



Universidad Nacional de La Plata  
Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas

## **Tesis de Licenciatura**

Modelo de Geoide en el noroeste de la provincia  
de Buenos Aires

María Eugenia Gomez

Director: Lic. Raúl A. Perdomo

*Quisiera por este medio agradecer a toda mi familia que me ha apoyado en todo momento, en especial a mi mamá que siempre ha estado para alentarme y a mi prima por los 7 años de convivencia y todo lo que ello implica.*

*A mis amigos de Chascomús, en particular a Natalia y Cristina por ser el oído y la contención necesarios.*

*A todos los amigos que he conocido en esta ciudad especialmente a Antonela y Lucila, quienes han sido de gran apoyo a nivel personal, estudiantil, con quienes he disfrutado de muchos momentos y que han hecho amenos aquellos que no lo han sido tanto.*

*Agradezco entre ellos también a Facu, Diego y Luciano, el cual además de su amistad, me ha dedicado horas de su trabajo para explicarme lo que no entendiese y por su colaboración con el diseño del programa presentado al final del trabajo.*

*A Raúl que como mi profesor consejero y director de tesis ha sabido guiarme, a pesar de mi “desobediencia” y que me ha brindado su conocimiento y tiempo sin importar día ni horario.*

*A Daniel, a quien he tenido el gusto de conocer y que también me ha dedicado tiempo y con quien he discutido muchas de mis dudas, en especial aquellas que conciernen a esta tesis.*

*Por último agradezco a todas aquellas personas que no he nombrado pero que me han acompañado durante estos 7 años y espero sigan junto a mí.*

A todos ustedes infinitas **GRACIAS!!**

María Eugenia

# Índice General

<b>1</b>	<b>Conceptos fundamentales del posicionamiento con GPS</b>	<b>7</b>
1.1	Observables GPS . . . . .	8
1.2	El posicionamiento . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Modelo de Geoide y su aplicación geométrica</b>	<b>11</b>
2.1	Campo Gravitatorio Terrestre . . . . .	12
2.1.1	Definición . . . . .	12
2.2	Superficies equipotenciales . . . . .	13
2.2.1	El Geoide . . . . .	13
2.2.2	El elipsoide . . . . .	14
2.3	Relación existente entre el Geoide y el Elipsoide: Ondulación del Geoide . . .	15
<b>3</b>	<b>Introducción y análisis de los modelos geopotenciales</b>	<b>18</b>
3.1	Observaciones que involucra un modelo Geopotencial Global . . . . .	18
3.1.1	Construcción de un modelo geopotencial: combinación de observaciones	19
3.2	EIGEN-CG01c . . . . .	20
3.3	EIGEN-CG03c . . . . .	22
3.4	EGM96 . . . . .	22
<b>4</b>	<b>Sistemas de altura y marcos geodésicos argentinos</b>	<b>23</b>
4.1	Comparación de sistemas de altura . . . . .	24
4.2	El sistema de alturas en Argentina . . . . .	25
4.2.1	Breve reseña sobre Marcos de Referencia Geodésicos en Argentina . .	26
<b>5</b>	<b>Densificación de la red geodésica</b>	<b>27</b>
5.1	Antecedentes . . . . .	27
5.2	El Procesamiento . . . . .	28
5.2.1	Observaciones . . . . .	33
5.3	Ajuste . . . . .	34
5.3.1	Observaciones . . . . .	36
<b>6</b>	<b>Evaluación de los modelos geopotenciales</b>	<b>38</b>
6.1	Cálculo de la ondulación del geoide a partir de la nivelación . . . . .	38
6.2	Software aplicado en la evaluación de modelos globales . . . . .	38
6.3	Evaluación . . . . .	40
6.3.1	Análisis del comportamiento de los modelos geopotenciales . . . . .	40
6.4	Sobre el método de grillado . . . . .	47

6.4.1	Modelo resultante . . . . .	48
6.5	Conclusiones . . . . .	50
<b>A</b>	<b>Métodos de grillado</b>	<b>52</b>
A.1	Mínima curvatura . . . . .	52
A.2	Kriging . . . . .	53

# Índice de Figuras

2.1	Atracción gravitatoria . . . . .	12
2.2	Ondulación del geoide . . . . .	16
4.1	Nivelación . . . . .	23
5.1	Red resultante . . . . .	33
6.1	Ondulaciones observadas . . . . .	41
6.2	Ondulaciones según EIGEN-CG01c . . . . .	41
6.3	Ondulaciones según EIGEN-CG03c . . . . .	42
6.4	Ondulaciones según EGM96 . . . . .	42
6.5	Ondulaciones según FCAG98 . . . . .	43
6.6	$N_{obs} - N_{eigen-cg01c}$ . . . . .	44
6.7	$N_{obs} - N_{EGM96}$ . . . . .	44
6.8	$N_{obs} - N_{eigen-cg03c}$ . . . . .	45
6.9	$N_{obs} - N_{FCAG98}$ . . . . .	45
6.10	Pantalla con opciones de cálculo . . . . .	49
6.11	Pantalla de salida del programa de cómputo de ondulaciones . . . . .	49

# Índice de Tablas

5.1	Identificación de los puntos utilizados . . . . .	29
5.2	Resumen del procesamiento . . . . .	31
5.3	Cierre de las figuras antes del ajuste . . . . .	32
5.4	Cierre total . . . . .	32
5.5	Estaciones de la red Geoba'98 . . . . .	35
5.6	Tabla de coordenadas finales . . . . .	36
5.7	Comparación de coordenadas . . . . .	37
6.1	Estaciones incorporadas . . . . .	39
6.2	Análisis estadístico sobre $R_1 = N_{obs} - N_{mod}$ . . . . .	46
6.3	Análisis estadístico de las diferencias $R_3$ . . . . .	47

# Introducción

El presente trabajo está orientado a obtener un modelo local de geoide en el noroeste de la provincia de Buenos Aires. Como aplicación práctica este modelo permitiría convertir alturas elipsoidales en alturas ortométricas teniendo al posicionamiento con GPS como herramienta para la nivelación en una región con graves problemas de inundación.

Esta actividad se encuadra en el mejoramiento del sistema de referencia terrestre, especialmente en su componente vertical.

Como es sabido, la realización de los sistemas de referencia celeste y terrestre está íntimamente ligada con la compleja composición terrestre, su interacción con la atmósfera y la atracción mutua del sol y la luna. La definición de un sistema terrestre incluye descripciones de todo aquello que afecte las posiciones en el mismo, esto es: posiciones iniciales de las estaciones (que conforman el marco de referencia en una época), modelos de tectónica de placas, modelos de nutación, precesión, constantes fundamentales y modelos de gravedad entre otros.

En lo que sigue se intentará:

1. Establecer primeramente una red de puntos con coordenadas muy precisas en la región estudiada.
2. Validar en la región de trabajo el modelo de transformación de alturas existente.
3. Mejorar el modelo existente incorporando los nuevos puntos al modelo original.
4. Estudiar la validez de modelos globales (gravimétricos y satelitales), especialmente el EIGEN-CG01c y EIGEN-CG03c. En función de esto, analizaremos la posibilidad de construir un nuevo modelo de transformación de alturas para la zona de estudio.

# Capítulo 1

## Conceptos fundamentales del posicionamiento con GPS

Como se ha comentado en la introducción, la primera parte de este trabajo consiste en obtener coordenadas muy precisas de puntos recientemente medidos con GPS a partir de puntos de control pertenecientes a la red provincial de Buenos Aires.

Antes de abordar la temática del procesamiento se explicarán a continuación algunas ideas del posicionamiento con GPS con el único objeto de remarcar aquellos conceptos utilizados en el resto del texto. Para un tratamiento detallado del tema pueden consultarse textos clásicos como Teunissen & Kleusberg 1996, Seeber 1993, Hofmann-Wellenhof 1997, citados en la bibliografía.

El sistema GPS consta de 24 satélites a una altura aproximada de 20000 km ubicados en seis planos orbitales cada uno con una inclinación ( $i$ ) de  $55^\circ$  y separados equiespaciadamente con  $60^\circ$  de ascensión recta. Poseen un período sidéreo de 12 hs. y la geometría se mantiene casi constante con un desfase diario de 4 minutos con respecto a una misma configuración terrestre. Esta configuración es tal que desde todo punto de la superficie terrestre es posible observar por lo menos cuatro satélites en forma simultánea en todo momento.

La cobertura es global, de modo que permite determinar la posición instantánea del receptor las 24 hs. en toda la superficie terrestre. Para esto se necesitan al menos cuatro satélites.

En principio lo que se mide con GPS es una Pseudo-distancia. Esto es porque la observación GPS es de camino único por lo cual se necesita de dos relojes, uno del satélite y otro del receptor y este último tiene un desfase  $\delta_k$  respecto del sistema temporal definido por los satélites. Entonces para determinar la distancia satélite-receptor de manera completa es necesario contar con tres observaciones para las coordenadas y otra para el error del reloj.

Entonces si:

$i$  supraíndice correspondiente al satélite



$k$  subíndice correspondiente al receptor

$t$  es el tiempo de recepción de la señal

$t_k$  es la lectura del reloj del receptor

$\delta_k$  error del reloj del receptor con respecto al tiempo  $t$

entonces el tiempo de recepción de la señal( $t$ ) puede escribirse como:

$$t = t_k - \delta_k$$

$\tau$  tiempo de viaje de la señal (retardo)

$r_k(t)$  posición del receptor en el tiempo  $t$

$r_k^i(t - \tau)$  es la posición del satélite en el tiempo de emisión de la señal ( $t - \tau$ )

$\rho_k^i$  distancia geométrica entre el satélite  $i$  (en el tiempo de emisión) y el receptor en el tiempo de recepción  $t$ , esta viene dada por:

$$\rho_k^i = c\tau, \quad c \text{ la velocidad de la luz}$$

con lo que la ecuación resultante queda expresada por:

$$\rho_k^i = r_k(t) - r_k^i(t - \tau)$$

Por esto es que si tenemos 4 satélites simultáneos podemos resolver un sistema de 4 ecuaciones lineales con 4 incógnitas (las coordenadas de la estación más el error de reloj del receptor  $\delta_k$ ).

## 1.1 Observables GPS

Los observables son las diferencias de fase y el pseudorange. Estos nos permiten determinar la posición de las estaciones con distinto grado de precisión según el observable; decimétrico, métrico si trabajamos con el pseudo-range y centimétrico, milimétrico para las diferencias de fase. La precisión también depende la metodología empleada para la medición y el procesamiento.

Fase: la señal transmitida consiste en dos portadoras en la banda L; estas son: L1=1575.42 MHz y L2=1227.6 MHz generadas a partir de la frecuencia de un oscilador patrón de Cesio a bordo del satélite.

El observable se construye comparando la fase recibida con la generada localmente.

La ecuación de observación para la fase puede expresarse por:

$$\Psi_{fk}^i(t) = \phi_{fk}(t) - \phi_f^i(t - \tau) + n_{fk}^i - d\Psi_{ion} + d\Psi_{trop} + \eta_\Psi$$

siendo:

$\Psi_{fk}^i(t)$  medida de la fase en ciclos en la época  $t$  y con frecuencia  $f$

$\phi_{fk}(t)$  fase generada por el oscilador del receptor en el tiempo de recepción de la señal

$\phi_f^i(t - \tau)$  es la fase de la portadora en el tiempo de emisión de la señal

$n_{fk}^i$  es un número entero de ciclos (también llamado ambigüedad inicial de la fase)

$d\Psi_{ion}$  es el error o bias causado por la ionósfera

$d\Psi_{trop}$  es el error o bias causado por la tropósfera

$\eta_\Psi$  efecto de multipath, el cual es ocasionado por la reflexión de la señal debido a la existencia de superficies cercanas a la antena del receptor.

Pseudorange o pseudo distancia: se refiere básicamente al tiempo que tarda la señal en llegar desde el satélite al receptor.

Se materializa con un código modulador de la portadora. El código en la señal se compara con el código generado por el receptor y su diferencia es una medida de la distancia, a menos del error de sincronismo mencionado.

En este caso si:

$P_k^i$  es el pseudo-range, llamado así debido al error de sincronización entre el reloj del satélite y el del receptor.

$$P_k^i = c((t + \delta_k) - (t + \tau + \delta^i))$$

usando la distancia geométrica  $\rho_k^i$  aquella ecuación puede escribirse como:

$$P_{fk}^i = \rho_k^i + c\delta_k - c\delta^i + dP_{ion} + dP_{trop} + \eta_P$$

Si bien  $c\delta_k$  y  $c\delta^i$  pueden eliminarse combinando observables, en realidad  $\delta_k$  no se elimina totalmente ya que fue utilizado en la determinación de  $t_k$  con el fin de calcular la distancia geométrica  $\rho_k^i(t)$

$$\rho_k^i(t) = \rho_k^i(t - t_k)$$

derivando la ecuación precedente es posible estimar el error en la distancia geométrica cuando se tiene un error de sincronización  $\delta_k$  en el reloj del receptor con respecto al tiempo GPS.

Los restantes parámetros se corresponden con aquellos mencionados para la fase.

## 1.2 El posicionamiento

Podemos decir que el posicionamiento consiste en estimar:

1. Posición de la estación receptora
2. Posición del satélite

### 3. Otros parámetros que intervienen en el modelado

Tenemos básicamente dos formas de posicionamiento: puntual y relativo.

El primero debe su nombre a que el posicionamiento se efectúa con un solo receptor. Se puede resolver la posición y la corrección del reloj local tomando sólo como referencia las órbitas de los satélites.

Cuando se analizan las ecuaciones de observación para el caso del pseudorange, se pueden reconocer tres grupos importantes de parámetros relacionados con: el satélite que se está observando, el medio en el cual se propaga la señal y otro que depende del receptor. Para nuestro propósito en la primer parte de este trabajo (el posicionamiento), la cantidad de interés es la posición del receptor, lo cual involucra tres incógnitas. El problema es que ésta no es necesariamente la única, sino que pueden no conocerse bien aquellos parámetros que dependen del satélite y del medio. El posicionamiento puntual es muy dependiente de estos parámetros, por lo cual no se pueden despreciar errores en ellos si se está interesado en un posicionamiento de alta precisión.

El posicionamiento relativo consiste en cambio, en el tracking o seguimiento simultáneo de varios satélites desde dos o mas receptores. La ventaja de éste con respecto al anterior es que al combinar observaciones es posible reducir (según la longitud de la línea de base) efectos debidos a la atmósfera o del satélite. Esta última será la metodología a utilizar en el presente análisis en la parte que respecta al posicionamiento.

Para la red de puntos medida, especialmente en este estudio, se armaron bases relativamente cortas. Bajo estas condiciones, es posible minimizar los errores de propagación y de satélites mediante el uso de equipos de doble frecuencia que son aquellos capaces de recibir y medir en todas las componentes de la señal.

## Capítulo 2

# Modelo de Geoide y su aplicación geométrica

Antes de comenzar a hablar de potencial gravitatorio terrestre, se podrían analizar las fuerzas que actúan sobre la Tierra.

La expresión más general para la fuerza experimentada por una masa unitaria sobre la superficie de la Tierra puede expresarse como:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_G + \vec{F}_C + \vec{S}_L + \vec{E}$$

donde:

$\vec{F}_G$ : efecto de la gravedad terrestre

$\vec{F}_C$ : fuerza centrífuga

$\vec{S}_L$ : resultante de las fuerzas gravitacionales del sol y la luna

$\vec{E}$ : es la acción conjunta debida a los demás astros

Debido a la gran cantidad de astros, aunque estos se hallen lejos, el efecto total combinado haría presumir que es considerable. Sin embargo es necesario considerar que estos se distribuyen isotrópicamente y en este sentido habría una compensación inherente a la orientación de las fuerzas individuales. Por lo tanto,  $\vec{E}$  es mucho menor que el resto de las fuerzas.

