

**XXIV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
PUNTA DEL ESTE, URUGUAY, NOVIEMBRE 2010**

**OPTIMIZACIÓN DE UNA OBRA DERIVACIÓN A TRAVÉS DE LA
MODELACIÓN MATEMÁTICA**

Sergio Liscia, Mauricio Angulo, María Victoria Lugo

*Laboratorio de Hidromecánica – Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata, Argentina
soliscia@ing.unlp.edu.ar, clucino@ing.unlp.edu.ar, mauricio.angulo@ing.unlp.edu.ar, victoria_lugo@hotmail.com*

RESUMEN: En el trabajo se aborda la potencialidad de la modelación matemática para reproducir las condiciones de escurrimiento resultantes de la modelación física. El mismo se basa en el proceso de optimización del diseño hidráulico de una obra de derivación perteneciente a un sistema de desagües pluviales de la Provincia de Buenos Aires, Argentina.

La utilización de la modelación matemática, en el diseño de este tipo de estructuras hidráulicas, permite un proceso de diseño más ágil y eficiente cuando es utilizada, en forma conjunta con la modelación física, como una herramienta para predecir las tendencias de afectación del patrón de escurrimiento ante cambios en algunas variables geométricas. Esto trae consigo una reducción importante de los costos y de los tiempos del estudio, ya que en los modelos matemáticos los cambios en las geometrías se realizan más fácilmente que en el modelo físico.

La utilización de modelos físicos es primordial para la validación de cualquier modelo numérico.

ABSTRACT: In this work, the potential of mathematical modelling to reproduce runoff conditions resulting from physical modelling is addressed. This work is based on the optimization process of the hydraulic design of a storm drainage system located in the Province of Buenos Aires, Argentina.

Mathematical modelling in the design of this kind of hydraulic structures allows the process to be more flexible and efficient when used coupled with physical modelling, as a tool to predict affectation trends of the flow pattern against changes in geometric variables. This results in a remarkable decrease of costs and time of study, since mathematical models enable changes in geometry to be more easily made than physical models.

The use of physical models is essential for the validation of any numerical model.

PALABRAS CLAVES: Modelación matemática, desagüe pluvial, derivación.

INTRODUCCIÓN

El arroyo Maldonado es un curso de agua de la Provincia de Buenos Aires y de la ciudad de Buenos Aires, Argentina, que sigue la mayor parte de su curso bajo la Av. Juan B. Justo y recorre 10 de los 48 barrios de la ciudad: Versalles, Liniers, Villa Luro, Vélez Sarsfield, Floresta, Villa Santa Rita, Villa Mitre, Caballito, Villa Crespo y Palermo.

Buscando dar solución a los problemas de inundaciones que el arroyo Maldonado ocasionaba en la ciudad, las autoridades decidieron entubarlo en el año 1929.

Actualmente, es el más importante arroyo entubado de la ciudad, le siguen luego en orden de importancia el arroyo Medrano y el arroyo Vega.

Debido a que luego del entubado las inundaciones persistieron, el gobierno de la ciudad de Buenos Aires proyectó la construcción de dos túneles que se conectan a los conductos existentes a través de tres derivaciones y una obra de descarga que permitirá al actual conducto ampliar su capacidad de conducción de excedentes superficiales con una recurrencia de 10 años. Las derivaciones proyectadas se denominan Cuenca, Honorio Pueyrredón y Niceto Vega, correspondientes a las intersecciones con la avenida Juan B. Justo. Los túneles tienen un diámetro interior de 6,90 m y están formados por dovelas de hormigón armado. Uno de los túneles, de 4,5 Km de longitud, parte desde la derivación Niceto Vega; mientras que el otro, de 9 Km de longitud, comienza en la derivación Cuenca, pasando por Honorio Pueyrredón. Ambos túneles llegan a la obra de desembocadura, sobre Punta Carrasco, en el Río de la Plata.

La derivación Niceto Vega en su versión original (Figura 1) consistía en una derivación iniciada sobre dos orificios de fondo, un canal colector, por debajo de los orificios, que trasporta el agua hasta un pozo o cámara de conexión (de 15 m de diámetro) donde se inicia el túnel aliviador. Dicho túnel se encuentra unos 15 m más profundo que la solera del canal existente.

