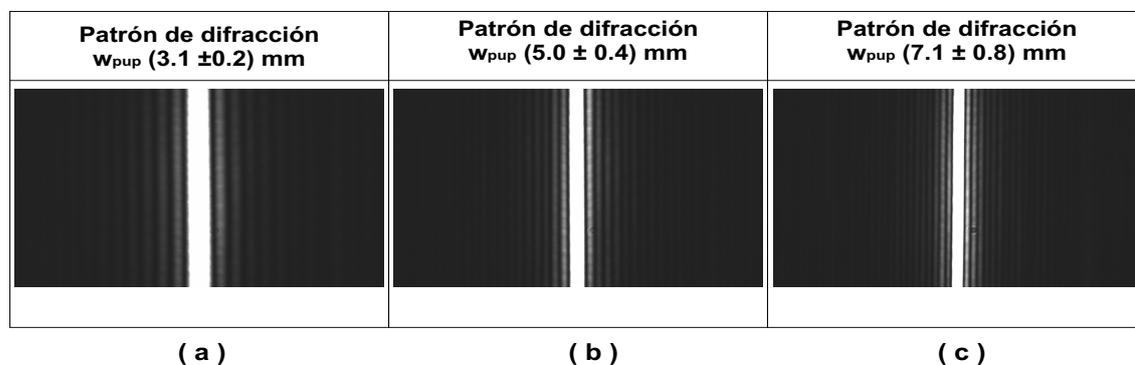


Figura B.1: Patrones de difracción. a.  $w_{pup} (3.1 \pm 0.2) \text{ mm}$ . b.  $w_{pup} (5.0 \pm 0.4) \text{ mm}$ . c.  $w_{pup} (7.1 \pm 0.8) \text{ mm}$ .

En la Figura B.1 se observa que el ancho de la franja central del patrón de difracción decrece conforme el ancho de la abertura se incrementa. De la figuras de difracción B.1 se deduce el ancho real de la abertura física empleada en el

montaje experimental, a partir de:

$$w_{pup} = \frac{\lambda f_2}{\Delta x}, \quad (\text{B.1})$$

donde  $\Delta x$  es la distancia desde el centro del patrón de difracción al primer mínimo. La expresión B.1 permite inferir el ancho de la abertura rectangular a partir de las magnitudes conocidas experimentalmente,  $\lambda$  y  $f_2$ .

Para determinar el valor de  $\Delta x$ , se realizaron 10 perfiles de línea de los patrones de difracción Figura B.1, se calcularon los  $\Delta x$  promedio y a partir de estos valores se hallaron los  $w_{pup}$ . El error de apreciación de estas cantidades se asume en 1 píxel de la cámara.

Al evaluar la Ecuación B.1 se determinaron:  $(3.1 \pm 0.2)$  mm,  $(5.0 \pm 0.4)$  mm y  $(7.1 \pm 0.8)$  mm, los cuales representan el ancho de las aberturas con sus errores respectivos obtenidos en el cálculo por propagación de errores.