$\vec{S}_L$  en cambio, sí es importante. Por eso se recurre a la llamada “corrección lunisolar” de las mediciones. Entonces se obtiene:

$$\vec{F}_T - \vec{S}_L = \vec{F}_G + \vec{F}_C = \vec{g}$$

que se corresponde con la definición dada por el SI<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Sistema Internacional de unidades

## 2.1 Campo Gravitatorio Terrestre

### 2.1.1 Definición

La fuerza que actúa sobre un cuerpo en reposo sobre la superficie terrestre es, de acuerdo a lo dicho previamente, la resultante de sumar el efecto gravitacional con la componente centrífuga debida a la rotación terrestre. Analicemos entonces cada una de ellas.

Tomemos el esquema mostrado en la figura 2.1:

Un punto P a una cierta distancia  $l$  del origen...

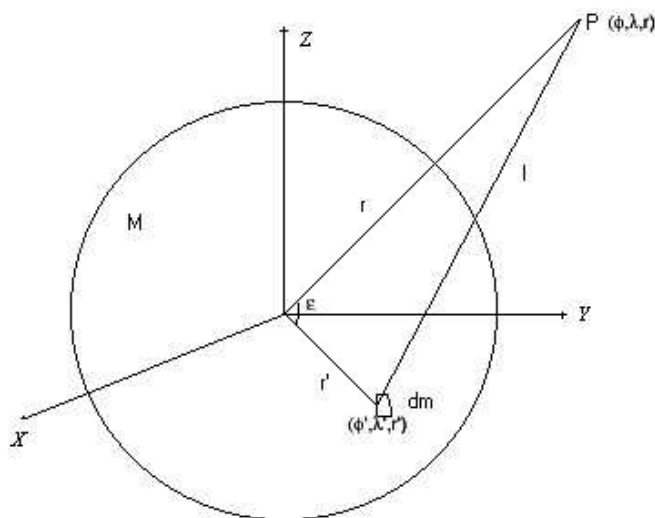


Figura 2.1: Atracción gravitatoria

Queremos analizar la fuerza que ejerce el cuerpo de masa  $M$  sobre  $P$ . Consideremos el diferencial de masa ( $dm$ ). De acuerdo con la segunda Ley de Newton:

$$\vec{dF} = \frac{Kdm\vec{l}}{l^3}$$

por lo que el potencial resultante es:

$$V = \int_M \frac{Kdm}{l}$$

$$\text{luego, } l^2 = r'^2 + r^2 - 2rr'\cos\epsilon \quad \text{con } r > r'$$

Cuando se desarrolla  $\frac{1}{l}$  en potencias de  $\cos\epsilon$  nos queda una expresión válida para cualquier sistema de referencia en término de los polinomios de Legendre (en función de  $\cos\epsilon$ ). Si ahora

tomamos un sistema de referencia  $[X, Y, Z]$ , que podría ser geocéntrico, y expresamos las coordenadas cartesianas en término de  $\phi$ ,  $\lambda$  y  $r$  se obtiene:

$$V(r) = \frac{KM}{r} + \frac{K}{r} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} P_n^0 K_n^0 \left(\frac{a}{r}\right)^n + \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n P_n^m \left( C_n^m \cos(m\lambda) + S_n^m \sin(m\lambda) \right) \right\}$$

donde  $a$  es el semieje mayor del elipsoide adoptado,  $P_n^0$  y  $P_n^m$  son respectivamente los polinomios de Legendre y los polinomios asociados. Se calculan a partir de la posición del punto P, pues son funciones de  $\phi$ ,  $\lambda$  y  $r$  (ver Torgue, 2001 o Heiskanen y Moritz, 1967).

Los coeficientes  $K_n^0$ ,  $C_n^m$  y  $S_n^m$  son función de la distribución de masa en la Tierra y se determinan observacionalmente como se verá en los capítulos dedicados a los modelos geopotenciales.

Si el origen de coordenadas es el baricentro del sistema terrestre, entonces se puede probar fácilmente que no existen los términos armónicos de primer grado. Es así que:

$$V(r) = \frac{KM}{r} \left\{ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \left[ P_n^0 J_n^0 + \sum_{m=1}^n P_n^m \left( C_n^m \cos(m\lambda) + S_n^m \sin(m\lambda) \right) \right] \right\}$$

expresión en la que convenientemente se ha llamado  $K_n^0 = -J_n^0$ . Esto tiene significado físico pues  $J_n^0$  es un cociente de momentos de inercia que sin el signo menos resultaría negativo.

La fuerza centrífuga que actúa sobre una masa unitaria es  $f = \omega^2 p$ , siendo  $\omega$  la velocidad angular de rotación terrestre y  $p = \sqrt{x^2 + y^2}$  la distancia al eje de rotación.

Esta fuerza centrífuga puede también derivarse de un potencial

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$$

En consecuencia, el potencial gravitatorio  $W$  puede escribirse:

$$W = V + \Phi = \int_M \frac{K dm}{l} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$$

## 2.2 Superficies equipotenciales

### 2.2.1 El Geoide

Se denominan superficies equipotenciales a aquellas tales que:  $W(x, y, z) = cte$

Aquella superficie con  $W(x, y, z) = cte = W_0$  que comúnmente se describe como la superficie media idealizada de los océanos es el geoide. Esto es, los océanos no se encuentran en equilibrio debido a las corrientes u otros efectos cuasi-estacionarios, es por ello que una definición un poco más refinada del geoide sería: aplicando una condición de mínima desviación entre el nivel medio del mar (NMM) y el geoide, éste se puede definir como la superficie equipotencial que mejor se ajusta al nivel medio del mar en una cierta época (Mather 1978, Rapp 1995).

La definición de geoide es tan complicada debido a la deformación permanente ocasionada por el Sol y la Luna que considerar estos efectos de marea ha llevado a la definición de tres tipos de geoide. Los tres geoides son:

- Geoide libre de mareas (non-tidal): éste existe para una Tierra libre de mareas, es decir habiendo removido los efectos directos e indirectos del Sol y la Luna.
- Geoide Medio: incluye el efecto directo de atracción y el efecto indirecto de deformación.
- Geoide Cero: elimina el efecto de atracción pero retiene el de deformación.

Aunque la Resolución N°16 de la IAG recomienda un sistema de cero mareas, se ha acordado conforme a la mayoría el uso de un sistema libre de mareas y las ondulaciones del geoide serían las correspondientes al non-tidal. De todas maneras existen ecuaciones que permiten convertir ondulaciones de un sistema a otro [Enkman, 1989].

Las superficies de nivel son diferentes según se hallen fuera de la Tierra o dentro de ella. Las exteriores admiten una expresión analítica, no así en el interior, pues aunque son continuas cambian drásticamente con la densidad.

Si llamamos líneas de fuerza o de la plomada a aquellas líneas que intersectan a las equipotenciales, se advierte que éstas no son rectas sino curvas. Siguiendo la dirección de estas líneas es posible medir sobre ellas la altura de un punto sobre el geoide. Esta altura se conoce como altura ortométrica (H).

De acuerdo con lo último:

$$g = -\frac{dW}{dH}$$

El problema reside ahora en el cálculo del potencial del geoide. Su determinación surge primeramente a partir de mediciones de gravedad y perturbación de las órbitas satelitarias. Esto forma parte de la realización de un Modelo Geopotencial. En ellos están contenidos los coeficientes del desarrollo del Potencial Terrestre.

El modelo actualmente más difundido y oficialmente adoptado según recomendaciones del IERS<sup>2</sup> es el EGM96 (Lemoine *et al.*, 1998) aunque en 2005 se han desarrollado otros como el EIGEN-CG01c o EIGEN-CG03c que se describirán mas adelante.

### 2.2.2 El elipsoide

Volviendo a la idea de la forma de la Tierra, previamente aproximada por el geoide, como segunda opción se la suele aproximar por un elipsoide de revolución.

El campo gravitatorio de este elipsoide es de fundamental importancia práctica pues es matemáticamente manejable y las desviaciones respecto del campo de gravedad actual son pequeñas.

---

<sup>2</sup>IERS Technical Note N°32

Asociado al elipsoide de nivel tenemos el potencial del elipsoide o potencial normal  $U$ . Este potencial no es cualquiera. Es el potencial producido por un elipsoide que tiene una masa y una velocidad de rotación iguales a la de la Tierra; la misma diferencia de momentos y el mismo potencial que el geoide. Cabe destacar que existe uno y solo un elipsoide que reúna estas condiciones.

Análogamente al potencial gravitatorio, el potencial del elipsoide puede escribirse como la suma de un potencial gravitatorio mas uno centrífugo.

Resumiendo, el potencial normal está determinado por:

1. La forma del elipsoide: semieje mayor ( $a$ ), excentricidad ( $e$ ) y/o achatamiento ( $f$ ).
2. La masa total  $M$ .
3. La velocidad angular de rotación  $\omega$ .

Al igual que en el caso gravitatorio, admite un desarrollo en armónicos esféricos pero solo de grado par debido a su simetría de revolución.

El concepto de superficies equipotenciales también es el mismo que para el geoide, sólo que ahora serán equipotenciales aquellas superficies que cumplan  $U = cte$ . Estas superficies reciben el nombre de esferopotenciales pero no son elipsoidales

Las líneas de fuerza perpendiculares a las superficies equipotenciales se conocen como líneas de la plomada normales y sobre ellas se mide la altura elipsoidal. Esta altura puede ser determinada por métodos satelitales, por ejemplo, GPS.

Para el caso del elipsoide, una vez definido su potencial, tenemos una gravedad: la gravedad normal  $\vec{\gamma}_n$

$$\gamma_n = \frac{dU}{dn} \text{ con } n \text{ la dirección normal al elipsoide.}$$

## 2.3 Relación existente entre el Geoide y el Elipsoide: Ondulación del Geoide

Una vez conocidos  $U$  y  $W$  veremos cual es la relación entre el geoide y el elipsoide.

Es tan buena la aproximación del elipsoide y su potencial, que en la siguiente ecuación...

$$W(x, y, z) = U(x, y, z) + T$$

$T$  es pequeño frente a los otros dos. Es por eso que recibe el nombre de potencial Perturbador.

Comparemos ahora el geoide ( $W = W_0$ ) con un elipsoide cuyo potencial sea igual al del geoide. Dado un punto  $P$  sobre el geoide, lo proyectamos en dirección perpendicular al elipsoide sobre un punto  $Q$  del mismo (figura 2.2). La distancia  $PQ$  es la altura del geoide u “ondulación del geoide” denotada por  $N$ .



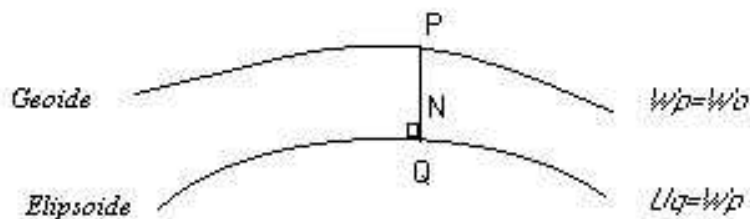


Figura 2.2: Ondulación del geoide

Como sabemos  $U_p \neq W_p = W_0$ , pero podemos hacer una aproximación a primer orden:

$$U_p = U_q - \frac{\partial U}{\partial n} N = W_p - \gamma_n N$$

de esta manera es posible comparar los potenciales en el mismo punto,  $W_p - U_p = T_p$ . Pero de acuerdo a lo comentado previamente,

$$T_p = W_p - U_p = W_p - U_q + \frac{\partial U}{\partial n} N = \frac{\partial U}{\partial n} N$$

con lo que:

$$T_p = \frac{\partial U}{\partial n} N \quad \text{Ley de Bruns}$$

De acuerdo a la ley de Bruns, conociendo una cantidad dinámica como lo es el Potencial Perturbador es posible obtener una magnitud geométrica: N. El valor de la ondulación del geoide no excede en general los 100 m.

Veamos quién es N en función de las alturas definidas con anterioridad.

Sabemos que la altura ortométrica (H) de un punto P se define como la distancia entre este punto y un punto P' sobre el geoide medida a lo largo de la línea de la plomada real, la cual es curva. Sucede que el radio de curvatura es tan grande que puede aproximarse (en tanto la distancia no sea grande) por un segmento de la normal al elipsoide que pasa por P. Esto equivale a suponer nula o despreciable la desviación de la vertical, siendo éste el ángulo entre las direcciones normales al geoide y al elipsoide en el punto.

De esta forma, si conocemos N, entonces

$$h_p = H_p + N$$

Con GPS se obtienen  $h_p$  y a partir de un modelo geopotencial,  $N$ . Inversamente, si en el mismo punto se conocen  $h$  y  $H$ , es posible determinar  $N$ . Sobre esto último trabajaremos más adelante.

## Capítulo 3

# Introducción y análisis de los modelos geopotenciales

### 3.1 Observaciones que involucra un modelo Geopotencial Global

Si bien las observaciones o los métodos de medición dependen de la tecnología disponible, estos podrían dividirse en:

1. observaciones satelitales (dentro de las que se encuentra la luna): esto incluye observaciones del tipo high-low o low-low seguimiento satélite a satélite empleadas en las misiones CHAMP y GRACE (Reigber et al, 2004-2005) comentadas más adelante; estimación de la variación temporal de los coeficientes geopotenciales mediante SLR (Satellite Laser Ranging), de altimetría, etc.
2. Observaciones de estrellas fijas o radiofuentes extragalácticas que contribuyen a la determinación del sistema de referencia celeste, terrestre y los parámetros de rotación de la Tierra
3. Mediciones gravimétricas
4. Estudio de la corteza terrestre
5. Observaciones del campo magnético y su influencia sobre distintas mediciones
6. Observaciones atmosféricas
7. Mediciones hidrológicas con el fin de estudiar el balance global del agua. Este estudio necesita de modelos geoidales mensuales aportados actualmente por GRACE.
8. Modelos de circulación oceánica
9. Mediciones geodésicas terrestres: mediciones de diferencia de coordenadas entre puntos de la superficie terrestre

10. Mediciones astro-geodésicas: desviaciones de la vertical. Estas permiten la determinación del gradiente del geoide respecto al elipsoide
11. Mediciones de nivelación geométrica que combinadas con GPS permiten la obtención directa de la ondulación geoidal

La exactitud de esas mediciones se halla gobernada por errores de calibración o errores causados por la temperatura, influencia atmosférica, variaciones del campo magnético, inestabilidades locales, etc.

Si bien todas las mediciones mencionadas contribuyen en mayor o menor medida al desarrollo de un modelo geopotencial, los satélites ocupan un lugar central.

Debido a que la órbita de los satélites es afectada por el campo gravitacional de la Tierra, los satélites sirven como sensores del campo de gravedad. De manera que a menor altitud, mayor sensibilidad en la determinación del campo gravitatorio. En contraposición, esto último no es favorable para los sistemas satelitales que se utilizan en el posicionamiento. Estos requieren satélites a grandes alturas y bien distribuidos espacialmente.

La determinación del campo de gravedad puede estar basada en mediciones de distancia entre satélites y estaciones, o entre satélites solamente. Pero si se utilizan gradiómetros a bordo de satélites a bajas altitudes, se pueden alcanzar altas resoluciones. Los gradiómetros son dispositivos que miden el gradiente gravitacional en el satélite mismo. Ellos constan de dos sensores que, si están perfectamente alineados, son idénticos y se hallan en un campo magnético uniforme, el gradiente resultante de comparar ambos sensores debe ser nulo. Se pretende utilizar este dispositivo en la misión GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) aun no lanzada.

### 3.1.1 Construcción de un modelo geopotencial: combinación de observaciones

Para desarrollar un modelo hasta cierto grado de resolución se necesita una buena distribución global de satélites que posean diferentes altitudes e inclinaciones.