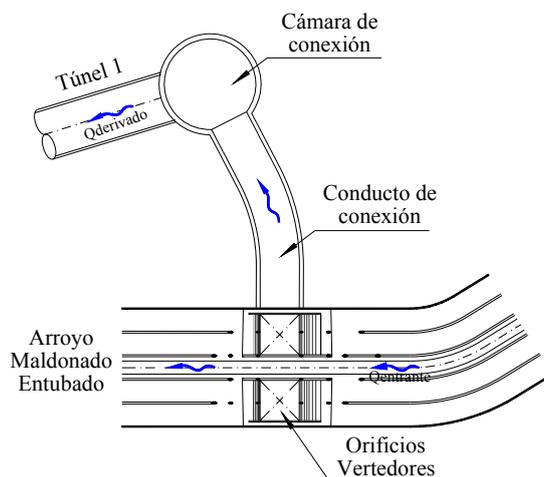


Figura 1.- Derivación Niceto Vega. Geometría original.

Esta geometría fue optimizada mediante la modelación física (Liscia et al., 2008), adoptándose una rampa de derivación alabeada con 5 deflectores (Figura 2). Estos permitían guiar el flujo a través de un canal de derivación hacia la cámara de conexión, para finalmente conducirlo a través del túnel de alivio hacia su desembocadura en el Río de La Plata.

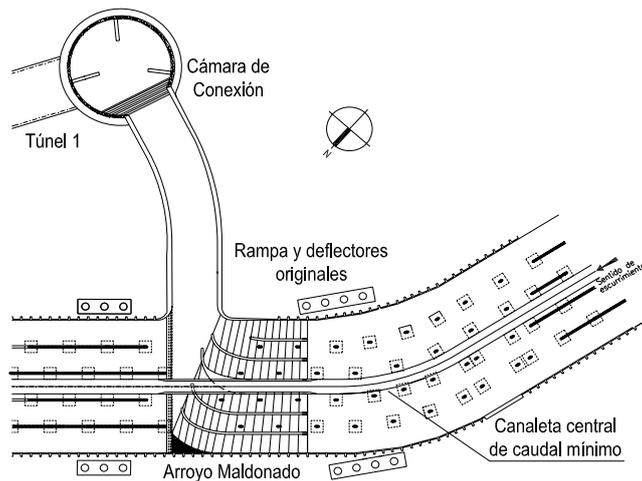


Figura 2.- Derivación Niceto Vega. Geometría optimizada.

Como resultado de este estudio en modelo físico, se concluyó que la derivación mediante rampa es 100 % más eficiente que la derivación mediante orificios.

El presente trabajo consiste en una revisión, mediante Modelación Matemática (CFD) de un proceso de optimización realizado en Modelo Físico en una etapa anterior de estudio, para verificar las bondades de las nuevas herramientas en los procesos de diseño de las obras hidráulicas.

Se tomó como referencia uno de los ensayos en modelo físico. Dado que las condiciones de frontera en el modelo matemático resultaron diferentes a las que fueron utilizadas para la modelación física, se realizó un ajuste de manera de encontrar condiciones similares que permitieran reproducir los resultados para una configuración, y luego se validaron los resultados obtenidos con los ensayos restantes.

MODELO NUMÉRICO

La modelación matemática se realizó mediante el software, FLOW 3D, desarrollado por la empresa Flow Science Inc. de Estados Unidos.

El FLOW 3D es un programa de simulación de flujos basado en la resolución numérica por diferencias finitas de las ecuaciones de Navier-Stokes y continuidad. Consta también de varios módulos complementarios para la resolución de distintos problemas tales como el transporte de sedimentos, cuerpos sólidos en movimiento, escurrimiento en medios porosos, etc.

Para los problemas de flujos considerados incompresibles la ecuación de continuidad es:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\mu A_x) + R \frac{\partial}{\partial y}(v A_y) + \frac{\partial}{\partial z}(w A_z) + \xi \frac{u A_x}{x} = \frac{R_{SOR}}{\rho} \quad [1]$$

Cuando se está trabajando con el sistema de coordenadas cartesianas R es igual a la unidad y ζ es igual a cero. R_{SOR} contempla las fuentes de masa y A son las fracciones de áreas abiertas al flujo en las direcciones "x", "y" y "z".