La resolución de modelos sólo satelitales se ve disminuida con la atenuación del campo gravitatorio para grandes altitudes y el decrecimiento de los coeficientes de grado más alto junto con la geometría de la distribución. Para tener una idea, con satélites disponibles a 800 km de altura se pueden obtener coeficientes armónicos esféricos de hasta grado 70, mientras que si se aplica un seguimiento satélite-satélite a una altura de 300 km más gradiómetros, se pueden alcanzar coeficientes armónicos de hasta grado 200.

En muchos casos, los modelos solo satelitales son mejorados y estabilizados mediante la combinación de datos altimétricos (brinda información del geoide y de la topografía marina, SST<sup>1</sup>) y de gravedad superficial. Para ello se introducen valores medios de las observaciones en bloques de  $1^\circ \times 1^\circ$ , lo que supone una resolución de 100 km, calculados ya sea para cada punto o para pequeños bloques.

---

<sup>1</sup>Sea Surface Topography

Luego se combinan las ecuaciones de observación de la altimetría satelital y las de anomalías de gravedad con las ecuaciones normales del modelo satelital.

Con la idea de mejorar la resolución de los modelos geopotenciales existentes, se han iniciado dos misiones satelitales CHAMP (Challenging Mini-satellite Payload) el cual es un proyecto conjunto entre la agencia espacial alemana DLR y el Jet Propulsion Laboratory (JPL), y GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) es un proyecto de DLR con la NASA. La primera de estas misiones consistió en el lanzamiento de un satélite de baja órbita (aproximadamente 300km) e inclinación orbital de  $83^\circ$ . Este tiene a bordo un receptor GPS para el seguimiento continuo del mismo por la constelación de satélites GPS y para el monitoreo de las perturbaciones orbitales. La posición del satélite se calcula en relación a un subconjunto de estaciones terrestres especialmente equipadas para obtener datos con alta frecuencia.

También posee un magnetómetro de flujo destinado a mediciones del campo magnético. Esta misma instrumentación le permite también caracterizar el estado y la dinámica de la atmósfera neutra y de la ionósfera.

Los modelos globales del campo gravitacional son derivados de las perturbaciones orbitales de los satélites. Debido a la insuficiente cobertura y mala configuración orbital es que realizar un modelo global a partir del tracking orbital era todo un arte.

Gracias al delicado diseño orbital (baja altura e inclinación casi polar) y su continuo tracking satélite-satélite que le permite detectar fuerzas no gravitacionales, se puede mejorar notablemente la estructura del campo gravitacional si además a todo esto se le incorporan mediciones terrestres y altimetría satelital.

En cuanto a la segunda misión, GRACE, esta consiste en dos satélites del tipo CHAMP aplicando un seguimiento satélite-satélite a una altura de 200-300km e inclinación de  $89.5^\circ$ . Al menos durante los primeros 20 meses, los resultados han demostrado la habilidad para discriminar las variaciones temporales de la gravedad con la redistribución estacional de masas en el sistema dinámico terrestre.

Como resultado de ambas misiones han surgido varios modelos geopotenciales de distinto grado y orden correspondientes a la combinación de datos de las misiones CHAMP, GRACE, ambas o de la combinación con observaciones terrestres y satelitales.

En lo que sigue nos volcaremos al análisis de tres modelos geopotenciales globales EIGEN-CG01c, EIGEN-CG03c y EGM96

## 3.2 EIGEN-CG01c

Se trata de un modelo que hace uso de datos provenientes de las misiones CHAMP, GRACE, mediciones de gravedad y altimétricas. Es un modelo completo hasta grado y orden 360 en término de coeficientes armónicos esféricos y resuelve longitudes de onda de 110km en el geoide.

EIGEN-CG01c (Reigber et al, 2004) abarca un total de 860 días de observaciones CHAMP y debido a que los datos aportados por GRACE son los que tienen el mayor impacto sobre las largas longitudes de onda, se han considerado 189 días de datos GRACE. Comparado con modelos predecesores de CHAMP/GRACE, la exactitud se verá mejorada en un orden de magnitud llevando a 4 cm y 0.5 mgal en términos de alturas geoidales y anomalías de gravedad respectivamente siendo la resolución espacial de 400 km en longitud de onda.

La exactitud total del modelo completo es estimada en 20 cm y 5 mgal respectivamente, siendo en general más exacto sobre los océanos que en los continentes lo cual refleja la calidad de las observaciones y la complejidad de la superficie a representar.

Para la realización de este modelo se combinaron las observaciones de ambas misiones con las siguientes observaciones terrestres:

1. Anomalías de gravedad (Arctic Gravity Project) para regiones con  $\phi > 64^\circ$
2. Anomalías de gravedad sobre toda América del Norte (NRC)
3. Anomalías de gravedad sobre dos pequeñas regiones de la Antártida, AWI (Studinger 1998) y LDO (Bell et al., 1999)
4. Anomalías de gravedad altimétricas sobre el océano (NIMA), incluyendo sus desviaciones estándar
5. Ondulaciones geoidales sobre el océano usando alturas superficiales marinas CLS01 (Hernández et al., 2001) y Topografía Superficial Marina (SST) mediante simulaciones ECCO (Stammer et al., 2002)
6. Anomalías de gravedad terrestres (NIMA) incluyendo sus desviaciones estándar que cubren casi todo el planeta excepto la Antártida y algunos otros lugares.
7. Anomalías de gravedad sobre profundidades menores a 2000m.

Debido a su reciente desarrollo este modelo ha sido evaluado en muy pocos lugares del planeta arrojando muy buenos resultados comparado con modelos anteriores, y se pretende con el presente trabajo evaluarlo en un sector de la provincia de Buenos Aires con la idea de hacerlo extensivo a otras regiones. Las constantes que definen el modelo son:

$$GM = 3.986004415 \times 10^{14} m^3 s^{-2}$$

$$a = 6378136.460 m$$

$$J_2 = 0.1082626313 \times 10^{-2}$$

que como se ha dicho antes son propias de cada modelo.

### 3.3 EIGEN-CG03c

Este es el último modelo obtenido a partir de las misiones CHAMP/GRACE. Su desarrollo sólo difiere del EIGEN-CG01c en la cantidad de datos. Al igual que el anterior se trata de un modelo completo hasta grado y orden 360 en término de coeficientes armónicos esféricos y las observaciones terrestres son las mismas que para el modelo anterior.

El EIGEN-CG03c (Reigber et al, 2005) combina 370 días de datos GRACE (entre febrero de 2003 y julio de 2004) y 860 días de datos CHAMP (desde octubre de 2000 a junio de 2003).

Comparado con modelos predecesores de CHAMP/GRACE, la exactitud se verá mejorada en un orden de magnitud llevando a 3 cm y 0.4 mgal en términos de alturas geoidales y anomalías de gravedad respectivamente, con una longitud de onda aproximada de 400 km.

La exactitud total del modelo completo es estimada en 30 cm y 8 mgal respectivamente.

Las constantes que definen el modelo son:

$$GM = 3.986004415 \times 10^{14} m^3 s^{-2}$$

$$a = 6378136.460 m$$

$$J_2 = 0.10826261872 \times 10^{-2}$$

### 3.4 EGM96

Al igual que el EIGEN-CG01c y EIGEN-CG03c, el EGM96 es un modelo geopotencial global y es el modelo oficialmente adoptado por el IERS.

Dentro del modelo están incluidos gran cantidad de datos superficiales de gravedad así como datos satelitales.

Consiste en un set de coeficientes armónicos esféricos completos hasta grado y orden 360.

El elipsoide asociado al EGM96 (Lemoine et al, 1998) es el WGS84. El geoide resultante es generado del modelo de armónicos esféricos indicado y los parámetros del WGS84, estando también disponible como una grilla de 15'x15' de alturas geoidales. La desviación global de este geoide es de  $\pm 0.5 - 10$  m.

Las constantes que definen el modelo son:

$$GM = 3.986004418 \times 10^{14} m^3 s^{-2}$$

$$a = 6378137.00 m$$

$$J_2 = 0.108262982131 \times 10^{-2}$$

Para el cálculo de las ondulaciones se ha diseñado el programa F477.f (Rapp, 1982), estas están dadas en un sistema libre de mareas con respecto al elipsoide asociado WGS84.

## Capítulo 4

# Sistemas de altura y marcos geodésicos argentinos

Habíamos hablado hasta el momento de alturas ortométricas y elipsóidicas, ahora introduciremos el concepto de alturas de nivelación, alturas normales y dinámicas.

Las alturas de nivelación se calculan por la suma de los desniveles ( $dn$ ) entre los puntos de medición y cada línea visual del nivel utilizado es tangente a la superficie equipotencial local en el punto de nivelación. Teniendo en cuenta esta definición y la que habíamos dado para las alturas ortométricas, se puede apreciar que la diferencia de alturas niveladas entre dos puntos A y B no es igual a la diferencia de alturas ortométricas entre los mismos.

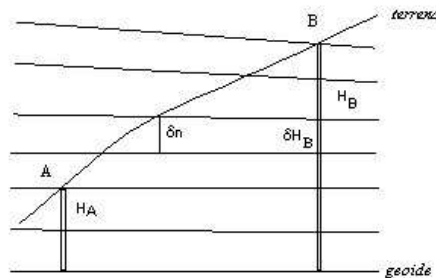


Figura 4.1: Nivelación

La razón es que las superficies equipotenciales no son paralelas.

Por causa de la convergencia de estas superficies,  $dn$  depende de la posición de la nivelación. Como consecuencia  $\Delta n$  (suma de los incrementos  $dn$ ) depende del camino de la nivelación.



Si denotamos por  $\delta W$  al incremento de potencial

$$-\delta W = g\delta n = g'\delta H_B$$

donde  $g$  es la gravedad en la estación de nivelación y  $g'$  es la gravedad en B sobre la dirección de la plomada a una altura  $\delta H_B$ .

En estos términos, la diferencia de potencial entre A y B queda:

$$W_A - W_B = - \sum_A^B gdn$$

Sea ahora O un punto sobre el geoide y A un punto conectado a O mediante la línea de nivelación (ver figura 4.1), la diferencia de potenciales entre A y O se conoce como *Número geopotencial*

$$C = W_O - W_A = \int_O^A gdn$$

Por tratarse de una diferencia de potenciales, el número geopotencial es independiente de la nivelación, es decir independiente del camino recorrido entre A y O. Este puede ser determinado de la nivelación y de mediciones de gravedad.

En términos de los números geopotenciales podemos definir la altura ortométrica como:

$$H = \frac{(W_O - W_A)}{\bar{g}} \quad \bar{g} = \frac{1}{H} \int g dH$$

Como se puede apreciar,  $\bar{g}$  es la gravedad promediada a lo largo de la dirección de la plomada. La altura dinámica queda expresada por:

$$H^{din} = \frac{(W_O - W_A)}{\bar{\gamma}_\phi}$$

$\bar{\gamma}_\phi$  es la gravedad normal a 45 grados. Finalmente nos quedan las alturas normales

$$H_N = \frac{(W_O - W_A)}{\bar{\gamma}}$$

con  $\bar{\gamma}$  la gravedad normal promediada a lo largo de la plomada normal.

## 4.1 Comparación de sistemas de altura

Las alturas de nivelación acarrearán el problema de la dependencia del camino.

Las elipsoidales por su parte no son demasiado útiles pues carecen de información del campo gravitatorio excepto que tengan asociado un modelo de geoide.

Para calcular alturas ortométricas es necesario conocer la distribución de masas terrestres (densidad). Estas son diferentes para puntos sobre una misma equipotencial (diferente del geoide) debido al no paralelismo de las superficies equipotenciales.

Las alturas normales dependen de la gravedad teórica y por razones similares al caso anterior, alturas normales iguales no determinan superficies equipotenciales.

Son las alturas dinámicas las que tienen un significado físico, iguales alturas dinámicas determinan una misma equipotencial. El agua sigue las alturas dinámicas.

Mientras que para las alturas ortométricas la superficie de referencia es el geoide, para las alturas normales la superficie de referencia es el quasi-geoide el cual difiere del geoide en mm o cm para regiones planas o en varios metros en regiones elevadas. Haciendo una analogía con la ondulación del geoide, si ahora hacemos la diferencia  $h - H_N$  esto es igual a la anomalía de altura  $\xi$ . Esta es la altura del quasi-geoide por sobre el elipsoide en la dirección de la plomada normal.

Para poder realizar una comparación entre alturas GPS, alturas de nivelación y aquellas obtenidas de los modelos geopotenciales es indispensable que todas estén referidas a sistemas compatibles.

Cabe aclarar que las cotas IGM (Instituto Geográfico Militar) son resultado de la nivelación, de manera que no se corresponden con alturas ortométricas, normales ni dinámicas. En el capítulo siguiente daremos por idénticas las cotas IGM con las alturas ortométricas. Esto es posible ya que la superficie en la región considerada es lo suficiente plana como para que la diferencia entre ambas sea mínima.

Mas allá de esta suposición se han hecho comparaciones entre las distintas alturas siguiendo 3 líneas de nivelación N-S (partiendo desde Vedia), arrojando como resultado que efectivamente las diferencias entre los distintos sistemas de altura es de 1cm. Esto mismo se ha encontrado haciendo el mismo análisis en la dirección E-O con una línea que parte desde el límite con La Pampa hasta Mar del Plata no superando el centímetro.

## 4.2 El sistema de alturas en Argentina

Siguiendo con la discusión iniciada en 2.2.1, hallar el NMM no es tan sencillo. Para determinar el NMM representativo del geoide, se utilizan redes mareográficas y mediciones durante períodos largos de tiempo con el fin de eliminar alteraciones causadas por mareas. Si se pretende remover el efecto completo causado por la nutación este promedio deberá realizarse sobre 18.6 años.

Cada estación mareográfica requiere que su cero esté vinculado altimétricamente a puntos fijos en la Tierra. En el caso argentino, las cotas están referidas al sistema adoptado por el IGM que proviene de la obtención del NMM en el mareógrafo de Mar del Plata.

Analizando el NMM durante 19 años se han obtenido las siguientes diferencias respecto del cero IGM:

Mar del Plata  $\rightarrow$  -2.5 cm

Puerto Belgrano  $\rightarrow$  +8.8 cm

Puerto Madryn  $\rightarrow$  +22.0 cm

Comodoro Rivadavia  $\rightarrow$  +3.4 cm

Puerto Deseado  $\rightarrow$  -7.4 cm

Este resultado reciente<sup>1</sup> es muy importante para establecer el origen de la red de nivelación argentina y comprender eventuales diferencias sistemáticas con las ondulaciones geoidales obtenidas a partir de modelos globales. Esto pone en evidencia la necesidad de considerar los efectos de la topografía marina.

Desde 1998 existe un acuerdo entre la FCAG y el Deutsches Geodatisches Forschungsinstitut (DGFI) que se enmarca dentro de un proyecto para mejorar el marco de referencia vertical en Argentina: Sistema de Referencia Vertical en Argentina (SIRVEMAS) siguiendo las recomendaciones del Grupo III de SIRGAS. Para llevar adelante este proyecto fue necesaria la instalación de estaciones GPS permanentes adicionales junto con campañas GPS periódicas en sitios ocupados por mareógrafos con registros de tiempo largos. La estación LPGS de La Plata fue mejorada para medir con 1 Hz

Actualmente la red SIRVEMAS cuenta con cuatro estaciones permanentes y los datos arrojados por la misma son procesados conjuntamente entre la FCAG y el DGFI. Esto ha permitido hasta el momento determinar movimientos seculares de los sitios del orden del milímetro.

#### 4.2.1 Breve reseña sobre Marcos de Referencia Geodésicos en Argentina

Por años el marco geodésico argentino estuvo materializado por el Sistema Campo Inchauspe'69 cuyo origen quedó definido por el punto astronómico del mismo nombre ubicado en el NO de la provincia de Buenos Aires. A éste se le asignó coordenadas elipsóidicas latitud, longitud, altura y azimut iguales a las astronómicas como así también, tangencia entre elipsoide y geoide, esto es ondulación geoidal nula. Se le asoció el elipsoide internacional de 1924 ( $a=6378388\text{m}$  y  $\frac{1}{f}=297$ ).

Posteriormente se pudo determinar que el sistema no tiene su origen en el geocentro sino que dista del mismo en unos 200 m, y que su precisión relativa se halla entre las 3 y 10 ppm.

Años mas tarde, con el surgimiento de la geodesia satelital, Campo Inchauspe'69 fue reemplazado por POSGAR'94 (Posiciones Geodésicas Argentinas). El objetivo de POSGAR'94 era materializar el marco de referencia argentino tan cercano como fuese posible al sistema global WGS'84, mediante observaciones GPS. Este marco consta de 124 puntos bien distribuidos sobre el territorio argentino. Las coordenadas finales (latitud, longitud y altura) se encuentran expresadas en WGS'84. La precisión relativa es de 1ppm.

Una versión mejorada resulta ser POSGAR'98 (Moirano, 1997). Este surge a partir del proyecto SIRGAS (Sistema de Referencia Geocéntrico para América del Sur), el cual es una densificación del marco de referencia internacional ITRF. De los 10 puntos SIRGAS que existen en Argentina, 6 son comunes a POSGAR'94 lo que permite una vinculación entre ambos sistemas. La diferencia más destacable entre POSGAR'98 y POSGAR'94 es que este último presenta inconsistencias muy grandes en altura con respecto a SIRGAS.

---

<sup>1</sup>DÓnofrio, 1999. La Referencia Vertical

## Capítulo 5

# Densificación de la red geodésica

### 5.1 Antecedentes

Como ya se ha comentado en la introducción, este trabajo de tesis se enmarca en una nueva re-densificación de la red geodésica de la provincia de Buenos Aires GEOBA'98 (Perdomo et al, 2001). Esta densificación consistió en mediciones GPS sobre 36 puntos del noroeste de la provincia de los cuales se conoce su cota sobre el nivel del mar. Estos puntos se dividen en:

- 13 puntos con coordenadas conocidas pertenecientes a la red principal GEOBA'98
- 1 punto secundario en el mismo marco de referencia
- 22 puntos nuevos que fueron medidos con el fin de efectuar este estudio

El trabajo tuvo lugar en los meses de abril, mayo, junio y noviembre de 2005. Los datos fueron colectados haciendo uso de:

- 2 receptores TRIMBLE 4700 de doble frecuencia
- 2 receptores TRIMBLE 4000 SSE de doble frecuencia

pertenecientes a la FCAGLP.

Esto se apoyó en trabajos anteriores de densificación que tuvieron lugar entre 1998 y 2002, los cuales se explican brevemente a continuación.

En 1998 se realizó la primer medición sobre 200 puntos de nivelación de los que se conocía también la cota sobre el nivel del mar. Estos conforman la red GEOBA'98. Posteriormente, entre 2000 y 2001 se agregaron 102 puntos más (Geoba 2002), vinculando toda la red medida a la red nacional POSGAR'94. Si bien el marco de referencia de GEOBA'98 es POSGAR'94, Geoba no posee los mismos problemas en altura que esta última.

A esta conclusión se ha llegado luego de compensar aquel trabajo en el marco ITRF96 el cual está materializado en la región por tres puntos pertenecientes a la red SAGA (proyecto del GFZ Potsdam en cooperación con la FCAG). Las coordenadas ITRF96 fueron desplazadas de forma que las coordenadas del punto IGM0 coincidieran con las de POSGAR'94 quedando así vinculados ambos marcos y entonces GEOBA'98 coincide con POSGAR'94 dentro del margen de error de esta última<sup>1</sup>

Estos puntos distaban unos de otros entre 30 y 70 km formando una malla medianamente uniforme; configuración que se ha intentado respetar en la re-densificación.

Con los puntos Geoba'98 se construyó un modelo de transformación de alturas (FCAG98, Perdomo y Del Cogliano, 1999) que permite interpolar N para cualquier lugar de la provincia. La densificación GEOBA02 permitió testear este modelo en todo el territorio arrojando como resultado que en el 84 % de los casos los errores no superan los 15 cm.

Este trabajo permitió una evaluación local del modelo elaborado en 1998, FCAG98.

Como se ha explicado anteriormente, la tarea realizada durante el año 2005 ha sido la de incorporar nuevos puntos a la red. Cada uno de los puntos nuevos fue medido al menos dos veces, siendo la duración de cada sesión de 3 a 6 horas. Cada observación se realizó contra la estación de control más cercana, entendiéndose por estaciones de control a aquellas que forman parte de la red Geoba'98.

## 5.2 El Procesamiento

El procesamiento se llevó a cabo con el software GPSurvey 2.35, el cual contiene los software WAVE BASELINE PROCESSOR 2.35 y TRIMNET PLUS utilizados en el procesamiento de los vectores de línea de base y en la compensación respectivamente.

Se han procesado un total de 51 vectores aplicando los siguientes parámetros:

- Modelo troposférico: Hopfield
- Tipo de solución: libre de ionósfera
- Ambigüedades fijas
- Meteo data: standard
- Máscara de elevación: 15°
- Intervalo entre observaciones: 15 segundos

A cada estación o punto de la red se lo designó con cuatro letras correspondientes al nombre de la localidad mas cercana, por ejemplo al punto de Gobernador Ugarte se lo denomina GUGA.

---

<sup>1</sup>ver Advances in the calculation of a height transformation model in Buenos Aires province

En la tabla 5.1 se detallan todas las estaciones empleadas en este trabajo junto con su designación y el tipo de punto, es decir, si pertenecen a la red Geoba'98, a la densificación 2001 o se trata de puntos nuevos. Mas adelante se mostrará el mapa con las estaciones que conforman la red procesada.

Tabla 5.1: Identificación de los puntos utilizados

Estación	Designación	Red a la que pertenece
9 de Julio	9JUL	Geoba'98
Florentino Ameghino	AMEG	Geoba'98
Estación América	AMER	GEOBA02
Ayarza	AYAR	nuevo
Belloq	BELQ	nuevo
Blaquier	BLAQ	nuevo
Bragado	BRAG	Geoba'98
Carlos Casares	CCAS	Geoba'98
Chacabuco	CHAC	Geoba'98
Chivilcoy	CHIV	Geoba'98
Cnel. Martínez de Hoz	COMA	nuevo
Carlos Salas	CSAL	nuevo
Carlos Tejedor	CTEJ	Geoba'98
Curarú	CURA	nuevo
Diego de Alvear	DALV	nuevo
Francisco de Victoria	FVIC	nuevo
Gral. Pinto	GPIN	nuevo
Gob. Ugarte	GUGA	nuevo
Hereford	HERE	nuevo
Juan José Paso	JJPA	nuevo
Junín	JUNI	Geoba'98
Laplacette	LAPL	nuevo
Lértora	LERT	nuevo
Lincoln	LINC	Geoba'98
La Sofia	LSOF	nuevo
Mira Pampa	MIPA	nuevo
Carlos María Naón	NAON	nuevo
Pasteur	PAST	nuevo
Pehuajó	PEHU	Geoba'98
Piedritas	PIED	nuevo
Robert	ROBE	Geoba'98
Cnel. Seguí	SEGU	nuevo
Santa Regina	SREG	nuevo
Trenque Lauquen	TLAU	Geoba'98
Vedia	VEDI	Geoba'98
Villegas	VILL	Geoba'98
Agustina	AGUS	GEOBA02
Arenaza	ARZA	GEOBA02
Baigorrita	BAIG	GEOBA02
Bayauca	BAYA	GEOBA02

continúa en la página siguiente ...

... viene de la página anterior

Estación	Designación	Red a la que pertenece
Blandengues	BLAN	GEOBA02
Comodoro Py	COPY	GEOBA02
Corazzi	CORA	GEOBA02
El Dorado	DORA	GEOBA02
El Tejar	ELTE	GEOBA02
González Moreno	GMOR	GEOBA02
Hale	HALE	GEOBA02
Inés Indart	IIND	GEOBA02
María Josefa	MJOS	GEOBA02
O'Higgins	OHIG	GEOBA02
Rafael Obligado	ROBL	GEOBA02
Salto	SALT	GEOBA02
Herrera Vegas	HVEG	GEOBA02
La Francia	LFRA	GEOBA02
La Invencible	LINV	GEOBA02
Mamaguita	MAMA	GEOBA02
Tres Sargentos	TSAR	GEOBA02
25 de Mayo	25MA	Geoba'98
Gral. Arenales	AREN	Geoba'98
San Carlos de Bolívar	BOLI	Geoba'98
Henderson	HEND	Geoba'98
Los Toldos	LTOL	Geoba'98
Mosconi	MOSC	Geoba'98
Relmo	RELM	Geoba'98
Rojas	ROJA	Geoba'98

Para calcular cada línea de base, se tomó como origen la estación de control más cercana, exceptuando las siguientes soluciones: HERE-PAST, CURA-CSAL, BLAQ-GPIN, MIPA-AMER, DALV-GPIN, PIED-SREG, AYAR-CHAC, MIPA-LERT, FVIC-AMER, CSAL-CTEJ. Estas últimas han sido así procesadas ya que eran necesarias para lograr algunos cierres y en el caso de MIPA-AMER y FVIC-AMER se invirtió el análisis con el propósito de detectar problemas en el extremo noroeste de la red, especialmente en la estación AMER medida desde Villegas (VILL). Esto se discutirá en detalle más adelante.

El total de los casos resultó en soluciones fijas, esto es, no fue necesario construir soluciones flotantes.

A continuación se incluyen 3 tablas que resumen el procesamiento de las líneas de base (5.2, 5.3 y 5.4). En estas se detalla la altura obtenida para la segunda estación de cada línea, el "Variance ratio of Cut off" y el "Reference Variance". Ambos indicadores de la precisión de la solución. Nos dan una idea del error del procesamiento resultante con respecto al inicial. Para el caso del Variance Ratio se aceptan valores mayores a 5, mientras que el Reference Variance debe ser cercano a la unidad ya que se relaciona con el error a priori.

La columna Diferencia Máxima (tabla 5.2) da cuenta de la máxima diferencia de alturas en una misma estación desde dos o más bases distintas. Por ejemplo, la altura de NAON, calculada desde 9JUL difiere en 5 cm con la misma altura medida desde BRAG.

Tabla 5.2: Resumen del procesamiento

Línea de base	Altura[m]	Var. Ratio	Ref. variance	Diferencia máxima
BRAG-NAON	81.21	29.3	0.8	
9JUL-NAON	81.26	12.6	0.53	5 cm
BRAG-GUGA	70.8	9.8	0.68	
CHIV-GUGA	70.79	16.6	0.99	1 cm
BRAG-SEGU	76.79	15.8	0.65	
CHIV-SEGU	76.77	98	0.37	3 cm
9JUL-LSOF	96.68	11.3	1.14	
CCAS-LSOF	96.68	22.9	0.59	0
CCAS-BELQ	105.38	35	0.73	
PEHU-BELQ	105.39	51.1	0.77	1 cm
CTEJ-CURA	105.61	52.4	0.39	
PEHU-CURA	105.72	65.6	0.55	10 cm
TLAU-CURA	105.73	10.3	0.49	
CTEJ-PAST	125.77	11	0.59	
HERE-PAST	125.77	55.9	0.47	3 cm
HERE-PAST	125.79	23.5	0.55	
AMEG-PAST	125.79	31.2	0.42	
CTEJ-CSAL	107.19	9.2	0.7	
CURA-CSAL	107.21	15.9	0.83	hasta 10 cm
PEHU-CSAL	107.29	10.2	1.11	
CTEJ-HERE	124.98	14.5	0.58	
AMEG-HERE	124.99	19.9	0.5	1 cm
JUN-LAPL	94.55	25.7	0.56	
LINC-LAPL	94.54	19.8	0.74	1 cm
VEDI-LAPL	94.55	12.5	0.62	
AMEG-GPIN	118.33	15.5	0.72	aprox. 7 cm
ROBE-GPIN	118.41	23.4	0.55	
BLAQ-GPIN	118.34	35.5	1.01	
DALV-GPIN	118.39	36.1	1.06	
VEDI-GPIN	118.41	49.7	0.81	
AMEG-PIED	137.03	18.3	0.73	
VILL-PIED	137.04	5.1	1.95	
AMER-PIED	137.06	10.6	1.87	2 cm
CTEJ-FVIC	110.24	31.3	0.68	
TLAU-FVIC	110.35	28.9	0.48	11 cm
AMER-FVIC	110.22	10.9	0.53	
TLAU-JJPA	104.7	84.1	0.57	
PEHU-JJPA	104.69	24.4	1.13	1 cm
TLAU-LERT	119.91	52.4	0.45	10 cm
AMER-LERT	119.81	10.9	1.16	
MIPA-LERT	119.82	11.2	0.84	1 cm
DALV-BLAQ	124.05	23.8	1.08	
AMEG-BLAQ	124.03	20	0.4	2 cm
ROBE-COMA	107.5	18.5	0.53	
LINC-COMA	107.51	14.3	0.44	1 cm
PIED-SREG	148.64	15.2	0.73	
VILL-SREG	148.62	6.9	1.28	2 cm
AMEG-SREG	148.62	9.4	0.65	

continúa en la página siguiente ...



... viene de la página anterior

Línea de base	Altura[m]	Var. Ratio	Ref. variance	Diferencia máxima
AYAR-CHAC	87.82	16.2	0.42	
CHIV-CHAC	87.81	10.4	0.56	
JUN-CHAC	87.78	16.8	0.48	3 cm
LERT-AMER	123.07	10.9	1.18	
MIPA-AMER	123.06	10.7	0.68	1 cm
CTEJ-AMER	123.06	25.7	0.99	

Tabla 5.3: Cierre de las figuras antes del ajuste

Cierres/errores	N[m]	E[m]	U[m]	distancia [m]
BRAG-SEGU-CHIV-GUGA	-0.006	0.005	0.005	101402.3582
PEHU-CCAS-BELQ	0.002	-0.001	0.008	113206.1546
9JUL-CCAS-LSOF	-0.004	0.000	-0.013	150496.2360
CTEJ-CSAL-CURA	-0.011	-0.008	-0.020	96547.7917
CTEJ-HERE-PAST	0.002	0.002	-0.002	121735.2523
CHAC-CHIV-AYAR	-0.001	0.001	0.006	108343.9366
ROBE-LINC-COMA	-0.001	0.000	0.002	102531.1357
VILL-SREG-PIED	0.002	0.005	-0.022	127183.9720
AMEG-HERE-PAST	0.002	0.002	0.000	105724.9225
VEDI-DALV-GPIN	0.003	0.005	-0.015	149477.2333
DALV-BLAQ-GPIN	0.000	0.003	-0.033	108308.0925
VEDI-DALV-BLAQ-GPIN	0.003	0.009	-0.048	183655.1149
CSAL-CTEJ-CURA-PEHU	0.018	0.032	-0.004	134707.2140
CTEJ-FVIC-TLAU-CURA	0.007	0.004	0.003	146788.6959
CURA-TLAU-JJPA-PEHU	-0.025	-0.028	0.000	152044.3101
BLAQ-AMEG-GPIN	0.019	0.056	-0.020	113668.4513
NAON-BRAG-9JUL	0.002	-0.001	0.008	108753.3492
AMER-CTEJ-FVIC	0.001	0.003	-0.021	121454.8322
AMER-LERT-TLAU-FVIC	0.014	0.000	0.031	136676.9741
AMER-MIPA-LERT	-0.003	-0.002	0.015	144422.6668
AMEG-PIED-SREG	0.001	-0.005	0.018	141425.3924

Se ha efectuado también un cierre total de la red haciendo un recorrido por los vectores que marcan los bordes, para ver la consistencia de la misma.