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido son:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial u}{\partial x} + vA_y R \frac{\partial u}{\partial y} + wA_z \frac{\partial u}{\partial z} \right\} - \xi \frac{A_y v^2}{xV_F} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + G_x + f_x - b_x - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (u - u_w - \delta u_s) \quad [2]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial v}{\partial x} + vA_y R \frac{\partial v}{\partial y} + wA_z \frac{\partial v}{\partial z} \right\} + \xi \frac{A_y v u}{xV_F} = -\frac{1}{\rho} \left(R \frac{\partial p}{\partial y} \right) + G_y + f_y - b_y - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (v - v_w - \delta v_s) \quad [3]$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V_F} \left\{ uA_x \frac{\partial w}{\partial x} + vA_y R \frac{\partial w}{\partial y} + wA_z \frac{\partial w}{\partial z} \right\} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + G_z + f_z - b_z - \frac{R_{SOR}}{\rho V_F} (w - w_w - \delta w_s) \quad [4]$$

En estas ecuaciones G son las aceleraciones de masa, f son las aceleraciones viscosas, b son las pérdidas en medios porosos y los últimos términos corresponden a fuentes de masa representadas por componentes geométricos.

Para la representación de la turbulencia hay cinco modelos disponibles: el modelo de longitud de mezcla de Prandtl, los modelos k-ε de una y dos ecuaciones, un modelo basado en los métodos RNG (Renormalization-Group) y un modelo de simulación de grandes vórtices (large eddy simulation, LES).

El espacio que se pretende modelar es discretizado mediante una malla de celdas cúbicas donde se aplican las ecuaciones mencionadas y se las resuelve numéricamente mediante dos métodos posibles: la sobre-relajación sucesiva (successive over-relaxation) y la alternación de la dirección especial (special alternating direction). El FLOW-3D diferencia a la vez la fracción de cada celda que es sólido y la fracción que puede estar ocupada por fluido mediante el método FAVOR (Fractional Area/Volume Obstacle Representation Method) y esto permite mejorar la definición de los contornos sólidos.

El programa no tiene un límite superior especificado en cuanto a la cantidad de celdas que puede tener una simulación. Sin embargo por cuestiones prácticas y de plazos de proyecto es conveniente definir una cantidad de celdas apropiada con el fin de tener una respuesta en un tiempo razonable y con una precisión adecuada para el problema que se quiere representar. Actualmente el Laboratorio de Hidromecánica posee una capacidad de procesamiento de datos tal que en cuatro horas se obtenga la respuesta correspondiente a una simulación de 2.000 segundos de duración de un dominio con aproximadamente 350.000 celdas.

El FLOW-3D ofrece la posibilidad de anidar mallas, esto es definir una malla dentro de otra y con una mayor densidad de celdas. De esta forma puede evaluarse en una misma corrida problemas de distintas escalas anidando, si es necesario, varias mallas una dentro de otras, obteniendo así la precisión requerida en cada caso.

En cuanto a las condiciones de borde posibles en una malla se encuentran presiones, caudales, velocidades y niveles de agua, variables o no en el tiempo, entre otras.

CONFIGURACIÓN DE LA SIMULACIÓN

Se inició el estudio con el ajuste del modelo matemático mediante los resultados obtenidos en la modelación física de la geometría optimizada con rampa y deflectores de flujo.

La discretización de las geometrías analizadas en el presente trabajo se llevó a cabo con cuatro bloques ortogonales según se indica en la Figura 3. Un primer bloque B1 coincidente con la zona de derivación, un segundo bloque B2, coincidente con el túnel, un tercer bloque B3 en la zona del canal principal aguas abajo de la derivación, un cuarto bloque B4 en la zona del canal principal

aguas arriba de la derivación y un quinto y último bloque, a modo de transición entre los bloques B1 y B3, correspondientes a la derivación y al canal principal aguas abajo de la misma.

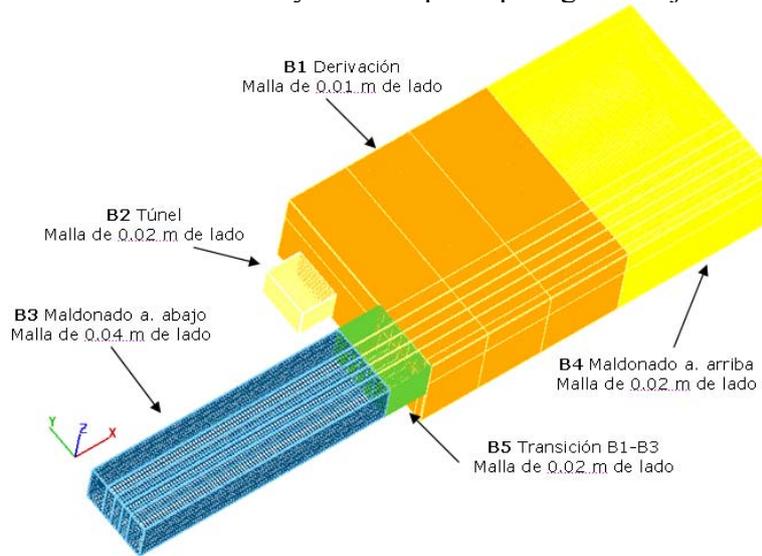


Figura 3.- Distribución de bloques de celdas para la discretización de la geometría correspondiente a la Derivación Niceto Vega optimizada.

En cuando a la densidad de mallado, el bloque B1, coincidente con la derivación, contiene celdas de 0.01 m de lado, el bloque B2, coincidente con el túnel, 5, contiene celdas de 0.02 m de lado, los bloques B4 y B5, coincidentes con el canal principal aguas arriba y aguas abajo respectivamente, contienen celdas de 0.04 m de lado, y por último, el bloque B5 de transición, contiene celdas de 0.02 m de lado. Se adicionaron puntos fijos en coincidencia con los tabiques para facilitar la lectura de los mismos en el renderizado. Estas dimensiones se indican en la Tabla 1.

Tabla 1.- Dimensiones de las celdas de cálculo definitivas

Designación de bloque	Dimensiones en xyz de las celdas [m]
B1	0.01
B2	0.02
B3	0.02
B4	0.02
B5	0.04

En la figura 4, el renderizado que el software realiza de la geometría incorporada en formato de estereolitografía en función de la densidad de malla seleccionada.

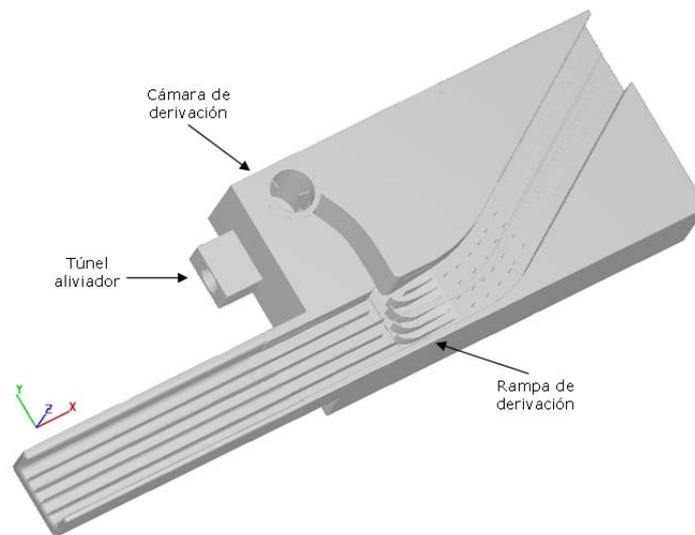


Figura 4.- Renderizado de la geometría correspondiente a la Derivación Niceto Vega optimizada obtenida a partir de la densidad de malla seleccionada.

La anterior es la configuración de densidad de malla definitiva de la modelación. Para iniciar el estudio y reducir los tiempos de modelación se inicia el escurrimiento con un mallado de menor densidad considerando al B1 con celdas de 0.02 m de lado, a los bloques B2, B4 y B5 con celdas de 0.04 m de lado y al bloque B3 con celdas de 0.04 m de lado. Una vez conseguida la estabilización del flujo en la derivación se aumenta la densidad de mallado a la configuración final que se observa en la Figura 3. Las dimensiones de las celdas con las que se inicia la modelación se resumen en la Tabla 2.

Tabla 2.- Dimensiones de las celdas de cálculo iniciales

Designación de bloque	Dimensiones en xyz de las celdas [m]
B1	0.02
B2	0.04
B3	0.04
B4	0.04
B5	0.04

En la Tabla 3 se indican las cantidades de celdas según la terna xyz y la cantidad de celdas reales totales por bloque de malla para la densidad de mallado definitiva de estudio. Esta configuración de celdas posee 10.506.119 de celdas reales totales y 1.675.964 de celdas activas de cálculo.