Tabla 5.4: Cierre total

Componente	Errores[m]	Errores[ppm]
N	0.0351	0.0387
E	0.0045	0.0049
U	0.0016	0.0017

La distancia total del recorrido es de 907710.5524 m y el error total es de 0.0390 ppm.

Los errores encontrados en los cierres son típicamente de 0 a 1 cm. Aunque se advierten valores más altos que justifican la necesidad de una compensación. Esta tabla de cierres permite simplemente validar el acuerdo externo de las distintas líneas de base, gracias a la utilización de al menos dos vectores independientes para cada línea de base. Se llaman

independientes aquellos vectores que no han sido medidos en forma relativa, es decir han sido observados en sesiones diferentes.

El procesamiento de los vectores analizados dieron lugar a la configuración mostrada en la figura 5.1.

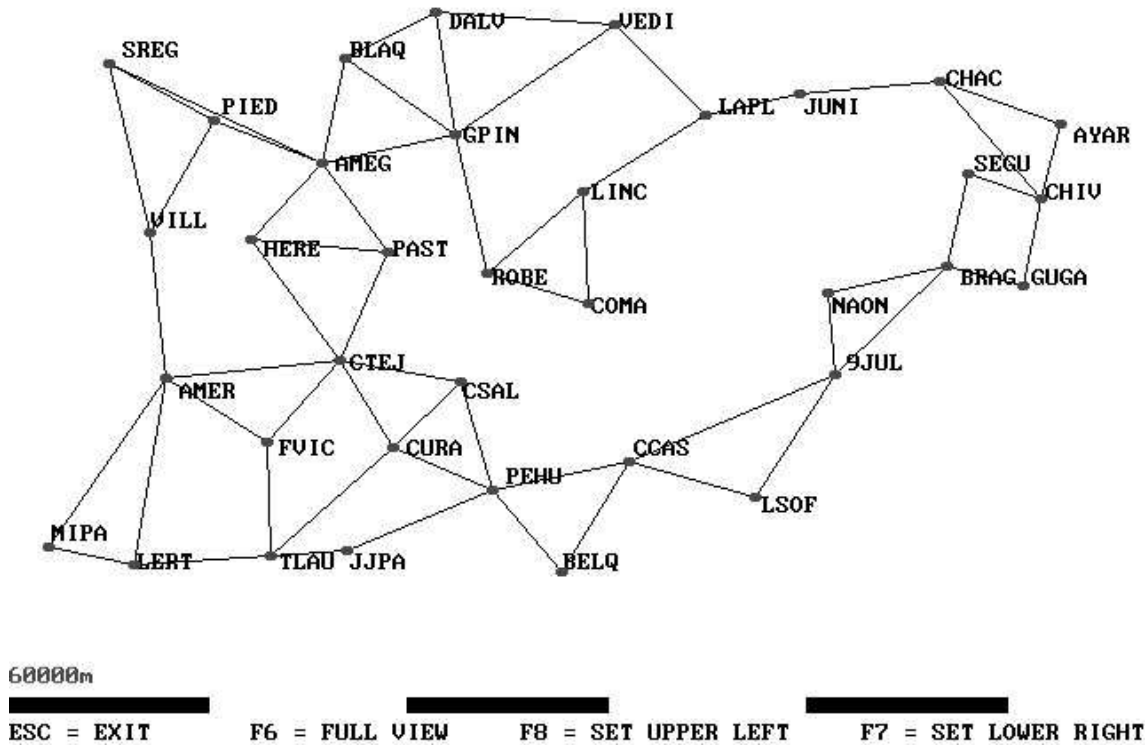


Figura 5.1: Red resultante

### 5.2.1 Observaciones

En principio, de acuerdo con la metodología original no era evidente la necesidad de realizar un ajuste. Cada punto nuevo fue medido desde dos estaciones de control pertenecientes a la red original y se esperaba como consecuencia que las diferencias de altura en el punto no superaran los 3 cm.

Sin embargo, durante el procesamiento de los vectores se hallaron diferencias de hasta 10 cm (como puede observarse en la tabla 5.2) cuando se compararon vectores que provienen de estaciones como Robert, Trenque Lauquen y Pehuajó con los que tienen su origen en estaciones como Ameghino, Carlos Tejedor y Gral. Villegas. Un ejemplo de esto es la altura obtenida para Francisco de Victoria medida desde Trenque Lauquen y Carlos Tejedor. Esta

diferencia es de 11 cm. Otro ejemplo es Gral. Pinto; las alturas calculadas para el mismo desde Robert y Vedia tienen una diferencia de 8 cm con la obtenida desde Ameghino. En la misma situación se encuentran las estaciones de Curarú, Carlos Salas y Lértora.

Si bien este ha sido un resultado inesperado, constituye un aporte al mejoramiento de la red Geoba'98. En esta se puede notar que la región del noroeste de la provincia, en particular la zona que concierne a Ameghino, Carlos Tejedor y Gral. Villegas, es geoméricamente débil ya que no está vinculada con el resto de la red; situación habitual en los puntos restantes pero que además se ubica en una zona de borde. Todos los problemas de la tabla 5.2 parecieran resolverse con una corrección de 10 cm en la altura de esos puntos.

En función de este problema se diseñó una estrategia de ajuste que permita estimar objetivamente la corrección en altura de estas estaciones de control.

### 5.3 Ajuste

La compensación o ajuste de la red se realizó con el módulo de ajuste incluido en el Software TRIMNET PLUS ver 2.35 del GPSurvey.

El Software mencionado tiene por objeto compensar los errores en las tres componentes (acimut, distancia y diferencia de altura elipsoidal) del vector de línea de base.

Primeramente se ajustó una red libre. Esta debe su nombre a que en este caso no se considera fija ninguna de las estaciones, de manera que sus coordenadas son tratadas como parámetros desconocidos. Esto se puede lograr asignando un peso bajo a las coordenadas resultantes del procesamiento. Este paso es importante porque la solución de una red libre es un indicador de calidad y además una buena aproximación del resultado final, especialmente en lo que a deformación se refiere.

Para efectuar esta compensación fue necesario adoptar una estrategia de selección de pesos, la cual en esta instancia consistió en aplicar un mismo factor de escala para todas las estaciones.

A partir de la experiencia recogida en las actividades de campo, los errores de estación adoptados fueron:

- 15 mm en la lectura de la altura instrumental
- 5 mm en el centrado de la estación

Con lo mencionado anteriormente se construyó la matriz de errores a priori de las observaciones.

Del análisis de los histogramas y las observaciones (acimut, distancia y diferencia de altura elipsoidal) encontramos 2 observaciones discordantes en horizontal, que luego fueron eliminadas y se procedió a un nuevo ajuste. En este caso la estrategia de peso de las observaciones fue diferente a la utilizada al principio. Se aplicaron pesos individuales para cada estación,

de manera que las soluciones de menor calidad tengan menor peso. Este ajuste arrojó como resultado los siguientes valores:

Network Reference Factor: 0.71
Chi-Square Test( $\alpha = 95\%$ ): PASS
Degrees of Freedom: 67

**Network Reference Factor:** es el error medio cuadrático de la unidad de peso. Este indicará que las observaciones han sido correctamente ajustadas y pesadas cuando su valor sea cercano a la unidad.

**Chi-square Test:** es el test que permite decidir cuándo aquel valor está lo suficientemente cerca de la unidad. El nivel de significancia de este test es del 95%

**Degrees of Freedom:** es el número de observaciones ajustadas menos el número de coordenadas ajustadas.

Como segundo paso realizamos una compensación fijando las coordenadas de una estación. En este caso se trató de Robert (ROBE), pues se encuentra aproximadamente en el centro de la red calculada.

El resultado estadístico del ajuste es el mismo que en el caso libre. No hubo necesidad de quitar ninguna observación ya que no se detectaron outliers. Como era de esperar, al analizar la deformación con respecto a la red libre, se encontró que esta fue mínima. Continuando con la incorporación de nuevas condiciones, ahora fijamos todas las estaciones de control con las siguientes coordenadas Geoba'98 (tabla 5.5)

Tabla 5.5: Estaciones de la red Geoba'98

Coordenadas de las estaciones de Control, GEOBA'98							
Punto	Latitud S [° '"]			Longitud O [° '"]		$h[m]$	
AMEG	34	51	7.5716	62	28	20.7483	126.22
BRAG	35	6	16.2006	60	24	32.0812	67.16
CCAS	35	39	11.4931	61	26	48.5413	100.72
CHIV	34	54	56.6018	60	6	33.2089	67.34
CTEJ	35	23	10.5648	62	24	49.5823	112.85
JUNI	34	39	3.2069	60	54	40.7076	96.32
LINC	34	55	30.4720	61	36	57.6350	106.7
9JUL	35	24	23.8290	60	46	20.8006	84.66
PEHU	35	44	4.2851	61	53	55.6243	102.49
ROBE	35	8	50.6008	61	55	28.2568	119.61
VEDI	34	28	18.3358	61	30	54.0583	105.1
VILL	35	2	38.6563	63	2	15.5211	132.94
TLAU	35	55	3.2333	62	38	5.8735	107.23

Se analizó la situación haciendo uso de dos estrategias de peso diferentes, una en forma manual y otra igual a la anterior. Ambas estrategias arrojaron resultados muy similares y no se detectaron outliers. Sí se observaron residuos y diferencias muy altas en determinadas observaciones según estas proveniesen de estaciones como CTEJ, AMEG y VILL o desde

estaciones ubicadas más al este. Las diferencias variaron entre los 5 y 8 cm. Por esto es que se efectuó un último ajuste dejando libre las estaciones mencionadas. El resultado estadístico fue:

Network Reference Factor: 1.05
Chi-Square Test( $\alpha = 95\%$ : PASS
Degrees of Freedom: 86

Se advierte en la tabla precedente, el cambio en los grados de libertad según el número de observaciones habilitadas y el número de coordenadas fijas.

Luego de esto se obtuvieron las siguientes coordenadas con sus correspondientes errores (tabla 5.6). Como se observará las coordenadas de Carlos Tejedor (CTEJ), Ameghino (AMEG) y Villegas (VILL) difieren de las publicadas ya que fueron calculadas nuevamente.

Tabla 5.6: Tabla de coordenadas finales

Punto	Latitud [° '"]		Longitud [° '"]		$h[m]$	$\sigma_n[m]$	$\sigma_e[m]$	$\sigma_h[m]$		
AMEG	-34	51	7.5721	-62	28	20.7473	126.29	0.01	0.01	0.02
AMER	-35	26	17.7594	-62	59	13.7987	123.15	0.01	0.01	0.02
AYAR	-34	42	44.5784	-60	2	54.5728	75.48	0.01	0.01	0.02
BELQ	-35	57	21.5426	-61	40	6.8527	105.4	0.01	0.01	0.02
BLAQ	-34	34	4.4020	-62	24	6.6669	124.07	0.01	0.01	0.02
CHAC	-34	36	17.4486	-60	26	57.9529	87.79	0.01	0	0.02
COMA	-35	13	31.4503	-61	35	22.6064	107.51	0.01	0.01	0.02
CSAL	-35	26	38.1005	-62	0	31.6983	107.29	0.01	0.01	0.02
CTEJ	-35	23	10.5647	-62	24	49.5819	112.94	0.01	0.01	0.02
CURA	-35	37	18.7240	-62	14	1.5564	105.71	0	0	0.01
DALV	-34	26	36.6236	-62	6	12.0121	131.79	0.01	0.01	0.02
FVIC	-35	36	42.7804	-62	39	8.7123	110.33	0.01	0.01	0.02
GPIN	-34	46	22.3781	-62	2	7.8915	118.4	0	0	0.01
GUGA	-35	9	16.7732	-60	9	20.4242	70.8	0.01	0.01	0.02
HERE	-35	3	36.6559	-62	42	19.4248	125.06	0.01	0.01	0.03
JJPA	-35	54	3.1857	-62	22	50.1950	104.7	0.01	0.03	0.02
LAPL	-34	42	47.9712	-61	13	6.0759	94.55	0	0	0.01
LERT	-35	56	27.8522	-63	5	25.9914	119.91	0.01	0.01	0.02
LSOF	-35	44	42.7920	-61	1	31.7472	96.69	0.01	0.01	0.02
MIPA	-35	53	28.2520	-63	22	37.2816	130.72	0.01	0.01	0.03
NAON	-35	11	14.9786	-60	48	14.9671	81.23	0.01	0.01	0.02
PAST	-35	5	30.7978	-62	15	20.3491	125.86	0.01	0.01	0.02
PIED	-34	44	15.1312	-62	49	45.6949	137.11	0.01	0.01	0.03
SEGU	-34	51	23.0059	-60	20	49.3806	76.77	0.01	0.01	0.02
SREG	-34	35	3.0463	-63	10	19.5437	148.69	0.01	0.01	0.04
VILL	-35	2	38.6557	-63	2	15.5204	133.03	0.01	0.01	0.03

### 5.3.1 Observaciones

Las diferencias mostradas en la tabla 5.2 fueron corroboradas en el ajuste. Recordemos que en él se decidió no fijar las coordenadas de Carlos Tejedor, Gral. Villegas y Ameghino de manera que al comparar las coordenadas finales con sus valores originales arrojaron las diferencias

Tabla 5.7: Comparación de coordenadas

Diferencias con las coordenadas de control			
Estación	$\Delta\phi["]$	$\Delta\lambda["]$	$\Delta h[\text{m}]$
AMEG	0.0005	-0.0011	0.07
CTEJ	0.0000	-0.0004	0.09
VILL	-0.0006	-0.0007	0.10

mostradas en Tabla 5.7 las cuales concuerdan con lo observado en el procesamiento de las líneas de base.

## Capítulo 6

# Evaluación de los modelos geopotenciales

### 6.1 Cálculo de la ondulación del geoide a partir de la nivelación

Con la altura elipsóidica de las coordenadas obtenidas mediante el ajuste realizado y la cota ortométrica (ver 4.1) que se tenía de la nivelación IGM obtuvimos  $N_{obs} = h - H$  (sección 2.2.3) la cual es una buena medida de la ondulación del geoide de acuerdo a las consideraciones hechas en 4.1.

En esta nueva etapa se incorporaron 29 nuevos puntos, correspondientes a la densificación GEOBA02 y estaciones pertenecientes a la red original (ver tabla 6.1). La incorporación de estos puntos brinda gran parte de la información útil en la región de estudio, e incorpora más puntos de frontera ampliando la zona para eliminar efectos no deseados de la interpolación de borde.

Se puede advertir que la altura de González Moreno (GMOR) no se corresponde con la publicada, sino que ha sido modificada debido a que originalmente esta estación fue observada desde Villegas y durante este estudio sus coordenadas han sido ajustadas nuevamente.

De cada uno de estos puntos también se conoce la cota sobre el nivel del mar y se incorporaron a fin de evaluar el modelo existente en esta región de la provincia.

### 6.2 Software aplicado en la evaluación de modelos globales

El software utilizado para el cálculo de ondulaciones geoidales es una adaptación del GRAVT\_GM.F el cual es una versión mejorada, hecha en la Universidad de Calgary (Ye-cai Li, 1994), de la realizada por Richard H. Rapp para el modelo EGM96. GRAVT\_GM.F brinda la posibilidad de trabajar con cualquier modelo geopotencial con la libertad extra de

Tabla 6.1: Estaciones incorporadas

Punto	Coordenadas GEOBA98-GEOBA02						$h[m]$
	Latitud [ $^{\circ}$ '"]			Longitud [ $^{\circ}$ '"]			
AGUS	-34	25	55.0604	-61	4	30.9613	107.82
ARZA	-34	58	50.5942	-61	46	39.8064	116.63
BAIG	-34	46	2.5802	-60	58	28.8814	94.78
BAYA	-34	51	52.7360	-61	22	18.6134	95.86
BLAN	-34	32	29.3374	-61	15	2.7974	98.47
COPY	-35	19	0.0645	-60	31	21.9853	77
CORA	-36	15	3.0340	-62	29	42.0652	115.54
DORA	-34	39	7.2616	-61	34	39.4017	106.35
ELTE	-35	18	0.7377	-61	3	5.8823	92.84
GMOR	-35	33	8.8674	-63	20	58.6822	132.86 *
HALE	-36	2	24.6313	-60	48	23.7251	96.12
IIND	-34	27	3.6071	-60	36	37.2292	76.82
MJOS	-36	14	32.9947	-62	52	38.4456	121.35
OHIG	-34	38	51.5311	-60	39	5.9952	87.02
ROBL	-34	22	21.0766	-60	49	2.1237	84.36
SALT	-34	17	0.4018	-60	13	15.9518	65.86
HVEG	-36	1	7.2116	-61	19	49.1003	106.44
LFRA	-36	4	12.7016	-60	15	10.4337	80.46
LINV	-34	16	39.1421	-60	21	26.4387	63.62
MAMA	-35	42	11.5481	-60	11	21.5885	69.66
TSAR	-34	27	52.8486	-60	2	19.1020	72.77
25MA	-35	24	51.6064	-60	8	30.2878	67.96
AREN	-34	18	15.5216	-61	19	43.6636	108.78
BOLI	-36	14	31.5030	-61	6	53.8485	109.23
HEND	-36	17	47.2058	-61	42	7.7365	124.3
LTOL	-35	7	52.7515	-61	12	1.1326	91.84
MOSC	-35	43	52.9151	-60	33	10.3534	84.83
RELM	-36	15	38.9792	-63	26	30.2047	141.66
ROJA	-34	14	26.3255	-60	43	42.7186	80.64

elegir el grado de coeficientes armónicos esféricos a utilizar. Este último detalle es muy importante si lo que se desea realizar es un análisis espectral. Como datos de entrada el programa solicita:

- el modelo geopotencial
- el grado máximo (Nmax)
- los puntos para los cuales calcula la ondulación. El formato debe ser: latitud, longitud y altura elipsoidal. Los puntos pueden ser ingresados manualmente (por teclado), a través de un archivo o mediante una grilla equiespaciada en cuyo caso se pedirá la especificación del área de cómputo

Como primer paso efectúa la normalización de los armónicos zonales pares.

Haciendo uso de las coordenadas geodésicas de los puntos ingresados calcula para cada uno la gravedad normal, la distancia y la latitud geocéntrica. Luego agregando como dato la masa



terrestre (brindada por el mismo modelo) se procede al cálculo del resto de los coeficientes normalizados del desarrollo del potencial.

Por último se procede a la estimación de la anomalías de altura que luego son transformadas en ondulaciones geoidales cuya expresión es la siguiente en términos de un desarrollo en armónicos esféricos provenientes de la comparación del potencial gravitacional y el potencial normal en un mismo punto con coordenadas  $\theta$ ,  $\lambda$  y  $r$  (las barras superiores indican coeficientes normalizados):

$$N = \frac{GM}{r\gamma} \left\{ \sum_{l=2}^{Nmax} \left(\frac{a}{r}\right)^l \sum_{m=0}^l \left( \Delta \bar{C}_{l,m}^m \cos(m\lambda) + \Delta \bar{S}_{l,m}^m \sin(m\lambda) \right) \bar{P}_{l,m}(\cos\theta) \right\}$$

En el mismo módulo que calcula las ondulaciones este programa también efectúa el cómputo de desviaciones de la vertical, anomalías y perturbaciones de gravedad. Estos resultados no se incluyen en el presente reporte ya que exceden los objetivos de este trabajo.

## 6.3 Evaluación

El principal objetivo de este trabajo es obtener un modelo de geode en el NO de la provincia de Buenos Aires. Para ello nos valdremos del análisis de tres modelos geopotenciales globales a fin de hallar aquel que mejor aproxima a lo observado y junto con las ondulaciones observadas construir el modelo final.

Entre los modelos evaluados en la región también estará FCAG98, el cual es un modelo elaborado en la FCAGLP de carácter provincial (Mendoza L. y Perdomo R., 2000). Se trata de un modelo numérico de transformación de cotas a partir de la información puntual de las diferencias h-H ( $N_{obs}$ ) sobre los puntos de la red original y las diferencias  $N_{obs} - N_{EGM96}$ . Este modelo permite estimar la altura ortométrica midiendo h con GPS en el marco de la red e interpolando las diferencias  $N_{obs} - N_{EGM96}$  dentro de una grilla equiespaciada elaborada con el método de kriging.

Las ondulaciones geoidales a partir de los modelos geopotenciales fueron calculadas con el programa correspondiente para cada uno. Para el EGM96 se utilizó el F477.F (disponible en la página web del EGM96), en el caso del EIGEN-CG01c y EIGEN-CG03c el cálculo se realizó con el GRAVT\_GM.F, explicado anteriormente, con los parámetros que definen cada modelo y para FCAG98 la herramienta de cómputo fue un software disponible en la FCAG creado para tal fin.

### 6.3.1 Análisis del comportamiento de los modelos geopotenciales

En primera instancia se graficaron las ondulaciones obtenidas por los distintos modelos mediante algún método de grillado (kriging o mínima curvatura discutidos en la siguiente sección) y se calcularon las diferencias entre los valores de ondulación observados y aquellos predichos por los modelos propuestos en los 65 puntos resultantes.

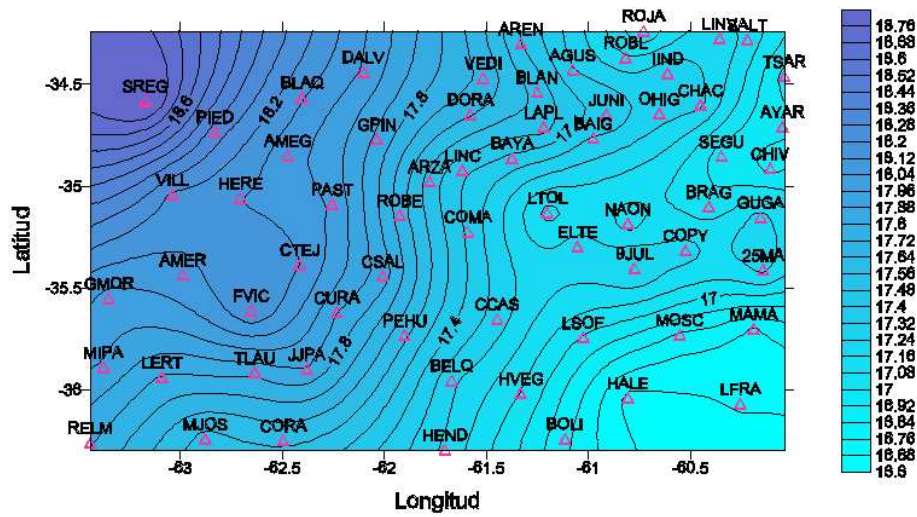


Figura 6.1: Ondulaciones observadas: La equidistancia es de 8 cm. Se observa que las ondulaciones en la región muestran una variación total del orden de los 2.2 m.

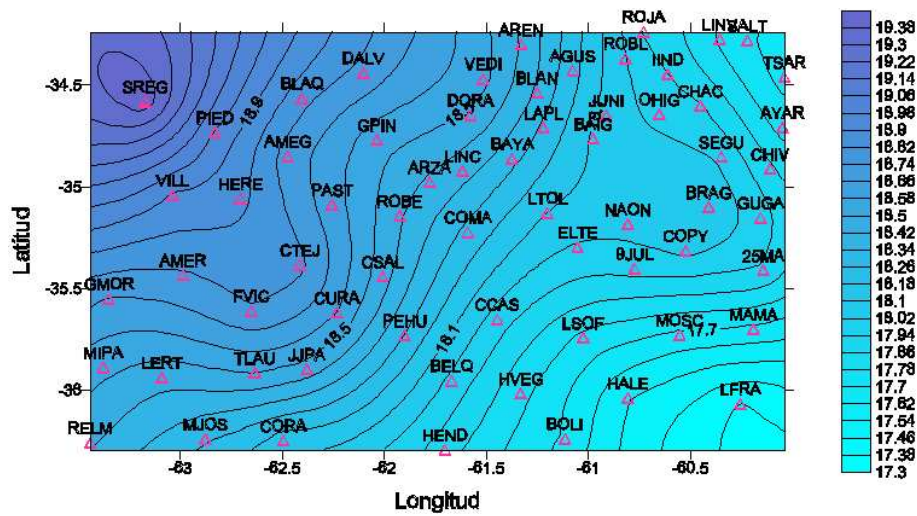


Figura 6.2: Ondulaciones según EIGEN-CG01c: La equidistancia es 8 cm. Se observa un comportamiento muy similar a los  $N_{obs}$ , principalmente en el extremo NO

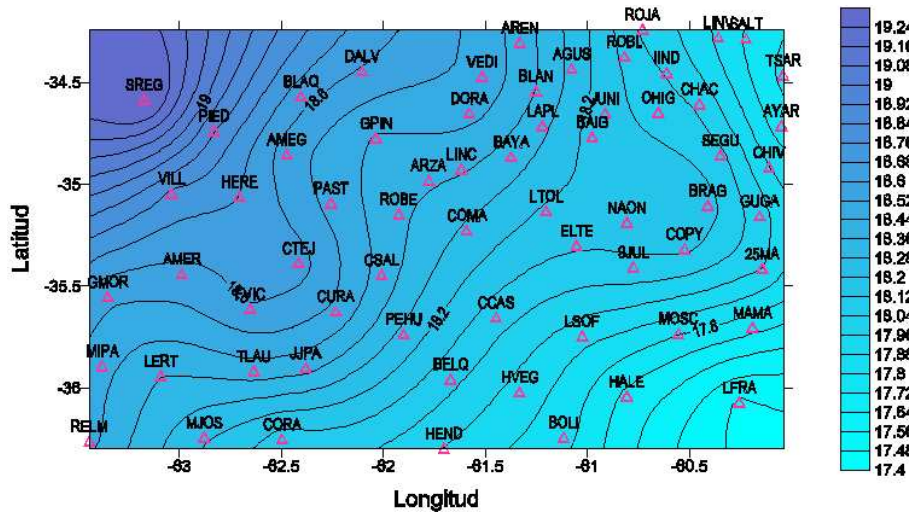


Figura 6.3: Ondulaciones según EIGEN-CG03c: Se advierte una semejanza muy grande con la figura 6.2, aunque difiere un poco más respecto de los  $N_{obs}$

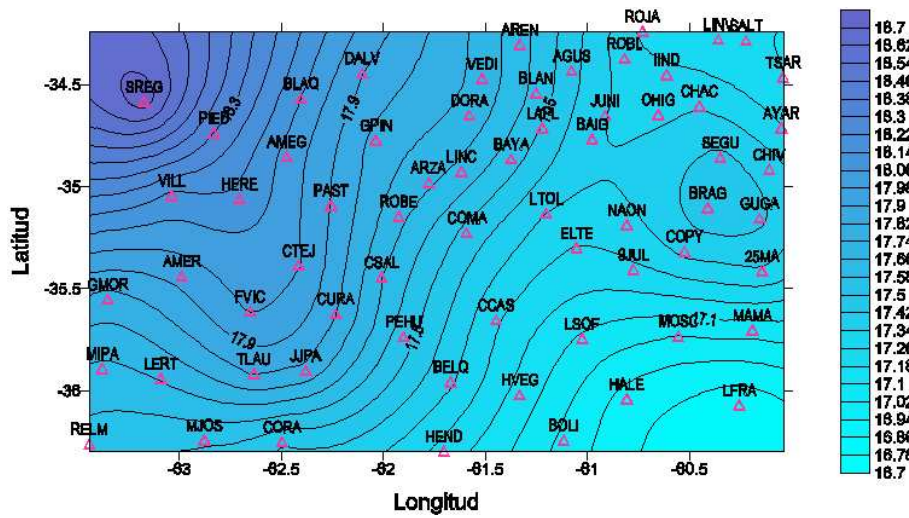


Figura 6.4: Ondulaciones según EGM96: Este también muestra un acuerdo general con los anteriores, pero se advierte que en la región este de la figura los desacuerdos son mayores

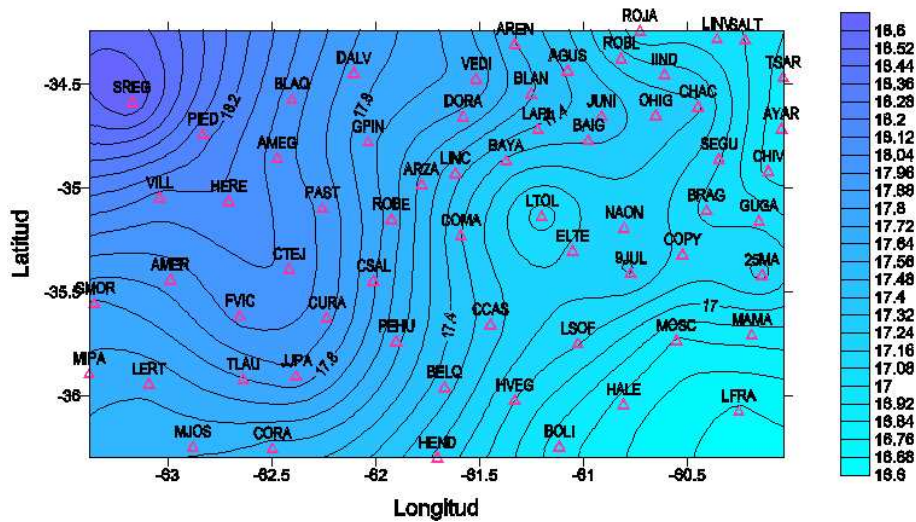


Figura 6.5: Ondulaciones según FCAG98: La comparación con 6.1 pone de manifiesto el aporte de este trabajo con la incorporación de información en lugares con escasez de datos.