Tabla 3.- Cantidad de celdas según xyz para cada bloque

Designación de bloque	Cantidad de celdas en x	Cantidad de celdas en y	Cantidad de celdas en z	Cantidad de celdas reales
B1	288	275	115	9108000
B2	25	35	21	18375
B3	90	27	14	34020
B4	106	106	57	851922
B5	31	52	27	43524

El modelo de turbulencia utilizado en las modelaciones matemáticas del presente estudio es el basado en un modelo RNG (Renormalization-Group) y un modelo de simulación de grandes vórtices (large eddy simulation, LES). La longitud de mezcla que se utilizó en la modelación de la turbulencia fue constante y de 0.015 m. Se trabajó con un coeficiente de rugosidad k de 0.0001 m.

Como condiciones de borde se consideró, de entrada, un caudal y un nivel de superficie del agua igual al medido experimentalmente en el modelo físico; y de salida, régimen uniforme aguas abajo de la derivación en el canal principal y nivel de agua en la entrada del túnel (salida de la malla).

En la tabla 4 se muestran los resultados obtenidos en modelo físico de la geometría optimizada y los resultados obtenidos en la modelación matemática de la misma, resultantes del proceso de validación.

Tabla 4.- Caudal derivado en modelación matemática y física

Q DERIVADO M FÍSICO [m ³ /s]	Q DERIVADO M MATEMÁTICO [m ³ /s]
32.3	33.1
27.7	28
33.5	34

Los valores obtenidos de caudal derivado, hacia el túnel, tienen un error del 3% respecto de los obtenidos en el modelo físico.

Concluido el proceso de ajuste de la modelación matemática se realizó la modelación de la geometría correspondiente a la derivación Niceto Vega en su versión con descarga por orificios, con las mismas condiciones de modelación que las utilizadas en la modelación de la versión con derivación mediante rampa; respetando cantidad y ubicación de bloques, densidad de mallado, longitud de mezcla y rugosidad.

En la Figura 6 se puede apreciar el renderizado que el software realiza de la geometría de la derivación Niceto Vega en su versión de derivación mediante orificios, incorporada en formato de estereolitografía en función de la densidad de malla seleccionada.

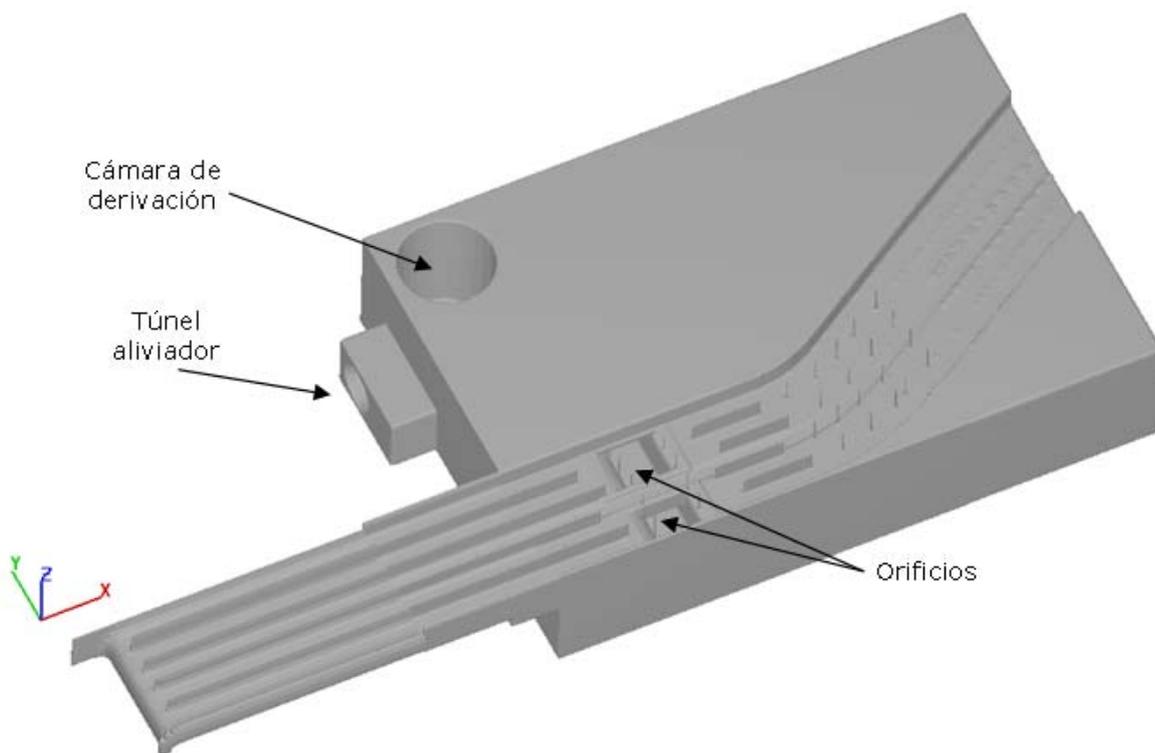


Figura 6.- Renderizado de la geometría correspondiente a la Derivación Niceto Vega mediante orificios obtenida a partir de la densidad de malla seleccionada.

RESULTADOS

Los resultados obtenidos con modelación matemática reproducen satisfactoriamente el patrón de escurrimiento general de la geometría del modelo físico.

En la Figura 7 se observa la formación de un vórtice longitudinal a lo largo del canal de derivación de la geometría correspondiente a la derivación mediante orificios.



Figura 7.- Formación de vórtice longitudinal en el canal de derivación correspondiente a la derivación mediante orificios observada durante la modelación física.

En la Figura 8 se observa en una vista en 3 dimensiones, el recorrido de líneas de corriente estudiado desde aguas arriba de los orificios hasta su ingreso al túnel aliviador. Puede apreciarse que las líneas de corriente superiores tienen una tendencia a continuar hacia aguas abajo del canal Maldonado; en cambio, las líneas de corriente inferiores giran sobre el canal de derivación indicando una tendencia marcada a reproducir la vorticidad que se observó en la modelación física.

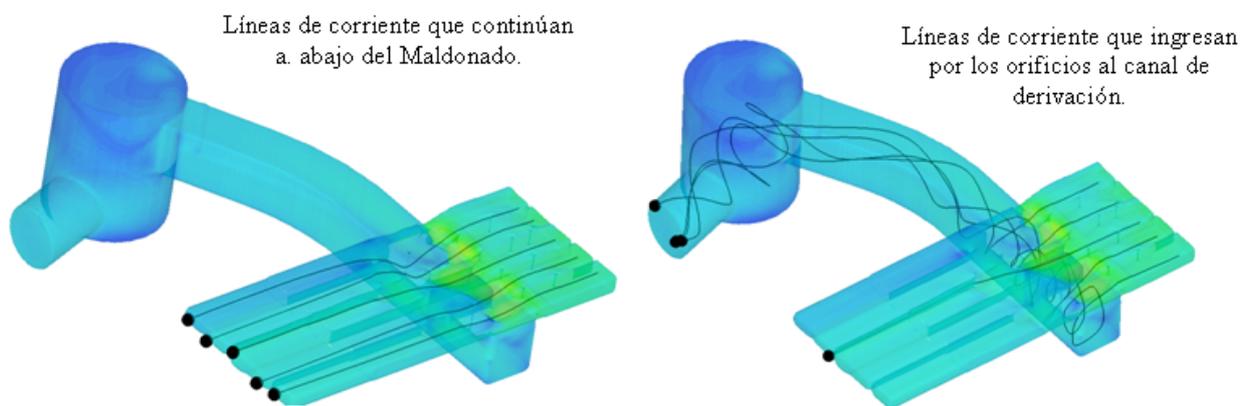


Figura 8.- Formación de vórtice longitudinal en el canal de derivación correspondiente a la derivación mediante orificios observada durante la modelación física.

En la Figura 9 se aprecia la formación de un resalto hidráulico, en la geometría correspondiente a la derivación mediante rampa y deflectores de flujo observado en la modelación física.



Figura 9.- Resalto hidráulico presente en la derivación mediante rampa y deflectores de flujo observado durante la modelación física.

En la Figura 10 se aprecia la representación en 3 dimensiones de los valores del Número de Froude en la rampa de derivación. Se observa la formación del resalto hidráulico coincidente con la zona de derivación, con características similares a las observadas en la modelación física.