Se puede advertir que los modelos globales acompañan bastante bien a las observaciones excepto en la región que involucra a las localidades de Naón (NAON), Bragado (BRAG), Los Toldos (LTOL), Cnel. Seguí (SEGU), Chivilcoy (CHIV). Esto mismo se advierte cuando se grafican las diferencias

$$R_1 = N_{obs} - N_{mod}.$$

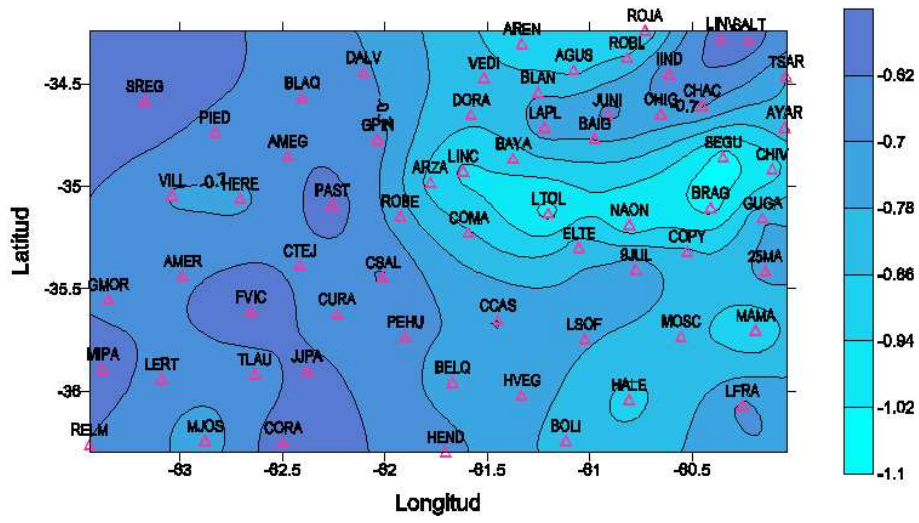


Figura 6.6:  $N_{obs} - N_{Eigen-cg01c}$

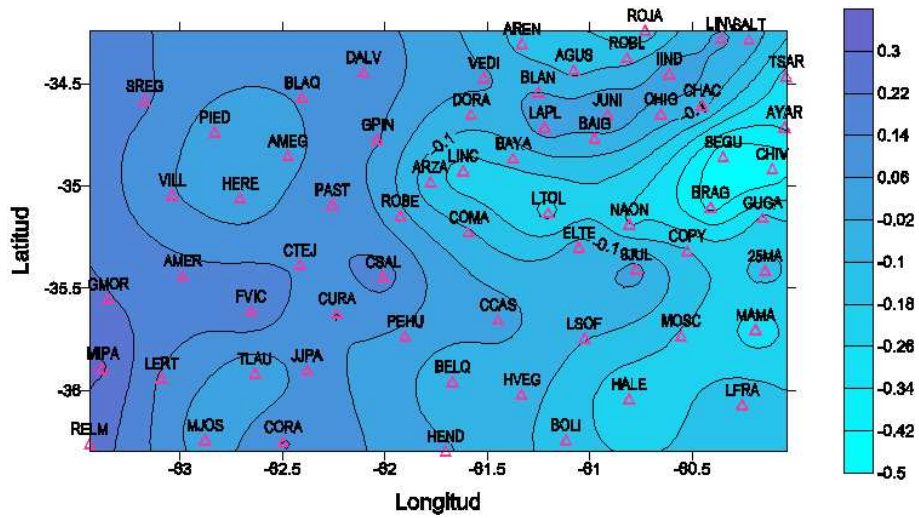


Figura 6.7:  $N_{obs} - N_{EGM96}$

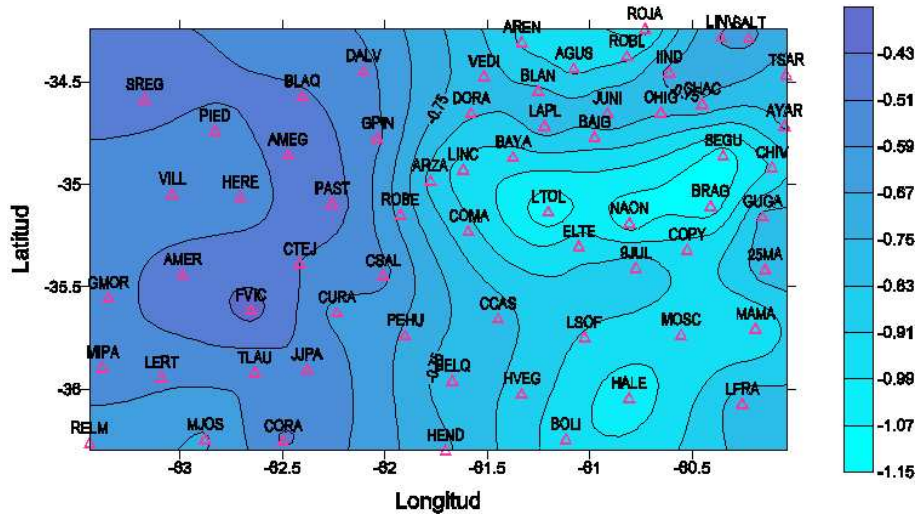


Figura 6.8:  $N_{obs} - N_{eigen-cg03c}$

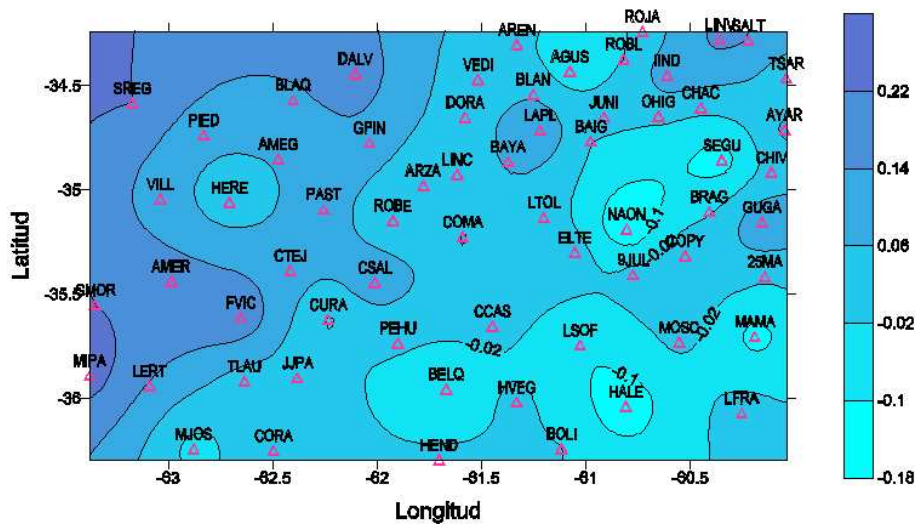


Figura 6.9:  $N_{obs} - N_{FCAG98}$

Estas diferencias con respecto a los valores observados tienen su origen en que los modelos geopotenciales globales resuelven longitudes de onda de unos 110 km mientras que el problema descubierto tiene lugar dentro de unos 40-50 km. Esto es, los modelos globales no pueden resolver longitudes de onda tan cortas.

El EIGEN-CG01c sin embargo, es capaz de absorber el fuerte gradiente que existe por ejemplo en la zona de Santa Regina (SREG) la cual es bastante conflictiva sólo por el hecho de tratarse de un punto de frontera con la consecuente escasez de datos.

Del análisis de las diferencias resultó la siguiente tabla resumen<sup>1</sup>

Tabla 6.2: Análisis estadístico sobre  $R_1 = N_{obs} - N_{mod}$

indicadores	EIGEN-CG01c	EGM96	FCAG98	EIGEN-CG03c
$\mu$ [m]	-0.75	-0.05	-0.04	-0.76
$\sigma$ [m]	0.13	0.17	0.09	0.19
max[m]	0.22	0.36	0.3	0.37
min[m]	-0.31	-0.44	-0.14	-0.38

De acuerdo con los valores estadísticos arrojados por las diferencias, el modelo que mejor aproxima los valores observados es FCAG98, lo cual es de esperar debido a que se trata de un modelo con muchos puntos en común con los  $N_{obs}$ . Pero si ahora nos concentramos en los modelos globales, el modelo que mejor aproxima a los  $N$  observados resulta ser el EIGEN-CG01c a pesar de la diferencia promedio de -0.75 m. Esta sólo pone en evidencia la diferencia de orígenes debida a que la red fue compensada en Posgar'94. Fue necesario expresar los resultados en Posgar'94 porque este constituye el marco de referencia nacional oficialmente adoptado y las coordenadas resultantes del ajuste serán incluidas en un trabajo de transferencia a nivel provincial.

Si tomamos el punto Campo Inchauspe y el de ARRE (Arrecifes), de los cuales se conocen sus coordenadas geodésicas POSGAR'98 y POSGAR'94, y calculamos la diferencia  $h_{posgar98} - h_{posgar94}$ , esta resulta ser de 0.583 m y 0.585 m respectivamente.

Si bien esta diferencia no es constante para toda la provincia, sí podría considerarse constante para una región relativamente pequeña como la considerada en este trabajo. Si la aplicáramos como corrección aproximada a todas las alturas elipsoidales calculadas, la diferencia promedio  $N_{obs} - N_{eigen}$  se vería reducida a -0.17 m (-0.75 m +0.58 m), valor que podemos considerar aceptable si tomamos en cuenta los errores de orígenes residuales provenientes de Posgar'98, Posgar'94, de la red de nivelación y el propio del EIGEN-CG01c.

<sup>1</sup> $\sigma$  es el desvío estandard,  $\mu$ , la media aritmética y los valores máximos y mínimos son con respecto a la media

## 6.4 Sobre el método de grillado

El siguiente paso consiste en decidir qué método de grillado será el utilizado. Es decir, si aplicamos kriging o mínima curvatura<sup>2</sup> y si conviene modelar las diferencias con los modelos geopotenciales, los  $N$  observados o ambos.

Para resolver esta disyuntiva, para cada punto se aplicó el siguiente procedimiento:

1. Se grillaron los  $N_{obs}$  sin el punto en cuestión por lo tanto para cada punto se tiene un valor  $N_{cal}$  dado por la grilla.
2. Se calcularon los residuos entre la grilla sin el punto y los  $N_{obs}$  originales.

Por ejemplo, se elimina el punto CURA del conjunto de los  $N_{obs}$ . Luego con los restantes se construyen dos grillas, una con mínima curvatura y otra con kriging que permiten interpolar  $N_{cal}$  para la posición de CURA. Por último se efectúa la diferencia  $N_{obs} - N_{cal}^i$  ( $i$ = mínima curvatura o kriging)

De esa manera para cada punto se tiene una diferencia  $R_3^{kr} = N_{obs} - N_{cal}^{kr}$  y otra  $R_3^{Mc} = N_{obs} - N_{cal}^{Mc}$ .

En este caso el análisis estadístico no se realizó sobre los 65 puntos sino sobre 51 ya que se eliminaron los puntos de frontera ROJA, SREG, CHIV, TSAR, AYAR, GMOR, MIPA, RELM, MJOS, AGUS, BOLI, HALE, LFRA y MAMA.

Tabla 6.3: Análisis estadístico de las diferencias  $R_3$

indicadores	$R_3^{Mc}$ [m]	$R_3^{kr}$ [m]
$\sigma$	0.076	0.092
$\mu$	0.0065	0.0078

Si miramos la tabla 6.3 es posible notar una pequeña diferencia en favor del método de mínima curvatura (unos 9 cm para kriging contra 8 cm de mínima curvatura). Recordemos que esto se obtuvo quitando los puntos de borde.

Pero si graficamos los  $N_{obs}$  con mínima curvatura se observa que este método tiene dificultades para interpolar en los bordes, no así el método de kriging. Estas ventajas son propias de cada método, y a diferencia de otros métodos de grillado, kriging se vale de la información del punto más cercano y del peso en función de la distancia presentando un mejor comportamiento que mínima curvatura en los bordes

<sup>2</sup>ver apéndice I sobre métodos de grillado



### 6.4.1 Modelo resultante

Teniendo en cuenta el análisis estadístico y cualitativo de los modelos geopotenciales globales y de los métodos de interpolación comentados en las precedentes secciones, se han tomado las siguientes decisiones:

1. Utilizar como modelo de base el modelo geopotencial global EIGEN-CG01c de acuerdo con el análisis estadístico llevado a cabo en 6.3.1.
2. Debido a los problemas presentados por el método de mínima curvatura en los límites de la región estudiada se opta por utilizar el método de kriging, que si bien no es el que mejor interpola en el interior de la región, la diferencia con mínima curvatura no es tan grande siendo que este además permite extender la interpolación a toda la zona de borde.
3. Utilizar para mejorar el modelo existente la combinación de una grilla que permita interpolar las diferencias  $N_{obs} - N_{mod}$  junto con el cálculo directo de los  $N_{eigen}$ , de manera que la interpolación de las diferencias resulte mas sencilla por la suavidad de las variaciones (observar figuras 6.1 y 6.6) y al valor interpolado se le suma directamente el valor del modelo.

Para poner en práctica el procedimiento descrito en los items 1 a 3, se ha adaptado el software (Mendoza L., 2000) diseñado para el cómputo de las ondulaciones correspondientes a FCAG98.

Dicha adaptación consiste en quitar las grillas utilizadas por el mismo e incorporar las nuevas. La primer grilla contiene las diferencias  $N_{obs} - N_{eigen}$  y la segunda contiene las ondulaciones calculadas con el modelo EIGEN-CG01c para cada punto de la misma. Ambas grillas fueron construidas con el método de kriging.

Una vez ingresado el punto para el que se quiere determinar la ondulación del geoide con el modelo propuesto, el programa realiza una interpolación bilineal en cada grilla; de la grilla de las diferencias se obtiene una estimación del  $N_{obs} - N_{eigen}$  y luego le suma la estimación del  $N_{eigen}$  interpolada de la segunda grilla. Esta suma da una estimación de la ondulación para el punto introducido.

Existen varias opciones para el ingreso del punto (figura 6.10) así como para la salida. Es posible también estimar la altura sobre el nivel del mar si en la entrada se provee h referida al marco GEOBA'98

A continuación se muestra la pantalla de trabajo. En la ventana superior se coloca ya sea por teclado o por archivo las coordenadas del o los puntos de cómputo y en la inferior se muestra la salida.

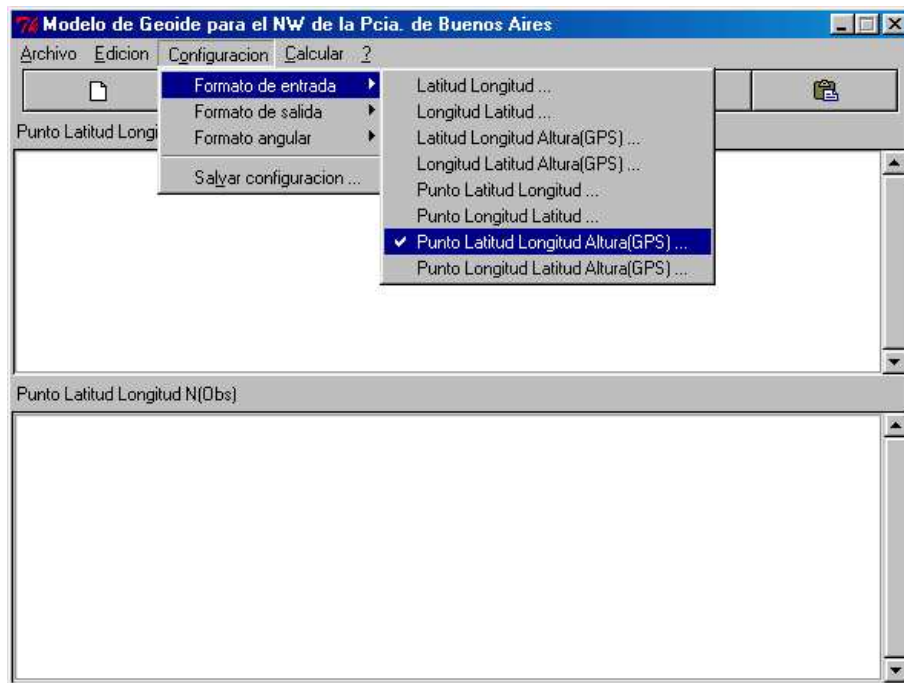


Figura 6.10: Pantalla con opciones de cálculo

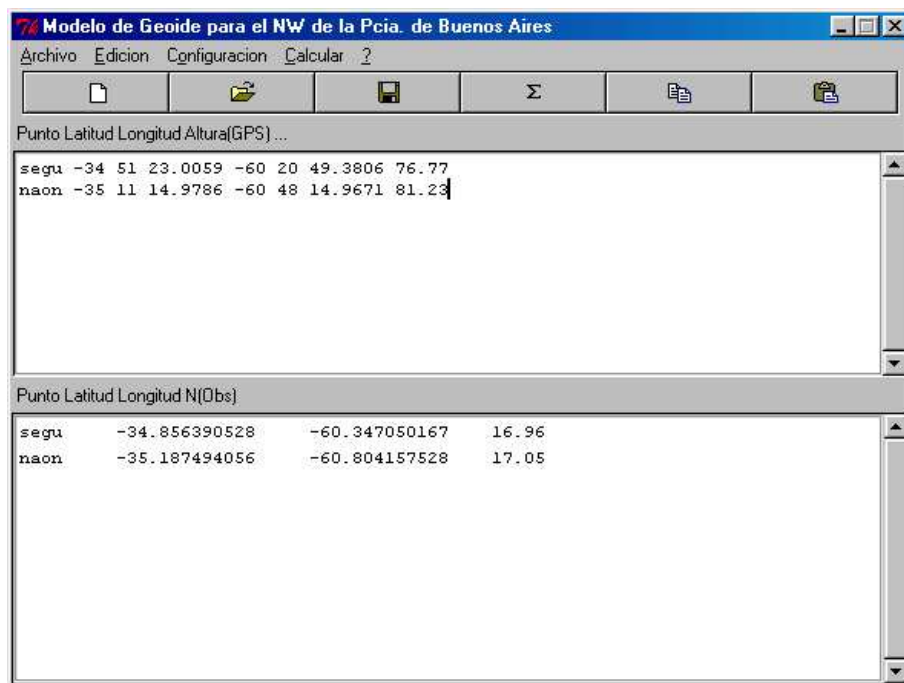


Figura 6.11: En la pantalla superior se presentan las coordenadas de 2 puntos (entrada), y en la pantalla inferior el resultado del cálculo de N en la cuarta columna

## 6.5 Conclusiones

En el transcurso del presente trabajo de tesis, se ha densificado con mediciones GPS una zona de la red geodésica de la provincia de Buenos Aires con escasez de datos y con esto mejorado la componente vertical del marco de referencia terrestre provincial.