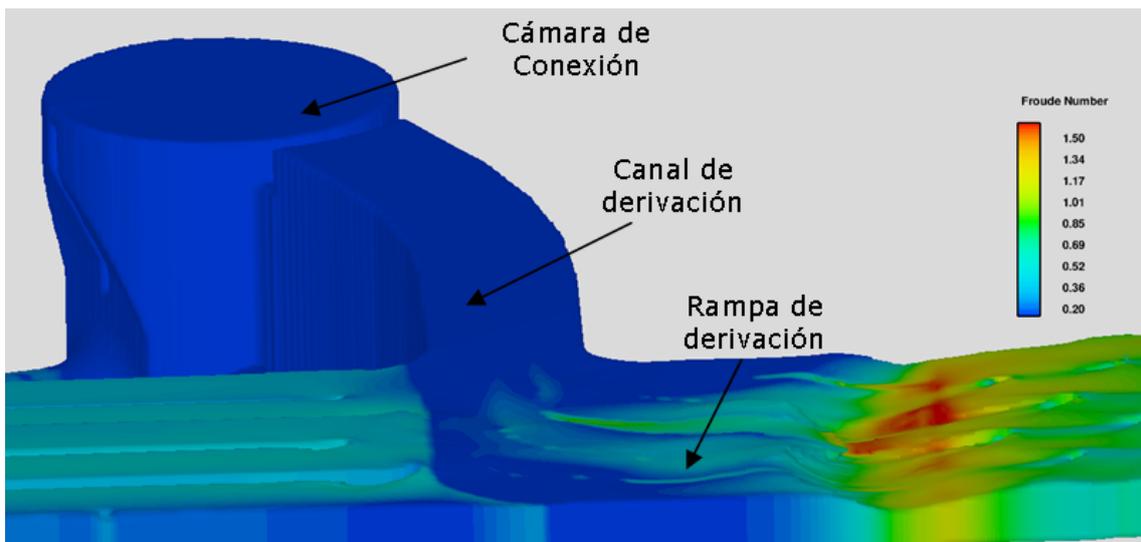


Figura 10.- Resalto hidráulico presente en la derivación mediante rampa y deflectores de flujo observado durante la modelación matemática.

En las Figuras 11 y 12 se aprecia la formación de un vórtice en la cámara de conexión, en la geometría correspondiente a la derivación mediante rampa y deflectores de flujo, tanto en la modelación física como en la matemática.

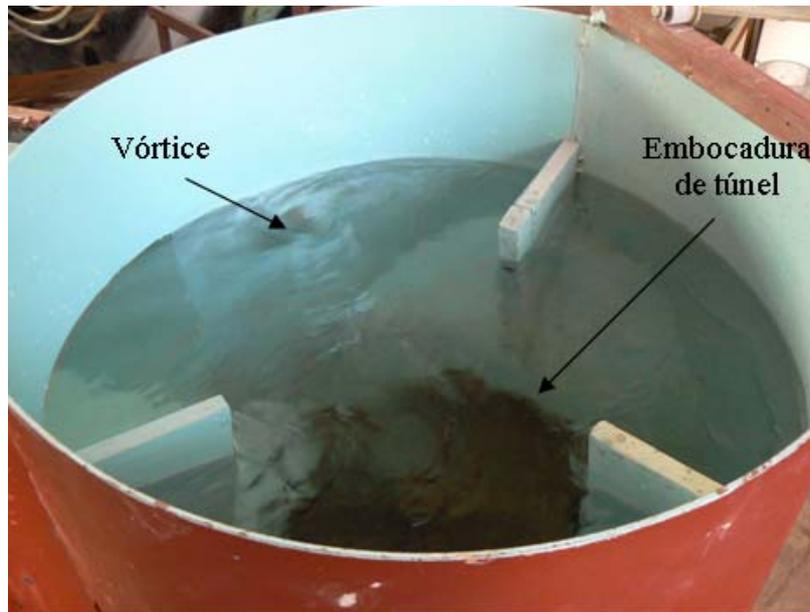


Figura 10.- Vórtice presente en la cámara de conexión en la derivación mediante rampa y deflectores de flujo observado durante la modelación física.

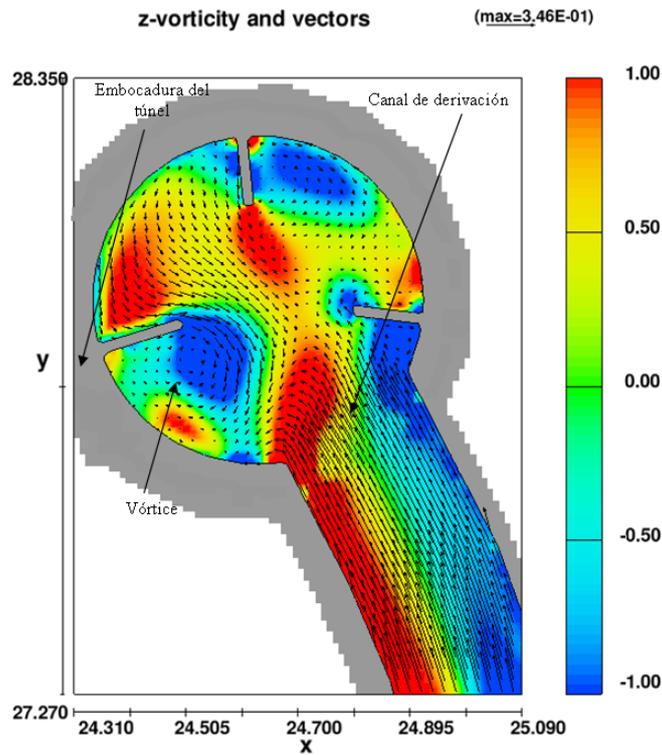


Figura 11.- Vórtice presente en la cámara de conexión en la derivación mediante rampa y deflectores de flujo observado durante la modelación matemática.

En la Figura 11 se representa vorticidad según el eje z en la cámara de conexión y se indica la localización del vórtice en la zona de la embocadura del túnel.

Los resultados de caudales derivados por el túnel para la geometría con orificios y la geometría con rampa y deflectores se pueden apreciar en la Tabla 5.

Tabla 5.- Caudal derivado para ambas configuraciones de derivación.

DERIVACIÓN	Q DERIVADO AL TUNEL [l/s]
Rampa y deflectores	33.1
Orificios	16.2

Para las mismas condiciones de modelación la derivación mediante rampa y deflectores de flujo permite derivar al túnel 33 l/s mientras que la derivación mediante orificios permite derivar 16.2 l/s. Es decir, la derivación original mediante orificios resulta ser 50 % menos eficiente que la derivación mediante rampa y deflectores de flujo.

Estos resultados reproducen los resultados obtenidos en la modelación física.

CONCLUSIONES

La posibilidad de reproducir los resultados obtenidos en el modelo físico a partir de la modelación matemática permite un proceso de diseño más ágil y eficiente. Esta herramienta permite predecir las tendencias de afectación del patrón de escurrimiento ante cambios en algunas variables geométricas. Esto trae consigo una reducción importante de los costos y de los tiempos de estudio.

El ajuste de las variables de diseño, muestra una precisión (3%) entre los valores que se pueden obtener en modelación física y matemática. Esto es aceptable si pensamos que en la modelación física se trabaja con un rango de errores del $\pm 1,5\%$.

La combinación entre modelación física y matemática, se muestra como óptima, ya que complementan condiciones cualitativas y cuantitativas complementarias, una relativa a la visualización de todos los parámetros de interés y de todas las zonas ocupadas por el fluido, la otra respecto a la aproximación que permite encontrarse con la modelación matemática en geometrías complejas, donde el proyectista no siempre encuentra soluciones que le permitan satisfacer sus necesidades.

Realizando el primer ajuste de los resultados de modelación física y modelación matemática, esta última permite realizar variaciones con mayor fluidez que el modelo físico, llegando a la optimización de las obras con mayor seguridad y rapidez.

Hasta el presente la utilización de modelos físicos es primordial para la validación de cualquier modelo numérico, aunque realiza en alguna etapa esta verificación, la modelación matemática CFD se considera una herramienta segura para la optimización de las obras hidráulicas, aun en contornos complejos, como es el caso del trabajo mostrado.

BIBLIOGRAFÍA

Laboratorio de Hidromecánica de la Universidad Nacional de la Plata, (2006). *Obra de derivación y desembocadura del arroyo Maldonado*. S.O. Liscia, M.A. Angulo y M.V. Lugo, La Plata, Buenos Aires, Argentina.

Laboratorio de Hidromecánica de la Universidad Nacional de la Plata, (2007). *Ensayos en modelos físicos del diagnóstico, verificación y optimización del funcionamiento de las obras de derivación, cámaras de conexión, obras de descarga y desembocaduras proyectadas por la ciudad de Buenos Aires para el aliviador del arroyo Maldonado*. Informe Final. S.O. Liscia, C. Lucino, M.A. Angulo y M.M. Del Blanco, La Plata, Buenos Aires, Argentina.

Liscia, S.O., Lucino, C., Angulo, M.A. y Del Blanco, M.M. (2008). “Ensayo en modelo físico de obras de derivación”. *XXII Congreso Latinoamericano de Hidráulica*, Cartagena de Indias, Colombia.