Para hacer aquello efectivo se han realizado las siguientes actividades:

1. Tres campañas de medición con GPS cubriendo una superficie total de aproximadamente  $250 \times 400 \text{ km}^2$  y dos campañas de reconocimiento.
2. Procesamiento de las observaciones y ajuste de las coordenadas. Como se ha comentado en el capítulo correspondiente, la compensación no era una actividad prevista, sino que se efectuó de acuerdo al análisis de los resultados arrojados por el procesamiento de las líneas de base, el cual puso de manifiesto la necesidad de ajustar coordenadas.
3. Evaluación de tres modelos geopotenciales (EGM96 , EIGEN-CG01c y EIGEN-CG03c) y un modelo de ondulación del geoide regional (FCAG98) lo que permitió concluir que el modelo geopotencial que mejor aproxima las observaciones es el EIGEN-CG01c, presentando una diferencia promedio de -75 cm para  $N_{obs} - N_{eigen}$  relacionada según se explicara previamente, con una diferencia de orígenes entre los sistemas considerados.

Este trabajo es una de las primeras evaluaciones en una región argentina, del comportamiento de los nuevos modelos obtenidos con las misiones CHAMP y GRACE.

4. Construcción de un modelo de transformación de alturas para la región estudiada utilizando las observaciones y resultados propios en combinación con el EIGEN-CG01c, y adaptación de un software existente para la transferencia de este resultado a los municipios del noroeste bonaerense.
5. En cuanto a la evaluación del modelo FCAG98, la matriz siguiente muestra el principal logro de este trabajo. Se han calculado las diferencias (en cm) entre el modelo FCAG98 y el desarrollado en esta tesis en una serie de puntos equiespaciados unos 100 km ( $1^\circ$ ) que cubren toda la región del NO de la provincia de Buenos Aires:

Las columnas representan el cambio en longitud mientras que las filas representan la variación en latitud siendo el tamaño total de  $2^\circ \times 3^\circ$  (desde -36.26 a -34.3 en latitud y desde -63.2 a -60.2 en longitud) y los elementos de la matriz son las diferencias entre un modelo y otro en centímetros.

$$\mathbf{Dif} = \begin{pmatrix} +14 & 17 & 0 & +12 \\ +17 & +7 & +4 & +3 \\ +5 & +7 & +5 & -4 \end{pmatrix}$$

Se puede observar que las diferencias son significativas en el extremo noroeste justificando las hipótesis planteadas en las motivaciones de este trabajo. En el resto de la región, en general son de unos pocos centímetros, como cabía esperar.

Este trabajo pone de manifiesto la existencia de una región con variaciones de corta longitud de onda en el eje Chivilcoy-Bragado-Los Toldos que justificarían una densificación localizada para definir mejor las características y límites de la zona en cuestión. Resulta evidente que los modelos globales no resuelven estos problemas de manera satisfactoria.

El fuerte gradiente observado en las ondulaciones en el extremo NO (proximidades de Santa Regina), confirmado por los modelos geopotenciales globales, justificaría la medición de dos puntos mas al norte y otros dos mas al oeste de SREG.

Una investigación combinada con mediciones gravimétricas e información geológica permitiría avanzar en la comprensión del origen del comportamiento observado.

# Apéndice A

## Métodos de grillado

### A.1 Mínima curvatura

El método debe su nombre a que trata de producir la superficie de mínima curvatura sobre la cual todos los puntos están anclados. Busca reproducir las observaciones de la mejor manera posible lo que al mismo tiempo implica que no siempre reproduce las observaciones de manera exacta.

Está basado en el método de las reglas flexibles en las cuales la presión ejercida en un punto dado produce una deformación que afecta al ambiente local determinado por ciertos puntos fijos de frontera.

Los pasos seguidos por el software para tal fin son 4:

1. Se ajusta un modelo plano mediante regresión por mínimos cuadrados

$$AX+BY+C=Z(X,Y)$$

2. Los valores obtenidos mediante la regresión para los puntos ingresados son sustraídos de los valores correspondientes (observados) a estos últimos generando residuos.
3. Se aplica un algoritmo de mínima curvatura para interpolar sobre los nodos de la grilla
4. Los valores de la regresión plana (paso 1) en los nodos son sumados a los residuos interpolados dejando como resultado una grilla interpolada.

Los nodos de la grilla son definidos como el promedio sobre los datos observados adyacentes.

La mínima curvatura tiene por finalidad estimar el conjunto de valores  $Z^*$  para los nodos de una grilla regular de manera que la estimación para tal punto de la grilla se acerca al valor observado  $Z$  cuando la posición del punto de observación se acerca a la posición del punto de la grilla.

El algoritmo de mínima curvatura genera una superficie que interpola los datos disponibles y resuelve una ecuación diferencial biarmónica modificada con tensión:

$$(1 - T_i)\nabla^2(\nabla^2 Z) - (T_i)\nabla^2 Z$$

Existen tres sets de condiciones de borde asociadas

$$(1 - T_b)\frac{\partial z}{\partial n^2} + (T_b)\frac{\partial z}{\partial n} = 0$$

En los bordes

$$\frac{\partial(\nabla^2 Z)}{\partial n} = 0$$

en las esquinas

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x \partial y} = 0$$

con  $n$  la normal al borde,  $T_i$  la tensión interna y  $T_b$  la tensión en los bordes.

Es como pasar una hoja a través de los puntos observados sin producir pliegues. La tensión interna se encarga precisamente de controlar esta deformación. A mayor tensión menor deformación. Lo mismo sucede en los bordes.

Para una lectura mas detallada ver Smith y Wessel, 1990

## A.2 Kriging

Es un método de interpolación local por medias ponderadas donde, el conjunto de pesos asignados a los puntos de muestreo, minimiza la varianza de estimación calculada en función de un modelo de variograma y de la posición relativa entre los puntos.

Asume que la variación de una variable regional es muy irregular y entonces es posible describirla por una superficie estocástica. La teoría de las variables regionalizadas asume que la variación espacial de una variable cualquiera puede ser descripta por la adición de tres componentes:

- a La componente estructural expresada con un valor medio constante o con una tendencia constante.
- b Una componente aleatoria espacialmente correlacionada.
- c Un error residual.

Las componentes b y c se asumen constantes en toda la zona de muestreo.

Sea  $x$  la posición en 1, 2, o 3 dimensiones, y  $z$  el valor de la variable regionalizada en  $x$ , se tiene:

$$z(x) = m(x) + \epsilon'(x) + \epsilon'' \quad (1)$$

donde  $m(x)$  es una función determinista que describe la componente estructural de  $z$  en  $x$ ,  $\epsilon'(x)$  denota los residuos de naturaleza estocástica; localmente variables y espacialmente correlacionadas y  $\epsilon''$  es un ruido residual que corresponde a una distribución gaussiana de media cero y varianza  $\sigma^2$ .

La primer etapa consiste en escoger una función adecuada para  $m(x)$ . En el caso mas simple, cuando no existe tendencia  $m(x)$  es igual al valor medio de la zona de muestreo. En este caso la diferencia entre dos posiciones cualquiera  $x$  y  $x + h$  será

$$E[z(x) - z(x + h)] = 0 \quad (2)$$

En tal caso se puede asumir que la varianza de las diferencias depende solamente de la distancia  $h$ . Entonces

$$E[(z(x) - z(x + h))^2] = 2\gamma(h) \quad (3)$$

donde  $\gamma(h)$  es la semivarianza. Las condiciones establecidas por las ecuaciones 2 y 3 corresponden a las hipótesis intrínsecas de la teoría de variables regionalizadas. De acuerdo a esta, una vez que la componente estructural es eliminada, la variación restante es homogénea y la diferencia entre estos sitios está en función de la distancia que los separa. Bajo estas condiciones

$$\gamma(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [z(x_i) - z(x_i + H)]^2 \quad (4)$$

con  $n$  el número de pares de puntos separados por la distancia  $h$ .

El gráfico de  $\gamma(h)$  constituye un semi-variograma y es fundamental a la hora de interpolar ya que es quien ayuda a determinar el peso en función de la distancia y recordemos que, kriging requiere del cálculo de la suma ponderada de los puntos de muestreo en el vecindario del sitio a evaluar.

$$z^* = \sum_{i=1}^n w_i z_i \quad (5)$$

debiéndose cumplir

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (6)$$

Los pesos son calculados a partir de un conjunto de  $n + 1$  ecuaciones lineales simultáneas donde  $n$  es el número de puntos utilizados para la estimación de una localización cualquiera. Escrito en forma matricial

$$C.W = d$$

$C$ : matriz de covarianzas espaciales entre los puntos de la muestra  $d$ : covarianzas entre los puntos de la muestra y el punto a estimar.

Dentro de  $W$  se halla incluido un multiplicador de Lagrange que es el que garantiza que la suma de los pesos sea igual a la unidad. Luego invirtiendo  $C$  se obtiene la matriz de los pesos.

$$W = C^{-1}d \quad (7)$$

C y d deben calcularse para cada nodo cuando se crea la grilla y se debe resolver (7) para obtener los pesos. Luego se incluyen estos en (5) para obtener el valor estimado de la variable o altitud.

De acuerdo con lo expuesto hasta el momento la tarea más importante consiste en calcular los pesos de cada una de las observaciones.

Para tener una idea sobre la estructura de la variación espacial se construye un variograma. Es importante poder determinar el tipo de variograma que mejor se ajusta a los datos experimentales (gausiano, lineal, etc.) junto con los parámetros que lo definen; alcance, efecto pepita, pendiente en el caso lineal.

Mientras el variograma fijado caracteriza la estructura regional de la varianza, es decir la componente estructural  $m(x)$ , se debe analizar la covarianza alrededor del nodo a interpolar lo que permite evaluar  $e'(x)$ .

En el caso del programa Surfer la función gaussiana viene dada por

$$\gamma(h) = c(1 - e^{-h^2}) \quad (8)$$

Dado que la topografía de la región no varía drásticamente, en este trabajo se ha empleado un modelo lineal de variograma cuya expresión viene dada por:

$$\gamma(h) = C_0 + Sh \quad (9)$$

con  $C_0$  el efecto pepita, y  $S$  es la pendiente.

Para más detalles se recomienda recurrir a los textos citados en la bibliografía.



# Bibliografía

- [1] G. Beutler, H. Bock, R. Dach, P. Fridez, W. Gurtner, U. Hugentobler, D. Ineichen, J. Johnson, M. Meindl, L. Mervant, M. Rothacher, S. Schaer, T. Springer, R. Weber, 2001. *Manual Bernese GPS Software ver. 4.2*, Astronomical Institute of Berna.
- [2] Brunini C., Perdomo R., Brunini A., Usandivaras J.C., Hormaechea J.L., Pinciroli R., Del Cogliano D., Mayer F., *GPS Seminario'88*. Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, UNLP.
- [3] Drewes H., Sanchez L. *Seminario de Sistemas de Referencia en Geodesia*
- [4] C. Förste , F. Flechtner , R. Schmidt , U. Meyer , R. Stubenvoll , F. Barthelmes , R. Knig , K.-H. Neumayer , M. Rothacher , C. Reigber , R. Biancale , S. Bruinsma , J.-M. Lemoine , J.C. Raimondo, 2005. *A high resolution global gravity field model combining CHAMP and GRACE mission and altimetry/gravimetry surface gravity data*.
- [5] GFZ, Julio 2004. *Joint CHAMP/GRACE Science Meeting*.
- [6] Hecimovic Z., June 2005. *Spectral behavior of global gravitational models considering EUVN network*, Symposium of the IAG Subcommission for Europe. European Reference Frame - EUREF 2004, Vienna.
- [7] Heiskanen W., Moritz H., 1967. *Physical Geodesy*. Freeman. San Francisco y Londres.
- [8] Hofmann-Wellenhof B., H. Lichtenegger, J. Collins, 1997. *GPS, Theory and Practice*. 5<sup>ta</sup> Edición. Springer, Berlin-New York.
- [9] F. G. Lemoine, S. C. Kenyon, J. K. Factor, R. G. Trimmer, N. K. Pavlis, D. S. Chinn, C. M. Cox, S. M. Klosko, S. B. Luthcke, M. H. Torrence, Y. M. Wang, R. G. Williamson, E. C. Pavlis, R. H. Rapp and T. R. Olson, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, 20771 USA, July 1998. *The Development of the joint NASA/GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) geopotential model EGM96*. Chapter 11.
- [10] L. Mendoza, 2001. Desarrollo de un software para transformacin de alturas. Depto. de Astrometra FCAG. Comunicacin privada.
- [11] Rafael Arce Mesén, Junio de 2001. *Interpolación espacial*. Escuela de Geografía. Universidad de Costa Rica.
- [12] *Red geodésica de alta precisión*, MIVSP-FCAGLP 1998

- [13] *Densificación de la red geodésica de la provincia de Buenos Aires*, MIVSP-FCAGLP 2002
- [14] Moirano J., Brunini C., Drewes H., Kaniuth K., 1999. *Definición del marco de Referencia Geodésico Argentino mediante observaciones GPS como materialización del ITRS*. Contribuciones a la geodesia en la Argentina de fines del siglo XX. UNR Editora.
- [15] Natali, P., Azpilicueta, F. J., septiembre de 2002. *Sistema de Referencia Vertical en Argentina*, XXI Reunión de la AAGG. Rosario.
- [16] Perdomo R., Mendoza L., Amorin R., 2000. *Discusión de la precisión real del modelo de Geoide Bonaerense*. Actas de la XX Reunión Científica de la AAGG, Mendoza.
- [17] Perdomo R., DÓnofrio E., Fiore M., Mayer F., Ramos R., 1999. *La Referencia Vertical*. Contribuciones a la geodesia en la Argentina de fines del siglo XX. UNR Editora.
- [18] Perdomo R., Del Cogliano D., Di Crotche N., Neuman K., 2001. *Advances in the calculation of a height transformation model in Buenos Aires province*. IAG, actas de la Reunión de Cartagena.
- [19] Ch. Reigber, P. Schwintzer, R. Stubenvoll, R. Schmidt, F. Flechtner, U. Meyer, R. König, H. Neumayer, Ch. Förste, F. Barthelmes, S.Y. Zhu, G. Balmino, R. Biancale, J. M. Lamoine, H Meixner, J. C. Raimondo, 2004. *A high resolution global gravity field model combining CHAMP and GRACE satellite mission and surface data: EIGEN-CG01c*.
- [20] Seeber G. *Satellite Geodesy*. Walter de Gruyter, 1993 Berlin.
- [21] Smith, W. H. F., and Wessel, P., 1990. *Gridding with Continuous Curvature Splines in Tension*, Geophysics, v. 55, n. 3, p. 293-305.
- [22] Teunissen y Kleusberg, 1996. *GPS for Geodesy*. Springer. Germany
- [23] Torge W. 2001. *Geodesy 3er. Edicion*. Walter de Gruyter, Berlín, NY.